

REPÚBLICA DE CUBA

UNIVERSIDAD DE CAMAGÜEY
CENTRO DE ESTUDIOS DE LAS CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
"ENRIQUE JOSÉ VARONA"

**“Estrategia Didáctica para la sistematización del concepto
función real de una variable real en el primer año de la carrera
Ingeniería Eléctrica”.**

Autor: Lic. Adolfo Álvarez Martínez.

Tutores

**Dr. C. P.T. José Manuel Ruiz Socarras.
M.C. Seydel Bueno García.**

Facultad de Informática.

2011

Agradecimientos.

A mi familia, amigos, compañeros de trabajo y a mis estudiantes. Todos fueron imprescindibles.

Pensamiento.

“Considero a cada hombre como un deudor a su profesión, y ya que de ella recibe sustento y provecho, así debe procurar mediante el estudio servirle de ayuda y ornato”.

Francis Bacon.

ÍNDICE.

INTRODUCCIÓN.	6
CAPÍTULO 1: El proceso de enseñanza - aprendizaje de las funciones reales de una variable real en la carrera de Ingeniería Eléctrica.	15
1.1- Fundamentos teóricos del proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto función real de una variable real.....	15
1.2- Precisiones teóricas del proceso de sistematización en la enseñanza aprendizaje de la Matemática.	24
1.2.1- La sistematización de los conceptos matemáticos.....	27
1.3 -El Trabajo Independiente y Las TICs como medios para la sistematización del concepto de función de R en R	30
1.4- Caracterización del estado actual del proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto función de R en R en el primer año del CRD de la carrera de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Camagüey.	36
CAPÍTULO 2: Estrategia Didáctica para la sistematización del concepto función real de una variable real en el primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica basada en el trabajo independiente y el uso de las nuevas tecnologías.	41
2.1- Referentes teóricos de la estrategia.	41
2.1.1- Acerca de las estrategias de enseñanza.	45
2.1.2- Fundamentos teóricos de la estrategia.	48
2.2- Estrategia para la sistematización del concepto función real de variable real en la Matemática del primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica.	51
2.2.1- Ejemplos de hojas de trabajos.	56
2.3- Valoración sobre la factibilidad de la estrategia propuesta.....	72
CONCLUSIONES.	76
Recomendaciones.	77
Citas y referencias.	78
Bibliografía.	81
Anexos.....	87

RESUMEN

En este trabajo se ha elaborado una estrategia didáctica para el tratamiento de la sistematización de las funciones reales de una variable real en el primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica, en los cursos regulares diurnos (CRD), la cual se caracteriza por explotar al máximo el trabajo independiente en los estudiantes, y el uso de las nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones (TICs). Sustentado en el hecho de que los estudiantes en esta etapa de vida alcanzan, mayor grado de madurez psicológica, y adquieren mayor conciencia de sus necesidades cognitivas, lo cual incide favorablemente en su trabajo independiente, y más aún, cuando son utilizadas estas tecnologías con eficiencia.

En la introducción y el primer capítulo de la tesis se fundamenta la necesidad del trabajo, a partir de diagnósticos, se hace un análisis de las principales características del proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones reales de una variable real a lo largo de la escuela, y en el primer año de la carrera, particularizando en su sistematización.

El segundo capítulo comienza con la fundamentación teórica de la estrategia, se presenta la misma, y se demuestra cómo procede su implementación, por último se explica detalladamente cómo se utilizó el criterio de experto, para evaluar la factibilidad de la estrategia presentada.

INTRODUCCIÓN

A partir del triunfo de la Revolución uno de los problemas que ha tenido que enfrentarse con mayor urgencia ha sido y es el perfeccionamiento del Sistema de Educación partiendo de una ideología completamente nueva y una búsqueda constante de los avances científicos técnicos y culturales que permitan el desarrollo que demanda nuestra sociedad.

Es por ello que en los documentos del Partido Comunista de Cuba (PCC) se señala: “La Revolución Científico Técnica y las necesidades de la sociedad cubana plantean constantemente exigencias rigurosas al trabajo de los centros de Educación Superior y a la calidad de la preparación de los distintos expertos que en ellos se forman. La Educación Superior debe responder a estas crecientes y continuas exigencias de las ciencias, la técnica y la producción, así como a los intereses de la cultura y el progreso social.” (PCC, 1978, p.396).

La Universidad, como institución social, es el núcleo sobre el que descansa el sistema de Educación Superior por lo que sus planes de estudio están sometidos a una constante actualización que debe responder a las exigencias del desarrollo científico- técnico y al modelo de sociedad que reclama el país. De allí se desprende la necesidad que tiene esta institución de validar y perfeccionar los instrumentos inherentes a su encargo social.

La Revolución Cubana ha garantizado, plenamente, el derecho de todo ciudadano a la Educación Superior. El problema del acceso a esta forma, parte del debate académico de las universidades desde hace varias décadas. Sin embargo Horruitiner en su conferencia en febrero del 2007 en la Universidad de Camagüey: "El reto de la calidad en la educación superior cubana", hacia las siguientes preguntas:

- ¿Basta con acceder? ¿No es necesario hablar igualmente de la *permanencia y del egreso*?
- ¿Se siente realmente comprometida la universidad con la permanencia y el egreso de todos los que acceden?
- ¿Sienten los profesores que un fracaso académico es una frustración parcial de su obra educativa?

Así pues (Horruitiner, 2006, p.45) plantea como una de las prioridades de la educación superior en Cuba “(...) lograr niveles superiores de permanencia,

con la calidad requerida”. Para ello propone se debe trabajar en los siguientes cuatro aspectos fundamentales:

- El perfeccionamiento de la *labor educativa y político ideológica*, enfatizando en la atención personalizada
- El perfeccionamiento de los *planes de estudio*
- Adecuar las actuales *reglamentaciones* para los cursos regulares a las concepciones de la nueva universidad cubana.
- La determinación precisa del *nivel de preparación de los estudiantes que acceden a la educación superior* y, como consecuencia de ello, la solución temprana de las posibles insuficiencias.

En tal sentido, El Ministerio de Educación Superior (MES) a través de la red de centros de estudios sobre la educación superior (Redees) libró en el 2008 su convocatoria del “Programa ramal de Ciencia e Innovación tecnológica sobre la educación superior”, convocando a la presentación de proyectos de investigación dirigidos a las situaciones problémicas de las líneas priorizadas, dentro de las cuales está la adaptación de los estudiantes al cambio, continuidad y correspondencia en los contenidos, en el tránsito de la enseñanza pre-universitaria a la educación superior.

Precisamente dentro de las estrategias curriculares incorporadas al proceso de formación en las universidades cubanas, recientemente se ha incluido una, relacionada con la necesidad de estructurar el accionar científico metodológico de las diferentes asignaturas, para propiciar niveles superiores de permanencia de los estudiantes en las aulas universitarias, en correspondencia con los conceptos de equidad y de justicia social que caracterizan a la nueva universidad cubana. Aspecto este contemplado dentro del Proyecto de lineamientos del PCC para su VI Congreso en el cual se señala la necesidad de elevar el rigor y efectividad del proceso educativo para incrementar la eficiencia del ciclo (porcentaje de graduados respecto a los matriculados cinco años antes).

En este caso constituye motivo de investigación los resultados que se alcanzan en el primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica en la modalidad de Curso Regular Diurno, en la permanencia de los estudiantes, pues históricamente una cantidad significativa de estos no continúan sus estudios, o sea, causan baja de la institución.

Estas provocadas por causas variadas, las que en el caso de los cursos (2008-2009) y (2009-2010) se pudieran agrupar según la información aportada por la secretaria de la facultad de Electromecánica en las:

- De carácter académico. Incidió en el (94 %) de las bajas.
- Problemas personales, incluidos de salud. Incidió en el (3 %) de las bajas.
- De carácter motivacional por la carrera. Incidió en el (2 %) de las bajas.
- Condiciones de vida en la institución (para estudiantes becados). Incidió en menos del (1 %) de las bajas.

Como se aprecia las causas de índole académico han sido las que más influyen negativamente en la “Permanencia en la carrera”.

En el análisis realizado por el autor en tal sentido, a partir de los resultados recogidos en la encuesta sobre el tema a los estudiantes que cursan el primer año de la carrera, (anexo 1), se constata que el 88.8 % de los estudiantes consideran: que existen tres asignaturas, con alto grado de dificultad, y de ellas la Matemática I , es la que más los preocupa por diferentes razones dentro de las que señalan: el alto número de frecuencias que tiene la asignatura en la semana para cubrir las 96 h/c del programa, la densidad del contenido respecto al tiempo previsto para las clases prácticas, y fundamentalmente las insuficiencias en las bases de contenidos y sistemas de habilidades matemáticas, con que ingresan a la Educación Superior en la asignatura.

Causa esta, que en muchos de los estudiantes se traduce en una pérdida paulatina de su interés por la asignatura, pues no se consideran preparados para vencerla, y más tarde en una baja académica.

Lo cual nos pone frente a una, **situación problemática** que se define como: **El índice de fracaso académico de los estudiantes en el primer año de la carrera de Ingeniería Eléctrica del curso regular diurno de la Universidad de Camagüey en la asignatura de Matemática I.**

Lo que se refleja en el estudio realizado sobre 125 estudiantes que ingresaron a la carrera Ingeniería Eléctrica en la modalidad C.R.D en los cursos académicos (2008-2009) y (2009-2010) respectivamente, la cual constituye la población y muestra, de esta investigación, que se han hecho coincidir intencionalmente, para hacer más objetiva la caracterización del problema que en ella se plantea.

Las tablas 1 y 2 (anexos 2) y la tabla 3 (anexo 3) constituyen una muestra cuantitativa de lo afirmado anteriormente. En estas se aprecia como indicadores tan importantes de eficiencia en la carrera, como son, la retención, la promoción y la calidad (puntuación superior al 85 % de los puntos en la evaluación final) aparecen considerablemente afectadas.

Se citan como ejemplo en el caso del curso introductorio que:

- ❖ El 17 % de los estudiantes matriculados no lo concluye.
- ❖ Los resultados entre el diagnóstico inicial y final no difieren significativamente.
- ❖ El 48.8 % de los estudiantes matriculados, alcanza el aprobado en el mismo.
- ❖ Solo el 19.2 % de los estudiantes que lo concluyen, logran notas superiores a 85 puntos.

Posteriormente, en la asignatura Matemática I los resultados alcanzados por los estudiantes se corresponden con los obtenidos en el Curso Introductorio (anexo 2). Los estudiantes que mostraron en un inicio las mayores dificultades, de forma general, continuaron presentando problemas a lo largo de toda la Matemática I, y muchos de ellos, posteriormente, desaprobaron el examen final, o causaron baja académica.

Por lo que se puede concluir que realmente se presentan condiciones para plantear como: **Problema científico: Insuficiencias en los conocimientos y habilidades matemáticas que poseen los estudiantes al ingresar a la educación superior para aprender Cálculo Diferencial e Integral.**

La atención a la situación de tránsito del nivel preuniversitario al universitario, y posteriormente la permanencia de los estudiantes en la carrera, no es exclusiva de las universidades cubanas, sino que es una situación que preocupa a muchas en el mundo, sobre todo las que permiten el acceso de estudiantes, a los cuales no se les imponen condiciones rigurosas de índole académica para su ingreso, por lo que este tema es sujeto al análisis desde muchos puntos de vista.

Sin embargo, existe una tendencia muy generalizada a tomar medidas dentro de las que aparece con mayor frecuencia, la de instituir cursos preparatorios para estas asignaturas, que tienen como objetivo fundamental minimizar el

déficit de conocimientos y habilidades mostradas por los estudiantes en las asignaturas básicas para la carrera.

Por citar un ejemplo de cómo en otras Universidades se aborda el problema, en La Universidad de Alcalá, dentro del apoyo gratuito a los estudiantes, se ofrecen los que se denominan Cursos cero. Cada facultad elabora un programa específico cuya información de horarios y fechas los recibe el estudiante al matricular.

También se ofrecen programas de tutorías académicas personalizadas como elemento de apoyo al estudio, de modo que el alumno disponga de una asistencia académica en los primeros años de sus estudios universitarios.

En el caso de la universidad de Camagüey, para las carreras de Ciencias Técnicas, también han sido instituidos estos tipos de cursos preparatorios, desde el 2007-2008 en la asignatura de Matemática, los cuales, cumplen su objetivo, sin embargo, no han sido suficientes para resolver el problema planteado anteriormente, por lo que se hace necesario pensar en otras alternativas, que faciliten el cumplimiento de los objetivos instructivos fundamentales establecidos en el plan de estudio D para la disciplina de Matemática en la carrera, dentro de los que se tienen en forma resumida:

Lograr que los futuros profesionales dominen los conceptos y métodos (analíticos y numéricos) del cálculo Diferencial e Integral, Cálculo Vectorial, Álgebra Lineal y Ecuaciones Diferenciales, comprendan cómo reflejan distintas relaciones de diversos fenómenos y procesos, los utilicen para interpretar modelos ya creados y modelar matemáticamente problemas de índole técnico, e inferir conclusiones acerca de lo estudiado a partir del modelo matemático utilizado y el análisis de la respuesta obtenida con el medio de computo disponible, además, desarrollar su capacidad para el trabajo independiente y que adquieran conocimientos de Matemática que necesitan en otras disciplinas.

Dentro de estas alternativas se hace imprescindible, priorizar aquellas que permitan enfocar desde el punto de vista del proceso de enseñanza-aprendizaje, complejos de contenidos básicos para el estudio de la Matemática Superior. Son muchos los expertos que consideran a las funciones reales de una variable real (funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R}) como la piedra angular de todo el

trabajo en la Matemática Superior, ya que todo el Cálculo Diferencial e Integral se construye sobre las mismas, en las asignaturas de Matemática I y II.

Estas comienzan a tratarse desde edades tempranas con los estudiantes, sin embargo, la experiencia pedagógica acumulada a través de diagnósticos, y el sistema de evaluación, demuestran que las mismas no llegan a interiorizarse lo suficiente, y por ende, falla la posterior comprensión del aparato conceptual y el sistema de habilidades que requiere la Matemática Superior.

Varios son los autores que reflejan esta problemática en sus investigaciones entre los que se tienen los trabajos de O. Coloma (1998), H. Cala (2002), entre otros. El autor considera que, en gran medida, esto se debe a que la sistematización de los conceptos del tema funciones de R en R , aún tiene insuficiencias en su tratamiento, y desde su posición, el curso Introductorio y la Matemática I, constituyen un espacio ideal para tratar de incidir favorablemente sobre esta problemática.

Durante el desarrollo de la investigación se aplicaron una serie de técnicas e instrumentos, relacionados con los métodos de investigación, que permitieron constatar que los estudiantes al ingresar a la Enseñanza Superior y posteriormente a lo largo del curso de Matemática superior presentaron dificultades en lo relacionado con el aparato conceptual, y el sistema de habilidades correspondiente a las funciones reales de una variable real. Las mayores dificultades se encontraron en:

- Identificar funciones como un caso especial de correspondencias.
- Reconocer las funciones reales de una variable real, en las diferentes formas que se puede representar el concepto.
- Determinar propiedades tales como el dominio, imagen, interceptos con los ejes de coordenadas, signos de la función, monotonía, inyectividad y sobreyectividad, simetría y periodicidad, tanto desde el punto de vista analítico como gráfico; así como el comportamiento de dichas propiedades, en las diferentes funciones elementales conocidas por ellos.
- Realizar transformaciones, operaciones algebraicas y de composición, con funciones, así como, fundamentar bajo que condiciones, son realizables dichas operaciones.

- Modelar fenómenos, sucesos, situaciones mediante funciones de R en R .

Las insuficiencias antes mencionadas limitan el aprendizaje de los temas relativos al Límite, la Continuidad, el Cálculo Diferencial e Integral en una y, posteriormente, en varias variables, de la Matemática Superior. Por lo que, constituyen motivos de análisis en términos de la Didáctica de la Matemática.

Por lo tanto, se considera en la investigación como **Objeto: El proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones reales de variable real**, y como **Objetivo: Diseñar una estrategia didáctica para sistematizar el concepto de función real de variable real en el primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica, basada en el trabajo independiente de los estudiantes y el uso de las nuevas tecnologías.**

Como **Campo de acción: La sistematización del concepto función real de variable real**, y la **Idea a defender: Una estrategia didáctica, dirigida a la sistematización del concepto función real de variable real, en la que se haga uso de las nuevas tecnologías y se refuerce el trabajo independiente de los estudiantes, facilitará la asimilación de los contenidos de la Matemática en la carrera Ingeniería Eléctrica.**

Para tales propósitos se plantearon las siguientes **Tareas científicas:**

- 1.- Análisis y valoración de los presupuestos teóricos y metodológicos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje y la sistematización de las funciones reales de una variable real.
- 2.- Diagnóstico y caracterización del estado actual del objeto y el campo de investigación, en los estudiantes del primer año de la carrera de Ingeniería Eléctrica del curso regular diurno de la Universidad de Camagüey.
- 3.- Determinación de los referentes teóricos y metodológicos en que se fundamenta la estrategia a diseñar.
- 4.- Diseñar la estrategia didáctica para la sistematización del concepto función real de una variable real.
- 5.- Valoración de la factibilidad de la implementación de la estrategia en los estudiantes del primer año de la carrera de ingeniería eléctrica a partir de una consulta a expertos.

Ellas requirieron la utilización de los siguientes **Métodos y técnicas:**

Del nivel teórico:

Histórico–lógico: para conocer y valorar con mayor profundidad los antecedentes del objeto que se investiga, sus tendencias actuales, evolución en los planes de estudio y programas analíticos, así como su impacto en el proceso de enseñanza –aprendizaje.

Análisis–síntesis: para caracterizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica, en lo referido a la sistematización del concepto función de R en R , que permitan diseñar la estrategia didáctica.

Inductivo y deductivo: para encontrar los rasgos comunes de la sistematización de conceptos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la carrera, de modo que permita llegar a conclusiones y generalizaciones de los rasgos que la caracterizan.

Enfoque de sistema: para modelar el objeto de estudio, mediante la precisión de los componentes y relaciones, que determinaron la estructura, la jerarquía y sus funciones.

Del nivel empírico:

Análisis de fuentes de información: para hacer el estudio inicial y mantener la actualización de la información durante el desarrollo del trabajo.

Entrevista: a profesores y adjuntos de experiencia en la enseñanza de la Matemática en las carreras de ciencias técnicas, para conocer sus criterios y experiencias pedagógicas sobre las dificultades y causas que consideran inciden en el aprendizaje de los contenidos relativos al concepto de función de R en R .

Observación: del proceso de aprendizaje, de los componentes didácticos del proceso de sistematización del concepto función real de una variable real, para la búsqueda de regularidades que sustenten la argumentación de la necesidad de la estrategia didáctica.

Encuesta: se aplicó a estudiantes del primer año de la carrera para determinar sus opiniones y criterios sobre la asignatura, el curso introductorio y el nivel de conocimientos matemáticos con que ingresaron a la carrera y a 30 expertos en la docencia de la asignatura Matemática, seleccionados, a partir de su competencia, creatividad, disposición a participar, capacidad de análisis, así como su dominio y experiencia en el tema objeto de estudio, con el objetivo de buscar consenso sobre la validez de la estrategia didáctica.

Pruebas pedagógicas: de entrada y de salida a los estudiantes de primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica, para determinar las deficiencias que presentan en el trabajo con las funciones reales de variable real, y valorar el nivel de desarrollo de las bases de contenidos del concepto función real de variable real.

Del nivel estadístico y matemático:

Estadísticos y matemáticos: los métodos estadísticos utilizados se centraron en la estadística descriptiva, basados en la presentación y graficación de resultados cuantitativos y cualitativos para caracterizar el comportamiento de indicadores previamente definidos en la muestra de estudiantes. También se utilizaron métodos inferenciales de estadística para determinar la factibilidad de la estrategia propuesta.

Finalmente se obtuvo como **Resultado:** una estrategia didáctica para la sistematización del concepto función real en una variable real, a aplicar en los estudiantes, del primer año de las carreras de ingeniería, la cual incluye el uso de las nuevas tecnologías y está basada en el trabajo independiente de los estudiantes.

En ella destaca el sistema de acciones propuestas para los estudiantes de primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica en cuanto al tratamiento de la sistematización del concepto de función real de una variable real.

La tesis está estructurada en: Introducción, Capítulo 1: Se realiza un análisis y valoración de los fundamentos teóricos y metodológicos del trabajo con las funciones de R en R , desde las enseñanzas precedentes hasta la Matemática I de la carrera Ingeniería Eléctrica, así como se abordan presupuestos teóricos esenciales respecto a la actividad cognoscitiva, el trabajo independiente y el uso de las TICs en la enseñanza. Se realiza una valoración del estado actual de los estudiantes de la carrera Ingeniería Eléctrica, en relación con el desarrollo de las bases de contenidos esenciales exigidas en el tema funciones de R en R , Capítulo 2: Se propone una estrategia didáctica, para sistematizar el concepto función real de una variable real, en los estudiantes del primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica, Conclusiones, Recomendaciones, Bibliografía y Anexos.

CAPÍTULO 1. El proceso de enseñanza - aprendizaje de las funciones reales de una variable real en la carrera de Ingeniería Eléctrica.

1.1 Fundamentos teóricos del proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto función real de una variable real.

La enseñanza - aprendizaje de la Matemática tiene como principal objetivo el empleo, por parte de los estudiantes, de los conocimientos adquiridos, en la resolución de problemas y estos conocimientos adquieren su justo valor en la medida en que se necesiten y empleen en la resolución de un problema y no por el mero hecho de acumular en el cerebro un cúmulo de información.

Para la Matemática, que en sus investigaciones busca relaciones y dependencias, las funciones ocupan un lugar de importancia suprema, partiendo del hecho de que el hombre en su accionar en la naturaleza logra solucionar diversos problemas con la ayuda de las mismas. Estas, sin duda alguna, posibilitan demostrar la relación “Matemática-realidad objetiva” y contribuyen a entender a esta ciencia como un medio eficaz para transformar dicha realidad.

Dentro del currículo de la Matemática, en los diferentes niveles de enseñanza, los temas relacionados con funciones son de gran importancia, en ellos se tratan conceptos fundamentales, que sustentan gran parte de la teoría Matemática, subordinados todos al concepto de función, por lo cual este resulta de los más importantes al que se enfrentan los estudiantes, desde los primeros años de su vida escolar, al respecto se cita “El concepto más importante de todas las Matemáticas es, sin dudar, el de función: en casi toda la matemática moderna, la investigación se centra en el estudio de las funciones (...); (Spivak, 1970, p. 47).

El concepto función ha sido de los más tratados en la Matemática, y su uso no es exclusivo de esta disciplina, este trasciende a múltiples ramas del conocimiento humano, pero en los términos de este trabajo nos interesa fundamentalmente el tratamiento que recibe en la disciplina Matemática, como herramienta poderosa para modelar procesos, fenómenos que ocurren en la realidad objetiva.

Desde sus inicios en la historia, este ha estado asociado a otros conceptos tales como, el de conjunto, relaciones, correspondencia, regla, dependencia, ecuación, aplicación etc.; y fueron muchos los que desde el estudio de las Matemáticas ayudaron a su desarrollo y formalización.

El concepto de función no ha estado ajeno al desarrollo social y científico de la humanidad a lo largo de la historia, por lo que, ha evolucionado a la par de esta, de ahí que su definición adoptara diferentes formas. En el trabajo se relacionan solo algunas consideradas esenciales para la comprensión del concepto.

Se tiene conocimiento que desde la antigüedad el concepto de función era utilizado en forma intuitiva en practicas tales como la de confeccionar tablas en las que se registraba el comportamiento de una magnitud sujeta a cambios de otra bajo una determinada relación.

Es el matemático francés René Descartes (1596-1650), en el año 1637, el primero en utilizar en su Geometría Analítica el término función como correspondencia, aquí presenta la idea intuitiva de variable y de función, al designar una potencia x^n de variable x ; mientras que el genio alemán Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) retoma el término función, desde otro punto de vista, y lo utiliza por primera vez en el 1694 para expresar su idea general de dependencia funcional al tratar varios aspectos alrededor de las curvas, pendientes, normales, segmentos tangentes, etc.

En el año 1718 el matemático suizo Johann Bernoulli (1667-1748), destacó el componente analítico de una función y siguiendo esa posición el también suizo Leonhard Euler (1707-1783) citado por (Ribnikov, 1987, p. 218) definió que “Una función de una cantidad variable es una expresión analítica, compuesta de alguna manera por esta cantidad variable y números o cantidades constantes.”

Al matemático alemán Peter Dirichlet (1805-1859), se le atribuye la definición formal moderna del concepto función, al plantear en el 1837 “(...) $g(x)$ es una función real de una variable real x , si a cada número real x le corresponde un número real $g(x)$ ” (Ribnikov; 1987, p.220).

El desarrollo de la teoría de conjuntos en el siglo XIX por los matemáticos alemanes Georg Cantor y Richar Dedekind provocó cambios significativos en la interpretación del concepto de función utilizada hasta entonces, y permitió

redefinir el concepto de función a partir de los nuevos resultados que en el mundo de las matemáticas presentaba dicha teoría, la siguiente definición es de las más utilizadas en nuestros días, y es consecuencia de esta teoría;

“Sean X e Y dos conjuntos con elementos cualesquiera; la variable x representa un elemento del conjunto X , y la variable y representa un elemento del conjunto Y . Los elementos de ambos conjuntos pueden ser o no números, y los elementos de X no tienen que ser necesariamente del mismo tipo que los de Y . Sea P el conjunto de todos los posibles pares ordenados (x, y) y sea F un subconjunto de P con la propiedad de que si (x_1, y_1) y (x_2, y_2) son dos elementos de F , entonces si $y_1 \neq y_2$ implica que $x_1 \neq x_2$ esto es, F contiene no más de un par ordenado con una x dada como primer elemento. (Si $x_1 \neq x_2$, sin embargo, puede ocurrir que $y_1 = y_2$).

Una función queda ahora definida como el conjunto F de pares ordenados, con la condición señalada, y se escribe $F: X \rightarrow Y$. "Función (matemáticas)." Microsoft® Student 2008.

En este mismo documento se argumenta que, “(...) El conjunto X de las x que aparecen como primer elemento de los pares ordenados de F se le denomina dominio de la función F ; el conjunto Y de las y que aparecen como segundo elemento de los pares ordenados se denomina imagen o rango de la función F ”.

Una manera bastante sintetizada de expresar la definición anterior se presenta en el libro de texto del programa actual del decimo grado de la enseñanza pre-universitaria cubana, “Una función $f: X \rightarrow Y$ es un conjunto de pares ordenados $(x; y)$ tal que cada $x \in X$ aparece como la primera coordenada de solo un par ordenado” (Campistrous, Miyar y Naredo, 1989, p. 124).

Por su parte con esta misma idea de la teoría conjuntista se tiene la definición que aparece en el texto básico de la carrera Ingeniería Eléctrica, utilizada a lo largo de todo el curso de Matemática Superior.

“Una función es una regla que asigna a cada elemento x de un conjunto A exactamente un elemento llamado $f(x)$, de un conjunto B ”. (Stewart, 2006, p.12). En esta definición aparece el término regla, el cual ha sido utilizado en numerosos textos, por ejemplo “Una función es una regla que asigna a cada uno de ciertos números reales un número real”. (Spivak, 1970, p.47). Esta definición se circunscribe a las funciones reales de una variable real.

El concepto de función a partir de las correspondencias, como un tipo de relación entre conjuntos es expresado indistintamente en la bibliografía matemática, por ejemplo el texto de Matemática de la educación general básica de España en octavo grado lo define como: “Una función entre dos conjuntos numéricos es una correspondencia tal que no hay ningún número que tenga más de una imagen” (Ramos, 1984, p.92).

La definición siguiente resume las ideas anteriores, y se sugiere que se le presente a los estudiantes al analizar el concepto de función y en especial, cuando se traten las funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} : Sean A y B dos conjuntos no vacíos de naturaleza arbitraria. Una función de A en B es una correspondencia entre los elementos de A y los elementos de B de tal modo que a cada $x \in A$ se le hace corresponder un y sólo un elemento $y \in B$.

Notación $f: A \rightarrow B$

$$x \rightarrow y = f(x)$$

Luego en el caso en que $A \subseteq \mathbb{R}$ se dice que la función es de variable real.

Si además $B = \mathbb{R}$, entonces diremos que la función es real de variable real, siendo estas funciones, las que resultan de interés en este trabajo.

Teniendo cada elemento de la notación anterior el significado siguiente: A se llama dominio de la función; $B = \mathbb{R}$, se llama codominio de la función; $y = f(x)$ se llama imagen de x por f o variable dependiente y x se llama variable de la función o variable independiente.

El concepto de función ha sido abordado por la escuela cubana en diferentes etapas, en el libro Algebra Elemental del matemático cubano Aurelio Baldor se plantea “siempre que una cantidad variable depende de otra se dice que es función de esta última”. (Baldor, 1947, p.344), clasificando las mismas en Funciones Analíticas, (las que se pueden representar a través de una fórmula o ecuación) y las Funciones Concretas, (aquellas en que no es posible determinar una relación analítica).

En este y otros textos de la época revisados se observan limitaciones en el tratamiento del concepto función: el rigor conceptual, el tratamiento a las diferentes formas de representar el concepto, y en la variedad de ejemplo utilizados para ilustrarlo.

Posteriormente en la década del cincuenta del siglo pasado, el matemático y profesor Mario O. González en su libro *Matemática Quinto Curso*, presenta un tratamiento al concepto de función, para introducir los temas límite, continuidad y Cálculo Diferencial; con mayor rigor y actualidad que los anteriormente utilizados en la enseñanza de la Matemática en Cuba.

Sin embargo, la relación entre las ecuaciones, las inecuaciones, el dominio de las funciones elementales, y sus propiedades desde el punto de vista analítico y gráfico con el concepto de función en sus distintas representaciones no alcanza aún la profundidad necesaria para garantizar la fijación de las bases de contenidos del concepto, aspectos estos que perduraron hasta finales de la década del sesenta, pues en todo ese periodo se continuó trabajando la Matemática por los textos elaborados en los años cincuenta.

El salto ocurre a partir del curso escolar 1978-1979, al producirse un cambio radical en la concepción del aprendizaje de la Matemática, con la introducción de los Programas similares a los utilizados por la antigua República Democrática Alemana, encabezada por Werner Jungk, que ha decir de (Feria Velázquez, 1996, p. 8), "(...)respondían a los enfoques desarrolladores de esta ciencia en el mundo, con concepciones psico-pedagógicas sustentadas en la escuela Histórico-Cultural Vigotskiana, y en los trabajos de Galperin sobre la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales", provocándose, un cambio radical en el tratamiento al concepto función.

Desde ese momento la escuela cubana aborda el concepto función real de una variable real como el núcleo fundamental de la Línea Directriz, "Correspondencia, transformaciones y funciones", formalizada a partir de la década del setenta del siglo XX, por la necesidad de precisar los principios más importantes que determinan el curso escolar de matemáticas y no se pierda en la numerosidad de conceptos, procedimientos y complejos de contenidos que se establecen en los programas.

Al respecto (Ballester, Quintana, Fernández y otros, 2002, p. 1) plantean que "(...) esta razón dio origen al agrupamiento de la materia de enseñanza aprendizaje por aspectos principales referidos a la transmisión de conocimientos, el desarrollo de capacidades y la formación de convicciones a partir de los objetivos de la formación general"

Es importante destacar que los programas de Matemáticas en sus sistemáticos perfeccionamientos en la década del 80, la del 90 y en la del 2000 sufrieron variaciones en cuanto al reconocimiento de las Líneas Directrices, pero la relativa a “Las correspondencias y funciones” no sufrió cambios significativos, por su alcance dentro de los programas de la Matemática y su extraordinaria importancia para las ciencias matemáticas. Lo cual queda resumido a partir del criterio de (Steinhofel, 1982), citado por (Ballester, Quintana, Fernández y otros, 2002, p. 24) al decir “que generalmente toda investigación matemática trata de relaciones, correspondencias y funciones”.

Esta Línea Directriz comienza su tratamiento desde edades tempranas en los escolares, entrelazándose con las demás Líneas Directrices en lo que se pudiera identificar como una primera fase implícita o propedéutica y una segunda fase (explícita), que ocurre en el noveno grado de los programas vigentes de la Secundaria Básica, que comienza cuando se define el concepto de función y se empiezan a estudiar algunos tipos de funciones elementales, con todo el aparato conceptual y sistemas de habilidades que las mismas incluyen.

El objetivo esencial de esta línea directriz es el desarrollo del pensamiento funcional matemático de los estudiantes, y su tratamiento ocurre a lo largo de todos los programas de Matemática desde la enseñanza primaria hasta los de Matemática Superior, por lo que se consideran las funciones el núcleo de la misma.

Por el hecho de ser el concepto función de los llamados esenciales dentro de la enseñanza aprendizaje de la matemática, requiere de un proceso total de elaboración y apropiación, el cual ocurre a largo plazo y atraviesa por dos momentos: en el primero, lo que se quiere es introducir el concepto lo cual comprende de forma esencial, que el estudiante conozca todas las características que definen el concepto, pero no la definición exacta, mientras que en un segundo momento lo importante es que se llegue a elaborar una definición exacta del concepto función real de una variable real.

Este proceso total de elaboración tiene tres fases.

La primera fase está caracterizada por consideraciones y ejercicios preparatorios, los cuales comienzan mucho antes de la introducción del concepto. Mediante ellos los estudiantes se familiarizan con fenómenos y

formas de trabajo correspondientes para más tarde relacionar con el concepto, las ideas adquiridas sobre el contenido; aquí se llega a conocer parcialmente el concepto, mucho antes de su presentación formal en clases.

En sus primeros años en la escuela, el niño se familiariza con elementos de la teoría de conjuntos cuando comienza a agrupar objetos, establecer relaciones sencillas entre ellos y a formar conjuntos con elementos que cumplen o tienen características comunes, más tarde, en primaria, se le introduce el concepto de correspondencia cuando relacionan los movimientos como correspondencia biunívoca del plano sobre sí mismo, además aprenden las operaciones básicas de cálculo y trabajan con ecuaciones; los conocimientos y habilidades adquiridas en estos niveles de enseñanza aprendizaje se consolidan y sistematizan luego en secundaria.

Por lo que se considera esta fase como implícita o propedéutica, y sucede en toda la enseñanza primaria y parte de la secundaria; en este momento lo que se aspira es a que los estudiantes se relacionen y lleguen a conocer las características que más tarde permitirán definirlo.

En el (Anexo 4) se ofrece un resumen de los contenidos más importantes que sirven de preparación para el tratamiento del concepto función de R en R , presentados por (Ballester, 1994, p. 56), es decir aquellos que se imparten antes de pasar a la segunda fase.

La segunda fase consiste en la formación del concepto; es la parte del proceso que conduce desde la creación del nivel de partida, la motivación y la orientación hacia el objetivo, y que pasa por la separación de las características comunes y no comunes, hasta llegar a la definición.

La tercera fase consiste en la asimilación del concepto y posterior fijación, dentro de ellas se encuentran las ejercitaciones, sistematizaciones, aplicaciones y repasos del concepto.

Se consideran la segunda y la tercera fase en la formación del concepto como explícitas, ya que se aborda desde la definición, hasta el estudio de las diferentes clases de funciones y sus propiedades, este proceso transita desde el noveno grado, a través de toda la enseñanza preuniversitaria y continúa en muchas carreras de la educación superior.

El proceso completo de elaboración y apropiación del concepto función transcurre a largo plazo en la escuela cubana y la estructura metodológica que

se sigue para su formación desde el punto de vista de la teoría del conocimiento responde a la vía inductiva, la cual como puntos esenciales plantea: Partir de ejemplos, luego el concepto se desarrolla por medio de descripciones, explicaciones, hasta llegar a la definición, la cual se elabora paso a paso, y el conocimiento se conduce, por lo tanto, de lo particular a lo general.

Diversos autores han tratado en sus investigaciones la elaboración de conceptos por la vía inductiva; sin embargo por la sencillez y claridad que presenta la propuesta de (Ballester Pedrozo y otros, 1994, p. 292), se considera importante repasarla en este trabajo.

Esta consta de la secuencia de pasos siguientes:

- 1- Asegurar el nivel de partida.
- 2- Motivar y orientar hacia el objetivo.
- 3- Poner a disposición objetos de análisis (representantes y no representantes del concepto en cuestión)
- 4- Analizar los objetos respecto a características comunes y no comunes.
- 5- Establecer un sistema de características necesarias y suficientes.
- 6- Formular la definición o explicación.

La cual se manifiesta en la elaboración del concepto función de la siguiente forma:

El nivel de partida se asegura mediante el repaso de conocimientos de la teoría de conjuntos. Se recomienda formar conjuntos de diferentes naturalezas, se analizan los requisitos que deben tener sus elementos para garantizar la pertenencia al conjunto, se trabaja con los términos y símbolos correspondientes.

La motivación y orientación hacia el objetivo ocurre a través de presentar muchas y variadas situaciones prácticas, en las que juegan un papel esencial las correspondencias de dos conjuntos, y utilizar muchos ejemplos en los que aparecen dichas relaciones. Aquí se destaca el hecho de que al examinarlos aparecen dos tipos de correspondencias: las cuales son definidas como unívocas y plurívocas. Así como que, un elemento de un conjunto esté relacionado exactamente con un elemento de otro conjunto, o con varios a la vez. Característica esencial para reconocer e identificar el tipo de correspondencia, mientras que el tipo de elemento no tiene importancia, por lo

que es una característica no esencial, no importa si son letras, números, objetos etc.

En este momento se hace énfasis, en las características que se requieren para la elaboración del concepto de función estas son:

En primer lugar, tratarse las correspondencias de dos conjuntos que determinan un conjunto de pares numéricos ordenados. En segundo lugar deben tratarse las correspondencias unívocas, de las que se comenta y explica cómo desempeñan un papel esencial, por lo que reciben una denominación especial (funciones).

Por último se define función como un conjunto de pares ordenados utilizando las características significativas analizadas anteriormente.

El estudio de las funciones reales en la escuela cubana, continúa en la Educación Superior, en el caso de las carreras de Ciencias Técnicas, a través de todo el programa de la Matemática I. También aparece con fuerza en temas de asignaturas como la Física y el Álgebra, lo cual permite continuar desarrollando el pensamiento funcional matemático en los estudiantes.

En esta enseñanza (la superior), se le concede un papel predominante al estudio de los procesos infinitos y sus situaciones límites, que comienzan su tratamiento en la asignatura Matemática I, en el tema Límite y Continuidad, pasando a través de todo el Cálculo Diferencial, hasta llegar al Integral. En todos estos temas las funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} constituyen un núcleo básico, sobre el cual se estructura toda la teoría del Cálculo Superior.

También en la enseñanza superior se profundiza en el uso de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones, fundamentalmente los asistentes matemáticos, pues se incluyen los Laboratorios de Matemática, como un tipo más de forma organizativa de la clase, aquí los estudiantes utilizan asistentes, tales como el Derive, el Matlab, etc., los que permiten integrar, y sistematizar, la teoría estudiada cuando son utilizados eficientemente.

Estos laboratorios de Matemática brindan un marco propicio para tratar las funciones en una dimensión superior, pues es posible realizar un análisis más general de las mismas, se puede explotar mucho más el componente gráfico del concepto función, los tipos de funciones elementales, así como las transformaciones, composiciones y operaciones realizables con las mismas, y

analizar con más profundidad, cómo los nuevos conceptos que se adquieren en los diferentes temas de la asignatura, operan sobre cada una de ellas.

Por lo tanto el trabajo con las funciones reales en una variable real se completa con el tratamiento de los temas que abarca la Matemática I, por lo cual se hace imprescindible la sistematización de todo el contenido relativo a las funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} en las primeras etapas del primer año de las carreras de Ciencias Técnicas, que son las que más necesitan del conocimiento matemático en los estudiantes.

Dentro de los contenidos más importantes que sirven para el tratamiento de la sistematización de las funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} , en la Matemática I se tienen:

- El límite de funciones en un punto y en el infinito.
- La continuidad de funciones en un punto y en todo su dominio.
- La derivada de funciones en un punto y la derivada como función, así como sus interpretaciones.
- Las aplicaciones del Cálculo Diferencial.
- La primitiva de una función.
- La Integral indefinida e Integral definida, con sus respectivas aplicaciones.

1.2. Precisiones teóricas del proceso de sistematización en la enseñanza aprendizaje de la Matemática.

El término "fijación" es utilizado de forma general en la Didáctica como sinónimo de consolidación de lo aprendido, y su uso está asociado al trabajo por la solidez y durabilidad de los conocimientos; en disposición de ser aplicados; a la memorización racional de contenidos básicos, así como al desarrollo y perfeccionamiento de hábitos, habilidades y capacidades, que a su vez constituyen el punto de partida para el tratamiento de nuevos complejos de materias que incluyen conceptos, procedimientos, habilidades, algoritmos etc., razones estas, que la hacen formar parte fundamental de las funciones didácticas.

En el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, acerca de la misma se plantea: "La fijación o consolidación de los conocimientos, habilidades y capacidades tiene gran importancia en la asignatura Matemática, por el carácter sistémico de la materia y por la estructura de toda la formación matemática en la escuela, donde cada nuevo complejo de contenidos se apoya

en el contenido de complejos de materias anteriores” (seminario nacional. 2008, p. 24).

Para lograr la solidez de conocimientos sobre conceptos, teoremas o procedimientos matemáticos, es necesario fijar habilidades tales como definir, construir, calcular, graficar, modelar y demostrar, entre otras formas de trabajo y de pensamiento propias de la matemática; y resulta imposible lograrlo sin recurrir a un consciente y sistemático proceso de fijación.

Todas las formas en que se puede presentar la fijación o consolidación se complementan y constituyen un sistema. De este modo, cada forma de fijación se caracteriza por el objetivo fundamental con que se corresponde.

Este trabajo trata la sistematización como una de las formas de Fijación o Consolidación la cual tiene como objetivo fundamental:

“estructurar los conocimientos en un sistema mediante el establecimiento de los nexos y relaciones esenciales que existen entre ellos, y se caracteriza por el hecho de que el estudiante compare el saber y el poder adquirido con el fin de poder llevarlo a una estructura o a un sistema. Para ello se investigan propiedades comunes y diferencias, se hacen visibles las relaciones entre los diferentes componentes del saber y se organizan los conocimientos en un sistema lógico que apoya la memorización y aplicación de los conocimientos”. (Seminario Nacional, 2008, p.5).

En el (Diccionario Larousse, 1968, p. 948) la palabra sistematizar aparece como: “reducir a sistema. Sistema: conjunto de principios verdaderos o falsos reunidos entre sí, de modo que forman un cuerpo o doctrina. Combinación de partes reunidas entre sí para obtener un resultado o formar un conjunto”. Por lo que comúnmente es entendida como sinónimo de frecuente, algo se ha sistematizado, si se remite a un sistema fijo en su conducta, en su forma de proceder, si se sigue un sistema.

La enseñanza es por su esencia una actividad sistemática, aspecto este reconocido desde los mismos orígenes de la Pedagogía, ya en la obra de Juan. A. Comenius aparecen planteamientos tales como: “todo lo siguiente se basa en el fundamento de lo anterior”, “Lo posterior se basa en lo anterior”, los que implícitamente refieren la necesidad de una adecuada planificación y secuencia lógica en la enseñanza, donde se precisen conocimientos, habilidades y hábitos esenciales, así como determinar con precisión, qué conocimientos

tienen carácter propedéutico y sirven de base a otros, lo que implícitamente exige el orden lógico del proceso.

En los principios didácticos enumerados por (Klingberg, 1972, p. 245), “*la planificación y sistematización de la enseñanza*” aparece como el número tres. Y le da un tratamiento de categoría por el hecho de ser inherente a todo el proceso de enseñanza- aprendizaje.

En las diferentes clasificaciones utilizadas en la Pedagogía cubana para los principios didácticos, se aprecia que en una u otra forma estas presente el principio de la sistematicidad de la enseñanza, por ejemplo (Danilov, M.N; Skatkin M. A, 1980, p. 138) utilizan en su clasificación “el principio de la sistematicidad de la enseñanza y su relación con la práctica”, que el mismo “expresa la necesidad de combinar armónicamente el estudio de los conocimientos sistemáticos y la adquisición paulatina de habilidades y hábitos en un orden rigurosamente lógico, así como la aplicación de estas adquisiciones en la vida para resolver las tareas de carácter práctico y para realizar actividades laborales”.

Por otra parte Llivina y otros (2001) desarrollan la sistematización en el establecimiento de relaciones entre conceptos (elaboración de teorías), convirtiendo la ciencia en un sistema de formulaciones, hipótesis y leyes relacionadas entre sí (estableciendo relaciones lógicas entre teorías).

Sin embargo frecuentemente resulta difícil encontrar relaciones entre los conceptos, dentro del contenido, en una clase, o sistema de clases, lo que es apuntado por (A. de Zayas, 1996, p. 84) cuando expresa:

“no siempre el grado de vinculación de los contenidos de una asignatura permite agruparlos en un solo sistema que se puede inferir de un solo núcleo, esto obliga al profesor, al finalizar el tema a establecer los aspectos similares y diferentes, a resaltar las vinculaciones entre los distintos contenidos, todo lo cual tiende a la sistematización de los distintos temas en un objeto mayor”.

De ahí que la sistematización esté estrechamente vinculada con el análisis de propiedades comunes y diferentes, al establecimiento de nexos entre conocimientos, que eventualmente pudieran parecer aislados, hasta organizarlos en un sistema.

Hernández Ruiz, 1996, comenta acerca de la sistematización que la misma constituye un proceso sintético analítico de aplicación periódica; y de Soler, Fernández, García y otros (2007), se puede resumir que cada vez que se trata un nuevo contenido, deben estar presentes elementos de la sistematización, en lo que refiere al establecimiento de nexos con el contenido anterior y la conformación de una estructura del nuevo saber y poder, con el ya adquirido.

La sistematización garantiza en gran medida la asimilación del conocimiento y esta se define en la lógica dialéctica como una función del pensamiento, por lo que posee una importancia significativa en la enseñanza de la Matemática, debido al carácter sistemático de la materia donde cada nuevo contenido se apoya en el anterior.

Para S. Ballester (1999) la sistematización en el sentido de la metodología de la enseñanza de la Matemática, se comprende esencialmente como una forma de fijación cuyo objetivo fundamental es estructurar un sistema de conocimientos mediante comparaciones de características que destacan lo esencial del saber y el poder adquirido por los estudiantes. Su realización está estrechamente vinculada al análisis de propiedades comunes y diferentes, al establecimiento de nexos entre los conocimientos que eventualmente pudieran parecer aislados, hasta organizarlos en un sistema.

Acerca del aspecto (Ballester Pedroso, 2003, p. 2) plantea “Así es posible referirnos a la sistematización de conceptos, de proposiciones y de procedimientos matemáticos de forma especial o como frecuentemente es el caso, a la sistematización de los conocimientos matemáticos como una integración lógicamente estructurada de estos tres componentes del saber matemático”.

Con las consideraciones anteriores el autor de la tesis manifiesta total coincidencia y determina cómo rasgos esenciales en la sistematización, “el de ser un conjunto de nexos y relaciones que se establecen entre los contenidos de uno o varios sistemas de conocimientos concebidos en un programa, o disciplina, que permiten al estudiante resolver tareas más exigentes, según el saber y el poder adquirido a lo largo de un período de tiempo en el proceso enseñanza-aprendizaje”.

En ella se tratan estructuras tales como: conceptos, proposiciones, procedimientos; los cuales son componentes básicos de los llamados

conocimientos matemáticos, considerados por el autor como: “el volumen de contenido que se agrupa mediante definiciones, teoremas, colorarios, en los que se resumen propiedades, fórmulas, procedimientos que pueden ser algorítmicos o no, acerca de los elementos de naturaleza matemática que conforman un tema concreto, así como al sistema de habilidades adquiridas sobre el mismo, que permiten su uso en situaciones concretas (ya sean ejercicios, problemas de carácter intra o extra matemático)”.

1.2.1 La sistematización de los conceptos matemáticos.

En la enseñanza de la Matemática juegan un papel fundamental las denominadas Situaciones Típicas citadas por (Zillmer, 1981; p.155) como:

“(…) aquellas situaciones reales en la enseñanza de una o varias asignaturas que poseen semejanza con respecto a determinados parámetros esenciales, con respecto a la estructura objetivo-contenido, y por tanto estas situaciones permiten un proceder semejante en la aplicación de una determinada estrategia de conducción y de los procedimientos metodológicos - organizativos”.

Dentro de estas aparecen:

- ❖ El tratamiento de conceptos matemáticos y sus definiciones.
- ❖ El tratamiento de teoremas matemáticos y sus demostraciones.
- ❖ El tratamiento de ejercicios con texto y de aplicación.
- ❖ El tratamiento de ejercicios de construcción geométrica.
- ❖ El tratamiento de procedimientos algorítmicos.

Las cuales requieren de constante sistematización en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática; en esta investigación se trata especialmente la sistematización de la situación típica “conceptos y definiciones”.

En la ciencia Matemática se distinguen relaciones lógicas entre los conceptos de una teoría. Una posibilidad para sistematizar conceptos es aprovechar las relaciones lógicas entre ellos y estructurar así el sistema de conocimientos, es decir establecer relaciones entre: conceptos superiores, subconceptos, conceptos colaterales, conceptos disjuntos y conceptos interferenciados. Su realización se puede apoyar en el empleo de tablas u otras representaciones.

La sistematización de los conceptos es condición necesaria para su posterior aplicación a la solución de los ejercicios y también para "recordar" de modo

racional las propiedades y características que les son inherentes. A través de la sistematización deben aprender que: todas las propiedades válidas para un concepto, lo son para sus conceptos subordinados; los conceptos subordinados cumplen propiedades especiales a partir de las propiedades generales que le vienen dadas por su concepto superior. Así como la necesidad de que, se analicen los casos límites y extremos de los diferentes objetos matemáticos asociados al concepto que se sistematiza.

La sistematización de conceptos matemáticos deberá ser tratada de diferentes formas, pero como invariantes se tienen que destacar sus propiedades, las relaciones de inclusión y exclusión, sus diferencias y analogías con otros conceptos u objetos matemáticos, así como utilizar constantemente diagramas, en los cuales se muestre la subordinación de diferentes conceptos relacionados entre sí con el inmediato superior, y tratar las diferentes clasificaciones del concepto si las hubiese con su fundamentación.

Las clases de sistematización de conceptos requieren de una fase de motivación, orientación hacia el objetivo y aseguramiento del nivel de partida.

En general la motivación debe hacer comprender a los estudiantes que en la Matemática al igual que en la vida, los hechos están relacionados unos con otros y mientras más se comprendan estas relaciones, se estará en mejores condiciones de interpretar lo que ocurre tanto dentro de la matemática como en la realidad objetiva. Los principios heurísticos: búsqueda de relaciones y dependencias y el de analogía se destacan como aspectos a tener en cuenta para la motivación en las clases de sistematización.

La orientación hacia el objetivo se basa también en la búsqueda de relaciones y dependencias entre conceptos, proposiciones o procedimientos. No es posible sistematizar los conocimientos que no se poseen. Esto quiere decir que una condición imprescindible para que pueda tener lugar la sistematización es la disponibilidad de los conocimientos que deben ser sistematizados. A este fin juega un importante papel asegurar el nivel de partida requerido, mediante la reactivación de los conocimientos que sean necesarios. Esta reactivación o repaso debe realizarse con la participación activa de los estudiantes y desde puntos de vista diferentes a los ya conocidos, para evitar la monotonía y posible falta de interés que puede producir en ellos "escuchar nuevamente la repetición de lo conocido".

La reactivación puede tener lugar mediante el empleo de diferentes recursos metodológicos, tales como: respuestas a preguntas formuladas por el profesor, resolución a ejercicios propuestos en la clase o de tarea para la casa (eventualmente empleando hojas de trabajo, guías de estudio), organización de competencias, encuentros de conocimientos, el trabajo con las TICs, realización de un estudio individual de los contenidos correspondientes en el texto e indicaciones para consultar el texto durante la clase.

Puede resultar conveniente para esta reactivación el uso de formas de organización que propicien el empleo de las técnicas de la dinámica de grupo (técnicas participativas).

Una vez que se ha comprobado la existencia de un nivel de partida adecuado para la sistematización, la actividad del profesor ha de dirigirse a que los estudiantes comparen y destaquen características comunes y no comunes; a que los estudiantes reconozcan lo esencial y puedan separarlo de lo no esencial; a que logren establecer nexos y relaciones entre el saber adquirido, entrelazar los hechos y encontrar un lugar para ellos en la estructura del saber. Para distinguir con mayor nitidez los nexos y relaciones entre los conceptos matemáticos, es usual que se utilicen diagramas, gráficos, tablas, esquemas u otros medios de enseñanza aprendizaje o recursos didácticos, en función de la visualización y la comprensión.

En el empleo de estos medios hay que tener en cuenta la participación activa de los estudiantes en la estructuración del sistema de conocimientos. No se trata de la presentación terminada del medio correspondiente, el verdadero valor didáctico de su utilización se encuentra en su elaboración independiente por los estudiantes ó en el trabajo conjunto con el profesor.

Las actividades encaminadas a la sistematización de conceptos logran su propósito, si estos quedan organizados en la mente de los estudiantes en dependencia de las propiedades o características consideradas esenciales para establecer los nexos entre ellos; si cada concepto ha encontrado su lugar en la estructura del saber, creando condiciones para la fijación de un saber más sólido, el desarrollo de habilidades más generalizadas y para alcanzar mejores resultados en la aplicación de los conocimientos.

1.3 El Trabajo Independiente y Las TICs como medios para la sistematización del concepto de función de R en R .

Gran parte de las investigaciones actuales en el campo de la enseñanza de la Matemática, tienden a oponerse a la tesis sostenida, por mucho tiempo, que de forma general plantea que:

“existe una relación unidireccional entre la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. Se asume que los conocimientos se transfieren simplemente desde la enseñanza hacia el aprendizaje: se considera, por ejemplo que el alumno graba lo que se le comunica por medio de la enseñanza, tal vez con algunas pérdidas de información. Quizás por ello aún predominan en las aulas de matemáticas una enseñanza retórica y reiterativa”. (Cantoral, R ; Farfán, R. M, 2001, p. 5).

Hoy en día resulta evidente la inconsistencia de dicha tesis, pues ha sido demostrado por un sin número de investigaciones que los estudiantes se apropian de conocimientos con cierto nivel de independencia, y encuentran relaciones entre elementos matemáticos, así como procedimientos y vías para utilizarlos, sin que eso haya sido parte explícita de su enseñanza.

En esta dirección es que alcanza su mayor significado el trabajo con las categorías pedagógicas, actividad cognoscitiva, independencia cognoscitiva y trabajo independiente de los estudiantes”, pues son precisamente estas, las que permiten en una mayor medida que los estudiantes se apropien de las bases de contenidos matemáticos, y sean capaces de utilizarlos ante las disímiles situaciones y problemas que le impone la carrera y posteriormente su profesión.

La actividad cognoscitiva, es asumida por el autor de la tesis, como un conjunto de acciones dirigidas al proceso de obtención y fijación de los conocimientos y su posterior aplicación en la práctica escolar, que implica la formación y el desarrollo en los estudiantes de las habilidades para el logro de la independencia cognoscitiva.

La independencia cognoscitiva alcanza una dimensión superior en la educación cubana a partir del curso 2006-2007, con las transformaciones ocurridas en la modalidad de Educación a Distancia.

El concepto que estructura la independencia cognoscitiva del estudiante en la educación superior cubana es el de trabajo independiente, el cual es asumido en el trabajo como:

“(…) un sistema de organización de las condiciones pedagógicas, que garantiza la dirección del aprendizaje de los alumnos, individualmente o en colectivo, tanto por tareas asignadas, como por deseo propio, sin la participación ni ayuda directa del profesor”. (Documento de trabajo la Modalidad Semipresencial, versión, 2006, p. 8)

La dirección acertada de la actividad cognoscitiva crea los motivos y desarrolla las posibilidades para el trabajo independiente. Por esto el sistema de trabajo independiente que el profesor utiliza gradualmente con sus estudiantes determina el desarrollo de la independencia cognoscitiva que tiene como fin garantizar la posibilidad de que el hombre sea capaz de dirigir su aprendizaje, asegurar su educación permanente y, con ello, el logro de un alto nivel de independencia y eficacia en el ejercicio de su actividad laboral.

Acerca del trabajo independiente el autor considera importante señalar, como rasgos esenciales: la actividad, creatividad e independencia, es decir, la participación de los estudiantes como agentes de su ejecución, el uso de sus habilidades y de la información que poseen en situaciones similares, nuevas y el trabajo por sí mismo, sin la participación directa y constante del profesor. O como el medio de inclusión de los estudiantes en la actividad cognoscitiva independiente.

Para una acertada orientación del trabajo independiente, se considera muy ilustrativo, el comentario de (Pidkasisty, 1986, p. 215), al respecto plantea:

“supone siempre la posesión por parte de los estudiantes de conocimientos previos necesarios, así como un grado suficiente del desarrollo de habilidades, al mismo tiempo que la necesidad de un esfuerzo dentro de sus posibilidades, para lograr el objetivo propuesto, así como constar del tiempo necesario para la realización del mismo”

Dentro de los tipos de tareas de trabajo independiente se tienen: la elaboración de resúmenes, cuadros sinópticos y esquemas, ejercicios y problemas, las cuales aparecerán indistintamente en el sistema de actividades que propone utilizar el autor para sistematizar el contenido relativo a las funciones de R en R , muchas de las cuales requerirán del uso de las TICs.

Acerca del uso de las TICs en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

El currículo en las carreras de Ingeniería es objeto de constante perfeccionamiento en algunos países, del que el nuestro no está exento. En consecuencia, se puede observar la tendencia a la reducción del fondo tiempo que se le dedica a la Matemática y otras ciencias básicas. Un ejemplo lo constituye el hecho de que el curso Introdutorio de Matemática, ha ido en los últimos cursos reduciendo el número de horas, hasta llegar para el curso 2010-2011 a un total de 44 horas de un total de 64 horas con las que contaba en el curso 2008-2009. Lo cual sin duda puede constituir un factor adverso si se mantienen las formas tradicionales de enseñanza de la Matemática.

Una de las vías para romper con los esquemas tradicionales de enseñanza de la Matemática puede ser el perfeccionamiento de los métodos y los medios de enseñanza, para lograr que los estudiantes se apropien de la esencia del conocimiento, a fin de aplicarla de forma creadora en la adquisición de nuevos conocimientos y en la solución de problemas propios de la carrera.

De ahí el porqué las llamadas TICs alcanzan un lugar significativo en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las Matemáticas, en tal sentido, la Conferencia Mundial sobre Educación Superior, auspiciada por la UNESCO, que sesionó en París, en octubre de 1998, aprobó la “Declaración Mundial sobre la Educación Superior en el Siglo XXI: Visión y Acción”. En ella se expresa que las nuevas tecnologías de la información y la comunicación, seguirán modificando la forma de elaboración, adquisición y transmisión de conocimientos, ya que estas tecnologías no solo amplían las posibilidades de acceso a la educación universitaria, sino que constituyen un factor de innovación para las instituciones educacionales, en cuanto a las formas y métodos que se emplean para desarrollar el aprendizaje.

En esta investigación se reconocen como características y funciones de las TICs, las planteadas en el Curso: Educación Virtual “, E-Learning y Desarrollo” (2006). Las Tecnologías de información y Comunicación; las que resumimos a continuación: estudian y producen las metodologías, equipos y sistemas que posibilitan generar, almacenar, procesar e intercambiar información, facilitar el acceso a grandes masas de información en cortos períodos de tiempo, como son los discos CD-ROM y DVDs, el acceso “en-línea” a bases de datos bibliográficas; presentar al usuario la misma información con códigos lingüísticos diferentes, como son los hipertextos y la transmisión de

información a destinos lejanos, con costos cada vez menores y en tiempo real como las videoconferencias.

Dentro de los componentes de las TICs, se deben destacar, por las potencialidades que tienen para el proceso de enseñanza–aprendizaje de las Matemáticas y en especial en la investigación que se presenta, a: las relacionadas con el uso de las computadoras personales y los software matemáticos, del que según (Álvarez, 1994); pueden aportar a la enseñanza de la Matemática una mejor comprensión del alcance de sus métodos, su empleo en la resolución de problemas reales y en consecuencia, una mayor motivación del estudiante de los primeros años, criterio con el cual se coincide plenamente.

En este sentido, la modalidad más utilizada en la carrera de Ingeniería Eléctrica es el Software de tipo profesional, cuyo uso se fundamenta en el supuesto de que con su ayuda los estudiantes vinculen su desempeño con las operaciones que normalmente realizan en actividades de una asignatura específica de una disciplina o en su ejercicio profesional: dentro de los más utilizados se encuentran, los asistentes matemáticos como: DERIVE, MAPLE, MATHEMATICA, MACSYMA y MATLAB.

Con la implantación del plan de estudios C, a comienzo de la década anterior en las carreras técnicas, se puso en práctica para algunas asignaturas de la disciplina de Matemática, la realización de algunos laboratorios de DERIVE, los cuales se han ido incrementándose paulatinamente con el plan D, y gozan de muy buena acogida por parte de los estudiantes. La selección de este asistente se debió fundamentalmente al hecho de que el mismo cuenta con una interfaz bastante elemental, un lenguaje fácil, estructurado con capacidad gráfica y modular.

No obstante el autor de la tesis considera que las potencialidades de dicho asistente están muy por encima del uso que en estos momentos se le da en el primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica en la asignatura de Matemática I, pues su uso actualmente se limita a resolver ejercicios utilizando sus comandos. Por lo cual se propone explotarlo a través de métodos más dinámicos para el aprendizaje, tendientes a incorporar el conocimiento matemático y en especial el relativo a las funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} mediante actividades que propicien en los estudiantes la visualización, el descubrimiento

y la exploración, de relaciones, nexos, elementos esenciales de los distintos conceptos que comprenden las funciones reales de una variable real.

Las Redes de Computadoras.

Una Red de Computadoras de Área Local (abreviado LAN en inglés) es un conjunto de máquinas interconectadas que pueden compartir datos, aplicaciones y recursos (por ejemplo discos duros, impresoras, etc.). Las computadoras de una red de área local están separadas por distancias de hasta unos pocos kilómetros, y suelen usarse en oficinas o campus universitarios.

Una LAN permite la transferencia rápida y eficaz de información en el seno de un grupo de usuarios y reduce los costos de explotación. El medio de conexión material entre los dispositivos de una LAN puede ser un cable coaxial, un cable de dos hilos de cobre o un cable de fibra óptica. También pueden efectuarse conexiones inalámbricas empleando transmisiones de rayos infrarrojos o radiofrecuencia.

De acuerdo a la infraestructura con que cuenta nuestra Universidad en sus laboratorios, el autor de la tesis considera que es la Intranet, dentro de las redes de computadoras, la que objetivamente está al alcance del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, la cual consiste en un sistema de redes más pequeños, generalmente para el uso de una única organización, universidad ó empresa.

En nuestro caso la misma nos brinda enormes posibilidades, pues ofrecen una plataforma interactiva, que permite la elaboración de unidades didácticas a las cuales el alumnado puede acceder en cualquier momento y desde cualquier lugar.

Esta tecnología nos facilita por tanto, orientar las actividades, tareas, materiales de consultas y el material complementario que objetivamente no es posible ofrecer en las clases, para resolver las dificultades que respecto al concepto función de R en R arrastran los estudiantes, así como preparar materiales de refuerzo sobre conocimientos básicos necesarios que faciliten la comprensión de temas nuevos dentro de la asignatura Matemática I.

Se puede agregar que la Intranet, soporta el uso del correo electrónico el cual permite enviar y recibir mensajes, y constituye un instrumento disponible y provechoso para el profesorado. Mediante el correo electrónico los profesores y

estudiantes, tienen en un servidor central, un buzón personal, que permite escribir un documento y enviarlo simultáneamente a diferentes buzones electrónicos, es decir, a diferentes personas con dirección electrónica.

A través del mismo circulan informaciones tales como:

1. Orientaciones para el estudio.
2. Seminarios y actividades prácticas y de laboratorios.
3. Consultas de bibliografía.
4. Temas para ser debatidos asincrónicamente como preparación previa para una actividad docente determinada.

Por lo que, a modo de resumen, acerca del aspecto, el autor coincide con el punto de vista de numerosos expertos; (Estebanell, M. 1997), (Montesinos, A. 1997), (Hueso, J. L., 1997), los cuales en síntesis reconocen en las TICs gran número de posibilidades en el tema de enseñanza-aprendizaje, al plantear que su uso eficiente, provoca en los estudiantes un cambio de actitud respecto a su papel en el proceso de aprendizaje ya que:

- Pasa de ser un receptor de información a convertirse en un constructor de su propio conocimiento, fomentando la reflexión metacognitiva.
- Se convierte en un proveedor de soluciones de problemas más que en un almacén de contenidos, al desarrollar la autonomía personal mediante la toma de decisiones.
- Trabaja como miembro de un colectivo ejecutando tareas y proyectos que requieren mayor colaboración y cooperación en las que se incrementa la interacción entre los participantes.
- Puede administrar de forma eficaz su propio tiempo y su proceso de aprendizaje.
- Dispone de una actitud más colaborativa y cooperativa en las relaciones con los profesores y otros estudiantes participantes.
- Adquiere habilidades y destrezas con las nuevas herramientas que se emplean en el campo profesional.
- Tiene acceso a un mayor número de recursos.

1.4 Caracterización del estado actual del proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto función de R en R en el primer año del CRD de la carrera de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Camagüey.

Como resultado de los diagnósticos aplicados en el estudio realizado durante los cursos 2008-2009, 2009-2010, a la población definida en la Introducción del trabajo, se han elaborados tablas, gráficos, resúmenes que reflejan el estado del objeto de investigación: “El proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones reales de variable real” de los cuales a continuación se realiza un análisis:

- En (anexo 5) se resumen mediante una tabla y un gráfico el comportamiento de los estudiantes en los indicadores cognitivos comprobados en el diagnóstico 1 (anexo 6).
- En esta tabla los estudiantes diagnosticados, han sido clasificados en tres niveles de desempeño cognitivo en la realización de actividades, a partir del criterio de (S. Puig, 2003), citado por (Soler, Fernández, García y otros, 2007), de la forma siguiente:

Nivel I: En este nivel se considera la capacidad del estudiante para resolver ejercicios formales eminentemente reproductivos.

Nivel II: En este nivel se considera las situaciones problemáticas que están enmarcadas en los llamados problemas rutinarios, que tienen una vía de solución conocida, al menos para la mayoría de los alumnos, que sin llegar a ser propiamente reproductivas, tampoco pueden ser consideradas completamente productivas.

Nivel III: En este nivel se considera los problemas propiamente dichos donde la vía por lo general no es conocida, para la mayoría de los alumnos, y donde el nivel de producción de los mismos es más elevado.

En dicha tabla se verifica que en los niveles 1 y 2 se encuentran más del 90 % de los estudiantes diagnosticados, en cada uno de los indicadores relacionados, los cuales como ya ha sido argumentado con anterioridad, son objeto de tratamiento en los grados de la enseñanza media-superior a partir de las exigencias de los programas, sin embargo, las deficiencias existen y son significativas, las cuales se resumen de la forma siguiente:

- El 80 % de los estudiantes, no reconocen el concepto de función representado de una forma diferente a la analítica, así como las características fundamentales en dichas correspondencias funcionales, tales como el dominio, la imagen, la inyectividad, paridad, simetría, monotonía.

- Los resultados de modelar un fenómeno funcional fueron aún más discretos pues solo el 17 % encontró un modelo correcto.
- Solo el 19 % de los estudiantes fue capaz de determinar el gráfico correspondiente a funciones dadas por sus ecuaciones, y solo el 8 % demostró conocer la influencia que tienen en sus gráficos, las transformaciones algebraicas que las mismas pueden sufrir.
- En cuanto al trabajo con ecuaciones e inecuaciones funcionales se pudo determinar que solo el 19 % comprende el significado geométrico de las mismas, el 27 % domina los procedimientos para su resolución y el 14 % reconoce el papel del dominio de las funciones, en los procesos de su resolución.
- Al presentarse las funciones mediante esbozos de sus gráficos se contacta que la mayoría de los estudiantes, en el orden del 60 % reconoce propiedades fundamentales de las mismas.
- Solo el 21.25 % fue capaz de realizar las tareas de mayor nivel de complejidad, lo que demuestra que las bases de contenidos en las funciones de R en R , han sido interiorizadas sin la conexión suficiente entre sus elementos, lo cual no prepara lo suficiente a los estudiantes para enfrentarse a ejercicios menos reproductivos, pero esenciales para enfrentar la Matemática superior.

Lo antes expuesto justificó la necesidad de revisar el proceso de enseñanza – aprendizaje del concepto función de R en R , en la asignatura de Matemática en el primer año de los C.R.D en los diferentes planes de estudio por lo que ha transitado la carrera en los últimos años.

Como resultados de esta revisión, se efectuó el análisis de documentos tales como los programas analíticos y P-1, así como de diferentes evaluaciones parciales y finales realizadas a los estudiantes en la asignatura Matemática I. También se efectuaron entrevistas a docentes con experiencia en la enseñanza de la Matemática (anexo 7).

Como consecuencia del trabajo anteriormente descrito, el autor considera que han existido deficiencias en la sistematización del concepto función de R en R , dadas fundamentalmente por causas tales como:

No existían los cursos introductorios de Matemática, siendo estos instaurados en la carrera a partir del curso 2007-2008. Estos cursos trataban un gran número de temas (anexo 8), sin embargo ninguno de ellos se dedicaba al estudio de las funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} , a pesar de ser estas, como anteriormente ha sido fundamentado, la piedra angular de todo el cálculo diferencial e integral.

En el Curso Introductorio, los temas relacionados con el tecnicismo algebraico, la solución de ecuaciones e inecuaciones y la trigonometría, recibían un tratamiento fundamentalmente algorítmico, muy similar al que se presenta en la unidad de sistematización de grado doce.

En los ejercicios que generalmente se presentaban, el resolver ecuaciones e inecuaciones constituía el fin del problema, sin embargo en este nivel resulta más conveniente que estas se traten como un medio o herramienta, para solucionar un determinado problema que puede tener carácter geométrico o analítico, y en muchos casos trasciende la disciplina de Matemática.

Por citar un ejemplo, el resolver ecuaciones e inecuaciones, admiten un tratamiento funcional, cuando se utilizan como una herramienta para determinar valores o intervalos de valores pertenecientes al dominio de funciones que cumplen determinadas condiciones. Resulta muy adecuado en esta enseñanza analizar gráficamente estos tipos de problemas, interpretarlos geoméricamente, y comprobar los resultados alcanzados en el proceso de solución, mediante el uso del asistente matemático Derive, lo cual no constituye un problema en la institución, por poseer esta la base tecnológica necesaria y aceptarse a los laboratorios de Matemática como una forma organizativa fundamental de la clase en este nivel. Sin embargo este aspecto ha sido tratado de forma muy discreta.

La orientación, la ejecución y el control del trabajo independiente en todo el periodo analizado, demuestra que no se ha explotado en la dimensión que requiere en esta enseñanza. Aquí los cambios que ocurren en las motivaciones y personalidad, de los estudiantes al pasar de la enseñanza media a la enseñanza superior son significativos, y es muy importante que sean tenidos en cuenta, lo que puede favorecer el trabajo independiente en los estudiantes si se explota adecuadamente.

En el programa de la Matemática I, tal como se concibe en el plan D para la carrera Ingeniería Eléctrica, se asume desde el punto de vista del autor, que los estudiantes poseen un dominio pleno de las funciones de R en R , y sobre esa base, son tratados los temas Limite y Continuidad, Calculo Diferencial e Integral; sin embargo la experiencia y los resultados en las diferentes modalidades de evaluación a las que se enfrentan los estudiantes, demuestra que las funciones de R en R , necesitan ser sistematizadas a lo largo de todo el curso de Matemática en el primer año de la carrera.

Por otra parte en la concepción actual que tiene el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática I, el uso de las TICs es bastante limitado, pues se concentra fundamentalmente en el uso del laboratorio, donde los estudiantes utilizan el asistente Derive para resolver las actividades orientadas en clase, que por lo general se refieren a temas específicos del Cálculo Diferencial o Integral, desde un punto de vista puramente procedimental, pudiéndose aprovechar también dichas actividades, para sistematizar el aparato conceptual en las funciones de R en R .

No se explotan eficientemente las potencialidades que nos brinda el correo electrónico en la facultad de Electromecánica para orientar y controlar el trabajo independiente de los estudiantes, así como para acceder a una mayor variedad de bibliografía y confrontar los resultados de las actividades realizadas con el resto de los estudiantes y el profesor.

Todo lo anteriormente planteado justifica la necesidad de la estrategia propuesta, en la que aparecen acciones que se materializan a través de actividades que incluyen formas de orientación, ejecución y control del trabajo independiente en los estudiantes, diferentes de las que hasta el momento han sido utilizadas.

Conclusiones del capítulo.

El autor considera que una estrategia didáctica, dirigida a la sistematización del concepto función real de variable real, en la que se haga uso de las nuevas tecnologías y se refuerce el trabajo independiente de los estudiantes, facilitará la asimilación de los contenidos de la Matemática en la carrera Ingeniería Eléctrica.

CAPÍTULO 2. Estrategia Didáctica para la sistematización del concepto función real de una variable real en el primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica, basada en el trabajo independiente y el uso de las nuevas tecnologías.

2.1. Referentes teóricos de la estrategia.

Es cada vez más extensa y generalizada en cualquier rama de la ciencia, la presencia de las estrategias como resultado científico, hoy en día no se concibe un proyecto encaminado a lograr objetivos concretos, que prescindan de las estrategias, o al menos de un pensamiento estratégico de sus ejecutores. Por supuesto, las ciencias sociales y en especial las ciencias de la educación son consecuentes con esta realidad y en este marco se desarrolla nuestra investigación.

Etimológicamente el término estrategia proviene de la voz griega stratégós y sirvió para designar el arte de dirigir las operaciones militares.

Al respecto el héroe nacional José Martí plantea: “Estrategia es política (...) y (...) política es el arte de asegurar al hombre el goce de sus facultades naturales en el bienestar de la existencia (...) es sobre todo arte de precisión” (Martí, 1975, p. 248).

Dentro de las disímiles definiciones utilizadas para el término Estrategia aparecen:

- combinación y organización cronológica del conjunto de métodos y materiales escogidos para lograr ciertos objetivos. Chacón (1979)
- conjunto de decisiones y acciones conscientes e intencionadas para lograr algún objetivo”. Monereo (1995)
- acción humana, orientada a una meta intencional, consciente y de conducta controlada, con la que se relacionan conceptos tales como plan, tácticas y reglas. Betancourt (1997).
- patrón de decisiones en la adquisición, retención y utilización de la información que sirve para lograr ciertos objetivos, es decir, para asegurarse que se den ciertos resultados y no se produzcan otros. Pérez (2005)

Al revisar la bibliografía sobre el tema, se observa que independientemente del autor, y el campo donde la misma se utiliza, se detectan regularidades, tales como:

- se manifiestan como una organización o secuencia en que se suceden los procesos para la ejecución efectiva de la tarea.
- suponen un factor de control por parte del sujeto sobre sus procesos.
- poseen un propósito u objetivo que se traduce en acto consciente.
- sólo puede ser establecida una vez que se hayan determinado los objetivos a alcanzar.

Al respecto se tiene una definición de Estrategia que resume prácticamente todos los aspectos esenciales que en los criterios anteriores han sido planteados de una u otra forma por los diferentes autores que han abordado el tema, la cual se asume en este trabajo, en forma resumida a partir del juicio de (Tarifa, 2005) como: conjunto de decisiones y acciones coordinadas, flexibles y adaptadas a las características de la tarea, que dependen de las particularidades individuales del sujeto que las selecciona, que son utilizadas intencionalmente para conseguir un objetivo, la que permite evaluarse y que es susceptible de mejorar durante su puesta en práctica.

Por el frecuente uso del término proceso de enseñanza-aprendizaje en el trabajo y especialmente en este capítulo, se considera oportuno precisar algunos aspectos teóricos fundamentales sobre el mismo, de modo que se facilite la posterior comprensión de los puntos relativos a las estrategias, que intervienen en el campo del referido proceso.

El término proceso (Del lat. processus) es un conjunto de actividades o eventos (coordinados u organizados) que se realizan o suceden (alternativa o simultáneamente) con un fin determinado. (Wikipedia 2010).

También se le denomina a la “acción de ir hacia adelante. Transcurso del tiempo. Conjunto de las fases sucesivas de un fenómeno natural o de una operación artificial”. (Encarta® 2008).

Es importante destacar que en los procesos los cambios son graduales, enmarcados en el tiempo y poseen carácter legal, o sea, están sujetos a leyes que lo determinan y controlan.

Al analizar las características que tienen los procesos como fenómenos, encontramos que la enseñanza cumple con esas características, ya que el carácter gradual se manifiesta por la presencia de fases o etapas, pues el estudiante transita de un nivel de enseñanza a otro, de estados en sus conocimientos a otros cuantitativos y cualitativamente superiores. De ahí la

existencia de los grados en las enseñanzas precedentes a la universitaria y los años en la enseñanza superior.

El carácter legal, esta dado por el hecho de que en la enseñanza actúan leyes del desarrollo de la sociedad, del desarrollo físico, psíquico-social de los estudiantes, las leyes de la dialéctica, de la teoría del conocimiento y la lógica, así como leyes de las ciencias particulares que intervienen en la enseñanza a través de las disciplinas.

Aspectos estos que el autor considera resumidos en esta cita: “el proceso de enseñanza es una secuencia de actividades sistemáticas interrelacionadas del maestro con los alumnos, encaminadas a la asimilación sólida y consciente de un sistema de conocimientos, hábitos y habilidades” (Danilov y Skatkin, 1980, p. 25).

Como categorías fundamentales del proceso de enseñanza se reconocen la enseñanza y el aprendizaje, las que determinan una unidad (dialéctica-didáctica) de carácter bilateral contradictorio, caracterizado por el papel conductor del maestro en la actividad cognoscitiva del estudiante, aspecto este que excluye el hecho de que se analicen independiente uno del otro en el campo de las ciencias pedagógicas.

El carácter bilateral del proceso de enseñanza-aprendizaje se manifiesta en la actividad de dirección del profesor y la de aprendizaje de los estudiantes, del que (Simons y otros, 2005, p. 32), plantean “ (...) la enseñanza-aprendizaje es un proceso sujeto a una regulación psíquica (...) y descansa en el desarrollo de la responsabilidad creciente del sujeto ante sus propios procesos de aprendizaje”; o sea, que la existencia de uno supone la existencia del otro, ya que siempre se enseña en función de un aprendizaje, el cual precisa de una dirección, asumida por el maestro.

Por otra parte el aspecto contradictorio de este proceso, está dado porque, si bien, la enseñanza supone la existencia de objetivos a alcanzar y una adecuada planificación, organización y control de la actividad por parte del maestro, el aprendizaje está unido a la actividad de los estudiantes, de tal manera que las formas más productivas de aprendizaje son aquellas, en las que los estudiantes despliegan mayor actividad.

Aspectos estos presentes, incluso en los casos del aprendizaje autodidacta, ya que en estos la dirección está implícita en los textos y en el propio objeto de la

educación. A estos rasgos esenciales del proceso de enseñanza-aprendizaje se le concede mucha importancia en el diseño de las estrategias que sobre él intervienen, y con más razón en la que se propone, en la cual constituye el trabajo independiente de los estudiantes un aspecto esencial de su concepción. El uso del vocablo estrategia comenzó a invadir el ámbito de las Ciencias Pedagógicas aproximadamente en la década de los años 60 del siglo XX coincidiendo con el comienzo del desarrollo de investigaciones dirigidas a identificar, describir y transformar indicadores relacionados con la calidad de la educación. En este trabajo se tratan solo las Estrategias que operan sobre el campo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

En estos tipos de Estrategias subyace una correlación entre los términos (estrategia y método), así como entre los términos (táctica y procedimientos). Mientras que el método se relaciona directamente con la finalidad o meta que se pretende alcanzar (objetivos); los procedimientos se hacen en el contexto concreto en que se desarrolla el proceso de enseñanza-aprendizaje, adquiriendo significado y sentido, solo al ser utilizados estratégicamente.

El análisis de múltiples criterios e interpretaciones que aparecen en la literatura pedagógica acerca del término Estrategia, permite determinar que entre sus variados usos, el más compatible con esta investigación es el de: "Referirse a la intencionalidad de las acciones dirigidas al mejoramiento del aprendizaje de los/las estudiantes, y el diseño de planes flexibles de acción que guíen la selección de las vías más apropiadas para promover estos aprendizajes desarrolladores teniendo en cuenta la diversidad de los protagonistas del proceso de enseñanza-aprendizaje y la diversidad de los contenidos, procesos y condiciones en que éste transcurre". (Castellanos. S, 2005, p. 93)

Basado en los comentarios anteriores se asumen como aspectos esenciales de una estrategia de enseñanza-aprendizaje, los formulados por (Addine, F. y otros 1998), que se resumen en: secuencias integradas más o menos extensas y complejas, de acciones y procedimientos seleccionados y organizados, que atendiendo a todos los componentes del proceso, persiguen alcanzar los fines educativos propuestos.

También se considera necesario señalar que independientemente del tipo de estrategia de enseñanza-aprendizaje que se utilice, todas tienen rasgos esenciales que las identifican; los cuales ya han sido referidos con anterioridad

en artículos del Dr. José Antonio Marimón Carrazana y la Dra. Esperanza L. Guelmes Valdés, (2006). Estos son que:

- ◆ se basan en principios psicopedagógicos que reflejan las cuestiones que se plantea el docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- ◆ guían la actividad de enseñantes y aprendices para alcanzar las metas o fines propuestos.
- ◆ aportan juicios que fundamentan el accionar didáctico en el aula y la escuela.

Respecto a las estrategias que se agrupan alrededor de las denominadas “estrategias de enseñanza-aprendizaje”, se encuentra el grupo de las (estrategias de enseñanza), al cual pertenece la estrategia propuesta en este trabajo, y el de las estrategias de aprendizaje.

2.1.1 Acerca de las estrategias de enseñanza.

La enseñanza constituye un fenómeno pedagógico y por consiguiente social. Por lo que las leyes objetivas del proceso de enseñanza actúan a través de la conducta subjetiva de los que (Klingberg, 1972, p. 127), denomina “actores” del proceso de enseñanza. Esta situación según el referido autor, determina que las leyes del proceso de enseñanza se manifiesten en condiciones irrepetibles lo cual determina que dicho proceso no deba dirigirse con procedimientos rígidos, sin que demande un trabajo creador por parte del maestro.

La enseñanza caracteriza el aspecto del proceso de enseñanza que se refiere a la actividad del maestro.

Dentro de los aspectos esenciales que con más frecuencia aparecen en la bibliografía que aborda los tipos de estrategias de enseñanza, están: el de ser concebidas como secuencias integradas, con cierto nivel de extensión y complejidad, en un sistema de acciones y procedimientos seleccionados y organizados, que atendiendo a todos los componentes del proceso, persiguen alcanzar los fines educativos propuestos.

De la definición de estrategia de enseñanza dada por (Tarifa, 2005) se extraen como aspectos esenciales: que constituyen procedimientos y recursos utilizados por el docente, planificados y ejecutados de forma intencional y flexible para promover un aprendizaje desarrollador, los que deben controlarse y evaluarse para mejorar su efectividad. Los cuales se asumen por el autor como invariantes para toda estrategia de enseñanza.

De ahí que una planificación coherente del proceso de enseñanza-aprendizaje exija de estrategias de enseñanza, que prioricen el nivel en que se encuentran los conocimientos previos que los estudiantes poseen para enfrentar el nuevo aprendizaje que se propone, así como la necesidad de que este aprendizaje sea orientado a la realización de actividades que los motiven, que respondan a sus necesidades cognitivas, aplicables a las disimiles situaciones que se presentan en su esfera de actuación, y que estén más allá de una asignatura o disciplina específica.

Existen disimiles denominaciones, clasificaciones recogidas en la bibliografía sobre estrategias de enseñanza, (Marimón Carrazana, Guelmes Valdés, 2000), en síntesis plantean que: en el terreno de las estrategias de enseñanza o enseñanza estratégica, suele haber incongruencias en la nomenclatura que se utiliza para referirse a ellas, ya que términos como estrategias de enseñanza, estrategias didácticas, estrategias metodológicas, estrategias didáctico-metodológicas, estrategias de enseñanza-aprendizaje, etc. son utilizados sistemáticamente para nombrar lo mismo.

Sin embargo son muchos los expertos en el tema, que coinciden que, independientemente de la clasificación que se elija para las estrategias de enseñanza, todas tienen como rasgos esenciales el hecho de que representan maneras de enseñanza a las cuales les corresponden también disímiles formas de aprender, poseen carácter contextual y flexible el cual estará presente en todo el sistema de acciones que se planifiquen y ejecuten; y tienen como atributos:

- La correspondencia e interrelación dialéctica entre recursos y acciones.
- Selección y combinación secuenciada de procedimientos didácticos en correspondencia con los componentes del proceso de enseñanza aprendizaje.
- Doble control: para determinar su efectividad y para emprender su mejoramiento.

En tal sentido el autor considera destacar, tres de las clasificaciones más utilizadas, en el terreno de las estrategias de enseñanza:

✓ Estrategias didácticas:

- a) Basadas en la exposición-recepción.
- b) Basadas en la indagación-investigación.

En su sustrato están dos grupos fundamentales de métodos de enseñanza: los expositivos y los activos, productivos, problémicos, de búsqueda parcial, etc.

✓ Estrategias de enseñanza-aprendizaje:

a) Con enfoque inductivo-deductivo.

b) Con enfoque deductivo.

c) Con enfoques mixtos.

✓ Estrategias metodológicas. Agrupadas en torno a cuatro funciones.

a) Organización de los contenidos.

b) Exposición de los contenidos.

c) Actividades y orientación del alumnado.

d) Evaluación.

La estrategia presentada en el trabajo, se ha clasificado, a partir del criterio de estrategias de enseñanza didácticas, como de indagación-investigación.

Acerca del término didáctica, utilizado con frecuencia en este punto del capítulo, se considera necesario precisar que: “deriva del griego didaktike (“enseñar”) y se define como la disciplina científico-pedagógica que tiene objeto de estudio los procesos y elementos existentes en la enseñanza y el aprendizaje. (...) se ocupa de los sistemas y métodos prácticos de enseñanza, (...)”. (Wikipedia. 2010).

Históricamente, la didáctica se ha desarrollado como la teoría de la instrucción “como la teoría de la instrucción correcta”. Juan Amos Comenius en su libro “Didáctica Magna, califica la *didáctica* como el “arte de instruir”, citado por (Klingberg, 1972, p. 32).

Actualmente se reconoce como: “una disciplina científica de la Pedagogía, estrechamente vinculada a la teoría de la enseñanza, que se concentra fundamentalmente en investigar las leyes generales de la enseñanza y el aprendizaje” (Klingberg, 1972, p. 32).

Como la teoría “de la instrucción y de la enseñanza”, “como una ciencia que opera con un sistema categorial general; que establece las regularidades, leyes y principios de la enseñanza-aprendizaje en el proceso de formación del profesional de la educación, a la luz de su dirección y se apoya en objetivos, contenidos, métodos, procedimientos, evaluación y problemas profesionales que orientan la formación y desarrollo de la actuación tanto del profesional

formador como del profesional en formación en su interacción dialéctica". (M.A Danilov y M.N Skatkin, 1980, p. 12).

A partir de las concepciones anteriores y el criterio de (Rodríguez del Castillo y Rodríguez Palacios. 2005); se asume como "Estrategia didáctica" a la proyección de un sistema de acciones a corto, mediano y largo plazo que permite la transformación del proceso de enseñanza-aprendizaje en una asignatura, nivel o institución tomando como base los componentes del mismo y que permite el logro de los objetivos propuestos en un tiempo concreto.

2.1.2 Fundamentos teóricos de la estrategia.

En cuanto a los fundamentos teóricos que sustentan la estrategia presentada en el trabajo, a partir de diferentes perspectivas dentro de las ciencias sociales y humanísticas, se considera que:

En el orden filosófico, se sustenta en las concepciones de la Filosofía Marxista-Leninista acerca de las leyes más generales que rigen la naturaleza, la sociedad y el pensamiento, en sus categorías dialécticas, así como en la teoría materialista-dialéctica del conocimiento, en las concepciones teóricas y prácticas acerca de las contradicciones como fuente de desarrollo.

Pedagógicamente se soporta sobre las bases de resultados recientes y novedosos del sistema educativo cubano y en lo más avanzado de la Filosofía de la Educación, como tradición del pensamiento cubano y universal, todo lo cual tiene su reflejo en la estrategia didáctica que se expone como vía para transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones de R en R.

En lo que respecta a la didáctica, se aceptan los criterios de autores cubanos como: P. Rico Montero (1996, 2004), M. Silvestre Oramas (2001, 2002), J. Zilberstein Toruncha (1996, 2002) y D. Castellanos Simons (2005), que sustentan la necesidad de un proceso de enseñanza-aprendizaje que permita el desarrollo y la transformación de los estudiantes, así como, el de una didáctica que integre tanto lo instructivo como lo educativo en aras de lograr el desarrollo integral de los estudiantes.

Desde el punto de vista psico-pedagógico la estrategia que se propone tiene sus bases en el aprendizaje desarrollador, ya que los estudiantes, a la vez que aumentan el saber, desarrollan el saber hacer y el saber ser, lo que se alcanza a través del camino dialéctico del conocimiento.

Resulta imprescindible que los estudiantes se apropien de las bases de contenidos y el sistema de habilidades, intelectuales y específicas del concepto “función real de una variable real”, que le permita utilizarlo dentro de las variadas situaciones (entiéndase ejercicios, problemas etc.) que se presentan dentro de la asignatura, a lo largo de toda la carrera y en su futuro desempeño profesional.

En el trabajo se reconoce que este aprendizaje desarrollador de los estudiantes, ocurre en la actividad, a través de la comunicación y de manera específica e independiente en cada personalidad; que se forma en el marco de las relaciones y las comunicaciones que establece cada sujeto con sus semejantes, y es reguladora de ambos procesos.

El aprendizaje desarrollador no solo requiere de la reflexión individual que es capaz de realizar cada estudiante, sino que, en el proceso de elaboración de la información, es necesario considerar lo que aporta el intercambio con otros estudiantes del grupo, que presupone diálogo, confrontación y defensa de argumentos. Muchos problemas se solucionan por el estudiante dentro de la dinámica grupal, a partir del establecimiento de relaciones profesor-estudiante y estudiante-estudiante, lo cual propicia el desarrollo de su comunicación, al mismo tiempo que facilita su desarrollo como personalidad.

En la estrategia se defiende la concepción; que para que el aprendizaje sea desarrollador, los estudiantes deben involucrarse productiva y creadoramente en su proceso de aprender, como una forma de perfeccionar continuamente su posición frente al proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática del primer año y de la carrera en general.

Todo lo antes expuesto sirve de sustento para establecer las exigencias didácticas que se consideran por el autor de estricto cumplimiento para implementar de forma exitosa la estrategia propuesta:

1. Familiarizar previamente a los estudiantes con los conceptos que deben ser sistematizados.
2. Formular, concisa y cabalmente, las definiciones relativas a los distintos conceptos subordinados al concepto función de R en R .
3. Hacer conscientes a los estudiantes de las ventajas que ofrece el dominio, de los conceptos asociados al tema Funciones de R en R , para resolver ejercicios y problemas que se presentan dentro de la asignatura, la disciplina y

la carrera de forma general.

4. Capacitar a los estudiantes, mediante su participación activa, para que apliquen los conceptos del tema Funciones de R en R.

5. Aprovechar las clases para orientar en el trabajo independiente el uso de la estrategia propuesta, y a través de esta que se practiquen las formas de pensamiento y de trabajo que establece el programa heurístico general.

6. Desarrollar en los estudiantes habilidades informáticas, debido a que el uso de las TICs es un atributo fundamental de la estrategia que se presenta.

En el orden psicológico, la estrategia que se propone encuentra su sustento en el enfoque socio-histórico cultural de L. S. Vigotsky, y cuyos aportes fundamentales están en la ley de doble formación y desarrollo de la psiquis humana, y en los postulados acerca de la zona de desarrollo próximo y su significado en el aprendizaje de los sujetos, así como en las consideraciones sobre la relación entre aprendizaje y desarrollo psíquico, y en la que se concibe al sujeto en su individualidad y como resultado de las interacciones que establece con otros sujetos.

De igual forma, se apoya en los aportes de Galperin acerca de la formación por etapas de las acciones mentales y su base orientadora, la formación del pensamiento teórico y la función de la reflexión como cualidad del pensamiento, así como en los postulados de muchos pedagogos cubanos, empeñados por lograr que el aprendizaje garantice el desarrollo integral de los sujetos que aprenden.

A modo de conclusión del aspecto psico-pedagógico el autor considera imprescindible destacar que para instrumentar la estrategia que se propone es fundamental relacionar la categoría aprendizaje desarrollador, al término de enseñanza desarrolladora, caracterizado por (Llivina, Castellanos. S, Castellanos. B y otros, 2005, p. 33) como:

"aquel que garantiza en el individuo la apropiación activa y creadora de la cultura, propiciando el desarrollo de su auto perfeccionamiento constante, su autonomía y autodeterminación, en íntima conexión con los necesarios procesos de socialización, compromiso y responsabilidad social".

Desde el punto de vista sociológico se fundamenta en que, en una sociedad como la que se construye en Cuba, los objetivos y los fines de la educación se subordinan a los intereses y a las necesidades sociales, y la Universidad,

conjuntamente con los restantes factores sociales, tienen la responsabilidad de educar a las nuevas generaciones en la defensa de los ideales patrióticos, humanistas y socialistas, con un alto sentido de solidaridad y responsabilidad, donde la contribución de la labor educativa a expandir la cultura, garantice la formación de ciudadanos plenos, capaces de defender la revolución y el socialismo.

Se asumen y contextualizan en esta estrategia las dimensiones, subdimensiones e indicadores propuestos por (Castellanos. S, LLivina. L, y otros, 2005, p. 34), y de ellas en particular la dimensión cognitiva entendida como “sistema de conocimientos, hábitos, habilidades y estrategias de carácter general y específico que deben desarrollarse en cada edad y nivel, en dependencia de la naturaleza específica de la materia (...)”

Como indicadores se relacionan:

- 1-Identificación de relaciones funcionales dadas en diferentes formas, en grupos de variadas correspondencias.
- 2-Determinación de características y elementos esenciales del concepto función real de una variable real representada en diferentes formas, y en los distintos tipos de funciones de R en R estudiadas.
- 3- Fundamentar conceptualmente procedimientos para operar con funciones de R en R , gráfica y analíticamente.
- 4-Modelar procesos o fenómenos a través de funciones conocidas.

2.2 Estrategia para la sistematización del concepto función real de variable real en la Matemática del primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica.

La propuesta de estrategia didáctica, que se presenta transcurre por tres etapas: **etapa de diagnóstico, etapa de ejecución y etapa de control y evaluación.**

La **etapa de diagnóstico**, en la cual fueron precisadas las insuficiencias de los estudiantes en las bases de contenidos del concepto función de R en R , realizada esta, a través de pruebas diagnósticas, (anexo 6). Esta etapa permitió caracterizar a cada estudiante teniendo en cuenta su desempeño cognitivo.

A partir de este momento quedan determinados los estudiantes para los que la estrategia constituye una herramienta a utilizar, para elevar el nivel cognitivo en la asignatura, estos serán objeto de controles sistemáticos, para constatar en

qué medida les está siendo efectiva esta estrategia, sin descartar que la misma también reviste importancia para aquellos estudiantes de menos dificultad.

La **etapa de ejecución** que tiene como elementos estructurales los siguientes:

Un objetivo general como categoría rectora, el cual ha sido definido como: Sistematizar el concepto de función real de una variable real a través de un sistema de actividades basadas en el trabajo independiente de los estudiantes, al cual se le da cumplimiento a través de un **sistema de hojas de trabajos** disponible en el laboratorio de computación de la carrera Ingeniería Eléctrica, en la dirección (<ftp.em.reduc.cu>), carpeta de la disciplina de Matemática / Matemática I / Sistematización de funciones de R en R . Estas siguen un orden determinado por el nivel de subordinación que tienen los conceptos del tema funciones de R en R respecto al concepto principal, el de “función de R en R ”, en el (anexo 9) se presenta dicho esquema de contenidos.

Estas hojas de trabajos constan de: objetivos parciales, que responden a necesidades cognitivas detectadas en los estudiantes en las bases de contenidos del concepto función de R en R , a partir de aplicar diagnósticos sistemáticos.

Para darle cumplimiento a cada objetivo parcial se presentan acciones las que de acuerdo con (González, V. M y otros, 1995, p. 92) “constituyen representaciones anticipadas de lo que se espera alcanzar con ellas. (...) es decir, las acciones constituyen procesos subordinados a objetivos o fines conscientes”.

Estas acciones se materializan a través de actividades de orientación, y ejercicios; diseñados estos, para darle cumplimiento a los objetivos parciales propuestos, teniendo en cuenta los diferentes niveles de desempeño cognitivo que manifiestan los estudiantes.

Como objetivos parciales, con su sistema respectivo de acciones se concibieron los siguientes:

1- Identificar funciones y sus elementos en correspondencias dadas, así como transferir de una representación del concepto a otra.

Acciones:

- Describir las funciones como un caso especial de correspondencia
- Relacionar el concepto función con sus diferentes representaciones.
- Transferir de una representación del concepto a otra.

- Argumentar.

2- Modelar a través de funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} , situaciones intra, y extramatemáticas.

Acciones:

- Diseñar el modelo.
- Exponer la lógica del modelo diseñado.

3- Clasificar las funciones de \mathbb{R}

en \mathbb{R} a partir del criterio utilizado en la bibliografía básica, y resumido por el autor en el (anexo 10).

Acciones:

- Precisar el criterio de clasificación de las funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} .
- Comparar entre sí los distintos tipos de funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} más utilizadas.
- Agrupar en clases los tipos de funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} .

4- Ejemplificar el concepto de función de \mathbb{R} en \mathbb{R} .

Acciones:

- Definir los distintos tipos de funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} y sus propiedades fundamentales (anexo 11).
- Relacionar los aspectos esenciales del concepto función en cada una de las funciones definidas.
- Ejemplificar a través de casos particulares.

5- Resumir los aspectos fundamentales (propiedades y gráficos) de las funciones algebraicas y trascendentes elementales.

Acciones:

- Ordenar los aspectos esenciales relativos a cada uno de los tipos de funciones algebraicas y trascendentes elementales.

6- Obtener nuevas funciones a partir de las funciones elementales, fundamentar estos procedimientos.

Acciones:

- Obtener y justificar la transformación de funciones mediante:

a) Desplazamientos horizontales y verticales.

b) Estiramientos y reflexiones verticales y horizontales.

- Justificar la combinación de funciones mediante operaciones algebraicas.
 - Justificar la composición de funciones.
- 1- Fundamentar la relación entre funciones dadas en forma analítica y gráfica con sus inversas.

Acciones:

- Identificar la inversa de funciones dadas en forma analítica y gráfica.
- Justificar las relaciones identificadas desde el punto de vista analítico y gráfico.

2- Caracterizar funciones, a partir de sus ecuaciones y gráficos.

Acciones:

- Describir las funciones dadas.
- Determinar las propiedades generales y específicas de cada una de ellas.
- Exponer ordenadamente los razonamientos.

9- Comprobar mediante el uso del asistente matemático Derive 6.0 los resultados alcanzados acerca de:

- a) Caracterizar los distintos tipos de funciones, a partir de sus ecuaciones y gráficos.
- b) La obtención de funciones a partir de funciones conocidas.
- c) Las relaciones entre funciones y sus inversas.

Acciones:

- Representar gráficamente funciones.
- Determinar propiedades de funciones elementales y de las que se obtienen a partir de ellas, mediante la interpretación de sus gráficos.
- Comparar los resultados previos, con los obtenidos mediante el uso del Derive 6.0.

La **etapa de control y evaluación** ha sido organizada a lo largo de toda la estrategia, mediante acciones de control que permiten evaluar el cumplimiento de los objetivos parciales, en aquellos estudiantes para los cuales se ha diseñado la misma.

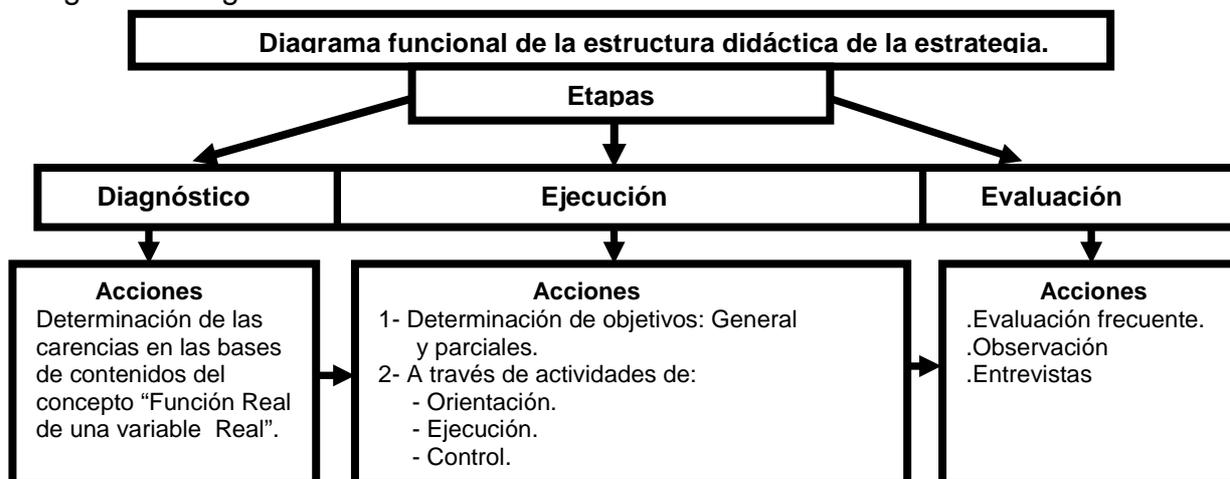
Estas acciones ocurren a partir del momento en que los estudiantes envían por correo a su profesor, al estudiante que lo apadrina, o a los alumnos ayudantes

que lo atienden, indistintamente, según el caso, los resultados y valoraciones de los ejercicios que se orientaron en cada hoja de trabajo. Posteriormente en las distintas actividades docentes de la asignatura se le da seguimiento a este trabajo, en especial en las clases prácticas, seminarios, laboratorios de Matemática y en las evaluaciones parciales y finales.

La evaluación ha sido concebida en esta estrategia, como el elemento estructural que influye y determina, en todo el proceso de formación y desarrollo de las bases de contenidos del concepto función de R en R , y permite valorar cuantitativa y cualitativamente los cambios que ocurren en el aprendizaje de los estudiantes, y a partir de estos cambios, rediseñar acciones si es preciso.

Se ha tenido en cuenta en todo momento que la evaluación constituye un resultado o producto acabado, y a su vez un proceso, o sea el seguimiento del proceso de obtención del resultado. Es decir, que en la didáctica hay que atender el proceso (nivel de asimilación) y el resultado (desempeño cognitivo) por lo que se acoge a la integración de ambos elementos y se aplica sobre las formas fundamentales del proceso docente educativo en la Educación Superior, caracterizadas en la Resolución Ministerial 210/2007.

El autor considera importante señalar a modo de conclusión del punto que: entre las etapas que conforman la estrategia que se presenta, se establece, en su funcionamiento una relación dialéctica, pues cada una de ellas tributa a las otras, conformando un sistema en su dinámica, lo cual se muestra a través del siguiente diagrama.



y por último, que la funcionalidad de esta estrategia, se concreta mediante las operaciones siguientes:

1- Se realiza un diagnóstico inicial al comenzar el curso introductorio de Matemática el cual permite caracterizar a cada estudiante según el nivel de desempeño mostrado en el trabajo con las bases de contenidos del concepto función real de una variable real.

2- Se orienta a los estudiantes en las clases, que realicen como trabajo independiente las actividades que aparecen en las hojas de trabajos elaboradas para sistematizar el concepto de función real de una variable real, las que se encuentran en la dirección (<ftp.em.reduc.cu>), pudiendo acceder desde el laboratorio de computación de la facultad Electromecánica.

Estas hojas constan de la estructura siguiente:

- Temática a tratar.
- Objetivos.
- Acciones.
- Actividades de: orientación (remiten a los estudiantes al sistema de materiales digitales elaborados por el autor, así como al libro de texto), de ejecución y control.

3- Se controlan y evalúan las actividades contempladas en las hojas de trabajo, por los estudiantes padrinos, alumnos ayudantes y el profesor en las clases prácticas, laboratorios de la asignatura, consultas, evaluaciones parciales y finales.

2.2.1 Ejemplos de hojas de trabajos.

Hoja de trabajo -1-

Temática: El concepto de función y sus representaciones. Modelos funcionales.

Objetivos:

1- Identificar funciones y sus elementos en correspondencias dadas, así como transferir de una representación del concepto a otra.

2- Modelar a través de funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} , situaciones intra, y extramatemáticas.

Acciones:

- Describir las funciones como un caso especial de correspondencia
- Relacionar el concepto función con sus diferentes representaciones.

- Transferir de una representación del concepto a otra.
- Argumentar.
- Diseñar el modelo.
- Exponer la lógica del modelo diseñado.

Actividades:

1- Realice un estudio cuidadoso de:

a) El capítulo 1. Epígrafe 1.1 y 1.2 del libro de texto. Cálculo con Trascendentes Tempranas. Parte I.

b) Los ficheros: aplicación “Power Point. Funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} ”, la Hoja T1. El concepto de función, y el fichero “Acerca de las funciones reales de una variable real”, que se encuentran en la dirección: (<ftp.em.reduc.cu>), carpeta de la disciplina de Matemática / Matemática I / Sistematización de funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} .

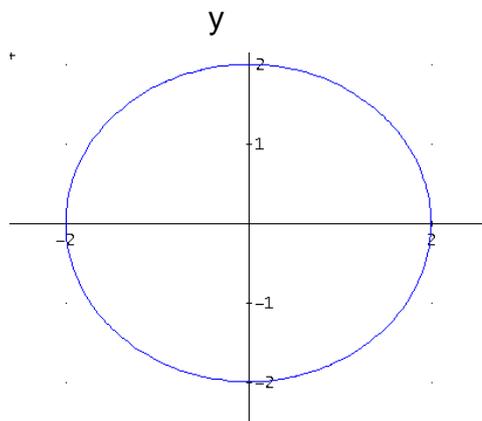
2- Realice los siguientes ejercicios:

2.1- A continuación se presentan gráficos de curvas que corresponden a relaciones establecidas entre variables en diferentes correspondencias.

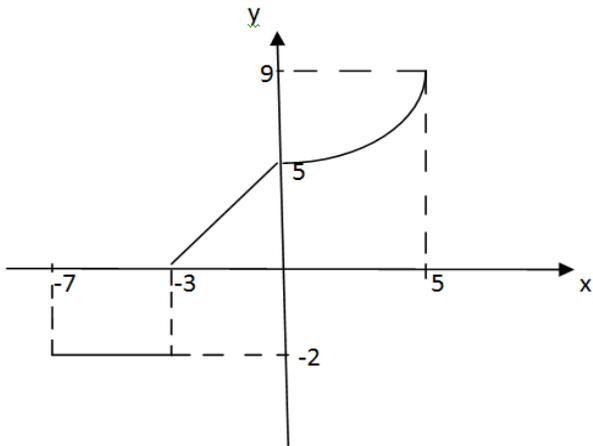
a) Identifique los gráficos que corresponden a funciones. Argumente.

b) En los casos que representen funciones determine su dominio e imagen.

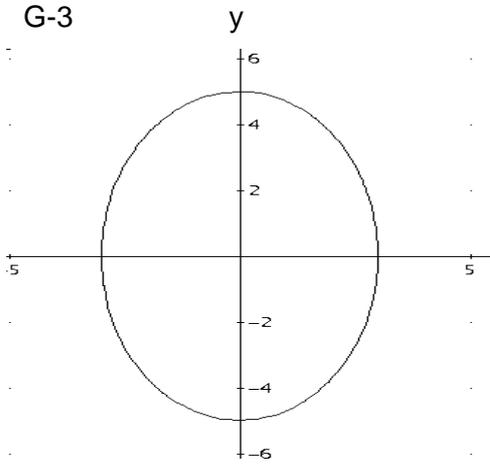
G-1



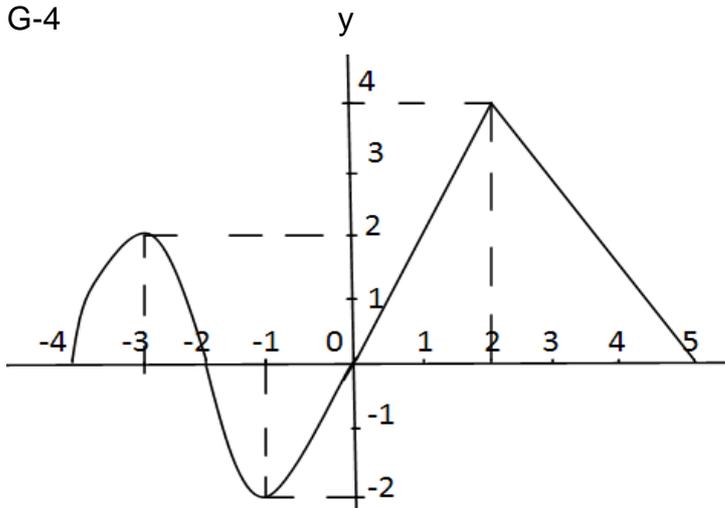
G-2



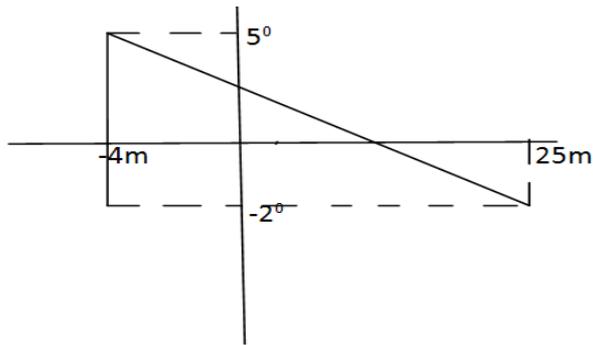
G-3



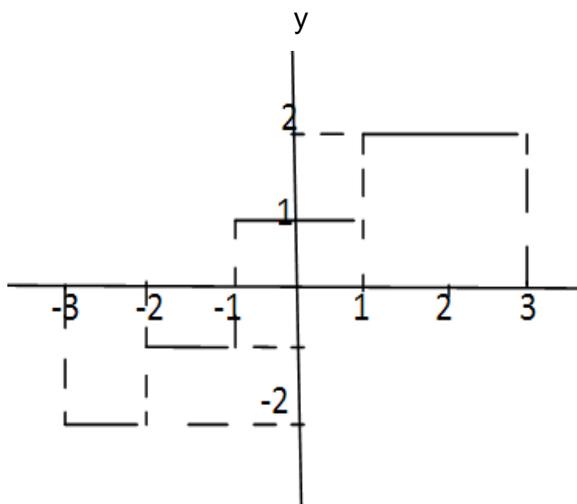
G-4



G-5



G-6



2.2- Relacione las representaciones que a continuación presentamos con los gráficos anteriores:

a) La expresión:
$$H(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } -7 \leq x \leq -3 \\ \frac{5}{3}x + 5 & \text{si } -3 < x < 0 \\ \frac{1}{4}x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

Describe el gráfico: _____.

a.1- Determine $H(1,25)$.

a.2- Determine el valor de x cuando $H(x) = 7$

b) Los pares ordenados $(x; y)$ que se forman con los valores presentados en la siguiente tabla, se corresponden con puntos que se encuentran en el gráfico:

_____.

b.1- Complete la tabla.

x	y
-1	$-\sqrt{3}$
-1	i
0	2
i	-2
1	$-\sqrt{3}$
i	$\sqrt{3}$
2	0
i	0

b.2- Investigue si el punto de coordenadas $(1/4; 9/5)$ se encuentra en dicho gráfico.

c) La siguiente tabla se corresponde con el gráfico: _____. Complétela.

x	y
i	-2
$-2 \leq x < -1$	-1
$-1 \leq x < 1$	i
$1 \leq x < 3$	2

c.1- Encuentre una fórmula que la defina.

d) Lea cuidadosamente el texto siguiente:

A una profundidad de 4 m por debajo del nivel del mar en una zona geográfica determinada, se toman temperaturas que oscilan desde los 2° centígrados bajo cero hasta los 5° por encima de cero. Mientras que a medida que se va ascendiendo en altura, respecto al nivel del mar, hasta llegar a los 25 m la temperatura decrece linealmente de 5° hasta 2° bajo cero.

d.1) Dicho texto describe la situación representada en el gráfico: _____

d.2) Estime la temperatura en la superficie del agua.

e) Los pares ordenados: $(-4; ?)$, $(i; 2)$, $(-2; ?)$, $(i; -2)$, $(0; 0)$, $(1; ?)$, $(2; 4)$, $(4; ?)$, $(5; 0)$, corresponden a puntos que pertenecen al gráfico de la correspondencia: _____. Complétalos.

e.1- Encuentre una fórmula que defina el intervalo $2 < x < 5$.

f) La ecuación: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$, se corresponde con el gráfico: ____ . Cuatro puntos de coordenadas $(x; y)$ que se encuentran en dicho gráfico son: ____, ____, ____, ____ .

2.3- Encuentre un modelo funcional (ecuación), para las situaciones descritas en cada caso. Fundamente.

a) Un rectángulo tiene un perímetro de 20 m. Exprese su área como función de la longitud de uno de sus lados.

b) Un rectángulo tiene un área de 16 m^2 . Exprese su perímetro como función de la longitud de uno de sus lados.

c) Exprese el área de un triángulo equilátero como función de la longitud de uno de sus lados.

d) Exprese el área superficial de un cubo como función de su volumen.

e) Una caja rectangular abierta, con volumen de 2 m^3 , tiene una base cuadrada. Exprese el área superficial de la caja como función de la longitud de uno de los lados de la base.

f) Un cono tiene altura h y generatriz de 25 m. Exprese su volumen como función de la longitud del radio de su base.

g) Dos embarcaciones se encuentran a una distancia de 45 millas, una se dirige con rumbo norte y la otra con rumbo sur, al cabo de 2 horas una había recorrido tres veces la distancia de la otra. Exprese la distancia a la que se encuentran una de la otra a las 2 horas exactas, en función de la distancia recorrida por cualquiera de ellas.

a) Exprese la velocidad a la que se movía cada una de ellas en función de la distancia que recorrieron en esas 2 horas.

3- Envíe por correo electrónico las respuestas de los ejercicios realizados, al estudiante que lo apadrina, y a su profesor.

Hoja de trabajo -2-

Temática: Clasificación general de las funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} . Ejemplos de diferentes tipos de funciones a partir de la clasificación presentada. Sus definiciones, propiedades y gráfico.

Objetivos:

1- Clasificar las funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} a partir del criterio utilizado en la bibliografía básica.

2- Ejemplificar el concepto de función de \mathbb{R} en \mathbb{R} .

3- Resumir los aspectos fundamentales (propiedades y gráfico) de las funciones algebraicas y trascendentes.

Acciones:

- .Precisar el criterio de clasificación de las funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} .
- Comparar entre si los distintos tipos de funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} conocidas.
- Agrupar en clases los tipos de funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} .
- Definir los distintos tipos de funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} .
- Relacionar los aspectos esenciales del concepto función en cada una de las funciones definidas.
- Ejemplificar a través de casos particulares.
- Ordenar los aspectos esenciales (propiedades y gráficos) de los distintos tipos de funciones algebraicas y trascendentes.

Actividades:

1- Realice un estudio cuidadoso de:

a) El capítulo 1. Epígrafe 1.1 y 1.2 del libro de texto. Cálculo con Trascendentes Tempranas. Parte I.

b) Los ficheros: "Clasificación de las funciones elementales".doc. "Acerca de las funciones reales de variable real".doc y aplicación "Power Point. Funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} ", las Hojas T2-1, T2-2, T2-3, T2-4, T2-5, T2-6, T2-7, T2-8, T2-9 que se encuentran en la dirección: (<ftp.em.reduc.cu>), carpeta de la disciplina de Matemática / Matemática I / Sistematización de funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} .

2- Realice los siguientes ejercicios:

2.1- A partir del criterio de clasificación de funciones elementales de \mathbb{R} en \mathbb{R} presentada en el archivo "Clasificación de las funciones elementales".

a) Clasifique, cada uno de los tipos de funciones estudiadas por usted en la enseñanza media. Fundamente.

2.2- Elabore un resumen en el que aparezcan para cada una de las funciones anteriormente clasificadas:

a) La definición.

b) Sus propiedades, y gráficos en los que aparezcan reflejadas sus propiedades.

c) Ponga ejemplos de cada una de ellas.

2.3- Realice los ejercicios indicados en los Power orientados.

2.4- En los ejercicios que a continuación presentamos.

a) Clasifique cada una de las funciones que intervienen y los valores de la variable independiente para los cuales están definidas dichas funciones.

b) Determine lo que se le pide en cada caso.

2.4.1- Halla la función $f(x) = ax^2+bx+c$ definida en el intervalo $[-3; 3]$, si se sabe que en los extremos del intervalo toma valor 5 y $f(0) = -4$ es su valor mínimo.

2.4.2- Si:

$$f(x) = \frac{x^2+x-4}{x} \quad y \quad g(x) = 1$$

a- Determina para que valores de x se cumple que: $5^{f(x)} \leq 5^{fg(x)}$

2.4.3- Halla los interceptos del gráfico de la función:

$$f(x) = 1 - \sqrt{4x-3} - \sqrt{2x-2} \quad \text{con los ejes de coordenadas.}$$

2.4.4- Si:

$$f(x) = 1 + \frac{3x+1}{9-x^2}$$

a- Diga para que valores de x no positivos $f(x)$ es positiva.

2.4.5- Si $f(x) = 4x-x^2$. Determina para que valores de t se cumple que

$$\log_2 f(3t) - 2 \geq 0.$$

2.4.6- Determina para que valores está definida la siguiente función:

$$h(x) = \frac{x^2-9x}{\log(x^2+8x+16)}$$

2.4.7- Halla todos los valores de x para los cuales las funciones f y g alcanzan el mismo valor, si:

$$f(x) = \cos 2x - 3\cos x \quad y \quad g(x) = -(2 + \sin^2 x)$$

2.4.8- Determina para que valores de t se cumple que:

$$f(2t) + g(2t) = -2, \quad \text{si: } f(x) = \cos 2x - 3\cos x \quad y \quad g(x) = \sin^2 x.$$

2.4.9- ¿Para qué valores de la variable se anula la siguiente función:

$$f(x) = \log_3 (x^2 - 5x - 5) ?$$

3- Presente por escrito un informe del resumen realizado en la actividad 2.2.

3.1- Los ejercicios correspondientes a las actividades 2.3 y 2.4 se evaluarán en clases prácticas a través de una pregunta escrita.

Hoja de trabajo -3-

Temática: Nuevas funciones a partir de las funciones elementales mediante transformaciones, operaciones y composiciones.

Objetivos:

- 1- Obtener nuevas funciones a partir de las funciones elementales.
- 2- Fundamentar los procedimientos para obtener nuevas funciones a partir de las funciones elementales.
- 3- Comprobar los resultados obtenidos mediante el asistente matemático Derive 6.0.

Acciones:

- 1- Obtener nuevas funciones a partir de las funciones elementales. Mediante:
 - a) Transformaciones sobre la base de:
 - a.1) Desplazamientos horizontales y verticales.
 - a.2) Estiramientos y contracciones respecto a los ejes de coordenadas.
 - a.3) Reflexiones verticales y horizontales.
 - b) Combinaciones a partir de operar algebraicamente.
 - c) Componer funciones.
- 2- Justificar conceptualmente los procedimientos utilizados.
- 3- Comprobar mediante el uso del asistente matemático Derive 6.0 los resultados alcanzados.

Actividades:

- 1- Realice un estudio cuidadoso de:
 - a) El capítulo 1. Epígrafe 1.3 del libro de texto. Cálculo con Trascendentes Tempranas. Parte I.
 - b) Los ficheros: "Acerca de las funciones reales de variable real". doc y "Power Point. Funciones de R en R", las Hojas T2-2, T2-3, T2-4, T2-5, T2-9, T3-1 y T3-2, que se encuentran en la dirección: (<ftp.em.reduc.cu>), carpeta de la disciplina de Matemática / Matemática I / Sistematización de funciones de R en R.
- 2- Realice los siguientes ejercicios:
 - 2.1- Explique cómo se obtienen las gráficas siguientes a partir de la gráfica de $y=f(x)$.

a) $y = 5f(x)$, b) $y = f(x-5)$, c) $y = -f(x)$, d) $y = -5f(x)$, e) $y = f(5x)$, f) $y = 5f(x)-3$, g) $y = 1/5f(x)+3$

2.2- Obtenga manualmente los esbozos gráficos anteriores para los casos en que $f(x)$ representa las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3$, b) $f(x) = \sqrt{x}$, c) $f(x) = \ln x$, d) $f(x) = x^2$, e) $f(x) = 3x+1$, f) $f(x) = e^x$, g) $f(x) = \cos x$ h) $f(x) = \sin x$

2.3- Compruebe mediante el graficado del asistente matemático Derive 6.0 la efectividad del trabajo realizado en el inciso anterior.

2.4- Determine los intervalos de valores de x donde son realizables operaciones algebraicas, con los pares de funciones, (a y b), (c y d), (e y f), (g y h). Fundamente. Auxíliase del asistente matemático Derive 6.0.

2.5- De las siguientes funciones:

1) $y = -1/x$, 2) $y = 2 - \cos x$, 3) $y = \tan 2x$ 4) $y = \sqrt[3]{x+2}$, 5) $y = x^2 + 2x+3$
6) $y = |\cos x|$ 7) $y = 1/(x+3)$.

a) Grafique cada función, no por la colocación de puntos, sino a partir de la gráfica de las funciones elementales de la cual se han obtenido.

b) Compruebe mediante el asistente matemático Derive 6.0, el trabajo realizado en el inciso anterior.

2.6) Con los gráficos de f y g y los métodos gráficos de combinación algebraica.

a) Grafique $f+g$, $f-g$, $f.g$. Cuando: $f(x) = x$ y $g(x) = 1/x$, y cuando $f(x) = x^3$ y $g(x) = -x^2$. Compruebe el trabajo mediante el graficado del asistente Derive.

2.7) Encuentre las funciones $f \circ g$ y $g \circ f$, si es posible, en los casos que:

1- $f(x) = \sqrt{x-1}$, $g(x) = x^2$
2- $f(x) = 1/x$, $g(x) = x^3 + 2x$
3- $f(x) = 1/(x-1)$, $g(x) = (x-1)/(x+1)$
4- $f(x) = \sin x$, $g(x) = 1 - \sqrt{x}$

a) Fundamente.

b) Determine el dominio de cada una de las composiciones realizadas.

2.8) Exprese en la forma $f \circ g$ las siguientes funciones:

1- $F(x) = (x-9)^5$; 2- $F(x) = \sin(\sqrt{x})$; 3- $G(x) = x^2/(x^2+4)$

2.9) Encuentre una función:

1- f tal que $f \circ g = h$. Si $g(x) = 2x+1$ y $h(x) = 4x^2 + 4x+7$.

2- g tal que $f \circ g = h$. Si $f(x) = 3x+5$ y $h(x) = 3x^2+3x+2$.

3- g tal que $g \circ f = h$. Si $f(x) = x+4$ y $h(x) = 4x-1$.

3- Envíe por correo electrónico las respuestas de los ejercicios realizados, al estudiante que lo apadrina, y a su profesor.

Hoja de trabajo -4-

Temática: Inversa de una función. La función logarítmica.

Objetivos:

1- Fundamentar la relación entre funciones dadas en forma analítica y gráfica con sus inversas.

2- Fundamentar la relación entre la función exponencial y logaritmo desde el punto de vista de la relación función, función inversa.

3- Comprobar resultados a través del asistente matemático Derive 6.0.

Acciones:

- Determinar la inversa de funciones.
- Justificar las relaciones entre funciones y sus inversas desde el punto de vista analítico y gráfico.
- Comprobar mediante el uso del asistente matemático Derive 6.0 los ejercicios realizados.

Actividades:

1- Realice un estudio cuidadoso de:

a) El capítulo 1. Epígrafe 1.6 del texto Cálculo con Trascendentes Tempranas. Parte I. (Stewart James).

b) Los ficheros: "Power Point. Funciones de R en R", las Hojas T4-1, T4-2, T4-3, T4-4, T4-5, y T4-6, que se encuentran en la dirección: (<ftp.em.reduc.cu>), carpeta de la disciplina de Matemática / Matemática I / Sistematización de funciones de R en R.

2- Resuelve los ejercicios que se indican:

A) En las Hojas T4-1, T4-2, T4-3, T4-4, T4-5 y T4-6, aplicación "Power Point. Funciones de R en R".

B) Los que presentamos en el siguiente bloque:

b1) A continuación le presentamos funciones dadas a través de diferentes representaciones. Seleccione aquellas que admiten inversa en todo su dominio. Fundamenta.

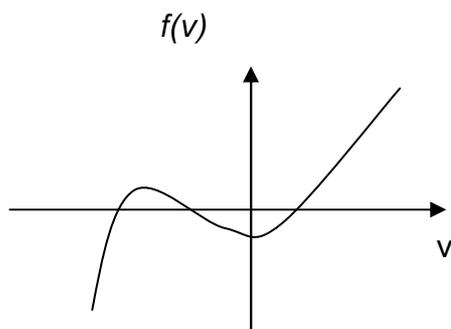
b1.1)

x	1	1	3	4	5	6
$f(x)$	1.5	2.0	3.6	5.3	2.8	2.0

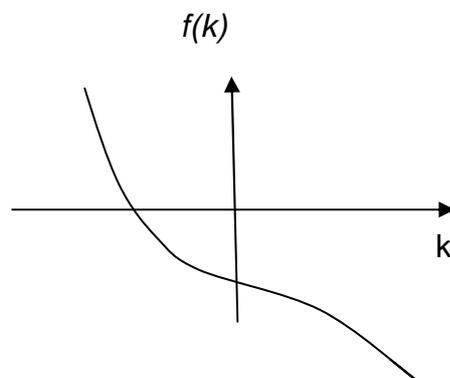
b1.2)

x	1	1	3	4	5	6
$g(x)$	1	2	4	8	16	32

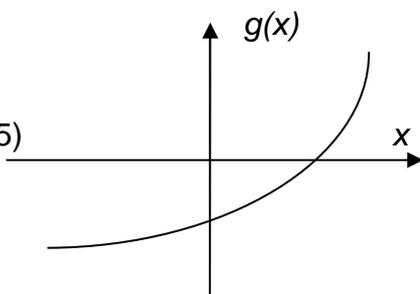
b1.3)



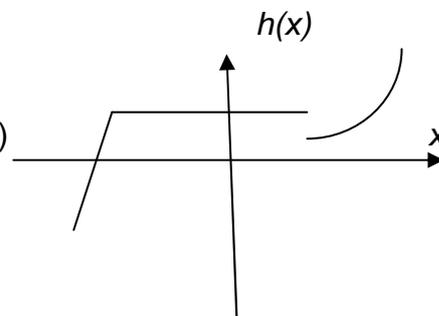
b1.4)



b1.5)



b1.6)



b1.7) $k(x) = x^2 - 2x + 5$

b1.8) $u(x) = x^{1/2}$

b1.9) $k(x) = e^{4x-3}$

b1.10) $f(t)$ es la función definida por la altura a la que se encuentra una pelota lanzada hacia arriba t segundos después del lanzamiento.

b1.11) $h(t)$ es su peso a lo largo de un tiempo.

b.2) Si f es una función inyectiva (uno a uno) tal que $f(2) = 9$. Determine $f^{-1}(9)$.

b.3) Si $p(x) = 3 + x + e^x$, encuentre $p^{-1}(4)$. Fundamente.

b.4) Halle una fórmula para la inversa de las siguientes funciones. Compruebe su trabajo con la aplicación algebraica del asistente derive 6.0. Verifique gráficamente.

$$b4.1 f(x) = \frac{1+3x}{5-2x}; \quad b4.2 f(x) = \sqrt{2+5x}; \quad b4.3 y = \ln(x+3); \quad b4.4 y = \frac{1+e^x}{1-e^x}$$

b.5) Encuentre una fórmula explícita para f^{-1} en las funciones que a continuación se presentan; úsela para trazar la gráfica de f^{-1} , de f con el asistente Derive 6.0; también en la misma pantalla trace el gráfico de la recta $y=x$, y analice si los gráficos de f y f^{-1} son reflexiones respecto a ella.

$$b5.1) f(x) = 1 - \frac{2}{x^2}; \quad b5.2) f(x) = \sqrt{2x+x^2}$$

C) Los ejercicios del texto “Calculo con Trascendentes Tempranas”, Parte I, epígrafe 1.6, página 74, (del 47 al 57). Compruebe su trabajo en el asistente Derive 6.0.

D) Los que conforman el bloque siguiente.

d1)- Dada la función: $f(x) = \log_2(x+2) + \log_2(x+1) - \log_2(x^2-1)$:

Determina para que valores de x , $f(x) = 3$.

d2)- Halla todas las abscisas no negativas que hacen que los puntos de la curva $f(x)$ se encuentren por encima del gráfico de $g(x)$.

$$f(x) = \log_2 \frac{x^3-19x-30}{x^2-4} \quad y \quad g(x) = (x+2)^2 - x(x+4) - 3$$

d3)- ¿Para qué valores de la variable se anula la siguiente función:

$$f(x) = \log_3(x^2-5x-5) ?.$$

3- Elabore un informe, en el que aparezcan las respuestas de los bloques de ejercicios B y C con el objetivo de ser discutido en el seminario 1. Entréguelo como trabajo extractase en esa actividad.

Hoja de trabajo -5-

Temática: Funciones de R en R. Propiedades y gráficos.

Objetivos:

- 1- Caracterizar funciones, a partir de sus ecuaciones y gráficos.
- 2- Comprobar resultados a través del asistente matemático Derive 6.0.

Acciones:

- Describir funciones, sobre la base de determinar sus propiedades y gráfico.
- Comprobar el trabajo realizado a través del asistente matemático Derive 6.0.
- Exponer ordenadamente los razonamientos.

Actividades:

1- Realice un estudio cuidadoso de:

a) El capítulo 1. Epígrafes del 1.1 al 1.6, del texto. Cálculo con Trascendentes Tempranas. Parte I.

b) Los ficheros: "Power Point. Funciones de R en R", las Hojas T5-1, T5-2, T5-3, T5-4, T5-5 y T5-6, que se encuentran en la dirección: (<ftp.em.reduc.cu>), carpeta de la disciplina de Matemática / Matemática I / Sistematización de funciones de R en R.

2- Resuelve los ejercicios indicados en las Hojas T5-1, T5-2, T5-3, T5-4, T5-5 y T5-6, aplicación "Power Point. Funciones de R en R".

2.1- A continuación presentamos una selección de ejercicios variados, acerca de funciones de R en R, extraídos de diferentes convocatorias de examen de ingreso a la educación superior.

a) Resuélvelos.

b) Comprueba los resultados con la ayuda del asistente Derive 6.0. Utiliza tanto la aplicación analítica como gráfica que te brinda dicho asistente.

Curso 1996-1997.

1- Sea la función definida por $f(x) = 1/2 \cdot x + 5$. Halle los valores de x para los cuales se cumple que:

$$f(x) = \sqrt{2f(x)-1}$$

Curso 1997 – 1998 (Segunda Convocatoria).

1- Resuelve la ecuación: $\sqrt{\sqrt{12x+x}} = 3$

2- Sea A un número real dado. Considera la ecuación:

$$\cos x + \cos 2x + A = 0$$

a) Resuelve la ecuación para $A = -2$.

b) ¿Para qué valores de A una de las soluciones de la ecuación es $x = \frac{3\pi}{2}$?

Curso 1998 – 1999.

(Primera Convocatoria)

1- Dadas las expresiones: $A = \sqrt{36 - x^2}$ y $B = \sqrt{x^2 - 3x - 28}$. Determina para qué valores de x están definidas simultáneamente ambas expresiones.

(Segunda Convocatoria)

1- Dada la igualdad $\frac{A^2 + \cos 2x}{\sin 2x} = A \cot x$

a) Demuestre que para $A = 1$ la igualdad que se obtiene es una identidad para todos los valores admisibles de la variable x .

b) En la igualdad toda considera $A = \frac{1}{2}$ y resuelve la ecuación obtenida.

Curso 1999 – 2000.

(Primera Convocatoria)

1- Determina los valores reales de x que satisfacen la ecuación:

$$3^{(-2x^2)} \cdot 9^{(-2x^2-3)} = \left(\frac{1}{27}\right)^{6x-2}$$

2- Sean las funciones f y g : $f(x) = \frac{(x-1)\sqrt{x+3} + 2x+1}{x+2}$ $g(x)=x$

a) Halla el dominio de la función f .

b) Encuentra los valores reales de x para los cuales se cumple la ecuación:
 $f(x) = g(x)$.

Curso 2000– 2001.

(Primera Convocatoria)

1- Dadas las funciones f y g definidas por $f(x) = \sqrt{6-4x}$ y
 $g(x) = \sqrt{x^3 - 3x^2 + x + 3}$

a) Halla el dominio de la función f .

b) Determina los valores reales de x tales que $f(x) - g(x) = 0$

(Segunda convocatoria)

1- Dadas las funciones f y g definidas por:

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x + 1} \quad g(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

a) Halla el dominio de la función g .

b) Determina los valores de x , tales que: $f(x) \cdot g(x) > 0$.

Curso 2001 – 2002.

(Primera Convocatoria)

1- Sean f y g dos funciones reales dadas por las ecuaciones
 $f(t) = \sqrt{t-2} + 10^{\log(t+3)}$ y $g(t) = \sqrt{(t-1)^2 - 21} + t + 3$

a) Halla el dominio de la función f .

b) Determina para qué valores de t se cumple que $f(t) = g(t)$

(Segunda Convocatoria)

1- Dada la función real definida para todos los valores reales de t por la ecuación: $f(t) = 2^t$.

a) Verifica que se cumple:
$$\frac{f(\log_2 50)}{\log_2 160 - \log_2 5} = \frac{5}{(\sqrt{2})^{-2}}$$

b) Determina para qué valores de t se cumple: $2f(\sqrt{3t} - 2) = 2^{2t}$

Curso 2002 – 2003.

(Primera Convocatoria)

1- Dadas las funciones $f(x) = \log_2(x - 3)$ y $g(x) = \log_{0,5} \frac{x}{4}$

a) Calcula $f(32\sqrt{2} + 3)$.

b) Halla los valores de x para los cuales las imágenes de la función f son menores o iguales que las imágenes de la función g .

(Segunda Convocatoria)

1- Se dan las funciones

$$f(x) = \frac{\cos 2x}{\tan^2 x + 1} + \cos^2 x \quad \text{y} \quad g(x) = 2\cos^4 x.$$

a) Prueba que $f(x) = g(x)$ para todos los valores admisibles de la variable.

b) Resuelve la ecuación $g(x) = \sin^2 x$

Curso 2004 – 2005.

(Primera Convocatoria)

1- Sean las funciones reales f y g dadas por las ecuaciones:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 3x - 15}{x + 5} + 3} \quad \text{y} \quad g(x) = \log_3(x - \sqrt{x - 1})$$

a) Determina el dominio de f .

b) Halla los valores de x para los cuales se cumple que $g(x) = 1$.

Curso 2005 – 2006.

(Primera Convocatoria)

1. Sean las funciones reales f , g y h , definidas por las ecuaciones:

$$f(x) = 3^{2+\sqrt{x+5}}, \quad g(x) = 4^{3x} \quad \text{y} \quad h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+5}$$

a) Determina el dominio y la imagen de la función f .

b) Calcula los valores reales para los cuales se cumple que $g(x) \geq h(x)$.

c) Halla las coordenadas del punto en que el gráfico de la función h corta al eje "y".

3- Envíe por correo electrónico las respuestas de los ejercicios orientados en la actividad 2, al estudiante que lo apadrina, y a su profesor.

3.1- Entregue un trabajo extra clase el día que se aplique el primer Trabajo de Control Parcial de la asignatura Matemática I; en el cual aparezca detalladamente la solución a los ejercicios de los exámenes de ingresos relativos a funciones en el período 2000-2006.

2.3. Valoración sobre la factibilidad de la estrategia propuesta.

Valoración de la estrategia propuesta a partir del criterio de expertos.

El procesamiento de las valoraciones de los expertos se realizó teniendo en cuenta la variante propuesta por el Dr. Campistrous (1999).

Para verificar y demostrar su factibilidad, fueron seleccionados 20 expertos de un grupo de 30 profesionales, a partir de los resultados de una encuesta de autovaloración que se muestra en el (anexo 7), la que recoge informaciones tales como: años de experiencia, actualización, nivel de conocimiento sobre la temática, categorías (docente y académica), grado científico, también en la selección se tuvo en cuenta, la accesibilidad de cada uno de ellos al investigador.

Los expertos consultados proceden de:

- La Universidad de Camagüey "Ignacio Agramonte y Loynaz"
- Universidad Pedagógica "José Martí."
- Dirección provincial de educación.
- Profesores de Matemáticas en las CUM de la provincia de Camagüey.
- Metodólogos municipales de Matemáticas.
- Profesores de Matemática retirados.

Caracterizados de la siguiente forma: 6 son doctores en ciencias de la educación e imparten Matemática superior. Dentro de los profesores de Matemática, 4 son máster en ciencias de la educación superior y 5 en Didáctica de la Matemática, el resto licenciados en educación especialidad Matemática con destacado desempeño profesional.

Para someter a consideración de los expertos, la propuesta inicial de estrategia didáctica, se elaboró una síntesis de la misma, de forma tal que a partir de su análisis, pudieran ofrecer las valoraciones y recomendaciones de manera objetiva, acerca de los 7 indicadores que se debían evaluar (anexos 12 y 13), y se les pidió que emitieran su criterio acerca de cada uno de ellos, a partir de clasificarlos en una de las cinco categorías, presentadas en la siguiente escala:

C1- Muy adecuada

C2- Bastante adecuada

C3- Adecuada

C4- Poco adecuada

C5- Inadecuada

Las valoraciones obtenidas se procesaron en Excel, donde se muestran los siguientes resultados:

En la tabla # I (anexo 14), se muestran las frecuencias absolutas del criterio emitido por cada uno de ellos en los 7 indicadores presentados anteriormente en el (anexo 13).

En la tabla # II (anexo 15) se procesaron las frecuencias absolutas acumuladas por indicador, y se excluye la última categoría, como plantea la variante utilizada en el procesamiento de datos.

En la tabla # III (anexo 16) se obtuvieron las frecuencias relativas acumuladas, como resultado de dividir el valor de cada celda de la tabla anterior entre el número de expertos (20).

En la tabla # IV (anexo 17) aparece el resultado de determinar a los valores de celdas de la tabla anterior (la tabla III), su correspondiente, mediante, la función normal estándar inversa. Para que se tenga una mejor idea del proceso, se presentan también en esta tabla, resultados tales como: los promedios de filas y columnas con sus respectivas sumas, la diferencia del valor N, (el cual se obtiene en la tabla V también en el (anexo 17) y los promedios de filas, así como los puntos de cortes que permiten determinar los intervalos de aceptación por categorías, de cada uno de los indicadores presentados a los expertos para su valoración.

Los resultados que se muestran en las tablas (IV) y (V) del (anexo 17). Permiten arribar a la conclusión que se presenta en la tabla VI (anexo 18), en la que se observa que los indicadores 1 y 2 resultaron calificados como

adecuados, mientras que los indicadores 3, 4, 5, 6 y 7 como bastante adecuados; por lo que la estrategia didáctica propuesta, se puede considerar a partir del criterio de los expertos consultados, como efectiva, y por lo tanto pudiera contribuir a enriquecer la didáctica de la Matemática superior, y en especial a la sistematización del concepto de función de \mathbb{R} en \mathbb{R} en el primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica.

Experiencias sobre la aplicación de la estrategia propuesta.

Después de implementar la estrategia descrita, el autor considera que la misma es útil para elevar el nivel de preparación de los estudiantes en la asignatura Matemática I, ya que ha permitido abordar con más rigor y profundidad en el curso 2010-2011, los temas que comprende dicha asignatura, pues ha ocurrido una mejoría significativa en el dominio de las bases de contenidos del concepto función real de una variable real.

También a través de su implementación se constatan avances en el trabajo independiente de los estudiantes, así como, en sus relaciones sociales a nivel de equipos de estudio y de grupo en general frente a la actividad del estudio de la Matemática.

Conclusiones del capítulo.

Finalmente se obtuvo como **resultado de la investigación** una estrategia didáctica para la sistematización del concepto función real en una variable real, a aplicar en los estudiantes, del primer año de las carreras de ingeniería, la cual incluye el uso de las nuevas tecnologías y está basada en el trabajo independiente de los estudiantes. En ella destaca el sistema de acciones y actividades propuestas en cuanto al tratamiento de la sistematización del concepto de función real de una variable real.

CONCLUSIONES.

- El resultado científico que se obtiene es una estrategia didáctica para la sistematización del concepto función real en una variable real, a aplicar en los estudiantes, del primer año de las carreras de ingeniería, la cual incluye el uso de las nuevas tecnologías y está basada en el trabajo independiente de los estudiantes. En ella destaca el sistema de acciones propuestas para los estudiantes de primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica en cuanto al tratamiento de la sistematización del concepto de función real de una variable real.
- En esta estrategia se retoman las ideas básicas de las funciones, sus gráficas y las maneras para transformarlas y combinarlas. Se presenta un enfoque que difiere significativamente del utilizado en la enseñanza precedente para sistematizar las funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} , lo cual se debe, en gran medida, al hecho de que, el trabajo independiente y el uso de las TICs constituyen sus elementos esenciales.
- Dicha estrategia dio cumplimiento a la idea a defender en el sentido de que hace uso de las nuevas tecnologías para reforzar el trabajo independiente de los estudiantes, para facilitar la asimilación de los contenidos de la Matemática en la carrera Ingeniería Eléctrica.
- La consulta a expertos realizada para valorar la factibilidad de la estrategia, así como la experiencia del autor en su aplicación demuestra que la misma contribuye a la preparación matemática de los estudiantes en el primer año de la carrera, pues se asegura el nivel de partida que garantiza la asimilación del cálculo diferencial e integral en una variable, contribuyendo así a la solución del problema planteado en la investigación.

RECOMENDACIONES.

- ◆ Extender las ideas fundamentales que propone la estrategia acerca del trabajo independiente y el uso de las TICs, al tratamiento de conceptos fundamentales de la Matemática I como son: el de Límite, el de Derivada y el de Integral.
- ◆ Discutir en los colectivos de disciplina y asignatura, acerca de vías y estilos que faciliten implementar la estrategia y otras similares en las que el trabajo independiente de los estudiantes constituya el elemento esencial para adquirir conocimientos.

CITAS Y REFERENCIAS.

- 1- PCC. (1978). Tesis y Resoluciones. Primer Congreso del Partido Comunista de Cuba. Ciudad de La Habana: Ciencias Sociales. (p.396).
- 2- Horruitinier, S. P. (2006). La Universidad Cubana: el modelo de formación. Ciudad de La Habana: Félix Varela. (p.45).
- 3- Spivak, M. (1970). Calculus. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación. (p.47).
- 4- Ribnikov, K. (1987). Historia de las Matemáticas. Moscú: Mir. (p.218).
- 5- Ribnikov, K. (1987). Historia de las Matemáticas. Moscú: Mir. (p.220).
- 6- Función (matemáticas). Microsoft® Student 2008.
- 7- Campistrous, L. M; Naredo, R. (1989). Matemática décimo grado. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación. (p.124).
- 8- Stewart, James. (2006). Cálculo con Trascendentes Tempranas. Parte 1. La Habana: Félix Varela. (p.12).
- 9- Spivak, M. (1970). Calculus . Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación. (p.47)
- 10- Ramos, A. y otros. (1984). Matematica 8 Educación General Básica. Madrid: Santillana, S.A. (p.92).
- 11- Baldor, Aurelio. (1947). Algebra Elemental. Habana: Cultural, S.A. (p. 344).
- 12- Feria, V. F. (1996). Modelo didáctico orientado a la formación de un licenciado en educación especialidad de matemática-computación. Tesis presentada en opción al título de máster en didáctica de la Matemática. Holguín. (p. 8).
- 13- Ballester, S. (2002). El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la planificación de la enseñanza. Ciudad de La Habana : Pueblo y Educación. (p.1).
- 14- Ballester, S. (2002). El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la planificación de la enseñanza. Ciudad de La Habana : Pueblo y Educación. (p.24).
- 15- Ballester, S. y otros. (1994). Metodología de la enseñanza aprendizaje de la matemática tomo I. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación. (p. 56).
- 16- Ballester, S. y otros. (1994). Metodología de la enseñanza aprendizaje de la matemática tomo I. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación. (p. 292).

- 17- Seminario nacional modulo III. (2008). Segunda parte. Mención en educación. Secundaria Básica, Maestría en ciencias de la Educación. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación. (p. 24)
- 18- Seminario nacional modulo III. (2008). Segunda parte. Mención en educación. Secundaria Básica, Maestría en ciencias de la Educación. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación. (P. 5).
- 19- García, Pelayo. R. (1968). Diccionario Larousse Usual. París: Larousse. (p.948).
- 20- Klingberg, L. (1972). Introducción a la Didáctica General. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.
- 21- Danilov, M.N; Skatkin, M. N;. (1980). Didáctica de la escuela media. Ciudad de La Habana: Libros para la educación. (p.138).
- 22- Álvarez de Zayas, C. M. (1996), Hacia una escuela de excelencia: Academia. (p.84).
- 23- Ballester, S. (2003). La flexibilidad del pensamiento y la sistematización de los conocimientos matemáticos. Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación. (p.2).
- 24- Zilmer, W. (1981). Complementos de la Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Ciudad de La Habana: Libros para la Educación. (p.155).
- 25- Cantoral, R ; Farfán, R. M. (2001). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al Análisis. México. Departamento de Matemática Educativa. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. (p.5).
- 26- MES. (2006). Documento de trabajo la Modalidad Semipresencial, versión: 25.09. Ciudad de La Habana. (p.8).
- 27- Pidkasisti, I.P. (1986). La actividad cognoscitiva independiente de los alumnos en la enseñanza. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación. (p.215).
- 28- Martí, J. (1975). Obras Completas, Tomo 21. Ciudad de La Habana: Ciencias Sociales. (p.248).
- 29- Wikipedia. (2010).
- 30- Microsoft® Student. (2008).
- 31- Danilov, M.N; Skatkin, M. N. (1980). Didáctica de la escuela media. Ciudad de La Habana: Libros para la educación. (p.25).

- 32- Simons, D. y otros. (2005). Aprender y enseñar en la escuela. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación. (p.93).
- 33- Klingberg, L. (1972). Introducción a la Didáctica General. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación. (p.127).
- 34- Wikipedía, 2010.
- 35- Klingberg, L. (1972). Introducción a la Didáctica General. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación. (p.32).
- 36- Klingberg, L. (1972). Introducción a la Didáctica General. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación. (p.32).
- 37- Danilov, M.N; Skatkin, M. N. (1980). Didáctica de la escuela media. Ciudad de La Habana: Libros para la educación. (p.12).
- 38- Simons, D. y otros. (2005). Aprender y enseñar en la escuela. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación. (p.33).
- 39- Simons, D. y otros. (2005). Aprender y enseñar en la escuela. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación. (p.34).
- 40- Gonzalez, V. M. (1995). Psicología para los educadores. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación. (p.92).

BIBLIOGRAFÍA.

Almuiñas, R. J. (2005). Estudio sobre la repitencia y las bajas en la Educación Superior. Ciudad de La Habana.

Álvarez de Zayas, C. M. (1996), Hacia una escuela de excelencia. Ciudad de La Habana: Academia.

Armendáriz, M. V. (1993). Didáctica de la Matemática y Psicología. Barcelona.

Baldor, Aurelio. (1947). Algebra Elemental. Habana: Cultural, S.A.

Ballester, S. y otros. (1994). Metodología de la enseñanza aprendizaje de la matemática tomo I. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Ballester, S. (2002). El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la planificación de la enseñanza. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Ballester, S. (2003). La flexibilidad del pensamiento y la sistematización de los conocimientos matemáticos. Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.

Blanco, R. (2004). Las investigaciones sobre didácticas de la matemática. Contexto científico y social, Camaguey, Cuba. Retrieved from www.monografias.com/trabajo/9/didáctica-matemática/didáctica-de-matemática.shtml.

Blanco, R. (2006). Presupuestos de Vigotsky y la formación de conceptos. Retrieved from <http://www.monografias.com/trabajos58/presupuesto'vigotsky/presupuesto'vigotsky/>.

Bugrov, Y. S; Nikolski, S, M. (1984). Matemáticas Superiores. Cálculo diferencial e integral. Moscú: Mir.

Cabo, F; Llamazares, B y Peña, M. T. (2001). Derive: Una herramienta para el aprendizaje de las matemáticas. Valladolid, España: Universidad de Valladolid, departamento de Economía Aplicada (Matemática).

Cala, I. E. (2002). El sistema de tareas como una alternativa metodológica dirigida a la formación y desarrollo del concepto función en los escolares del noveno grado de la secundaria básica. Tesis en opción al título de máster en didáctica de la matemática. Holguín.

Campistrous, L. M; Naredo, R. (1989). Matematica décimo grado. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Cantoral, R; Farfán, R. M. (2001). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al Análisis. México. Departamento de Matemática Educativa. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Cantoral, R; Montiel, G. (2001). Funciones: visualización y pensamiento matemático. México: Pearson Educación.

Chávez, R. H; García, F. R. (1995). El concepto de función y el uso de la microcomputadora para el reforzamiento y/o modificación de la imagen conceptual. Mérida: Yucatán México.

Comenio, J. (1983). Didáctica magna. Cuba: Pueblo y Educación.

Cuadrado, G. Z. (1991), Matemática 12 (segunda parte). Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Danilov, M.N; Skatkin, M. N. (1980). Didáctica de la escuela media. Ciudad de La Habana: Libros para la educación.

Declaración Mundial sobre la Educación Superior en el Siglo XXI. 1998). Visión y Acción. París.

Delgado, J. R. (1996). La enseñanza de la Matemática en el umbral del siglo XXI. IPSJAE. La Habana.

Delgado, J. R. (2006). Generando ejercicios con un asistente matemático. IPSJAE. La Habana.

Duval, R. (1988). Gráficas y ecuaciones. La articulación de dos Registros. Estrasburgo: Universidad Luis Pasteur, IREM.

Educación Virtual. (2006). TICs, E-Learning y Desarrollo” Las Tecnologías de Información y Comunicación. Ciudad de La Habana: Universidad de La Habana.

Escalona, R. M. (2003). El uso del Derive para la enseñanza-aprendizaje de las funciones en el preuniversitario. Tesis presentada en opción al título de master en didáctica de la matemática. Holguín.

Farfán, R. M. (1997). La Educación Matemática en la Educación Superior. Ciudad México: Relime. Número cero. Farrell, V. G; Morales, E. E; Gutiérrez, F. F. (2003). Investigación Científica y nuevas Tecnologías. Ciudad de La Habana: Científico-Técnica.

Feria, F. F. (2003). Investigación Científica y nuevas Tecnologías. Ciudad de La Habana: Científico-Técnica.

Feria, F. F. (1996). Modelo didáctico orientado a la formación de un licenciado en educación especialidad de matemática-computación. Tesis

presentada en opción al título de master en didáctica de la Matemática. Holguín.

"Función (matemáticas). (2008). Microsoft® Student.

Galperin, P. Ya. (1965), Los principales resultados en las investigaciones en los problemas "Formación de acciones mentales y de los conceptos." Moscú: U.R.S.S.

García, Pelayo. R. (1974). Diccionario Larousse Usual. París: Larousse.

Gil, D; Guzmán, M. (1993). Enseñanza de las ciencias y la matemática. Tendencias e innovaciones. Madrid: Popular S. A.

Gonzalez, V. M. (1995). Psicología para los educadores. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

González, A. (2001). El método Delphi y el procesamiento estadístico de los datos obtenidos de la consulta a los expertos. Material en soporte magnético. Holguín: Dpto. Matemática –Computación, ISP "José de la Luz y Caballero".

Horrutinier, S. P. (2006). La Universidad Cubana: el modelo de formación. Ciudad de La Habana: Félix Varela.

Klingberg, L. (1972). Introducción a la Didáctica General. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Kudriatsev, L. D. (1983). Curso de Análisis Matemático. Vol. 1 Moscú: Mir.

Labarrere, S. A. (1996). Pensamiento. Análisis y autoregulación de la actividad cognoscitiva de los alumnos. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Loscertales, A. (2000). El rol del profesor ante el impacto de las nuevas tecnologías. Universidad de Sevilla. Sevilla. España. <http://tecnologiaedu.us.es/edutec/edutec01>.

Majmutov, M. I. (1983). Enseñanza Problemática. Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.

Martí, J. (1975). Obras Completas, Tomos 4 y 21. Ciudad de La Habana: Ciencias Sociales.

Mederos, O; González, B. (1998). Procedimiento para el estudio de los conceptos. Memorias del III Taller Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática para Ingeniería y Arquitectura. ISPJAE. La Habana, Cuba.

MES. (2006). Documento de trabajo la Modalidad Semipresencial, versión: 25.09. Ciudad de La Habana.

MES. (2007). Resolución Ministerial 210. Ciudad de La Habana.

Miyar, I. (2005). Metodología para la asimilación conceptual del Álgebra Universitaria con el empleo de los asistentes matemáticos. Tesis en opción al título académico de Máster en Ciencias de la Educación. Camagüey, Cuba.

Okley, A. (1996). Fundamentos de Matemáticas Universitarias. México: Mc Graw Hill.

PCC. (1978). Tesis y Resoluciones. Primer Congreso del Partido Comunista de Cuba. Ciudad de La Habana: Ciencias Sociales.

Pidkasisti, I.P. (1986). La actividad cognoscitiva independiente de los alumnos en la enseñanza. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Proyecto de lineamientos de la política económica y social. VI Congreso del PCC. 1 de noviembre de 2010.

Ramos, A. y otros. (1984). Matemática 8 Educación General Básica. Madrid: Santillana, S.A.

Ribnikov, K. (1987). Historia de las Matemáticas. Moscú: Mir.

Rodríguez, J. B. (2003). Una propuesta metodológica para la utilización de las tecnologías de la información y las comunicaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones matemáticas. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Ciudad de la Habana.

Ruiz, S.J. (2005). Metodología para una organización contextualizada de los contenidos de planes de estudio universitarios. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Camagüey.

Sánchez, A. (1999). La enseñanza de la matemática asistida por computadora. Retrieved from www.utp.ac.pa/articulos/ensenarmatematica.html.

Santandreu, M. (2005). Recursos TIC en la enseñanza y aprendizaje del área de matemática. Retrieved from www.comunicacionypedagogia.com/publi/infcup/muestra/pdf/santandreu.

Schoenfeld, A. (1991). Ideas y tendencias en la resolución de problemas. La enseñanza de las Matemáticas a debate. Madrid.

Seminario nacional modulo III. (2008). Segunda parte. Mención en educación. Secundaria Básica, Maestría en ciencias de la Educación. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Silvestre, O. M; Zilberstein, T.J. (2002). Hacia una Didáctica Desarrolladora. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Simons, D. y otros. (2005). Aprender y enseñar en la escuela. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Spivak, M. (1970). Calculus . Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Stewart, James. (2006). Cálculo con Trascendentes Tempranas. Parte 1 y 2. La Habana: Félix Varela.

Stewart, J; Redlin, L y Watson, S. (2007). Precálculo. Matemática para el cálculo (5ta ed.). México: Thomson.

Talizina, N. F. (1988). Psicología de la enseñanza. Moscú: Progreso.

Toranzos, F. (1959). Enseñanza de la Matemática. Buenos Aires, Argentina: Kapelusz.

Torres, F. P. (2001). Tendencias Iberoamericanas en la Educación Matemática. Universidad Autónoma de Sinaloa. México: UAS.

Torre, C; Martín, L. (2006). Utilización de Asistentes Matemáticos en la Enseñanza de las Matemáticas. España: Departamento: Economía y Empresa, Universidad de Castilla-La Mancha.

Torres,P. (1996): Didácticas cubanas en la enseñanza de la Matemática. La Habana: Academia.

Uriza, R. C. (2001). Funciones: visualización y pensamiento matemático. Mexico: Pearson Educacion.

Vigotsky, L. (1982). Pensamiento y lenguaje. La Habana: Pueblo y Educación.

Vigotski, L. (1987). El desarrollo de los procesos psíquicos superiores. Ciudad de La habana: Científica técnica.

Wikipedia. (2010).

Wussing, H. (1990) Conferencias sobre Historia de la Matemática. Ciudad de La Habana: Pueblo y educación.

Yordi, I. (2004). La habilidad del cálculo de procesos en la solución de tareas docentes de la asignatura Álgebra Lineal. Tesis en opción al título de Doctor en Investigación Educativa . La Habana, Cuba: ICCP.

Zeldovich, Y; Yaglom, I. (1987). Matemáticas Superiores. Moscú: Mir.

Zilmer, W. (1981). Complementos de la Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Ciudad de La Habana: Libros para la Educación.

Sitios Web Visitados:

www.encarta.msn

www.upr.es/derive

www.terra.es/personal/jariasca/info/derive/derrindi.htm

www.utp.ac.pa/articulos/ensenarmatemática.html

www.uaa.mx/pdf/centros/basico/matematicas-aplicadas.pdf

www.bibliociencias.cu/gsd/collect/revistas/index/assoc/.../doc.pdf

ANEXOS.

Anexo -1-

Encuesta a estudiantes.

Con el objetivo de incidir favorablemente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, en el primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica necesitamos de su cooperación, respondiendo con la mayor sinceridad posible, las preguntas que a continuación presentamos.

1- De las asignaturas recibidas en el primer semestre de primer año:

a) Las de mayor dificultad, fueron:

1- _____; 2- _____; 3- _____

2- Para el caso de la asignatura que Usted selecciono en el número 1, (la de más dificultad), le presentamos 5 posibles causas. Enumérelas del 1 al 5 otorgándole el número 1 a la que considere que más influye en la dificultad de la asignatura, y así sucesivamente, hasta llegar al número 5.

La bibliografía.

La forma de enseñar del profesor.

El nivel de conocimientos y habilidades con que Usted ingreso a la carrera en la asignatura.

El número de horas de clases prácticas que tiene la asignatura, respecto a la cantidad de contenidos.

El horario de clases de la asignatura.

3- Esta implementado el Curso Introdutorio en esa asignatura. Marque con una cruz según sea el caso. Sí , No .

4- En el caso que la asignatura tenga Curso Introdutorio. Marque con una cruz la opción que mejor refleje el resultado que provocó en Usted dicho curso.

Me ayudó, pero no lo suficiente.

No me ayudó.

Me ayudó considerablemente.

Perdí mi tiempo.

Anexo -2-

Tablas del comportamiento de los resultados alcanzados por los estudiantes en el Curso Introductorio de Matemática.

Tabla 1: Resultados alcanzados en el Curso Introductorio de Matemática.

Cursos	Matricula Inicial.	Matricula Final	Aprobados en el Curso	% respecto a la Matricula Inicial.
2008-2009	64	50	28	43.7
2009-2010	61	54	33	54.0
Total	125	104	61	48.8

Permanencia en el Curso Introductorio de Matemática.

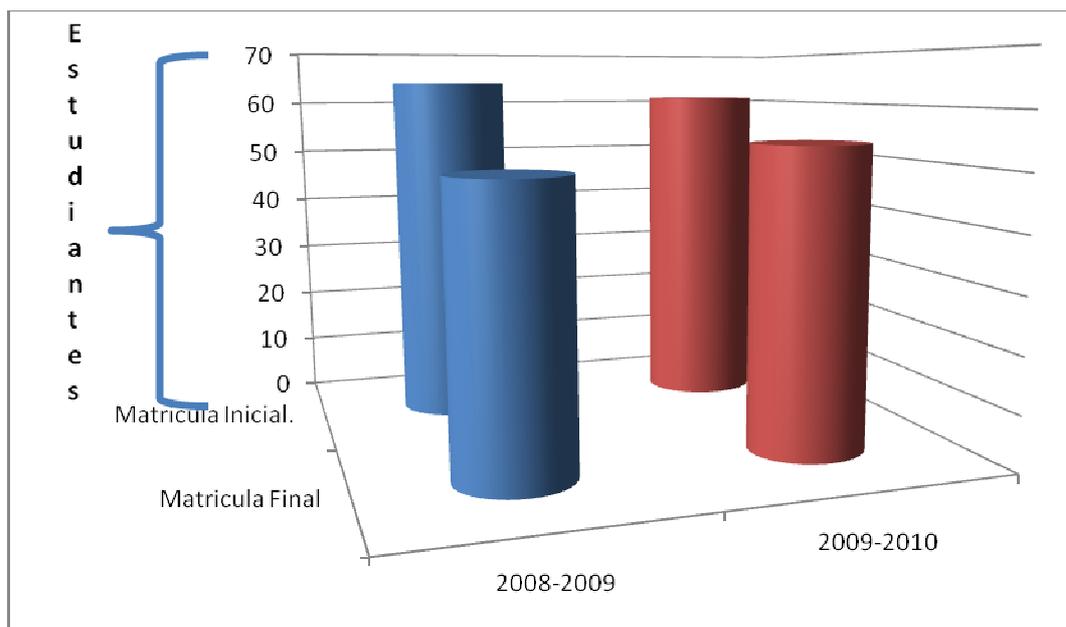


Tabla 2. Resultados alcanzados en los diagnósticos inicial y final del C. Introductorio. En esta tabla se muestran más detalladamente los resultados, alcanzados en los dos diagnósticos o evaluaciones fundamentales de dicho curso, la Inicial y la final, agrupando los mismos en dos categorías de aprobados, los que alcanzaron notas entre 60 y 85 puntos y los que alcanzaron más de 85 puntos en cada una de ellas.

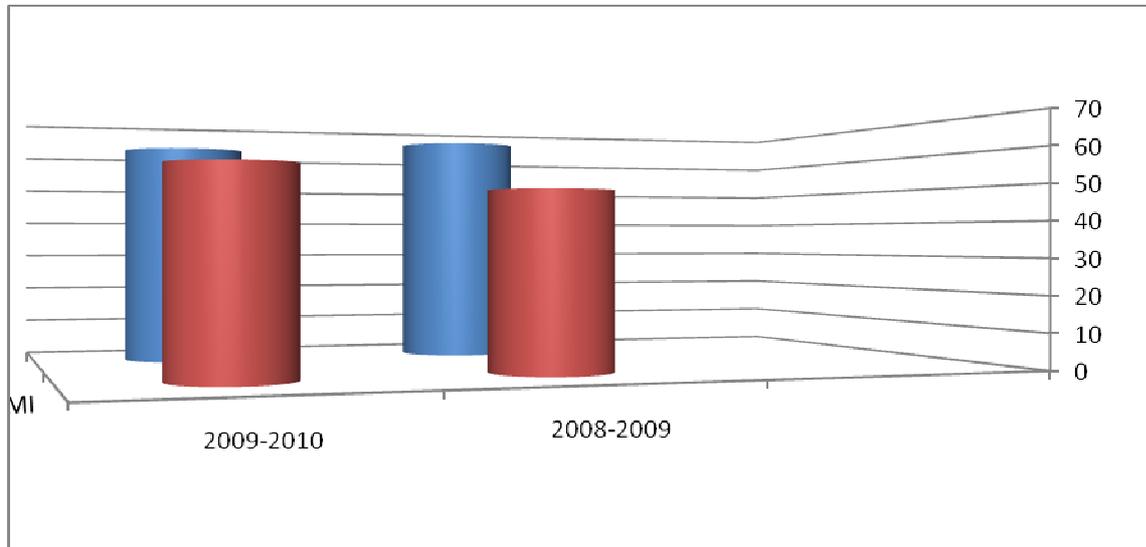
Cursos	D. Ini Apr.60-85	% MI	D. Inicial Apr.+85	% MI	D.Final Apr.60-85	% MF	D.Final Apr.+85	% MF
08-09	17	26.5	5	7.8	19	38	9	18
09-10	9	14.7	7	11.4	22	40.0	11	20.0
Total	26	20.8	12	9.6	41	39.4	20	19.2

Anexo -3-

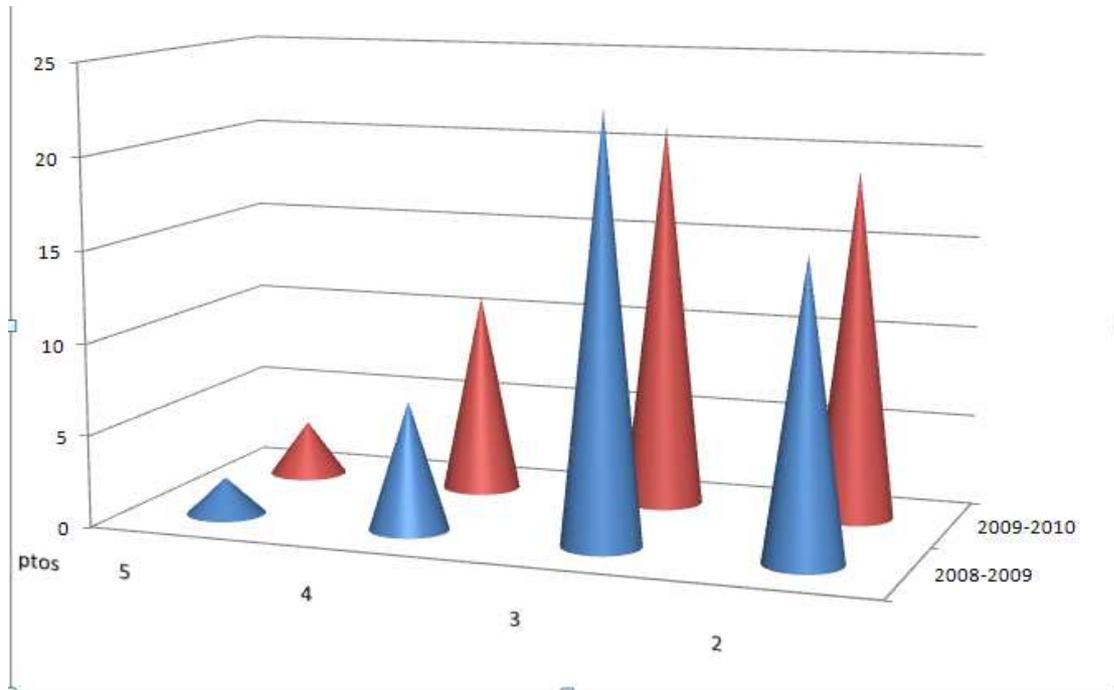
Resultados obtenidos en la asignatura Matemática I. Tabla 3.

Cursos	MI	MF	5	4	3	2	% Prom. Respecto a la M.F	% Calid. Respecto a la M.F
2008-2009	64	48	2	7	23	16	66.6	18.7
2009-2010	61	54	3	11	21	19	64,8	25,9
Total	125	102	5	18	44	35	65.6	22.5

Permanencia en la asignatura Matemática I



Resultados cualitativos en Matemática I



Anexo -4-

Resumen de los contenidos más importantes que sirven de preparación para el tratamiento del concepto función de R en R , presentados por (Ballester, 1994, p. 56).

a) Trabajo con conjuntos:

- Trabajo intuitivo con conjuntos.
- Introducción de los conceptos de conjunto y subconjunto.
- Trabajo con conjuntos en la solución de ecuaciones.
- Relaciones entre conjuntos en la ampliación de los dominios numéricos.

b) Trabajo con pares ordenados:

- Formación de pares numéricos en la adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales.
- Al par de números (a, b) se le llama coordenadas del punto A .
- Concepto de fracción como par de números naturales.
- Representación de números racionales y reales en la recta numérica.
- Trabajo con fórmulas para determinar el área y el volumen de figuras y cuerpos determinados.
- Ampliación del concepto sistema de coordenadas rectangulares.
- Representación de polígonos en sistemas de coordenadas.

c) Trabajo con correspondencia:

- Ordenación de objetos, a cada par de números le corresponde uno mediante las diferentes operaciones de cálculo.
- Representación de un número fraccionario en el rayo numérico.
- A cada par numérico (a, b) le corresponde un punto en el plano.
- Concepto de movimiento como una correspondencia especial de puntos del plano.
- Tratamiento de la reflexión del plano en una recta, traslación en el plano y simetría con respecto a un punto utilizando los conceptos original e imagen.

d) Trabajo con fórmulas para determinar área y volumen de figuras y cuerpos determinados.

- En el trabajo dentro de la Geometría Plana y del Espacio.

e) Trabajo en el rayo numérico y sistema de coordenadas rectangulares:

- Representación en la recta numérica de los números naturales y sus opuestos.
- Representación de números fraccionarios y sus opuestos.
- Incorporar nuevos cuadrantes al sistema de coordenadas rectangulares a partir de la introducción de los números racionales.

f) Trabajo con variables, ecuaciones e inecuaciones:

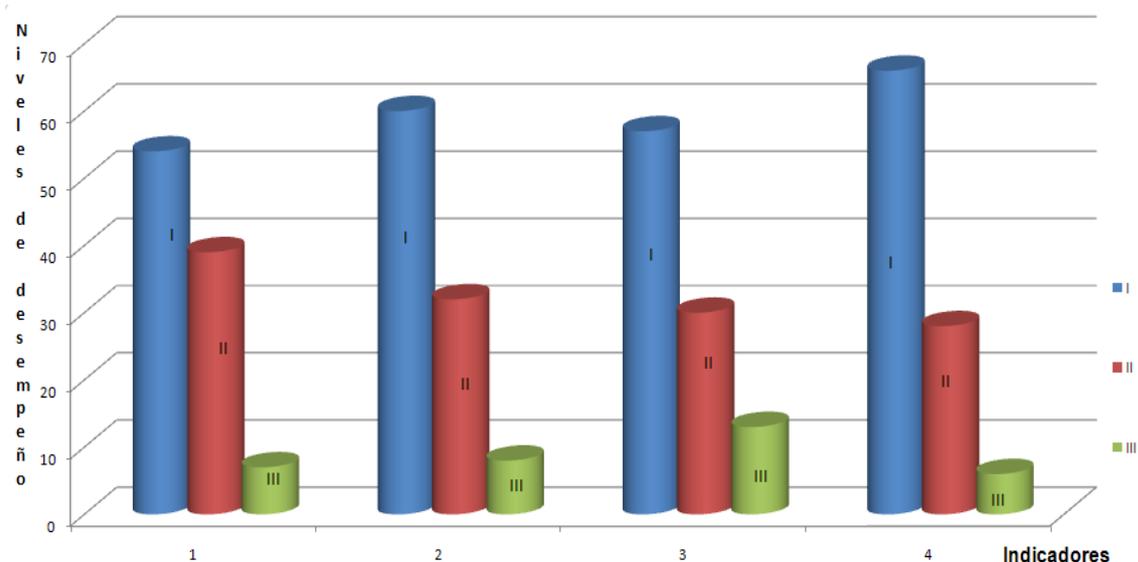
- En la introducción y desarrollo de las operaciones de cálculo en los diferentes dominios, el de los números naturales, fraccionarios, racionales y por último reales.
- En la determinación de valores de la variable en igualdades y/o desigualdades.
- En la resolución de ecuaciones.
- En la determinación del valor de un término.
- En la determinación del valor de una expresión algebraica.

Anexo -5-

Comportamiento de los estudiantes en los indicadores cognitivos.

Indicadores diagnosticados :	Nivel de desempeño en %		
	III	II	I
1-Reconocer relaciones funcionales dadas en diferentes formas, en grupos de variadas correspondencias.	7	39	54
2-Determinar características y elementos esenciales de funciones representadas en diferentes formas.	8	32	60
3-Fundamentar conceptualmente procedimientos para operar con funciones de R en R, gráfica y analíticamente.	13	30	57
4-Modelar procesos o fenómenos a través de ecuaciones de funciones conocidas o, en su defecto, utilizando ecuaciones en las que se pueda identificar la dependencia existente (ecuaciones funcionales en forma general).	6	28	66

Porcentaje alcanzado por los estudiantes en cuanto a nivel de desempeño por indicador.



Anexo -6-

Diagnóstico de indicadores cognitivos.

Nombre: _____ Municipio: _____

Preguntas:

1.- Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Justifique su decisión.

a) La correspondencia definida de $\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{Z}$ donde a cada número real x se le hace corresponder su opuesto es una función.

b) Si $x \in \mathcal{R}$ y $x > 0$, entonces. $\log_8 x = \frac{1}{3} \log_2 x$

c) El conjunto imagen de de la función h definida en \mathcal{R} por la ecuación:

$$h(x) = (3)^{x-4} - 9 \text{ es } \{y \in \mathcal{R} : y \geq -9\}.$$

d) La función g definida en \mathcal{R} por la ecuación:
 $g(x) = (x - 1)^2 + 3$ es una función par.

e) La función f definida por la ecuación:
 $f(x) = \frac{1}{x} + 2$ es negativa para todo valor real x tal que $x < 0$.

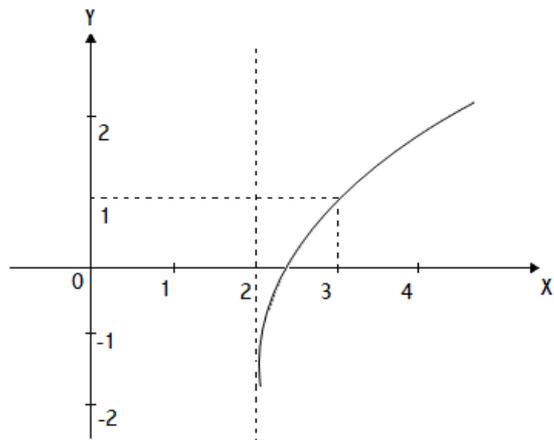
f) La función cuya ecuación es:

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x \text{ es monótona decreciente en todo su dominio.}$$

2.- Selecciona la respuesta correcta y márcala con una (x) en la línea dada.

2.1) El gráfico que se muestra corresponde a la ecuación:

a) $y = \log_{\frac{1}{3}}(x - 2) + 1$ b) $y = \log_3(x - 2) + 1$ c) $y = \log_{\frac{1}{3}}(x + 1) - 2$



___d) $y = \log_3(x+1) - 2$

2.2) Los valores reales negativos de la función $H(x)$ que cumplen la condición;

$$H(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4} > 1 \quad \text{son:}$$

___a) $-2 < x < 2$ ___b) $x < -2$ ó $x > 2$ ___c) $-2 < x < 0$ ___d) $0 < x < 2$

3.- Sean las funciones reales f y g dadas por las ecuaciones:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 3x - 15}{x + 5}} + 3 \quad \text{y} \quad g(x) = \log_3(x - \sqrt{x-1})$$

a) Determina el dominio de f .

b) Halla los valores de x para los cuales se cumple que $g(x) = 1$.

4.- Calcula las coordenadas del punto donde las funciones f y g coinciden si:
 $0 \leq x \leq 3\pi/2$; $f(x) = \cos 2x + 1$ y $g(x) = 8 - 15\cos x$.

5.- Un alambre se corta en dos piezas. Una pieza se usa para construir un círculo y la otra para formar un cuadrado. Expresa la suma de las áreas como una función de la longitud de x cortada para formar el círculo.

Anexo -7-

Entrevista a docentes con experiencia en la enseñanza de la Matemática

Estimado profesor, necesitamos de su experiencia acerca del trabajo llevado a cabo por Usted en la enseñanza de la Matemática en el primer año de las carreras de ingenierías de la Universidad de Camagüey. Sus opiniones contribuirán en el marco de esta investigación a mejorar el proceso de enseñanza – aprendizaje de la asignatura. Este instrumento, tiene un carácter anónimo. Agradecemos su gentil colaboración. Gracias.

Años de experiencia impartiendo la asignatura: _____

Categoría docente: _____

Categoría científica: _____

Metodólogo: _____

Profesor retirado: _____

1. Marca con una (x) el tipo de "Plan de estudio" correspondiente a la etapa en que Usted trabajó como profesor en la asignatura de Matemática I en las carreras de ciencias técnicas.

Plan A _____ Plan B _____ Plan C _____ Plan C modificado _____ Plan D _____

2. ¿Qué objetivos académicos se perseguían alcanzar en los estudiantes de las carreras de Ingeniería, en la asignatura de Matemática en el primer año de los C.R.D.

3. Enuncie las características del sistema de conocimientos y habilidades que se utilizaba en el proceso de enseñanza aprendizaje del concepto función de R en R .

4. Exponga aspectos fundamentales del trabajo metodológico utilizado en la sistematización del concepto función de R en R .

5. Refiérase al tratamiento utilizado para la orientación y el control del trabajo independiente en los estudiantes en el periodo que usted impartió la asignatura.

6. Comente el uso de las nuevas tecnologías en el proceso de enseñanza de las funciones de R en R . Especifique los asistentes matemáticos utilizados.

7. ¿Qué bibliografía se utilizaba para la enseñanza de la Matemática en el primer año de las carreras de Ingeniería.

8. ¿Considera eficiente el proceso utilizado para la sistematización del concepto función de \mathbb{R} en \mathbb{R} en la Matemática del primer año de las carreras de Ingenierías? Fundamente.

Anexo -8-

Programa analítico de la asignatura Curso Introductorio.

DATOS GENERALES:		
Asignatura: INTRODUCTORIO	CURSO	Carrera: Ingeniería Eléctrica.
		Tiempo total asignatura: 60 h
- FUNDAMENTACIÓN		
<p>La asignatura Matemática I es aquella en la que se contribuye al desarrollo del pensamiento lógico y de los fundamentos básicos de la formación de un especialista en ciencias técnicas, debido a esto y en función de lograr prerrequisitos importantes que sirven de base al estudiante para el conocimiento de los contenidos que se imparten en la carrera es que se decidió impartir los temas seleccionados.</p>		
I.- OBJETIVOS GENERALES		
Objetivos Educativos		
1.1. Objetivos generales educativos:		
1. Contribuir en los estudiantes al desarrollo de la concepción científica del mundo por medio de:		
a) La comprensión de los principales conceptos estudiados en las enseñanzas precedentes y que son prerrequisitos para los que estudiarán en la matemática que se imparte en la carrera.		
b) El tratamiento dialéctico del Tecnicismo Algebraico, las Ecuaciones, las Inecuaciones, así como de la geometría y la Trigonometría.		
2. Contribuir en los estudiantes al desarrollo de hábitos de proceder reflexivamente, de evaluar los resultados de su trabajo, así como de utilizar la bibliografía adecuada para buscar nueva información.		
3. Contribuir a que los estudiantes desarrollen las capacidades cognitivas mediante la profundización en los conceptos recibidos anteriormente.		
4. Contribuir en los estudiantes al desarrollo de la capacidad de razonamiento y de las formas del pensamiento lógico.		
II.-OBJETIVOS Y CONTENIDOS POR TEMAS		
Tema 1.- Operaciones aritméticas y tecnicismo algebraico. Tiempo: 15 h		
Objetivo Instructivo.		
1- Aplicar el tecnicismo algebraico en los ejercicios de descomposición de factores, simplificación de expresiones algebraicas y operaciones con polinomios.		
Sistema de Conocimientos.		
Operaciones aritméticas y tecnicismo algebraico. Productos notables. Descomposición en		

factores de expresiones algebraicas. Simplificación de expresiones algebraicas y operaciones con polinomios (división sintética).
<p><u>Bibliografía del Tema 1</u></p> <p>. Libros de texto de matemática de 7mo, 8vo, 9no, 10mo, 11no, 12no grado de la Enseñanza Media.</p> <p>. Matemática para curso introductorio. Departamento de matemática superior aplicada. Universidad de Camagüey.</p>
<p><u>Sistema de habilidades.</u></p> <p>Realizar operaciones aritméticas.</p> <p>2. Descomponer en factores expresiones algebraicas.</p> <p>3. Efectuar operaciones con polinomios</p>
<p><u>Tema 2.- Ecuaciones.</u> Tiempo: 11 h.</p>
<p><u>Objetivo Instructivo</u></p> <p>1. Resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales.</p>
<p><u>Bibliografía del Tema 2</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Libros de texto de matemática de 7mo, 8vo, 9no, 10mo, 11no, 12no grado de la Enseñanza Media. • Matemática para curso introductorio. Departamento de matemática superior aplicada. Universidad de Camagüey.
<p><u>Sistema de conocimientos.</u></p> <p>Resolución de ecuaciones. Ecuaciones de segundo grado. Ecuaciones algebraicas. Ecuaciones fraccionarias. Ecuaciones con radicales. Resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Método de sustitución y método aditivo. Significado geométrico de la solución de los sistemas de ecuaciones. Descomposición de una Fracción racional en Fracciones Simples.</p>
<p><u>Sistema de habilidades.</u></p> <p>1. Resolver ecuaciones de primero y segundo grado, fraccionarias y con radicales.</p> <p>2. Resolver sistemas de ecuaciones lineales.</p> <p>3. Interpretar geoméricamente la solución de un sistema de ecuaciones lineales.</p> <p>4. Descomponer una Fracción Racional en Fracciones Simples.</p>
<p><u>Tema 3.- Inecuaciones.</u> Tiempo: 8 h.</p>
<p><u>Objetivo Instructivo</u></p> <p>Resolver inecuaciones lineales, cuadráticas y fraccionarias.</p>
<p><u>Sistema de Conocimientos.</u></p> <p>Resolución de inecuaciones lineales, cuadráticas y fraccionarias.</p>
<p><u>Sistema de Habilidades.</u></p> <p>1. Resolver inecuaciones de primero y segundo grado y fraccionarias.</p> <p>2. Interpretar geoméricamente la solución de una inecuación.</p>

<u>Bibliografía del Tema 3</u>				
<ul style="list-style-type: none"> • Libros de texto de matemática de 7mo, 8vo, 9no, 10mo, 11no, 12no grado de la Enseñanza Media. • Matemática para curso introductorio. Departamento de matemática superior aplicada. Universidad de Camagüey. 				
<u>Tema 4.- Geometría Plana.</u> Tiempo: 12 h.				
<u>Objetivo Instructivo</u>				
Escribir la ecuación de rectas y cónicas, conociendo la información necesaria, y representarla gráficamente.				
<u>Sistema de Conocimientos.</u>				
Elementos de geometría plana. Sistema de coordenadas en el plano. La ecuación de la recta y de las cónicas. Su representación grafica.				
<u>Sistema de Habilidades.</u>				
<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar las Ecuaciones de rectas y cónicas. Representar geoméricamente rectas y cónicas en un sistema de coordenadas del plano. 				
<u>Bibliografía del Tema 3</u>				
<p>-Libros de texto de matemática de 7mo, 8vo, 9no, 10mo, 11no, 12no grado de la Enseñanza Media.</p> <p>-Matemática para curso introductorio. Departamento de matemática superior aplicada. Universidad de Camagüey.</p>				
<u>Tema 5.-Trigonometría.</u> Tiempo: 12 h.				
<u>Objetivo Instructivo</u>				
Aplicar el conocimiento de las funciones trigonométricas y las identidades trigonométricas a la resolución de problemas prácticos.				
<u>Sistema de Conocimientos.</u>				
Trigonometría: Funciones trigonométricas. Ángulos notables. Formulas de reducción. Identidades trigonométricas. Ecuaciones trigonométricas.				
<u>Sistema de Habilidades.</u>				
<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar las funciones trigonométricas de un ángulo agudo. 2. Aplicar las identidades trigonométricas y las Formulas de reducción a la Resolución de Ecuaciones trigonométricas. 				
<u>Bibliografía del Tema 4</u>				
<ul style="list-style-type: none"> . Libros de texto de matemática de 7mo, 8vo, 9no, 10mo, 11no, 12no grado de la Enseñanza Media. . Matemática para curso introductorio. Departamento de matemática superior aplicada. Universidad de Camagüey. 				
<u>V.-DISTRIBUCIÓN DEL TIEMPO TOTAL POR TEMAS Y TIPO DE CLASES:</u>				
Tema	CTP	Lab	E	TOTAL

Diagnóstico Inicial	-	-	2	2
Tema 1	12	2	1	15
Tema 2	10	-	1	11
Tema 3	6	1	1	8
Tema 4	10	1	1	12
Tema 5	10	-	2	12
TOTAL	48	4	8	60

Indicaciones metodológicas y de Organización.

Esta asignatura esta planificada para desarrollarse en 6 semanas de clase a razón de 10 horas semanales.

Se debe lograr habilidades en el tecnicismo algebraico, resolución de ecuaciones e inecuaciones, en la Geometría Plana y en la Trigonometría, que se estudian en el nivel medio y que son prerrequisitos indispensables para la comprensión de los contenidos de matemática en la carrera de Ingeniería Mecánica.

Se debe trabajar intensamente para eliminar deficiencias presentes en la formación de muchos de nuestros estudiantes en el menor plazo posible, entre ellos el hábito de trabajar mecánicamente, a partir de repetir sin mucho análisis ni conciencia los métodos de trabajo que se utilizaron en ejemplos anteriores, lo que les puede haber permitido obtener buenas calificaciones en exámenes del mismo corte, pero con muy poca huella en la memoria a largo plazo, o sea con muy poca solidez en el aprendizaje.

Se debe Enseñar a aprender, pero también enseñar a pensar y para ello es conveniente buscar y elaborar una ejercitación en toda la asignatura que rompa con este esquematismo, y que le permita al estudiante adiestrarse en la interpretación del problema que se le presenta, en precisar cuál es el significado de la información que le dan, qué le piden, cuáles son las posibles relaciones entre lo que le dan y lo que le piden, cuáles son las posibles vías para llegar al resultado y cuál es la más eficiente; diseñar un plan, explorar la vía seleccionada, ejecutarlo, y luego, como aspecto muy importante, analizar que le aportó el problema, qué tiene de diferente con otros que se han realizado, qué de semejante, construir alguno similar.

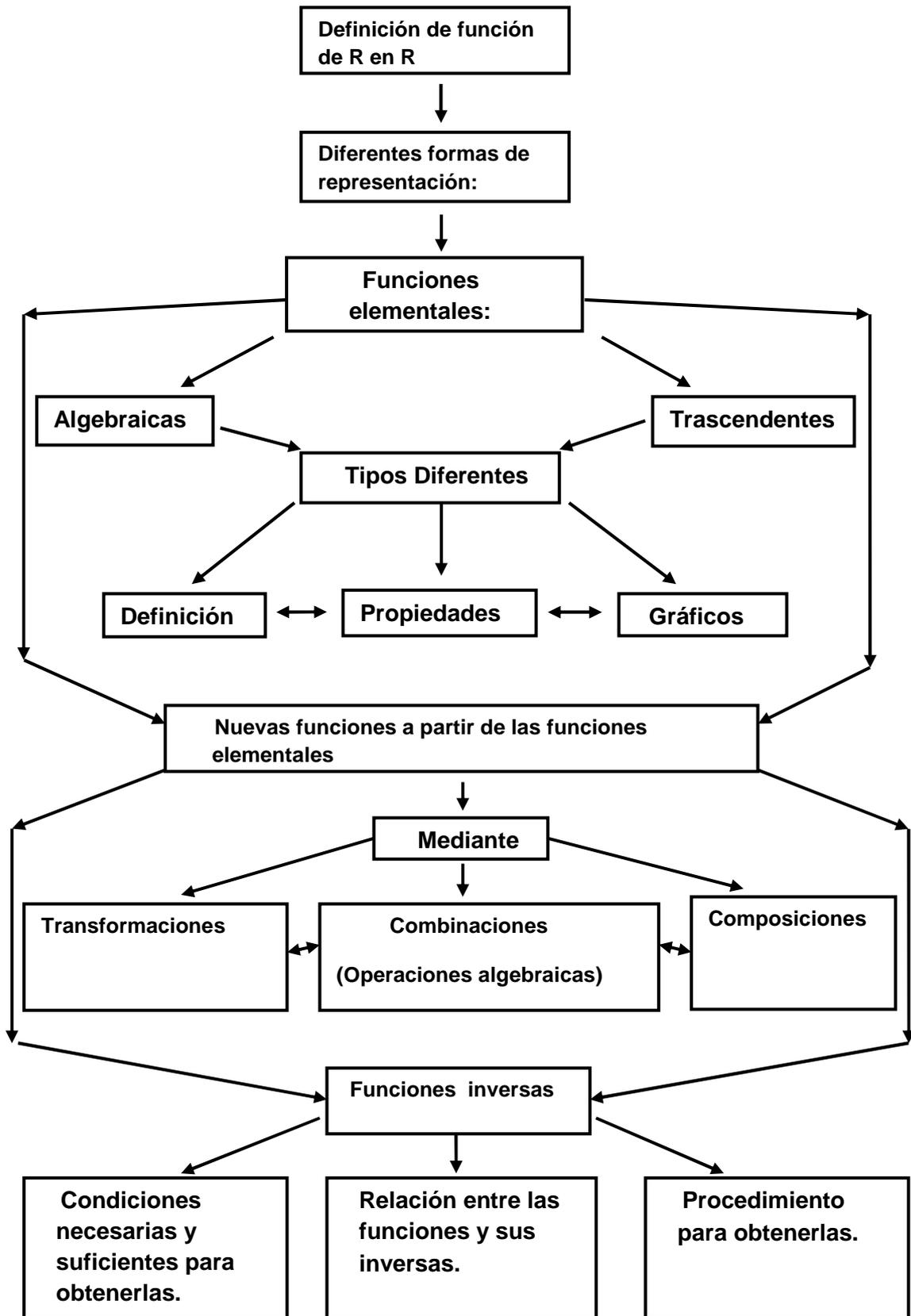
Deben planificarse al finalizar cada tema ejercicios que consoliden el tema e integren el mismo.

Sistema de evaluación

- Examen Diagnóstico.
- Evaluaciones frecuentes.
- Preguntas escritas, orales, evaluación por equipo y auto evaluación individual
- Se aplican tres evaluaciones parciales de 2 horas.

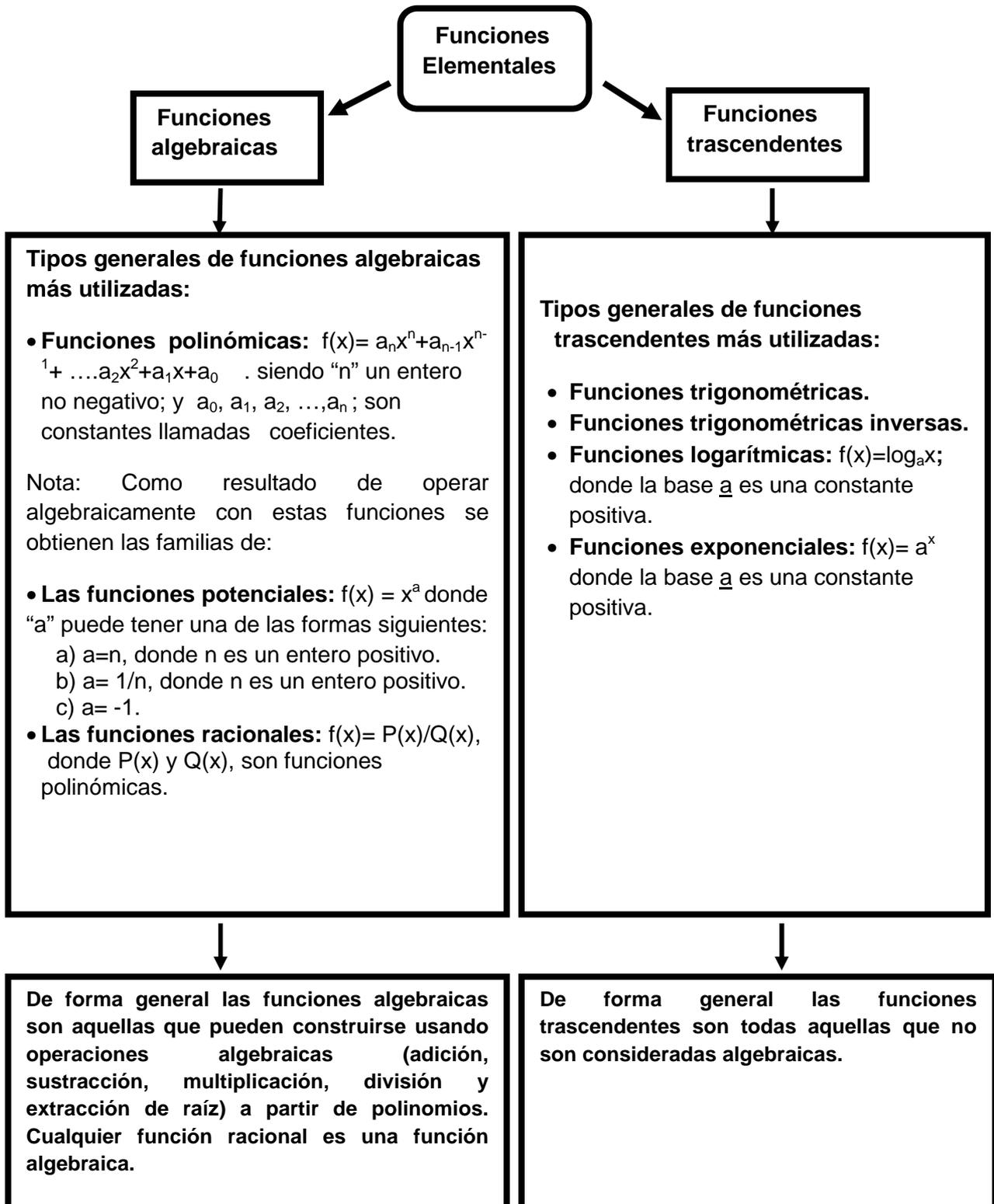
Anexo- 9-

Esquema de contenidos de las funciones de R en R.



Anexo-10-

Criterio de clasificación general para las funciones reales de una variable real (las consideradas elementales).



Anexo -11-

Resumen de contenidos fundamentales acerca del concepto función real de variable real.

1- Función real de variable real. Definiciones:

.En término de relaciones entre conjuntos.

Una función $y=f(x)$ es una regla que asigna a cada elemento x perteneciente a un subconjunto A del conjunto de los números reales un elemento llamado $f(x)$ o y perteneciente a un subconjunto B del conjunto de los números reales.

En término de correspondencias.

$f(x)$ es una función real de una variable real x , si a cada número real x le corresponde un exactamente un número real $g(x)$ ".

Nota 1: (a veces la regla de definición de una función aparece dividida en varias subreglas parciales, expresadas habitualmente mediante fórmulas, tendiendo a interpretar incorrectamente que se han definido tantas funciones como subreglas se enuncien. Un ejemplo de esto es la función, $f: R \rightarrow R$ tal que;

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, & \text{si } x \geq 0 \\ -x, & \text{si } x < 0 \end{cases} \text{ es una sola función, y no dos funciones.}$$

y recibe el nombre de función valor absoluto).

Nota 2: (Informalmente una función real de variable real presupone:

De un conjunto de números reales finitos o no finitos, (forman el conjunto de partida de la función), que aplican a través de una regla de correspondencia o definición, de modo que a todos los elementos, sin excepción que pertenecen a ese conjunto le corresponde un único elemento en otro conjunto de números reales, (conjunto de llegada).

1.1- (Dominio) y (rango o imagen) de una función:

El dominio consiste en el subconjunto de números reales (conjunto de partida), que puede tomar la variable independiente. La imagen o rango, es el subconjunto de números reales (conjunto de llegada) formado por los valores generados a partir de aplicarle la regla que define la función, a cada valor de su dominio.

1.2- Otras representaciones de una función:

a) Gráfica de funciones:

Dada una función $f(x)$, para cada $x \in$ al dominio de f , el par ordenado de números reales $(x; f(x))$ se interpretan, como coordenadas de un punto del plano cartesiano,

que determinan un subconjunto de ese plano, tal que la gráfica de f , estará representada por ese subconjunto del plano formado por los puntos de coordenadas $(x; f(x))$.

Nota: Observar esa representación proporciona una información valiosa acerca de las características o propiedades de la función que representa, de ahí su importancia.

b) Representación tabular de una función:

Para el caso de funciones con dominio de definición finito y con un número no demasiado elevado de elementos, es muy utilizado el uso de tablas en las que se presentan en una columna, los valores del dominio de la función y al lado en la otra columna los valores correspondientes que alcanza la función para cada uno de ellos. Esta representación es muy utilizada cuando se analizan en experimentos dos magnitudes relacionadas, (una depende de la otra). Este método se utiliza desde mucho antes que apareciera formalmente el concepto de función y sus respectivas definiciones.

2- Algunas propiedades globales básicas de las funciones.

Nota: El término propiedades globales se refiere, a que son características que cumplen las funciones al menos para un intervalo de valores de su dominio, no en puntos aislados.

2.1- Paridad de una función. Funciones pares e impares. Funciones sin paridad:

Decimos que una función $f(x)$ “es par” siempre que para todo valor de la variable independiente x perteneciente al dominio se cumpla que: $f(x)=f(-x)$.

Esto corresponderá gráficamente a una simetría respecto al eje (y) , $(x=0)$.

Decimos que una función $f(x)$ “es impar” siempre que para todo valor de la variable independiente x perteneciente al dominio se cumpla que: $f(-x)= -f(x)$.

Esto corresponderá gráficamente a una simetría respecto al punto $(x;y)= (0;0)$.

El carácter par o impar de una función es lo que conocemos como su paridad. Las funciones que no son ni pares, ni impares, carecen de paridad.

2.2- Monotonía de una función. Funciones crecientes y decrecientes sobre un intervalo I :

Se dice que una función $f(x)$ es creciente sobre un intervalo I , si para dos valores reales x_1 y x_2 perteneciente al dominio de $f(x)$ en el intervalo I ; se cumple que: $f(x_1) <$

$f(x_2)$ siempre que $x_1 < x_2$ en I . Por lo que una función es creciente sobre todo su dominio si se satisface la desigualdad $f(x_1) < f(x_2)$ para toda pareja de números reales x_1 y x_2 con $x_1 < x_2$.

Se dice que una función $f(x)$ es decreciente sobre un intervalo I , si para dos valores x_1 y x_2 perteneciente al dominio de $f(x)$ en el intervalo I ; se cumple que: $f(x_1) > f(x_2)$ siempre que $x_1 < x_2$ en I . Por lo que una función es decreciente sobre todo su dominio si se satisface la desigualdad $f(x_1) > f(x_2)$ para toda pareja de números reales x_1 y x_2 con $x_1 < x_2$.

2.3- Periodicidad de las funciones:

Se dice que una función $f(x)$ es periódica con periodo "a" si existe un número real "a" tal que se cumple que: $f(x) = f(x+a)$ para toda x y "a" que se encuentren en el dominio de $f(x)$.

2.4- Función Inyectiva:

Una función $y = f(x)$ es inyectiva si a dos valores diferentes cualesquiera de x les corresponden imágenes diferentes.

3- Otras funciones que se obtienen a partir de funciones de la forma $y = f(x)$.

3.1 Operaciones con funciones.

a) Suma de funciones: Dada dos funciones $f(x)$ y $g(x)$, se entiende por su suma a la nueva función $H(x) = f(x) + g(x) = (f+g)(x)$, tal que $f(x) + g(x)$ tiene sentido, y esto ocurre solo cuando el $\text{dom}(f+g)(x) = \text{dom } f(x) \cap \text{dom } g(x)$.

Nota: De forma similar se obtienen las funciones diferencias de $f(x) - g(x)$, productos de $f(x) \cdot g(x)$ y cociente de $f(x) : g(x)$.

3.2- Función compuesta:

Dadas dos funciones $f(x)$ y $g(x)$, la función compuesta $(f \circ g)(x)$ (también llamada la composición de $f(x)$ y $g(x)$, es una nueva función $h(x)$ definida por $(f \circ g)(x) = f(g(x))$. O sea $h(x) = f(g(x))$.

Entonces el dominio de la función compuesta $h(x) = f(g(x))$ son todas las x del dominio de g , tales que $g(x)$ se encuentre en el dominio de f .

3.3- Función inversa:

La función inversa $f^{-1}(x)$ de una función $f(x)$ se define como aquella función tal que $f^{-1}(y) = x$ siempre que $f(x) = y$ cumpliéndose que el dominio de $f^{-1}(x)$ coincide con la imagen de $f(x)$, y la imagen de $f^{-1}(x)$ coincide con el dominio de $f(x)$.

En particular, si para un mismo valor de $f(x)$ existen dos posibles soluciones x , deberemos restringir el dominio de $f(x)$ para que su inversa esté unívocamente determinada. O sea sólo cuando la función de partida $f(x)$ sea inyectiva o restringamos su dominio para conseguir su inyectividad, se podrá definir la función inversa $f^{-1}(x)$.

Anexo- 12-

Encuesta a expertos.

Compañero profesional, usted ha sido seleccionado como experto para emitir su opinión acerca de una estrategia didáctica para sistematizar el concepto de función real de una variable real en los estudiantes de 1er año de la carrera Ingeniería Eléctrica del C.R.D. Le solicitamos colabore con la mayor sinceridad posible. No es necesario que escriba su nombre.

En la tabla que le presentamos a continuación, marque con una (x) la evaluación que considere tienen los aspectos (indicadores) que señalamos acerca de la factibilidad de la estrategia que se propone, atendiendo a las siguientes categorías: M.A: Muy Adecuada. B.A: Bastante Adecuada. A: Adecuada. P.A: Poco Adecuada. I: Inadecuada

Agradecemos sus opiniones y sugerencias acerca de cualquier aspecto que considere de interés incluir o eliminar en la estrategia que se propone. Muchas gracias.

Anexo -13-**Indicadores consultados a los expertos seleccionados.**

Indicadores:	M.A (5)	B.A(4)	A (3)	P.A (2)	I (1)
1. Posibilidad de utilizar estas acciones en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones de R en R.					
2. Relación con las bases de contenidos necesarias para la sistematización del concepto función de R en R.					
3. Posibilidad de elevar la formación matemática en los estudiantes.					
4. Contribución a la formación académica, laboral e investigativa en los estudiantes a través del sistema de trabajo independiente y el uso de las nuevas tecnologías.					
5. Contribución al logro de un aprendizaje desarrollador.					
6. Novedad de la propuesta.					
7. Valoración global de la propuesta a partir del carácter sistémico de su concepción.					

Anexo -14-

Tabla de frecuencias absolutas por indicadores.

TABLA I (FRECUENCIA ABSOLUTA)						
INDICADORES:	MA	BA	A	PA	I	TOTAL
1	3	7	4	4	2	20
2	1	5	7	5	2	20
3	3	6	9	1	1	20
4	7	3	6	2	2	20
5	6	3	7	3	1	20
6	7	4	6	2	1	20
7	4	7	5	2	2	20

Anexo -15-

Tabla de frecuencias absolutas acumuladas.

Tabla II. Frecuencias Absolutas Acumuladas.				
Indicadores	MA	BA	A	PA
1	3	10	14	18
2	1	6	13	18
3	3	9	18	19
4	7	10	16	18
5	6	9	16	19
6	7	11	17	19
7	4	11	16	18

Anexo- 16-

Tabla de frecuencias relativas acumuladas.

Tabla III. Frecuencia relativa acumulada	número de expertos (n=20) (Frecuencia absoluta) / (número de expertos)			
	MA	BA	A	PA
1	0,15	0,5	0,7	0,9
2	0,05	0,3	0,65	0,9
3	0,15	0,45	0,9	0,95
4	0,35	0,5	0,8	0,9
5	0,3	0,45	0,8	0,95
6	0,35	0,55	0,85	0,95
7	0,2	0,55	0,8	0,9

Anexo- 17-

Tablas IV y V. Resultados de la aplicación de la distribución normal inversa.
Determinación de los puntos de corte.

Indicadores	MA	BA	A	PA	Suma de la suma de las colum. (SS)	suma de las filas	promedio de las filas (PF)	N-PF
1	-1,03643	0,00000	0,52440	1,28155		0,76952	0,19238	0,08
2	-1,64485	-0,52440	0,38532	1,28155		-0,50238	-0,12560	0,40
3	-1,03643	-0,12566	1,28155	1,64485		1,76431	0,44108	-0,17
4	-0,38532	0,00000	0,84162	1,28155		1,73785	0,43446	-0,16
5	-0,52440	-0,12566	0,84162	1,64485		1,83641	0,45910	-0,19
6	-0,38532	0,12566	1,03643	1,64485		2,42163	0,60541	-0,34
7	-0,84162	0,12566	0,84162	1,28155		1,40721	0,35180	-0,08
Suma de la suma de las filas.(SS)						9,43455		
suma de las columnas.	-5,85438	-0,52440	5,75257	10,06077	9,43455	18,86911		
Promedio de las columnas.	-0,83634	-0,07491	0,82180	1,43725		2,69559		
Puntos de cortes.	-0,84	-0,07	0,82	1,44				

Tabla V.

Número de Categorías (NC)	Número de Indicadores. (NI)	Suma de las Sumas.(SS)	n= NC.NI	N=SS:n
5	7	9,43455318	35	0,27

Anexo -18-

Tabla VI. Evaluación por indicadores.

	MA	BA	A	PA	I
intervalos	$(-\infty; -0,84)$	$(-0,84; -0,07)$	$(-0,07; 0,82)$	$(0,82; 1,44)$	$(1,44; \infty)$
indicador-1			x		
indicador-2			x		
indicador-3		x			
indicador-4		x			
indicador-5		x			
indicador-6		x			
indicador-7		x			