

CAPÍTULO QUINTO

EL MODELO GRAVITATORIO: CONCEPCIÓN GENERAL

1. INTRODUCCIÓN

La jerarquización de los municipios obtenida merced a la aplicación del modelo anterior nos permitirá, "a posteriori", escoger los "municipios de primera" o "cabeceras de comarca" atendiendo a su número y localización espacial, y aplicar sobre ellos el modelo gravitatorio que nos pueda conducir racionalmente a la comarcalización que se pretende, a través de la determinación de los "puntos frontera" entre comarcas colindantes.

Este modelo presenta un conjunto de restricciones operativas que se sustentan, básicamente, en el número medio aproximado de comarcas que se desea obtener o, en todo caso, en su número máximo o mínimo, si ya han sido decididos previamente con alguna exactitud. Y así, por ejemplo, y a la vista de las comarcalizaciones que se hayan podido ir realizando hasta la fecha en el ámbito territorial que es objeto de nuestro estudio, y de los objetivos comparativamente perseguidos, juzgamos en principio, razonable y posible, **una división territorial de dicho ámbito que ofrezca un número de comarcas no superior al máximo número de las obtenidas en las comarcalizaciones ya efectuadas**. En este orden de ideas, la superficie de la comarca teórica nos permitirá el establecimiento de una malla o red sobre el plano en planta que nos facilitará la selección, como "cabeceras de comarca", de un número de municipios no superior a una cantidad fija. Esta última disyuntiva, tendrá lugar en el caso de haber agotado, previamente, la totalidad de los municipios de un mismo nivel de exigencia de homogeneidad, y estar obligados a agotar el nivel posterior sin haber cubierto con la influencia de las cabeceras determinadas toda la superficie estudiada (FRANQUET, 1990).

Es fácil darse cuenta, por otra parte, que la comarcalización que obtendremos por aplicación del algoritmo descrito será distinta en función de *cuáles* y *cuántos* sean los municipios sobre los que se aplique el modelo gravitatorio. Por esta razón, resulta conveniente partir de ciertas hipótesis, al respecto, que sean claras y determinantes, y que podríamos denominar "restricciones espaciales del modelo general". Un claro ejemplo de ellas pudiera ser el siguiente: no procede seleccionar dos municipios cualesquiera siempre y cuando la distancia que los separa, medida en línea recta sobre el plano, no esté comprendida entre dos magnitudes consideradas mínima y máxima.

2. FORMULACIÓN TEÓRICA DEL MODELO

Todos los fenómenos de interacción gravitatoria en análisis regional exigen, sin duda, una definición o descripción previa de las leyes por las que se rigen, que pueden ser perfectamente distintas según las circunstancias. Pues bien, en nuestro caso, el que suscribe propone una ley de gravitación, en la creación de riqueza, que sea capaz de establecer que un municipio cualquiera (o más concretamente su centro urbano) atrae los recursos económicos de los enclaves geográficos de una cierta comarca de la que es "cabecera" -para la formación de su producto o renta total- en razón directa a su tamaño o volumen de población, y en razón inversa al cuadrado de la distancia que separa el enclave geográfico del centro urbano del municipio.

Sean, en consecuencia, dos municipios cualesquiera "i" y "j", y un municipio geográficamente intermedio entre ambos, "x", en el cual se igualan las acciones gravitatorias ejercidas desde "i" i "j", constituyendo la frontera entre los "campos gravitatorios" de "i" y de "j".

Esto es, en "x":

$$F_{ix} = G \frac{P_i \cdot P_x}{d_{ix}^2} ; F_{xj} = G \frac{P_x \cdot P_j}{d_{xj}^2} ;$$

$d_{ij} = d_{ix} + d_{xj}$; gráficamente, puede representarse así:

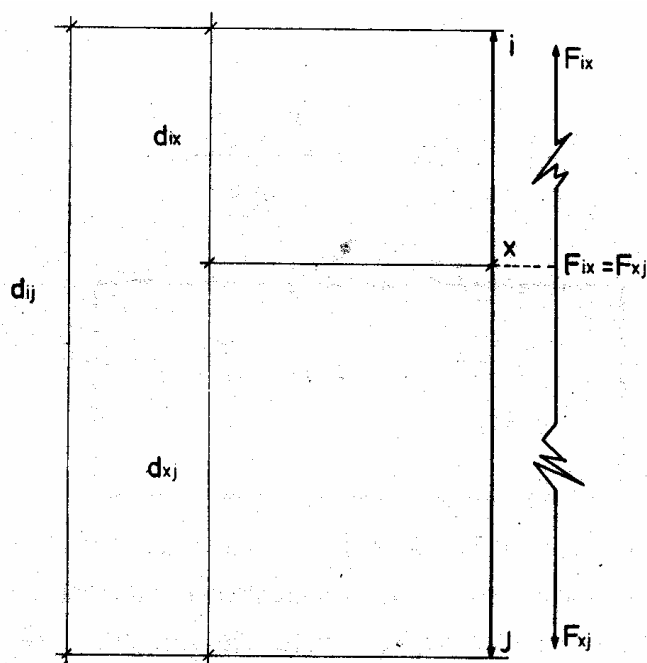


Fig. 5.1. Esquema elemental del modelo gravitatorio.

En donde:

F_{ix} = "fuerza demográfica" de interacción entre "i" i "x".
 F_{xj} = "fuerza demográfica" de interacción entre "x" i "j".
 G = constante correspondiente a la gravitación universal. Resulta determinable por estudios empíricos.
 P_i = población total del municipio "i" en un año base.
 P_x = población total del municipio "x" en un año base.
 P_j = población total del municipio "j" en un año base.
 d_{ix} = distancia que separa los centros urbanos de los municipios "i" y "x".
 d_{xj} = distancia que separa los centros urbanos de los municipios "x" y "j".
 d_{ij} = distancia que separa los centros urbanos de los municipios "i" y "j".

Por hipótesis, en "x" se tiene que:

$$F_{ix} = F_{xj} \quad , \text{ o sea:}$$

$$\frac{P_i \cdot P_x}{d_{ix}^2} = \frac{P_x \cdot P_j}{d_{xj}^2}, \text{ de donde:}$$

$$\boxed{\frac{P_i}{d_{ix}^2} = \frac{P_j}{d_{xj}^2}}$$

Ahora bien, con el fin de suministrar mayor información al modelo que estamos describiendo, y como parece razonable esperar que un municipio con elevado producto bruto generado "per capita" ejercerá una mayor atracción de recursos que otro municipio de la misma población pero con inferior producto "per capita", podremos corregir este factor distorsionante ponderando las poblaciones municipales con sus respectivas producciones "per capita", que hemos obtenido en el primer modelo o "modelo estructural". Con todo ello, nos quedará la siguiente "fuerza de atracción económica" entre los municipios "i" y "j":

$$F_{ij} = G \frac{(W_i \cdot P_i) \cdot (W_j \cdot P_j)}{d_{ij}^2}$$

Una generalización de la fórmula anterior, acorde con otros criterios igualmente importantes, ofrece:

$$\boxed{F_{ij} = G \frac{W_i \cdot (P_i)^\alpha \cdot W_j \cdot (P_j)^\beta}{d_{ij}^b}}$$

siendo α , β , b y G unos parámetros cuyo valor debe ser estimado empíricamente.

Veamos, entonces, que cuando ponderamos la población de los municipios con su respectivo producto bruto generado "per capita" deducimos la producción total como medición de masa en los mismos, convirtiendo, de este modo, el "potencial de población o demográfico" en una medida del "potencial del producto bruto generado".

Por lo que se refiere a la selección de los exponentes de la fórmula, atenderemos a los siguientes criterios:

1.- Desde un punto de vista puramente teórico, Stewart¹ sostiene que **b** debe tener los valores 1'00 ó 2'00.

2.- Carroll², sin embargo, afirma que el valor más apropiado de **b** tiende a oscilar alrededor de 3'00.

3.- Iklé³ halla variaciones considerables en dicho exponente, tal que: $b \in [0'689, \dots, 2'600]$.

4.- Según ciertos estudios de tráfico y transportes llevados a cabo en USA, se ha obtenido: $b \approx 1'63$.

5.- Según otros estudios de comunicaciones telefónicas y desplazamientos en avión, debe considerarse: $b \in [1'30, \dots, 1'80]$.

6.- En los estudios simplistas, $\alpha = \beta = 1'00$. Esta hipótesis es útil a falta -o a la espera- de contrastación con la realidad.

7.- Sin embargo, en estudios de mayor profundidad, como los de Anderson y Carrothers⁴, se indica que probablemente: $\alpha \neq 1'00$; $\beta \neq 1'00$.

Concretamente, factores tales como las economías de aglomeración y desaglomeración implican que el exponente que debe aplicarse a cualquier masa es función de esta misma masa, con lo que:

$$\forall W_i \cdot P_i \neq W_j \cdot P_j \rightarrow \alpha \neq \beta$$

8.- En USA se han llevado a cabo numerosos estudios empíricos con miras a la determinación de los exponentes de la variable distancia dij. Concretamente, y para cada caso, los resultados han sido los siguientes:

Tipos de desplazamientos	b = n
laborales	0'50
sociales	3'00
de compra y comerciales	2'00

¹ Vide ISARD, Walter (1971): *Métodos de Análisis Regional*, Ed. Ariel, Barcelona. Citado en la bibliografía.

² *Ibidem.*

³ *Ibidem.*

⁴ *Ibidem.*

9.- El exponente $\alpha = \beta = N$, que contempla el volumen de población puede considerarse igual a 1'00, puesto que se ha demostrado estadísticamente que el montante de recursos atraído por un municipio es función directa de su población, y toda variación en el tamaño de la segunda supone una variación del mismo orden en aquel montante.

10.- El exponente $b = n$, que contempla las distancias, podría considerarse igual a 3'00, si bien se ha venido demostrando que su "moda" (valor al que corresponde mayor frecuencia ordinaria) en algunos casos, indica que suele estar comprendido en el intervalo cerrado [1'51, ..., 2'50], siendo 2'00 el valor del exponente más típico. No obstante, la consideración de $b = n = 3$ ha ofrecido una delimitación geofísica comarcal y regional, por lo menos en nuestro caso catalán, mucho más acorde a la realidad geopolítica del territorio que cualquier otra, por lo que ha sido la finalmente adoptada, una vez realizadas las simulaciones previas correspondientes.

De cualquier modo, debe pensarse que, al ser ponderadas las poblaciones totales municipales con la renta "per capita" correspondiente, estamos potenciando indirectamente las fuerzas gravitacionales de atracción de recursos (F_{ix} y F_{xj}), habida cuenta que, con gran generalidad, a los municipios de abundante población les corresponde también una elevada renta familiar disponible por habitante, y recíprocamente. En su consecuencia, el peso específico del denominador en la fórmula general del modelo debería ser aumentado paralelamente, con el fin de contrarrestar el citado efecto perturbador; así pues, al exponente de las distancias le asignaremos un valor: $b = n = 3'00$, que ha podido ser aplicado y contrastado para nuestro modelo en ocasiones anteriores, obteniéndose "puntos frontera" más acordes con las diferentes divisiones territoriales efectuadas hasta la fecha en el País Valencià y Cataluña y, probablemente, también en otros territorios.

Reparemos, asimismo, en la inexistencia de una teoría que pueda explicar satisfactoriamente los valores que deben aplicarse en cada caso a los exponentes en cuestión. **Básicamente, la justificación del modelo gravitatorio reside en que la interacción existente entre dos poblaciones cualesquiera puede suponerse, como ya he apuntado, en razón directa con su tamaño o masa (permaneciendo todo lo demás igual) y en razón inversa de la distancia que las separa (puesto que toda distancia implica fricción, inconvenientes y, en suma, coste).** Todas las particularidades que se le atribuyan (como la definición de masa relevante y distancia, la asignación de exponentes y ponderaciones, etc.) requieren una contrastación amplia, sistemática y exhaustiva en estudios empíricos realizados al efecto.

Considérese, otrosí, que la noción de modelo gravitatorio, tal como se concibe aquí, corresponde al de una masa relativamente grande, como es el

producto municipal total, compuesta por multitud de unidades individuales, como son los productos por individuo. Y dentro de tal masa, es razonable suponer que las irregularidades, peculiaridades e idiosincrasias de cualquier entidad individual o pequeño subgrupo de unidades (como las personas jurídicas del municipio) se anulan o compensan.

Así pues, dados los municipios relevantes "i" y "j", obtenidos a través del segundo modelo propuesto al que hemos aplicado posteriormente, las restricciones espaciales señaladas, y siendo "x" un municipio intermedio entre ambos, en el que se igualan los flujos de recursos atraídos desde "i" y "j" y que constituye, consecuentemente, la frontera entre las comarcas de atracción o "campos gravitatorios" de "i" y "j", por aplicación del modelo gravitatorio al que le hemos suministrado los datos adecuados obtendremos un "punto frontera" para cada par de municipios a los que se aplica el modelo. Pues bien: la envolvente que la unión recta de aquellos "puntos frontera" determinan alrededor de cada municipio relevante, constituye el límite geométrico comarcal del que dicho municipio es cabecera.

Por definición, se tiene que:

$$F_{ix} = G \frac{W_i \cdot (P_i)^\alpha \cdot W_x \cdot (P_x)^\beta}{d_{ix}^b}$$

y también:

$$F_{xj} = G \frac{W_x \cdot (P_x)^\alpha \cdot W_j \cdot (P_j)^\beta}{d_{xj}^b}$$

Por hipótesis, en el lugar geográfico x , tiene lugar la identidad:

$$F_{ix} = F_{xj}, \text{ o sea:}$$

$$G \frac{W_i \cdot (P_i)^\alpha \cdot W_x \cdot (P_x)^\beta}{d_{ix}^b} = G \frac{W_x \cdot (P_x)^\alpha \cdot W_j \cdot (P_j)^\beta}{d_{xj}^b} ; \text{ de donde:}$$

$$\frac{W_i \cdot (P_i)^\alpha \cdot (P_x)^\beta}{W_j (P_j)^\beta \cdot (P_x)^\alpha} = \frac{d_{ix}^b}{d_{xj}^b} \quad ; \text{ o sea:}$$

$$\frac{W_i}{W_j} \cdot \frac{(P_i)^\alpha}{(P_j)^\beta} \cdot (P_x)^{\beta-\alpha} = \left(\frac{d_{ix}}{d_{xj}} \right)^b$$

si consideramos, ahora, que: $\alpha = \beta = N$; $b = n$, se tiene:

$$\frac{W_i \cdot (P_i)^N}{W_j (P_j)^N} = \left(\frac{d_{ix}}{d_{xj}} \right)^n, \text{ esto es:}$$

$$\boxed{\frac{F_{ix}}{F_{xj}} = 1 = \frac{H_i}{H_j} = \frac{W_i}{W_j} \cdot \left(\frac{P_i}{P_j} \right)^N \cdot \left(\frac{d_{xj}}{d_{ix}} \right)^n}$$

que denominaremos "modelo gravitatorio de comarcalización". En él, los conceptos de H_i y H_j son proporcionales a F_{ix} y F_{xj} , respectivamente, y pueden definirse como:

$$\begin{cases} H_i = \text{importe de los recursos que el municipio "i" atrae desde el} \\ \text{municipio "x"}. \\ H_j = \text{importe de los recursos que el municipio "j" atrae desde el} \\ \text{municipio "x"}. \end{cases}$$

Fácilmente, se comprende que:

$$\begin{cases} H_i = K \times F_{ix} \\ H_j = K \times F_{xj} \quad ; \quad H_i \times F_{xj} = H_j \times F_{ix} \end{cases}$$

siendo "K" una constante determinable empíricamente.

Se consideran, a continuación, ciertas hipótesis cuya fiabilidad ha quedado comprobada a través de investigaciones directas de la realidad en diversos países, ya comentadas con anterioridad.

El modelo anteriormente expuesto resulta ser, para:

$$\begin{cases} \alpha = \beta = N = 1, \\ b = n = 3 \end{cases}, \text{ y en un "municipio frontera" "x":}$$

$$\frac{H_i}{H_j} = 1 = \frac{W_i}{W_j} \cdot \frac{P_i}{P_j} \cdot \left(\frac{d_{xj}}{d_{ix}} \right)^3$$

pero como: W (renta "per capita") x P (población) = R (renta total), se tiene:

$$1 = \frac{R_i}{R_j} \cdot \left(\frac{d_{xj}}{d_{ix}} \right)^3, \text{ de donde puede deducirse que:}$$

$$1 = \sqrt[3]{\frac{R_i}{R_j}} \cdot \frac{d_{xj}}{d_{ix}}; \quad d_{ix} = d_{xj} \cdot \sqrt[3]{\frac{R_i}{R_j}}$$

Sumando, ahora, d_{xj} a los dos miembros de la ecuación anterior, se obtiene:

$$d_{ix} + d_{xj} = d_{xj} \left(1 + \sqrt[3]{\frac{R_i}{R_j}} \right) = d_{ij},$$

de dónde se deduce que:

$$\boxed{d_{xj} = \frac{d_{ji}}{1 + \sqrt[3]{\frac{R_i}{R_j}}}} \quad \text{y} \quad \boxed{d_{ix} = \frac{d_{ij}}{1 + \sqrt[3]{\frac{R_j}{R_i}}}}$$

Veamos, en fin, que se obtiene un "punto frontera" para cada par de municipios (i, j) al que se aplica el modelo, que se encuentra a unas distancias de "i" y "j" que serán d_{ix} y d_{xj} , respectivamente.

Una vez obtenidas las comarcas que pudiéramos denominar "geométricas", y sobre un plano del territorio en el que se encuentren bien marcados los límites municipales, se procede a la adecuación, por proyección,

de las comarcas geométricas con las comarcas reales. Dicha adecuación debe llevarse a cabo, fundamentalmente, considerando que la posición relativa del casco urbano de un municipio cualquiera en relación al límite geométrico comarcal es la que determina o no su inclusión en una u otra de las comarcas existentes a ambos lados de dicho límite fronterizo (ver fig. 5.2).

Digamos, honestamente, y en lo que se refiere al modelo gravitatorio, que posee la virtud de tener en cuenta la interacción existente entre masas y distancias y el defecto superable de la falta de experiencia respecto a los valores de los coeficientes o exponentes de ponderación, cuya variación puede alterar notablemente los resultados. Y entendemos, desde luego, que resulta posible y decididamente interesante la aplicación del modelo elaborado a otros trabajos de tipo geo-económico, efectuando la pertinente adecuación de dichos coeficientes previa la realización de simulaciones que pongan de manifiesto la mejor correspondencia de los resultados con la realidad geopolítica o administrativa.

En efecto, juzgamos lógico pensar que los modelos gravitatorios constituyen el núcleo de la economía espacial, al basar su planteamiento teórico en el reconocimiento del factor distancia. De este modo, su empleo puede dar lugar a la consecución de importantes resultados empíricos. Y todo ello porque sabemos que la influencia de una fuerza económica en un punto cualquiera se halla en razón directa de la magnitud de dicha fuerza, y en razón inversa de la distancia que separa el punto en cuestión del origen de la fuerza (el concepto de "fuerza económica" se ha tratado "in extenso" en este mismo epígrafe relacionándolo con lo que se expone en nuestro libro: "Análisis Territorial. División, Organización y Gestión del Territorio". *CADUP Estudios*, Centro Asociado de la UNED. Tortosa, 1990/91). En nuestro estudio, además, hemos aceptado la simplificación de que toda la actividad económica de las comarcas (producción y consumo intra-comarcal) se halla concentrada en su correspondiente cabecera de comarca. Lo mismo se ha considerado por lo que se refiere a los municipios.

El concepto de gravedad aplicado a un marco macroeconómico comarcal abre nuevas perspectivas al análisis económico en aquel espacio, al explicarnos, por ejemplo, por qué el crecimiento de algunas comarcas se nos presenta siempre con cierto retraso con relación a otras (caso, v. gr., del "Baix Ebre" con relación al "Tarragonés"), o bien por qué ciertas comarcas (como la "Terra Alta" con respecto al "Tarragonés"), separadas notablemente de los centros de crecimiento, aprovechan en muy poca cuantía los beneficios que tales centros proporcionan.

En algunos casos, los espacios triangulares vacíos o complementarios que puedan quedar al margen de la comarcalización geométrica llevada a

efecto hasta el momento, se distribuyen entre las comarcas colindantes del modo que se especifica en el capítulo siguiente y cuya representación gráfica puede verse en la figura 5.3.

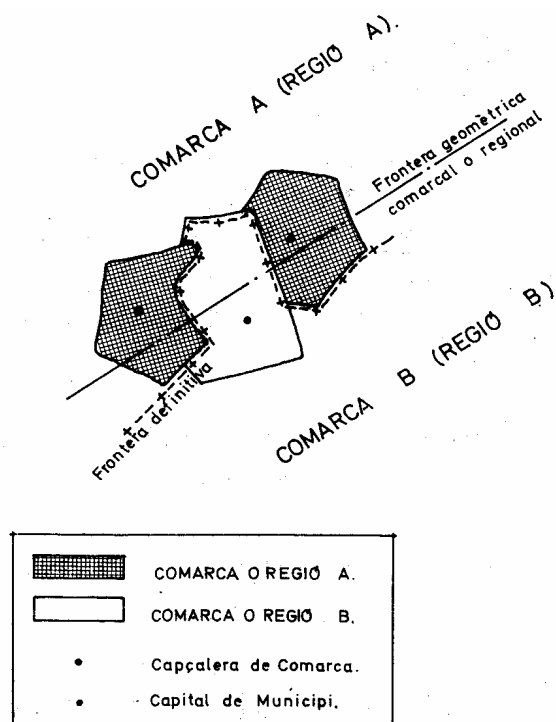


Fig. 5.2. Criterio de inclusión de un municipio o comarca fronterizos, en su comarca o región, en función de la situación relativa de su centro urbano.

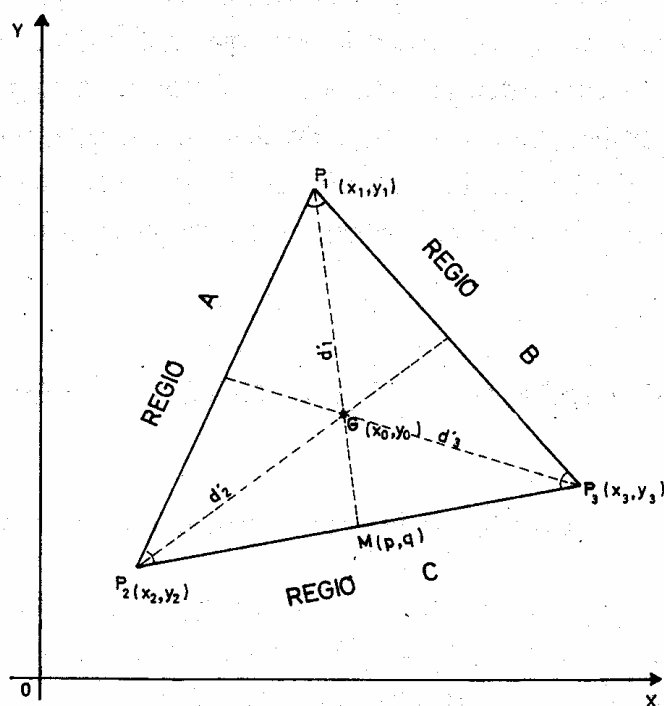


Fig. 5.3. Criterio de repartición del triángulo según el centro de masas o baricentro.

De no tener en cuenta el espacio, los sistemas macroeconómicos comarcales pueden llegar a ignorar peligrosamente el significado profundo de la diferenciación espacial dentro de una misma comarca, así como el hecho de que algunos municipios o subcomarcas obtengan importantes economías externas como consecuencia de la concentración industrial. Todo esto exige el reconocimiento de las distancias que separan a las diversas comarcas, así como el de la carencia de homogeneidad en la distribución de las actividades económicas dentro de cada comarca (FRANQUET, 1990/91).

Creemos, sin embargo, que lo expuesto hasta aquí ofrece una visión suficientemente clara y excitante del enorme campo de posibilidades que el modelo gravitatorio que presentamos despliega ante el estudioso de la geografía y de la economía comarcal y regional.

3. CONCEPTOS BÁSICOS UTILIZADOS EN LA INVESTIGACIÓN

3.1. INTRODUCCIÓN

Llegados a este punto, y teniendo en cuenta el manejo constante que de los mismos se viene realizando en nuestro trabajo, creemos conveniente la explicación sucinta de los conceptos básicos utilizados en él, sin perjuicio de que puedan encontrarse explicitados, con mayores especificaciones y detalles, en los apartados correspondientes del cuerpo central de la presente tesis doctoral o bien en sus anexos.

3.2. FUERZA DE ATRACCIÓN ECONÓMICA

Este doctorando propone una ley de gravitación territorial, en la creación de riqueza, que sea capaz de establecer que un municipio cualquiera (o más concretamente su centro urbano) atrae los recursos económicos de los enclaves geográficos de una cierta comarca de la que es "cabecera" -para la formación de su producto o renta total- en razón directa a su tamaño o volumen de población, y en razón inversa al cubo de la distancia que separa el enclave geográfico del centro urbano del municipio.

Ahora bien, con el fin de suministrar mayor información al modelo que estamos describiendo, y como parece razonable esperar que un municipio con elevado producto bruto generado "per capita" ejercerá una mayor atracción de recursos que otro municipio de la misma población pero con inferior producto "per capita", podremos corregir este factor distorsionante ponderando las poblaciones municipales con sus respectivas producciones "per capita", que hemos obtenido en el primer modelo o "modelo estructural". Con todo ello, nos

quedará definida la siguiente "fuerza de atracción económica" entre los municipios "i" y "j":

$$F_{ij} = G \frac{(W_i \cdot P_i) \cdot (W_j \cdot P_j)}{d_{ij}^3}$$

Una generalización de la fórmula anterior, acorde con otros criterios igualmente importantes, ofrece la expresión:

$$F_{ij} = G \frac{W_i \cdot (P_i)^\alpha \cdot W_j \cdot (P_j)^\beta}{d_{ij}^b}$$

siendo α , β , b y G unos parámetros cuyo valor debe ser estimado empíricamente. Veamos, entonces, que cuando ponderamos la población de los municipios con su respectivo producto bruto generado "per capita" deducimos la producción total como medición de masa en los mismos, convirtiendo, de este modo, el "potencial de población o demográfico" en una medida del "potencial del producto bruto generado".

Este concepto de "fuerza de atracción económica" puede establecerse también, por extensión, entre comarcas o regiones. Y en este sentido, aparece calculado para los diversos ámbitos territoriales de Cataluña en diferentes capítulos de nuestra investigación. Ofrece, en nuestra opinión, una visión enormemente útil y provechosa acerca de las relaciones de atracción y/o autonomía entre las diferentes comarcas y regiones de Cataluña, o bien con respecto a los centros de masas de renta o a cualesquiera enclaves o puntos singulares del territorio. Ello nos suministra una valiosa información que permitirá, posteriormente, dilucidar acerca de ciertos aspectos conflictivos o dudosos de las divisiones territoriales surgidas por la aplicación estricta del modelo gravitatorio de comarcalización y regionalización que aquí se propugna.

3.3. PUNTOS FRONTERA

Dados los municipios relevantes "i" y "j", obtenidos a través del modelo de decisión propuesto al que hemos aplicado posteriormente las restricciones espaciales correspondientes, y siendo "x" un municipio intermedio entre ambos, en el que se igualan los flujos de recursos atraídos desde "i" y "j" y que constituye, consecuentemente, la frontera entre las comarcas de atracción o "campos gravitatorios" de "i" y "j", por aplicación del modelo gravitatorio al que le hemos suministrado los datos adecuados obtendremos un "punto frontera"

para cada par de municipios a los que se aplica el modelo. Pues bien: la envolvente que la unión recta de aquellos "puntos frontera" determinan alrededor de cada municipio relevante, constituye el límite geométrico comarcal del que dicho municipio es cabecera. El mismo concepto resulta extensible a las comarcas entre sí, lo que configura geofísicamente también las regiones o veguerías.

La igualación de las fuerzas de atracción económica entre los dos municipios relevantes mencionados nos ofrece, en definitiva, las distancias d_{xj} y d_{ix} que separan las cabeceras de comarca "j" e "i" de su punto frontera común "x", en el que se igualan los esfuerzos gravitacionales provenientes de ambas. Resulta inmediato, a partir de estos resultados, acudir a un plano de Cataluña en el que se sitúen dichos puntos frontera para toda pareja de cabeceras de comarca. Cada punto frontera queda, pues, localizado a la distancia calculada, en línea recta sobre el plano o bien medida sobre la carretera, autopista o autovía más importante y directa o que registre mayor caudal de tráfico de entre las que unen las cabeceras de comarca que lo generan. Así mismo, dichas distancias pueden medirse mediante los "tiempos de desplazamiento" por las vías de comunicación más relevantes, que subsumen diversos conceptos.

Las fórmulas correspondientes para el establecimiento de dichos "puntos frontera" son las siguientes:

$$d_{xj} = \frac{d_{ji}}{1 + \sqrt[3]{\frac{R_i}{R_j}}} \quad \text{y} \quad d_{ix} = \frac{d_{ij}}{1 + \sqrt[3]{\frac{R_j}{R_i}}}$$

, siendo R_i y R_j las rentas totales de los municipios relevantes "i" y "j", obtenidas por aplicación del modelo estructural, y $d_{ij} = d_{ji}$ ($= d_{ix} + d_{xj}$) la distancia que separa los centros de masas de ambos municipios.

Veamos, en fin, que se obtiene un "punto frontera" para cada par de municipios (i, j) al que se aplica el modelo, que se encuentra a unas distancias de "i" y "j" que serán d_{ix} y d_{xj} , respectivamente.

Una vez obtenidas las comarcas que pudiéramos denominar "geométricas", y sobre un plano del territorio en el que se encuentren bien marcados los límites municipales, se procede a la adecuación, por proyección, de las comarcas geométricas con las comarcas reales. Dicha adecuación debe llevarse a cabo, fundamentalmente, considerando que la posición relativa del casco urbano de un municipio cualquiera en relación al límite geométrico

comarcal es la que determina o no su inclusión en una u otra de las comarcas existentes a ambos lados de dicho límite fronterizo.

3.4. CENTRO TERRITORIAL DE MASAS

La determinación del punto de aplicación de la fuerza-peso de un cuerpo cualquiera -que, en nuestro caso, asimilaremos a la comarca o a la región- puede realizarse como resultante de los "pesos" de todas y cada una de las partes en que aquél se supone descompuesto, o sea, los municipios. En este caso, el baricentro recibirá el nombre de "centro de gravedad comarcal o regional".

Desde un punto de vista puramente teórico y simplificador, la determinación de la posición del "centro de gravedad territorial" podría resultar un problema sencillo si se supone que dicha unidad territorial (comarca, región o nación) es homogénea y posee un centro de simetría, por lo que su centro de gravedad debe coincidir con aquél, dado que la resultante de todos los pesos elementales de las partículas simétricas del territorio estudiado pasará por dicho centro de simetría. Si la comarca o región sólo poseyeran eje de simetría, su centro de gravedad, por razones análogas, debería hallarse situado sobre el expresado eje. No obstante, ni la homogeneidad en la distribución de las masas de población o de renta ni la configuración espacial simétrica constituyen características tradicionales de las unidades territoriales que nos ocupan.

Otro procedimiento, que contempla la posibilidad de la aparición de masas elementales diferentes en el territorio, como son los propios municipios, conllevaría la descomposición en fragmentos municipales cuyo centro de gravedad resulta fácil de determinar (suponiéndolo concentrado, v.gr., en el centro urbano del municipio). Posteriormente, por una simple composición de fuerzas aplicadas en el centro de gravedad de aquellos fragmentos, podría llegarse a determinar la posición exacta del centro de gravedad del conjunto comarcal o regional que, desde luego, *no tiene por qué coincidir con las coordenadas geográficas de la capital de la comarca o de la región.*

Del mismo modo, el centro de masas o centro de gravedad de una región puede encontrarse también determinando primeramente los centros de gravedad comarcales, en los cuales se imaginan reunidas, a su vez, las masas de los grupos de puntos municipales y, estableciendo el centro de gravedad para éstos, se hallaría el centro de gravedad de todo el sistema regional.

Para la determinación práctica del centro de gravedad de una repartición de masas municipales m_i que considerásemos homogénea a efectos reales, se descompondría la masa total (regional) de un modo apropiado, al objeto de que los centros de gravedad parciales (comarcales)

puedan hallarse fácilmente, determinando después gráficamente el centro de gravedad S del sistema de los n municipios así obtenido por medio de la ecuación:

$$m \cdot \vec{s} = \sum_{i=0}^n m_i \cdot \vec{r}_i$$

, que define el "momento territorial estático" de la distribución de las masas económicas, respecto a un cierto punto del territorio, al que nos referiremos posteriormente.

Si reducimos nuestro problema al de una superficie plana, bastará con descomponerla en fajas paralelas y, a continuación, *efectuar la determinación del centro de gravedad valiéndonos del correspondiente polígono funicular*, aplicando a los centros de gravedad parciales (comarcales) de las distintas secciones fuerzas paralelas cuya resultante se determina. Finalmente, haciendo esto para dos direcciones perpendiculares entre sí, se obtiene el centro de gravedad buscado como punto de intersección de ambas resultantes.

Tomando ahora como centro de momentos el origen de coordenadas, se tendrá la expresión general:

$$x_1 m_1 g + x_2 m_2 g + \dots + x_i m_i g + \dots + x_n m_n g = x_0 g \sum_{i=0}^n m_i = x_0 \cdot g \cdot m = g \sum_{i=0}^n x_i m_i ;$$

de dónde se obtendrá el valor de la abscisa:

$$x_0 = \frac{\sum_{i=0}^n x_i m_i}{m} .$$

Análogamente, se demuestra que las coordenadas restantes (ordenada y cota taquimétrica) del centro de masas buscado vienen dadas por:

$$y_0 = \frac{\sum_{i=0}^n y_i m_i}{m} ; \quad z_0 = \frac{\sum_{i=0}^n z_i m_i}{m} .$$

3.5. MOMENTOS TERRITORIALES ESTÁTICOS Y DE INERCIA

El *momento territorial estático*, o momento de 1er. orden de un territorio de área A con respecto a otro punto o eje comunicativo del territorio es igual a la suma algebraica de los productos de las áreas elementales (como las municipales) por sus respectivas distancias al punto o eje considerado, denominándose, respectivamente, momento territorial estático polar o áxico. Así definido, en función del área, se trata evidentemente de un momento superficial o geométrico; de hacerlo en función de la renta total disponible, se tratará de un momento ponderal o másico. Obviamente, cuanto mayor sea el momento territorial estático de un territorio con respecto a otro (mayor masa y/o mayor distancia) mayor será también su grado de independencia respecto del mismo, lo que sugiere fecundas aplicaciones en el terreno de la organización territorial.

Así mismo, definimos como *momento de inercia* de un territorio A con respecto a otro punto o eje del territorio a la suma algebraica de los productos de las áreas elementales (como las municipales) por los cuadrados de sus respectivas distancias al punto o eje considerado, denominándose, respectivamente, momento territorial de inercia polar o áxico (ecuatorial). Constituye, obviamente, una extensión provechosa del concepto definido en el párrafo anterior, tratándose, también, de un momento superficial o geométrico aunque también puede conceptualizarse como ponderal o másico utilizando la población o la renta total disponible. También en este caso, cuanto mayor sea el momento territorial de inercia de un territorio con respecto a otro (mayor masa y/o mayor distancia, en este caso elevada al cuadrado) mayor será también su grado de independencia respecto del mismo. Este concepto de “momento territorial de inercia” ha sido profusamente utilizado en nuestro trabajo, sirviendo de base para la configuración de diversos parámetros originales de gran utilidad y aplicabilidad en el Análisis territorial.

Si consideramos, ahora, a un territorio como si de un sólido o cuerpo físico se tratase, con una cierta masa **m** (de renta disponible, población de derecho, recursos, ...), el momento territorial de inercia se obtendrá multiplicando los elementos de masa (municipales) por los cuadrados de las distancias al elemento de referencia considerado. La unidad física de expresión de los momentos territoriales de inercia será, normalmente, el Km⁴, y su resultado tiene que ser siempre positivo, igual que los momentos territoriales estáticos, expresados éstos en Km³. En general, el momento territorial de inercia másico o ponderal vendrá dado por la adición de un número infinito de sumandos, a saber:

$$I = \sum_i m_i \cdot r^2 = \int_a^b r^2 \cdot dm$$

, siendo los límites de integración **a** y **b** los valores extremos que puede tomar la distancia **r**. Al respecto, conviene realizar las siguientes puntualizaciones:

- *El momento de inercia másico o ponderal de un territorio A con relación a un punto o lugar geográfico*, es igual a la suma de los productos de la masa de renta de cada punto por el cuadrado de la distancia al punto o lugar geográfico de referencia.

- *El momento de inercia másico o ponderal de un territorio A con relación a un eje territorial*, será lo mismo que en el caso anterior, pero computándose las distancias hasta dicho eje.

- *El momento de inercia másico o ponderal de un territorio A con relación a un plano territorial*, se definirá de un modo análogo a los casos anteriores, pero tomándose las distancias hasta el plano en cuestión (que podría ser, v. gr., una superficie de nivel altimétrico).

3.6. GRADOS DE ATRACCIÓN Y CONEXIÓN TERRITORIAL

Resulta obvio que los momentos territoriales de inercia denotan, de algún modo, el grado de atracción o repulsión experimentado por un territorio respecto de un eje o de un punto situados dentro o fuera de él. De este modo, podemos medir el que pudiéramos denominar "grado de repulsión" entre dos núcleos territoriales **i** y **j** (por ejemplo, dos cabeceras de comarca, o entre una cabecera de comarca y otra de región o nación) mediante una expresión del tipo:

$$\rho'_{ij} = I_{ij}$$

, ya sea utilizando los momentos territoriales de inercia superficiales o los ponderales anteriormente definidos.

Sin embargo, como -en buena lógica- deberíamos introducir en nuestra formulación elementos que denuncien o subrayen la influencia biyectiva o biunívoca de las masas territoriales respectivas de población o de renta en las mencionadas atracciones o repulsiones económicas, emplearemos las rentas totales familiares disponibles R_i y R_j en forma de cociente entre las mismas, esto es: R_i/R_j , cuya determinación habremos efectuado previamente mediante el correspondiente modelo estructural (ver capítulo 3), o bien mediante la obtención de datos secundarios (existen publicaciones diversas que ofrecen información acerca de esta importante variable macroeconómica y de su evolución temporal). Pues bien, coordinando esta formulación con la empleada anteriormente para el modelo estrictamente gravitatorio (ver el apartado 2 del presente capítulo), y al objeto de no incurrir en una ponderación excesiva de dicho efecto másico, se tendrá que:

$$\rho_{ij} = (I_{ij} / 10^6) \cdot \sqrt[3]{R_i / R_j} ,$$

donde la ponderación tiene lugar mediante la raíz cúbica de la expresada relación de masas de renta, y cuya inversa nos determinaría, contrariamente, el "grado de atracción" ejercido desde el punto j hacia la superficie del territorio A cuya capitalidad o centro de masas viene dado por el punto i . O sea:

$$\alpha_{ij} = 1 / \rho_{ij} = \frac{10^6 \cdot \sqrt[3]{R_j}}{I_{ij} \cdot \sqrt[3]{R_i}} ,$$

y, del mismo modo, recíprocamente, se tendrá:

$$\alpha_{ji} = 1 / \rho_{ji} = \frac{10^6 \cdot \sqrt[3]{R_i}}{I_{ji} \cdot \sqrt[3]{R_j}} .$$

Obsérvese que, al objeto de obtener unos coeficientes cómodamente manipulables a los efectos del cálculo numérico y de su aplicabilidad posterior, hemos introducido el factor corrector adimensional de valor 10^6 en las fórmulas precedentes. Debe hacerse constar que en las diferentes formulaciones que aquí se propugnan sería posible sustituir alternativamente las distancias entre los núcleos territoriales (ya sean medidas por carretera o en línea recta sobre el mapa) por los "tiempos de desplazamiento" que, de poderse conocer con cierto grado de aproximación resultarían indicadores mayormente fiables que subsumirían las dificultades del trazado viario, el estado de conservación o la categoría de las carreteras y la consecuente velocidad media que los vehículos pueden alcanzar por las mismas.

Llegados a este punto, podemos definir como "grado de conexión" entre dos territorios i y j a la suma de sus respectivos "grados de atracción", o sea, $\alpha_{ij} + \alpha_{ji}$

En el caso general de suponer un símil estático-gráfico en el que las fuerzas de atracción territoriales se hallen representadas por vectores que actúan en la dirección del "eje de conexión territorial" que une los centros de masas de renta o de población de ambos territorios, de sentidos opuestos y cuya magnitud o módulo será el "grado de atracción" antes definido, dicho "grado de conexión" vendrá dado por la expresión:

$$\theta_{ij} = \alpha_{ij} + \alpha_{ji} = \frac{10^6 \cdot \sqrt[3]{R_j}}{I_{ij} \cdot \sqrt[3]{R_i}} + \frac{10^6 \cdot \sqrt[3]{R_i}}{I_{ji} \cdot \sqrt[3]{R_j}} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{10^6 \cdot \sqrt[3]{R_j} \cdot \sqrt[3]{R_j} \cdot I_{ji} + 10^6 \cdot \sqrt[3]{R_i} \cdot \sqrt[3]{R_i} \cdot I_{ij}}{(I_{ij} \cdot I_{ji}) \cdot \sqrt[3]{R_i \cdot R_j}} = \\ &= \frac{10^6 \cdot (I_{ij} \cdot \sqrt[3]{R_i^2} + I_{ji} \cdot \sqrt[3]{R_j^2})}{(I_{ij} \cdot I_{ji}) \cdot \sqrt[3]{R_i \cdot R_j}} = \theta_{ji} , \end{aligned}$$

que nos determina la cuantía del "esfuerzo de tracción" territorial de aquel eje rígido, siguiendo con nuestro símil físico-mecánico. En definitiva, el "grado de conexión" entre dos territorios, que acabamos de definir, se halla en función de varios parámetros propios y bien característicos de los mismos, a saber:

- de sus áreas superficiales.
- de las distancias entre sus "centros de masas" o capitales.
- de sus rentas "per capita".
- de sus poblaciones,

lo que le dota de un nivel de información que se estima suficiente a los efectos de su credibilidad y eficiencia.

Veamos, en fin, que el "grado de conexión territorial" así definido posee importantes aplicaciones en el Análisis territorial, dado que cuanto mayor sea el grado de conexión entre dos territorios mayor será también el grado de dependencia entre los mismos, lo que nos definirá su pertenencia o no a una misma organización administrativa, socioeconómica, etc., o bien contrariamente nos ayudará a resolver los casos dudosos de pertenencia de un determinado municipio o comarca a una estructura supraterritorial respectiva como la comarca o la región, que no hayan quedado suficientemente explícitos por la aplicación estricta del modelo gravitatorio.

3.7. COEFICIENTES DE UNIFORMIDAD TERRITORIAL

Este doctorando propone y define el concepto de "coeficiente de uniformidad territorial" como medida de la uniformidad en la distribución de las superficies o de las masas de población o de renta de los municipios por un cierto territorio (conjunto de Cataluña), justamente de sentido contrario al grado de variabilidad de las mismas.

En el análisis estadístico que hemos efectuado en el Anexo 12 calculamos -entre otras determinaciones del valor central y medidas de dispersión absolutas y relativas-, el valor del coeficiente de variación de

Pearson (CV), que, como es sabido, se trata de una medida abstracta, profusamente empleada, de dispersión relativa de los valores de la variable aleatoria estadística (superficie municipal) que se analiza; en nuestro caso, dicha variable no es otra que la superficie de los municipios del territorio en estudio (Cataluña).

También aquí parece obvio reconocer que el territorio en cuestión se encontrará tanto o más “equilibrado” cuanto menores sean los valores de su correspondiente CV, o sea, cuanto menores sean las diferencias superficiales entre los municipios que abarca.

De la definición de equilibrio territorial que podemos ver en el primer apartado del Anexo 15, se infiere su relación biunívoca, concomitancia o biyectividad con los conceptos de uniformidad y homogeneidad en la distribución espacial de las masas socioeconómicas por el territorio. En el apartado correspondiente hemos calculado el coeficiente de variación de Pearson para cada una de las nuevas comarcas y nuevas regiones en que proponemos la división del territorio catalán, y para diferentes variables explicativas: población y superficies municipales, densidades de población, altitud topográfica, etc. Es obvio que, desde los respectivos puntos de vista, el territorio en cuestión se hallará tanto más equilibrado cuanto menores sean los valores de su CV referido a la variable aleatoria estadística que toma valores para cada una de las partes en que se considera espacialmente dividido dicho territorio. Destaca, del coeficiente elegido como medida de la variabilidad, su adimensionalidad, es decir, su independencia de las unidades de medida, permitiendo la comparación entre grupos diferentes de datos, lo que no resulta posible establecer mediante el exclusivo empleo de la varianza o de la desviación típica de la correspondiente distribución de frecuencias.

Al respecto, y como medida de la uniformidad en la distribución de las masas socioeconómicas por un territorio cualquiera, pueden utilizarse hasta cinco diversos coeficientes que proponemos en nuestro trabajo (expresados en %), de sentido contrario a la variabilidad antedicha. El primero de ellos es el siguiente:

$$CU_1 = 100(1 - CV), \text{ de gran sencillez y aplicabilidad, siendo: } CV = \sigma/\bar{X}$$

, en que \bar{X} es la media aritmética de los valores de la variable analizada (población, renta, etc.) y σ es su desviación típica o "standard" (desviación cuadrática media). Normalmente, para un mismo territorio, se cumplirá que:

$$CU_3 < CU_1 < \overline{CU} < CU_4 < CU_2 < CU_5$$

estando los valores de todos estos coeficientes de uniformidad limitados o acotados superiormente en el 100%.

3.8. INDICE DE MASA COMARCAL

Uno de los problemas más acuciantes que señalan algunos tratadistas del análisis territorial estriba en el excesivo tamaño o masa socioeconómica de algunas de las comarcas catalanas. Se han considerado, al respecto, los cinco índices siguientes, que consideramos suficientemente representativos para medir o cuantificar la realidad territorial comarcal del país:

I_{pob} (Índice de población)

I_{sup} (Índice de superficie)

I_{pib} (Índice del producto interior bruto)

I_{inv} (Índice de inversión de la *Generalitat*)

I_{mun} (Índice del número de municipios)

Como puede verse, los dos primeros son de carácter demográfico y geográfico, los dos siguientes son de carácter económico y el último de tipo administrativo.

La fórmula que proponemos para determinar el que hemos denominado índice de masa comarcal final, constituye una media aritmética ponderada que resulta ser la siguiente:

$$I = 0'2 \times I_{pob} + 0'2 \times I_{sup} + 0'2 \times I_{pib} + 0'2 \times I_{inv} + 0'2 \times I_{mun} ,$$

, donde se han empleado, en principio, los mismos coeficientes de ponderación (0'2) para cada uno de los 5 índices anteriores (20%), no habiendo otras determinaciones o razones específicas para la diferenciación de esas ponderaciones. Obviamente, el resultado final se puede ajustar mejor, ya sea modificando, en su caso, estos coeficientes de ponderación y/o recalculando con exactitud los diferentes índices. En cualquier caso, la magnitud del índice final obtenido nos señala aquellas comarcas que son, *a priori*, susceptibles de ser particionadas para la consecución de un mayor equilibrio territorial comarcal en el país, habida cuenta del elevado valor que alcanza su índice de masa comarcal ($\geq 3'0$) y considerando que el valor medio para toda la Comunidad Autónoma es de $I = 2'5$.

En el Anexo 12 se ha elaborado la tabla resultante de los cálculos de los índices relacionados para cada una de las comarcas clásicas definidas en las leyes de organización territorial del año 1987, habiendo excluido el Barcelonès por razones obvias, así como una lista jerarquizada de las mismas en base al índice obtenido de masa comarcal de cada una de ellas, con el señalamiento expreso de aquellas susceptibles de ser particionadas por su valor excesivo del

expresado índice ($I \geq 3'0$), en número de ocho, a saber: Segrià, Bages, Osona, Vallès Occidental, Vallès Oriental, Gironès, Alt Empordà y Baix Llobregat.

4. RESUMEN

Se expone, en el presente capítulo de nuestra investigación, el modelo gravitatorio que nos pueda conducir racionalmente a la comarcalización/regionalización que se pretende, a través de la determinación de los "puntos frontera" entre comarcas/regiones colindantes. Este modelo presenta un conjunto de restricciones operativas que se sustentan, básicamente, en el número medio aproximado de comarcas o regiones que se desea obtener o, en todo caso, en su número máximo o mínimo, si ya han sido decididos previamente con alguna exactitud. Y así, por ejemplo, y a la vista de las comarcalizaciones o regionalizaciones que se hayan podido ir realizando hasta la fecha en el ámbito territorial que es objeto de nuestro estudio, y de los objetivos comparativamente perseguidos, juzgamos en principio, razonable y posible, una división territorial de dicho ámbito que ofrezca un número de comarcas o regiones no superior al máximo número de las obtenidas en las divisiones territoriales ya efectuadas. En este orden de ideas, la superficie de la comarca o región teórica nos permitirá el establecimiento de una malla o red sobre el plano en planta que nos facilitará la selección, como "cabeceras de comarca o de región", de un número de municipios no superior a una cantidad fija.

Por otra parte, la comarcalización que obtendremos por aplicación del algoritmo descrito será distinta en función de *cuáles* y *cuántos* sean los municipios sobre los que se aplique el modelo gravitatorio. Por esta razón, resulta conveniente partir de ciertas hipótesis, al respecto, que sean claras y determinantes, y que podríamos denominar "restricciones espaciales del modelo general".

Dados los municipios relevantes "i" y "j", obtenidos a través del segundo modelo propuesto (de DECISIÓN) al que hemos aplicado posteriormente, las restricciones espaciales señaladas, y siendo "x" un municipio intermedio entre ambos, en el que se igualan los flujos de recursos atraídos desde "i" y "j" y que constituye, consecuentemente, la frontera entre las comarcas o regiones de atracción o "campos gravitatorios" de "i" y "j", por aplicación del modelo gravitatorio al que le hemos suministrado los datos adecuados obtendremos un "punto frontera" para cada par de municipios a los que se aplica el modelo. Pues bien: la envolvente que la unión recta de aquellos "puntos frontera" determinan alrededor de cada municipio relevante, constituye el límite geométrico comarcal o regional del que dicho municipio es cabecera.

Una vez obtenidas las comarcas o regiones que pudiéramos denominar "geométricas", y sobre un plano del territorio en el que se encuentren bien marcados los límites municipales, se procede a la adecuación, por proyección, de las comarcas/regiones geométricas con las comarcas/regiones reales. Dicha adecuación debe llevarse a cabo, fundamentalmente, considerando que la posición relativa del casco urbano de un municipio cualquiera en relación al límite geométrico comarcal o regional es la que determina o no su inclusión en una u otra de las comarcas o regiones existentes a ambos lados de dicho límite fronterizo.

Por último, y al objeto de una mejor comprensión de los capítulos posteriores de nuestro trabajo, se lleva a cabo una explicación sucinta de los conceptos básicos utilizados en la investigación, sin perjuicio de que puedan encontrarse explicitados, con mayores especificaciones y detalles, en los apartados correspondientes del cuerpo central de la presente tesis doctoral o bien en sus anexos.

