



Septiembre 2018 - ISSN: 1989-4155

“CÁLCULO DIFERENCIAL Y EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO”

Luis Guerrero- Garcés

Universidad Técnica de Ambato
Ambato, ECUADOR
ll.guerrero @uta.edu.ec

Andrea Hernández-Allauca

Escuela Superior Politécnica de Chimborazo
Riobamba, ECUADOR
andrea.hernandez@epoch.edu.ec

Oscar Martínez- Muñoz

Instituto Tecnológico Superior Carlos Cisneros
Secretaría de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación (SENESCYT)
Riobamba, ECUADOR
omartinez@institutos.gob.ec

Jonathan Segura- Márquez

Universidad Estatal Amazónica
Sucumbíos, ECUADOR
jsegura@uea.edu.ec

Para citar este artículo puede utilizar el siguiente formato:

Luis Guerrero- Garcés, Andrea Hernández-Allauca, Oscar Martínez- Muñoz y Jonathan Segura- Márquez (2018): “Cálculo diferencial y el desarrollo del pensamiento matemático.”, Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo (septiembre 2018). En línea:

<https://www.eumed.net/rev/atlanter/2018/09/pensamiento-matematico.html>

* Magister en Docencia Universitaria y Administración Educativa, Magister en Costos y Gestión Financiera, Ingeniero en Ciencias de la Educación Física y matemática, Ingeniero Civil, Docente Ocasional de la Universidad Técnica de Ambato, Docente Ocasional en la Universidad Tecnológica Indoamérica y en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo

** Magister en Ciencias de la Educación Aprendizaje de la Matemática, Licenciada en Ciencias de la Educación Profesora de Ciencias Exactas, Docente Ocasional de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, en la Facultad de Recursos Naturales, Mentora en Matemática del SNNA – SENESCYT, Formadora de Formadores SECAP.

*** Ingeniero Automotriz, Docente Ocasional en la Universidad Nacional de Chimborazo en la Unidad de Nivelación y Admisión, Docente Ocasional de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo en la Unidad de Admisión y Nivelación área de Física y Matemática, actualmente Docente Ocasional (SENESCYT) en el Instituto Tecnológico Superior “Carlos Cisneros”

**** Ingeniero de Empresas. Magister en Gestión de Proyectos de Desarrollo. Docente Ocasional en la Universidad Nacional de Chimborazo. Coordinador de la Unidad de Nivelación y Admisión de la UEA Sucumbíos. Docente Investigador de la UEA. Capacitador en Emprendimiento y Coaching de Aula. Actualmente parte del equipo investigador de la UEA Sucumbíos.

Resumen

La investigación se realizó con estudiantes que reciben la cátedra de cálculo diferencial de universidades de la zona centro de Ecuador. Su objetivo establece la relación entre el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes y la planificación de clases de los docentes en la asignatura de Cálculo Diferencial. La investigación siguió un enfoque cuantitativo correlacional, de campo, utiliza la técnica Fuzzy para medir el pensamiento matemático. Los resultados muestran una correlación significativa entre lo que el docente desarrolla y los resultados de aprendizaje obtenidos por los estudiantes, y cómo también la aplicación del enfoque pedagógico está relacionado con el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes.

De los instrumentos aplicados a los estudiantes, se observa claramente una diferencia de 1,42 puntos de manera grupal, que indica que la planificación de estrategias para la enseñanza de las matemáticas con el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de cálculo diferencial de diferentes programas académicos de las universidades incide positivamente en su rendimiento académico.

Palabras claves: Pensamiento matemático, práctica pedagógica, técnica Fuzzy, cálculo diferencial, planificación.

ABSTRACT

TITLE

"Differential calculation and the development of mathematical thinking"

The research was carried out with students who receive the differential calculus professorship from universities in the central zone of Ecuador. Its objective establishes the relationship between the development of mathematical thinking of students and the planning of classes of teachers in the subject of Differential Calculus. The research followed a quantitative, correlational field approach, using the Fuzzy technique to measure mathematical thinking. The results show a significant correlation between what the teacher develops and the learning results obtained by the students, and how the application of the pedagogical approach is also related to the development of students' mathematical thinking.

From the instruments applied to the students, a difference of 1.42 points is clearly observed in a group manner, which indicates that the planning of strategies for the teaching of mathematics with the development of mathematical thinking of the students of differential calculus of different programs Academics of the universities positively affects their academic performance.

Key Words: Mathematical thinking, pedagogical practice, Fuzzy technique, differential calculus, planning.

INTRODUCCIÓN

La matemática es calificada como la madre de otras ciencias, ya que en esta rama es donde fundamenta y se genera experticia en los procesos complejos de conocimiento, donde es necesario el pensamiento crítico, reflexivo y analítico; esta, desarrolla la capacidad para razonar, formular y solucionar problemas, y cobra importancia en los primeros pasos de la formación intelectual de las personas en los procesos de abstracción. Sin embargo, la enseñanza de las matemáticas en el ámbito académico universitario en las universidades de la zona centro del país no ha logrado la eficacia alcanzada en otras áreas; se presentan dificultades en los procesos de aprendizaje, el rendimiento académico es relativamente bajo, siendo una de las causas más relevantes de deserción en estudiantes de segundo a tercer semestre en asignaturas de cálculo diferencial, integral y ecuaciones diferenciales.

Para Borrero (2003), planificar, ejecutar de acuerdo a metas y propósitos proyectados y emitir un juicio evaluativo sobre sus realizaciones, son actos propios de la persona y las instituciones éticamente responsables, utilizando la planeación para ejecutar procesos pedagógicos y metodológicos efectivos en el aula.

En las instituciones que se procedió a realizar la investigación la situación se ajusta a dicho contexto; puesto que, durante años, ha predominado la práctica educativa tradicional que basa únicamente en la transmisión verbal de contenidos por parte del profesor con baja interacción con los estudiantes y escaso trabajo participativo o en equipo, predominando sujetos reproductores del discurso, orientado a solucionar problemas de libros de cálculo, sin que desarrolle habilidades para gestionar relaciones explícitas con los aspectos de la vida cotidiana y adquirir competencias que eviten el manejo de conceptos enfocados fuera de contexto, los cuales generan respuestas inadecuadas o incluso incorrectas (Orozco, 2007).

Las instituciones de educación superior, en general, realizan ingentes esfuerzos por mejorar la calidad de los aprendizajes de los estudiantes en todas sus materias de estudio y cada institución maneja un micro currículo como proceso de planeación y no se diligencian formatos estándar de planeación de clase; sin embargo, algunos profesores realizan formatos individuales para hacer seguimiento y registrar temáticas de sus clases. La planeación, entonces, se aproxima a elementos contextualizados acorde a la producción colaborativa por parte de estudiantes y profesores mediante el acercamiento de los objetos de estudio con el entorno. La investigación analiza el aporte que los modelos pedagógicos manifestados en los proyectos educativos que las universidades hacen mediante la planeación de estrategias pedagógicas como herramientas mediadoras para el aprendizaje en el contexto de la educación matemática.

Algunos estudios han realizado aportes en torno al aprendizaje del cálculo diferencial, desarrollo del pensamiento matemático y rendimiento académico.

Así por ejemplo, Boigues, Llinares y Estruch (2010), caracterizaron el desarrollo del esquema de la integral definida usando una métrica Fuzzy para determinar el grado de desarrollo en los niveles intra, inter y trans (Piaget & García, 1984). Así mismo, Proenza y Leyva (2006), en su estudio miden el rendimiento académico e interpretan la formación matemática de los jóvenes en el nivel básico; y, Villarreal (2003), caracteriza los procesos de pensamiento de estudiantes universitarios al abordar cuestiones de cálculo diferencial en un ambiente computacional.

El objetivo de esta investigación consistió en correlacionar la planificación de estrategias para la enseñanza de las matemáticas con el desarrollo del pensamiento matemático de los

estudiantes de cálculo diferencial de diferentes programas académicos de universidades. Para lograr este cometido, la investigación caracterizó la planificación que realizan los profesores para la enseñanza del cálculo diferencial en los programas académicos de las universidades, determinó el grado de desarrollo del pensamiento matemático de estudiantes de cálculo diferencial; revisó los modelos pedagógicos desde la perspectiva dialógica y la relación con el profesor al momento de realizar la planeación de sus sesiones de clase, teniendo en cuenta el desarrollo del pensamiento matemático en la asignatura de Cálculo diferencial y Matemática II en estudiantes de diferentes programas académicos.

Entre los referentes teóricos más sobresalientes que acompañaron esta investigación se citaron entre otros según diversos autores, los siguientes:

Planeación educativa: Rojas (2009), lo considera como un proceso continuo y sistémico de construcción colectiva donde participan y se involucran todas las personas que interactúan y hacen vida en la escuela.

Desarrollo del pensamiento matemático: Para Cantoral (2005), éste se interpreta como una reflexión espontánea que los matemáticos realizan sobre la naturaleza de su conocimiento y sobre la naturaleza del proceso de descubrimiento e invención en matemáticas. Por su parte, para Amestoy (2001), el pensamiento se manifiesta en un dominio de tareas que involucran recordar, comprender, aprender, resolver problemas, inducir reglas, definir conceptos, percibir y reconocer estímulos.

Amestoy (2001), describe el pensamiento en términos de tres mecanismos principales: 1) el reconocimiento de un sistema de índices que dan acceso a la información almacenada en la memoria de larga duración; 2) un sistema para la búsqueda selectiva medios-fines, el cual es capaz de resolver problemas e inducir reglas; y 3) un sistema de construcción de representaciones de dominios de nuevos problemas, a partir de la descripción de estos dominios en lenguaje natural.

Teoría crítica: Para Mora (2005), la formación de los jóvenes debe contribuir a aumentar su capacidad crítica, reflexiva y transformadora y oponerse a las desigualdades sociales, económicas y políticas por las que se enfrenta el joven. Para ello, la estrategia central de la pedagogía crítica es, en consecuencia, la búsqueda de las representaciones y contradicciones que caracterizan la complejidad del mundo político y social, lo cual traerá como resultado último fomentar en los estudiantes las condiciones intelectuales necesarias para el análisis riguroso de los procesos que envuelven la vida de cada persona, tanto en lo individual como en lo colectivo (p. 34).

Educación matemática dialógica: La comunicación, la negociación y el diálogo deben estar siempre presentes en todas las actividades realizadas por los profesores. Tanto estudiantes como profesores deben dialogar sobre los contenidos a presentar en el aula (con sus implicaciones económicas, sociales, culturales y políticas). En este sentido, Ernest (2004), desde la perspectiva del constructivismo social, plantea cómo se tienen connotaciones relacionadas tanto con el intercambio de información y como morales. Con el uso de la metáfora conversacional en el aprendizaje de la matemática se vinculan el diálogo, el respeto y veracidad mutuos entre el profesor y estudiante.

DESARROLLO

Práctica pedagógica

Respecto a la práctica pedagógica hay numerosos conceptos dependiendo del enfoque epistemológico, pedagógico y de maestro que se asuma. Incluso se encuentran diferentes calificativos para la práctica tales como pedagógica, docente, educativa, de enseñanza y aplicadas a situaciones de labor profesional o de etapa en la formación de los futuros maestros. Algunos de esos conceptos son: "Una praxis social, objetiva e intencional en la que intervienen los significados, las percepciones y las acciones de los agentes implicados en el proceso - maestros, alumnos, autoridades educativas, y padres de familia- como los aspectos políticos institucionales, administrativos, y normativos , que según el proyecto educativo de cada país, delimitan la función del maestro" (Fierro, 1999:21). "Práctica educativa como experiencia antropológica de cualquier cultura, aquella que se desprenden de la propia institucionalización de la educación en el sistema escolar y dentro del marco en el que se regula la educación"(Gimeno, 1997: en Diker, 1997:120). "Práctica escolar, desde un enfoque ecológico es un campo atravesado por múltiples dimensiones: ideológicas, sociopolíticas, personales, curriculares, técnicas." (Del Valle y Vega, 1995:31)

Caracterización de las Prácticas según el paradigma de profesor En la siguiente tabla se presenta una caracterización basada en las realizadas por Zeichner (1983) Montero (1987) y Zabalza (1988) de los modelos de práctica, atendiendo a los paradigmas de profesor que han primado en las últimas décadas.

Figura Nº 1. Caracterización de las Prácticas Pedagógicas

Paradigma de profesor	Enfoque de práctica
Profesor técnico. Concepción tradicional oficio.	Las prácticas son esenciales para adquirir las técnicas del oficio de ser maestro. El esquema tradicional para su desarrollo consiste en: información – observación – imitación de profesores experimentados. Se observa una clara separación entre la teoría y la práctica.
Profesor psicólogo humanista. Concepción personalista	Las prácticas son el espacio para contribuir al desarrollo integral del futuro profesor pues le permite acercarse de lleno a la realidad de las instituciones educativas e incidir directamente en ellas. El enfoque de práctica se corresponde con los proyectos sociales comunitarios en cuyo trasfondo subyace la idea de cumplir una misión con las comunidades deprimidas. El practicante se entrega de lleno a contribuir a la solución de problemas de la comunidad.
Profesor investigador Concepción orientada a la indagación.	La práctica proporciona capacidad de análisis de la acción, de las creencias y teorías implícitas que subyacen en ellas, de los significados otorgados por los protagonistas de la acción y del bagaje que los futuros profesores traen ya a la formación. El enfoque de práctica considera necesario integrar la teoría y la práctica pues supone que la práctica es un espacio para lograr conocimientos nuevos, que deben analizarse a profundidad.

Cálculo diferencial

Un estudio histórico que pretendía precisar cuáles problemas había provocado la evolución de las relaciones con la noción de diferencial y de diferenciabilidad en las matemáticas a fines del siglo pasado y comienzos de éste. Este estudio se hacía necesario en la medida en que el problema del status de las diferenciales, definido en términos de pequeño crecimiento para unos o de aplicación lineal tangente para los otros, se había manifestado como el punto de cristalización de los debates entre matemáticos y físicos en la sección experimental. Un estudio de la evolución de la enseñanza de las matemáticas y de la física en este dominio desde comienzos de este siglo, tanto a nivel secundario como universitario (programas y manuales), y de los debates que habían acompañado esta evolución, en especial aquellos reseñados en la revista *Enseignement Mathématique* (Enseñanza Matemática).

Las matemáticas del ciclo básico de los problemas que requieren modelaje por ecuaciones por lo general no se consideran, ya que los problemas aparecen directamente formulados en un lenguaje diferencial (se estudia la velocidad de desintegración de un cuerpo radioactivo, o se buscan las curvas cuya tangente posee tal propiedad, etc.). Uno puede preguntarse qué relaciones con estas nociones construyen los estudiantes, en estas condiciones, y cómo ellas repercuten en sus concepciones de las distorsiones existentes entre la enseñanza de las dos disciplinas. De hecho, en física parece que los estudiantes consideran todo lo concerniente a los procedimientos diferenciales e integrales como “aproximativo” y “cómodo”, es decir, como un sector donde es mejor funcionar con base en mecanizaciones sin tratar de comprender (Legrand, 1993).

Los estudiantes se adaptan a su utilización y aprenden a reconocer las ocasiones cuando toca utilizarlos al mirar los términos presentes en los enunciados (Legrand, 1986).

Las dificultades de acceso al cálculo son de diversa índole y se imbrican y refuerzan mutuamente en redes complejas. Por lo tanto es posible reagruparlas en grandes categorías. Esto es lo que haremos en este apartado al examinar sucesivamente tres grandes tipos de dificultades: (Praslon, 1994)

- Aquellas asociadas con la complejidad de los objetos básicos del cálculo (números reales, sucesiones, funciones) y al hecho de que estos objetos se conceptualizan plenamente cuando se inicia una enseñanza del cálculo que va a contribuir de forma fuerte a tal conceptualización
- Aquellas asociadas a la conceptualización y a la formalización de la noción de límite, centro del campo del cálculo
- Aquellas vinculadas con las rupturas necesarias con relación a los modos de pensamiento puramente algebraico, muy familiar, y a las especificidades del trabajo técnico en el cálculo

Cuando se inicia la enseñanza del cálculo, los números reales y las funciones no son objetos que los estudiantes desconocen del todo. El cálculo con los números irracionales, las situaciones funcionales ligadas a las funciones lineales y afines se ha trabajado, por ejemplo en Francia, en los dos últimos grados del colegio. En el primer grado del liceo, el estudio de las funciones ocupa un lugar importante. Pero se trata de objetos “en construcción” que no se pueden considerar “inertes” a medida que se efectúa el aprendizaje del cálculo. El aprendizaje del cálculo se convertirá justamente en uno de los motores de su conceptualización.

Aplicación del cálculo diferencial

El Cálculo Diferencial se ha ido desarrollando a través de los años, consolidándose como una herramienta técnico – científica que se utiliza en el análisis de procesos que contienen magnitudes en constante cambio, por ejemplo: la velocidad de las reacciones químicas, los cambios atmosféricos, los desarrollos sociales y económicos de las naciones, en la astronomía para calcular las órbitas de los satélites y de las naves espaciales, en medicina para medir el flujo cardíaco, la estadística, y en una gran diversidad de otras áreas.

El cálculo se puede aplicar en distintas ciencias, como son: la medicina, la economía, la ingeniería, la arquitectura, etc. En Medicina, el cálculo, específicamente el algoritmo, se aplica a la epidemiología y el logaritmo, a la inmunología. En Economía y Administración, el análisis de la economía y la administración trata frecuentemente con cambios, el cálculo es para los directores de empresa y economistas es una herramienta muy valiosa. El análisis marginal es quizá la aplicación más directa del cálculo a la economía y a la administración. Como ya hemos visto, el cálculo diferencial es también el método mediante el cual se obtienen máximos y

mínimos de funciones, por consiguiente, utilizando el cálculo se pueden resolver problemas relativos a maximizar ganancias o minimizar costos. En Ingeniería, en particular la ingeniería electrónica, utiliza bastantes ecuaciones diferenciales ya que es una herramienta para el análisis de señales analógicas o digitales, y la electrónica tiene varias materias respecto a señales o tratamiento de señales.

Sus aplicaciones son difíciles de contar porque toda la matemática moderna, de una u otra forma, ha recibido su influencia; y las diferentes partes del andamiaje matemático interactúan constantemente con las ciencias naturales y la tecnología moderna.

El cálculo diferencial, se puede aplicar en la economía, la administración, la física, etc. Los principales elementos que se utilizan en esta rama de las matemáticas, son las funciones, las derivadas, los sistemas de ecuaciones, la pendiente, entre otros; que estos a su vez en conjunto ayudan a realizar grandes cálculos en importantes empresas, o simples operaciones en la economía familiar.

Las principales aplicaciones del cálculo diferencial son:

- El estudio de movimientos, aspectos de velocidad, y aceleración
- Análisis de ecuaciones con binomios.
- El cálculo de máximos y mínimos, por ejemplo:

En una agencia de viajes, o en una empresa, saber cuál es la mayor ganancia que se puede obtener en cierto período, o con cierto producto, pero a la vez, igualmente calcular, si existen pérdidas en estos productos, o en un lapso de tiempo. Si se aplica de manera correcta el cálculo diferencial, se podrán obtener estos resultados, sin ningún problema.

LÓGICA FUZZY O BORROSA

Es un sistema matemático que modela funciones no lineales, que convierte las entradas en salidas acorde con los planteamientos lógicos que usan el razonamiento aproximado. Es una lógica alternativa a la lógica clásica que pretende introducir un grado de vaguedad en las cosas que califica. En el mundo real existe mucho conocimiento no-perfecto, es decir, conocimiento vago, impreciso, incierto, ambiguo, inexacto, o probabilístico por naturaleza. El razonamiento y pensamiento humano frecuentemente conlleva información de este tipo, probablemente originada de la inexactitud inherente de los conceptos humanos y del razonamiento basado en experiencias similares pero no idénticas a experiencias anteriores. Con la lógica difusa se puede gobernar un sistema por medio de reglas de “sentido común” las cuales se refieren a cantidades indefinidas. En general la lógica difusa se puede aplicar tanto a sistemas de control como para modelar cualquier sistema continuo. Las lógicas difusas han tenido aplicaciones de suma relevancia en el procesamiento electrónico de datos. En determinadas áreas de conocimiento, a sus enunciados se les asocia valores de verdad que son grados de veracidad o falsedad, mucho más amplios que los meros “verdadero” y “falso”. En un sistema deductivo se distingue enunciados “de entrada” y enunciados “de salida”. El objetivo de todo sistema manejador de una lógica difusa es describir los grados de los enunciados de salida en términos de los de entrada. Más aún, algunos sistemas son capaces de refinar los grados de veracidad de los enunciados de salida conforme se refinan los de los de entrada. Por estas propiedades es que ciertos sistemas de lógica difusa aparentan una labor de aprendizaje, y son excelentes mecanismos de control de procesos (KANTARDZIC, M; 2001). Desde el punto de vista tecnológico, las lógicas difusas se encuadran en el área de la llamada Inteligencia Artificial y han dado origen a sistemas expertos de tipo difuso y a sistemas de control automático.

Respecto a la Técnica Fuzzy, Boigues, Llinares y Estruch (2010), le definen matemáticamente mediante la asignación de cada elemento de un universo de referencia de un valor real en el intervalo que representa su grado de pertenencia a dicho conjunto, y el concepto de triada en el desarrollo de un esquema fue introducido por Piaget y García (1984) en su intento por caracterizar el desarrollo del conocimiento en un esquema al establecer relaciones entre los elementos que configuran la noción matemática. Ellos plantearon las etapas intra, inter y trans. En la etapa intra el estudiante no reconoce todos los elementos y le resulta difícil relacionarlos; en la etapa inter, hay reconocimiento de relaciones entre los elementos del esquema siendo mayor la posibilidad de potenciar la capacidad deductiva. En la etapa trans, existen manifestaciones donde el estudiante ha construido una estructura subyacente de manera completa. En el caso de esta investigación relacionada con el cálculo diferencial, la función de pertenencia indica en qué medida el estudiante puede desarrollar un conjunto de problemas de aplicación.

En esta investigación se usó la noción de espacio métrico Fuzzy de George Veeramani (1994), donde F_d : la métrica Fuzzy estándar inducida por la métrica Euclídea $d(x,y)$, sobre el conjunto X , viene dada por el siguiente modelo matemático:

$$F_d:(x,y,t) = \frac{t}{t + d(x,y)}$$

Si $d(x,y) = 0$, entonces $F_d = 1$, lo que se interpreta como “cercanía extrema”; a medida que $d(x,y)$ se hace grande, F_d se va acercando a cero, es decir se tiende a la “extrema lejanía”, valor que se alcanza en el límite cuando $d(x,y)$ tiende a más infinito con t mayor que cero.

RESULTADOS

La investigación se aborda desde el paradigma cuantitativo, al determinar la fuerza de asociación entre variables de tal manera que sigue un método correlacional. Las respuestas se estudiaron en función de su frecuencia y variación, la investigación es un estudio de campo. El método para realizar el proceso de investigación es el deductivo, al consultar teorías y conceptos previamente establecidos y existentes con el fin de aplicarlos a esta investigación. La hipótesis central que se planteó en esta investigación fue: la planificación en la enseñanza de las matemáticas se relaciona con el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de cálculo diferencial.

La población está constituida por 400 estudiantes que cursan las asignaturas de: Cálculo I, Cálculo diferencial o Matemática II en universidades de la zona centro de Ecuador. Para lograr el objetivo, la investigación se trabajó durante tres semestres comprendidos desde abril del 2017 hasta agosto del 2018, en tres fases que se detallan a continuación:

Fase exploración: Diseño, validación de Instrumentos Diseño de encuesta con escala compuesta por tres categorías de respuesta (siempre, algunas veces y nunca). Se buscó caracterizar las estrategias pedagógicas empleadas por profesores al planificar sus procesos de enseñanza para orientar el programa de cálculo diferencial. Así mismo se diseña un test prueba de ejercicios y resolución de problemas y un test de aplicación de la derivada utilizando la métrica fuzzy, con el propósito de medir pensamiento matemático. En la tabla 1, se muestra la dimensión, indicador y número de las preguntas, elementos que fueron necesarios para la operacionalización de las variables en dicha investigación.

Tabla 1. Operacionalización de variables variable planificación práctica pedagógica.

DIMENSIÓN	INDICADOR	INSTRUMENTO 1
Actividades preliminares	<ul style="list-style-type: none"> • Diagnóstico • Actividades de Nivelación • Planificación de clase 	Pregunta 1 Pregunta 2 Pregunta 3
Actividades clase y extra clase	<ul style="list-style-type: none"> • Estrategias para interiorizar conceptos • Ejercicios de aplicación de los conceptos • Orientación de actividades complementarias • Herramientas para apoyar el aprendizaje dentro y fuera del aula 	Pregunta 3 Pregunta 4 Pregunta 5 Pregunta 6 Pregunta 7
Control y registro de actividades Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> • Registro de las actividades de los estudiantes • Mecanismos de evaluación para determinar la apropiación de conceptos 	Pregunta 8 Pregunta 9
Manejo del tiempo y del programa curricular	<ul style="list-style-type: none"> • Organización de temas de acuerdo a la complejidad • Distribución del tiempo semestral acorde a importancia de los temas 	Pregunta 10 Pregunta 11
Actividades de refuerzo	<ul style="list-style-type: none"> • Estrategias de retroalimentación • Actividades especiales con los temas de mayor dificultad 	Pregunta 12 Pregunta 13
Pensamiento Matemático	<ul style="list-style-type: none"> • Estrategias para contribuir con el desarrollo del pensamiento matemático • Implementación del enfoque Dialógico Crítico o por competencias 	Pregunta 14 Pregunta 15

Elaborado por: Autores

Para determinar la confiabilidad de los instrumentos aplicados, se calculó el estadístico de fiabilidad Alfa de Cronbach: el instrumento 1 (consta de 15 preguntas, aplicado a profesores, tiene como objetivo caracterizar la planificación educativa del profesor), con el instrumento 2 (15 preguntas, la respuesta para cada ítem corresponde con la realidad pedagógica y académica percibida por los estudiantes), con el instrumento 3, aplicado a estudiantes tomado de Boigues, Llinares y Estruch (2010), consistió en una serie de ejercicios sobre la apropiación de conceptos de cálculo diferencial que el estudiante debe resolver con el propósito de medir el pensamiento matemático.

Establecida la correlación entre instrumentos 1 y 2 aplicados a profesores y estudiantes respectivamente; se determinan probabilidades conjuntas utilizando el software SPSS analizando técnicas de correlación, gama, tau de Kendal y medida de acuerdos mediante índice Kappa de Cohen. En esta fase se realizó la interpretación de los resultados encontrados en la investigación fundamentados en la base científica de estudios existentes.

En la tabla 2 se muestra resultados del cruce de preguntas del instrumento 1 (encuesta aplicada a los profesores), con los ítems correspondientes del instrumento 2 (encuesta aplicada a los estudiantes), revelan en general que, la percepción de los estudiantes con respecto a la práctica pedagógica de los profesores no armoniza; situación que hace pensar en la existencia de un problema de comunicación y de reglas de juego claras y precisas entre profesores y estudiantes.

Tabla 2. Cruce de las preguntas 1 a 15. Porcentaje de respuestas conjuntas estudiantes y docentes.

Estudiante	Opciones	¿El profesor realiza un diagnóstico que le permita establecer el nivel de conocimiento de los estudiantes?			Total
Docente		Siempre	A veces	Nunca	
1. ¿Realiza un diagnóstico que le permita establecer el nivel de conocimiento de los estudiantes?	Siempre	21%	37%	11%	69%
	A veces	13%	15%	2%	30%
	Nunca	1%			1%
Estudiante	Opciones	¿El profesor realiza un diagnóstico que le permita establecer el nivel de conocimiento de los estudiantes?			Total
Docente		Siempre	A veces	Nunca	
2. ¿Realiza actividades que permitan a sus estudiantes nivelar conocimientos?	Siempre	10%	41%	8%	59%
	A veces	17%	5%	6%	28%
	Nunca	4%	6%	3%	13%
Estudiante	Opciones	¿El profesor realiza actividades que conduzcan a mejorar el desarrollo de las clases?			Total
Docente		Siempre	A veces	Nunca	
3. ¿Realiza actividades que conduzcan a mejorar el desarrollo de las clases?	Siempre	66%	7%		73%
	A veces	19%	5%	1%	25%
	Nunca		2%		2%
Estudiante	Opciones	¿El profesor emplea diferentes estrategias para que interioricen los conceptos desarrollados en clases?			Total
Docente		Siempre	A veces	Nunca	
4. ¿Emplea diferentes estrategias para que sus estudiantes interioricen conceptos desarrollados?	Siempre	43%	12%	2%	57%
	A veces	22%	8%	1%	31%
	Nunca	7%	2%	3%	12%
Estudiante	Opciones	¿El profesor plantea ejercicios de aplicación de los conceptos básicos en su programa?			Total
Docente		Siempre	A veces	Nunca	
5. ¿Plantea ejercicios de aplicación de los conceptos básicos en la disciplina correspondiente?	Siempre	16%	27%	8%	51%
	A veces	18%	16%	1%	35%
	Nunca	9%	2%		11%
Estudiante	Opciones	¿El profesor orienta la realización de otras actividades complementarias al tema desarrollado en clase?			Total
Docente		Siempre	A veces	Nunca	
6. ¿Orienta la realización de otras	Siempre	7%	49%	5%	61%

actividades complementarias al tema desarrollado?	A veces	19%	18%		37%
	Nunca		2%		2%
Estudiante	Opciones	¿Qué otras herramientas utiliza el profesor para apoyar el aprendizaje de sus estudiantes dentro y fuera del aula?			Total
Docente		Siempre	A veces	Nunca	
7. ¿Utiliza otras herramientas para apoyar el aprendizaje de sus estudiantes dentro y fuera del aula?	Siempre	2%	43%	18%	53%
	A veces	3%	15%	21%	39%
	Nunca	2%	3%	3%	8%
Estudiante	Opciones	¿El profesor registra lo realizado por sus estudiantes en todas las actividades ejecutadas dentro y fuera de las clases?			Total
Docente		Siempre	A veces	Nunca	
8. ¿Registra lo realizado por sus estudiantes en todas las actividades ejecutadas dentro y fuera de las clases?	Siempre	73%	2%	1%	76%
	A veces	17%	5%	1%	23%
	Nunca		1%		1%
Estudiante	Opciones	¿El profesor utiliza estrategias diferentes a los previos para determinar la apropiación de los conceptos de los temas desarrollados?			Total
Docente		Siempre	A veces	Nunca	
9. ¿Utiliza estrategias diferentes a los previos para determinar la apropiación de los conceptos de los temas desarrollados?	Siempre	67%	9%	3%	79%
	A veces	6%	14%	1%	21%
Estudiante	Opciones	¿El profesor organiza las temáticas de acuerdo a la complejidad de los temas?			Total
Docente		Siempre	A veces	Nunca	
10. ¿Organiza las temáticas de acuerdo a la complejidad de los temas?	Siempre	31%	30%	5%	66%
	A veces	12%	15%	4%	31%
	Nunca	1%	1%	1%	3%
Estudiante	Opciones	¿El profesor distribuye el tiempo del semestre para el desarrollo de los temas de acuerdo a la importancia del tema?			Total
Docente		Siempre	A veces	Nunca	
11. ¿Distribuye el tiempo del semestre para el desarrollo de los temas de acuerdo a la importancia?	Siempre	24%	26%	7%	57%
	A veces	15%	21%	6%	42%
	Nunca			1%	1%
Estudiante	Opciones	¿El profesor aplica estrategias para realizar retroalimentación de los temas en su formación como			Total

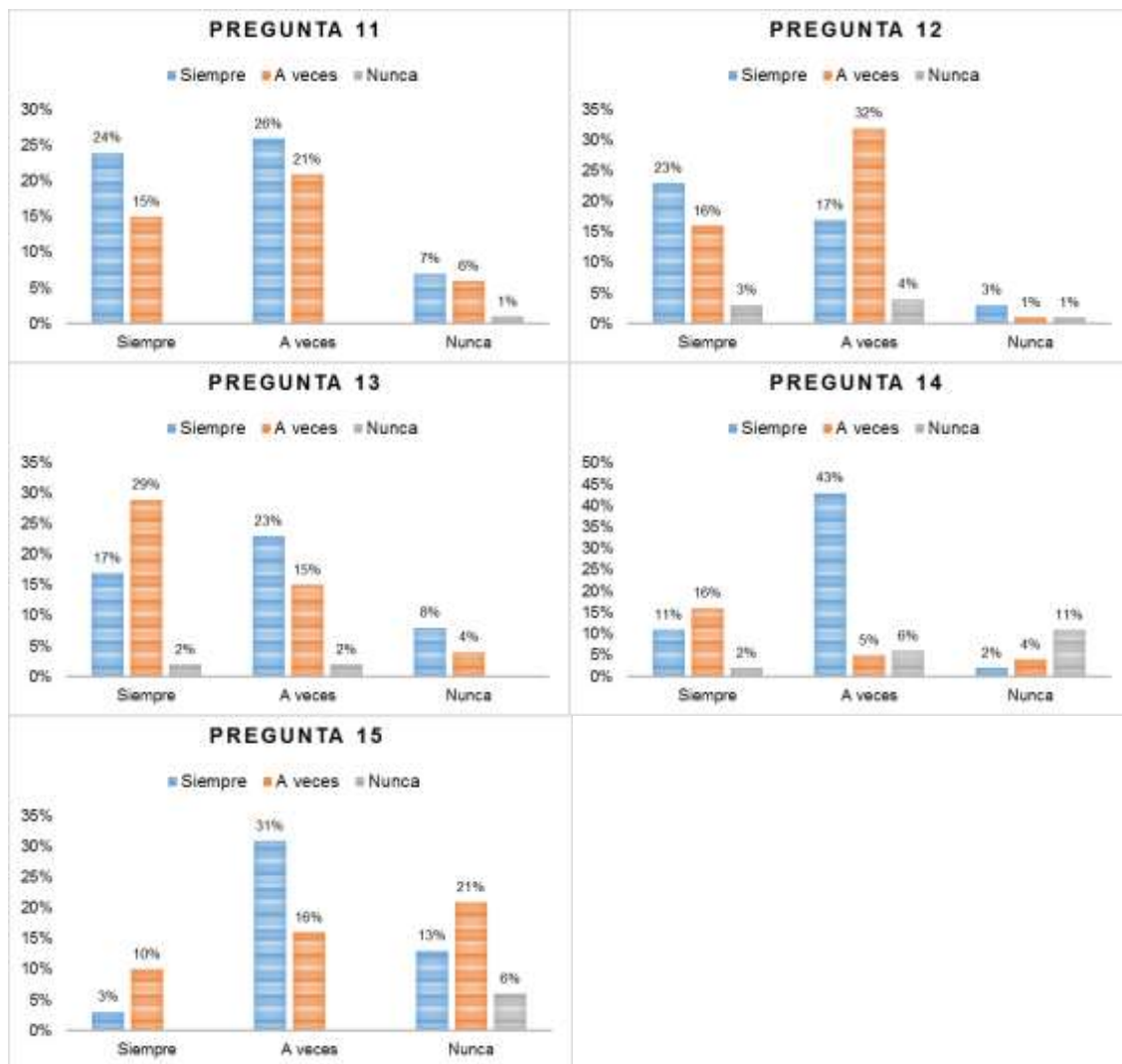
		futuro profesional?			
Docente		Siempre	A veces	Nunca	
12. ¿Aplica estrategias para realizar retroalimentación de los temas en la formación del profesional?	Siempre	23%	17%	3%	43%
	A veces	16%	32%	1%	49%
	Nunca	3%	4%	1%	8%
Estudiante	Opciones	¿El profesor realiza actividades con los temas que presentan mayor dificultad para los estudiantes?			Total
Docente		Siempre	A veces	Nunca	
13. ¿Realiza actividades con los temas que presentan mayor dificultad para los estudiantes?	Siempre	17%	23%	8%	48%
	A veces	29%	15%	4%	48%
	Nunca	2%	2%		4%
Estudiante	Opciones	¿Las estrategias de clase y extra clase son diseñadas por el profesor de tal manera que contribuyen al desarrollo del pensamiento matemático del estudiante?			Total
Docente		Siempre	A veces	Nunca	
14. ¿Las estrategias de clase y extra clase son diseñadas de tal manera que contribuyen al desarrollo del pensamiento matemático?	Siempre	11%	43%	2%	56%
	A veces	16%	5%	4%	25%
	Nunca	2%	6%	11%	19%
Estudiante	Opciones	¿El profesor implementa el enfoque crítico dialógico en la realización de las clases?			Total
Docente		Siempre	A veces	Nunca	
15. ¿Implementa el enfoque crítico dialógico en la realización de las clases?	Siempre	3%	31%	13%	47%
	A veces	10%	16%	21%	47%
	Nunca			6%	6%

Fuente: Instrumento 1

Elaborado por: Autores

Grafico 1. Porcentaje de respuestas conjuntas estudiantes y docentes.





Fuente: Tabla 2

Elaborado por: Autores

Analisis

De los 400 estudiantes que cursan las asignaturas de: Cálculo I, Cálculo diferencial o Matemática II en universidades de la zona centro del país durante el periodo académico abril del 2017 hasta agosto del 2018, se evidencia de forma notoria que el promedio obtenido de manera general es de 7,23; mientras que si analizamos el promedio de cada grupo por periodo existe una mejora del 37% en su rendimiento académico.

La percepción de los estudiantes con respecto a la práctica pedagógica de los profesores no es armónica, por tanto, las actividades y estrategias que los profesores aseveran estar realizando en el salón de clase no es percibida de esa misma forma por los estudiantes.

Durante todo el proceso de la aplicación de la estrategia, se recabo información muy importante, mediante la observación de la clase planificada se identificaron algunos aspectos que los estudiantes indican son dificultades que se presentan para aprender Cálculo I, Cálculo diferencial o Matemática II, de forma grupal el 29% siempre tienen inconvenientes, el 23% a veces, e indican que los factores principales son: falta de motivación, escaso nivel de aplicabilidad con el área de estudio y estrategias escasas que contribuyan con el desarrollo del pensamiento matemático.

La lógica Fuzzy o borrosa, permite medir de una forma más precisa el desarrollo de los niveles de comprensión del estudiante. El valor de t asumido fue de 0.48, de acuerdo a los resultados obtenidos en el instrumento 3, Test que mide el pensamiento matemático de los estudiantes utilizado por Boigues et ál. (2010).

CONCLUSIONES

La planificación centrada en contenidos obtuvo un 35%, demostrando la relación que existe entre la forma como se plantea y organiza la clase con la corriente pedagógica tradicional y con la teoría dependiente que mueve a los educadores; la enseñanza cobra importancia si se hace desde y para el conocimiento disciplinar, los contenidos no pueden estar por fuera de la educación, además se cree que "es necesario el manejo de tiempo, de grupo y de las actividades para lograr el desarrollo de los contenidos.

En la planificación y su control, la aplicación del enfoque pedagógico está altamente relacionada con el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes. De igual manera, las actividades realizadas por el profesor para mejorar la comprensión de los temas en los cuales presentan mayor dificultad los estudiantes, está relacionada con el nivel de desarrollo de pensamiento en el cual se encuentran.

Los estudiantes que mejor respondieron el instrumento 3 (ejercicios) también obtuvieron los mejores resultados en el instrumento de aplicaciones de la derivada. Estudiantes que muestran desarrollo en competencia lógica y analógica, también muestran desarrollo en competencia de resolución de problemas.

De los resultados obtenidos en la métrica fuzzy, un 61% de los estudiantes se encuentran en el nivel intra, esto quiere decir que no reconoce todos los elementos del cálculo diferencial y les resulta complejo relacionarlos y en la apropiación de conceptos como en las aplicaciones para resolver problemas de aplicación. Solo el 15% de los estudiantes se ubican en el nivel inter, es decir, reconocen la relación que existe entre los elementos siendo mayor su posibilidad de potenciar la capacidad deductiva, mientras que el resto mantiene una estructura subyacente de manera completa.

BIBLIOGRAFÍA

Álvarez, W., Czerwonogora, A., Isolabella, G., Lacués, E., Leymoníe, J. & Pagano, J. (S.f.). La matemática al ingreso de la universidad. Recuperado de www.ucu.edu.uy/LinkClick.aspx?fileticket...tabid=1388

Amestoy, M. (2001). La investigación sobre el desarrollo y la enseñanza de habilidades de pensamiento. Centro para Desarrollo e Investigación de Pensamiento. Investigación Educativa (redie), 4 (1). Recuperado de <http://redie>.

Ángulo L. y León, A. (2005). Perspectiva crítica de Paulo Freire y su contribución a la teoría del currículo. Educare, 9 (29), pp. 159-164. Recuperado de www.rieoei.org/deloslectores/1362Carvajal

Arias, F. (2006). El proyecto de la investigación. Introducción a la metodología científica. (5° ed.). Caracas: Editorial Episteme.

Boigues, F; Llinares, S. & Estruch, V. (2010). Desarrollo de un esquema de la integral definida en estudiantes de ingenierías relacionadas con las ciencias de la naturaleza. Revista Latinoamérica de investigación en matemática educativa.

Borrero, A. (2008). La universidad. Estudios sobre sus orígenes, dinámicas y tendencias, vol 1. Historia universitaria: La universidad en Europa desde sus orígenes hasta la Revolución Francesa. Bogotá: Universidad Javeriana.

Cantoral, R. (2005). Diplomado de introducción a la enseñanza de las ciencias. Universidad Autónoma de la Ciudad de México. Recuperado de <http://www.icyt.df.gob.mx/diplomadociencia/programa3>

Cardoso, E. O. & Cerecedo, M. T. (2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. Revista iberoamericana de educación, 47. Recuperado de <http://www.rieoei.org/deloslectores/2652Espinosa2.pdf>

Carr, W. & Kemmis, S. (1988). Teoría crítica de la enseñanza. Barcelona: Martínez Roca.

Carr, W. (1999). Una teoría para la educación. Madrid: Ediciones Morata.

Casarini, M. (1999). El diseño en la planificación del proceso enseñanza-aprendizaje. Teoría y Diseño curricular Desarrollo del pensamiento matemático. Adaptación: G, Müller de González.

Cózar, J. (S.f.). Desarrollo y educación matemática. Universidad de Granada. Recuperado de <http://www.psicopedagogia.com/articulos/?articulo=314>

De Zubiría, J. (2009). Los retos a la educación en el siglo XXI. Instituto Alberto Merani, innovación tecnológica. Recuperado de <http://www.institutomerani.edu.co/publicaciones/articulos/2009/Retos%20a%20la%20educacion%20del%20Siglo%20XXI%20De%20Zubiria.pdf>

Desarrollo del pensamiento matemático en estudiantes de cálculo integral su relación con la planificación docente

Díaz, R. (s.f). Algunos Aspectos Cualitativos de la Planeación Educativa. Recuperado de http://201.161.2.34/servicios/p_anuies/publicaciones/revsup/res007/txt2.htm#topens.uabc.mx/vol4no1/contenido-amestoy.html

Ernest, P. (2004). What is the Philosophy of Mathematics Education? Philosophy of Mathematics and Education Journal, 18.

García, C. M. Pensamientos pedagógicos y toma de decisiones de los profesores en la Planificación de la enseñanza. Granada: Departamento de didáctica, Facultad de Filosofía y letras. Recuperado de http://espacio.uned.es/fez/eserv/bibliuned:20309/pensamientos_pedagogicos.pdf

GIMENO, J (1988). El curriculum: una reflexión sobre la práctica. Madrid, Morata.

Hernández, S; Fernández, C. & Baptista, P. (2006). Metodología de la investigación. (4a ed.). México: Mac Graw-Hill.

Jay, R; Sowardlink, M. (2001). Psychological Testing and Assessment. Boston: Mc Graw-Hill.

KANTARDZIC, M. Data Mining: Concepts, Models, Methods, and Algorithms. WileyInterscience; 2001.

Legrand, M. (1993). Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse. Repères IREM, 10, 123-159.

Legrand, M. et al. (1986). Introduction du débat scientifique dans un cours de première année de DEUG A à l'université de Grenoble I (Rapport de recherche). Grenoble: IMAG.

Leyva, Y. (2006). El perfil del evaluador educativo. México: CENEVAL.

Marín, L. A. & Hoyos, E. A. Las nuevas tecnologías y el desarrollo del pensamiento matemático "la universidad y la escuela aprenden". Línea de investigación: informática educativa. Recuperado de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-74615_archivo.pdf

Méndez, C. (2001). Metodología. Diseño y desarrollo del procesos de investigación con énfasis en ciencias empresariales. (4a ed). Bogotá: MacGraw Hill.

México: Trillas. Recuperado de <http://www.aprendiendoenlinea.com/lecturas/Eldise%C3%B1oInstruccional.doc>

Orozco, C. & Labrador M. E, (2007). La tecnología digital en la educación: implicación en el desarrollo del pensamiento matemático del estudiante. Revista THEORIA, 15(2), 81-89.

Piaget, J. y García, R. (1989). Psicogénesis e historia de la ciencia. México: Colombia: Siglo XXI.

Praslon, J. (1994). Analyse du début d'un cours d'analyse en DEUG 1ère année. Mémoire de DEA, Paris: Université Paris VII.

Proenza, Y. & Leyva, L. M. (2006). Reflexiones sobre la calidad del aprendizaje y de las competencias matemáticas. Revista iberoamericana de educación, 40. Recuperado de <http://www.rieoei.org/deloslectores/1394Proenza.pdf>

Recuperado de http://biblioteca.universia.net/html_bura/ficha/params/id/52693368.

Rojas, H. (2009). La planificación en el sistema educativo venezolano. Portal para las clases asistidas de los estudiantes de la UNEFA. Recuperado de <http://planificacion-educativa.espacioblog.com/post/2009/04/15/la-planificaci-n-educativa-el-sistema-educativo-bolivariano>

Schmidt, S. (2006). Seminario-Taller: Planificación de clases de una asignatura. Documento propiedad de INACAP. Recuperado de <http://www.inacap.cl/tportal/portales/tp4964b0e-1bk102/uploadImg/File/FormacionDesarrollo-Doc/CursosTalleres/TallerPADPlanificClasesAsignSSchm.pdf>

Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. Portugal: Quadrante. Revista Teorica e de Investigaçao, 11(1), 33-40.

Vergel, M., Duarte, H., y Martínez, J. Revista Científica • ISSN 0124-2253 • e-ISSN 2344-2350 • Bogotá-Colombia • No. 23 • pp. 17-29

Villa A. y Poblete M. (2007). Aprendizaje Basado en Competencias. Una propuesta para la evaluación de las competencias genéricas. España: Universidad de Deusto.

Villarreal, M. E. (2003). Pensamiento matemático, cálculo diferencial y computadoras. Redalyc, 15. Recuperado de <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/405/40515105>

ZABALZA: La Formación Práctica de los Profesores. Tórculo. Santiago. pp. 41- 51.