



Octubre 2018 - ISSN: 1989-4155

PROPUESTA DE EJERCICIOS PARA FORTALECER EL CÁLCULO DE LÍMITES EN ESTUDIANTES DE CONTABILIDAD Y FINANZAS EN EL CUM JOBABO.

MSc. Santo Amable Delgado Fernández (Profesor Asistente)

Centro Universitario Municipal Jobabo, Las Tunas, Cuba

Ingeniero Mecanización Agropecuaria. Julio de 1983, Univ. Central de Las Villas, Cuba

Máster en Eficiencia Energética, 2018, Las Tunas.

MSc Yordany Eugenio Monteagudo Nieves (Profesor Asistente).

Centro Universitario Municipal Jobabo, Las Tunas, Cuba

Lic. en Educación. Espec. Matemática., Julio de 2009, Universidad de Ciencias Pedagógicas, Las Tunas

Master en Ciencias de la Educación, 2012, Las Tunas.

Para citar este artículo puede utilizar el siguiente formato:

Santo Amable Delgado Fernández y Yordany Eugenio Monteagudo Nieves (2018): "Propuesta de ejercicios para fortalecer el cálculo de límites en estudiantes de contabilidad y finanzas en el CUM Jobabo", Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo (octubre 2018). En línea:

<https://www.eumed.net/rev/atlanter/2018/10/estudiantes-contabilidad-finanzas.html>

Resumen

Nuestra sociedad necesita formar ciudadanos preparados para participar activamente en el cumplimiento de sus propias necesidades utilizando los adelantos de la ciencia y la técnica; lo que atribuye a la universidad la tarea de pulir la preparación del estudiante para la vida. Con el objetivo de contribuir al logro de ello, en los programas aparece el estudio de la resolución de problemas matemáticos relacionados con la realidad económica, política y social del mundo. Aun así, existen insuficiencias en el aprendizaje de este contenido en los estudiantes, que limitan el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática. Por este motivo se brinda en esta investigación ejercicios estructurados por niveles de desempeño, que contribuye a elevar la eficacia de su aprendizaje.

Palabras Claves: problemas, límites, proceso, enseñanza-aprendizaje.

1. INTRODUCCIÓN

En Cuba, se introducen programas de la Revolución, dirigidos al perfeccionamiento continuo de la Educación Superior, por ello a las universidades, se le asignan las funciones de preservar, desarrollar y promover la cultura de la sociedad, mediante la formación de profesionales, en un momento histórico de profundas transformaciones: económicas, políticas, sociales y culturales.

En los Lineamientos de la Política Económica y Social del Partido, aprobados en el VI Congreso del Partido Comunista de Cuba, se plantea la necesidad de brindar a la sociedad un profesional formado de manera íntegra, profesionalmente competente, con preparación científica para enfrentar los retos de la sociedad moderna y desarrollo humano para vivir y servirla con los valores como pilar fundamental de su formación.

La Educación Superior cubana está enfrascada en mantener "...su modelo de universidad moderna, humanista, universalizada, científica, tecnológica, innovadora, integrada a la sociedad y profundamente comprometida con la construcción de un socialismo próspero y sostenible" (Ministerio de Educación Superior (MES, 2016, p. 3). En los objetivos de trabajo para el año 2016 mantiene como aspecto esencial "Los conceptos claves de todo quehacer universitario: calidad, pertinencia y eficacia con la máxima eficiencia posible, por un desarrollo sostenible, a partir de la idea de lograr una universidad integrada e innovadora" (MES, 2015, p. 6)

Con la finalidad de cumplir con este encargo social en los programas de la asignatura Matemática se declara la necesidad de potenciar en los estudiantes el aprendizaje y la resolución de ejercicios, se ha insistido en el perfeccionamiento de las vías de solución, así como los hábitos y habilidades que deben tener presente para la resolución de los mismos.

La enseñanza-aprendizaje de la Matemática persigue que los estudiantes adquieran una concepción científica del mundo, una cultura general integral y un pensamiento científico que los habitúe a cuantificar, estimar, extraer regularidades, buscar causas y vías de solución incluso de los simples hechos de la vida cotidiana.

Numerosos son los saberes matemáticos básicos que debe conocer el estudiante de la enseñanza superior, sin embargo, muchos de ellos, por su complejidad y nivel de abstracción, resulta un reto para los estudiantes en su empeño por comprenderlo e interpretarlo.

La Matemática juega un papel importante, pues constituye a la formación del pensamiento lógico y abstracto, por la repercusión que tiene la resolución de problemas de la vida práctica en la formación de cualidades de la personalidad. Con la realización de las visitas a clases, la revisión de libretas y la aplicación de un diagnóstico inicial, nos percatamos que las insuficiencias en la asignatura.

Partiendo de estos elementos se efectuó una revisión de la bibliografía especializada en la temática. Como antecedente se encuentra el trabajo de Knut Sydsaeter; Meter J. Hammond; Raquel Maqueira; Celia Fernández. G. Todo lo antes expuesto nos permitió determinar la existencia de una contradicción entre los objetivos del programa de Matemática y la forma semipresencial de enseñanza, por lo que dimos inicio al proceso de fundamentación teórico a partir de los siguientes elementos:

Como **problema científico** declaro: ¿Cómo favorecer los niveles de desempeño para el cálculo de Límites?

Objetivo de investigación: Proponer ejercicios estructurados por niveles de desempeño que favorezcan el proceso de cálculo de límites.

2. DESARROLLO

2.1. Métodos de investigación empleados.

2.1.1. Métodos del nivel teórico:

2.1.1.1. Histórico y lógico: para analizar el comportamiento y conocimiento de las distintas etapas, su sucesión cronológica, su evolución, su historia, su desenvolvimiento, sus conexiones, su esencia, las leyes más generales de funcionamiento del desarrollo del pensamiento relacional a través de la resolución de ejercicios.

2.1.1.2. Estudio y análisis de fuentes documentales: para el estudio de los documentos normativos y de toda la teoría relacionada con el tema de la resolución de ejercicios de límites, lo cual contribuyó a la determinación de los indicadores.

2.1.1.3. Hipotético y deductivo: a partir del estudio, revisión y procesamiento de la información que se obtuvo en las diferentes pruebas aplicadas, arribar a conclusiones particulares derivadas de las preguntas formuladas, y luego comprobar la situación en que se encuentran los estudiantes en la resolución de ejercicios de límites.

Inducción y deducción: como métodos generales se emplearon durante toda la investigación, especialmente al determinar la estrategia encaminada a fortalecer la preparación de los estudiantes en el cálculo de límites.

2.1.1.4. Modelación: en la elaboración del método y el sistema de procedimientos para la producción de consecuencias de los datos que contribuye al desarrollo del cálculo.

2.2. Métodos del nivel empíricos y técnicas:

2.2.1. La observación: para obtener información sobre el estado inicial y la evolución de la resolución de ejercicios.

2.2.2. Prueba pedagógica: para comprobar en la práctica la factibilidad y viabilidad de la propuesta didáctica para desarrollar en la resolución de ejercicios de Límites.

2.2.3. Las encuestas: para obtener información del nivel de desarrollo del conocimiento.

2.2.4. Las entrevistas: para determinar el nivel de información que poseen referido al desarrollo del cálculo y el trabajo dirigido a estimular dicho pensamiento.

2.2.5. Método Estadístico: para medir las características de la información, para resumir los valores individuales, y para analizar los datos a fin de extraerles el máximo de información.

La investigación se llevó a cabo en el Centro Universitario Municipal de Jobabo.

3. Sistematización de los antecedentes históricos y los fundamentos teóricos relacionados con la resolución de ejercicios en el proceso de enseñanza-aprendizaje y la cultura de la humanidad

La Matemática surgida en la más remota antigüedad tenía por objeto las formas más simples de los números y las figuras geométricas. En lo fundamental se conservó así hasta el siglo XVII en que surgieron teorías como la de "los conjuntos" que reestructuraron todo el sistema de las Matemáticas, ". Sin los Límites, el sistema de los números reales estaría seriamente incompleto, versan sobre las formas espaciales y las relaciones cuantitativas del mundo real y se establece como ciencia.

Como disciplina la Matemática toma los elementos más generales de la ciencia, pero tiene su propia lógica, sus métodos, técnicas y procedimientos. Uno de los elementos del conocimiento de esta disciplina en nuestro criterio modular lo constituye por su posibilidad integradora en la resolución de problemas matemáticos.

Los problemas típicos que dieron origen al cálculo infinitesimal, comenzaron a plantearse en la época clásica de la antigua Grecia (siglo III a.c), con conceptos de tipo geométrico como el problema de la tangente a una curva de Apolonio de Perge (c. 262 - c. 190 a. C.) pero no se encontraron métodos sistemáticos de resolución hasta el siglo XVII por la obra de Isaac Newton (1642--1727) y Gottfried Leibniz (1646-1716).

Ellos sintetizaron dos conceptos y métodos usados por sus predecesores en lo que hoy llamamos «diferenciación» e «integración». Desarrollaron reglas para manipular las derivadas (reglas de derivación) y mostraron que ambos conceptos eran inversos (teorema fundamental del cálculo).

Desde el siglo XVII, muchos matemáticos han contribuido al cálculo diferencial. En el siglo XIX, el cálculo tomó un estilo más riguroso, debido a matemáticos como Augustin Louis Cauchy (1789–1857), Bernhard Riemann (1826–1866), y Karl Weierstrass (1815–1897). Fue también durante este periodo que el cálculo diferencial fue generalizado al espacio euclídeo y el plano complejo.

El **cálculo diferencial** es una parte del análisis matemático que consiste en el estudio de cómo cambian las funciones cuando sus variables cambian. El principal objeto de estudio en el cálculo diferencial es la derivada. Una noción estrechamente relacionada es la de diferencial de una función.

El estudio del cambio de una función es de especial interés para el cálculo diferencial, en concreto el caso en el que el cambio de las variables es infinitesimal, esto es, cuando dicho cambio tiende a cero (se hace tan pequeño como se desee). Y es que el cálculo diferencial se apoya constantemente en el concepto básico del límite. El paso al límite es la principal herramienta que permite desarrollar la teoría del cálculo diferencial y la que lo diferencia claramente del álgebra.

Desde el punto de vista matemático de las funciones y la geometría, la derivada de una función en un cierto punto es una medida de la tasa en la cual una función cambia conforme un argumento se modifica. Esto es, una derivada involucra, en términos matemáticos, una **tasa de cambio**. Una derivada es el cálculo de las pendientes instantáneas de en cada punto. Esto se corresponde a las pendientes de las tangentes de la gráfica de dicha función en sus

puntos (una tangente por punto); Las derivadas pueden ser utilizadas para conocer la concavidad de una función, sus intervalos de crecimiento, sus máximos y mínimos.

La inversa de una derivada se llama primitiva, antiderivada o integral indefinida.

3.1. Diferenciación y diferenciabilidad.

Una función de una variable es **diferenciable** en un punto si su derivada existe en ese punto; una función es diferenciable en un intervalo si lo es en cada punto perteneciente al intervalo. Si una función no es continua en c , entonces no puede ser diferenciable en c ; sin embargo, aunque una función sea continua en c , puede no ser diferenciable. Es decir, toda función diferenciable en un punto c es continua en c , pero no toda función continua en c es diferenciable en c (como $f(x) = |x|$ es continua pero no diferenciable en $x = 0$).

Recta secante entre los puntos $f(x+h)$ y $f(x)$.

Las derivadas se definen tomando el límite de la pendiente de las rectas secantes conforme se van aproximando a la recta tangente.

Es difícil hallar directamente la pendiente de la recta tangente de una función porque sólo conocemos un punto de ésta, el punto donde ha de ser tangente a la función. Por ello, aproximaremos la recta tangente por rectas secantes. Cuando tomemos el límite de las pendientes de las secantes próximas, obtendremos la pendiente de la recta tangente.

Para obtener estas pendientes, tomemos un número arbitrariamente pequeño que llamaremos h . h representa una pequeña variación en x , y puede ser tanto positivo como negativo.

Esta expresión es un *cociente diferencial* de Newton. La *derivada de f en x* es el límite del valor del cociente

diferencial conforme las líneas secantes se acercan más a la tangente:

Si la derivada de f existe en cada punto x , podemos definir la *derivada de f* como la función cuyo valor en el punto x es la derivada de f en x .

Puesto que la inmediata sustitución de h por 0 da como resultado una división por cero, calcular la derivada directamente puede ser poco intuitivo. Una técnica es simplificar el numerador de modo que la h del denominador pueda ser cancelada. Esto resulta muy sencillo con funciones polinómicas, pero para la mayoría de las funciones resulta demasiado complicado. Afortunadamente, hay reglas generales que facilitan la diferenciación de la mayoría de las funciones descritas.

3.2. El cociente diferencial alternativo

La derivada de $f(x)$ (tal como la definió Newton) se describió como el límite, conforme h se aproxima a cero. Una explicación alternativa de la derivada puede ser interpretada a partir del cociente de Newton. Si se utiliza la fórmula anterior, la derivada en c es igual al límite conforme h se aproxima a cero de $[f(c+h) - f(c)] / h$. Si se deja que $h = x - c$ (por ende $c + h = x$), entonces x se aproxima a c (conforme h tiende a cero). Así, la derivada es igual al límite conforme x se aproxima a c , de $[f(x) - f(c)] / (x - c)$. Esta definición se utiliza para una demostración parcial de la regla de la cadena.

3.3. Funciones de varias variables

Para funciones de varias variables las condiciones de diferenciabilidad son más estrictas y requieren más condiciones a parte de la existencia de derivadas parciales. En concreto se requiere la existencia de una aproximación lineal a la función en el entorno de un punto. Dada una base vectorial esta aproximación lineal viene dada por la matriz jacobiana.

El profesor debe de tener el diagnóstico de cada estudiante para atender sus diferencias individuales desde la orientación del trabajo independiente y al iniciar cada clase, para decidir la validez de la forma de organización que le ha dado a la clase y realizar los ajustes correspondientes.

- Comprensión de los objetivos por el alumno.
- Formulación correcta de la tarea.
- Fundamentación del contenido de las tareas.
- Indicaciones o pasos a seguir.
- Incremento continuo de la complejidad de las tareas y de la actividad cognoscitiva de los estudiantes.
- Desarrollo individual en la actividad colectiva.
- Integración de lo instructivo, lo educativo y lo desarrollador.
- Tiempo razonable para darle solución.
- Lograr suficiente motivación en los alumnos.
- Conocimientos y procedimientos mínimos.
- Comentar posibles dificultades y resultados.
- Nivel del alumno, naturaleza del conocimiento, habilidades y conocimientos precedentes.
- La forma de evaluación.

3.4. Elaboración de ejercicios por niveles de desempeño que favorezcan su resolución.

La vía fundamental de organizar adecuadamente el contenido en función del logro de los objetivos trazados, debe fundamentarse en el trabajo con ejercicios correctamente estructurados para resumir en ellos las exigencias que deben garantizar su preparación y con ello, el desarrollo de una capacidad independiente en la solución de los mismos, sin olvidar que el estudiante en el proceso de enseñanza aprendizaje productivo es sujeto y objeto.

Los ejercicios están propuestos para elevar el aprendizaje de la resolución, los mismos tienen como objetivo el desempeño de los estudiantes en el cálculo de ejercicios, promoviendo la inserción en la sociedad de los mismos como ciudadanos activos y constructivos, los que deben formar parte de la estrategia educativa para que el aprendizaje se transforme en capacidad para tomar decisiones, resolver problemas, pensar creativa y críticamente, comunicarse con eficiencia, establecer y mantener relaciones interpersonales, lo que es posible sólo con una educación científica, por lo cual se está sugiriendo un cambio de visión en el enfoque.

Para el trabajo con los ejercicios propuestos es imprescindible haber fijado en los estudiantes el algoritmo de trabajo según lo establecen las bibliografías correspondientes, como documento rector del curricular de estudios vigente.

En esta propuesta se pueden insertar ejercicios que tengan en cuenta los programas directores. Estos están determinados por los diferentes niveles de desempeño,

Notación: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$

Mencione algunas de las propiedades de los límites

Unicidad: el límite cuando existe es único.

El límite de $f(x)$ cuando x tiende a x_0 existe si y solo si

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$$

El límite de una constante es la misma constante.

El límite de una suma es la suma de los límites.

El límite de un producto es el producto de los límites.

El límite de un cociente es el cociente de los límites.

El límite de un radical es la raíz del límite.

Propiedades si f y g son funciones tales que:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \quad \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = B \quad \text{entonces}$$

$$1. \quad \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = A + B$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow x_0} K f(x) = K \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = KA \quad K(\text{constante})$$

$$3. \quad \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = A \cdot B$$

$$4. \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)} = \frac{A}{B} \quad , \quad B \neq 0$$

$$5. \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)} = \sqrt[n]{A}$$

¿A qué se reduce el cálculo del límite en las funciones elementales?

El cálculo del límite de estas funciones en un punto se reduce a una simple evaluación.

3.4.1. Pedirle a los estudiantes que pongan ejemplos

Ejemplos: Calcular.

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} 5 = 5$
- b) $\lim_{x \rightarrow -2} x = -2$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} (3x + 1) = 1$

Siempre será posible evaluar, qué sucede con la función $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$ en el entorno de $x_0 = 3$

¿Cómo calcular el límite de esta función cuando $x \rightarrow 3$? Si evaluamos para $x = 3$ se obtiene $\frac{0}{0}$ que es una forma indeterminada.

¿Qué expresa el teorema que utilizamos para determinar este límite?

Teorema: Si $f(x) = g(x)$ en un entorno del punto $x = x_0$, y si uno de ellos tiene límite cuando $x \rightarrow x_0$, entonces también lo tendrá la otra y lo más importante los límites son iguales $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$

$$\text{Nota: } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{K}{f(x)} = \infty, \quad \text{si } f(x) \rightarrow 0 \text{ cuando } x \rightarrow x_0$$

Ejemplo

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3} = \frac{0}{0} \text{ indeterminación si evaluamos}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)}{(x+1)} = \frac{3+3}{3+1} = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{x-2} = \infty$$

¿A qué denominamos límites notable Algebraico?

El dominio de este contenido es muy importante porque es una herramienta muy poderosa para darle solución a varios problemas de diferentes ciencias y en el campo de la economía.

Dentro de la Matemática Superior existe un número sumamente importante por su utilidad, pues constituye la base de los llamados logaritmos naturales o neperianos.

Este número se denota siempre por la letra e y es conocido como número de Euler,

En el desarrollo de la clase es conviene resaltar figuras históricas de la disciplina o de otras ciencias que se destacaron por sus grandes aportes a la humanidad y por la pasión con la que trabajaron para la misma, esto sin lugar a dudas motiva a los estudiantes, pues inculca en ellos el amor por el desarrollo de la ciencia, a la vez que constituyen ejemplos emblemáticos que los estimula a inclinarse hacia la investigación científica. Es por ello que en esta guía resaltemos la vida del matemático Suizo Euler Conocido como el Príncipe de las Matemática y en la próxima obra de dos de los grandes: Newton y Leibniz

No solo existe un resultado de este tipo en la parte algebraica, también dentro de la trigonometría contamos con un resultado similar, el límite fundamental trigonométrico.

$$f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

La función presenta una indeterminación del tipo 1^∞ cuando la x tiende al infinito. Puede ser demostrado que ese

$$\text{resultado es } e, \text{ es decir: } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$\beta(x) = \frac{1}{x},$$

Si en el límite anterior hacemos

$$\text{es claro que } \lim_{x \rightarrow \infty} \beta(x) = 0 \text{ y el límite anterior}$$

$$\text{puede escribirse en la forma: } \lim_{\beta(x) \rightarrow 0} (1 + \beta(x))^{\frac{1}{\beta(x)}} = e$$

Si $\beta(x)$ es un infinitesimal en x_0 , es decir si $\lim_{x \rightarrow x_0} \beta(x) = 0$ se obtiene un resultado más general, también

$$\text{es cierto que } \lim_{x \rightarrow x_0} (1 + \beta(x))^{\frac{1}{\beta(x)}} = e \quad \lim_{x \rightarrow x_0} [1 + B(x)]^{\frac{1}{B(x)}} = e$$

Resolución de la indeterminación: 1^∞

$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)]^{g(x)}$ si $f(x) \rightarrow 1$ y $g(x) \rightarrow \infty$ cuando $x \rightarrow x_0$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)]^{g(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - 1}{g(x)}}$$

3.4.2. ¿A qué denominamos límites notables trigonométricos?

Si consideramos la función $f(x) = \frac{\text{sen} x}{x}$ cuando x tiende a cero tenemos que el $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen} x}{x}$ presenta una indeterminación del tipo $\frac{0}{0}$,

sin embargo, puede ser demostrado que

este límite existe y se cumple que :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen} x}{x} = 1$$

Un resultado más general se obtiene cuando $\beta(x)$ es un infinitesimal en x_0 , pero que no se anule en ningún x perteneciente a un entorno de x_0 (reducido). El resultado es:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\text{sen} \beta(x)}{\beta(x)} = 1 \text{ si } \beta(x) \rightarrow 0 \text{ cuando } x \rightarrow x_0$$

Resuelva los siguientes límites

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - 2x + 4}{4x^3 + 5x^4 - 2}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Sen}^2 x}{1 - \text{Cos} x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x)^{\frac{1}{\ln x}}$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x-3)}{x^2 - 3x}$ f) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1-2x)^{\frac{1}{2x}}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+4x)^{\frac{2}{x}}$ h) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\text{sen}(x^2 - 9)}{x - 3}$ i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x + 1}{x^8 - 2x + 1}$ j)

k) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x-2} \right)^x$ l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen} 3(x-2)}{6x^2 - 12x}$ m) $\lim_{x \rightarrow 0} (1-6x)^{\frac{1}{x}}$

$$\begin{array}{ll}
 \text{m) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2} & \text{n) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x \sin 2x} \quad \text{n) } \lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5) \frac{1}{x - 2} \quad \tilde{\text{n) }} \lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln x \quad \text{o) } \\
 \lim_{x \rightarrow 1} (3x - 2)^{\frac{1}{x-1}} & \text{p) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}} \quad \text{q) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{1}{x}} \quad \text{s) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{e^x - 1}
 \end{array}$$

CONCLUSIONES

- 1- Señalar las principales dificultades observadas en el desarrollo de los ejercicios, así como los aspectos positivos para ir estimulando a los estudiantes (todo esto de manera general)
- 2-Reconocer la actividad de los estudiantes con mejores resultados (casos específicos).
- 3-Generalizar acerca de la calidad de la actividad e inferir acerca del estudio independiente.
- 4-Dar orientaciones para superar las deficiencias y en caso de que el profesor compruebe que han existido muchas dificultades en la comprensión del contenido, podrá programar consultas.

BIBLIOGRAFÍA

Acosta González, R y colectivo departamento Matemática. Tutorial sobre Graficación con el uso del Geogebra. Material digital, disponible en: Plataforma MOODLE.

Colectivo de autores.(2007). Laboratorio de Matemática Superior. Editorial Félix Varela. La Habana.

Demidov, S.S. (2005). «Treatise on the differential calculus» en Grattan-Guinness, I., ed., Landmark Writings in Western Mathematics. Elsevier: 191-98.

Bartle, R. G (1976). The Elements of Real Analysis. 2a ed. New York: John Wiley and Sons. Dixit, A. K. (1990) Optimization in Economic Theory. 2a ed. Londres: Oxford University Press.

Descarga de Libros de Ciencias de la editorial MIR de forma gratuita. Disponible en: http://www.cienciamatematica.com/librosdematematica_pag2.html . Consultado en 20 de Mayo de 2018 a las 15:30pm

Earl W. Supkowski.(2003). Cálculo con Geometría analítica. Editorial Félix Varela. La Habana.

Fuente, H e Ilsa Álvarez,(1998). Dinámica del proceso docente educativo de la Educación Superior. Universidad de Oriente. Santiago de Cuba.

Ginoris Quesada, Oscar,(2009). Fundamentos Didácticos de la Educación Superior Cubana. Editorial Félix Varela. La Habana.

K. Sydsaeter and Meter J. Hammond.(2003). Matemáticas para el Análisis Económico. Tomos I y II. Editorial Félix Varela. La Habana.

Lineamientos de la Política Económica y Social del Partido y la Revolución. (2011). La Habana. Cuba.

Ministerio de Educación Superior(2007). Resolución No.210.Reglamento para el Trabajo Docente-Metodología.35p

Ministerio de Educación Superior(1985).Dirección Docente Metodológica, MES: El trabajo Independiente.

Peña Santos, Andrés y Rafael E. Pérez Grave de Peralta.(2007). La clase encuentro. Universidad de Las Tunas: Editorial Universitaria.ISBN 978-959-16-0639-6.

Swokowski. Earl (2003): Cálculo con Geometría Analítica. Grupo Editorial Iberoamérica.