



Septiembre 2018 - ISSN: 1989-4155

LAS ACTIVIDADES REVELADORAS DEL PENSAMIENTO (MODEL-ELICITING ACTIVITIES) QUE ACTIVAN EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE LOS ESTUDIANTES DENTRO DEL PROCESO DE LAS APLICACIONES DE LA DERIVADA UTILIZANDO MÁXIMOS Y MÍNIMOS.

Álvarez Viramontes Sabrina Abigail

Profesora de tiempo Completo del Instituto Tecnológico Superior de Rioverde SLP
sabrina_alvarezv@msn.com

Escamilla Martínez Perla del Refugio

Profesora de tiempo Completo del Instituto Tecnológico Superior de Rioverde SLP
Perla.esmtz@gmail.com

Para citar este artículo puede utilizar el siguiente formato:

Álvarez Viramontes Sabrina Abigail y Escamilla Martínez Perla del Refugio (2018): "Las actividades reveladoras del pensamiento (model-eliciting activities) que activan el pensamiento matemático de los estudiantes dentro del proceso de las aplicaciones de la derivada utilizando máximos y mínimos.", Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo (septiembre 2018). En línea:

<https://www.eumed.net/rev/atlante/2018/09/pensamiento-matematico-estudiantes.html>

RESUMEN

El presente trabajo tiene por objetivo presentar un panorama general del estudio realizado para que el lector conozca el contenido de la tesis. La preocupación de que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos acerca de las Matemáticas ha hecho que los investigadores de la educación propongan nuevas técnicas de estudio para dicha ciencia. Así surge la actividad reveladora del pensamiento (MEA, por sus siglas en inglés), la cual es una actividad en la cual se expone un problema de la vida real que puede tener no solamente una solución, sino que el alumno puede encontrar soluciones alternativas y que aún cuando éstas respuestas no sean las óptimas, pueden ser correctas. Tanto la teoría como los resultados obtenidos indican que sí es posible con la actividad reveladora del pensamiento incentivar el aprendizaje de los alumnos para que ellos puedan observar una de las aplicaciones de las Matemáticas a situaciones de la vida real; y que al comparar con situaciones similares a otros problemas puedan posteriormente plantear y resolver problemas que se les puedan presentar en el futuro ya sea laboral o en la misma escuela en semestres más avanzados de su carrera.

Palabras clave: Derivada- Máximo- Actividades Reveladoras del Pensamiento- Mínimo- Matemáticas- Aplicación.

ABSTRACT

The main objective of this paper is to present an overall view of a research in order to let the reader know the content of the thesis. The worry of developing students able to apply Math knowledges, has propitiated that education researches put forward new study techniques for that science. This is how Model Eliciting Activities emerge, which consists in an activity when a real life problem is exposed and not only can have more than one solution, but the student can find alternative solutions and even though these solutions are not the optimal ones, they can be right. Theory as well as obtained results indicate that Model Eliciting Activities make possible to incentive students learning in order to make them observe one of the Math applications to real life situations, and when comparing similar situations to other problems, they can propose and solve future labor o school problems.

Key Words: Derivative- Maximum- MEA (Model-eliciting activities)- Minimum- Math- Application.

INTRODUCCIÓN

El razonamiento del alumno, su pensamiento crítico, la forma en cómo trabajan en grupo e individualmente, son significativos en el proceso de enseñanza – aprendizaje, en el cual el docente está inmerso. El trabajo en equipo debe poseer la ventaja de crear una atmósfera cordial entre los integrantes de éste para poder trabajar en armonía.

Valenzuela y Lozano (2005) mencionan una historia que es interesante conocer para fundamentar la investigación: Ernest Rutherford, presidente de la Sociedad Real Británica y Premio Nobel de Química en el año 1908, contaba que en una ocasión le tocó aplicar un examen, ya que un alumno alegaba que su maestro le había calificado mal y que él merecía la máxima calificación; por lo que Rutherford fue elegido para fungir como testigo en tal situación.

La pregunta en el examen era: "Indique cómo se puede determinar la altura de un edificio elevado por medio del barómetro. A lo cual el alumno había contestado: "Lleve el barómetro hasta lo más alto del edificio, átelo a una cuerda larga, bájelo hasta la calle y luego vuelva a subirlo, midiendo la longitud de la cuerda. Ésta es la altura del edificio."

La pregunta era interesante, sin embargo, el maestro que inicialmente le había aplicado el examen decía que no tenía fundamentos de Física para que aprobara, por lo que se le dio una segunda oportunidad al alumno. Rutherford le aplicó nuevamente el examen dando un tiempo de seis minutos para contestar la pregunta advirtiéndole al alumno que debería tener fundamentos de Física su respuesta. El alumno contestó así a la cuestión: "Lleve el barómetro a la parte más alta del edificio. Asómese al borde del techo y suelte el barómetro, tomando con un cronómetro el tiempo que tarda en caer. Luego, empleando la fórmula $h = gt^2 / 2$, calcule la altura del edificio". (Valenzuela y Lozano, 2005, p. 252)

Con esta respuesta Rutherford concedió una calificación alta al alumno, pero recordó que el alumno le había mencionado que tenía otras respuestas a dicha pregunta, por lo que le preguntó acerca de ellas. El alumno respondió:

Una opción es obtener la altura de edificio con una regla de tres, al medir la sombra del barómetro y compararla con la sombra del edificio; otra opción es tomar el barómetro, ir subiendo las escaleras e ir marcando la longitud del barómetro sobre la pared, contar el número de marcas y obtener así la altura del edificio, así como estas respuestas mencionó otras acertadas. Dándose cuenta Rutherford que tal alumno sí tenía conocimiento de la Física, le pregunto que si no conocía la respuesta común al problema: "la diferencia de presión marcada por un barómetro en dos lugares diferentes nos proporciona la diferencia de altura entre ambos lugares". A lo que el alumno respondió que sí la conocía, pero que durante sus estudios, sus maestros lo habían enseñando a pensar.

“El estudiante se llamaba Niels Bohr, físico danés, Premio Nobel de Física en 1922, más conocido por ser el primero en proponer el modelo de átomo con protones, neutrones y electrones. Fue un innovador en la física cuántica” (Valenzuela y Lozano, 2005, p. 253).

Lo anterior hace reflexionar a la investigadora: ¿Cuál es realmente el papel del docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje? La respuesta es clara y sencilla: enseñar a pensar al estudiante.

En muchas ocasiones el docente espera la respuesta correcta y exacta por parte del alumno, sobre todo en el área de las Matemáticas o como en el caso anterior de la Física, sin embargo, puede no existir una solución única para un problema determinado. Las actividades reveladoras del pensamiento son una estrategia de enseñanza – aprendizaje que se lleva a cabo de forma colaborativa, la cual proporciona al alumno un pensamiento crítico, lo que ayuda en gran manera al razonamiento del estudiante y por ende se le está enseñando a pensar, logrando aplicar los conocimientos que ha obtenido a situaciones cotidianas de la vida. Por lo que dicha investigación tiene el enfoque de abordar tal situación a lo largo de este estudio.

ANTECEDENTES DEL PROBLEMA.

En éste apartado se pretende analizar la importancia del problema de investigación, sus orígenes, además de por qué se hace necesario realizarla, estableciendo los objetivos claros de la misma.

En el Instituto Tecnológico Superior de Rioverde, no se tienen antecedentes de la aplicación de la estrategia de aprendizaje denominada actividades reveladoras del pensamiento (MEA), debido a que éste tipo de estrategias es relativamente nueva. Por lo que al realizar dicha actividad se pretende que contribuya a la mejora en el aprendizaje de los alumnos, además de que sea una estrategia de enseñanza – aprendizaje la cual los docentes de dicha institución puedan utilizar como una herramienta útil en las materias que imparten enfocadas en las Matemáticas.

En dicha Institución se cuenta con un laboratorio de física, en el cual se pueden realizar en algunas ocasiones prácticas relacionadas con las Matemáticas, lo cual se asemeja en algunos puntos a las actividades reveladoras del pensamiento. Sin embargo, éstas prácticas se realizan en muy pocas ocasiones, ya sea por falta de tiempo debido a que los programas de estudio son extensos, por desconocimiento del uso del equipo por parte de los docentes o simplemente porque es considerado como una pérdida de tiempo.

Por lo que se considera que las MEA sería un apoyo útil para el desarrollo de la materia de Cálculo Diferencial, ya que no requiere de gran cantidad de tiempo para realizarla y la aplicación que tiene a la vida laboral es de gran utilidad para los alumnos.

Una de las problemáticas que se presenta en dicha Institución, es que a los alumnos, como en la mayoría de las escuelas, se les dificulta el aprendizaje de las Matemáticas, ya que tienen la percepción de que éstas son difíciles de aprender. Esto se pudo observar en un estudio realizado por Ursini, Sánchez y Orendain (2004) realizado en nivel secundaria en Colima (Colima) y en León, (Guanajuato), encontraron que el 48% de los alumnos consideran que las Matemáticas son difíciles y un 52% las consideran aburridas.

Por lo que uno de los objetivos de la investigadora con respecto al aprendizaje de las Matemáticas es que, con la ayuda de actividades reveladoras del pensamiento, además de que el alumno activa su razonamiento, puede observar la aplicación de las Matemáticas y darse cuenta de las ventajas que tiene el aprender acerca de ellas, así como observar que realmente no son tan abstractas, ya que esa percepción tienen muchos de los estudiantes.

Con el nuevo plan de estudios, una de las problemáticas que se ha tenido en la institución es la puesta en marcha de la nueva reforma educativa, ya que es una nueva forma de enseñanza – aprendizaje en las escuelas de Nivel Superior. Y aunque en teoría ya está funcionando, muchos de los docentes siguen utilizando las antiguas prácticas de enseñanza. Por lo que la investigadora plantea que las MEA ayudarán para que el proceso de enseñanza - aprendizaje sea llevado a cabo en la institución de forma adecuada.

Como menciona Perrenaudé (2006) en la Educación Superior se requiere preparar al alumno para un trabajo que lo enfrente a situaciones de compromiso que puedan ser dominadas gracias a capacidades de cierta generalidad, según la profesión en la que se esté preparando.

Por lo que se necesitan alumnos que estén preparados para la vida laboral, ya que así lo requieren las empresas donde se van a desempeñar. Así, es papel del docente universitario, preparar al alumno para la vida laboral que le espera al egresar de una escuela de Nivel Superior.

Las actividades reveladoras del pensamiento ayudan en gran manera para desarrollar habilidades tales como: decidir, explicar, argumentar, convencer, analizar, imaginar, comprender, muchas de las interrogantes que se le hacen al plantear el problema y resolverlo por él mismo, aún cuando el resultado que el alumno obtiene no sea el mejor que se esperaba. Así, en la siguiente sección se presentará el planteamiento del problema, para ampliar el panorama de la situación en la que se desenvuelve la investigación.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Las actividades reveladoras de pensamiento, llamada también MEA (Model-eliciting activities) por sus siglas en inglés, tiene gran impacto en el razonamiento del alumno, ya que activan su pensamiento al relacionar los conocimientos de las Matemáticas con la vida real (Dominguez, 2009).

En la materia de Cálculo Diferencial se aborda el tema de aplicaciones de la derivada, cuya asignatura es común en todas las carreras que se ofrecen en dicha Institución Educativa. Por lo tanto el tema en estudio es aplicable a cualquiera de ellas. En muchos de los casos el docente se basa solamente en el temario, sin embargo, si se analiza realmente el contenido de él, se pueden realizar aplicaciones reales de las derivadas a situaciones cotidianas de la vida laboral del futuro egresado.

Al trabajar particularmente en la materia de Cálculo Diferencial, se ha observado que el trabajo colaborativo (Glinz, 2005) es indispensable en ciertas actividades relacionadas con el aprendizaje de los alumnos, ya que juntos pueden enriquecerse mutuamente para fortalecer las debilidades que con respecto a los temas tratados pueden tener y así transformar esas debilidades en fortalezas.

Las actividades reveladoras del pensamiento (Hamilton, Lesh, Lester y Brilleslyper, 2008), se fundamentan en casos que se pueda presentar en la realidad, a partir de la construcción de un modelo con el cual el alumno pueda manipular, explicar o predecir la respuesta a la situación planteada. De igual forma se requiere que el alumno revele lo que pasa acerca de la situación, que observe si el problema se puede generalizar a otras situaciones y que al término de la solución del problema el alumno se evalúe a él mismo, observando si existían otras respuestas más adecuadas a la situación planteada.

Por lo que surge la pregunta de investigación:

¿De qué manera las actividades reveladoras del pensamiento permiten analizar las respuestas de los estudiantes en el proceso de las aplicaciones de la derivada utilizando máximos y mínimos para el desarrollo de un pensamiento matemático?

De donde se desprenden las preguntas de investigación secundarias:

- ¿Cómo el alumno da evidencias de la construcción de sus significados y conocimientos matemáticos ante las actividades reveladoras del pensamiento?
- ¿Qué efectos originan en el razonamiento matemático del alumno las diferentes posibilidades de respuestas en la resolución de problemas de aplicaciones de la derivada usando máximos y mínimos con la actividad reveladora del pensamiento?

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACION.

Examinar si las respuestas de los estudiantes a las actividades reveladoras del pensamiento sobre la aplicación de la derivada mediante máximos y mínimos ayudan al desarrollo del pensamiento matemático

Para llegar a analizar el objetivo general antes planteado se requiere el estudio de objetivos particulares los cuales serán de ayuda para la realización de la investigación, los cuales son:

- Conocer como el alumno da evidencia de la construcción de sus significados y conocimientos matemáticos inmerso en el trabajo colaborativo.
- Establecer los efectos que originan en el razonamiento matemático del alumno, las diferentes posibilidades de respuestas en la resolución de un problema de

aplicaciones de la derivada usando máximo y mínimos con la actividad reveladora del pensamiento.

Por lo tanto, para llevar a cabo los objetivos antes planteados, tanto el general como los particulares, es necesario estudiar a fondo la aplicación de la actividad reveladora del pensamiento, esto al ir realizando dicha actividad y también al final de la misma, observando las estrategias que los alumnos utilizaron para su realización. Es así como surge la inquietud por plantear la hipótesis que le dará a la investigación un particular estudio.

4.1 Hipótesis

Las actividades reveladoras del pensamiento utilizadas en un problema de aplicaciones de la derivada haciendo uso del tema de máximos y mínimos, son una herramienta que ayudan al desarrollo del pensamiento matemático en el alumno.

4.2 Justificación de la investigación

La presente investigación es conveniente ya que las MEAs relacionan los conocimientos que el programa de estudios de la materia de Cálculo Diferencial marca con actividades con las cuales el alumno se puede enfrentar al término de su carrera (Lesh y Doerr, 2003).

Al término de la presente investigación se pretende que se fundamente este tipo de investigación de aprendizaje para la posterior aplicación de ella, por la investigadora o por los docentes de la misma institución, inclusive de materias como son la Física o química en donde se aplican las Matemáticas.

Con la investigación se espera que los resultados sean acordes a la hipótesis planteada, es decir, comprobar que las actividades reveladoras del pensamiento basadas en el trabajo colaborativo son una herramienta primordial para el razonamiento del alumno. De esta manera fortalecer ésta actividad de aprendizaje en la Institución para poder contribuir en el campo de la educación.

4.3 Limitaciones y delimitaciones

Las técnicas utilizadas serán la observación y la aplicación de la actividad reveladora del pensamiento, que consiste en la aplicación de un problema enfocado a la vida real. Por lo que se utilizan cuatro tipos de instrumentos de recolección de datos: dos problemas de actividades reveladoras del pensamiento, uno de ellos es el instrumento piloto y el otro con el que se evaluó la investigación, una hoja de recolección de datos utilizada por la investigadora para observar el razonamiento del alumno y un cuestionario sobre autoevaluación.

Por lo que la limitación metodológica tiene un enfoque cualitativo, ya que no se pretende calificar con un cero o un cien, sino que lo que se pretende con dicha investigación es observar el razonamiento del alumno y la comprensión que se tiene del tema en estudio.

La Institución donde se aplicó la investigación se encuentra ubicada en el municipio de Rioverde, en la zona media del Estado de San Luis Potosí, México.

MARCO TEÓRICO.

Beltrán y Bueno (1995) opinan que el primero y más importante de los factores que intervienen en la acción creadora es la inteligencia. Las otras facultades cognitivas y afectivas intervienen, pero lo hace al servicio de la inteligencia. La primera, suministra los datos que facilitan el acceso a las nuevas estructuras cognitivas. Las afectivas favorecen la toma de decisiones a fin de seleccionar las más aptas.

La creatividad es una de las actividades específicas de la inteligencia, y dentro de ellas están las actividades de entender y razonar, además intervienen factores biológicos (el cerebro, la herencia, la raza, temperamento), psicológicos (inteligencia, personalidad, temperamento, memoria, inspiración, inconsciente y genialidad) y factores socioculturales (la familia, la escuela, la sociedad, el ambiente cultural y científico).

Ormrod (2008) menciona que el condicionamiento operante abarca la cognición, que son los procesos mentales no observables, y que, así como un reforzamiento incrementa la respuesta esperada, el castigo puede contribuir para disminuir una respuesta. Cuando se quiere eliminar conductas que no deseamos, se hace lo siguiente: no dar reforzamiento

ante una respuesta no deseada, reforzar otras conductas que sean adecuadas, aún cuando no sea la esperada. Si el reforzamiento no funciona, puede ser que el reforzador no sea reforzante para ese organismo o bien que no sea congruente, que el individuo pierda o gane mucho al modificar su conducta de la indeseable a la deseable, o bien que el modelado no se llevó con tiempo, es decir se hizo demasiado rápido.

De igual forma Ormrod (2008) menciona que Skinner propuso a los educadores que se reforzara el éxito de los alumnos en lugar de castigar el fracaso, también que se reforzaran las respuestas de manera congruente e inmediata, y se fuesen reforzando las conductas aprendidas de manera continua. También propuso la “tecnología de la enseñanza”, que consiste en una instrucción individualizada y el modelado gradual de conductas verbales complejas. Un objetivo conductual tiene tres componentes: el resultado se debe establecer en una conducta observable y medible, se especifican las condiciones bajo las cuales se debe mostrar esa conducta, y por último, se incluye un criterio para valorar cuando se produce una respuesta aceptable de esa conducta.

Beltrán y Bueno (1995) mencionan que las estrategias de aprendizaje se pueden dividir teniendo en cuenta dos criterios: su naturaleza y su función. De acuerdo con su naturaleza, las estrategias pueden ser cognitivas, metacognitivas y de apoyo. De acuerdo con su función, se pueden clasificar las estrategias según los procesos a los que sirven: sensibilización, atención, adquisición, personalización, recuperación y evaluación. Para simplificar al máximo podríamos cruzar los dos criterios y establecer una clasificación que divide las estrategias en cuatro grupos: estrategias de apoyo, estrategias de procesamiento, estrategias de personalización y estrategias metacognitivas.

Las estrategias de procesamiento van directamente dirigidas a la codificación, comprensión, retención y reproducción de los materiales informativos. En la utilización de estas estrategias reside la calidad del aprendizaje, como se ha indicado al principio, ya que una de las funciones de estas estrategias es favorecer el aprendizaje significativo. Las más importantes son: la repetición, selección, organización y elaboración.

Aprender es construir conocimientos, es decir, manejar, organizar, estructurar y comprender la información, o lo que es lo mismo, poner en contacto las habilidades del pensamiento con los datos informativos; aprender es aplicar cada vez mejor las habilidades intelectuales a los contenidos del aprendizaje. Aprender está así relacionado con el pensar y enseñar es ayudar al alumno a pensar, mejorando cada día las estrategias o habilidades de ese pensamiento (Beltrán y Bueno, 1995).

El aprendizaje es un cambio relativamente permanente en la conducta como resultado de la experiencia, además de que permite a los seres humanos un mayor grado de flexibilidad y de adaptabilidad de lo que tiene cualquier otra especie. Existen dos perspectivas teóricas que nos permiten comprender la manera en que aprendemos, el conductismo, que destaca las relaciones entre los estímulos observables y las respuestas. Y el cognitivismo que destaca el papel de los procesos mentales internos en el aprendizaje (Ormrod, 2008).

Sea cual sea la perspectiva que adoptemos, sólo podemos saber que se ha producido un aprendizaje cuando observamos que una conducta ha cambiado de alguna manera; quizá, porque aparece una nueva respuesta o porque se incrementa la frecuencia de una que ya existía. Los principios, es decir los factores que influyen sobre el aprendizaje, además de las teorías, las explicaciones de por qué esos factores tienen esos efectos, tanto desde el conductismo como desde el cognitivismo pueden ayudar a los educadores a mejorar las prácticas educativas y a maximizar el aprendizaje de sus alumnos (Beltrán y Bueno, 1995).

Serrano (1996) menciona que en primer lugar, es indispensable cuando se forman grupos de trabajo que presenten el suficiente nivel de heterogeneidad como para poder ser representativos de la población total del aula en cuanto a los distintos niveles de rendimiento, sexo, etnia y personalidad. En segundo lugar, mantener entre los miembros del equipo una interdependencia positiva mediante la aplicación de determinados principios de recompensa grupal según los objetivos propuestos ya sean individuales o grupales.

Por otro lado Álvarez, García, Gros y Guerra (2006) comentan que los términos cooperación y colaboración se utilizan como equivalentes en muchas ocasiones. Sin embargo, estos enfoques son diferentes. Se trata en realidad de dos extremos del proceso de enseñanza-aprendizaje, que puede estar altamente estructurado por el docente

(cooperativo) o dejar la responsabilidad del aprendizaje principalmente en el estudiante (colaborativo). Es por eso que estos dos enfoques pueden ser vistos como opuestos, pero utilizados en combinación, pueden ayudar a situar el proceso, ya que la colaboración en ocasiones es difícil de lograr. Es tarea del docente emplear métodos adicionales para que la colaboración se logre de forma satisfactoria.

Collazos y Mendoza (2006) mencionan que el aprendizaje colaborativo es un sistema de intercambio de ideas el cual se logra gradualmente entre los integrantes del equipo, contribuyendo también a hacer responsables del aprendizaje a cada uno de los compañeros del equipo. Mencionan además que, no por ser grupos, significa que son cooperativos, ya que para que lleguen a ser realmente colaborativos, se necesita trabajar constantemente los modelos interactivos de aprendizaje, para lograr que un pseudoequipo se convierta en un grupo realmente cooperativo y así poder formar un grupo de alto rendimiento.

García – Beltrán, Martínez, Jaén y Tapia (2006) mencionan que el establecimiento de la autoevaluación es de gran ayuda en pruebas de repuesta objetiva, además de permitir la realización de distintas actividades docentes que promueven el aprendizaje antes, durante y después del periodo académico. El diseño y planificación de la autoevaluación debe ser coherente con los objetivos planteados y el resto de la metodología que el maestro emplea.

Ibarra y Rodríguez (2007) mencionan que la evaluación del aprendizaje realizado en un contexto de colaboración o cooperación es un reto para el profesor universitario y este es aún mayor si se trabaja en el sentido de compartir la responsabilidad de la evaluación.

García - Beltrán, et al. (2006) mencionan que a diferencia de lo que ocurre con otras técnicas de evaluación, la ventaja de la retroalimentación inmediata en los sistemas de autoevaluación fundamenta una clave decisiva en el proceso de aprendizaje, ejerciendo un elemento motivador para el esfuerzo del alumno y le orienta de forma eficaz en sus actividades.

Valero- García y Díaz de Cerio (2005) mencionan que la estrategia de autoevaluación pueden usarse como base para la organización de un sistema de evaluación que proporcione información con prontitud, sin embargo se renuncia un tanto a la precisión y a la fiabilidad. Sin embargo, los alumnos pueden ser colaboradores del docente, en lo que se refiere a la evaluación. Ya que la autoevaluación, además de la coevaluación son las dos únicas formas que tienen los alumnos para ayudar a evaluar al profesor.

La autoevaluación, es un proceso de gran ayuda en el aprendizaje del alumno, ya que como menciona Glinz (2005), el alumno desarrolla su potencial, adquiere habilidades y valores necesarios para enfrentarse a la vida profesional. Además que tiene como fin el evaluar tanto los aciertos como los errores para corregirlos y lograr los objetivos. De tal forma que podrán evaluar por sí mismos cuando sus respuestas sean buenas, además de analizar cual es el propósito de los resultados obtenidos.

El tamaño de los grupos, la organización de ellos, la calidad de las tareas grupales, el funcionamiento interno de los grupos y sus procedimientos que utilizan, son algunos de los elementos sobre los que se puede reflexionar, tanto los docentes como los alumnos de forma conjunta (Ibarra y Rodríguez, 2007).

Cuando se usa la estrategia de la autoevaluación, es el propio alumno el que determina en qué medida su trabajo está bien o mal siguiendo las instrucciones del docente. La autoevaluación, tiene ventajas como el que los alumnos van interiorizando los criterios de corrección que el profesor realiza a través de las instrucciones para la autoevaluación. Esto permite a los alumnos ajustar cada vez más sus respuestas a lo que el profesor espera. Además, los alumnos desarrollan el hábito de la reflexión y la identificación de los propios errores, cuestión fundamental cuando se trata de formar personas con capacidad para aprender de forma autónoma (Valero- García y Díaz de Cerio, 2005).

Para afrontar los cambios que el sistema de educación demanda, la autoevaluación es una herramienta importante en el aprendizaje, por lo anterior descrito, además de hacer responsables a los alumnos de su aprendizaje, ayuda al profesor a reducir el tiempo de evaluación, al mismo tiempo que el docente proyecta ante los alumnos lo que es bueno para ellos a la hora de establecer los elementos de su programa (Valero- García y Díaz de Cerio, 2005).

Alvarez et al. (2006) mencionan que para enfrentarse a los retos que plantea la sociedad actual se requieren cambios en el funcionamiento por parte de docentes y alumnos. No basta como docente el ser experto en una determinada materia, sino que además se debe lograr que los estudiantes desarrollen múltiples habilidades y a la vez una serie de características y competencias fundamentales como son la capacidad de trabajo en equipo, las habilidades comunicativas y de aprendizaje autónomo, la capacidad de resolver problemas, de toma de decisiones entre otras. Formar a los individuos para que sean capaces de desenvolverse en un contexto de colaboración y de permanente cambio y relaciones con sus colegas. Por lo que hay que implementar nuevas estrategias de aprendizaje para el aprovechamiento de los alumnos. Una de estas estrategias son las actividades reveladoras de pensamiento.

La presente investigación se basa en la estrategia de aprendizaje llamada “actividades reveladoras del pensamiento” (MEA, Model-eliciting activities, por sus siglas en inglés) y su influencia que lleva al correcto razonamiento del alumno respecto a la materia de Cálculo Diferencial. La revisión de la literatura dotó a la investigadora de un amplio panorama del campo que se desea estudiar, pudiendo construir conceptos de forma coherente y formando adecuadamente el planteamiento del problema.

Al abordar el tema de actividades reveladoras de pensamiento, es importante el estudio del aprendizaje colaborativo, ya que el fundamento de las MEA es precisamente el trabajo grupal adecuado.

Aguilar (2009) en su tesis menciona que los docentes aplican el trabajo colaborativo en sus aulas, creando un clima de solidaridad y tolerancia con sus alumnos lo cual permite desenvolverse con confianza entre ellos. Además agrega que se recomienda el uso de la autoevaluación y la coevaluación. Para mejorar el trabajo colaborativo y la responsabilidad individual del alumno.

En las actividades reveladoras del pensamiento se trabaja en grupos de 3 a 5 integrantes en una o dos sesiones de clase. Las actividades reveladoras del pensamiento evocan el aprendizaje significativo, ya que relacionan nuevas ideas con aspectos de la estructura cognitiva. Para estos autores, lo fundamental en la solución de un problema que involucre actividades reveladoras de pensamiento es el expresar, probar y revisar modelos que permitan solucionar el problema.

El diseño de las actividades reveladoras del pensamiento está hecho para motivar a los estudiantes a construir modelos matemáticos para resolver problemas complejos, así como para proveer a los docentes de instrumentos que permitan entender mejor el razonamiento de los alumnos.

Una característica importante de esta estrategia es que no hay solamente una respuesta correcta, sino sólo respuestas más eficientes. El nombre de la estrategia surge del hecho que el estudiante usa su pensamiento al realizar la conexión entre las Matemáticas y los hechos cotidianos a los que se puede enfrentar en su vida laboral y así contribuir para que las MEA lleven a formas significativas de aprendizaje, las cuales involucran un desarrollo cuidadoso y una implementación experimental.

Diefes – Dux et al (2009) mencionan que existen seis principios para aplicar actividades reveladoras del pensamiento:

- Asegurarse de que la actividad requiera la construcción de una descripción, de una explicación, o de un procedimiento explícito para una situación matemáticamente significativa.
- Presentado en un contexto realista de la ingeniería y ser diseñado de modo que los alumnos puedan interpretar la actividad usando diferentes niveles de capacidad matemática y de conocimiento general.
- Autoevaluarse, para mejorar.
- Realización de la documentación de su trabajo.
- Revisar las soluciones que son comparables con otras y modificables para otras situaciones de la ingeniería.

- Que el prototipo sea eficaz para los usos de la ingeniería.

Hamilton et al (2008) como Iversen y Larson (2006), mencionan también seis principios similares al anterior que definen el diseño de actividades reveladoras del pensamiento:

- El principio de realidad. ¿Puede suceder en la “vida real” la situación o problemática a solucionar presentada a los estudiantes?
- Construcción de un modelo. ¿La situación planteada a los alumnos requiere de la construcción, manipulación, explicación, predicción o control de un sistema estructurado con significado?
- Documentación del modelo. ¿La respuesta de los alumnos requerirá que explícitamente revelen qué están pensando acerca de la situación?
- Autoevaluación. ¿Los estudiantes podrán evaluar por sí mismos cuando sus respuestas sean buenas, y cual es el propósito de los resultados obtenidos?
- Generalización del modelo. ¿El modelo es sólo aplicable para el problema planteado a los estudiantes, o puede ser utilizado y compartido en otras situaciones?
- Prototipo simple. ¿Es la situación tan simple como es posible, pero aún así, crea la necesidad de contar con un modelo significativo? ¿La solución proporcionará un prototipo útil para interpretar otras situaciones similares?

Iversen y Larson (2006) coinciden en los puntos anteriores, mismos que llevaron a cabo en un estudio realizado en una Universidad de Dinamarca en el 2005 con 200 estudiantes de la materia de Cálculo. En el que pudieron observar que no siempre los estudiantes más brillantes en las Matemáticas son los que tienen mayor capacidad para resolver problemas aplicados a la realidad. Se observó que los estudiantes promedio son los que usan las Matemáticas simples para situaciones útiles y de gran alcance.

Moore y Diefes-Dux (2004) aportan que los estudiantes siguen cuatro pasos básicos para desarrollar las MEA: descripción del modelo basado en el real; manipulación del modelo para generar predicciones o acciones relacionadas con la situación original de la solución del problema; aportar resultados relevantes y verificación referente a la utilidad de acciones y predicciones.

Yu y Chang (2008) mencionan que para que los alumnos puedan aprender a través de MEA, los docentes deben de estar preparados para plantearlas; ya que las declaraciones de las MEA deben ser la parte central de la enseñanza y los docentes deben presentar a los estudiantes el problema según el nivel de grado y las experiencias previas. Realizando un estudio con los profesores y las aplicaciones de ellas, se llegó a la conclusión de que las actividades reveladoras de pensamiento realmente activan el razonamiento de los alumnos; sin embargo, se tienen ciertos limitantes, como la conexión débil del plan de estudios actual. No obstante, las actividades reveladoras de pensamiento están más cercanas a situaciones de la vida real que los libros de texto, este estudio se llevó a cabo en Taiwán.

Domínguez (2009) menciona que la estructura de las MEA se compone de un artículo sobre un tema realista y un caso específico sobre ese tema. Al comenzar la actividad se les da a los alumnos el problema y luego se les hacen algunas preguntas para ubicarlos en el tema. Posteriormente se les da el caso específico que deben resolver. La MEA termina con la presentación de la solución de cada equipo. Para la solución y presentación se sugiere ofrecer a los alumnos el material que necesiten para realizarlo.

Lesh y Doerr (2003) mencionan que algunas ventajas de las actividades reveladoras de pensamiento y con respecto a problemas tradicionales son las siguientes:

- La naturaleza del problema, en el cual los estudiantes deben interpretar el significado del mismo, es decir, en las MEA deben construir las respuestas.

- El alumno necesita saber para qué es la herramienta (las Matemáticas), por qué y para qué propósito es necesaria.
- No se requiere mucho esfuerzo hacia el desarrollo del problema, además de que es una actividad social de gran utilidad.

Glinz (2005) menciona que los contenidos, los objetivos y la evaluación de los aprendizajes, forman los elementos fundamentales del proceso de aprendizaje. Así la comunicación con los pares abre la percepción de la persona, desarrolla habilidades cognitivas y de trabajo en grupo, respondiendo a las necesidades suficientes para este tiempo. También menciona que las estructuras que forman el trabajo colaborativo son: la competencia, mediante la cual los alumnos tratan de alcanzar las metas, mismas que sólo se consiguen cuando el grupo en su totalidad lo hace, (si yo gano tu ganas); la cooperación, ya que los alumnos ejercitan la interdependencia positiva, logrando un crecimiento personal y social. En cambio el individualismo proporciona solamente un crecimiento personal del alumno, y por lo tanto el estudiante tiende al aislamiento, lo que le puede provocar daños permanentes en su interioridad.

Según Tenbrink (2002) existen varias sugerencias para diseñar proyectos y tareas, que se pueden esperar también en actividades reveladoras de pensamiento, las cuales son:

- Decidir lo que se supone que el alumno aprende de la experiencia, es decir lo que se va a aprender, ya que cada tarea debe estar diseñada específicamente para ayudar al alumno a alcanzar algún objetivo, el cual debe de estar claramente especificado.
- Determinar lo que han de hacer los alumnos, a menudo son necesarias varias tareas para ayudar al alumno a alcanzar un objetivo particular. Cuando ocurre esto, se debe formular con precisión de qué modo va a ayudar cada tarea al alumno a alcanzar el objetivo y se debe decidir exactamente lo que aprenderá si la realiza correctamente. Se debe considerar el cómo van a comunicar los alumnos sus resultados y establecer las reglas para los análisis a hacer.

Diefex – Dux y Salim (2009) realizaron un estudio en el que aplicaron las MEA y recomiendan que se debe ser claro con lo que se le pide al estudiante, ya que debido a la falta de experiencia y comprensión inadecuada por parte del alumno, el problema puede tener una mala interpretación. En su estudio los resultados de su trabajo tuvieron implicaciones para el plan de estudios y la forma en cómo se instruye la ingeniería, puesto que se centraban en el desarrollo, modelo y diseño. Sus resultados contribuyeron a las pautas para el diseño de las actividades reveladoras del pensamiento; en la que se recomienda seleccionar cuidadosamente la información para ser incluido en el problema, teniendo también implicaciones para la instrucción en la formulación. Los estudiantes necesitan la identificación de la práctica directa e indirecta, además de la dirección para desarrollar definiciones de problema apropiadas.

Al comunicar los resultados de alguna tarea a los alumnos dependerá del tipo de análisis que se hizo y del tipo de información que se obtuvo, esto ocurre en tres facetas: el modo, la extensión y la libertad relativa de responder (Tenbrink, 2006).

- Con respecto al modo, se sugieren dos criterios: debe estar de acuerdo con el resultado de aprendizaje esperado, es decir el objetivo de la tarea. Y en segundo lugar, el modo de respuesta debe permitir al profesor hacer la clase de análisis que quiere hacer.
- Con respecto a la extensión, cuanto más larga sea la respuesta, será más probable que el profesor tenga suficiente información para hacer un análisis significativo. Además debe de tener consistencia y muestreo adecuado.
- En cuanto a la libertad relativa de responder, si se les restringe las respuestas a los estudiantes se les está limitando el tipo de información que se puede obtener y el tipo de juicios que se pueden formular con dicha información (Tenbrink, 2006).

Ibarra y Rodríguez (2007) mencionan que los estudiantes universitarios tienen el concepto del trabajo en grupo de manera positiva como una estrategia interesante que les

permite realizar tareas de aprendizaje retadoras, debatir con argumentos y expresar opiniones fundamentadas, construir argumentos sobre la base de las aportaciones de los demás, ser conscientes del valor de las aportaciones personales y valorarlas. Por lo que uno de los retos del profesor universitario debería ser abordar el trabajo en grupo de sus alumnos como una tarea que debe ser objeto de enseñanza y aprendizaje (aprender a trabajar en grupo) a lo largo de la carrera y acoplarse a las peculiaridades propias de las diferentes especialidades.

Ya que las MEA se realizan en tiempos muy cortos, este tipo de actividad hace posible observar en los estudiantes, el cómo: integran, diferencian y revisan los constructos relevantes. El investigador observa los procesos que promueven el desarrollo de un estado a otro (Hamilton et al, 2008).

Díaz y García (2006), mencionan que el modelo de evaluación de Matemáticas debe ser cualitativo, para así dar más importancia a los procesos que a los resultados, ya que no sólo utiliza los exámenes como recogida de información, sino otros instrumentos como son la observación, las entrevistas y el análisis de trabajos que realiza el alumno.

También menciona que existe gran diferencia entre evaluación y calificación, ya que la evaluación tiene como finalidad mejorar el proceso de aprendizaje tanto por parte del profesor como del alumno. Se evalúa para que los alumnos aprendan más, para que los docentes realicen mejor su trabajo como profesores y para que los centros educativos funcionen mejor. Así, la evaluación diagnóstica nos da información para articular el proceso de enseñanza – aprendizaje. La evaluación continua nos muestra información de cómo se van desarrollando las actuaciones previstas para ir corrigiendo. La evaluación final pone de manifiesto la posible discrepancia entre lo que se planificó y los resultados que se obtuvieron (Díaz y García, 2006).

En cambio, la calificación tiene como finalidad seleccionar alumnos, clasificándolos como promocionan o no promocionan; si obtienen un título o no. Éste aspecto de la evaluación se distingue del otro en que no pretende mejorar el rendimiento educativo, sino cumplir con una obligación social. Por lo que ambos términos no deben confundirse, cada uno de ellos tiene su función.

Como se ha mencionado las actividades reveladoras del pensamiento activan el razonamiento del alumno (Dominguez, 2009), por lo que es importante que al revisar éste tipo de estrategia el docente debe ser cuidadoso al evaluarlas, ya que no se debe de evaluar solamente el resultado, sino el procedimiento que ha seguido el alumno al realizar la solución del problema (cualitativamente). De igual manera se debe de plantear de forma adecuada la estrategia tomando en cuenta los seis principios mencionados anteriormente tanto por Hamilton et al. (2008) como por Iversen y Larson (2006)

METODOLOGÍA

Como se mencionó anteriormente las actividades reveladoras del pensamiento están relacionadas con la enseñanza aprendizaje y tienen poco tiempo de ser utilizadas en las instituciones educativas. Tomando en cuenta la naturaleza de la pregunta de investigación, se recurre a un tipo de metodología que favorece el estudio utilizando instrumentos de tipo cualitativo para poder obtener resultados que amplíen el campo de conocimiento en el área (Hernández, et al. 2006).

La investigación cualitativa consta de cinco fases:

- Observación y evaluación de fenómenos.
- Establece suposiciones como consecuencia de la observación.
- Demuestra el grado en que las ideas tienen fundamento.
- Revisa las ideas.
- Proponen nuevas observaciones y evaluaciones.

Este estudio se consideró de tipo cualitativo. Así que se observó la conducta que el alumno mostró ante ésta actividad de aprendizaje al observar el razonamiento que asumió al desarrollarla.

La investigación cualitativa consta de planteamiento del problema, revisión de la literatura, hipótesis e ingreso en el ambiente.

El tipo de investigación que tendrá el presente estudio se considera explicativa, puesto que establece relaciones entre conceptos, el interés se centra en explicar por qué ocurre el razonamiento de alumno en la manera que se da y en qué condiciones se da éste.

5.1 Técnicas de recolección de datos

La recolección de datos para el enfoque cualitativo resulta fundamental para obtener datos confiables en la investigación. Al tratarse de alumnos de una clase, los datos que interesan son percepciones, interacciones, experiencias, vivencias de los participantes de manera grupal e individual. Puesto que ocurre en los ambientes naturales y cotidianos de los participantes (Hernández et al, 2006).

Según Hernández et al. (2006), la recolección de datos implica tres pasos:

- Seleccionar un instrumento de medición disponible, el cual debe de ser válido y confiable.
- Aplicar el instrumento de medición
- Preparar las mediciones obtenidas

Se seleccionaron cuatro instrumentos de recolección de datos, la resolución del problema utilizando la actividad reveladora del pensamiento y una guía de observación para la investigadora. Así como un instrumento de prueba piloto que servirá para observar el comportamiento de los alumnos ante la actividad planteada. Además de un instrumento que servirá para la autoevaluación.

La prueba piloto (Apéndice A) consiste en realizar una actividad reveladora del pensamiento previa a la que evaluará la investigación. La cual consiste en implicar al alumno en un problema en el que tiene que determinar las dimensiones de un recolector de agua de lluvia.

El segundo instrumento de recolección de datos implica el constructo de la actividad reveladora del pensamiento (Apéndice B). La MEA consta de tres partes, artículo y preguntas preliminares, solución del problema y presentación.

El artículo describe una empresa importante en el ramo de la fundición de acero, la cual es ficticia, el problema consiste en que el alumno se sitúe en un hecho real de su vida futura laboral, el cual lo coloca en una empresa de construcción con acero y él laborando como ingeniero de producción.

El alumno tiene que diseñar un tanque de almacenamiento con dimensiones determinadas para minimizar la utilización de la materia básica de producción (el acero) pero cumplir con las especificaciones dadas por el cliente. Para lo cual debe de construir un modelo (el tanque).

Como parte de la solución del problema se les pedirá a los alumnos que generalicen el resultado, es decir, que mencionen alguna otra aplicación planteando, aunque no resolviendo, un problema similar.

El tercer instrumento de recolección de datos (Apéndice C), es basado en la observación, el cual consiste en el registro sistemático, válido y confiable de comportamiento o conducta manifiesta (Hernández et al., 2006), por lo que éste instrumento servirá a la investigadora para realizar anotaciones generales de la realización de la actividad reveladora del pensamiento.

El instrumento se realizó de forma compacta ya que tendrá que observar en un tiempo corto (dos sesiones de clase) el comportamiento ante la MEA de cinco grupos de trabajo al mismo tiempo.

El cuarto instrumento de recolección de datos (Ver Apéndice D) se presenta con una escala tipo Likert y se aplicará a todos los alumnos participantes. Una escala Likert se forma de afirmaciones que califiquen al objeto, deben ser confiables y tener validez (Hernández et al., 2006). La escala Likert se puede aplicar de manera individual, entregando la escala a quien vaya a responder; o por medio de la entrevista, en el caso del presente instrumento se aplicará de forma autoadministrada y servirá para recabar información acerca de la autoevaluación. Este método lo utilizó a principios de los treinta Rensis Likert, de ahí su nombre (Hernández et al., 2006).

La presentación de sus resultados se realizó en el salón de clases, ya que cuenta con proyector. Los alumnos decidieron si la presentan con el cañón o bien en papel, además de los cálculos con los que llegaron a su resultado y las conclusiones y aplicaciones que ésta actividad puede tener.

Se menciona que la recolección de datos se llevó a cabo en un solo momento ya que en la segunda sesión es cuando el alumno expone sus resultados de cómo razonó el problema aplicando MEA y la investigadora recolecta las observaciones de la actividad realizada por parte de los alumnos.

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

El objetivo de este capítulo es presentar los resultados cualitativos de los instrumentos aplicados, los cuales fueron:

- Una prueba piloto de actividades reveladoras del pensamiento (ver Apéndice A)
- La actividad reveladora del pensamiento (ver Apéndice B)
- Una hoja de observaciones utilizada por la investigadora (ver Apéndice C)
- Autoevaluación (ver Apéndice D)

Al analizar el indicador de la inteligencia se puede observar que como Beltrán y Bueno(1995) mencionan, ésta es un factor fundamental para la acción creadora y que las facultades cognitivas y afectivas lo hacen al servicio de la inteligencia, al analizar los resultados obtenidos se muestra que solamente un equipo de trabajo mostró desarrollo tanto al facilitar el acceso a las nuevas estructuras cognitivas y en el factor afectivo al tomar las decisiones correctas tanto en la solución de su problema como en las respuestas dadas a sus compañeros de equipo.

Dos de los equipos no tienen de todo desarrollada la facultad cognitiva, puesto que en la resolución del problema estuvieron asertivos en una parte de él, además en la parte afectiva que es la relacionada con las preguntas que les realizaron sus compañeros tuvieron dificultad para la toma de decisiones. El quinto equipo de trabajo está deficiente en general de éste indicador.

Se determinó que todos los equipos de trabajo realizaron derivadas de forma correcta, solamente el equipo 5 no las resolvió bien. Por lo que se puede observar que la mayor parte de los alumnos tuvo sólidas las bases para el desarrollo de la actividad.

En cuanto a la autoevaluación, Glinz (2005) menciona que tiene como fin el evaluar tanto los aciertos como los errores para corregirlos y lograr los objetivos comunes, Aguilar (2009) opina lo mismo en cuanto a que el trabajo en equipo requiere de autoevaluación para mejorar el trabajo colaborativo y la responsabilidad individual del alumno, así como adquirir habilidades y valores necesarios para enfrentarse a la vida profesional.

Por lo que al observar los resultados obtenidos se puede analizar que los alumnos creen que el trabajo en equipo tiene beneficios, pero que también el trabajo individual les puede proporcionar aprendizaje, ya que en la primera frase, las respuestas obtenidas estuvieron de forma regular como se observa el Apéndice E. Es decir, no todos piensan que siempre el trabajo en equipo les brinda beneficios, puesto que solamente 9 alumnos mencionaron que siempre aprenden mucho mejor cuando trabajan de ésta forma. Sin embargo, 8 mencionaron que con mucha frecuencia y 3 que frecuentemente, a lo que al realizar un sondeo de forma general y preguntarles acerca de sus respuestas, mencionaron, que en ocasiones es necesario realizar trabajos individuales para comprender ciertos temas y después trabajar el equipo para reafirmarlos.

La comunicación entre los integrantes del equipo en general es buena, ya que 12 alumnos mencionan que siempre se expresan de forma fácil lo que piensan acerca del tema. Su responsabilidad se observa que es alta puesto que solamente un alumno menciona que casi nunca investiga para mejorar la solución del problema. En comparación de 18 alumnos que mencionan que siempre investigan para mejorar sus resultados. Se observa que su trabajo colaborativo en general es bueno puesto que 16 alumnos mencionan que siempre hacen la parte que les corresponde además de ofrecer la ayuda necesaria a sus compañeros.

Es notorio que la actividad reveladora del pensamiento fue del agrado del grupo en cuanto a aprendizaje se refiere, ya que 30 alumnos de un total de 34 mencionaron que el realizar éste tipo de actividad les ayudó a incentivar su aprendizaje y comprender mejor el tema de aplicaciones de derivadas.

CONCLUSIONES

Los resultados a los que se llegó en este proyecto se basaron en responder la pregunta de investigación planteada en el capítulo uno de este documento.

Con respecto a la respuesta de la primera pregunta de investigación secundaria se pudo observar según se muestra en los resultados obtenidos, que el alumno es capaz de construir sus conocimientos a partir de otros que tenía anteriormente, el aprendizaje es un cambio continuo de habilidades y conocimientos y además influye en un cambio en valores, actitudes y reacciones emocionales.

Como se observa en los resultados obtenidos, el alumno con la actividad reveladora del pensamiento construyó sus significados y conocimientos matemáticos de forma general, ya que se observó que el estudiante tuvo una buena aceptación en general del trabajo en equipo puesto que presentó su trabajo de forma ordenada, clara y organizada. Glinz (2005) menciona que uno de los elementos del aprendizaje cooperativo es el trabajo en equipo ya que juntos resuelven los problemas planteados, en el caso particular de esta investigación, el problema planteado en la MEA, desarrollando así habilidades de comunicación, confianza y liderazgo.

Dentro del indicador de la cooperación se advirtió que los alumnos, como menciona Mínguez (2009), deben ser conscientes desde que inician su trabajo en equipo de la meta que se desea construir para que valoren la cooperación como una acción para aprender. Se observó que los alumnos sí se acoplaron al trabajo en equipo de forma positiva, aunque al principio dos de los equipos batallaron un poco para el trabajo, desarrollando la actividad pudieron llevarla a cabo de forma positiva.

Badía (2006) comenta que el trabajo en equipo promueve la comunicación y coordinación entre los alumnos, así Glinz (2005) menciona que éste es otro elemento del aprendizaje cooperativo, el cual con la observación de dicho indicador se pudo examinar el desarrollo de la comunicación en la solución del problema planteado, aquí se observó que el alumno prefirió exponer su solución con el proyector, y dos equipos de trabajo expusieron sus resultados en papel. La investigadora observó que de forma general los estudiantes compartieron información y analizaron sus conclusiones para obtener mejores resultados.

Por lo que con esto se cumple con el primer objetivo secundario de la investigación el cual era conocer como el alumno da evidencia de la construcción de sus significados y conocimientos matemáticos inmerso en el trabajo colaborativo. Al llevar a cabo el desarrollo de la actividad reveladora del pensamiento se observó como el alumno colaboraba con sus compañeros de clase y a partir de ese trabajo cooperativo el alumno elaboraba su conocimiento al compartir información con sus compañeros de clase, intercambiar opiniones sobre el desarrollo de la actividad y buscar información en libros o apuntes de clase.

Con respecto a la segunda pregunta de investigación secundaria, se observó que el alumno utiliza el razonamiento matemático en general de forma correcta originando así diferentes posibilidades de respuesta en la resolución de problemas de aplicaciones de la derivada usando máximos y mínimos, aunque no todas las respuestas fueron las ideales, sí la mayoría de las respuestas tuvo una secuencia un lógica y además cumplió con el objetivo de diseñar el tanque de almacenamiento con el volumen determinado que se solicitaba.

Por lo que se cumple así con el segundo objetivo de investigación el cual era establecer los efectos que originan en el razonamiento matemático del alumno las diferentes posibilidades de respuestas en la resolución de un problema de aplicaciones de la derivada usando máximo y mínimos con la actividad reveladora del pensamiento.

Se observó que tres de los equipos relacionaron de forma correcta las ecuaciones que necesitaban para la resolución del problema. Todo lo anterior nos lleva a la conclusión de que el alumno sí trae a memoria los conocimientos anteriores que había adquirido para relacionarlos con nuevos conocimientos que construye por sí mismo.

Como conclusión general del objetivo de investigación se observó que con la actividad reveladora del pensamiento el alumno realiza la aplicación de los temas vistos en clase, no solamente como un desarrollo matemático que tiene que aprender, sino como una aplicación para su vida laboral a la cual se enfrentará. Y de ésta manera, el estudiante se da cuenta la gran aplicación que las Matemáticas pueden tener en su profesión.

Con la hipótesis que se planteó y según los resultados obtenidos se llega a la conclusión de que las MEA sí son una herramienta importante para el razonamiento del alumno, ya que al llevar a cabo la actividad se constató el trabajo que llevaron a cabo los estudiantes.

Se observó que la actividad reveladora del pensamiento ayudó al razonamiento del alumno, como lo mencionan Iversen y Larson (2006) y Hamilton et al. (2008), la actividad se debe evaluar de una forma cualitativa y no tanto cuantitativamente, es decir, se revisó el procedimiento que realizaron y la forma en como llevaron a cabo la actividad, aún cuando su resultado no fue el ideal por lo que la investigadora fue cuidadosa al evaluar la actividad para hacerlo cualitativamente.

REFERENCIAS

- Aguilar, D. (2009). *Uso de las Técnicas Didácticas: Aprendizaje Colaborativo, Aprendizaje Basado en Problemas y Aprendizaje Orientado a Proyectos como favorecedoras en las habilidades sociales: Aprender a expresar afecto y aprender a interactuar con los demás*. Tesis de maestría no publicada. Universidad Virtual del Tecnológico de Monterrey. Recuperado de <http://biblioteca.itesm.mx>
- Álvarez, I., García, I. Gros, B. y Guerra V. (2006). *El diseño de entornos de aprendizaje colaborativo a través del programa Knowledge Forum: análisis de una experiencia*. Tesis de maestría no publicada. Universidad de Barcelona. Recuperado de http://www.revistaeducacion.mec.es/re341/re341_19.pdf
- Badía, A. (2006). Ayuda al aprendizaje con tecnología en la educación superior [Versión electrónica], *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimientos*. 2(3), 5-19 Recuperado de <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/780/78030208.pdf>
- Beltrán, J. y Bueno, J. (1995). Capítulo 4: Aprendizaje. *Psicología de la educación* (pp. 307-328). Barcelona, España: Alfaomega.
- Collazos, C. A. y Mendoza, J. (2006). Como aprovechar el “aprendizaje colaborativo” en el aula [Versión electrónica]. *Educación y Educadores*, 9 (2), 61-76. Recuperado de http://scholar.google.es/scholar?q=Como+aprovechar+el+%E2%80%99Caprendizaje+colaborativo%E2%80%99D+en+el+aula+&hl=es&btnG=Buscar&lr=lang_es
- Díaz, F. y García, J. (2004). *Evaluación criterial del área de matemáticas*. Barcelona, España: Praxis: obtenido de <http://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=HxF1Uyk9kOEC&oi=fnd&pg=PA8&dq=D%C3%ADaz+Alcaraz,+F.+y+Garc%C3%ADa+Garc%C3%ADa,+J.+%282004%29.+Evaluaci%C3%B3n+criterial+del+%C3%A1rea+de+matem%C3%A1ticas+.Barcelo+na,+Espa%C3%B1a:+Praxis&ots=iWuzv6QXEd&sig=v-LgqMgLvhdJPYyzOnRrzQpCFMA#v=onepage&q&f=false>
- Diefes-Dux, H.A. y Salim, A. (2009) *Problem Formulation during Model-Eliciting Activities: Characterization of First-Year Students' Responses*. Proceedings of the Research in Engineering Education Symposium 2009, Palm Cove, QLD Recuperado de http://rees2009.pbworks.com/f/rees2009_submission_15.pdf
- Domínguez, C. A. (2009). Actividades Reveladoras del Pensamiento: Más que una Forma de Aprendizaje Activo. *Memorias del X Congreso Nacional de Investigación Educativa*. Veracruz, México. http://www.comie.org.mx/congreso/memoria/v10/pdf/area_tematica_05/ponencias/1776-F.pdf
- García – Beltrán, A., Martínez, R., Jaén J. y Tapia, S. (2006). La autoevaluación como actividad docente en entornos virtuales de aprendizaje/enseñanza. *Revista de Educación a Distancia*. [Versión electrónica]. Recuperado de http://www.um.es/ead/red/M6/garcia_beltran.pdf

- Glinz, P. (2005). Un acercamiento al trabajo colaborativo. [Versión electrónica]. *Revista Iberoamericana de Educación*, 32 (2). 1-14 (ISSN: 1681-5653) Recuperado de <http://www.itesm.mx/va/diie/congresoTD/docs/820glinz.pdf>
- Hamilton, E., Lesh, R., Lester, F. and Brilleslyper, M. (2008). Model-Eliciting Activities (MEAs) as a bridge between Engineering Education Research and Mathematics Education Research. *Advances in Engineering Education*. (1), 1-25.
- Hernández, R., Collado, C., y Baptista, P. (2006). Metodología de la investigación. (4ª ed.). Distrito Federal, México: McGraw-Hill Interamericana.
- Ibarra, M. y Rodríguez, G. (2007). El trabajo colaborativo en las aulas universitarias: reflexiones desde la autoevaluación. [Versión electrónica]. (344). *Revista de Educación*, 355-375. Fecha de entrada: 29-01-07 Fecha de aceptación: 18-05-07, Recuperado de http://www.revistaeducacion.mec.es/re344/re344_15.pdf
- Iversen, S.M., Larson, J. (2006) *Simple Thinking using Complex Math vs. Complex Thinking using Simple Math – A study using Model Eliciting mathematical thinking Activities to compare students' abilities in standardized tests to their modelling abilities*. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*. Vol. 38 (3) 281-292. Recuperado de <http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm063a7.pdf>
- Lesh, R. y Doerr, H. M. (2003). *Foundations of models and modeling perspectives on mathematics teaching, learning, and problem solving*. En R. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-33). Mahwah, NJ: Erlbaum. Recuperado de <http://www.citeulike.org/group/1746/article/1227006>
- Liderazgo, calidad y competencias directivas (2011). Diplomado impartido por la Universidad Virtual del Tecnológico de Monterrey.
- Mínguez, N. (2009). Aprendizaje colaborativo. Tres experiencias desde las matemáticas en la educación secundaria obligatoria. [Revista electrónica] *Revista digital innovación y experiencias educativas*, (15) p 1-8 (ISSN: 1988-6047). Recuperado de: http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_15/NOEMI_MINGUEZ_1.pdf
- Moree, T y Diefes-Dux, H. (2004). *Developing Model-Eliciting Activities for Undergraduate Students Based On Advanced Engineering Content*. Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, (pp. 591-645). Recuperado de http://modelsandmodeling.net/Publications_files/Developing%20Model-Eliciting%20Activities%20for%20Undergraduate%20Students%20Based%20on%20Adv%20Engr%20Content_1.pdf
- Ormrod, J. E. (2008). Aprendizaje humano. Madrid, España: Pearson/Pretince Hall. (Capítulo 3, 4 y 5).
- Perrenaud, P. (2006). Construir competencias desde la escuela. J.C. Santiago de Chile: Sáez Editor. <http://www.centrodemaestros.mx/enams/CONSTRUIRCOMPETENCIAS.pdf>
- Serrano, J.M. (1996). *El aprendizaje cooperativo*. En J.L. Beltrán y C. Genovard (Edit.) *Psicología de la Instrucción I. Variables y procesos básicos*. Madrid: Síntesis (Cap.5, pp. 217-244). Recuperado de <http://www.ceipelsgarrofers.es/resources/aprendizaje+cooperativo.pdf>

- Tenbrink, T. (2006). *Evaluación: Guía práctica para profesores*. (8ª.Ed.) Madrid, España: Narcea. Recuperado de http://books.google.es/books?hl=es&lr=lang_es&id=CJyeZusF6YIC&oi=fnd&pg=PA11&dq=+Evaluaci%C3%B3n:+Gu%C3%ADa+pr%C3%A1ctica+para+profesores&ots=QzlvrEQyGb&sig=wI9Z0QDGcpv0tnXb8_ZupWeH4rl#v=onepage&q&f=false
- Thomas, G. (2005). *Calculo una variable*. (11ª. Ed). ISBN: 970-26-0643-8, Distrito Federal: México: Pearson Educación.
- Ursini, S., Sánchez, G. y Orendain, M. (2004). Validación y confiabilidad de una escala de actitudes hacia las matemáticas y hacia las matemáticas enseñadas con computadora. [Versión electrónica]. *Educación Matemática*. 16 (003). 59 – 78.
- Valenzuela, J. y Lozano, A. (2005). El profesor como evaluador. *El éxito en la enseñanza: Aspectos didácticos de las facetas del profesor* (pp. 227–256). Distrito Federal, México: Trillas.
- Valero – García, M. y Díaz de Cerio, L. (2005). Autoevaluación y co-evaluación: estrategias para facilitar la evaluación continuada. [Versión electrónica]. *Actas del Simposio Nacional de Docencia en la Informática*. SINDI2005(AENUI), pp. 25 – 32. ISBN: 84-9732-443-9. Recuperado el 9 de abril del 2012 de <http://www.informatica.us.es/docs/25aniversario/FerminSanchez.pdf>
- Yu, S., y Chang, Ch. (2008) *What Did Taiwan Mathematics Teachers Think of Model-Eliciting Activities And Modeling?* Recuperado de <http://120.107.180.177/1832/9802/98-2-04pa.pdf>