



**TLATEMOANI**  
*Revista Académica de Investigación*  
Editada por Eumed.net  
No. 11 – Diciembre 2012  
España  
ISSN: 19899300  
revista.tlatemoani@uaslp.mx

Fecha de recepción: 3 de mayo de 2012  
Fecha de aceptación: 6 de noviembre de 2012

## **TÍTULO: REDES COMPLEJAS. TEORÍA Y PRÁCTICA**

**Manuel Alexander Molina Espinosa**  
[manuelme@ult.edu.cu](mailto:manuelme@ult.edu.cu)

**Dayana de la Caridad Rivero Hernández**  
[dayanarh@ult.edu.cu](mailto:dayanarh@ult.edu.cu)  
Profesores de la Universidad de Las Tunas, Cuba

### **RESUMEN**

Se realizó una introducción al tema de las Redes Complejas, comenzando con una breve explicación de los sistemas complejos y la definición de red según la teoría de grafos. Se mostraron varias formas de clasificar este tipo de red y se enumeraron las propiedades más relevantes que hacen de su tipo uno de los más interesantes. Finalmente se ofrecieron algunas de sus posibles aplicaciones.

**Palabras clave:** Redes Complejas, grafos, nodos, enlaces, centralidad, densidad.

**ABSTRACT.**

*He made an introduction to the topic of Complex Networks, beginning with a brief explanation of complex systems and the definition of network as graph theory. They were several ways to classify this type of network and listed the most relevant properties of its kind that make one of the most interesting. Finally, we offered some of its possible applications.*

**Keywords:** *Complex Networks, graph, node, link, centrality, density.*

**Introducción**

Usualmente al analizar el entorno no nos percatamos que vivimos rodeados y a la vez formamos parte de construcciones naturales compuestas por diferentes elementos que mantienen relaciones con otros elementos guiados por algún criterio. Un ejemplo de esto puede ser ilustrado con las relaciones de amistad que mantenemos en un centro de trabajo. Así, habría algunas personas que por su condición, cargo, carisma, etc. tendrían muchas amistades, al contrario de otras que su círculo íntimo sería muy pequeño. Además se vería con claridad que se formarían pequeñas agrupaciones donde las relaciones entre sus componentes serían numerosas, pero poco comunes fuera de este, sirva como ejemplo las que se establecen dentro de un mismo departamento y de sus miembros con otros departamentos.

Otro posible ejemplo de este tipo de red se tiene directamente dentro de nosotros mismos y es la que se establece entre las neuronas de nuestro cerebro, así aquellas que se encargan de la visión están más relacionadas entre ellas mismas que con las que tienen que ver con el control del habla. Incluso el lenguaje que se utiliza para escribir este trabajo es una red, compuesta por palabras unidas por relaciones sintácticas y semánticas. Todas estas construcciones son denominadas Redes Complejas debido a que están compuestas de muchas partes (nodos) y unidas mediante relaciones (enlaces). Para entender cómo funcionan las Redes Complejas es preciso describir las ***características más importantes que son comunes a todos los sistemas complejos:***

- Están compuestos de muchas partes que interactúan entre sí. De hecho, el adjetivo “Complejo” en este contexto no significa solamente que el sistema sea complicado, sino también que está compuesto de muchas partes, como un complejo industrial.
- Cada parte tiene su propia estructura interna y está encargada de llevar a cabo una función específica.
- Lo que ocurra a una parte del sistema afecta de manera altamente no lineal a todo el sistema.
- Presentan comportamientos emergentes, de tal manera que el todo no es la simple suma de sus partes.
- Como un ejemplo típico de sistema complejo puede ser considerada la célula. La cual evidentemente está compuesta de muchas partes (ribosomas, mitocondrias, núcleo, membrana, retículo endoplasmático, ADN, ARN, etc.).

La teoría de grafos, surgida a partir de los trabajos de Euler, puso por primera vez de manifiesto que la construcción de grafos es la clave para estudiar y comprender mejor el mundo complejo que nos rodea. Teniendo en cuenta el tipo de red y la cantidad de nodos que forman parte de esta, las redes pueden clasificarse de varias maneras, pero antes daremos una definición matemática de esta para una mejor comprensión:

Una red  $R$  consiste de un conjunto de nodos  $V = v_1, v_2, \dots, v_n$ , y un conjunto de parejas ordenadas  $E = (v_i, v_j) \subset V \times V$ . Cada pareja ordenada  $(v_i, v_j)$  se llama conexión dirigida del nodo  $v_i$  al nodo  $v_j$ . La red  $R$  se llama no dirigida si para cada pareja  $(v_i, v_j) \in E$  también existe la pareja  $(v_j, v_i) \in E$ . De lo contrario, la red se denomina dirigida. Llamaremos a todos los nodos que estén conectados directamente a un nodo  $v_i$ , los vecinos de  $v_i$ . Finalmente, el número  $k_i$  de vecinos del nodo  $v_i$  (es decir, el número de conexiones de  $v_i$ ) se llama la conectividad de  $v_i$ , y el promedio de estas conectividades,  $[k] = N^{-1} \sum_{i=1}^N k_i$ , es la conectividad de la red. [1]

Las redes “reales” pueden clasificarse de distintas maneras, si se analiza el tipo de nodo y los enlaces que las forman entonces se forman cuatro

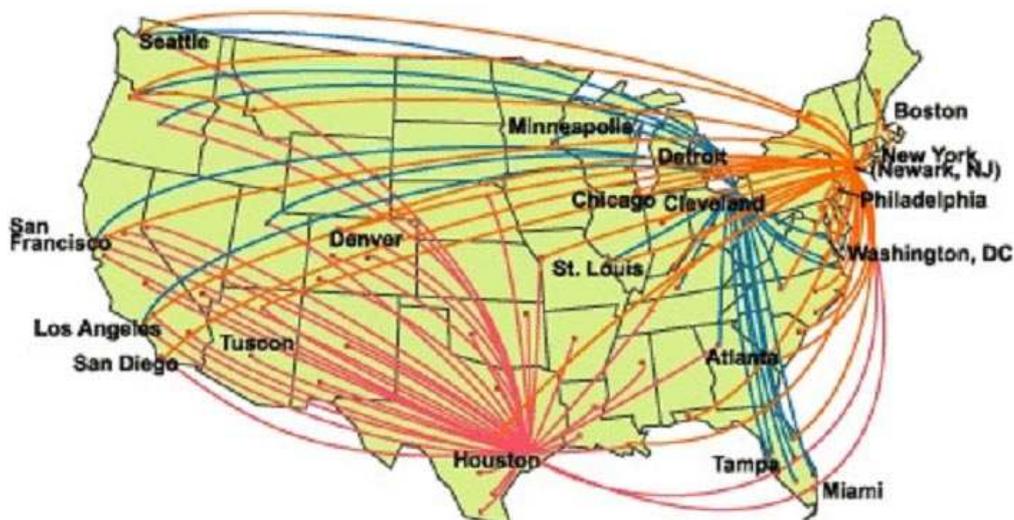
categorías. El origen de las diferencias entre unas y otras radica en los datos empleados para la elaboración y extracción de las matrices.

**Según esta clasificación se tienen los siguientes tipos de redes:**

1. *Redes sociales:* Las redes sociales están compuestas por individuos o grupos de individuos con patrones de contactos o interacciones entre ellos. Ejemplos de este tipo de redes son las relaciones de amistad, de negocios entre directivos de empresas, o entre familias a partir de sus matrimonios y descendencia.

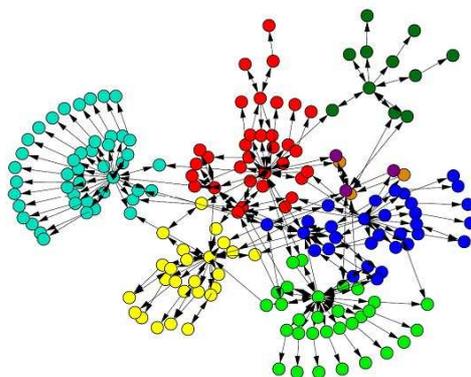
2. *Redes de información:* También denominadas redes de conocimiento. El ejemplo clásico de redes reales de esta categoría son las de citas y co-citas de trabajos científicos. Otro ejemplo ampliamente estudiado de redes de información es la World Wide Web (no debe confundirse con la Internet física), red que contiene páginas informativas que se enlazan a través de hipervínculos.

3. *Redes tecnológicas:* Son las redes diseñadas para la distribución de electricidad (energía), agua, gas, las redes de transporte: carreteras, ferrocarril, rutas aéreas, un ejemplo de la representación de este último tipo lo ilustra la siguiente Figura:



**Figura 1.1.** Ejemplo de un grafo que representa una Red tecnológica a partir de una red de transporte: algunas rutas aéreas dentro de Norteamérica.\*

Además se incluyen dentro de este tipo de redes las redes telefónicas (sólo las redes físicas de cables y postes, puesto que las redes de llamadas telefónicas formarían parte de las denominadas redes sociales) e Internet, como red de interconexión de ordenadores. (Ver Figura 1.2).



**Figura 1.2.** Grafo representativo de Internet como red de interconexión de ordenadores.\*

4. *Redes biológicas:* Son diversos los sistemas biológicos susceptibles a representarse en forma de redes. Las redes de reacciones metabólicas, las redes genéticas (Ver ejemplo mostrado en la Figura 1.3), los ecosistemas y cadenas tróficas, las redes neuronales o las vasculares son algunos de los ejemplos de redes biológicas analizadas desde la perspectiva de la teoría de redes. Las redes alimentarias, por ejemplo, pueden ser descritas como un grafo con un conjunto finito de nodos (especies) y un conjunto finito de enlaces que asocian cada uno de esos nodos entre sí (Figura 1.4). El análisis del grado saliente y entrante de las redes alimentarias posibilita extraer abstracciones de la complejidad e interconexión entre las distintas comunidades naturales. [2]

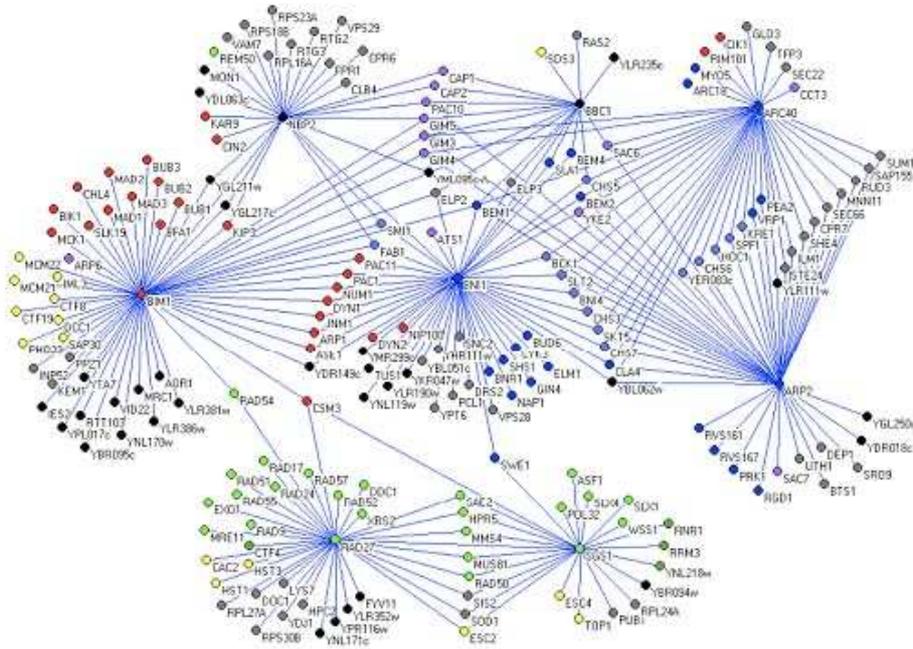
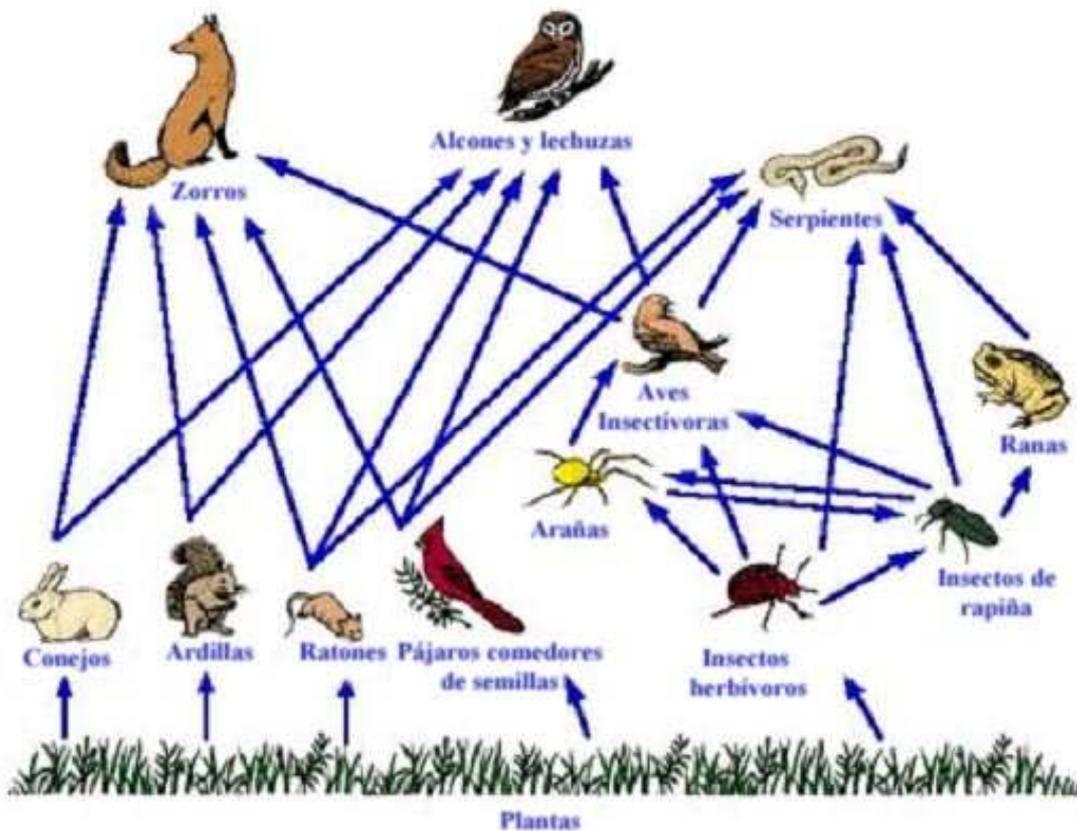


Figura 1.3. Ejemplo de grafo que representa una red genética: relación entre los genes de un organismo.\*



**Figura 1.4.** Grafo que describe una red alimentaria.\*

**Si el objetivo de la clasificación es la cantidad de nodos existente en la red entonces disponemos de tres variantes:**

1. *Pequeñas*: Contienen un máximo de 100 nodos. Ejemplos son algunas redes sociales, de ecosistemas biológicos o de exportación-importación de productos entre países.
2. *Medias*: Incluyen más de 100 y hasta 1.000 nodos. Ejemplos destacados son las redes genéticas, las metabólicas o las económicas, y algunos tipos de redes científicas.
3. *Grandes*: Presentan más de 1.000 nodos, como Internet, las redes telefónicas, las redes de transportes o de carreteras, y algunas redes científicas, entre otras.

En general **se reconoce como una red compleja** a aquella que posea una distribución de conectividades que asemeje a una ley de potencia (ver Figura 1.5), de manera que no pueda ser descrita mediante una Ley de Poisson. En este caso, el concepto de complejo es bastante ambiguo y no está asociado a la incapacidad de describir matemáticamente estas redes con las herramientas conocidas; al contrario, es más bien discriminatorio. Aquello que no pertenece al mundo de los grafos aleatorios o de las redes cristalinas y regulares es complejo. [3]

## **Materiales y Métodos**

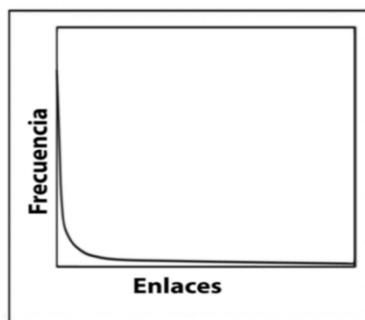
Además de su utilidad como sistema matemático, la teoría de grafos permite la representación de una red como un modelo que consiste en un conjunto de actores y los lazos entre ellos. Aquí los nodos representan los actores, mientras que las relaciones que conectan los nodos significan los lazos entre los actores. Así, el modelo consiste en un conjunto de nodos y un conjunto de relaciones. [4]

---

\* Para obtener más información sobre las Figuras 1.1, 1.2, 1.3 y 1.4, consultar el siguiente URL: <http://web.cecs.pdx.edu/~mm/ExploringComplexityFall2009/pdfslides/Networks.pdf>

**Las propiedades de este tipo de red se rigen por ciertos principios de organización y entre las más importantes se tienen:**

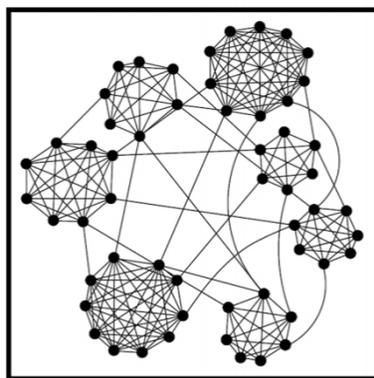
1. *Libres de escala y por Ley de Potencia:* Tienen la particularidad de que los enlaces que las componen están distribuidos de forma muy dispareja. Se le denomina “libre de escala” porque en estos tipos de redes se observa a menudo que un nodo crece (en términos de enlaces) proporcionalmente al tamaño que tiene. En este marco, el comportamiento medio del sistema no es significativo y la noción de media no tiene sentido. Un tamaño típico es aquel que se encuentra más frecuentemente en una muestra, lo cual no existe en este tipo de red. Si bien es posible obtener un promedio, éste no sirve para nada porque estas redes tienen elementos con muchísimas relaciones y otros con muy pocas relaciones. Por ejemplo, lo que se encuentra en los análisis del número de enlaces en la web es que la mayoría de los sitios contiene un número más pequeño de enlaces que la media. Newman ofrece diferentes ejemplos acerca de esta ley. [5]



**Figura 1.5.** *Nodos (en términos de enlaces) creciendo proporcionalmente al tamaño que tienen.*

2. *Sistemas no lineales y altamente distribuidos:* Ello quiere decir que no es posible establecer en el análisis una conexión entre la acción de los actores individuales y las formas de comportamiento del sistema en su globalidad. En otras palabras, el comportamiento de la red no puede ser explicado por medio de la adición o suma de las acciones parciales de sus constituyentes. Es decir, si se considera el estado del sistema en su punto de partida de acuerdo con determinadas condiciones iniciales y se sigue su evolución en el tiempo, el resultado final es bastante diferente a lo previsto.

3. *Efecto mundo pequeño*: Son aquellos subgrafos densos y relativamente independientes, donde el largo de los caminos entre cualquier par de nodos es corto (ver Figura 1.6). Aquí son utilizados los conceptos “coeficiente de racimo  $C_{(G)}$ ” y el “largo del camino promedio  $L_{(G)}$ ”, donde  $C_{(G)}$  caracteriza la proporción de vecinos de un nodo que también son vecinos entre ellos, promediado por todos los nodos, y  $L_{(G)}$  es la distancia del camino más corto entre dos nodos, promediado por todos los pares de nodos. [6]



**Figura 1.6.** Ejemplo de subgrafos densos bajo el efecto mundo pequeño.

Las redes se caracterizan por las propiedades de centralidad, que se refiere a la posición de los nodos en las redes, y centralización, entendiéndose como el conjunto de la estructura de una red; a su vez, estas nociones están basadas en los conceptos de grado, intermediación y proximidad, además, toda red posee una densidad.

- a) Grado: Es el número de lazos de un actor en la red.
- b) Intermediación: Significa que un actor se encuentra entre otros dos actores en la red.
- c) Proximidad: Es la distancia entre un actor y el resto de la red.

Todas las medidas de centralidad y centralización asignan el valor más elevado a la estructura en estrella y el valor más bajo al grafo completo en el cual todas las aristas posibles están presentes, puesto que todos los nodos en ese grafo son homogéneos en todos los aspectos. [7]

Si el interés se centra sobre un actor y los efectos de su posición estructural en ella, se hace necesario conocer su centralidad. Los individuos centrales ocupan una posición privilegiada en los intercambios, en particular por comparación a aquellos que son rechazados a la periferia; son ellos los nodos más significativos de la red y es razonable pensar que esto se traduce en términos de poder. [3]

La centralidad de grado es la más simple y cercana a la intuición, privilegia el punto de vista local y mide la actividad o la capacidad de comunicación o intercambio de cada nodo dentro de la red, no tomando en cuenta su capacidad para controlar estas comunicaciones. El grado de un nodo es útil como índice de su potencial de comunicación.

Se puede también pensar que un individuo es más central si depende menos de los otros en la comunicación con el conjunto de la red. La intermediación es la frecuencia con la cual un nodo se encuentra entre un par de otros nodos en el camino más corto, o geodésica, que los conecta.

Un nodo cuyo lugar se encuentra en el camino de comunicación entre otros nodos exhibe un potencial de control de su comunicación. Es de notar que un nodo puede muy bien estar ligeramente conectado a los otros (es decir, centralidad de grado baja) y sin embargo ser un intermediario esencial en los intercambios, pudiendo influenciar más fácilmente al grupo filtrando o distorsionando la información en circulación. Se define este valor tomando como referencia dos nodos  $(i, j)$ , y un tercero  $k$  intermedio según la ecuación siguiente:

$$g_k = \sum_{i \neq j} g_k(i, j) = \sum_{i \neq j} \frac{C_k(i, j)}{C(i, j)}$$

Donde  $(i, j)$  denota el conjunto de caminos mínimos que hay entre estos dos nodos y  $C_k(i, j)$  es el conjunto de caminos mínimos donde participa el nodo  $k$ , de manera que puede obtenerse el factor  $g_k$  que brinde la centralidad de intermediación que tiene un nodo en una red y diga cuán importante es este nodo para la comunicación dentro de la red. [8]

Una tercera manera de medir la centralidad consiste en medir su grado de proximidad con respecto a todos los otros individuos. Aquí se utilizan las conexiones de un individuo con el conjunto de los miembros de la red. De esta

manera un nodo está próximo a todos los otros nodos del grafo y es visto como central en la medida en que puede evitar el posible control de los otros, dado que una posición es más central mientras menos depende de otros como intermediarios.

Esta es la significación del término centralidad cuando es aplicado a toda la red: una red puede ser centralizada o descentralizada. Al igual que por la centralidad, existen tres medidas de la centralización y cada una corresponde a una de las propiedades utilizadas para definir la centralidad de los nodos de la red (grado, intermediación y proximidad). Se considera que una centralización de grado fuerte es una indicación de comunicación activa entre todos los miembros de la red, mientras que una centralización de fuerte proximidad o intermediación traduce el hecho que un número pequeño de actores controla esta comunicación.

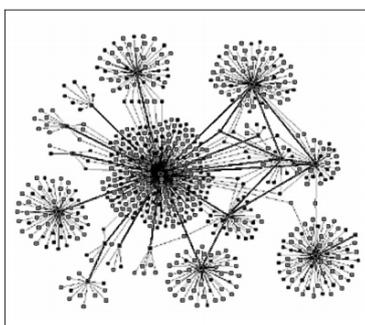
La densidad es la proporción de lazos existentes comparada con los lazos posibles. La definición intuitiva de densidad es entonces el número de relaciones efectivas  $R$  dividido por el número de relaciones posibles,  $(N(N-1))/2$  cuando los lazos no son orientados y, si lo son entonces es  $N(N-1)$ . En las redes desigualmente conectadas, la densidad hace posible medir las áreas más o menos ligadas o enlazadas de la red y detectar el vecindario de un nodo dado, los cuales son reconocidos por su cohesión de acuerdo con la proporción de relaciones entre los nodos. [8]

## Resultados y Discusión

Ejemplos de redes dirigidas y no dirigidas abundan en la naturaleza. Se puede pensar en una red biológica, social o informática. Las redes se presentan en diferentes tamaños, estructuras y para diferentes aplicaciones y/o escenarios. Un aspecto interesante en el estudio de las Redes Complejas resulta ser el factor de transitividad presente en estas, aquí se referencia la frecuencia de aparición de triángulos, o sea puede verse como ejemplo en las relaciones sociales de manera que la probabilidad de que dos personas que alguien conoce, a su vez se conozcan entre sí, es mucho mayor que la probabilidad de que dos personas cualesquiera se conozcan. En este tipo de red aparecen comúnmente zonas con alto grado de concentración de enlaces,

en un grupo de nodos de esta red nombrados clusters, comunidades o islas, los que generalmente se comunican con el resto de la red por medio de nodos con altos grados de intermediación. Encontrar estos nodos concentradores, y las comunidades en general es útil para comprender el comportamiento de múltiples eventos naturales y/o artificiales que responden a este tipo de red.

Es entendible que al inicio de una epidemia son pocos los contagiados, pero a medida que se relacionan con otras personas algunas de estas también se van contagiando y añadiendo enlaces a esta red. Al comienzo estas islas o comunidades son pequeñas, pero a medida que se propaga las enfermedades estas van creciendo y puede que eventualmente se forme una isla mucho más grande que todas las demás. Es cuando el tamaño de esta ocupa la mayoría de la red cuando la enfermedad se convierte en una epidemia, entonces cabe preguntarse cómo saber cuántos enlaces (contagios) tienen que producirse para saber cuándo se está en presencia de una epidemia (o de una isla gigante). Este factor de isla grande siempre existe para este tipo de red, ya que la conectividad necesaria para que esto ocurra es 1, dado que la componente gigante siempre existe producto de los nodos con un alto nivel de conexión (ver Figura 1.7) que impiden que la red se fracture y se convierta en un conglomerado de pequeñas islas independientes. [1]



**Figura 1.7.** Ejemplos de nodos con alto nivel de conexión.

En las redes sociales es útil encontrar la estructura de las relaciones existentes entre diferentes personas para saber cuán importante es respecto a aquellos con los que mantiene algún tipo de enlace y así saber su grado de centralidad, entre otros parámetros. Puede inferirse además la conformación de grupos cohesivos, patrones de comunicación y/o comportamiento, interés etc. Un ejemplo puede extraerse de los mensajes de correos en una institución

donde pueden ser conocidos los posibles grupos y flujos de comunicación, sus patrones o intereses, quiénes son los centros de esta comunicación, etc.

Una forma más general de enfrentar el problema de las asociaciones es tratar de determinar las islas que se forman en una red compleja. Partiendo de que el enlace entre objetos es un conocimiento que puede ser explotado en el agrupamiento, y que puede determinarse qué rasgos de los objetos enlazados están correlacionados, explotar la existencia de enlaces entre objetos que tienen elementos comunes. Otros puntos, para enfrentar el mencionado problema de las asociaciones, pueden ser conocer la estructura de los datos que soportan o necesitan estos objetos, lo cual es tan importante como los objetos en sí, o descubrir grupos que se ocultan en las comunicaciones entre los objetos.

En dirección de la Minería de Datos y Análisis de Textos es buscada la extracción de conocimiento a partir de grandes cantidades de datos, con el fin de descubrir grupos que al relacionarse formen una estructura que al ser visualizada adecuadamente permita lograr una mejor descripción de estos, de manera que se puedan representar usando reglas de asociación como una colección de objetos interrelacionados y enlazados. Otra variante puede ser la búsqueda de palabras importantes y sus relaciones en un conjunto de artículos, mensajes de correos, investigaciones, etc.

## **Conclusiones**

1. La construcción de grafos es la clave para estudiar y comprender mejor el mundo complejo que nos rodea.
2. Un aspecto interesante en el estudio de las Redes Complejas resulta ser el factor de transitividad presente en estas.
3. Las Redes Complejas están compuestas de muchas partes (nodos) y unidas mediante relaciones (enlaces) y generalmente formando múltiples agrupaciones o islas (clústeres).
4. Para entender cómo funcionan las Redes Complejas es preciso describir las características más importantes que son comunes a todos los sistemas complejos.

5. Además de su utilidad como sistema matemático, la teoría de grafos permite la representación de una red como un modelo que consiste en un conjunto de actores y los lazos entre ellos.

### Referencias Bibliográficas

- [1] Aldana, Maximino. *“Redes Complejas”*, 2006.
- [2] Perianes Rodríguez, Antonio; Olmeda Gómez, Carlos; Moya Anegón, *“Introducción al análisis de redes”*. El profesional de la información, 2008, noviembre-diciembre, v. 17, n. 6, pp. 664-669.
- [3] Mulet, R. *“Redes complejas: una perspectiva simple”*. ISSN: 0253-9268; Rev. Cub. de Física, vol.23, No. 2 (2006) p.139-141.
- [4] Polanco, Xavier.” *Análisis de redes: una introducción en Redes de Conocimiento: Construcción, dinámica y gestión*”. Red Iberoamericana de Indicadores de Ciencia y Tecnología (<http://www.ricyt.org>), 2006, pp. 77-112.
- [5] Newman, M. E. J., *Power laws, Pareto distributions and Zipf’s law*.
- [6] Newman, M. E. J., *“Models of the Small World”*. A Review.
- [7] Prizmic, Jure. *“Models of the Small World”*.
- [8] Goh, K.-I., Oh, E.S., Jeong, H., Kahng, B. & Kim, D. *“Classification of scale free networks”*. (2002).