



Agosto 2018 - ISSN: 1989-4155

## LA INSTRUCCIÓN HEURÍSTICA: SU APLICACIÓN PARA EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PLANA

### HEURISTIC INSTRUCTION: YOUR APPLICATION FOR THE LEARNING OF FLAT GEOMETRY

**Autores:** MSc. Hipólito Eulogio Santos Loo.

Profesor auxiliar. Departamento Educación Infantil. Universidad de Las Tunas. ([kenia@ult.edu.cu](mailto:kenia@ult.edu.cu))

**DrC. Naury Silva Téllez.**

Profesor titular.

Departamento Educación Infantil. Universidad de Las Tunas.

([naury@ult.edu.cu](mailto:naury@ult.edu.cu))

**DrC. Michel Enrique Gamboa Graus.**

Profesor titular. Centro de Estudios Pedagógicos de la Universidad de Las Tunas.

([michelgg@ult.edu.cu](mailto:michelgg@ult.edu.cu))

Para citar este artículo puede utilizar el siguiente formato:

Hipólito Eulogio Santos Loo, Naury Silva Téllez y Michel Enrique Gamboa Graus (2018): "La instrucción heurística: su aplicación para el aprendizaje de la geometría plana", Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo (agosto 2018). En línea:

<https://www.eumed.net/rev/atlante/2018/08/instruccion-heuristica.html>

#### Resumen

En el presente trabajo se hace referencia a una de las problemáticas que más inciden en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje en la formación inicial del maestro primario referente al aprendizaje de la geometría plana, temática de prioridad en la asignatura Matemática, tiene como objetivo la implementación de actividades didácticas centradas en el uso de una sucesión de indicaciones con carácter heurístico, las que permiten al estudiante ser protagonistas en la construcción de sus propios conocimientos. Las actividades diseñadas refieren una secuencia lógica en la aplicación de la instrucción heurística para la ejercitación de este dominio cognitivo, reflejados en la calidad del aprendizaje y en el estímulo a los estudiantes a expresar sus ideas y juicios relacionado con la motivación hacia el aprendizaje de la geometría plana.

**Palabras claves:** geometría, procedimientos, instrucción, heurística

#### Summary

In the present work reference is made to one of the problems that most affect the development of the teaching-learning process in the initial training of the primary teacher concerning the learning of plane geometry, thematic priority in Mathematics, aims to the implementation of didactic activities centered on the use of a succession of indications with a heuristic character, which allow the student to be protagonists in the construction of their own knowledge. The designed activities refer to a logical sequence in the application of the heuristic instruction for the exercise of this cognitive domain, reflected in the quality of the learning and in the stimulation to

the students to express their ideas and judgments related to the motivation towards the learning of the plane geometry.

**Key words:** geometry, procedures, instruction, heuristics

## **LA INSTRUCCIÓN HEURÍSTICA: SU APLICACIÓN PARA EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PLANA**

La necesidad de desarrollar e impulsar nuevos enfoques pedagógicos que sustenten experiencias educativas más efectivas, constituye uno de los retos que deben asumir todos los comprometidos con la labor de educar las presentes y futuras generaciones.

Las universidades pedagógicas de nuestro país tienen el exigente reto de formar un profesional revolucionario, altamente competitivo en sus esferas de actuación y con una preparación cultural integral, que le posibilite convertirse en un agente transformador de su entorno social y contribuir a que la escuela constituya el principal centro cultural de la comunidad.

Por tal razón, los centros encargados de la formación y superación de los maestros, tienen que diseñar y ejecutar un proceso docente educativo que prepare a sus estudiantes para que puedan aprender de por vida, y a la vez, ofrecer modelos de actuación profesional en función de formar niños y niñas para la vida, de “templar el alma para la vida” como expresara nuestro Apóstol José Martí (1889).

El desarrollo acelerado de la ciencia y la técnica en nuestros tiempos y la cantidad de conocimientos acumulados por el hombre, son realidades de hoy que colocan a la educación ante un gran reto: preparar a las nuevas generaciones para que puedan vivir de acuerdo con su tiempo, en un mundo en el que el ser humano se convierte, cada vez más, en el transformador de la naturaleza, donde los conocimientos se renuevan y enriquecen constantemente.

En tales circunstancias, ningún sistema de educación puede aspirar a transmitir a los estudiantes toda la experiencia acumulada por la humanidad, pero sí a formar en ellos las cualidades del pensamiento y de la personalidad que les permitan estar preparados para participar activamente en la construcción de la nueva sociedad.

Con el objetivo de egresar un profesional de perfil amplio y alta competitividad en sus esferas de actuación, la Dirección Nacional de Formación y Perfeccionamiento del Personal Pedagógico, a partir de toda la experiencia acumulada en el país en la formación y superación de los maestros, ha puesto en marcha el Plan de Estudio E (2016), sin embargo, a pesar de lo mucho que se ha avanzado en todas las direcciones, aún se manifiestan limitaciones en la formación de habilidades profesionales, lo cual exige el perfeccionamiento continuo del diseño de planes y programas de estudio, de la dinámica y de la evaluación del proceso enseñanza-aprendizaje.

Como consecuencia de esto, se requiere adecuaciones en la formación del profesional bajo las condiciones que de él demanda la sociedad. Esto supone que el estudiante debe convertirse en protagonista de su propio aprendizaje y el docente debe brindar las herramientas que necesitan para elaborar sus propios conocimientos y desarrollar habilidades y valores para que sean capaces de resolver los problemas tanto en su vida profesional como en su actuar cotidiano.

La Matemática se encuentra inmersa en estas transformaciones, dado el papel fundamental que corresponde a esta ciencia como instrumento imprescindible para el conocimiento y transformación de la realidad que identifican la acción del hombre; el aprendizaje de esta ciencia brinda la posibilidad al hombre de dar solución de problemas cotidianos y con ello a su mejor inserción en el mundo.

Uno de los aspectos que ha ocupado a los investigadores en el área del aprendizaje de la Matemática, tanto nacional como internacionalmente, es la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. En esa dirección, la Comisión Internacional de Educación Matemática (ICMI), en 1995, centró su tema de estudio en las perspectivas sobre la enseñanza de la geometría para el siglo XXI. En el documento de discusión para un estudio ICMI se destaca la necesidad de discutir sobre la identificación de los retos más importantes y las tendencias emergentes para el futuro; así como los impactos didácticos potenciales en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría a partir del aprovechamiento y la aplicación de nuevos métodos de enseñanza.

La geometría se caracteriza por la resolución de ejercicios y problemas de carácter no algorítmico, por eso el estudiante debe alcanzar una instrucción heurística que le permita resolver con éxito las tareas docentes de cálculo, construcción y demostración.

La enseñanza de la geometría tiene gran incidencia, debido a que brinda métodos, formas de trabajo que influyen directamente en el desarrollo de habilidades y capacidades generales y específicas en los estudiantes.

La instrucción heurística es la enseñanza consciente y planificada de reglas generales y especiales de la heurística para la solución de problemas, para lo cual es necesario que cuando se declaren por primera vez las mismas explícitamente; se destaquen de un modo claro y firme, y se recalque su importancia en clases posteriores hasta que los alumnos las aprendan y las utilicen independientemente de forma generalizada, por lo que debe ejercitarse su uso en numerosas y variadas tareas.

Para la propuesta tuvimos en cuenta la instrucción heurística dada por Sergio Ballester (1992), que tiene vigencia por su aplicación en los diferentes dominios cognitivos de la matemática fundamentalmente en la geometría plana, pero después de 23 años de su puesta en práctica en las clases de matemáticas existe la necesidad de relacionar las sucesiones de indicaciones de carácter heurístico con la implementación de nuevos recursos didácticos que contribuyan a la actualización del proceso de enseñanza-aprendizaje en función del desarrollo tecnológico existente.

De esta manera se debe potenciar la incorporación de asistentes matemáticos, entre otros recursos que hagan más atractiva, además de que revelen una mayor cantidad de situaciones de aprendizaje para el ejercicio de la heurística.

Utilizar algún software que les sirva de asistente matemático para dibujar figuras de análisis, establecer relaciones de dependencias, trabajar conjeturas matemáticas.

La intención es que todos sean capaces de llegar a estos niveles en que, además de su pensamiento, utilizan herramientas acordes al desarrollo tecnológico existente para la solución de los problemas.

Para conocer el estado del aprendizaje de la geometría plana en los estudiantes de segundo año de la carrera de Educación Primaria se determinó como variable la instrucción heurística para el aprendizaje de la geometría plana porque es la enseñanza consciente y planificada de reglas generales y especiales de la heurística que tienen carácter de impulsos dentro del proceso de la solución de ejercicios geométricos, además contribuye al desarrollo del pensamiento lógico, a desarrollar una independencia cognoscitiva y la integración de los nuevos conocimientos.

Esta variable opera con tres indicadores determinados a partir de la sistematización teórica realizada en el capítulo anterior y una sucesión de indicaciones con carácter heurístico determinado por el autor y los criterios abordados en la tesis de maestría por A. Cruz (2002)

Los indicadores que caracterizan esta variable son: nivel de conocimientos de las reglas heurísticas, nivel de aplicación de las reglas heurísticas y actitudes para el aprendizaje de la geometría plana aplicando las reglas heurísticas (anexo 1).

La sugerencia didáctica que se emplean en la resolución de ejercicios geométricos consiste en una sucesión de indicaciones con carácter heurístico que los denotamos con la letra mayúscula H y un subíndice para enumerarlos en el orden que se aplica en los ejercicios. Estos impulsos tienen carácter de sistema y poseen las características de ser generales y especiales en su implementación por parte del estudiante.

Con esta propuesta se potencian acciones, y operaciones concretas en la etapa verbal, para que los estudiantes interactúen entre ellos y puedan transitar el camino del pensamiento que les permite su entendimiento de los conceptos geométricos a las palabras que deben ofrecer para explicar los rasgos y propiedades a sus compañeros o al profesor, como uno de los factores determinantes en el desarrollo individual de cada uno de ellos, de manera que les permita internalizar el concepto y aplicarlo a lo largo de su vida personal como ser humano que enfrenta problemas cotidianos, y profesional como maestro de matemáticas en la escuela primaria.

La base del aprendizaje de la geometría plana no es la simple observación o escuchar la información sobre el tema, sino que las relaciones, enlaces y procedimientos entre los elementos

que componen el contenido del concepto se convierten en una condición necesaria para la acción mental.

Garantizar un proceso didáctico que promueva el ejercicio de la comunicación, la interacción y la crítica sobre las propias soluciones, como condición necesaria para un aprendizaje desarrollador.

Facilitar el intercambio de ideas entre los estudiantes, garantizando que todos tengan la posibilidad de expresar sus ideas como vías para la atención a la diversidad.

Las sugerencias didácticas que se emplean en la resolución de ejercicios geométricos consisten en impulsos heurísticos que los denotamos con la letra mayúscula **H** y un subíndice para enumerarlos en el orden que se aplica en los ejercicios. Estos impulsos tienen carácter de sistema y poseen las características de ser generales y especiales en su implementación por parte del estudiante.

#### **Sucesiones de indicaciones con carácter heurístico.**

1. **(H<sub>1</sub>)** Dibujar una figura, un esquema que satisfagan las condiciones dadas.
2. **(H<sub>2</sub>)** Identificar los conceptos y sustituir los mismos por sus definiciones y propiedades, escogiendo la notación adecuada y el lenguaje apropiado.
3. **(H<sub>3</sub>)** Precisar lo dado y lo buscado.
4. **(H<sub>4</sub>)** Buscar relaciones entre lo dado y lo buscado.
5. **(H<sub>5</sub>)** Escoger la notación adecuada y el lenguaje apropiado.
6. **(H<sub>6</sub>)** Experimentar (buscar un problema análogo o reducir a un problema ya resuelto, mover, medir, comparar, generalizar, hacer inducciones).
- 7.- **(H<sub>7</sub>)** Representar la solución en forma lógicamente coherente.
- 8.- **(H<sub>8</sub>)** Explicar, debatir la solución.

En todas las actividades se utiliza el asistente el geómetra para la hacer las figuras y se muestran los impulsos utilizando el mismo.

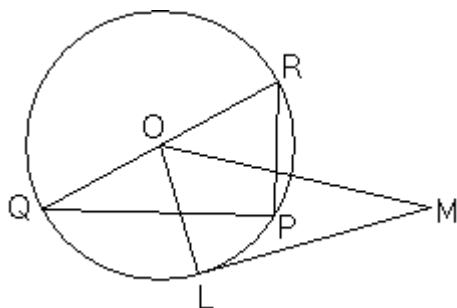
#### **Actividad 1**

En la circunferencia de centro O y radio  $r$ , P,R,Q,L puntos de la circunferencia, Q,O y R son puntos alineados, LM tangente a la circunferencia en L.

$$OM=2r$$

$$PR=\frac{QR}{2}$$

- a) Prueba que  $PQ=LM$
- b) Determina las amplitudes de los ángulos PQR y QRP.



#### **Sugerencias metodológicas**

**H<sub>2</sub>** Esclarecer los conceptos y sustituir los mismos por sus características.

- Circunferencia y elementos de una circunferencia (radio y diámetro)
- Puntos alineados.

--Recta tangente a la circunferencia.

**H<sub>3</sub>** Recordar teoremas del dominio matemático correspondiente.

-Teorema de la suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un triángulo cualquiera.

-Teorema de Tales.

**H<sub>4</sub>** Precisar lo dado y lo buscado.

Dado: LM tangente a la circunferencia en L

$$OM = 2r$$

$$PR = \frac{QR}{2}$$

Buscado:

-Probar que PQ=LM

- Las amplitudes de los ángulos PQR y QRP.

**H<sub>5</sub>** Buscar relaciones entre lo dado y lo buscado y entre lo buscado.

En la prueba de las longitudes de los lados es necesario demostrar la igualdad de los triángulos que contienen dichos lados.

¿De qué manera se puede deducir la igualdad de triángulos?

Comprobar que existen dos vías: mediante los movimientos del plano por teoremas de igualdad de triángulos.

¿Qué teoremas tienen por tesis la igualdad de segmentos? I.I.I, I.a.I, I.L.A

¿Qué triángulos tienen los lados que vamos a probar su igualdad?

¿Se tienen las premisas necesarias? ¿Cuáles son?

Buscar analogías con otros ejercicios de demostración de igualdad de triángulos para deducir la tesis.

En el triángulo LMO se infiere que el  $\angle OLM = 90^\circ$  por ser LM tangente a la circunferencia en L.

En el triángulo QPR por teoremas del dominio matemático conocido (Tales) se infiere que el  $\angle QPR = 90^\circ$ .

$$\angle OLM = \angle QPR = 90^\circ$$

QR=OM= 2r hipotenusas de los triángulos LMO y QPR.

PR= OL por datos

Concluir la igualdad de los triángulos LMO y QPR por el teorema ILA.

¿A qué conclusión podemos llegar a partir de la igualdad de estos triángulos?

Por tanto PQ=LM por lados homólogos en triángulos iguales.

b) ¿Cómo se clasifica el triángulo PQR según sus ángulos?

Según lo dado

$$PR = \frac{QR}{2}$$

PR cateto y QR hipotenusa.

¿Qué teorema relaciona estos lados en un triángulo rectángulo?

Concluir que es el teorema del ángulo  $30^\circ$

Por tanto el  $\angle PQR = 30^0$

Si el  $\angle QPR = 90^0$  es un ángulo interior del triángulo PQR

¿Cómo hallar el QRP en el triángulo PQR?

Por teorema de la suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un triángulo.

$$\angle QRP = 60^0$$

Las actividades didácticas se concibieron para desarrollarlas en las diferentes formas de organización de la asignatura Matemática, porque se necesita que el estudiante aprenda a resolver ejercicios variados de la geometría plana mediante la utilización de la instrucción heurística, de forma tal que propicie el análisis reflexivo y la independencia cognoscitiva desde su rol protagónico en el aprendizaje.

Lo anterior permite concluir que con la aplicación de la instrucción heurística en las actividades didácticas centradas en el uso de impulsos heurísticos en ejercicios geométricos es posible contribuir a la formación integral del maestro en formación.

Las actividades didácticas se diseñaron con el objetivo de contribuir a la instrucción heurística en la formación inicial del maestro primario centrado en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática II que garantiza una atención específica al desarrollo de habilidades del estudiante para la resolución de ejercicios geométricos.

La puesta en práctica de las actividades didácticas permitió apreciar los resultados obtenidos, evidenciados en los cambios cualitativos valorados en los estudiantes a partir de la instrucción heurística en aras de resolver ejercicios de la geometría plana.

### **Bibliografía**

- 1.-ALBARRÁN. J. (2004) Didáctica para enseñanza de la Matemática en la Escuela Primaria. Ed. Pueblo y Educación. La Habana.
- 2.-ALMEIDA, B. y otros. (1990). Los procedimientos heurísticos en la Enseñanza de la Matemática. Folleto. La Habana.
- 3.-BALLESTER, S. y otros. (1995). Metodología de la Enseñanza de la Matemática. t. 1. Ed. Pueblo y Educación. La Habana.
- 4.-BARCIA, R. (2000) La preparación geométrica de los estudiantes de la licenciatura en Educación Primaria. Tesis en opción al grado científico de Doctor en ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas "Carlos Rafael Rodríguez". Cienfuegos.
- 5.-CAMPISTROUS, L. (1991). Sobre los procedimientos lógicos del pensamiento. O. M. Grado 12º. La Habana.
- 6.-CRUZ, A. (2009). La instrucción heurística en la enseñanza de la geometría Tesis en opción al título de Máster en Didáctica de la Matemática. Universidad de Ciencias Pedagógicas "José de la Luz y Caballero", Holguín.

- 7.-- MARTÍN, J (2011). Una alternativa metodológica para la introducción de los ejercicios de nuevo tipo en la enseñanza de la Matemática. Tesis presentada en opción al Título Académico de Máster en Didáctica de la Matemática. I.S.P.E.J.V, La Habana.
- 9.-MÜLLER, H. (1986) Formas de trabajo heurístico en la enseñanza de la Matemática. La Habana.
- 11.-\_\_\_\_. (1995) Los procedimientos heurísticos en la enseñanza de la Matemática. Folleto.
- 12.-PROENSA, Y. (2002) Modelo didáctico para el aprendizaje de los conceptos y procedimientos geométricos en la escuela primaria. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas "José de la Luz y Caballero", Holguín.