

ANEXO CAPÍTULO 5

DEDUCCIONES DE FÓRMULAS UTILIZADAS EN EL CAPÍTULO

A. Deducción fórmula traslado del impuesto al comprador (consumidor). Caso de mercado de competencia perfecta.

$$\text{Proporción del impuesto trasladado al consumidor} = \frac{\Delta P}{u} = \frac{1}{1 + \frac{e_d}{e_s}}$$

Siendo: $\Delta P = P_1 - P_0$;

ed = Elasticidad de la demanda;

es = Elasticidad de la oferta y

u = impuesto.

Si queremos cuantificar qué parte del impuesto se traslada tendríamos que utilizar la fórmula anterior.

Datos:

Función demanda. $P_d = a - d \cdot q$

Función oferta. $P_s = c + s \cdot q$

Desarrollo:

En el equilibrio: $P_d = P_s$

$$a - d \cdot q_0 = c + s \cdot q_0,$$

$$a - c = q_0 (s + d),$$

$$q_0 = \frac{a - c}{s + d} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{De donde: } P_0 &= a - d * \left(\frac{a - c}{s + d} \right) = a - \frac{d * a}{s + d} + \frac{d * c}{s + d} = \\ &= \frac{a * s + a * d - d * a + d * c}{s + d} \text{ (simplificando)} = \frac{a * s + d * c}{s + d} \end{aligned}$$

$$P_0 = \frac{a * s + d * c}{s + d} \quad (2)$$

Cuando se aplica un impuesto de cuantía fija a la producción, la nueva función oferta se expresa de la siguiente forma:

$$P'_s = c + s * q + u$$

Ahora el nuevo equilibrio estará en:

$$P_d = P'_s$$

$$a - d * q_1 = c + s * q_1 + u$$

$$q_1 = \frac{a - c - u}{s + d} = \frac{a - c}{s + d} - \frac{u}{s + d} = \boxed{q_0 - \frac{u}{s + d}} \quad (3)$$

En consecuencia: $q_1 < q_0$

Ahora el nuevo precio de equilibrio (después de la aplicación del impuesto) será:

$$\begin{aligned} P_1 &= a - d * q_1 = a - d * \left(\frac{a - c - u}{s + d} \right) = \frac{a(s + d) - d * a + d * c + d * u}{s + d} = \\ &= \frac{a * s + d * c}{s + d} + \frac{d * u}{s + d} = \boxed{P_0 + \frac{d * u}{s + d}} \quad \text{Reemplazando por (2)} \end{aligned}$$

En consecuencia: $P_0 < P_1$, cuestión más que lógica porque la aplicación de un impuesto provoca en un mercado un aumento del precio y por ende una disminución de la cantidad consumida.

Veamos cómo influyen en la posibilidad de traslación al precio, las elasticidades de la oferta y demanda.

E_d (elasticidad de demanda)

$$E_d = \frac{\Delta q / q_0}{\Delta P / P_0} = \frac{q_1 - q_0}{P_1 - P_0} * \frac{P_0}{q_0} = \frac{q_1 - q_0}{(a - d * q_1) - (a - d * q_0)} * \frac{P_0}{q_0}$$

Simplificando $E_d = - \frac{1}{d} * \frac{P_0}{q_0}$ (4)

E_s (elasticidad de oferta)

$$E_s = \frac{\Delta q / q_0}{\Delta P / P_0} = \frac{q_1 - q_0}{P_1 - P_0} * \frac{P_0}{q_0} = \frac{q_1 - q_0}{(c + s * q_1) - (c + s * q_0)} * \frac{P_0}{q_0}$$

Simplificando $E_s = \frac{1}{s} * \frac{P_0}{q_0}$ (5)

Para averiguar cuánto paga el consumidor del impuesto calculamos:

$$T_d \text{ (traslación al consumidor en tanto por 1)} = \frac{P_1 - P_0}{u} = \frac{P_0 + (\frac{d * u}{s + d}) - P_0}{u} = \frac{d * u}{u * (s + d)} = \frac{d}{s + d} = \frac{1}{\frac{s}{d} + 1}$$
 (6)

De (4) y (5):

$$\frac{E_d}{E_s} \text{ }^{51} = \frac{-\frac{1}{d} * \frac{P_0}{q_0}}{\frac{1}{s} * \frac{P_0}{q_0}} = -\frac{s}{d} \quad \text{Reemplazando en (6)}$$

$$T_d = \frac{1}{\frac{s}{d} + 1} = \frac{1}{\frac{E_d}{E_s} + 1}$$

⁵¹ La pendiente de la función Demanda siempre es negativa, por lo tanto la variación de las cantidades será inversa respecto de cambios en los precios. Como ello es de sabiduría común en la Economía, la Elasticidad de la demanda se expresa como positiva pero sabiendo que la relación precio/cantidad es inversa.

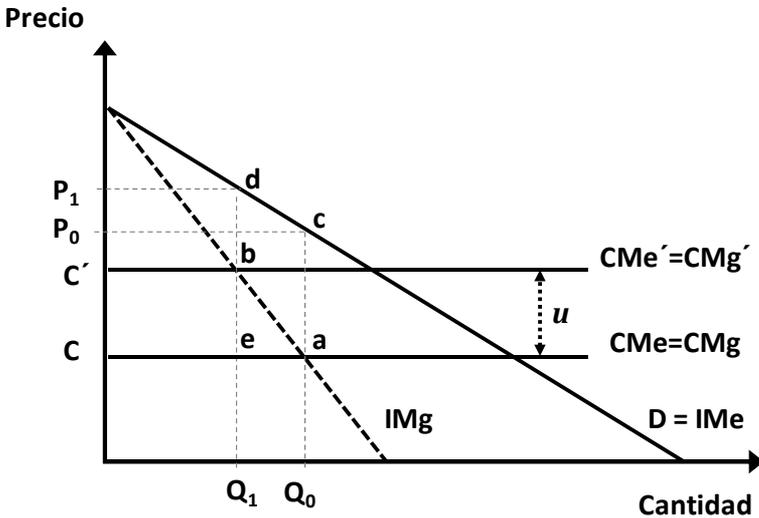
Conclusión sobre la posibilidad de traslación

Traslación total para el consumidor cuando $e_d = 0$ o $e_s = \infty$

Traslación nula al consumidor cuando $e_d = \infty$ o $e_s = 0$

B. Dedución fórmula traslado del impuesto al comprador (consumidor) en el caso de un mercado monopolístico.

Gráfico 5.25.
Impuesto en mercado monopolístico



Función demanda. $P_d = a - d \cdot q$, que coincide con el Ingreso Medio (IME)

El Ingreso total será: I. TOTAL = $P_d \cdot q = a \cdot q - d \cdot q^2$

Derivando, el Ingreso marginal será entonces:

I. MARGINAL (IMg) = $a - 2 \cdot d \cdot q$

El monopolista optimiza su ganancia de mercado, cuando su ingreso marginal se iguala con el costo marginal; para el caso, al ser una función

Oferta constante, el costo marginal (CM_G) coincide con el costo medio (CME). $CM_G=CME=c$

$$\text{Óptimo: } c = a - 2*d*q_0 \quad (1)$$

$$\text{Despejando, } q_0 = \frac{a-c}{2*d}$$

$$Y, P_0 = a - d*q_0$$

Reemplazando por (1)

$$P_0 = a - d*\frac{a-c}{2*d} = \frac{a}{2} + \frac{c}{2}$$

Después de la aplicación del Impuesto, la Función de costo medio se transforma en: $CME = c + u$

Ahora el óptimo para el monopolista estará en: $IMG = c + u$

$$\text{Despejando: } c + u = a - 2*d*q_1$$

$$\text{De donde, } q_1 = \frac{a-c-u}{2*d} \quad (2)$$

Comparando las ecuaciones (1) y (2) vemos claramente que $q_1 < q_0$

El nuevo precio pagado por el consumidor será $P_1 = a - d*q_1$

$$\text{Reemplazando por (2) } P_1 = a - d*\frac{a-c-u}{2*d} = \frac{a}{2} + \frac{c}{2} + \frac{u}{2}$$

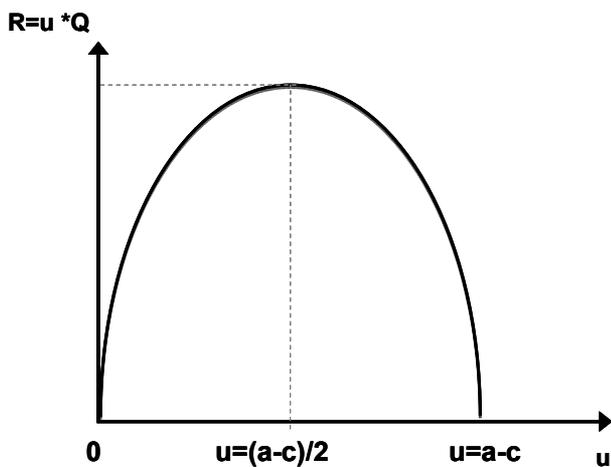
En la nueva situación: $P_1 > P_0$

La diferencia es $\frac{u}{2}$, o sea la mitad del impuesto.

Resumiendo: el impuesto provoca un aumento del precio en un mercado monopolístico, pero el consumidor carga con la mitad del impuesto. De la otra mitad se hace cargo el monopolista.

C. Deducción Curva de Laffer

Gráfico 5.26.
Curva de Laffer



Datos:

Función demanda. $P_d = a - d * q$

Función oferta. $P_s = c + s * q$

Desarrollo:

En el equilibrio: $P_d = P_s$

$$a - d * q_0 = c + s * q_0$$

$$a - c = q_0 (s + d)$$

$$q_0 = \frac{a - c}{s + d} \tag{1}$$

De donde:

$$P_0 = a - d * \left(\frac{a - c}{s + d} \right) = a - \frac{d * a}{s + d} + \frac{d * c}{s + d} = \frac{a * s + a * d - d * a + d * c}{s + d} =$$

$$= \frac{a * s + d * c}{s + d}$$

$$P_0 = \frac{a * s + d * c}{s + d} \tag{2}$$

Cuando se aplica un impuesto de cuantía fija a la producción:

$$P'_s = c + s * q + u$$

Ahora el nuevo equilibrio estará en:

$$P_d = P'_s$$

$$a - d*q_1 = c + s*q_1 + u$$

$$q_1 = \frac{a - c - u}{s + d} = \frac{a - c}{s + d} - \frac{u}{s + d} = \boxed{q_0 - \frac{u}{s + d}} \quad (3)$$

En consecuencia: $q_1 < q_0$

Llamando a la recaudación del impuesto R y utilizando (3)

$$R = q_1 * u$$

$$R = \left(q_0 - \frac{u}{s + d} \right) * u = \left(\frac{a - c}{s + d} - \frac{u}{s + d} \right) * u = \frac{a - c}{s + d} * u - \frac{u * u}{s + d}$$

Derivando la función recaudación e igualándola a 0 obtendremos el punto máximo de la función (se obtendría de esta forma la alícuota que maximiza la recaudación, a partir de ese punto un aumento de alícuota disminuye la recaudación). Entonces,

$$\partial R = 0$$

$$\partial R = \frac{a - c}{s + d} - \frac{2}{s + d} * u = 0, \frac{a - c}{s + d} = \frac{2}{s + d} * u, \text{ despejando } u:$$

$$u = \frac{\frac{a - c}{s + d}}{\frac{2}{s + d}} = \frac{a - c}{2}$$

O sea que la posibilidad de mayor recaudación tiene un límite que está dada por las ordenadas al origen de las funciones de Oferta y demanda.