

**Seis Sigma
Métodos Estadísticos y
Sus Aplicaciones**

**Roberto José Herrera Acosta
Tomás José Fontalvo Herrera**

Seis Sigma Métodos Estadísticos y Sus Aplicaciones

**Seis Sigma Como Herramienta de
Gestión
Etapa de Definición
Etapa de Medición
Etapa de Mejoramiento
Etapa de Análisis
Etapa de Control
Filosofía y Estrategia del Seis Sigma
Conceptos Básicos de Estadística**

**Roberto José Herrera Acosta
Tomás José Fontalvo Herrera**

Quedan rigurosamente reservados todos los derechos y prohibida la reproducción total o parcial de este libro, el tratamiento informático o su transmisión por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro o cualquier otro método, sin la autorización previa y escrito del autor, queda sometido a las sanciones establecidas en la ley.

**Autores: Roberto José Herrera Acosta
Tomás José Fontalvo Herrera**

Título: Seis Sigma: Métodos Estadísticos y Sus Aplicaciones.

TABLA DE CONTENIDO

	Prefacio	XIII
	CAPÍTULO 1	
	SEIS SIGMA COMO HERRAMIENTA DE GESTIÓN	
	Introducción	2
1.1	Historia del Seis Sigma	2
1.2	Definición	4
1.3	Estructura del Seis Sigma	5
1.4	Caracterización del Seis Sigma	6
	CAPÍTULO 2	
	ETAPA DE DEFINICIÓN	
	Introducción	9
2.1	Criterios de la Etapa de Definición	9
	CAPÍTULO 3	
	ETAPA DE MEDICIÓN	
	Introducción	16
3.1	Medición en la Organización	16
3.2	Medida del Nivel Seis Sigma	17
3.3	Evaluación de la Medida de Desempeño	19
	CAPÍTULO 4	
	ETAPA DE MEJORAMIENTO	
	Introducción	24
4.1	Análisis del Modo y Efecto de Fallas Potenciales	24
4.2	Diseño Experimental Unifactorial	25
4.3	Ajuste de Superficie de Respuesta	27
	CAPÍTULO 5	
	ETAPA DE ANÁLISIS	
	Introducción	35
5.1	Diagrama de Pareto	35
5.2	Diagrama de Causa y Efecto	36
5.3	Prueba de Normalidad	37
5.3.1	Prueba de Normalidad Mediante el Método de Kolmogorov Smirnov Lilliefors	38
5.4	Diseño de Parámetro Robusto	40

CAPÍTULO 6		
ETAPA DE CONTROL		
	Introducción	48
6.1	Gráfica de Control Univariadas	48
6.1.1	Fundamento Teórico de las Gráficas de Control Univariadas Por Variables	49
6.1.2	Fundamento Teóricos de las Graficas de Control Por Atributos	67
6.2	Fundamento Teóricos de las Gráficas de Control Multivariado por Variables, Aplicando la Técnica de Hottelling	75
6.2.1	Gráfico de control Multivariado para Observaciones Individuales Importancia para la Elaboración de un Gráfico Multivariado	76
 CAPÍTULO 7		
FILOSOFÍA Y ESTRATEGIA DEL SEIS SIGMA		
	Introducción	86
7.1	Principios Filosóficos del Seis Sigma	86
7.2	Equipo de Mejoramiento Continuo	87
7.3	Estrategias del Seis Sigma	89
7.3.1	Disposición de Cambio	89
7.3.2	Despliegue de Objetivos	90
7.3.3	Desarrollo del Proyecto	90
7.3.4	Evaluación de Beneficios	91
 CAPÍTULO 8		
	CONCEPTOS BÁSICOS DE ESTADÍSTICA	
	Introducción	95
8.1	Variable Aleatoria y Función de Probabilidad	95
8.2	Distribución de Muestreo	101
8.2.1	Distribuidor de Muestreo de la Media	101
8.2.2	Distribución de Muestreo de la Varianza	101
8.3	Estimación Puntual y por Intervalo	102
8.3.1	Estimación Puntual	102
8.3.2	Estimación por Intervalos	103
8.4	Prueba o Contraste de Hipótesis	105
8.5	Regresión Lineal Simple	107

ANEXOS

1	Tablas de Coeficientes Polinomicos	110
2	Tabla de la Distribucion Normal Estandar	111
3	Tabla de Kolmogorov Smirnov Lilliefors	116
4	Tabla de la Distribución F.	117
5	Coeficientes para las Graficas de Control	121
6	Distribucion Ji-Cuadrada	122
	BIBLIOGRAFÍA	124
	Indice Analitico	126

CUADROS

1.	Planeación de Actividades	10
2.	Caracterización de un Proceso	11
3.	Planeación del Proyecto del Laboratorio Pastillas S.A.	13
4.	Caracterización del Proceso de la Zona de Sólidos de Pastillas S.A.	14
5.	Mediciones de las diferentes actividades de la organización.	16
6.	Criterios para Determinar el Valor del Nivel Seis Sigma.	20
7.	Medida del Nivel Seis Sigma	20
8.	Plan de la Recolección de la Información	21
9.	Variable Problema y su Caracterización	21
10.	Criterios del Nivel Seis Sigma.	21
11.	Información del Peso de las Píldoras a Diferentes Concentraciones de Recubrimiento	22
12.	Análisis del Modo y Efecto de Falla Potencial	24
13.	Análisis de Varianza para un Diseño Unifactorial	26
14.	Información del Peso de las Píldoras	29
15.	Asignación de los Coeficientes de los Contrastes Ortogonales.	30
16.	Análisis de Varianza para el Modelo Polinomial	31
17.	Información del Peso de las Píldoras con	31

TABLA DE CONTENIDO

	Recubrimiento del 5%.	
18.	Construcción de la Prueba de Kolmogorov Smirnov Lilliefors KSL.	31
19.	Observaciones Tomadas del Proceso de Tableteado.	42
20.	Organización de las Observaciones del Peso de la Píldora, Tomando las Combinaciones	43
21.	Procedimiento Teórico de la Técnica de Yates para el Cálculo de los Contrastes.	43
22.	Aplicación de la Técnica de Yates para el Peso de la Píldora en el Proceso de Tableteado	44
23.	Análisis de Varianza para el Diseño 2 ³ .	45
24.	Observaciones Tomadas del Peso de la Píldora	55
25.	Observaciones Obtenidas para Realizar Control Tomando como Referencia los Límites Estándar del Proceso	60
26.	Número de Unidades no Conformes por Exceso de Peso	70
27.	Número de Unidades no Conformes por Exceso de Peso, que se Someten a Control	71
28.	Variabes Tomadas como Referente en el Grafico de Control Multivariado	80
29.	Valores de T-Cuadrado para cada Subgrupo	83
30.	Comparación de la Calidad Tradicional, ISO9000 y el Método Seis Sigma	91
31.	Distribuciones Discretas más Aplicadas	97
32.	Distribuciones continuas más Utilizadas	100
33.	Distribución de Muestreo	102
34.	Análisis de Varianza para el Modelo de Regresión	108

FIGURAS

1.	Ciclo de Deming	5
2.	Operacionalización del DMAMC	5
3.	Diagrama del Proceso de Producción de Píldoras Estile	12
4.	Proceso Cuyo Índice de Capacidad es la Unidad	18
5.	Diagrama de Pareto	36

TABLA DE CONTENIDO

6.	Histograma de Frecuencia	38
7.	Gráficos de Control para la Media, el Rango y la Desviación Estándar del Peso de las Píldoras Estile.	57
8.	Limites de Control una vez Detectado los Subgrupos con Causas Asignables en su Comportamiento. Proceso Bajo Control Estadístico.	59
9.	Gráfico del Control del Promedio	61
10.	Gráfico de Control del Rango	61
11.	Control de la Desviación Estándar	62
12.	Esquema de la Capacidad de un Proceso	62
13.	Límites de Control Iniciales para las Unidades no Conformes	70
14.	Información Sometida a Control Tomando los Límites Estándar Como Referencia	72
15.	Regiones de Control Elíptica y Rectangular para Dos Características de Calidad Evaluadas en Forma Simultánea	76
16.	Grafico de Control Multivariado.	83

PREFACIO

El método Seis Sigmas es sin duda la mejor estrategia de gestión de la calidad que actualmente se desarrolla en muchas organizaciones, se aplica para obtener de una empresa procesos eficaces y eficientes; el método Seis *Sigma* es conocido también como la administración gerencial por proceso y se caracteriza porque que su metodología está basada en la información que se recolecta de cada una de las etapas del proceso. Lo que implica a su vez que el interesado en desarrollar esta estrategia de calidad debe poseer los conocimientos suficientes para aplicar las herramientas estadísticas adecuadas a la información recolectada, para garantizar un análisis adecuada de cada una de las causas o factores que estén generando la alta variabilidad en la unidad o servicio que se ofrece, con el fin de que la decisión que se tome sea la más acertada. Esto no indica, que personal con poco o ningún conocimiento estadístico sea rechazado o relegado en la organización; al contrario es en ese momento que la organización debe procurar favorecer que el personal posea los conocimientos estadísticos necesarios a su responsabilidad en la organización.

Algunos autores afirman en forma equivocada, que para emplear el método Seis Sigma no se requiere de un conocimiento básico de técnicas estadísticas; por fortuna es todo lo contrario, el responsable de la organización que desee implementar este método de gestión de la calidad, debe estar dispuesto a sacrificar un poco de su tiempo para actualizar sus conocimientos estadísticos que permitan aprovechar en forma adecuada este novedoso método de gestión. Este libro pretende ser, tanto en la parte filosófica como metodológica, un referente en la implementación de este método de gestión en la organización.

En el primer capítulo se realiza una reseña histórica del surgimiento del Seis Sigma como método de gestión y sus bondades dentro de la organización. En el segundo capítulo se expone cada una de las etapas que integran este nuevo método de gestión, desde la

definición, medición, mejora, análisis y control de las variables que generan la variabilidad no deseada; utilizando técnicas estadísticas desde la más sencilla hasta la que requiere de un conocimiento más avanzado en estadística inferencial. El tercer capítulo exhibe la esencia filosófica del Método Seis Sigma y su diferencia con otros métodos de gestión de calidad propuestos. El cuarto capítulo pretende orientar a los conocimientos básicos de algunos modelos estadísticos utilizados con mucha frecuencia en el desarrollo de la temática del libro.

El texto intenta desarticular algunos paradigmas que afirman, que utilizando técnicas descriptivas sencillas se consigue tomar decisiones acertadas en la organización. La realidad es otra, si la información obtenida es tratada estadísticamente en forma acertada, las decisiones serán eficientes y eficaces en cualquier organización que pretenda aplicar el Método Seis Sigma como instrumento para lograr su crecimiento.

CAPÍTULO 1

SEIS SIGMA COMO HERRAMIENTA DE GESTIÓN

Introducción

El Seis Sigma es una herramienta de mejoramiento que permite obtener organizaciones eficaces y eficientes, continuamente alineadas con las necesidades de los clientes. Se fundamenta en el trabajo en equipo como estrategia para generar las capacidades competitivas de la organización y de las personas involucradas. Para lograr estos objetivos el Seis Sigma esta basado en cinco etapas que en su orden son: 1) definir el problema de calidad, 2) obtener la información adecuada de cada una de las variables críticas del proceso evaluando de igual forma sus sistemas de medición, 3) utilizar herramientas estadísticas que permitan analizar en forma adecuada cada una las variables críticas identificadas en el proceso, 4) optimizar el proceso para su mejora y 5) un efectivo control que nos permita realizar el seguimiento a estas mejoras.

1.1 Historia del Seis Sigma

El Método de Seis Sigma es una filosofía que inicia en los años ochenta como estrategia de mercado y de mejoramiento de la calidad en la empresa Motorola, cuando el ingeniero Mikel Harry, promovió como meta estimable en la organización; la evaluación y el análisis de la variación de los procesos de Motorola, como una manera de ajustarse más a la realidad. Es en esta época, con el auge de la globalización las empresas del sector industrial y comercial, que se empezaron a desarrollar técnicas más eficientes que le permitieran optimizar los procesos para mejorar su competitividad y productividad, lo que involucró como objetivo principal reducir la variabilidad de los factores o variables críticas que de una u otra forma alteraban el normal desempeño de los procesos. Por lo que se tomó como medida estadística confiable la evaluación de la desviación estándar del proceso, representada por el símbolo σ , como indicador de desempeño y a su vez permita determinar la eficiencia y eficacia de la organización. Esta iniciativa se convirtió en el punto central del esfuerzo para mejorar la calidad en Motorola, llamando la atención al director ejecutivo Bob Galvin; con su apoyo, se hizo énfasis no sólo en el análisis de la

variación si no también en la mejora continua, observó que cuando se realiza el control estadístico a un proceso se toma como variabilidad natural cuando este valor de sigma σ oscila a tres desviaciones del promedio. Criterio que se modifica con el Método Seis Sigma en donde se exige que el proceso se encuentre a cuatro punto cinco desviaciones de la media. Esto implica que una considerable información del proceso debe estar dentro de este intervalo, lo que estadísticamente implica que se considera normal que 34 elementos del proceso no cumplan los criterios de calidad exigidos por el cliente, de cada millón de oportunidades (1.000.000). Esta es la causa del origen filosófico del Método Seis Sigma como medida de desempeño de toda una organización. Fue así como con el transcurrir del tiempo ha surgido esta nueva filosofía de calidad como evolución de las normas de calidad que actualmente muchas empresas aplican.

Esta nueva iniciativa de mejoramiento motivó a Lawrence Bossidy, quien en 1991 después de su retiro de la General Electric, toma la dirección del conglomerado Allied Signal para transformarla de una empresa con dificultades económicas, a una organización exitosa. Durante los años noventa, Allied Signal amplió sus ventas de manera sorprendente. Este modelo de calidad fue imitado por Texas Instruments, alcanzando éxitos similares. Durante 1995 el director ejecutivo de General Electric, Jack Welch, se entera del éxito de esta nueva estrategia de mejoramiento gracias a la información suministrada por Lawrence Bossidy, facilitando así a la más grande transformación en esta organización.

Esta forma novedosa de orientar las políticas de calidad establecidas en la organización, se afianza de los criterios establecidos en las normas de calidad ISO y lo complementa con un mayor compromiso con las técnicas avanzadas de control estadístico de la calidad, lo que indica que el Seis Sigma no es una metodología de calidad que se aleje de los criterios de mejoramiento que actualmente se desarrollan, por el contrario la integración de estos métodos de mejoramiento continuo inducen a una mejor eficiencia y eficacia dentro de la organización.

1.2 Definición

SEIS SIGMA es un método de gestión de calidad combinado con herramientas estadísticas cuyo propósito es mejorar el nivel de desempeño de un proceso mediante decisiones acertadas, logrando de esta manera que la organización comprenda las necesidades de sus clientes.

El método SEIS SIGMA, conocido como DMAMC, se basa en el ciclo de calidad PDCA, propuesto por Deming; figura 1, en donde las etapas se operacionalizan, según lo indica la figura 2, de la siguiente manera:

1. Definición del proyecto.
2. Medición de la información suministrada por el proceso y los clientes de la organización.
3. Análisis de la información, en donde se aplica algunas herramientas estadísticas descriptivas e inferenciales.
4. Mejoramiento, etapa en la cual se proponen las soluciones de los problemas de calidad planteados.
5. Control, el cual incluye los métodos estadísticos de seguimiento a las variables del proceso.

La clave para conseguir que el DMAMC se aplique en forma adecuada en la organización es la siguiente:

1. El enfoque centrado en las necesidades y los requerimientos de los clientes.
2. La identificación de las causas de los problemas que atentan contra la calidad del producto final o del servicio prestado, evitando las soluciones apresuradas que generen decisiones erradas y sin fundamento estadístico.
3. La realización de las mediciones de todas las variables críticas del proceso, lo que implica el conocimiento profundo de cada una de las etapas o fases que conforman las actividades de la organización.
4. La utilización de las herramientas estadísticas apropiadas que conduzcan a soluciones válidas y efectivas.
5. El control mediante un seguimiento constante que evalúe las diferentes actividades que se encaminen a la solución de un problema de calidad.

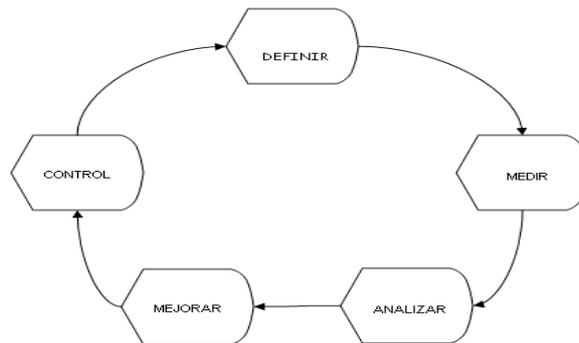
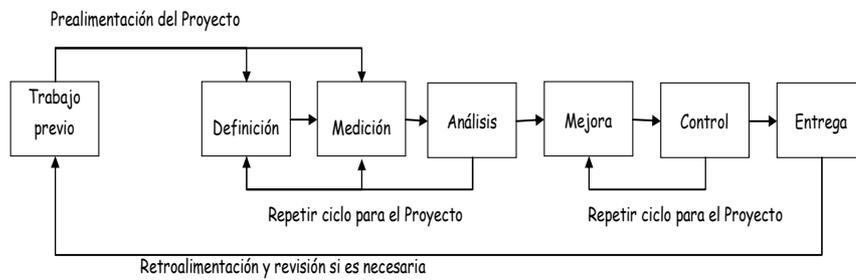


Figura 1 Ciclo de Deming

Figura 2. Operacionalización del DMAMC¹

¹ Ver TENNANT, G. "Six Sigma: control estadístico del proceso y administración total de la calidad en manufactura y servicio" p. 157.

1.3 Estructura del Seis Sigma

Implementar Seis Sigma, tiene como objeto mejorar y optimizar la organización, por medio de proyectos plausibles y medibles en el tiempo. La propuesta de Seis Sigma consiste en cinco pasos:

1. Definir el proyecto o problema de calidad, tomando la información suficiente que permita obtener las necesidades del cliente.
2. Medir las condiciones del problema, evaluando la capacidad SPC, según la información suministrada por el proceso.
3. Analizar las causas del problema, aplicando técnicas estadísticas consistentes, tales como el Diseño Experimental, Contraste de hipótesis, Modelos Lineales.
4. Mejorar las condiciones del proceso, identificando y cuantificando las variables críticas del proceso. Implementando soluciones adecuadas a cada una de las causas encontradas y valorando los resultados, AMEF.
5. Controlar las variables críticas del proceso, para que el problema de calidad no sea recurrente.

1.4 Caracterización del Seis Sigma

Entre los factores mas importantes que caracterizan el método Seis Sigma se encuentran:

1. La teoría de aprendizaje estratégico de Peter Senge (1999), indican que el cambio en una organización genera capacidades competitivas en cada uno de las personas pertenecientes a una organización, desarrollando con ello habilidades que se traducen en la profundización del conocimiento que se tenga del proceso.
2. La dirección de la organización es la encargada de motivar su implementación, establecer la estructura organizacional y el proceso de entrenamiento de cada uno de los grupos que se conformen.
3. Todos los resultados obtenidos de la implementación del Seis Sigma debe traducirse

en un lenguaje métrico, esto facilita el manejo y la comprensión de los procesos.

4. El método Seis Sigma y su estructura DMAMC requiere de expertos que dominen áreas como Despliegue de Función de Calidad, Análisis de Modo de Fallo, AMEF, Control de Calidad SPC y Diseño Experimental, DOE.

CAPÍTULO 2
ETAPA DE DEFINICIÓN

Introducción

En esta etapa los responsables de la aplicación del método SEIS SIGMA definen el problema de calidad mediante una planeación que involucre las expectativas y necesidades de los clientes, la identificación del proceso y de sus interrelaciones, así como también las variables críticas.

2.1 Criterios de la Etapa de Definición

En esta etapa la organización establece los siguientes pasos para la implementación de esta filosofía de gestión:

1. A través de un diagnóstico preliminar, la organización debe conocer e identificar las áreas susceptibles de mejora, definir las metas, objetivos y alcance del proyecto (ver cuadro 1).
2. Se debe identificar y evaluar la percepción tanto de los clientes activos como de los potenciales, para mantener una respuesta acorde con sus necesidades y expectativas en todo cuanto se refiere a la fiabilidad del producto, impacto ambiental, disponibilidad, tiempo de entrega, costo y seguridad. comprender las necesidades y expectativas de los clientes es un elemento fundamental para el éxito de una organización.
3. De acuerdo con el análisis realizado en el diagnóstico se seleccionan los proyectos potenciales y se estiman los ahorros, el alcance razonable de tiempo que cada uno genera.
4. La caracterización de los procesos (ver cuadro 2) es de suma importancia para comprender de caracterizar el proceso radica en comprender cada una de las fases o de las diversas actividades que lo conforman, pues de ella depende el grado de confiabilidad del análisis para la toma de decisiones.
5. Selección del Líder y el equipo del Proyecto: el líder debe ser un empleado de la organización con conocimientos y experiencia en el área involucrada en el proyecto, con una comprensión suficiente de la filosofía Seis Sigma y la aplicación de las diversas herramientas que exige el DMAMC, y lo más importante es la capacidad para transmitir al equipo sus ideas, motivaciones y encausarlo hacia los

resultados que la organización espera del proyecto. Los miembros restantes del equipo son seleccionados con base en la experiencia y el conocimiento del área implicada.

Planeación del Proyecto			
Importancia del problema en la organización:			
Efecto Interno	Tipo de relación		Efecto Externo
	Alta	Baja	
Metas y Objetivos		Responsable en la organización	
		Nivel 1	
		Nivel 2	
		Nivel 3	
Fecha de aprobación del proyecto			
Planteamiento del Problema			
Etapas del seis sigma	Fechas establecidas para cada de las etapas	Funcionario Responsable de la actividad	
Definir			
Medir			
Analizar			
Mejorar			
Controlar			

Cuadro 1. Planeación de actividades

Membrete de la Organización		Código del procedimiento
Versión:		
Caracterización del proceso Productivo		
Objeto:	Documentos y Registros	
	Internos:	
	Externos:	
Entrada	Actividades	Salida
Interrelación con los otros procesos		Responsable en la organización
		Nivel 1:
		Nivel 2:
		Nivel 3:
Recursos de la organización (humanos y tecnológicos)		Requisitos a cumplir
Medición y seguimiento		
Comunicación		
Nivel 1:		
Nivel 2:		
Nivel 3:		
Observaciones		

Cuadro 2. Caracterización de un Proceso.

A modo ilustrativo, tomemos el caso hipotético del laboratorio PASTILLAS S.A. que produce píldoras estimulantes de nombre comercial ESTILE. Supóngase además que el diagnóstico inicial y la evaluación de las necesidades del cliente ya fueron establecidos. El paso siguiente consiste en definir el proyecto SEIS SIGMA a una de las áreas críticas en donde existe un problema de

calidad. La figura 3 muestra el diagrama del proceso de producción de las píldoras

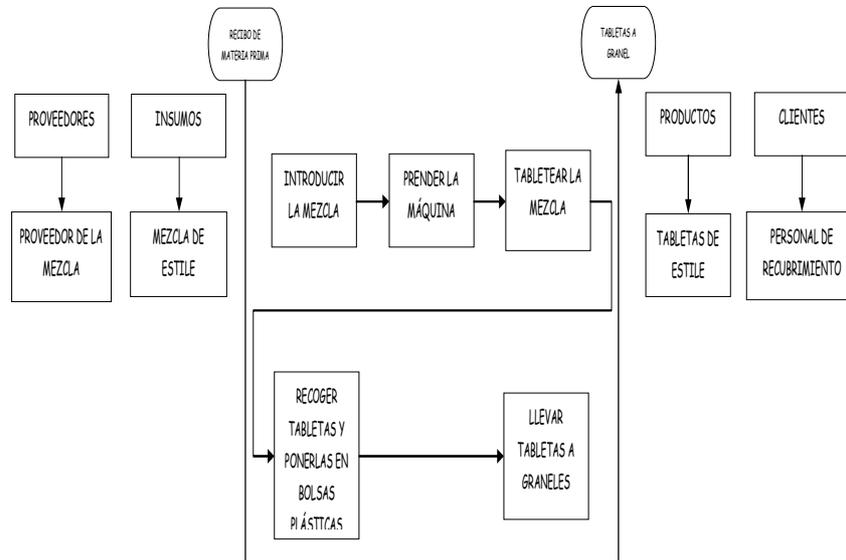


Figura 3. Diagrama del proceso de producción de píldoras Estile

El cuadro que se presenta a continuación muestra la forma en que se debe organizar la información del proyecto.

Laboratorio Pastillas S.A.			
Importancia del problema en la organización: <i>El peso de Estile tabletas ha sufrido variaciones, ocasionando retrocesos en la producción</i>			
Efecto Interno	Tipo de relación		Efecto Externo
	Alta	Baja	
<i>Zona de producción de sólidos de los laboratorios</i>		•	<i>Proveedores de la materia prima</i>
Metas y Objetivos	Observaciones		Responsable en la organización
<i>Reducir la variabilidad del peso en un 20% para el mes de noviembre</i>			<i>Ing. De Contacto</i>
Fecha de aprobación del proyecto			
<i>Julio 25 de 2010</i>			
Planteamiento del Problema			
<i>El proceso de Tableteado de Estile Tabletetas en Laboratorios Pastillas S.A., presenta una gran variabilidad en su peso.</i>			
Etapas del seis sigma	Fecha establecidas para cada de las etapas	Funcionario Responsable de la actividad	
Definir	<i>Enero 2 de 2011</i>	<i>Gerencia</i>	
Medir	<i>Febrero 5 de 2011</i>	<i>Jefe de Producción</i>	
Analizar	<i>Junio 15 de 2011</i>	<i>Ing. De Contacto</i>	
Mejorar	<i>Julio 10 de 2011</i>	<i>Grupo de Calidad</i>	
Controlar	<i>Desde Julio de 2011</i>	<i>Personal del área.</i>	

Cuadro 3. Planeación del proyecto del laboratorio Pastillas S.A.

La caracterización del área de sólidos para la producción de las píldoras ESTILE se indica a continuación.

		Código: MC00052
Versión: 1 Fecha de Emisión: 25 de noviembre de 2011		
CARACTERIZACIÓN PROCESO PRODUCTIVO Y GESTIÓN FINAL DE LA ZONA DE SÓLIDOS (ESTILE)		
Objeto:		Documentos y Registros
<ul style="list-style-type: none"> • Producir tabletas de Estile, para cada uno de los distribuidores de laboratorios Pastilla S.A. • Hacer buen uso de las maquinas usadas en la producción de las tabletas de Estile. 		Internos: Registro del peso de las píldoras tomas como muestra
		Externos: Los establecidos en las BPM por parte del INVIMA
Entrada	Actividades	Salida
<ul style="list-style-type: none"> • Orden de producción • Nombramiento de operarios • Materia prima 	<ul style="list-style-type: none"> • Fabricación de Estile tabletas • Realizar control de proceso e inspeccionar el peso, la dureza, la fiabilidad de las tabletas de Estile • Cumplir con las actividades establecidas en el manual de calidad (BPM). • Enviar tabletas de Estile a la zona de producto terminado 	<ul style="list-style-type: none"> • tabletas de Estile • Reporte de producción.
Interrelación con los otros procesos		Responsable en la organización
Pesaje, Control de calidad, almacenamiento y empaque		Ing. Producción
		Jefe de planta
Recursos de la organización (humanos y tecnológicos)		Requisitos a cumplir
Oficinas, planta, equipos, Máquinas, Elementos de protección personal (tapa bocas, guantes) elementos de protección para la materia prima (zapatos y gorros), uniformes		Los establecidos en la NTC ISO 9001: 2000 numeral 6.3, 7.5.2
Medición y seguimiento		
El peso de las píldoras de Estile		
Comunicación		
La alta dirección debe asegurarse de que se establezcan los mecanismos adecuados en la organización, para que la comunicación sea eficaz.		
Observaciones		

Cuadro 4. Caracterización del proceso de la zona de sólidos de Pastillas S.A.

CAPÍTULO 3

ETAPA DE MEDICIÓN

Introducción

Es importante destacar que las mediciones cobran su importancia cuando las decisiones se basan en hechos objetivos. Por lo tanto, en esta instancia resulta fundamental el conocimiento que la organización tenga acerca de la aplicación de los métodos estadísticos. Si una empresa fundamenta el tratamiento de la información recolectada únicamente en técnicas estadísticas descriptivas, el análisis que se realice del proceso será superficial e implicaría toma de decisiones erradas, generando de esta manera elevados costos atribuibles a la falta de calidad.

3.1 Medición en la Organización

La organización debe planificar e implementar procedimientos de seguimiento con el propósito de validar la información que toma del proceso, como la medición y evaluación del producto, la capacidad del proceso, los indicadores de gestión del proyecto y la satisfacción de los clientes externos e internos.

La filosofía de SEIS SIGMA posee un enfoque basado en procesos. Es imperativo entonces tomar la información de las fases que componen esta estructura. Las áreas en las cuales se debe tomar información son el área de entrada al proceso, el área que integra las distintas actividades del proceso, el área de salida del proceso y el área de satisfacción del cliente (ver cuadro 1)

Mediciones a la materia prima e insumos	Mediciones del proceso	Mediciones a los productos terminados	Mediciones y seguimiento de la satisfacción del cliente
Eficacia de los proveedores	Eficiencia de la organización	Eficacia de la organización	Eficacia y eficiencia de la organización
Mediciones que se le exige a los proveedores	Mediciones a las variables críticas del proceso	Mediciones de las no conformidades presentes en el producto	Mediciones del grado de satisfacción del cliente

Cuadro 5. Mediciones de las diferentes actividades de la organización.

Una manera simple de recolectar la información necesaria se obtiene definiendo inicialmente en el planteamiento del proyecto un Plan de Recolección de Información, en el cual se deben plantear, en primera instancia, cuál es el objeto susceptible de medición. Para ello se debe establecer qué tipo de variable se está midiendo u observando, es decir, si se trata de una variable discreta, continua o mixta, y cuáles son las especificaciones de cada una de las variables críticas del proceso. En el cuadro 6 se dan las pautas para una organizada recolección de la información.

3.2 Medida del Nivel Seis Sigma

En segundo lugar, se debe definir la medida del nivel SEIS SIGMA en la organización, que expresa la variabilidad del proceso con respecto a las especificaciones establecidas por la organización o los requerimientos de los clientes. Esta medida se realiza mediante una tabla de información que muchos autores toman como base para establecer la medida de desempeño de la organización. (Cuadro 7). Estos cálculos se obtienen de cuantificar la medida de probabilidad de un proceso cuyo comportamiento sea una distribución normal estándar $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, cumpla con las especificaciones requeridas en el proceso. Sea *les* y *lei* los límites de especificación superior e inferior de un proceso, la probabilidad *p* de que un artículo sea no conforme es:

$$p = p(X \leq lei) + p(X \geq les) = p\left(Z \leq \frac{lei - \mu}{\sigma}\right) + p\left(Z \geq \frac{les - \mu}{\sigma}\right) \quad (1)$$

Asumiendo que el promedio del proceso es el valor nominal de las especificaciones, tenemos entonces,

$$\mu = \frac{les + lei}{2}$$

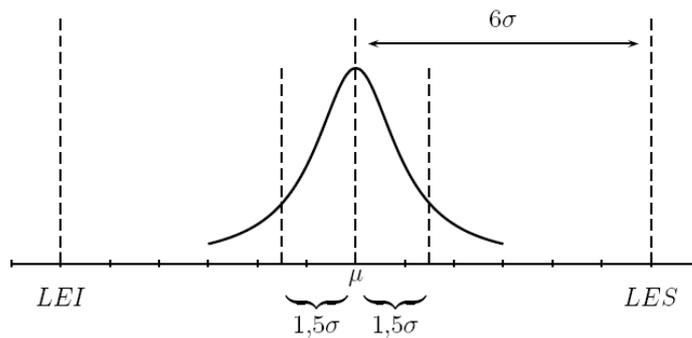


Figura 4. Proceso cuyo índice de capacidad es la unidad.

Para un proceso cuyo índice de capacidad es la unidad $C_p = \frac{les - lei}{3\sigma} = 1$ (esta medida es desarrollada en el capítulo 2), tenemos que $(les - \mu) = -(lei - \mu) = (1)(3\sigma) = 3\sigma$, reemplazando en la ecuación (1):

$$p = p(Z \leq -3) + p(Z \geq 3) = 0.0027(0.27\%)$$

Lo que implica que 0.27% de las unidades son no conformes o en forma equivalente se tiene en el proceso una producción no conforme de 2.7 por cada millón de unidades fabricadas.

Utilizando los mismos criterios anteriores con un $C_p = 2$, $(les - \mu) = -(lei - \mu) = (2)(3\sigma) = 6\sigma$. El cálculo del porcentaje de unidades no conformes es,

$$p = p(Z \leq -6) + p(Z \geq 6) = 0.0000034(0.00034\%)$$

Es decir por cada millón de unidades fabricadas 3.4 son no conformes, criterio utilizado en la filosofía del DMAMC.

Una manera más sencilla de realizar estos cálculos de da en el siguiente ejemplo: si se calcula el rendimiento para un proceso que posea una medida o nivel de desempeño de tres sigmas, se calcula el valor como $z = (\text{nivel} - 1.5)$ en este caso $z = (3 - 1.5) = 1.5$, obteniendo la probabilidad de $p(z \leq 1.5) = 0.9331928$ (93.32%), lo que indica que por cada millón de unidades fabricadas, 66807 unidades son no conformes. Para una medida de desempeño de SEIS SIGMA, medida ideal, es $z = (6 - 1.5) = 4.5$, cuya probabilidad se calculó anteriormente.

3.3 Evaluación de la Medida de Desempeño

El procedimiento para el cálculo de la medida o nivel de desempeño consiste en determinar inicialmente los Factores Críticos de Calidad (FCC) de la organización o también llamados Oportunidad de Error que consiste en cualquier parte de la unidad o servicio que está expuesta a generar una no conformidad, posteriormente se multiplica este valor por una muestra de artículos producidos (MAP) obteniendo de esta forma el total de Defectos Factibles (TDF=FCCxCP); luego se toma el número de no conformidades o fallas presentes en el proceso (NC) y se divide entre el Total de Defectos Factibles (TDF) y esto a su vez se multiplica por un millón, para obtener los Defectos por Millón de Oportunidades (DPMO)

La formulación se presenta de la siguiente manera que:

$$DPMO = \frac{NC}{TDF} \times 1.000.000 = \frac{NC}{FCC \times MAP} \times 1.000.000 ,$$

Donde: *DPMO* representa la cantidad de defectos por millón de oportunidades;
FCC es la cantidad de factores críticos de calidad de la organización;
MAP es el tamaño de una muestra de artículos producidos;
TDF es el total de defectos factibles;

NC es el número de no conformidades o fallas presentes en el proceso.

Existen maneras tradicionales para socavar la información que permita determinar la medida DPMO. Los factores críticos de calidad (FCC) se determinan mediante técnicas de muestreo aleatorio de clientes externos e internos del proceso en cada una de las etapas del mismo. Si se trata de un servicio, la mejor metodología constituye en aplicar un cuestionario a una muestra representativa de consumidores.

Criterios del Nivel Seis Sigma	
Nombres de las no conformidades	
Factores Críticos de Calidad FCC	
Muestra de artículos Producidos MAP	
TDF	
Número de no conformidades en el proceso	
NC	

Cuadro 6. Criterios para determinar el valor del Nivel Seis Sigma.

Rendimiento	Nivel del Sigma	DPMO
6.680	0.00	933200
8.455	0.13	915450
10.56	0.25	894400
13.03	0.38	869700
15.87	0.50	841345
19.08	0.63	809200
22.66	0.75	773400
26.59	0.88	734050
30.85	1.00	691462
34.50	1.10	655422
38.20	1.20	617911
42.10	1.30	579260
46.00	1.40	539828
50.00	1.50	500000
69.10	2.00	308538
84.10	2.50	158655
93.30	3.00	66807
94.79	3.13	52100
95.99	3.25	40100
99.40	4.00	6210
99.98	5.00	233
99.99966	6.00	3.4

Cuadro 7. Medida del Nivel Seis Sigma

Variable del proceso			
Nombre de la variable crítica			
Tipo de variable	Discreta		Continua
Especificaciones de la variable crítica			

Cuadro 8. Plan de la recolección de la información.

Retomando el ejemplo que hemos venido trabajando, se evalúa el nivel SEIS SIGMA del Laboratorio PASTILLAS S.A., a partir de la información necesaria para la determinación del DPMO, consignado en los cuadros 9 y 10.

Perfil de la característica de calidad			
Nombre de la variable crítica	Se va a medir el peso exacto de las píldoras antes de ser empacadas, el cual debe tener un peso promedio de 500gr y las especificaciones.		
Tipo de variable	Discreta		Continua x
Especificaciones de la variable crítica	La meta busca tener una mínima variabilidad en el peso de las tabletas y que éste se encuentre mas cerca de 500mg.		

Cuadro 9. Variable problema y su caracterización

Laboratorios Pastillas S.A. Criterios del Nivel Seis Sigma	
Nombres de las no conformidades	<ul style="list-style-type: none"> • Socavaduras • Peso por encima y por debajo. • dureza fuera de las especificaciones
Factores Críticos de Calidad FCC	3
Muestra de artículos Producidos MAP	200
TDF	600
Número de no conformidades en el proceso	32
NC	32

Cuadro 10. Criterios del nivel Seis Sigma.

$$DPMO = \frac{32}{3 \times 200} \times 1.000.000 = \frac{32}{600} \times 1.000.000 = 53333.3$$

Con la información recolectada se logra establecer que el proceso analizado tiene un número esperado de 53333.3 defectos por millón, cantidad que equivale, de acuerdo con la tabla del apéndice, a un desempeño de más de 3.13 desviaciones, para un rendimiento cercano a 95%

LABORATORIOS PASTILLAS S.A.					
DEPARTAMENTO DE ASEGURAMIENTO DE LA CALIDAD					
CONTROL DE PROCESOS			PRODUCTO: PILDORAS ESTILE		
VARIABLE EVALUADA: PESO			ESPECIFICACIÓN: ± 5%		
INTERVALO DE MUESTREO: CADA 15 MINUTOS			MAX: 525 MIN: 475 PESO REQUERIDO: 500 miligramos.		
MÁQUINAS TABLETEADORAS					
Recubrimiento al 3%		Recubrimiento al 5%		Recubrimiento al 7%	
485	498	509	505	512	509
489	500	498	504	511	505
490	501	510	502	504	509
495	495	480	509	501	505
499	498	485	509	503	500
500	495	490	503	515	500
502	501	499	510	509	501
510	505	518	495	518	502
500	507	490	500	521	524
520	496	498	520	521	517

Cuadro 11. Información del peso de las píldoras a diferentes concentraciones de recubrimiento

CAPÍTULO 4

ETAPA DE MEJORAMIENTO

Introducción

En esta etapa la organización debe mejorar continuamente en términos de la eficacia de sus procesos, de tal manera que permita llevar a cabo nuevas técnicas o formas más efectivas de optimización. Para lograr este mejoramiento la organización debe comprometerse a determinar las tendencias del producto y a establecer el nivel de satisfacción del cliente, a la vez que debe realizar estudios comparativos de su desempeño y nivel de competitividad con respecto a otras organizaciones. Técnicas de mejoramiento como el AMEF, el DISEÑO EXPERIMENTAL ayudan a la toma de decisiones adecuadas en la organización.

4.1 Análisis del Modo y Efecto de Fallas Potenciales.

Una herramienta útil para llevar a cabo la etapa de mejoramiento continuo es el análisis del modo y efecto de fallas, AMEF (ver cuadro 12), mediante el cual se identifica el problema y sus posibles causas, así como también se proponen posibles soluciones, se estipulan los responsables y las fechas establecidas para la ejecución de las mismas.

La técnica AMEF se basa fundamentalmente en procedimientos de observación y descripción constantes, por lo que es poco objetiva y su utilización se restringe a casos poco complejos de análisis.

Parte Función	Modo potencial	Efecto Potencial de falla	S E V E R I D A D	C L A S E	Mecanismo/causa de falla potencial	O C U R R E N C I A	Controles actuales	R E S P O N S O N S	Resultados de acciones				
									S V C	O C C	D E T	N P R	

Cuadro 12. Análisis del Modo y Efecto de Falla Potencial

4.2 Diseño Experimental Unifactorial.

El diseño experimental es otra de las herramientas más aplicadas en el mejoramiento y optimización de un proceso. Aquí, mediante una técnica denominada análisis de varianza se cuantifica el efecto de diferentes niveles o tratamientos sobre una variable respuesta que se constituye en objeto de interés. Uno de los principales objetivos del análisis de los datos en un diseño experimental es cuantificar y evaluar la importancia de las fuentes de variación atribuida a distintos niveles de uno o varios factores de clasificación o tratamientos.

En términos formales, el análisis de varianza, ideado por R. A. Fisher, es un procedimiento sistemático que transforma la variabilidad total (o suma de cuadrados totales), en variabilidad explicada por los distintos niveles de los factores de clasificación o, simplemente, tratamientos y una variabilidad inexplicable debida a presencia inevitable de discrepancias entre lo que se observa y lo que debiera ser. La tabla de análisis de varianza resume el conocimiento acerca de la variabilidad de las observaciones del experimento. Se ha hecho una partición en dos de la suma total de cuadrados; una representa la variación entre las medias de los tratamientos, la otra del error experimental.

El diseño unifactorial se utiliza cuando las observaciones y_{ij} de una variable respuesta de interés sufren la influencia de cierto factor, el cual se puede presentar en a niveles diferentes de forma que para cada uno de ellos se realizan muestras independientes de tamaño n_i , con i mostrando los distintos niveles del factor de interés. Aquí, N representa el total general de observaciones en todos los niveles, $y_{i\cdot}$ representa el total para el i -ésimo nivel del factor y $y_{\cdot\cdot}$ es el gran total.

Es útil describir las observaciones de un experimento en forma de un modelo matemático. Para el diseño unifactorial el modelo tiene la forma

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad \text{con } i=1, \dots, a \text{ y } j=1, \dots, n$$

donde y_{ij} es la j -ésima observación del i -ésimo factor,
 μ es un parámetro común a todos los tratamientos al que se llama media global,
 τ_i es un parámetro único del tratamiento i -ésimo al que se le llama efecto del tratamiento i -ésimo,
 ε_{ij} : es un componente del error aleatorio.

La ecuación anterior se conoce por lo general como el modelo de los efectos. Igualmente a este modelo se le considera, por su facilidad de solución, como un modelo estadístico lineal, es decir la variable de respuesta y_{ij} es una función lineal de los parámetros del modelo. El modelo de efectos en el cual se investiga la influencia de un único factor se denomina modelo de análisis de varianza simple o de una vía. Además, es un requisito indispensable que el experimento se lleve a cabo en orden aleatorio para que el ambiente en el que se apliquen los tratamientos sea lo más uniforme posible. Por lo tanto, el diseño experimental es un diseño completamente aleatorizado. Los objetivos serán probar la hipótesis apropiada acerca de las medias de los tratamientos y estimarlas.

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrados medios	Valor de F de Fisher	Valor P
Tratamiento	$a - 1$	$SS_{tratamientos}$	$\frac{SS_{tratamiento}}{a - 1}$	$f = \frac{\frac{SS_{tratamiento}}{a - 1}}{\frac{SS_{error}}{N - a}}$	$P(F \geq f)$
Error	$N - a$	SS_{error}	$\frac{SS_{error}}{N - a}$		
TOTAL	$N - 1$	SS_{total}			

Cuadro 13. Análisis de varianza para un diseño unifactorial

Las formulaciones planteadas en la tabla de análisis de varianza se presentan a continuación.

La suma total de cuadrados es

$$SC_{total} = \sum_{i,j} y_{ij}^2 - \left(\frac{y_{..}^2}{N} \right)$$

La suma de cuadrados de los tratamientos es

$$SC_{tratamiento} = \sum_{i,j} \frac{y_{i.}^2}{n_i} - \left(\frac{y_{..}^2}{N} \right)$$

La suma de cuadrados del error se evalúa mediante la diferencia de la suma total de cuadrados y la suma de cuadrados del tratamiento, así

$$SC_{error} = SC_{total} - SC_{tratamiento}$$

Si una variación debido a los tratamientos es significativamente mayor que el error experimental aleatorio, entonces se requiere una prueba de hipótesis. Para la prueba de hipótesis se utiliza una región crítica de un lado en la cola de la derecha. La hipótesis nula H_0 se rechaza para una probabilidad de un error tipo I de la siguiente forma

$$f > F_{[\alpha(a-1), (N-a)]}$$

donde $F_{[\alpha(a-1), (N-a)]}$ es el valor crítico de la distribución de Fisher para un nivel de significancia igual a α .

Aquí la hipótesis nula planteada es $H_0 : \mu_i = \mu_j$. Mediante esta prueba se busca determinar que tan significativa es la influencia de los niveles del factor sobre la variable respuesta.

4.3 Ajuste de Superficie de Respuesta.

Para la optimización del proceso se puede modelar la información suministrada mediante un polinomio que se ajuste en forma adecuada a los datos. Esto se realiza mediante un ajuste de superficie de respuesta para el modelo unifactorial que se presenta a continuación.

El modelo polinomial que se ajusta requiere que los a niveles o tratamientos sean cuantitativos o numéricos y equidistantes, siendo su formulación

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 P_1(x) + \dots + \alpha_n P_n(x) + \varepsilon$$

Donde $P_i(x)$ es un polinomio ortogonal de orden i , es decir, para un experimento con a niveles del factor X , se tiene que

$$\sum_{i,j=1}^a P_i(x)P_j(x) = 0, \text{ para } i \neq j$$

Las sumas de cuadrados en un diseño unifactorial se determinan de la misma manera como se indicó en el aparte inmediatamente anterior.

El siguiente paso es determinar la idoneidad del modelo mediante el coeficiente de determinación R^2 , calculado de la siguiente forma

$$R^2 = \frac{SC_{\text{modelo}}}{SC_{\text{total}}} = 1 - \frac{SC_{\text{error}}}{SC_{\text{total}}}$$

Algunos autores consideran que un modelo es idóneo o que interpreta en forma adecuada el fenómeno estocástico que pretende modelar cuando $R^2 \geq 0.9$

Para ilustrar el procedimiento de ajuste nos remitimos una vez más al ejemplo que hemos venido trabajando. El cuadro 14 muestra la información referente al peso de las píldoras elaboradas en Laboratorios PASTILLA S. A. a tres niveles distintos igualmente espaciados de recubrimiento. Los cálculos respectivos para ajustar un polinomio de segundo orden a los datos consignados en el cuadro se presentan a continuación.

$$SC_{total} = (485^2 + \dots + 517^2) - \left(\frac{30207^2}{60} \right) = 5376.85$$

$$SC_{modelo} = \left(\frac{9986^2 + 10034^2 + 10187^2}{3} \right) - \left(\frac{30207^2}{60} \right) = 1101.9$$

$$SC_{error} = 5376.85 - 1101.9 = 4274.95$$

LABORATORIOS PASTILLAS S.A.					
DEPARTAMENTO DE ASEGURAMIENTO DE LA CALIDAD					
CONTROL DE PROCESOS			PRODUCTO: PÍLDORAS ESTILE		
VARIABLE EVALUADA: PESO			ESPECIFICACION: ± 5%		
INTERVALO DE MUESTREO: CADA 15 MINUTOS			MÁX: 525 MÍN: 475 PESO REQUERIDO: 500 miligramos.		
MAQUINAS TABLETEADORAS					
Recubrimiento al 3%		Recubrimiento al 5%		Recubrimiento al 7%	
485	498	509	505	512	509
489	500	498	504	511	505
490	501	510	502	504	509
495	495	480	509	501	505
499	498	485	509	503	500
500	495	490	503	515	500
502	501	499	510	509	501
510	505	518	495	518	502
500	507	490	500	521	524
520	496	498	520	521	517
9986		10034		10187	

Recubrimiento 3%	Recubrimiento 5%	Recubrimiento 7%	Total
9986	10034	10187	30207

Cuadro 14. Información del peso de las píldoras

A continuación se calculan las sumas de cuadrados para cada uno de los tratamientos teniendo en cuenta la asignación de coeficientes para contrastes ortogonales que se presenta en el cuadro 15.

Porcentaje de recubrimiento	Totales del tratamiento	Coeficientes de los contraste ortogonales ²	
		Lineal P_1	Cuadrático P_2
3	9986	-1	1
5	10034	0	-2
7	10187	1	1
λ		1	3

Cuadro 15. Asignación de los coeficientes de los contrastes ortogonales.

El cálculo de las sumas de cuadrados para cada uno de lo tratamientos está definida por

$$\frac{\left[\sum_{i=1}^a y_i \cdot c_i \right]^2}{n \sum_{i=1}^a c_i^2}$$

donde el numerador y el denominador de la expresión anterior representan respectivamente el cuadrado de los efectos y la combinación muestral para cada uno de los miembros del polinomio a ajustar. En ambas expresiones c_i representa el coeficiente ortogonal asociado al i -ésimo tratamiento.

Los efectos para las partes lineal y cuadrática del polinomio son, respectivamente,

$$\sum_{i=1}^3 y_i \cdot c_i = 9986(-1) + 10034(0) + 10187(1) = 201$$

² Información obtenida de la Tables for Statisticians, Vol. 1, 3ª. ed., por E.S. Pearson y H. O., Hartley, Cambridge University Press, Cambridge, 1966 (ver anexo)

$$\sum_{i=1}^3 y_i c_i = 9986(1) + 10034(-2) + 10187(1) = 105$$

La combinación muestral para las partes lineal y cuadrática del polinomio es respectivamente,

$$n \sum_{i=1}^a c_i^2 = 20(-1^2) + 20(0) + 20(1^2) = 40$$

$$n \sum_{i=1}^a c_i^2 = 20(1^2) + 20(-2^2) + 20(1^2) = 120$$

Teniendo en cuenta los cálculos realizados, las sumas de cuadrados para las partes lineal y cuadrática del polinomio son iguales a 1010.025 y 91.875, respectivamente. La tabla completa de análisis de varianza para el caso bajo estudio se presenta seguidamente en el cuadro 16.

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrados medios	Valor de F de Fisher	Valor P
Recubrimiento	2	1101.90	550.95	7.35	0.00150
Lineal	1	1010.02	1010.025	137.41	0.00000
Cuadrático	1	91.875	91.875	12.5	0.00081
Error	57	4274.95	74.9991		
Total	59	5376.85			

Cuadro 16. Análisis de varianza para el modelo polinomial.

Los primeros tres polinomios ortogonales son

$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = \lambda_1 \left[\frac{(x - \bar{x})}{d} \right]$$

$$P_2(x) = \lambda_2 \left[\left(\frac{x - \bar{x}}{d} \right)^2 - \left(\frac{a^2 - 1}{12} \right) \right]$$

donde d es la distancia entre los niveles de X ,
 a es el número de niveles del experimento,
 λ_i son constantes que aseguran que los
 polinomios toman valores enteros.

Las estimaciones para los parámetros α_i del modelo de polinomios ortogonales se determinan mediante la fórmula

$$\hat{\alpha}_i = \frac{\sum_{i=0}^{a-1} y P_i(x)}{\sum_{i=0}^{a-1} [P_i(x)]^2}$$

Para el caso del recubrimiento de las píldoras, el cómputo de los estimadores de los coeficientes polinomiales arroja los siguientes resultados

$$\hat{\alpha}_0 = 503.45 \quad \hat{\alpha}_1 = 5.025 \quad \hat{\alpha}_2 = 0.875$$

Teniendo en cuenta que para el caso objeto de estudio se tiene que $a=3$, la distancia entre los niveles $d=2$ y $\bar{x}=5$, el ajuste del modelo polinomial toma finalmente la forma

$$\hat{y} = 505.444 - 4.05x + 0.65625x^2$$

Ecuación que en primera instancia permite estimar el valor del peso de la píldora para porcentajes de

recubrimiento especificado. La utilidad de esta predicción se despeja en el momento que se evalúa el coeficiente de determinación

$$R^2 = \frac{1101.9}{5376.85} = 1 - \frac{4274.95}{5376.85} = 0.2049$$

Lo que evidentemente indica que el modelo ajustado no es recomendable para predecir el peso de la pastilla si se toma como variable independiente el recubrimiento de la misma. En esta instancia, dados los resultados del ajuste, el investigador debe explorar otros tipos de modelos y encontrar el que mejor se ajuste al fenómeno que se estudia.

CAPÍTULO 5

ETAPA DE ANÁLISIS

Introducción

Es la etapa más importante de la filosofía Seis Sigma, ya que se deben aplicar todas las herramientas estadísticas que se ajusten a la información suministrada por el proceso. Una selección adecuada del método estadístico permitirá sin lugar a dudas obtener mejores beneficios y con ello acceder a un análisis muy cercano a la realidad.

Entre estos métodos de análisis, encontramos los más sencillos como el Diagrama de Pareto, Diagrama de Causa y efecto como paso previo al análisis inicial. También encontramos herramientas igualmente válidas como son: el Diagrama de Dispersión, El Modelo Lineal con su coeficiente de correlación y determinación.

Existen herramientas especializadas que necesariamente el responsable en la organización, de implementar el Método Seis Sigma debe conocer o en su defecto contratar personal experto, como es el caso de herramientas estadísticas como el Control Estadístico de Procesos y el Diseño Experimental

5.1 Diagrama de Pareto.

También conocido como el Análisis de Pareto. Su objetivo principal es separar los problemas de calidad en pocos defectos vitales, generando el ochenta por ciento (80%) de los problemas de calidad (variabilidad no natural), y los muchos defectos triviales. Porcentajes que son utilizados tradicionalmente, pero que carecen de una rigurosidad estadística.

Para la elaboración de este diagrama se sugiere realizar el siguiente procedimiento:

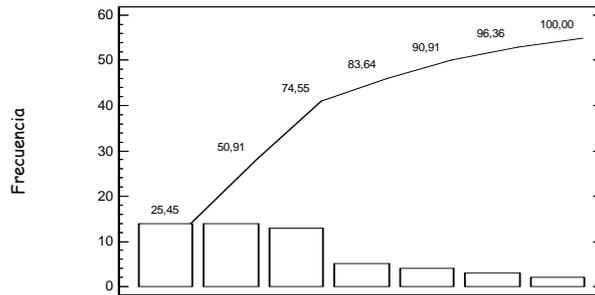


Figura 5. Diagrama de Pareto

1. Identificar el problema de calidad.
2. Estratificar los datos.
3. Metodología y tiempo de recolección de los datos.
4. Diseñe una tabla de registro de los tipos de defectos existente (ítems) en el problema de calidad con sus respectivos totales, los totales acumulados, la composición porcentual y el porcentaje acumulado.
5. Organice estos datos de acuerdo a la cantidad.
6. Dibuje dos ejes verticales y un eje horizontal
7. En el eje horizontal coloque tantos intervalos como ítems existan.
8. Construya para cada intervalo una barra y dibuje la curva acumulada.

Es importante recalcar que el Diagrama de Pareto se construye basado en la variable o problema de calidad; estos pueden ser clasificados como: Calidad del proceso: defectos, reparaciones; Costo: magnitud de la pérdida; Entrega: inventarios y demoras; Seguridad: accidentes e interrupciones.

5.2 Diagrama de Causa y Efecto.

También llamado diagrama de espina de pescado, que consiste en determinar todos los factores que influyen en el resultado de un proceso.

A continuación se describen los pasos para la construcción del diagrama de Causa y Efecto o también llamado Espina de Pescado:

1. Determine el problema de calidad
2. Encierre la característica de calidad en un cuadro y escríbalo al lado derecho, prolongando una línea horizontal a la izquierda de dicho cuadro.
3. Escriba las causas primarias y secundarias que afectan dicho problema de calidad conectándolas en la línea horizontal.

5.3 Prueba de Normalidad.

Es indispensable conocer que cuando se aplica una herramienta estadística en donde se involucran variables continuas o cuantitativas es fundamental determinar si la información obtenida en el proceso, tiene un comportamiento mediante una distribución normal. Para ello la estadística posee algunas pruebas, entre ellas encontramos la prueba de Ji-cuadrado³, Kolmogorov-Smirnov Lilliefors, Shapiro y Wilks o la prueba de Anderson Darling; pero una manera muy sencilla de realizar la prueba de normalidad es construyendo un **Histograma de Frecuencia**, figura 6.

³ En esta prueba toma el valor de la ji-cuadrado $\chi^2 = \sum \frac{(o-e)^2}{e}$, donde O es la observación observada, e la observación esperada. Este valor de Chi-cuadrado se compara con el punto crítico $\chi^2_{(1-\alpha)(k-1)}$, con $k-1$ grados de libertad.

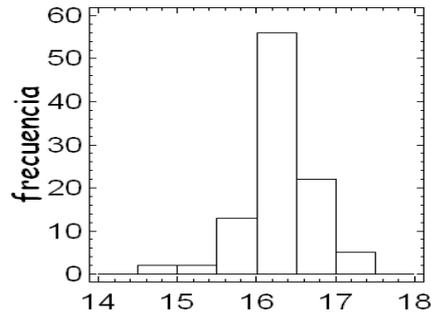


Figura 6. Histograma de frecuencia

5.3.1 Prueba de Normalidad Mediante el Método de Kolmogorov Smirnov Lilliefors. La prueba de Kolmogorov Smirnov Lilliefors KSL es aplicada únicamente a variables continuas y calcula la distancia máxima entre la función de distribución empírica de la muestra seleccionada y la teórica, en este caso la normal.

Sea una muestra x_1, \dots, x_n la muestra ordenada de la siguiente forma $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \dots \leq x_n$. La función de distribución empírica de esta muestra es de la forma:

$$F_n(x) = \begin{cases} 0 & x < x_1 \\ \frac{k}{n} & x_k \leq x \leq x_{k+1} \\ 1 & x \geq x_n \end{cases}$$

De tal manera que para contrastar la hipótesis de que el modelo generado de los datos es $F(x)$ se calcula el estadístico $D_n = \max |F_n(x) - F(x)|$ cuya distribución, cuando $F(x)$ es cierta se ha tabulado. Si la distancia calculada D_n es mayor que la encontrada en las tablas $D(\alpha, n)$, fijando un nivel de significancia α , rechazaremos el modelo $F(x)$. Es decir $D_n \geq D(\alpha, n)$

Considerando el caso del peso de las píldoras Estile, se toma la información a la salida de una de las máquinas de pesaje y estos son los resultados:

Peso de las píldoras en la primera máquina al 5%
485
489
490
495
499
500
512
510
508

Cuadro 17. Información del peso de las píldoras con recubrimiento del 5%.

k	x	$F_n(x)$	$F(x)$	$ F_n(x_{h-1}) - F(x_h) $	$ F_n(x_h) - F(x_h) $	$D_n(x)$
1	485	0.111	0.08099	0.08099	0.030107	
2	489	0.222	0.16130	0.05030	0.060895	
3	490	0.333	0.18759	0.03441	0.145732	
4	495	0.444	0.35377	0.02077	0.090665	
5	499	0.555	0.50964	0.06564	0.045910	
6	500	0.666	0.55428	0.00072	0.112376	
7	508	0.777	0.83024	0.16424	0.052468	0.16424
8	510	0.888	0.87693	0.09993	0.011954	
9	512	1.000	0.91378	0.02578	0.086212	

Cuadro 18. Construcción de la prueba de Kolmogorov Smirnov Lilliefors KSL.

La información de la muestra estimamos el promedio $E(\bar{x}) = \mu = 498.666$ y la desviación estándar $E(s) = \sigma = 9.7724$.

Calculamos el valor de $F(x) = p(Z \leq z) = p\left(Z \leq \frac{x_i - 498.666}{9.7724}\right)$

para cada uno de los valores x_i de la muestra.

Ejemplo de ello, es cuando se toma el valor de $x = 485$, el cálculo de la norma estandarizada resulta de la siguiente manera:

$$F(485) = p(Z \leq z) = p\left(Z \leq \frac{485 - 498.666}{9.7724}\right) = p(Z \leq -1.398) = 0.0809$$

Este procedimiento se realiza para cada uno de los valores obtenidos en la muestra seleccionada. Una vez calculado todos los valores se calculan las diferencias y se obtiene finalmente el valor máximo de D_n es 0.16357963.

Para obtener la diferencia $|F_n(x_{h-1}) - F(x_h)|$, por ejemplo tomando el primer valor $x = 485$ donde $F(x_k) = 0.0809$; un valor anterior de $F_n(x_{k-1}) = 0$, por lo tanto la diferencia resultante es $|0 - 0.0809| = 0.0809$.

En el caso de la diferencia $|F_n(x_h) - F(x_h)|$ los valores se realizan de la siguiente manera: $|0.111 - 0.0809| = 0.0301$

En la tabla de KSL se obtiene con $n = 9$: $D(0.05, 9) = 0.271$, por lo que se acepta que la muestra se distribuye normalmente.

5.4 Diseño de Parámetro Robusto.

Es la parte de la metodología de Taguchi que involucra diseños de tratamientos factoriales, los cuales consisten en r factores, los que se pueden controlar durante el proceso de manufactura y los que no son controlables.

En la terminología de Taguchi los factores controlables se identifican como **los** parámetros o factores controlables; los que no se controlan se conocen como factores ruido o no controlables. Las variables y los factores de ruido son los más sensibles a los cambios en las condiciones del entorno durante la producción y por lo tanto transmiten la variabilidad a las respuestas de interés en el proceso.

Un objetivo es determinar que combinación de factores controlables es la menos sensible a los cambios en las variables de ruido, de este concepto se deriva el nombre de diseño de parámetros robustos.

El método de análisis de Taguchi tiene como metas principales:

1. Minimizar la respuesta.
2. Maximizar la respuesta
3. Lograr una respuesta nominal, diferente de la mínima o la máxima.

El diseño de Taguchi atiende al siguiente modelo para tres factores

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \beta_{23} x_2 x_3 + \gamma_1 z_1 + \delta_1 x_1 z_1 + \delta_2 x_2 z_1 + \delta_3 x_3 z_1 + \varepsilon$$

El modelo de la media para las respuestas se representa como:

$$E_z [y(x, z)] = f(x) \quad (1)$$

Siendo $f(x)$ es la porción del modelo que incluye solo las variables controlables. El modelo de la varianza para la respuesta, se determina mediante la siguiente formulación:

$$V_z[y(x, z)] = \sigma_z^2 \sum_{i=1}^r \left[\frac{\partial y(x, z)}{\partial z_i} \right]^2 + \sigma^2 \quad (2)$$

La varianza de la respuesta σ^2 se estima mediante el cuadrado medio del error, CME y σ_z^2 es conocida como la varianza del ruido.

La aplicación de este diseño robusto se presenta en la información suministrada por la empresa Pastillas S.A. en donde se encuentran interesados en evaluar los siguientes factores: el efecto de la geometría del molde (A) (como factor que no se puede controlar), velocidad de tableteado (B), y el ángulo de corte (C). Se eligen dos niveles de cada factor y se corren tres réplicas, lo que implica un diseño factorial 2^3 . Los resultados son los siguientes:

Geometría del molde (A) Factor no controlado				
		1 Nivel bajo	2 Nivel alto	
Angulo de corte (C)				
Velocidad de corte (B)	30 Nivel bajo		35 Nivel alto	
	30 Nivel bajo	35 Nivel alto	30 Nivel bajo	35 Nivel alto
20 Nivel bajo	509	498	490	485
	511	501	487	487
	510	496	492	482
	(1)	c	a	ac
30 Nivel alto	505	503	500	510
	500	501	499	512
	501	505	501	509
	b	bc	ab	abc

Cuadro 19. Observaciones tomadas del proceso de tableteado.

A	B	C	Combinación de tratamientos	Replicaciones			Total
				I	II	III	
0	0	0	(1)	509	511	510	1530
1	0	0	a	490	487	492	1469
0	1	0	b	505	500	501	1506
1	1	0	ab	500	499	501	1500
0	0	1	c	498	501	496	1495

1	0	1	<i>ac</i>	485	487	482	1454
0	1	1	<i>bc</i>	503	501	505	1509
1	1	1	<i>abc</i>	510	512	509	1531

Cuadro 20. Organización de las observaciones del peso de la pildora, tomando las combinaciones.

Recuérdese que el valor de cero indica nivel bajo en este factor y uno el nivel alto, por ejemplo tomemos las observaciones 505, 500, 501 que se encuentran en la Geometría del molde 1 (nivel bajo en el factor A), ángulo de corte 30 grados (nivel bajo en el factor C) y velocidad de corte 30 (nivel alto en el factor B), tenemos cero para el factor A, cero para el factor C, por ser niveles bajos; y uno para el factor B, lo que implica que en el orden numérico el valor para este nivel es 010. Lo que es lo mismo, el factor B es el único cuyo nivel es alto, por lo que alfabéticamente (ABC) la letra asignada es *b*, es decir que se asigna la letra alfabética si el nivel alto del factor se encuentra en las replicaciones u observaciones.

Com.	I	II	III
(1)	$a + (1)$	$ab + b + a + (1)$	$abc + bc + ac + c + ab + b + a + (1)$
<i>a</i>	$ab + b$	$abc + bc + ac + c$	$abc - bc + ac - c + ab - b + a - (1)$
<i>b</i>	$ac + c$	$ab - b + a - (1)$	$abc + bc - ac - c + ab + b - a - (1)$
<i>ab</i>	$abc + bc$	$abc - bc + ac - c$	$abc - bc - ac + c + ab - b - a + (1)$
<i>c</i>	$a - (1)$	$ab + b - a - (1)$	$abc + bc + ac + c - ab - b - a - (1)$
<i>ac</i>	$ab - b$	$abc + bc - ac - c$	$abc - bc + ac - c - ab + b - a + (1)$
<i>bc</i>	$ac - c$	$ab - b - a + (1)$	$abc + bc - ac - c - ab - b + a + (1)$
<i>abc</i>	$abc - bc$	$abc - bc - ac + c$	$abc - bc - ac + c - ab + b + a - (1)$

Cuadro 21. Procedimiento teórico de la técnica de Yates para el cálculo de los contrastes.

En la tercera columna el primer valor es el total de las replicaciones $y_{i..}$, y los valores inferiores son los contrastes. La suma de cuadrados en el diseño 2^k se determina por $SS_{\text{contraste}} = \frac{(\text{contraste de } i)^2}{2^k n}$, donde $i = a, b, c, ab, bc, ac, abc$, el efecto se calcula mediante $\text{efecto} = \frac{(\text{contraste de } i)}{2^{k-1} n}$ y el coeficiente del modelo es evaluado mediante, $\text{coeficiente } i = \frac{(\text{efecto } i)}{2}$.

Com.	Total	I	II	III	Suma de cuadrados	Efecto	Coefficientes
(1)	1530	2999	6005	11994	-	-	$\frac{11994}{24} = 499.75$
<i>a</i>	1469	3006	5989	-86	$\frac{(-86)^2}{24} = 308.16$	$\frac{-86}{6} = -14.333$	$\frac{-14.333}{2} = -7.1665$
<i>b</i>	1506	2949	-67	98	$\frac{(98)^2}{24} = 400.166$	$\frac{98}{6} = 16.3333$	$\frac{16.3333}{2} = 8.1665$
<i>ab</i>	1500	3040	-19	118	$\frac{(118)^2}{24} = 580.16$	$\frac{118}{6} = 19.6666$	$\frac{19.6666}{2} = 9.833$
<i>c</i>	1495	-61	7	-16	$\frac{(-16)^2}{24} = 10.666$	$\frac{-16}{6} = -2.66666$	
<i>ac</i>	1454	-6	91	48	$\frac{(48)^2}{24} = 96.000$	$\frac{48}{6} = 8.00000$	$\frac{8.00000}{2} = 4.000$
<i>bc</i>	1509	-41	55	84	$\frac{(84)^2}{24} = 294.00$	$\frac{84}{6} = 14.0000$	$\frac{14.0000}{2} = 7.000$
<i>abc</i>	1531	22	63	8	$\frac{(8)^2}{24} = 2.666$	$\frac{8}{6} = 1.33333$	

Cuadro 22. Aplicación de la técnica de Yates para el peso de la píldora en el proceso de tableteado.

$$SS_{\text{total}} = (509^2 + 511^2 + \dots + 512^2 + 509^2) - \frac{11994^2}{24}$$

$$= 1760.5$$

$$SS_{\text{error}} = 1760.500 - 308.166 - 400.166 - 580.166$$

$$- 10.6666 - 96.0000 - 294.000 - 2.66666$$

$$= 68.66874$$

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	Valor F
Efectos de los factores principales				
Geometría del molde	1	308.166	308.166	71.8036
Velocidad de tableteado	1	400.166	400.166	93.2398
Angulo de corte	1	10.6666	10.6666	2.48536
Efectos de las combinaciones				
Geometría - velocidad	1	580.166	580.166	135.180
Geometría - ángulo	1	96.0000	96.0000	22.3682
Velocidad - ángulo	1	294.000	294.000	68.5027
Geometría - velocidad - ángulo	1	2.66666	2.66666	0.62134
Error	16	68.66874	4.291796	
Total	23	1760.500		

Cuadro 23. Análisis de varianza para el diseño 2^3 .

El valor F que se obtuvo para cada efecto, en la tabla de análisis de varianza; se compara con el estadístico de prueba $F_{0.05(1,16)} = 4.49$.

Los factores más significativos resultantes son los efectos principales a, b y las combinaciones ab, ac y bc . Se obtiene el siguiente modelo de regresión lineal,

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \beta_{23} x_2 x_3 + y_1 z_1 + \delta_{11} x_1 z_1 + \delta_{21} x_2 z_1 + \varepsilon,$$

Reemplazando los valores correspondientes para cada coeficiente se tiene que

$$\hat{y} = 499.75 - 7.1665x_1 + 8.1665x_2 + 9.833x_1x_2 + 4.00x_1x_3 + 7.00x_2x_3$$

Ajustamos este modelo al diseño de Taguchi y el modelo de respuestas

$$y(x_1, z_1) = 499.75 + 8.1665x_2 + 9.833x_1x_2 + 4.00x_1x_3 + 7.00x_2x_3$$

Utilizando las ecuaciones (1) y (2) implica que el modelo de la media para la respuesta es $E_z[y(x, z)] = f(x)$ Y el modelo de la varianza para la respuesta

$$V_z[y(x, z)] = \sigma_z^2 \sum \left[\frac{\partial y(x, z)}{\partial z_i} \right]^2 + \sigma^2,$$

$$\sum_{i=1}^3 \left[\frac{\partial y(x, z)}{\partial z_i} \right]^2 = 9.833x_2 + 4.00x_3$$

$$E_z [y(x_1, z_1)] = 499.75 + 8.1665x_2 + 7.00x_2x_3$$

$$V_z [y(x_1, z_1)] = \sigma_z^2 (9.833x_2 + 4.00x_3)^2 + \sigma^2$$

La varianza del ruido $\sigma_z^2 = 1$, ya que se considera el ruido como una variable cuya distribución es normal estándar con media cero y varianza uno, y la varianza de la respuesta $\sigma^2 = 4.291796$

Por lo tanto el modelo para la varianza está definida de la siguiente manera:

$$V_z [y(x_1, z_1)] = (1) (96.687x_2^2 + 78.664x_2x_3 + 16.00x_3^2) + 4.291796$$

Reacomodando los términos la varianza es calculada como:

$$V_z [y(x_1, z_1)] = 4.291796 + 96.687x_2^2 + 78.664x_2x_3 + 16.00x_3^2$$

Ecuación que permite modelar la variabilidad del proceso de tal manera que se busque minimizar su influencia en el proceso.

CAPÍTULO 6

ETAPA DE CONTROL

Introducción

Esta etapa permite verificar la efectividad y la eficacia de los diversos cambios que sufre el proceso no a través de las diversas etapas de mejora. Es indispensable entonces definir unos indicadores que nos muestre el nivel de desempeño de la organización. Las ciencias estadísticas permiten utilizar un sinnúmero de aplicaciones para conocer el estado de un proceso bajo los eventos que ofrece la información recolectada en la organización.

Entre los métodos o procedimientos aplicados para realizar el control a un proceso se encuentran herramientas tales como los Gráficos de Control Univariada por variables y Capacidad del proceso; las anteriores herramientas son aplicadas cuando las variables son cuantitativas, Gráficas Univariadas por atributos cuando las variables son cualitativas, las Gráficas de Control Multivariadas y el Diseño de Experimentos.

6.1 Gráficos de Control Univariados.

Es un diagrama que presenta el comportamiento y a su vez se realiza el seguimiento de una característica de calidad en el tiempo. Detectando la existencia o no de inestabilidad en el proceso, si ello ocurre se conoce como causa asignable (En estadística involucra la variabilidad ajena a la información del proceso). La característica de calidad es evaluada mediante el **estadístico** de las muestras o subgrupos que se toman del proceso.

Entre los estadísticos más utilizados tenemos el promedio \bar{x} , el rango R , la varianza s^2 , la proporción \hat{p} , El número de no conformidades en el subgrupo u . Los tres primeros son aplicados en las Gráficas de Control por Variable y las dos últimas por las gráficas de control por atributos. El supuesto de normalidad e independencia se

deben cumplir para la elaboración de estas gráficas de control.

6.1.1 Fundamentos Teóricos de los Gráficos de Control Univariados por Variables.

Esta gráfica es propuesta por Walter Shewhart, es una de las herramientas más utilizadas en el SPC, permite monitorear y controlar el promedio de un proceso es conocido como gráfico \bar{x} , es una carta que se aplica para controlar y mejorar la calidad media a través del valor promedio \bar{x} , calculado en cada subgrupo o muestra, es presentada simultáneamente con el gráfico R que permite controlar y mejorar la dispersión o variabilidad.

Pero como la variación es inherente en cada subgrupo los promedios y los rangos varían en cada subgrupo permitiendo así dos tipos de errores:

Error tipo I: ocurre cuando al tomar una muestra conduzca a tomar una acción, cuando en realidad no ha habido cambio alguno en el proceso.

Error tipo II: sucede cuando al tomar una muestra la gráfica muestre un proceso bajo control cuando en la realidad haya ocurrido un cambio en el proceso.

Para que un proceso de producción sea estable, ambas estadísticas, tanto el promedio como la dispersión deben estar en estado de control. Por tal motivo, para efectos prácticos, las cartas \bar{x} y R se dibujan en la misma hoja de papel. Esta etapa del proceso se conoce como FASE I.

La siguiente es la secuencia de actividades generales que se sigue en la elaboración de cartas de control \bar{x} y R :

1. Establecimiento de objetivos.

2. Selección de las variables a controlar: la variable o variables a controlar deben ser magnitudes susceptibles de medirse.
3. Elección del criterio de formación de subgrupos.
4. Elección de tamaño y frecuencia de los subgrupos.
5. Determinación del método de medición.
6. Obtención de las mediciones y registro de ellos.
7. Cálculo de la media, \bar{x} de cada subgrupo.
8. Cálculo de la amplitud R , de cada subgrupo: la amplitud de cada subgrupo se calcula restando el valor de la medición más baja de la más alta.
9. Cálculo del rango promedio \bar{R} .
10. Determinación de límites de control. Los límites de control de la carta R se calcula de la siguiente manera $lsc_R = D_4\bar{R}$ y $lic_R = D_3\bar{R}$ donde D_3 y D_4 son factores que dependen del tamaño de la muestra. Para la carta \bar{x} , los límites de control se expresan de la siguiente manera $lcs_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}$ y $lci_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}$ donde A_2 es un factor que depende del tamaño no del subgrupo, está definida como

$$A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}.$$

La metodología en la elaboración de cartas de control \bar{x} y s es similar que la establecida en las gráficas \bar{x} y R . Calculando el valor de la desviación estándar de cada uno de los subgrupos y las formulaciones utilizadas para determinar los límites de control iniciales o FASE I, estos son: para los límites de control de s^4 , se calcula $lcs = B_4\bar{S}$ y $lci = B_3\bar{S}$ donde B_3 y B_4 son factores que dependen del tamaño de la muestra.

⁴ Este tipo de gráfica de control S como medida de variabilidad es utilizada cuando el tamaño del subgrupo es variable. Por lo que el estadístico S, resulta mejor estimador para la desviación de la población σ .

Para la carta \bar{x} , los límites de control utilizados son evaluados mediante $lcs = \bar{\bar{x}} + \frac{3\bar{s}}{C_4\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{S}$ y

$lci = \bar{\bar{x}} - \frac{3\bar{s}}{C_4\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{S}$ donde A_3 es un factor que

depende del tamaño de la muestra. Estos límites son obtenidos al estimar el valor de σ mediante la desviación estándar muestral evaluada en cada uno de los subgrupos. Sea $E(s) = C_4\sigma$, donde

$C_4 = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}$, entonces la estimación de la

desviación es $\hat{\sigma} = \frac{\bar{s}}{C_4}$, donde \bar{s} es la desviación

estándar muestral para cada los g subgrupos.

Algunas veces existen dificultades en la agrupación de la información debido a las condiciones naturales del proceso, por lo que se hace necesario aplicar cartas de control de una sola réplica $n=1$, donde los límites de control se obtienen de la siguiente forma,

$lcs = \bar{\bar{x}} + 3\frac{\bar{R}_m}{d_2}$, $lc = \bar{\bar{x}}$, $lci = \bar{\bar{x}} - 3\frac{\bar{R}_m}{d_2}$, donde \bar{R}_m es

conocido como el rango móvil. El valor de d_2 depende del tamaño del agrupamiento que se realice en la información suministrada por el proceso. Los límites de control para el rango móvil son los siguientes, $lcs = D_4\bar{R}_m$, $lcs = \bar{R}_m$, $lci = D_3\bar{R}_m$. Es importante recalcar que la prueba de normalidad es fundamental en este tipo de cartas de control, ya que en este caso no se tiene el efecto del Teorema del Límite Central, diferencia que se tiene cuando se calcula la media muestral a partir de un subgrupo.

Cuando el supuesto de normalidad no es cumplido se hace necesario transformar la información, de tal manera

que cumpla los criterios de normalidad que exigen pruebas conocidas como Kolmogorov Smirnov o la prueba de Anderson Darling.

Cuando el tamaño del subgrupo es variable es conveniente utilizar las cartas \bar{x} y s , en donde n_i es el número de observaciones encontrado en el i -ésimo subgrupo, entonces los estadísticos o líneas centrales se calculan de la siguiente manera,

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^g n_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^g n_i} \quad \text{y} \quad \bar{s} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^g (n_i - 1) s_i^2}{\sum_{i=1}^g (n_i - g)}} , \text{ las constantes } A_3, B_3 \text{ y}$$

B_4 dependen del tamaño del subgrupo seleccionado.

Recalcular los límites de control. Una vez obtenidos los límites de control inicial o históricos, (se recomienda obtener la información durante los seis primeros meses) para posteriormente identificar los límites naturales o estándar del proceso, estos valores naturales se obtienen una vez identificado los puntos por fuera de los límites de control o si existen tendencias en el proceso.

Por supuesto si la información histórica no presenta estas dos condiciones de fuera de control los límites iniciales o históricos serán considerados como límites naturales o estándar para el proceso.

Cuando se está evaluando si un proceso se encuentra fuera de control la primera gráfica que se debe analizar con mucho cuidado es la grafica de la medida de variabilidad en este caso la gráfica R , que permite observar si existe homogeneidad en la variabilidad del proceso. Cuando en el proceso llegara a suceder lo contrario (alta variabilidad en la información) no se puede realizar un buen análisis en la grafica de rangos y por su puesto en la gráfica de localización, gráfica \bar{x} , si no se estabiliza la variabilidad (observe que los límites

de control de la gráfica de localización depende de la variabilidad en el proceso que en el ejemplo lo representa el rango o recorrido) el análisis que se realice del mismo está totalmente alejado de la realidad.

Cuando existen puntos fuera de control se debe recalcular la media y el rango utilizando la siguiente

fórmula, para recalcular el promedio $\bar{x} = \frac{\sum \bar{x} - \bar{x}_d}{g - g_d}$; y para

recalcular el rango $\bar{R} = \frac{\sum R - R_d}{g - g_d}$

Donde los promedios, los rangos y la cantidad de subgrupos descartados son en su respectivo orden \bar{x}_d, R_d

y g_d .

Estimación de la Desviación Estándar de la Población.

La teoría estadística proporciona una relación entre el promedio y la desviación estándar muestral (este promedio es el resultado de la sumatoria de las desviaciones estándar para cada subgrupo entre el número de subgrupos recogidos en cada muestra) y la desviación estándar poblacional σ . Relación que está dada por la constante c_4 . Por ejemplo, el valor de c_4 para una muestra de cinco es de 0.94. Posteriormente se obtiene el promedio de la desviación estándar de los grupos en estudios. La estimación de la desviación

poblacional mediante $\sigma_0 = \frac{s}{c_4}$. También suministra el

valor esperado de la relación existente entre el recorrido R (calculado sumando los rangos obtenidos en todos los subgrupos entre el número de ellos) y la desviación estándar poblacional mediante el parámetro d_2 . La

estimación de la desviación es $\sigma = \frac{R}{d_2}$

La FASE II o Determinación de los Límites de Control Estándar.

Una vez establecido, mediante las cartas, que el proceso se encuentra bajo control estadístico (es el fundamento de los límites de control inicial, FASE I), el siguiente paso es calcular los límites de control estándar del proceso. Para la medida de localización o promedio la formulación es la siguiente, el límite de control superior es $lcs = \mu + A\sigma$ donde $\mu = \bar{\bar{x}}$ y $\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2}$, son los parámetros del proceso, promedio y desviación estándar; el límite central $lc = \mu$ y el límite de control inferior $lci = \mu - A\sigma$. Para la medida de variabilidad tenemos para el límite superior estándar de control $lcs = D_2\sigma$, el límite central estándar $lc = R$ y el límite inferior estándar de control $lci = D_1\sigma$.

Los límites de control estándar para las graficas \bar{x} y s son para las medidas de localización \bar{x} , $lcs = \mu + A\sigma$, donde $\mu = \bar{\bar{x}}$ y $\sigma = \frac{\bar{s}}{c_4}$, son los parámetros del proceso, promedio y desviación estándar; el límite central $lc = \mu$ y el límite de control inferior $lci = \mu - A\sigma$. De otra parte la medida de variabilidad es calculada mediante la siguiente formulación $lcs = B_6\sigma$, $lc = c_4\sigma = S$ y $lci = B_5\sigma$

En el siguiente ejemplo se observa cómo se elaboran los límites de control iniciales o FASE I para la media, el rango y la desviación estándar del peso de las píldoras Estile.

NUMERO DEL SUBGRUPO	OBSERVACIONES DEL SUBGRUPO $n = 2$		\bar{x}	\bar{R}	s
	x_1	x_2			
1	538	542	540	4	2.82
2	525	537	531	12	8.48
3	538	536	537	2	1.41

4	541	542	541.5	1	0.70
5	532	540	536	8	5.65
6	541	549	545	8	5.65
7	537	535	536	2	1.41
8	521	523	522	2	1.41
9	542	540	541	2	1.41
10	543	539	541	4	2.82
11	547	547	547	0	0
12	540	536	538	4	2.82
13	539	534	536.5	5	3.53
14	525	530	527.5	5	3.53
15	542	538	540	4	2.82

Cuadro 24. Observaciones tomadas del peso de la píldora

Determinación de límites de control. Los límites de control de la carta R se calculan de la siguiente forma, $lcs_R = D_4 \bar{R}$ y $lci_R = D_3 \bar{R}$ donde D_3 y D_4 son factores que dependen del tamaño de la muestra. Para la carta \bar{x} , los límites de control se formulan de la siguiente manera $lcs_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$ y $lci_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$ donde A_2 es un factor que depende del tamaño de la muestra.

Longitud Promedio de Corrida ARL. La longitud de Corrida RL (Run Length) está definida como el número de subgrupos graficado en la carta hasta que aparezca una señal fuera de control. Este valor de RL se comporta como una variable aleatoria, ya que al realizar el experimento en las mismas condiciones no se puede garantizar que el valor RL es el mismo. Este motivo justifica calcular un valor esperado de la longitud de Corrida, conocido como ARL o Longitud de Corrida Promedio.

El valor ARL es utilizado para determinar de manera aproximada la eficiencia de las cartas de control, por ejemplo cuando se toma una carta de control \bar{x} con n observaciones en cada subgrupo y los valores de \bar{x}_i se distribuyen normal e independientes, el cálculo de que un subgrupo se encuentre fuera control es,

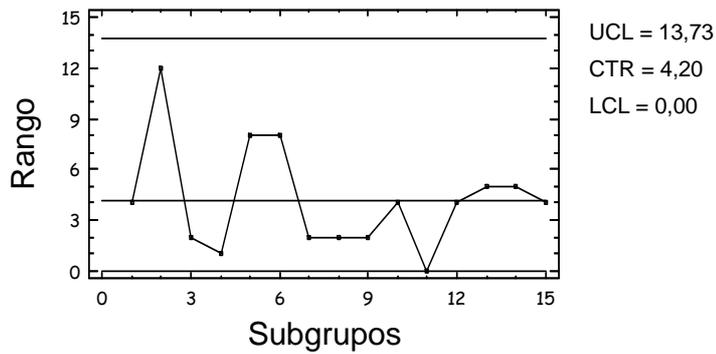
$$p = p(\bar{X}_i \leq lci) + p(\bar{X}_i \geq lcs) = p\left(Z \leq \frac{lci - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) + p\left(Z \geq \frac{lcs - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

Sea Y el número de subgrupos graficado en la carta hasta obtener un estado fuera de control, se verifica que esta variable Y sigue una distribución geométrica con parámetro p , de tal manera que

$$p(Y = x) = p(1 - p)^{x-1} \quad x = 1, 2, 3, \dots$$

El valor esperado de una distribución geométrica está definida como $E(Y) = \frac{1}{p}$ y su varianza $Var(Y) = \frac{(1-p)}{p^2}$.

Por lo tanto la Longitud Promedio de Corrida ARL está definida como $ARL = E(Y) = \frac{1}{p}$.



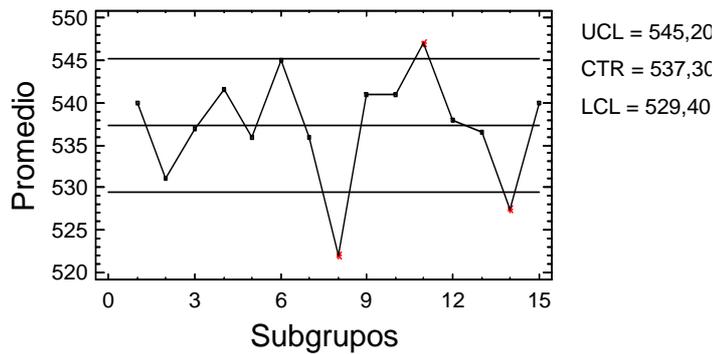


Figura 7. Gráficos de control para la media, el rango y la desviación estándar del peso de las píldoras Estile.

Estados Fuera de Control. Existen diversos comportamientos que nos indican un estado fuera de control. Entre estos comportamientos se encuentra, el Tipo Mezcla en donde se sospecha de que en el proceso existen dos o más poblaciones de un mismo factor, cuyo comportamiento es totalmente diferente uno de otro. Entre las causas que generan este tipo de comportamiento tenemos Materia prima, Operario y Equipo.

La Tendencia es otro tipo de comportamiento que se presenta por una secuencia continua en forma ascendente o descendente del comportamiento de los subgrupos del proceso y es debido a Desajuste de Equipo, Desgaste de una pieza y Descuido del operario.

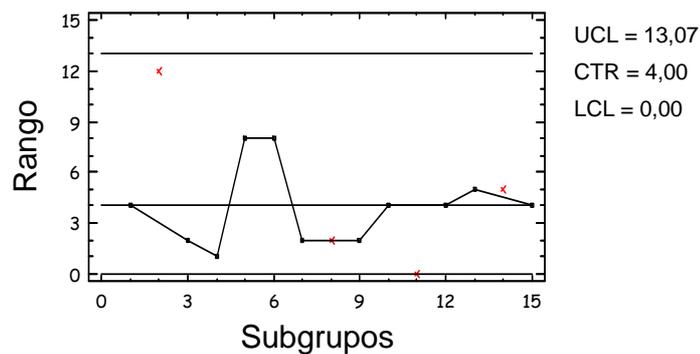
El comportamiento Tipo Cambio de Nivel es la repentina modificación de las condiciones del proceso y es causada por la Materia prima, Operarios con diferentes procedimientos o el Ajuste en el centramiento del proceso.

El Ciclo es el comportamiento que se debe a la rotación de factores del proceso tales como Equipo, Operario o Materia prima.

Existe otro tipo de metodología para detectar estados fuera de control como lo es, calculando la probabilidad

de los límites de advertencia, para una desviación en donde la probabilidad que se encuentre dentro de control es $p(\mu - 1.0 \sigma \leq x \leq \mu + 1.0 \sigma) = 0.680$, para límites de advertencia a dos desviaciones la probabilidad dentro de control se mide como $p(\mu - 2.0 \sigma \leq x \leq \mu + 2.0 \sigma) = 0.950$ y finalmente a tres desviaciones de la media la probabilidad de que un subgrupo cualesquiera este dentro de control es $p(\mu - 3.0 \sigma \leq x \leq \mu + 3.0 \sigma) = 0.9973$ que implica que de cada 10000 subgrupos, solo 27 se encontrarán de manera natural fuera del los límites de control, y el proceso se considerará estadísticamente bajo control.

Es indispensable determinar los límites de control estándar del proceso una vez detectada las causas de un comportamiento no aleatorio en el proceso. En el caso de las píldoras Estile los límites de control una vez detectados los subgrupos fuera de control, debido a causas asignables se presenta en la figura 8.



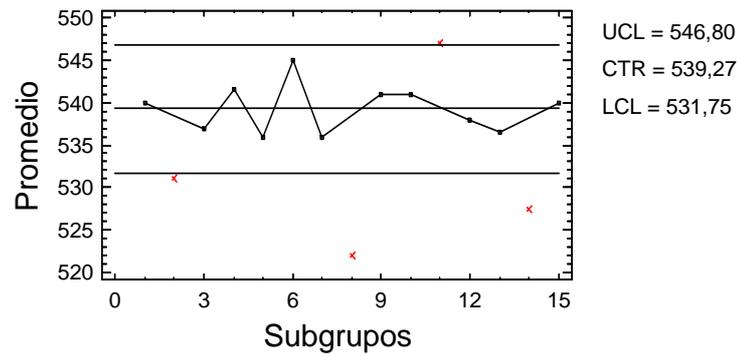


Figura 8. Límites de control una vez detectado los subgrupos con causas asignables en su comportamiento. Proceso bajo control estadístico.

Después de someter a control estadístico el peso de las píldoras, el paso a seguir es evaluar los parámetros del proceso. El promedio μ y la desviación estándar σ ; que permite obtener los Límites Estándar de Control y la Capacidad del Proceso. Los cálculos establecidos indican que el promedio del proceso es $\mu = 539.273$ y la

desviación resulta de $\sigma = \frac{4.0}{1.128} = 3.546$. Estos últimos

cálculos, tanto de la media como de la desviación estándar es el fundamento de la FASE I.

Con los parámetros del proceso evaluado el siguiente paso es obtener los límites estándar de control que se determinan de la siguiente forma:

Para el promedio:

$$lcs = 539.273 + (2.121)3.546 = 546.794, \quad lc = 539.273 \quad y$$

$$lci = 539.273 - (2.121)3.546 = 531.751$$

El rango se evaluaría con las siguientes formulaciones:

$$lcs = (3.686)(3.546) = 13.070, \quad lc = 4.0 \quad y \quad lci = (0)(3.546) = 0;$$

En el caso de la desviación se toma las siguientes formulaciones:

$$lcs = (2.606)(3.546) = 9.2408, \quad lc = 2.83 \quad y \quad lci = (0)(3.546) = 0$$

Una vez obtenido los límites estándar de control, el siguiente paso es realizar el control del proceso que es conocido como FASE II, que muchos pasan por alto cuando utilizan estas técnicas estadísticas, consiste en tomar nueva información o subgrupos en el proceso; calcular sus estadísticos tales como el promedio, rango y la desviación estándar y llevarlos a las gráficas de control con los límites estándar calculados anteriormente. En el problema que se tomo como ejemplo se muestra la aplicación de este procedimiento.

INFORMACIÓN TOMADA PARA CONTROL					
NO DE SUBGRUPO	OBSERVACIONES DEL SUBGRUPO		\bar{x}	\bar{R}	s
	x_1	x_2			
1	525	500	512.5	25	17.67
2	515	500	507.5	15	10.606
3	496	497	496.5	1	0.7071
4	500	500	500	0	0
5	499	501	500	2	1.4142
6	496	500	498	4	2.8284
7	518	500	509	18	12.7279
8	512	510	511	2	1.4142
9	490	500	495	10	7.071
10	500	518	509	18	12.7279
11	501	520	510.5	19	13.4350
12	509	500	504.5	9	6.3639
13	479	490	484.5	11	7.7781
14	480	495	487.5	15	10.6066
15	485	498	491.5	13	9.1923

Cuadro 25. Observaciones obtenidas para realizar control tomando como referencia los límites estándar del proceso.

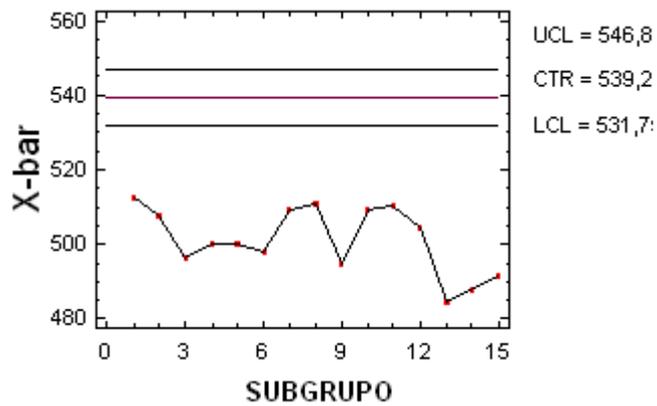


Figura 9. Gráfico del Control del promedio

La carta muestra un proceso fuera de control en cuanto a su promedio indicando que el proceso se está comportando de manera distinta a la información que permitió calcular los límites estándar, esto ocurre también en menor grado en la gráfica de rangos y desviación estándar.

En este tipo de comportamiento no es difícil concluir que el proceso se encuentra fuera de control y se deben tomar las acciones correctivas, que induzcan a encontrar causas de dicha variación.

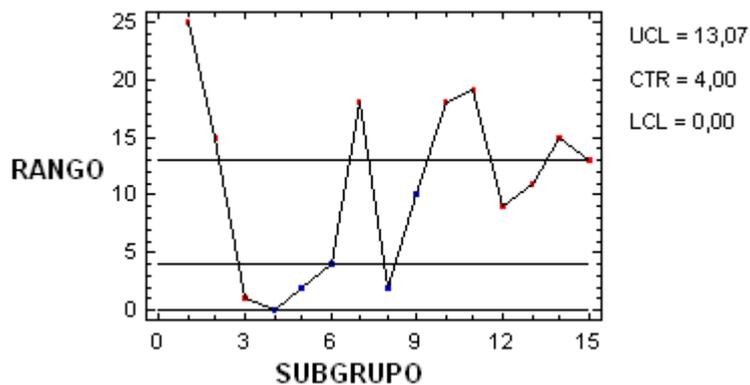


Figura 10. Gráfico de Control del Rango

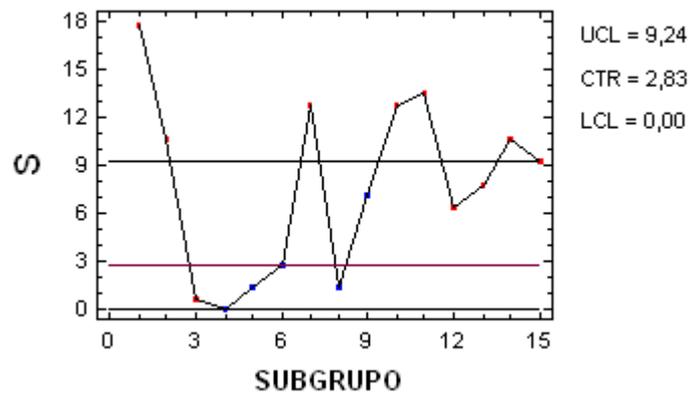


Figura 11. Gráfico de control para la desviación estándar

Capacidad del proceso. Cuando un proceso cumple con las especificaciones establecidas en el diseño, se dice que este es un proceso capaz.

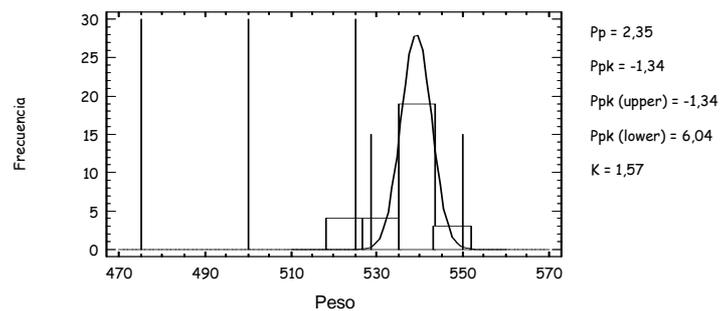


Figura 12. Esquema de la capacidad de un proceso

Se pueden presentar tres contextos cuando un proceso encamina sus esfuerzos a cumplir con las especificaciones de diseño. La primera situación es que la capacidad del proceso sea mayor que las especificaciones $6\sigma_0 > les - lei$. Es la situación más

indeseable dentro de un proceso. Aunque el proceso se encuentre dentro de control, este pueda que no cumpla con las especificaciones exigidas por el cliente. En este caso el ingeniero de control de calidad debe aumentar las especificaciones del producto, siempre y cuando sea informado a los clientes de este cambio. Otra posible solución sería desplazar el promedio del proceso ya sea de izquierda o derecha, logrando producir todo el rechazo por defecto o por exceso y por último disminuyendo la variabilidad del proceso, de tal manera que la distribución sea en forma de punta (significa que la mayor parte de la información se encuentra en la parte central de los datos) esto logra con cambios sustanciales en el proceso.

El segundo contexto se manifiesta cuando la capacidad del proceso es igual a las especificaciones $6\sigma_0 = les - lei$, a pesar que en esta situación el proceso está cumpliendo con las especificaciones, es indeseable tenerla porque en cualquier momento algunas informaciones del proceso pueden no ajustarse a las especificaciones.

El último contexto ocurre cuando la capacidad del proceso es menor que las especificaciones $6\sigma_0 < les - lei$, es el caso ideal. Esto significa que la especificación al ser mayor que la capacidad del proceso, este puede encontrarse fuera de control, pero no ocurre producto de rechazo. La capacidad de un proceso debe ser menor que las diferencias de las especificaciones $les - lei$ para determinar si un proceso es capaz de cumplir con las especificaciones.

Medida de la Capacidad del Proceso. Para medir esta capacidad es utilizado el índice de capacidad definido como,

$$C_p = \frac{les - lei}{6\sigma}$$

Este valor adimensional indica, que tanto las condiciones actuales del proceso permiten el cumplimiento de las especificaciones establecidas en el proceso.

Otra de las medidas útiles para especificar el cumplimiento de las especificaciones es el Índice de Capacidad Promedio C_{pk} , que determina hacia donde está el desplazamiento del proceso con respecto a las especificaciones. La formulación aplicada es:

$$C_{pk} = \min imo \text{ valor } \left\{ C_{pl} = \frac{\mu - LEI}{3\sigma_0} \quad C_{pu} = \frac{LES - \mu}{3\sigma_0} \right\},$$

En esta fórmula se escoge el valor mínimo entre C_{pl} y C_{pu} . Es vital contar con los siguientes criterios cuando se calcula la capacidad promedio del proceso:

1. El índice de capacidad promedio es menor o igual al índice de capacidad $C_{pk} \leq C_p$
2. $C_{pk} = 0$ El promedio del proceso coincide con una de las especificaciones.
3. $C_{pk} < 0$ Casi todo el proceso esta desplazado por fuera de las especificaciones.

Otro de los índices aplicados en la capacidad de un proceso es el índice de desvío C_{pm} que involucra dentro de la variabilidad del proceso el desvío de la media con respecto al valor objetivo N , cuya formulación es, $C_{pm} = \frac{les - lei}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - N)^2}}$ (2)

Modificando la ecuación 2, multiplicando y dividiendo por σ tenemos,

$$C_{pm} = \frac{C_p}{\sqrt{1 + \left[\frac{\mu - N}{\sigma} \right]^2}}$$

Cuando el valor de $\mu = N$, entonces $C_{pm} = C_p$. Otra de las modificaciones que se puede realizar es con respecto al índice de capacidad promedio, en donde se reemplaza el valor C_{pk} en la ecuación 2. Obteniendo el siguiente índice,

$$C_{pmk} = \frac{\min(les - \mu, \mu - lei)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - N)^2}}, \text{ si el valor de } \mu = \frac{1}{2}(les + lei),$$

entonces $C_{pm} = C_{pk}$

El índice de capacidad es una variable aleatoria sujeta al valor de la desviación estándar σ , que es estimada mediante la desviación estándar muestral s , de esta manera el índice de capacidad real esta definido como,

$$\hat{C}_p = \frac{les - lei}{6\hat{\sigma}}$$

Por lo que es posible realizar una estimación de C_p mediante un intervalo de confianza, usando el hecho de que $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$

$$P \left[\chi^2_{(n-1, \frac{\alpha}{2})} \leq \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \leq \chi^2_{(n-1, 1-\frac{\alpha}{2})} \right] = 1 - \alpha$$

$$p \left[\frac{1}{s} \sqrt{\frac{\chi^2_{\left(n-1, \frac{\alpha}{2}\right)}}{n-1}} \leq \frac{1}{\sigma} \leq \frac{1}{s} \sqrt{\frac{\chi^2_{\left(n-1, 1-\frac{\alpha}{2}\right)}}{n-1}} \right] = 1 - \alpha$$

Multiplicando por $les - lei$ en el intervalo de confianza tenemos,

$$p \left[\frac{les - lei}{6s} \sqrt{\frac{\chi^2_{\left(n-1, \frac{\alpha}{2}\right)}}{n-1}} \leq \frac{les - lei}{6\sigma} \leq \frac{les - lei}{6s} \sqrt{\frac{\chi^2_{\left(n-1, 1-\frac{\alpha}{2}\right)}}{n-1}} \right] = 1 - \alpha$$

Así que el intervalo $(1 - \alpha)100\%$ de confianza para C_p es,

$$\left[\hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi^2_{\left(n-1, \frac{\alpha}{2}\right)}}{n-1}}, \hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi^2_{\left(n-1, 1-\frac{\alpha}{2}\right)}}{n-1}} \right]$$

En el caso de las píldoras en donde el índice de capacidad para el peso es,

$$C_p = \frac{les - lei}{6\sigma} = \frac{525 - 475}{6(3.546)} = 2.35$$

Valor que manifiesta que el proceso es eficaz para el cumplimiento de las especificaciones técnicas exigidas en el proceso.

El intervalo de confianza para este Índice de Capacidad es estimado según la formulación anterior como,

$$\left[2.35\sqrt{\frac{\chi_{(29,0.05)}^2}{30-1}}, 2.35\sqrt{\frac{\chi_{(29,0.95)}^2}{30-1}} \right] =$$

$$[1.83629, 2.84632]$$

Los valores de la distribución ji-cuadrado son $\chi_{(29,0.05)}^2 = 17.70$ y $\chi_{(29,0.95)}^2 = 42.55$ (ver anexo 6)

6.1.2 Fundamentos de los Gráficos de Control por Atributos. Algunas veces no es deseable en un proceso centrarse en las especificaciones de una característica de calidad, sino clasificar las unidades fabricadas en “unidades conformes” y “no conformes o determinar el número de no conformidades que posee cada unidad o subgrupo. El seguimiento gráfico de este tipo de característica de calidad se conoce como gráficas de control por Atributos.

Gráficos de Control para el Número de Unidades No conformes (Diagrama p). Un gráfico p muestra la variación que existe en la fracción de no conformes en un proceso, en donde p se conoce como la fracción defectuosa. El comportamiento de esta fracción de no conformes es una distribución Binomial en donde se asume que la probabilidad de que una unidad no esté conforme es p y que las unidades fabricadas son independientes. Al seleccionar en forma aleatoria una muestra con n unidades, y si X es una variable aleatoria que está representando el número de unidades no conformes en la muestra. Entonces se afirma que X tiene una distribución Binomial con parámetros n y p . La fracción de unidades no conformes esta especificada como $\hat{p} = \frac{X}{n}$, como $X \sim b(n, p)$ entonces,

$$\hat{p} \sim b\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$$

Si el valor de p es conocido en el proceso, los límites de control se definen como,

$$lcs = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, \quad lcs = p \quad lci = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}},$$

Estos límites permiten realizar el control o monitoreo de las fracciones de no conformes \hat{p} calculada en la muestra n .

La experiencia indica que el valor de la fracción de no conformes p es por lo general desconocido, obligando a estimarlo mediante un conjunto de g subgrupos de tamaño n , en donde se define X_i como el número de unidades en la i -ésima muestra, entonces la estimación de la fracción de no conforme es $\hat{p}_i = \frac{X_i}{n_i}$ $i=1,2,\dots,g$, el promedio de esta fracción de no conforme es,

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^g X_i}{\sum_{i=1}^g n_i} \quad i=1,2,\dots,g, \text{ de esta forma el valor de } \bar{p} \text{ es}$$

utilizado como un estimador de p . Los límites de control en este caso son de la forma,

$$lcs = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}, \quad lcs = \bar{p} \quad lci = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}},$$

Si el tamaño del subgrupo es constante, es fácil suponer que los límites de control se presentan de la siguiente manera,

$$lcs = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}, \quad lcs = \bar{p} \quad lci = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}},$$

En donde el valor de p es estimado mediante donde

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^g X_i}{gn} \quad i = 1, 2, \dots, g.$$

Gráficas de Control de Unidades no Conformes. Los siguientes son los pasos necesarios para construir un gráfico de control de las unidades no conformes:

1. Trazamos un diagrama preliminar para determinar si el proceso se encuentra en control, calculando inicialmente el promedio de defectuoso durante el periodo en que se tomo la información histórica.
2. Para ello, tomamos el número total de partes defectuosas sobre el número total de inspecciones realizadas.
3. Evaluar los límites de control superior, central e inferior de control
4. Determinar la existencia de subgrupos fuera de control y si existen causas asignables en el comportamiento del proceso.
5. Se analizan nuevamente los datos para obtener la base, en cuanto a los límites de control (límites de control estándar), que se utilice para producciones futuras.

Utilizando los datos de la producción de píldoras se elabora una gráfica de control p , en donde las causas atribuibles han sido encontradas en el caso de todos los puntos situados fuera de los límites de control, con un tamaño de muestra de 200 unidades por subgrupo.

Día del mes	Número de unidades no conformes X_i	Fracción de no conformes p
1	6	0.030
2	6	0.030
3	6	0.030
4	5	0.025
5	0	0
6	0	0
7	6	0.030
10	4	0.020
11	0	0
12	1	0.005

13	8	0.040
14	2	0.010
15	4	0.020
17	7	0.035

Cuadro 26. Número de unidades no conformes por exceso de peso

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{14} X_i}{\sum_{i=1}^{14} n_i} = \frac{55}{2800} = 0.0196 \approx 0.020$$

Los límites de control resultante son,

$$lcs = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.0196 + 3\sqrt{\frac{0.0196(1-0.0196)}{200}} = 0.0496 \approx 0.050$$

$$lc = 0.0196 \approx 0.020$$

$$lci = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.0196 - 3\sqrt{\frac{0.0196(1-0.0196)}{200}} = -0.009805 \approx 0.00$$

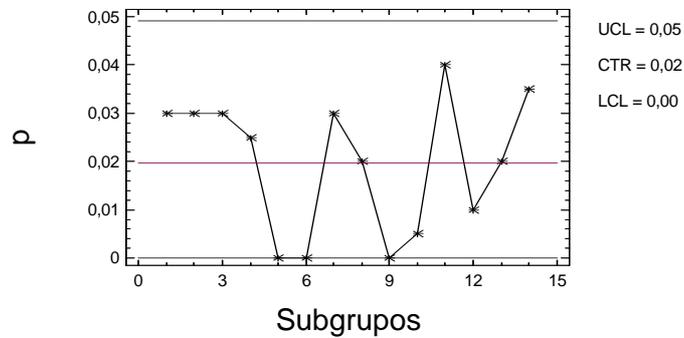


Figura 13. Límites de control iniciales para las unidades no conformes

Estos límites de control iniciales son tomados como límites de control estándar después de detectar que el proceso se encuentra estadísticamente en control, lo que es conocido como FASE I dentro de la estructura metodológica de las gráficas o diagramas de control. Esto permite realizar un control al proceso con la información que se muestra en el cuadro 27.

Día del mes	Número de unidades no conformes X_i	Fracción de no conformes p
1	1	0.005
2	3	0.015
3	1	0.005
4	4	0.020
5	0	0
6	4	0.020
7	15	0.075

Cuadro 27. Número de unidades no conformes por exceso de peso, que se someten a control.

Siendo $p = 0.0196$ conocido tomado de la FASE I, cuando el proceso se encuentra bajo control estadístico, los límites de control estándar son calculados mediante,

$$lcs = 0.0196 + 3\sqrt{\frac{0.0196(1-0.0196)}{200}} = 0.0469 \approx 0.050,$$

$$lc = 0.0196$$

$$lci = 0.0196 - 3\sqrt{\frac{0.0196(1-0.0196)}{200}} = -0.0098 \approx 0.00,$$

Monitoreando la información suministrada en el cuadro 27 (FASE II), la grafica muestra que el último subgrupo presenta un comportamiento atípico dentro del proceso, lo que implica un estado fuera de control estadístico.

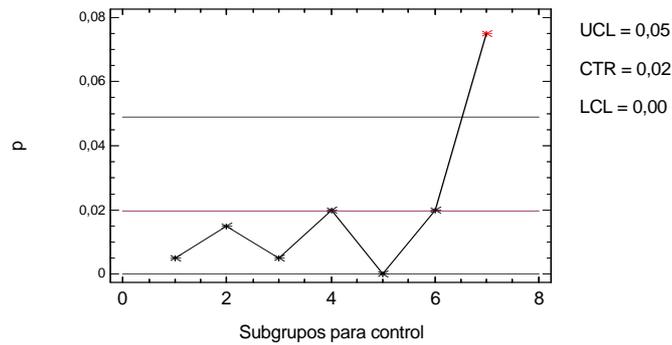


Figura 14. Información sometida a control tomando los límites estándar como referencia.

Gráfica de Control Para la Cantidad de Unidades No Conformes. El gráfico de control np muestra la variación existente en la fracción defectuosa en un proceso, en donde p se conoce como la fracción defectuosa y el tamaño del subgrupo n es constante.

El cálculo de los límites de control se determinan mediante $lcs = \bar{np} + 3\sqrt{\bar{np}(1-\bar{p})}$ para el límite superior de control, $lcs = \bar{np}$ el límite central y $lci = \bar{np} - 3\sqrt{\bar{np}(1-\bar{p})}$

el límite inferior de control; donde $\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^g X_i}{gn}$ $i = 1, 2, \dots, g$ y

$\bar{np} = \frac{\sum_{i=1}^g X_i}{g}$ permite calcular los estadísticos de cada uno de los subgrupos.

Gráfica de control para el número de no conformidades.

La aplicación de la gráfica del número de no conformidades c es útil para controlar el número de defectos c presentes en una unidad o subgrupo predeterminado. En este gráfico, el tamaño de la muestra debe ser fijo. El uso de es especialmente conveniente cuando no existe una unidad natural de producto y se requiere controlar la cantidad de no conformidades o fallas sobre una superficie o a lo largo de una longitud constante. Sea X el número de no conformidades presente en el subgrupo, cuyo comportamiento es una distribución Poisson con parámetro c , el número de no conformidades está

definida como $\hat{c} = \frac{X}{n}$, $X \sim p(c)$ se tiene entonces,

$$\hat{c} \sim p(c)$$

Cuando el parámetro c es conocido, los límites de control son evaluados mediante,

$$lcs = c + 3\sqrt{c}$$

$$lc = c$$

$$lci = c - 3\sqrt{c}$$

En la práctica el valor del parámetro c es desconocido, por lo que es estimado en razón de tomar un conjunto de g subgrupos de tamaño n , donde X_i el número de no conformidades en la muestra, entonces

$\hat{c}_i = \frac{X_i}{n}$ $i = 1, 2, \dots, g$ y el promedio de no conformidades se

define como $\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^g X_i}{gn} = \frac{\sum_{i=1}^g \hat{c}_i}{n}$. De esta forma el valor de

\bar{c} es un estimador del parámetro c y la construcción de los límites de control para este tipo de gráficas son,

$$lcs = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$

$$lc = \bar{c}$$

$$lci = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

Gráfico de Control Para el Número de no Conformidades por Unidad. El gráfico de control para u , no conformidades por unidad de producto, se utiliza cuando la inspección del producto cubre más de una característica.

Bajo esta circunstancia varios no conformidades pueden presentarse en una unidad de producto en forma independiente y una mejor medida del nivel de calidad se obtiene, mediante el conteo de todas las no conformidades observadas divididas por el número de unidades inspeccionado para obtener un valor de defectos por unidad. Este cociente de c/n se representa por el símbolo u .

Aunque el valor de u no sigue una distribución Poisson tal como ocurre con c , podemos deducir los límites de control de u de la siguiente forma,

$$Var(u) = Var\left(\frac{c}{n}\right) = \frac{1}{n^2} Var(c) = \frac{1}{n^2} \bar{c} = \frac{\bar{c}}{n} = \frac{\bar{u}}{n}$$

Los límites de control para la carta u están definidos como,

$$lcs = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

$$lcc = \bar{u}$$

$$lci = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

El límite central es calculado mediante $\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^g c_i}{\sum_{i=1}^g n_i}$

6.2 Gráfico de Control Multivariado

Durante la Segunda Guerra Mundial la técnica estadística de gráficas de control univariadas fue la más utilizada a pesar de que los procesos y productos que se analizaban poseían en su gran mayoría dos o más características de calidad. Con el tiempo se dio la necesidad de aplicar herramientas estadísticas multivariadas para controlar en forma simultánea dos o más variables.

Sin embargo las técnicas multivariadas de control son técnicas muy complejas de utilizar, por los conceptos matemáticos que se manejan. Esta dificultad es superada posteriormente con el avance de los programas o software especializados en control estadístico de procesos, lo que originó un interés de las técnicas de control multivariado.

El número de características de calidad en una carta multivariada es representada por p . El principal objetivo en este tipo de carta es determinar bajo un contraste de hipótesis si las p variables se encuentran bajo control estadístico.

Para resolver este problema se propusieron dos métodos
 1) Realizar una carta de control a cada una de las p variables y rechazar la hipótesis cuando cualquiera de estas variables indiquen una señal fuera de control, obteniendo de esta forma un error tipo I $1 - (1 - \alpha)^p$, 2) Rechazar la hipótesis cuando todas las cartas indiquen que la variable a controlar posea una señal fuera de

control, en este caso la probabilidad de error tipo I es de α^p . Sin embargo ninguna de estas propuestas explica el grado de correlación que pueda tener las variables, que en muchas ocasiones existe.

Considere el caso en que se controlan dos características de calidad, que se distribuyen en forma de normal bivariada. Posteriormente seleccione una muestra de n observaciones para cada una de las características de calidad y evaluamos un estadístico cualesquiera. El método a considerar es en construir separadamente dos cartas superpuestas para cada una de las variables, ver figura 15.

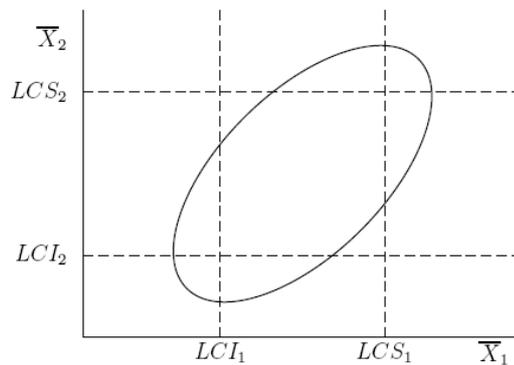


Figura 15. Regiones de control elíptica y rectangular para dos características de calidad evaluadas en forma simultánea.

Si el estadístico del subgrupo, en este caso la media, queda dentro de la región rectangular se considera el proceso bajo control estadístico. Sin embargo la región realmente es de naturaleza elíptica, lo que implica que al tomar como referencia la región rectangular posibilita la aparición de errores que conlleve a conclusiones lejanas de la realidad del proceso.

6.2.1 Gráfico de Control Multivariado para Observaciones Individuales. La técnica gráfica de control multivariado se elabora para determinar cuatro

importantes propiedades que están definidas de la siguiente forma:

1. Determinar si el proceso se encuentra o no en control.
2. Mantener constante el error tipo I o nivel de significancia α .
3. Con este tipo de herramienta se puede determinar el tipo de relación existente entre las variables involucradas en el proceso.
4. Si el proceso está "fuera de control" ¿cuál es la variable que causó dicho inconveniente?

Procedimiento para su Elaboración. Considere un vector p -dimensional X que contiene las observaciones de las características de calidad. El vector X se encuentra distribuido normalmente $N \sim (\mu, \Sigma)$, en donde el error tipo I o nivel de significancia α , es el establecido en forma diferente al gráfico univariado. Por ejemplo si se tomó el nivel de significancia de 0.05 para una gráfica de control univariado, en el caso multivariado se establecería de la siguiente manera: tomando como ejemplo dos variables $1 - 0.95^2 = 0.0975 \approx 0.1$

Para la elaboración de las gráficas de control se han propuesto dos fases, similar a las establecidas en las cartas de control univariadas, la FASE I está compuesta por dos etapas. En la Etapa I se determina si el proceso se encuentra bajo control con la información suministrada por cada uno de los subgrupos, también es conocida como etapa de retrospectiva. En la Etapa II se prueba si el proceso continúa bajo control con los nuevos subgrupos seleccionados. La FASE II es utilizada para detectar los posibles desvíos del proceso con respecto a un valor estándar u objetivo μ_0 .

En las etapas iniciales del proceso los valores de μ_0 y Σ generalmente se desconocen, estimándose a partir de un conjunto de g observaciones cuando el proceso se encuentra bajo control.

Sea \bar{X} y V la media y la matriz de covarianza muestrales obtenidas en los g subgrupos. Donde

$$\bar{X} = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g X_i \text{ y la covarianza } V = \frac{1}{g-1} \sum_{i=1}^g (X_i - \bar{X})(X_i - \bar{X})'$$

La estadística T^2 para la i -ésima observación está definida como,

$$T^2 = (X_i - \bar{X})' V^{-1} (X_i - \bar{X})$$

En la etapa I, esta estadística está distribuida en forma Beta,

$$T_i^2 \sim \frac{(g-1)^2}{g} B\left(\frac{p}{2}, \frac{g-p-1}{2}\right)$$

El límite de control superior es calculado mediante,

$$lcs = \frac{(g-1)^2}{g} B\left(\frac{p}{2}, \frac{g-p-1}{2}, \alpha\right),$$

$B(\delta_1, \delta_2, \alpha)$, es el percentil $(1-\alpha)$ de la distribución beta con parámetros δ_1, δ_2 . El interior de la frontera del elipsoide la describe la desigualdad $T^2 \leq lcs$, de dimensiones p con centro \bar{X} . Si un subgrupo definido como X_i se encuentra dentro del elipsoide, entonces se dice que el proceso se encuentra bajo control estadístico. Lo contrario implica que se deben encontrar las razones o causas especiales que motivaron la señal fuera de control. Una vez detectada y corregida la causa, las observaciones multivariada se eliminan del conjunto

de datos. Entonces los límites de control son recalculados con la información restante y el procedimiento se repite nuevamente.

En la Etapa II la distribución T^2 está relacionada con la conocida distribución F . El límite de control superior es calculado mediante la siguiente formulación,

$$lcs = \frac{p(g+1)(g-1)}{g(g-p)} F_{(p, g-p, \alpha)}$$

$$lcs = \frac{gp}{(g-p+1)} F_{(p, g-p+1, \alpha)}^5$$

Donde $F_{(p, g-p, \alpha)}$ es el percentil $(1-\alpha)$ de la distribución F con p y $g-p$ grados de libertad, g es el número de observaciones utilizadas para estimar los parámetros de la Etapa I.

Una vez se considere el proceso bajo control estadístico en la Etapa II, se asume posteriormente que los valores finales de \bar{X} y V son los estimadores de los verdaderos parámetros. De este modo, para se construye una carta χ^2 con p grados de libertad para la FASE II, pues

$$\chi^2 = (X_i - \mu_0)' \sum^{-1} (X_i - \mu_0)$$

⁵ Propuesta por Edgar Jackson, 1985 y T.P. Ryan, 1988 respectivamente.

Sigue una distribución ji-cuadrado χ^2 con p grados de libertad. Entonces el límite de control superior es de la forma,

$$lcs = \chi_{p,\alpha}^2$$

Una señal fuera de control para una observación X_i ocurre cuando, $\chi_i^2 \geq \chi_{p,\alpha}^2$

Un ejemplo en donde se establece dos variables, es el determinar si el peso de las píldoras Estile y su recubrimiento se encuentra bajo control estadístico, tomando observaciones individuales. A continuación se presenta la información obtenida en 10 subgrupos.

Peso de la primera Máquina x_1	Concentración del recubrimiento x_2
538	0.035
525	0.039
538	0.038
541	0.041
532	0.040
541	0.043
537	0.051
521	0.048
542	0.044
543	0.053
$\bar{x}_1 = 535.8$	$\bar{x}_2 = 0.0432$
$s = 7.49518$	$s = 0.0058418$

Cuadro 28. Variables tomadas como referente en el gráfico de control Multivariado.

La matriz de covarianza obtenida de la anterior información es la siguiente:

$$V = \frac{1}{g-1} \sum_{i=1}^g (x_i - \bar{X})(x_i - \bar{X})$$

$$V = \frac{1}{10-1} \begin{bmatrix} 538 - 535.8 & \dots & 543 - 535.8 \\ 0.035 - 0.0432 & \dots & 0.053 - 0.0432 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 538 - 535.8 & 0.035 - 0.0432 \\ \vdots & \vdots \\ 543 - 535.8 & 0.053 - 0.0432 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 56.1778 & 0.0032667 \\ 0.0032667 & 0.000034178 \end{bmatrix}$$

Donde la inversa de dicha matriz es:

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0179 & -1.7109 \\ -1.7109 & 29422 \end{bmatrix}$$

En este ejemplo existen dos variables $p = 2$, la cantidad de subgrupos $g = 10$, para observaciones individuales y un nivel de significancia $\alpha = 0.05$.

La estadística T^2 se calcula de la forma,

$$T_i^2 = (X_i - \bar{X})' V^{-1} (X_i - \bar{X}).$$

El cálculo del límite superior es,

$$lcs = \frac{(10-1)^2}{10} B\left(\frac{2}{2}, \frac{10-2-1}{2}, \alpha\right) = \frac{(9)^2}{10} B(1, 3.5, \alpha)$$

Posteriormente se calcula el error total de falsa alarma α , mediante,

$$\alpha_1 = 1 - (1 - \alpha)^{\frac{1}{m}},$$

Si se desea tomar un valor $\alpha = 0.1$, entonces

$$\alpha_1 = 1 - (1 - 0.1)^{\frac{1}{10}} = 0.01048$$

El límite superior es,

$$lcs = \frac{(9)^2}{10} B(1, 3.5, 0.01) = 5.897$$

Este valor del estadístico T^2 es comparado con cada par de observaciones. Por ejemplo al tomar el primer subgrupo en donde el par de observaciones para el peso de la píldora en la primera máquina y la concentración del recubrimiento 538 y 0.035, respectivamente.

Como se trata de observaciones individuales el de la T^2 se determina de la siguiente forma

$$(X_i - \bar{X})' = [538 - 535.8 \quad 0.035 - 0.0432]$$

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0179 & -1.7109 \\ -1.7109 & 29422 \end{bmatrix}$$

$$(X_i - \bar{X}) = \begin{bmatrix} 538.0 - 535.8 \\ 0.035 - 0.0432 \end{bmatrix}$$

El valor de $T^2_j = 2.1267$. Calculando los valores de todos los subgrupos, encontramos que el proceso se encuentra bajo control estadístico, ver figura 16.

Observación	T-cuadrado	Peso	Recubrimiento
1	2.126720	538.0	0.035
2	2.451672	525.0	0.039
3	0.921360	538.0	0.038
4	0.665568	541.0	0.041
5	0.518154	532.0	0.040
6	0.488755	541.0	0.043
7	1.783800	537.0	0.051
8	4.841810	521.0	0.048
9	0.689939	542.0	0.044
10	3.512220	543.0	0.053

Cuadro 29. Valores de T-Cuadrado para cada subgrupo.

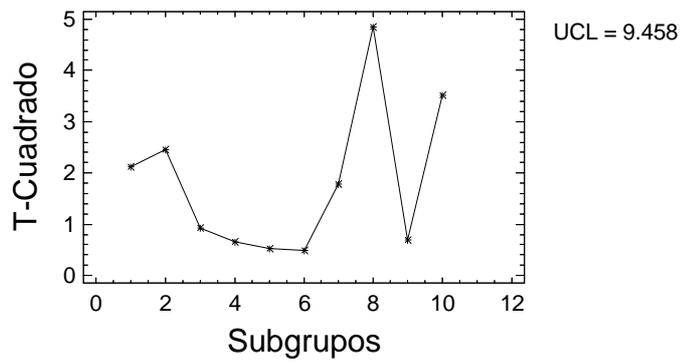


Figura 16. Gráfico de Control Multivariado.

Resumen

El método Seis Sigma consta de cinco etapas: Definición, Medición, Análisis, Mejora y Control. En la etapa de DEFINICIÓN se identifica el problema de calidad utilizando herramientas estadísticas descriptivas sencillas que el control de calidad nos ofrece. Posteriormente en la etapa de MEDICIÓN se efectúa el cálculo del Nivel de Seis Sigma de la organización. Una vez determinado este nivel, la organización está en la capacidad de aplicar métodos estadísticos que permitan realizar un ANÁLISIS más certero de la información suministrada por el proceso. Una vez realizado el análisis, el siguiente paso es optimizar el proceso o también conocido como etapa de MEJORAMIENTO, en este caso se hace indispensable estar al tanto de las técnicas estadísticas que permitan obtener las mejoras que se necesitan para que las actividades del proceso sean eficaces y eficientes. Se hace necesario entonces una vez realizado la etapa de mejoramiento definir unos indicadores que muestre el nivel de desempeño de la organización, etapa de CONTROL, utilizando técnicas como los gráficos de control que permiten efectuar el seguimiento a las variables críticas del proceso.

CAPÍTULO 7
FILOSOFÍA Y ESTRATEGIA DEL SEIS
SIGMA

Introducción

Todo método de gestión está sujeto a unos principios filosóficos que permitan direccionar los esfuerzos de la organización hacia un objetivo de calidad concreto. En el siguiente apartado se tratará los principios filosóficos del Método Seis Sigma y así como también se menciona cada una de las etapas que se deben continuar para que la Organización estructure un Equipo de Mejoramiento idóneo y congruente con el personal de la organización.

7.1 Principios Filosóficos del Seis Sigma

A continuación se enumeran los principios filosóficos del método Seis Sigma:

Primer principio. Enfoque al cliente externo e interno. El mejoramiento continuo, al igual que cualquier filosofía de mejoramiento continuo que aplicados en la última década, que se adecúa a cada organización tiene como prioridad fundamental satisfacer en forma integral al cliente tanto interno como externo.

Segundo principio. Análisis sujeto a la información veraz y oportuna. En el Método Seis sigma se deben detectar las variables críticas que afectan el proceso, tomando información que posteriormente es analizada y procesada de una manera eficaz, utilizando herramientas estadísticas robustas.

Tercer principio. Enfoque basado en procesos. Al igual que las normas de aseguramiento de calidad ISO el Método Seis Sigma se orienta a las condiciones presentes en el proceso.

Cuarto principio. Actitud preventiva. El Método Seis Sigma implica asumir una actitud preventiva y críticas de cada una de las actividades que posee un proceso.

Quinto principio. Trabajo en equipo. El trabajo en equipo en una organización es esencial entre sus miembros, ya que favorece una excelente comunicación entre los miembros provocando un análisis acertado de las situaciones que se presenten en las diversas actividades que se presenten en el proceso.

Sexto principio. Mejoramiento Continuo. Esta es la primordial de una organización es satisfacer al cliente y no se logra mediante una política de mejoramiento continuo de cada uno de los procesos.

7.2 Equipo de Mejoramiento Continuo.

El equipo de mejoramiento es indispensable en cualquier organización que desee implementar como filosofía de calidad los principios del Método Seis Sigma. Para estructurar este Equipo de Mejoramiento es necesario atravesar por seis etapas, que se enumeran a continuación:

1. Identificación y selección de proyectos. Una vez identificados los problemas, el equipo de mejoramiento continuo presenta un proyecto y la dirección selecciona los más competentes en función de las posibilidades de implementación y de los resultados obtenidos, para la empresa y la satisfacción del cliente.
2. Formación de los equipos de mejoramiento. Dentro del equipo de mejoramiento existe el Líder del grupo (Cinturón Negro) que la gerencia asigna por sus conocimientos en el proceso o comprensión de las diversas herramientas estadísticas. Este líder escoge aquellos individuos que poseen las cualidades necesarias para ingresar al proyecto de mejoramiento que es seleccionado como primordial para la organización.
3. Desarrollo del Plan de Mejoramiento. Este documento es la guía del equipo de mejoramiento, por lo que debe ser claro en cuanto a los objetivos, responsabilidades, recursos y fechas establecidos en el proyecto.

4. Capacitación de los miembros del equipo. Es imprescindible que los miembros del Equipo de Mejoramiento sean capacitados en herramientas de gestión, Estadísticas y probabilidades.
5. Ejecución del DMAMC. Los equipos de mejoramiento son responsables de: desarrollar los planes de los proyectos, los procedimientos necesarios para cada una de las soluciones que se presenten, implementar y asegurarse de que funcionan (midiendo y controlando los resultados) cada una de las propuestas presentadas en el proyecto durante el tiempo proyectado para su cumplimiento.
6. Traspaso de la solución. Una vez cumplido los objetivos para los cuales fueron creados cada uno de los equipos, estos se disuelven y sus miembros retornan a sus responsabilidades iniciales dentro de la organización o pasan a integrar otros equipos de mejoramiento para los cuales estén capacitados.

Las funciones en el proceso de Seis Sigma se inspira en las técnicas marciales como filosofía de mejora continua, se han otorgado diversos niveles de cinturones para aquellos miembros de la organización que lideran o ayudan a implementar los proyectos de mejora.

El Cinturón Negro (Black Belts) son personas que se consagran a detectar oportunidades de cambios críticas y a conseguir que logren resultados. Es responsable de liderar, dirigir, delegar, entrenara los miembros de su equipo. Debe poseer amplios conocimientos tanto en materia de calidad, como en estadística, para el análisis, resolución de problemas y toma de decisiones.

El Cinturón Verde (Green Belts) es el soporte a las tareas del Cinturón Negro. Sus funciones consisten en aplicar los nuevos conceptos y herramientas de Seis Sigma a las actividades de la organización.

El Primer Dan (Master Black Belts) sirve de entrenador, consultor y asesor a los miembros de la organización en especial a los Cinturones Negros que trabajan en los diversos proyectos. Debe poseer mucha experiencia en la implementación del Seis Sigma, como en los procesos administrativos y operativos de la organización.

Espónsor o Champions es un ejecutivo o directivo que inicia y patrocina a un equipo de proyecto lo que lo hace responsable del éxito de los mismos. El Espónsor forma parte del Comité de Liderazgo, siendo sus responsabilidades: garantizar que los proyectos están ajustados a los objetivos generales de la organización, mantener informados a los miembros del Comité de Liderazgo sobre el avance del proyecto, convencer a la organización o terceros para aportar al equipo de mejoramiento los recursos necesarios para su sostenimiento, tales como tiempo, dinero, y la colaboración de otros miembros de la organización. También es responsable de conducir reuniones de revisión periódicas, manejar y controlar conflictos; además, mantener relaciones con otros proyectos Seis Sigma de la organización.

Líder de Implementación o Chief Executive Officer CEO, es responsable de implementar en el sistema de calidad de la organización el Método Seis Sigma y de los resultados que éste arroje para la organización, siendo éste el estratega más importante del sistema, ya que aporta una visión de todos los cambios que se deben encausar en la organización por lo que es responsable de desarrollar las estrategias adecuadas para direccionar estos cambios.

7.3 Estrategias del Seis Sigma

La implementación del Método Seis Sigma comprende cuatro fases principales, cada una de las cuales están compuestas por a su vez por varias etapas. Estas etapas en su orden son Disposición de Cambio, Despliegue de Objetivos, Desarrollo del Proyecto y Evaluación de Beneficios.

7.3.1 Disposición de Cambio. En primer lugar es imperioso que los directivos de la organización se comprometan con el cambio. Este compromiso se logra si se exhibe el desarrollo de los mercados internacionales y de los procesos productivos en especial. En segundo lugar debe exponerse en forma clara lo que sucede con las organizaciones, detallando su evolución con respecto a sus competidores. El paso siguiente es demostrar las características y condiciones del Método Seis Sigma, mostrando además las discrepancias de este, en relación

a otros Sistemas de Gestión de la Calidad y de mejoramiento continuo.

Como cuarto paso se planifica estratégicamente cuáles son los valores, misión y visión de la organización, para puntualizar a continuación objetivos a alcanzar para hacer posible los objetivos de más largo plazo. Se debe lograr posteriormente una visión compartida con la cual se alcance un compromiso en equipo que permita obtener óptimos resultados en la implantación del Método Seis Sigma.

En quinto lugar se seleccionan los Líderes y Cinturones, en función de sus conocimientos y se procede a capacitar los diversos niveles de cinturones, así como también todos los miembros que constituyen un equipo de mejoramiento. Esta capacitación incluirá aspectos vinculados con el funcionamiento del Método Seis Sigma, Control Estadístico de Procesos, Diseño de Experimentos, herramientas de Gestión de la Calidad, herramientas como la AMEF que es utilizada para especificar los problemas del proceso y detectar las variables críticas del proceso y la aplicación de software estadísticos.

7.3.2 Despliegue de Objetivos. Se establecen los sistemas de información, capacitación y control adecuados al sistema de mejora que incluye en los sistemas de información indicadores que permitan obtener qué nivel de Seis Sigma posee el proceso. A su vez se integran los primeros grupos de trabajo enlazados con los proyectos seleccionados.

7.3.3 Desarrollo del Proyecto. Básicamente el primer paso para el desarrollo de un proyecto Seis Sigma es la definición de las características de calidad o los requerimientos de los clientes externos e internos, y establecer la manera en que se medirán estos requerimientos en función de las especificaciones o necesidades de los clientes.

Los equipos de mejoramiento de Seis Sigma a continuación proceden a aplicar la metodología DMAMC (Definir-Medir-Analizar-Mejorar-Contrólar).

Informando a los directivos de la organización los avances, de manera detallada, de los diferentes proyectos que los grupos de trabajo desarrollan.

7.3.4 Evaluación de Beneficios. Una vez implantado cada una de las etapas del Seis Sigma se evalúa las mejoras producidas en cada uno de los proyectos desplegados en la organización, lo que implica que cada grupo de trabajo debe calcular los niveles de rendimiento DPMO, tomando este valor como termómetro o indicador de las diferentes alternativas de solución.

	CALIDAD TRADICIONAL	NORMAS ISO 9000	METODOLOGÍA SEIS SIGMA
Calidad	La calidad se relacionaba solo con el cumplimiento de las especificaciones del producto o servicio.	La norma ISO 9000 toma como prioridad el Cliente. Es decir el producto o servicio está sujeto a las necesidades del cliente	La prioridad principal con el Método Seis Sigma es el Cliente. Es decir el producto o servicio está sujeto a las necesidades del cliente
Toma de decisiones	Los criterios de calidad estaban sujetos a la subjetividad de los empleados de mayor rango en la organización	La toma de datos e información es fundamental en la gestión de la calidad, pero no se exige que la organización maneje técnicas estadísticas complejas.	La dirección de la organización está basada en las mediciones que se realizan en las diferentes actividades del proceso, tomando como herramienta principal las técnicas estadísticas.

Cuadro 30. Comparación de la Calidad tradicional, ISO9000 y el Método Seis Sigma⁶

⁶ Basado en la información del libro de Peter S. Pande y Larry Holp "¿qué es Seis Sigma?" y del libro de Peter Pande S., Robert Neuman y Roland Cavanagh "Las claves del Seis Sigma: la implantación con éxito de una cultura que revolucionó el mundo empresarial". Con modificaciones y criterios del autor.

	CALIDAD TRADICIONAL	NORMAS ISO 9000	METODOLOGÍA SEIS SIGMA
Organización	Es de carácter autoritaria. En esta situación, los mandos intermedios y el personal de los departamentos quedaban fuera del proceso de decisión y la autoridad para resolver los problemas.	Existe un Comité de Calidad que debe abarcar todos los problemas de calidad. Por lo que las soluciones algunas veces carecen de la rigurosidad científica.	Los Equipos de Mejoramientos poseen una estructura descentralizada, es decir los grupos de trabajo son establecidos específicamente para cada uno de los problemas de calidad, lo que permite una participación de todos los miembros de la organización a través de sus áreas funcionales.

Cuadro 30. (Continuación) Comparación de la Calidad tradicional, ISO9000 y el Método Seis Sigma

	CALIDAD TRADICIONAL	NORMAS ISO 9000	METODOLOGÍA SEIS SIGMA
Documentos y Registros	En la mayoría de estas organizaciones la documentación y los registros lo consideran como elementos indeseables que simplemente es un atasco para el normal desarrollo de la empresa.	Los procedimientos y registros es parte esencial del sistema, ya que basado en éstas, se evidencia el seguimiento y control de las variables críticas de cada uno de los procesos que cuenta la organización.	Al igual que la norma ISO 9000, la documentación y registro es la evidencia del sistema, pero en el Seis Sigma se destaca que la información suministrada por esta documentación se evalúa de manera más profunda, aplicando herramientas estadísticas más robustas. Por lo que el análisis que se haga es más confiable para la toma de decisiones.
Enfoque	Se enfoca en todo el sistema	En el proceso, en donde se realiza un control a las variables críticas	

Cuadro 30. (Continuación) Comparación de la Calidad tradicional, ISO9000 y el Método Seis Sigma.

Resumen

El Método Seis Sigma posee seis principios filosóficos que son en su orden: enfoque al cliente externo e interno como base esencial de toda organización, análisis de la información veraz y oportuna, un enfoque basado en procesos para simplificar las diversas variables de la estructura organizacional, poseer una actitud preventiva y no correctiva, trabajo en equipo como fundamento para favorecer la comunicación entre los miembros de la organización y realizar las actividades de mejoramiento necesarias en el proceso.

El Equipo de Mejoramiento es el encargado de forjar los principios filosóficos del Método Seis Sigma en la Organización; para su instauración la organización debe pasar por seis etapas a saber: identificar y seleccionar el proyecto, Formar los Equipos de Mejoramiento de acuerdo a los problemas presentes en la organización, desarrollar el Plan de Mejoramiento, capacitar a los miembros del equipo, ejecutar el DMAMC y traspasar la solución a otros equipos de la organización. Las funciones de estos Equipos de Mejoramiento se basan en los criterios filosóficos de las artes marciales, encontrando niveles de cinturones tales como el Cinturón Negro, el Cinturón Verde, el Primer Dan, el Espónsor y el Líder de la Implementación.

La implementación del Método Seis Sigma inicialmente parte de la disposición de cambio que posean los directivos de la organización. En segundo lugar la organización debe gozar de un sistema de información que determine el Nivel de Seis Sigma sin ningún tipo de sesgamiento, en tercer lugar se debe definir los requisitos o necesidades de los clientes e inmediatamente se aplica la metodología de DMAMC, una vez empleada se comprueba si las mejoras producidas en el proceso son efectivas en la organización, por lo que se hace necesario evaluar el DPMO.

CAPÍTULO 8
CONCEPTOS BÁSICOS DE ESTADÍSTICA

Introducción

La estadística, dentro del Método Seis Sigma, es un método indiscutiblemente necesario y suficiente que permite mediante la toma de información, estimar los valores de los parámetros del proceso.

Este capítulo comprende los conceptos básicos de la estadística que una organización debe comprender para extraer de la muestra la máxima cantidad posible de información. Parte desde el concepto de variable aleatoria y función de probabilidad, hasta las distribuciones discretas y continuas con mayor aplicabilidad, distribución de muestreo, las estimaciones de los parámetros mediante intervalos de confianza y prueba de hipótesis y finalmente la regresión lineal simple y su idoneidad mediante el análisis de varianza.

8.1 Variable Aleatoria y Función de Probabilidad

Sea Ω un espacio de probabilidad, y $\tilde{\Omega}$ un espacio medible. Una variable aleatoria X es una aplicación de $\Omega \rightarrow \tilde{\Omega}$ de tal manera, de tal manera que $\tilde{\Omega}$ pertenece a los reales, se dice entonces de X es una variable aleatoria.

Supóngase ahora que X es una variable aleatoria definida sobre el espacio de probabilidad Ω y con valores en el espacio medible $\tilde{\Omega}$. La función f_x definida una σ -álgebra \wp por medio de $f_x(B) = p(X \in B)$; para todo $B \in \wp$ es una medida de probabilidad sobre $\tilde{\Omega}$, llamada distribución de la variable aleatoria

La función de probabilidad $f_x(B)$, debe cumplir con los siguientes criterios si la variable aleatoria es discreta:

1. $0 \leq f_x(x) \leq 1$
2. $\sum_{-\infty}^{\infty} f_x(x) = 1$
3. $F(x) = p(X \leq x) = \sum_{-\infty}^x f_x(x)$

Entre las funciones de probabilidad caso discreto más aplicadas tenemos: la distribución Binomial, en esta práctica se realizan n pruebas idénticas que tienen dos resultados posibles (éxito o fracaso) y la probabilidad de éxito p que permanece constante.

El experimento Binomial cuenta con las siguientes características:

1. El experimento consta de n pruebas idénticas. Cada prueba tiene 2 resultados posibles (éxito o fracaso). La probabilidad de tener éxito en una sola prueba es p la probabilidad de fracaso es $1 - p$, donde el valor de p es constante.
2. Los eventos son independientes mutuamente.

Cuando se cumplen estas condiciones se dice que x' es una variable aleatoria con distribución binomial o de Bernoulli cuya función de frecuencia es la siguiente:

$$p(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}.$$

Donde n y p son parámetros de la distribución en esta variable. El primer momento central llamado promedio de la Distribución Binomial es $E(x) = np$ y el segundo momento central llamado varianza es $V(x) = np(1 - p)$.

Otra de las distribuciones o funciones de probabilidad caso discreto, es la Distribución de Poisson en esta práctica se realizan n pruebas idénticas que tienen

dos resultados posibles (éxito o fracaso) y la probabilidad de éxito p permanece constante de prueba en prueba. Esta la distribución es aplicable cuando se presenta las siguientes condiciones: tamaño de la muestra n es grande y el valor del parámetro p es muy pequeño. Entonces la formulación es la siguiente

$$p(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \text{ cuando } x \text{ es una variable aleatoria con}$$

distribución de Poisson y parámetro promedio o primer momento central $\lambda = np$. Existen otras distribuciones discretas tales como la Distribución Geométrica, Hipergeométrica, Binomial Negativa.

Nombre de la distribución	Fórmula aplicada	Primer momento	Segundo momento	Observaciones
Binomial	$p(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$	np	$np(1-p)$	p porcentaje de conformes no conformes
Poisson	$p(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$	λ	λ	λ promedio del número de no conformidades
Hipergeométrica	$p(X = x) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$	$\frac{nk}{N}$	$\frac{nk(N-k)(N-n)}{N^2(N-1)}$	k conformes no conformes del lote N
Geométrica	$p(X = x) = p(1-p)^{x-1}$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$	p porcentaje de conformes no conformes
Binomial Negativa	$p(X = x) = \binom{n-x}{r-1} p^x (1-p)^{n-x}$	$\frac{r}{p}$	$\frac{r(1-p)}{p^2}$	p porcentaje de conformes no conformes

Cuadro 31. Distribuciones discretas más aplicadas

La Función de probabilidad caso continuo o función de densidad, al igual que la discreta debe cumplir con los siguientes criterios:

1. $0 \leq f_x(x) \leq 1$
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) dx = 1$
3. $F(x) = p(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_x(t) dt$

Las distribuciones continuas más aplicadas son en su orden la Distribución Normal que es el modelo de probabilidad más frecuentemente utilizado en las ciencias estadísticas se puede emplear en la forma general y estandarizada. Se dice que X tiene una distribución normal de la forma

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2}.$$

El modelo normal estándar trabaja con una función de densidad que comprende integrales que no pueden ser reducidas a funciones elementales, se dice que una función normal es de la forma estándar si su media o primer momento central es cero y su segundo momento central o varianza es la unidad. La función de distribución de la variable normal estándar Z es

$$Z \sim N(0,1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}[z]^2}.$$

La función acumulada

correspondiente a la distribución estándar dada que la probabilidad de la variable normal asuma valores menores o iguales a z es

$$F(z) = p(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}[t]^2} dt,$$

donde la nueva variable

$$Z \text{ es evaluada de la siguiente forma } z = \frac{x-\mu}{\sigma}.$$

Otra de las distribuciones continuas es la Distribución Gamma, esta distribución es aplicada en problemas de teorías de colas y simulación, siendo su función de

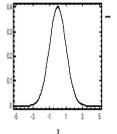
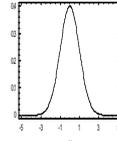
densidad $g(\theta, \alpha) = \frac{1}{\tau(\alpha)\theta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\theta}}$, con $x > 0$ y $\theta, \alpha > 0$.

Donde α es el parámetro de forma, por ejemplo el número de servidores en un banco, θ es el parámetro de escala en este caso el promedio en que son atendidos los clientes en el banco, $\tau(\alpha)$ es la función gamma que está definida como $\tau(n+1) = n!$. El primer momento central y el segundo momento central a partir del origen de esta función esta definidos como $E(x) = \alpha\theta$ y $V(x) = \alpha\theta^2$.

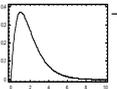
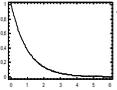
La Distribución Exponencial es una de las funciones de densidad más utilizadas en simulación, sus valores son siempre positivos lo que la liga fundamentalmente con la modelación de "tiempos", pero lo que la convierte en sumamente importante es el hecho de que se trata de la única distribución continua cuya tasa de fallo es constante, o dicho de otra forma, no tiene memoria. Esto supone que el tiempo necesario para que se complete un evento es independiente del instante del tiempo transcurrido hasta el presente. La función de densidad es

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} \text{ para } x > 0, \theta > 0.$$

El primer momento central y el segundo momento central se expresan de la siguiente manera $E(x) = \theta$ y $V(x) = \theta^2$, como puede observarse la función exponencial es un caso particular de la distribución gamma en donde el valor del factor $\alpha = 1$

Nombre de la distribución	Fórmula aplicada	Primer momento	Segundo momento	Observaciones	Gráfica
Normal	$N \sim (x, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ $-\infty \leq x \leq \infty$ $-\infty \leq \mu \leq \infty$ $\sigma \geq 0$ $F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} d(x)$	$E(x) = \mu$	$V(x) = \sigma$	Es la distribución más utilizada sobre todo en fenómenos físicos.	
Normal estándar	$N \sim (z, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$ $-\infty \leq z \leq \infty$ $\mu = 0$ $\sigma = 1$ $F(z) = P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} d(z)$	$E(z) = \mu = 0$	$V(z) = \sigma^2 = 1$	Es la distribución más utilizada sobre todo en fenómenos físicos. En este caso se estandariza la variable X en la variable Z , de la siguiente forma: $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$	

Cuadro 32. Distribuciones continuas más utilizadas

Nombre de la distribución	Fórmula aplicada	Primer momento	Segundo momento	Observaciones	Gráfica
Gamma	$G(x, \theta, \alpha) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\theta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\theta}}$ $x > 0$ $\theta, \alpha > 0$ $F(x, \theta, \alpha) = P(X \leq x) = 1 - \left[1 + \frac{x}{\theta} + \frac{1}{2!} \left(\frac{x}{\theta}\right)^2 + \dots + \frac{1}{(\alpha-1)!} \left(\frac{x}{\theta}\right)^{\alpha-1} \right] e^{-\frac{x}{\theta}}$	$E(x) = \alpha\theta$	$V(x) = \alpha\theta^2$	Es la distribución más utilizada sobre todo en fenómenos físicos.	para $\alpha=2$ y $\theta=1$ 
Exponencial	$E(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}$ $x > 0$ $\theta > 0$ $F(x, \theta) = P(X \leq x) = 1 - e^{-\frac{x}{\theta}}$	$E(x) = \theta$	$V(x) = \theta^2$	Es el tiempo de servicio, tiempo de vida de un objeto	caso particular de la distribución gamma $\alpha=1$ y $\theta=1$ 

Cuadro 32. Distribuciones continuas más utilizadas (continuación)

8.2 Distribución de Muestreo

Es la distribución de probabilidad de una estadística; $\hat{\theta}$, es una función de las variables aleatorias que se observan en la muestra, que resulta de un número infinito de muestras aleatorias de tamaño n , mutuamente independientes; provenientes de la población de interés.

8.2.1 Distribución de Muestreo de la Media. Un

estadístico $\hat{\theta}$ está distribuido normalmente cuando la muestra que se toma es grande, conocido como el teorema del límite central. Cuando el tamaño de la muestra es grande y la varianza de la población es conocida se toma la distribución normal estándar como

estadístico de prueba $z = \frac{x - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$. Pero cuando el tamaño

de la muestra no es grande y a su vez se desconoce la varianza de la población, es aconsejable aplicar la

Distribución t de students $t = \frac{x - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$. Estas condiciones

se conocen como el TEOREMA DEL LIMITE CENTRAL

8.2.2 Distribución de Muestreo de la Varianza. La

estadística s^2 , es empleada para inferir la varianza de la población, mediante la distribución de muestreo de la ji-

cuadrado, que tiene como formulación $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$. Y la

estadística apropiada para inferir las varianzas de dos poblaciones con distribuciones normales se conoce con

la Distribución F, $f = \frac{s_x^2 / \sigma_x^2}{s_y^2 / \sigma_y^2}$, con $v_1 = n_1 - 1$ grados de

libertad para la primera población y $v_2 = n_2 - 1$, para la segunda población.

Nombre	Estadístico aplicada	Nombre	Función de probabilidad
Para la media	$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	Normal estándar para la muestra	$N(\mu, \sigma, x) = \frac{n}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{n(\bar{x}-\mu)}{\sigma}\right]^2}$
	$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$	t de student	$f(t, v) = \frac{\tau[(v+1)/2]}{\sqrt{\pi v} \tau[(v/2)]} \left[1 + (t^2/v)\right]^{-\frac{(v+1)}{2}}$ $v > 0 \quad -\infty < t < \infty$
Para la varianza	$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$	Ji-cuadrado	$f(y, n-1) = \frac{1}{\tau[(n-1)/2] 2^{\frac{(n-1)}{2}}} y^{\frac{n-1}{2}} e^{-\frac{y}{2}}$ $x > 0$
	$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$	F de Fisher	$g(f, v_1, v_2) = \frac{\tau[(v_1+v_2)/2] v_1^{\frac{v_1}{2}} v_2^{\frac{v_2}{2}}}{\sqrt{\pi v} \tau[(v/2)]} f^{\frac{(v_1-2)}{2}} (v_2 + v_1 f)^{-\frac{(v_1+v_2)}{2}}$ $v > 0$ $-\infty < t < \infty$

Cuadro 33. Distribución de muestreo

8.3 Estimación Puntual y por Intervalos

Existen dos tipos de estimación en estadística la estimación puntual y la estimación por intervalo.

8.3.1 Estimación Puntual. El parámetro de la población se infiere mediante el valor de un estadístico,

tomado de la muestra. En el caso de la media

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \text{ tenemos}$$

$$E(\bar{x}) = E\left[\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}\right] = \frac{E\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n E(x_i)}{n}$$

Como $E(x_i) = \mu$, entonces,

$$E(\bar{x}) = \frac{\sum_{i=1}^n \mu}{n} = \frac{n\mu}{n} = \mu$$

El promedio muestral es un estimador puntual de la media poblacional $E(\bar{x}) = \mu$

8.3.2 Estimación por Intervalo. Los parámetros de la población son estimados mediante un intervalo de confianza cuya notación es la siguiente: Sea

$p\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$, donde $1 - \alpha$ es la confiabilidad o

la probabilidad de ocurrencia del estadístico en este

intervalo, $p\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$; despejando el

valor de μ tenemos entonces que el intervalo de

confianza $p\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$, conocida como estimación de la media con varianza σ^2 conocida es:

$$\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Para la estimación de la media con varianza σ^2 desconocida se aplica la distribución t de Students:

$\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$, con $v = n - 1$ grados de libertad.

Para diferencia de medias con varianzas conocidas σ_1^2 y σ_2^2 el intervalo de confianza:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

Para diferencias de medias con varianzas desconocidas:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\frac{\alpha}{2}} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\frac{\alpha}{2}} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}},$$

donde s_p es la desviación promedio definida como,

$s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$ con $v = n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad.

La estimación de la varianza σ^2 , es estimada mediante el siguiente intervalo de confianza:

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\left(1-\frac{\alpha}{2}, v\right)}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\left(\frac{\alpha}{2}, v\right)}}, \text{ con } v = n - 1 \text{ grados de libertad.}$$

Para la razón de varianzas

$$\frac{s_1^2}{s_2^2 f\left(1-\frac{\alpha}{2}, v_1, v_2\right)} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{s_1^2}{s_2^2 f\left(\frac{\alpha}{2}, v_1, v_2\right)}, \text{ con } v_1 = n_1 - 1 \text{ y}$$

$v_2 = n_2 - 1$ grados de libertad para la primera y la segunda muestra respectivamente.

8.4 Prueba o Contraste de Hipótesis

Todo método sistemático que acarrea una decisión sobre una hipótesis en particular acerca del parámetro o la distribución de una población, recibe el nombre de prueba de hipótesis. Los procedimientos de prueba de hipótesis dependen del empleo de la información contenida en la muestra aleatoria de la población de interés. Si la información contenida en la muestra, es consistente con la hipótesis, se concluye que ésta es verdadera; sin embargo si esta información es inconsistente con la hipótesis, se concluye que esta es falsa.

En la realidad ocurre un sin número de sucesos que por medio del estudio estadístico se logra aproximar a esta; siendo entonces los diferentes tipos de distribuciones y la prueba de hipótesis herramientas significativas dentro de la inferencia estadística.

La prueba de hipótesis es el tópico en la estadística inferencial que trabaja con dar alguna certeza de una teoría o creencia sobre un parámetro de una población usando datos obtenidos de una muestra.

La hipótesis nula, H_0 es la afirmación que se realiza acerca del parámetro θ . Por ejemplo cuando se afirma que el promedio de la cantidad de aminoácido alanina para un niño es de 2.5 mgr., es indicar $H_0 : \mu = 2.5$. La hipótesis alterna, H_1 es la negación de la hipótesis nula y plantea tres pruebas: una bilateral y dos unilaterales. Para el ejemplo anterior tenemos las posibles hipótesis alternas $H_1 : \mu \neq 2.5$, $H_1 : \mu < 2.5$ y $H_1 : \mu > 2.5$.

En una prueba de hipótesis los tipos de errores que se trabajan es, el error tipo I o nivel de significancia α alfa, y el error tipo II β beta. El error tipo I ocurre cuando se rechaza la hipótesis nula H_0 siendo esta verdadera y el error tipo II sucede cuando no se puede rechazar la hipótesis nula H_0 , siendo esta falsa. Los pasos para realizar una prueba de hipótesis son los siguientes A) se plantea inicialmente hipótesis nula H_0 , B) posteriormente la hipótesis alterna H_1 , C) se toma el nivel de significancia α a trabajar, D) se determina la región de rechazo con los puntos críticos, dependiendo de la prueba, si esta es bilateral o unilateral⁷, E) se calcula el estadístico de prueba y F) se toma la decisión de aceptar o rechazar H_0 .

⁷ Para una prueba bilateral la región de rechazo ocurre cuando el valor del estadístico se localiza por debajo o por encima del punto crítico que separa la región de rechazo de la región de aceptación $d \leq d_{\frac{\alpha}{2}}$ o

$d \geq d_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}$. Para una prueba bilateral puede suceder lo siguiente es

$$d \leq d_{\alpha} \text{ o } d \geq d_{(1-\alpha)}$$

Los estadísticos de prueba son en su orden, para la media $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y $t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$, para las diferencias de

medias $z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ si las varianzas son

desconocidas pero iguales:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}, \quad \text{con } v = n_1 + n_2 - 2 \text{ grados de}$$

libertad.

Cuando las varianzas son desconocidas pero diferentes se toma:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

8.5 Regresión Lineal Simple

Es un modelo matemático que relaciona dos variables y , conocida como variable respuesta o variable dependiente y la variable x , variable independiente o factor de incidencia. El modelo de regresión posee la siguiente formulación $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$, donde β_0 y β_1 son parámetros conocido como intercepto y pendiente respectivamente y ε es el error aleatorio cuyo comportamiento se asume como normal estándar. Estos parámetros son estimados mediante el método de los mínimos cuadrados utilizando las siguientes

formulaciones $\hat{\beta}_1 = \frac{SS_{xy}}{SS_{xx}}$ y $\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$.

Para determinar si un modelo de regresión es idóneo con respecto al fenómeno en estudio, es necesario evaluar el coeficiente de determinación R^2 , elaborar la tabla de análisis de varianza, como también la determinación del

coeficiente de correlación, mediante las siguientes formulaciones,

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_{xx} SS_{yy}}}$$

Las sumas de cuadrados para el modelo se establecen de la siguiente forma:

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^n xy - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x\right)\left(\sum_{i=1}^n y\right)}{n}, \quad SS_{xx} = \sum_{i=1}^n x^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x\right)^2}{n} \quad y$$

$$SS_{yy} = \sum_{i=1}^n y^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n y\right)^2}{n},$$

donde r es la estimación del coeficiente de correlación, SS_{xy} es la suma de cuadrados de las variables evaluadas, SS_{xx} es la suma de cuadrados de la variable X y SS_{yy} es la suma de cuadrados de la variable Y . El

coeficiente de determinación R^2 está definido mediante $R^2 = \frac{SS_{regresión}}{SS_{total}}$; siendo $SS_{regresión}$ como la suma de

cuadrados de regresión y SS_{total} es la suma de cuadrados totales. La tabla de análisis de varianza resultante es la que aparece en le siguiente recuadro.

Donde p es el número de variables que posee el modelo de regresión lineal.

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrados medios	Valor F
Regresión	$p - 1$	$SS_{regresión}$	$\frac{SS_{regresión}}{p - 1}$	$f = \frac{\frac{SS_{regresión}}{p - 1}}{\frac{SS_{error}}{(n - p)}}$
Error	$n - p$	SS_{error}	$\frac{SS_{error}}{(n - p)}$	
Total	$n - 1$	SS_{total}		

Cuadro 34. Análisis de varianza para el modelo de regresión.

Resumen

Una organización que esté dispuesta a implementar el Método Seis Sigma en su organización debe realizar grandes esfuerzos en capacitar su personal en gestión de la calidad y sin lugar a dudas este debe poseer los conocimientos suficientes en las ciencias estadísticas con el fin de aprovechar de la mejor manera la información suministrada por el proceso. Conocimientos básicos de probabilidad para determinar la posibilidad de ocurrencia de un evento, las distribuciones continuas y discretas que en forma frecuente son aplicadas en los procesos con el objetivo de determinar el comportamiento estadístico de un fenómeno o evento evaluado en el proceso y así poder evaluar mediante estimaciones y prueba de hipótesis los parámetros, tales como la media y la desviación que permitan posteriormente medir el Nivel de Seis Sigma de la organización.

ANEXOS

ANEXO 1. TABLAS DE COEFICIENTES POLINÓMICOS

Coefficientes de polinomios ortogonales

X_i	$a=3$		$a=4$			$a=5$				$a=6$					$a=7$					
	P_1	P_2	P_1	P_2	P_3	P_1	P_2	P_3	P_4	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
1	-1	1	-3	1	-1	-2	2	-1	1	-5	5	-5	1	-1	-3	5	-1	3	-1	1
2	0	-2	-1	-1	3	-1	-1	2	-4	-3	-1	7	-3	5	-2	0	1	-7	4	-6
3	1	1	1	-1	-3	0	-2	0	6	-1	-4	4	2	-10	-1	-3	1	1	-5	15
4			3	1	1	1	-1	-2	-4	1	-4	-4	2	10	0	-4	0	6	0	-20
5						2	2	1	1	3	-1	7	-3	-5	1	-3	-1	1	5	15
6										5	5	5	1	1	2	0	-1	-7	-4	-6
7															3	5	1	3	1	1
$\sum_{j=1}^n \{P_j(x_j)\}^2$	2	6	20	4	20	10	14	10	70	70	84	180	28	252	28	84	6	154	84	924
λ	1	3	2	1	$\frac{10}{3}$	1	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{35}{12}$	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{21}{10}$	1	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{77}{60}$

Tabla obtenida de Biometrika Tables for Statisticians. Vol. 1, 3a ed., por E.S. Pearson y H. O. Hartley. Cambridge University Press. Cambridge 1966.

ANEXOS

ANEXO 2. TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR

Valores de la función de distribución acumulativa normal estándar

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-4.5	0,0000033976	0,0000032413	0,000003091	0,0000029491	0,000002812	0,0000026822	0,000002557	0,000002438	0,0000023248	0,0000022162
-4.4	0,000004293514	0,000005168531	0,000004935045	0,000004711654	0,000004497943	0,000004293514	0,000004097982	0,000003910979	0,000003732152	0,000003561157
-4.3	0,000008539905	0,000008162727	0,000007801460	0,000007455467	0,000007124135	0,000006806876	0,000006503122	0,000006212326	0,000005933965	0,000005667530
-4.2	0,000013345749	0,000012768534	0,0000122151159	0,000011684565	0,0000111759893	0,000010688525	0,000010221345	0,000009773648	0,000009344665	0,000008933655
-4.1	0,000020657506	0,000019782955	0,000018943619	0,0000181381617	0,0000173652911	0,000016623763	0,000015912379	0,000015229981	0,000014575454	0,000013947722
-4.0	0,0000316712418	0,000030359373	0,000029099070	0,000027888426	0,000026725600	0,000025608816	0,000024536358	0,000023506568	0,000022517850	0,000021568659
-3.9	0,000048096344	0,000046148060	0,000044274484	0,000042472930	0,000040740804	0,000039075596	0,000037474881	0,000035936315	0,000034457634	0,000033036647
-3.8	0,000072348043	0,000069483395	0,000066725837	0,000064071629	0,0000615171552	0,000059058912	0,000056693512	0,000054417676	0,00005228232	0,0000501221110
-3.7	0,000107799733	0,000103629623	0,000099611389	0,000095739885	0,000092010127	0,000088417285	0,000084956678	0,000081623773	0,000078414179	0,000075323642
-3.6	0,000159108590	0,000153098502	0,000147301507	0,0001417106099	0,000136319020	0,0001311201544	0,0001261076241	0,000121275234	0,0001166169768	0,0001121270260
-3.5	0,000232629079	0,000224053347	0,000215773393	0,000207779833	0,000200063516	0,000192615575	0,000185427396	0,000178490613	0,0001717971037	0,000165338980
-3.4	0,000336929265	0,000324814397	0,000313105678	0,000301790624	0,000290857093	0,000280293276	0,000270087694	0,000260229182	0,000250706891	0,000241510273
-3.3	0,000483424142	0,000466479856	0,000450087240	0,000434229920	0,000418891949	0,000404057801	0,000389712362	0,000375840918	0,000362429149	0,000349463118
-3.2	0,000687137937	0,000663674861	0,000640952983	0,000618951090	0,000597648497	0,000577025042	0,000557061069	0,000537737421	0,000519035433	0,000500936913
-3.1	0,000967603213	0,000935436719	0,000904255199	0,000874031515	0,000844739173	0,0008154202	0,000788845694	0,000762194688	0,000736375261	0,000711363968

ANEXOS

Valores de la función de distribución acumulativa normal estándar

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.0	0,001349898031	0,001306238448	0,001263873427	0,001222768693	0,0011828907431	0,0011442068310	0,001106684957	0,001070293854	0,001035002974	0,001000782476
-2.9	0,001865813300	0,001807143780	0,001750156928	0,0016948100193	0,0016410612342	0,001588869647	0,0015381952117	0,001488998745	0,0014412419173	0,001394887235
-2.8	0,002555130330	0,002477074998	0,002401182474	0,002327400206	0,002255676691	0,002185961454	0,002118205040	0,002052358994	0,001988375854	0,001926209132
-2.7	0,003466973803	0,003364160407	0,003264095815	0,003166716277	0,003071959218	0,002979763235	0,002890068076	0,002802814632	0,002717944922	0,002635402077
-2.6	0,004661188023	0,0045271111330	0,004396488348	0,004269243409	0,0041453013610	0,004024588542	0,003907032574	0,003792562347	0,003681108009	0,003572600952
-2.5	0,006209665325	0,006036558080	0,005867741715	0,005703126333	0,005542623443	0,005386145954	0,005233608163	0,005084925749	0,004940015757	0,004798796597
-2.4	0,008197535924	0,007976260260	0,007760253550	0,0075494114163	0,007343630955	0,007142810735	0,006946850788	0,006755652607	0,0065691191355	0,006387154764
-2.3	0,0107241100217	0,010444077062	0,010170438668	0,009903075559	0,009641869945	0,009386705534	0,009137467530	0,008894042630	0,008656319025	0,008424186399
-2.2	0,013903447513	0,0135525811464	0,013209383807	0,012873721438	0,012545461435	0,012224472655	0,0119106254185	0,0116037915219	0,011303844238	0,0110106583244
-2.1	0,017864420562	0,017429177937	0,017003022647	0,016585806683	0,016177383372	0,0157776073911	0,015386334783	0,015003422973	0,014628730776	0,0142621184107
-2.0	0,02275013194	0,02221559442	0,02169169376	0,02117826964	0,02067516286	0,02018221540	0,01969927040	0,01922617222	0,01876276643	0,01830889985
-1.9	0,028716559816	0,028066606659	0,027428949703	0,026803418877	0,026189844940	0,025588059521	0,024997895148	0,024419185280	0,023851764341	0,023295467750
-1.8	0,0359303191129	0,035147893584	0,034379502445	0,033624969419	0,032884118659	0,032156774795	0,031442762980	0,030741908929	0,030054038961	0,029378980040
-1.7	0,044565462758	0,043632936524	0,042716220791	0,0418151376136	0,040929508978	0,040059156863	0,039203903287	0,038363570362	0,037537980348	0,036726955698
-1.6	0,054799291699	0,053698928148	0,052616138454	0,051550748490	0,050502583474	0,049471468033	0,048457226266	0,047459681802	0,046478657863	0,045513977321
-1.5	0,066807201268	0,065521712089	0,064255487818	0,063008364464	0,0617801767118	0,060570758002	0,059379940594	0,058207555638	0,057053433237	0,055917402519
-1.4	0,080756659233	0,079269841453	0,077803840526	0,076358509536	0,074933699534	0,073529259609	0,072145036965	0,070780876991	0,069436623333	0,0681121179667

ANEXOS

Valores de la función de distribución acumulativa normal estándar

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-1.3	0,096800484585	0,095097917795	0,093417508993	0,091759135650	0,090122672464	0,088507991437	0,0869149619471	0,085343450822	0,083793322415	0,082264438677
-1.2	0,115069670221	0,113139446444	0,111232437447	0,109348552425	0,107487697074	0,105649773666	0,10383468112	0,102042315074	0,100272567954	0,098525329049
-1.1	0,135666060946	0,133499513242	0,131356881042	0,129238112240	0,127143150562	0,125071935637	0,123024403051	0,121000484421	0,119000107455	0,11702319602
-1.0	0,158655253931	0,156247645021	0,153864230372	0,151505002788	0,149169950331	0,146859056375	0,144572299663	0,142309654355	0,140071090088	0,137856572032
-0.9	0,184060125346	0,18141125489	0,178786379614	0,176185542245	0,173608780338	0,171056126308	0,16852760746	0,16602324606	0,163543059327	0,161087059510
-0.8	0,211855398583	0,208970087871	0,206108053585	0,203269391828	0,200454193260	0,197662543122	0,194894521251	0,192150202103	0,189429654776	0,186732943037
-0.7	0,241963652223	0,238852068090	0,235762497779	0,232695092300	0,229649997164	0,226627352376	0,223627292437	0,220649946342	0,217695437585	0,214763884163
-0.6	0,2742531177501	0,270930903783	0,267628893469	0,264347292115	0,261086299692	0,257846110805	0,254626914671	0,251428895095	0,248252230453	0,245097093674
-0.5	0,308537538726	0,305025730897	0,301531787547	0,298055965394	0,294598516215	0,291159686788	0,287739718849	0,284338849046	0,280957308898	0,277595324753
-0.4	0,344578258389	0,340902973772	0,337242726848	0,333597820595	0,329968553660	0,326355220287	0,322758110250	0,319177508782	0,315613696516	0,312066949417
-0.3	0,382088577811	0,378280478178	0,374484165276	0,370699981059	0,366928263964	0,363169348824	0,359423566782	0,355691245199	0,351972707575	0,348268273464
-0.2	0,420740290560	0,416833836517	0,412935577358	0,409045884858	0,405165128302	0,40129367431	0,397431886798	0,393580126802	0,389738752444	0,38590811880
-0.1	0,460172162723	0,456204687457	0,452241573979	0,448283213345	0,444329995194	0,440382307629	0,436440537108	0,432505068325	0,428576284099	0,424654565265
-0.0	0,500000000000	0,496010643685	0,492021686283	0,488033526585	0,484046563147	0,48006119416	0,47607781734	0,472096829819	0,468118627986	0,464143607414

ANEXOS

Valores de la función de distribución acumulativa normal estándar

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.500000000000	0.503989356314	0.5079783137169	0.5119664734141	0.5159534368528	0.5199388058384	0.5239221826541	0.5279031701805	0.5318813720	0.5358563925852
0.1	0.539827837277	0.54379531254	0.547758426020	0.551716786654	0.555670004805	0.559617692370	0.563559462891	0.567494931675	0.571423715900	0.575345434734
0.2	0.579259709439	0.58316616348	0.587064422648	0.590954115142	0.594834871697	0.598706325682	0.602568113201	0.606419873198	0.610261247555	0.61409188119
0.3	0.61791142218	0.62171952182	0.625515834723	0.629300018940	0.633071736036	0.636830651175	0.640576433218	0.644308754800	0.648027292424	0.651731726536
0.4	0.655421741610	0.659097026227	0.662757273151	0.666402179404	0.670031446339	0.673644779712	0.677241889749	0.680822491217	0.684386303483	0.687933050582
0.5	0.691462461274	0.694974269102	0.698468212453	0.701944034605	0.705401483784	0.708840313211	0.71226028115	0.715661150953	0.719042691101	0.722404675246
0.6	0.725746882249	0.729069096217	0.732371106531	0.735652707884	0.738913700307	0.74215388919	0.745373085328	0.748571104904	0.75174776954	0.754902906325
0.7	0.758036347776	0.76114793191	0.764237502220	0.767304907699	0.770350002835	0.773372647623	0.776372707562	0.779350053657	0.782304562414	0.785236115836
0.8	0.788144601416	0.791029912128	0.793891946414	0.796730608171	0.799545806739	0.802337456877	0.805105478748	0.807849797896	0.810570345223	0.813267056968
0.9	0.815939874653	0.818588745108	0.821213620385	0.823814457754	0.826391219661	0.828943873691	0.831472392533	0.833976753936	0.836456940672	0.838912940489
1.0	0.841344746068	0.843752354978	0.846135769627	0.848494997211	0.850830049669	0.853140943624	0.855427700336	0.857690345644	0.859928909911	0.862143427968
1.1	0.864333939053	0.866500486757	0.868643118957	0.870761887760	0.872856849437	0.874928064362	0.876975596948	0.878999515579	0.880998925444	0.882976803976
1.2	0.884930329773	0.886860553556	0.888767562552	0.890651447574	0.892512302925	0.894350226333	0.896165318878	0.897957684925	0.899727432045	0.901474670950
1.3	0.903199515414	0.904902082204	0.906582491006	0.908240864349	0.909877327535	0.911492008562	0.913085038052	0.914656549178	0.916206677585	0.917735561322
1.4	0.919243340766	0.920730158546	0.922196159473	0.923641490463	0.925066300465	0.926470740390	0.927854963034	0.929219123008	0.930563376666	0.931887882033
1.5	0.93319279873	0.93447828791	0.93574451218	0.936991635536	0.938219823288	0.939429241997	0.940620059405	0.941792444361	0.942946566762	0.944082597480
1.6	0.945200708300	0.946301071851	0.947383861545	0.948449251509	0.949497416525	0.950528531966	0.951542773733	0.95254031819	0.953521342136	0.954486022678
1.7	0.955434537241	0.956367063476	0.957283779208	0.958184862386	0.959070491021	0.959940843136	0.960796096712	0.961636429637	0.962462019651	0.963273044301
1.8	0.964069680887	0.964852106416	0.965620497554	0.966375030580	0.967115881340	0.967843225204	0.968557237019	0.969258091070	0.969945961038	0.970621019959
1.9	0.971283440184	0.971933393340	0.972571050296	0.973196581122	0.973810155059	0.974411940478	0.975002104851	0.975580814719	0.976148235658	0.976704532249
2.0	0.977249868051	0.977784405570	0.978308306232	0.978821730357	0.979324837133	0.979817784594	0.980300729590	0.980773827772	0.981237233565	0.98169110014
2.1	0.982135579437	0.982570822062	0.982996977352	0.983414193316	0.983822616627	0.98422392608	0.98461366521	0.984996577026	0.985371269224	0.985737881589
2.2	0.986096552486	0.986447418853	0.986790616192	0.987126278561	0.987454538564	0.987775527345	0.988089374585	0.988396208478	0.988696155761	0.988989341675

ANEXOS

Valores de la función de distribución acumulativa normal estándar

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.3	0,989275889978	0,989555922938	0,989829561331	0,990096924440	0,990358130054	0,990613294465	0,990862532469	0,991105957369	0,991343680974	0,991575813600
2.4	0,991802464075	0,992023739739	0,992239746449	0,992450588583	0,992656369044	0,992857189264	0,993053149211	0,993244347392	0,993430880864	0,993612845235
2.5	0,993790334674	0,993963441919	0,994132258284	0,994296873667	0,994457376556	0,994613854045	0,994766391836	0,994915074251	0,995059984242	0,995201203402
2.6	0,995338811976	0,995472888867	0,995603511651	0,995730756590	0,995854698639	0,995975411457	0,996092967425	0,9962074376523	0,996318891990	0,996427399047
2.7	0,996533026197	0,996635839593	0,996735904184	0,996833283722	0,996928040781	0,997020236764	0,997109931923	0,997197185367	0,997282055077	0,997364597922
2.8	0,997444869669	0,997522925001	0,997598817525	0,997672599793	0,997744323308	0,997814038545	0,997881794959	0,997947641005	0,99801162414	0,998073790867
2.9	0,998134186699	0,998192856219	0,998249843071	0,998305189980	0,998358938765	0,998411130352	0,998461804788	0,998511001254	0,998558758082	0,998605112764
3.0	0,998650101968	0,998693761551	0,998736126572	0,998777231306	0,998817109256	0,998855793169	0,998893315042	0,998929706145	0,998964997025	0,998999217523
3.1	0,999032396786	0,999064563280	0,999095744800	0,999125968484	0,999155260826	0,99918455942198	0,999211154305	0,999237805311	0,999263624738	0,999288636031
3.2	0,999312862062	0,999336325138	0,999359047016	0,999381048909	0,999402351502	0,999422974957	0,999442938931	0,999462262578	0,999480964566	0,999499063086
3.3	0,999516575857	0,999533520143	0,999549912759	0,999565770079	0,999581108050	0,999595942198	0,999610287637	0,999624159081	0,999637570851	0,999650536881
3.4	0,999663070734	0,999675185602	0,999686894321	0,999698209375	0,999709142906	0,999719706723	0,999729912306	0,999739770817	0,999749293108	0,999758489726
3.5	0,999767370921	0,999775946653	0,999784226600	0,999792220166	0,999799936484	0,999807384424	0,999814572603	0,999821509386	0,999828202896	0,999834661019
3.6	0,999840891409	0,999846901497	0,999852698492	0,999858289390	0,999863680979	0,999868879845	0,999873892375	0,999878724765	0,999883383023	0,999887872974
3.7	0,999892200266	0,999896370376	0,999900388611	0,999904260114	0,999907989872	0,999911582714	0,999915043321	0,999918376226	0,999921585820	0,999924676357
3.8	0,999927651956	0,999930516604	0,999933274163	0,999935928370	0,999938482844	0,999940941087	0,999943306487	0,999945582323	0,999947771767	0,999949877889
3.9	0,999951903656	0,999953851939	0,999955725515	0,999957527069	0,999959259195	0,999960924403	0,999962525118	0,999964063684	0,999965542365	0,999966963352
4.0	0,999968328758	0,999969640626	0,999970900929	0,999972111573	0,999973274399	0,999974391183	0,999975463642	0,999976493431	0,999977482149	0,999978431340
4.1	0,999979342493	0,999980217044	0,999981056381	0,999981861838	0,999982634708	0,999983376236	0,999984087620	0,999984770018	0,999985424545	0,999986052277
4.2	0,999986654251	0,999987231465	0,999987784884	0,999988315434	0,99998882400	0,999989311474	0,999989778654	0,999990226351	0,999990655334	0,999991066344
4.3	0,999991460094	0,999991837272	0,999992198540	0,999992544532	0,999992875864	0,999993193123	0,999993496877	0,99999378767	0,999994066034	0,999994332467
4.4	0,999995706485	0,999994831469	0,999995064954	0,999995288345	0,999995502056	0,999995706485	0,999995902017	0,99999608902	0,999996267848	0,999996438841
4.5	0,999996602326	0,999996758618	0,999996908018	0,999997050815	0,999997187288	0,999997317704	0,999997442318	0,999997561378	0,999997675120	0,999997783769

ANEXOS

ANEXO 3. TABLA DE KOLMOGOROV SMIRNOV LILLIEFORS

Tablas de $D_n = |F_n(x) - F(x)|$ para contrastar la hipótesis de normalidad cuando la media y la varianza poblacionales son estimadas por sus valores muestrales.

Tamaño de la muestra n	Nivel de significancia				
	0.20	0.15	0.10	0.05	0.01
4	0.300	0.319	0.352	0.381	0.417
5	0.285	0.299	0.315	0.337	0.405
6	0.265	0.277	0.294	0.319	0.364
7	0.247	0.258	0.276	0.300	0.348
8	0.233	0.244	0.261	0.285	0.331
9	0.223	0.233	0.249	0.271	0.311
10	0.215	0.224	0.239	0.258	0.294
11	0.206	0.217	0.230	0.249	0.284
12	0.199	0.212	0.223	0.242	0.275
13	0.190	0.202	0.214	0.234	0.268
14	0.183	0.194	0.207	0.227	0.261
15	0.177	0.187	0.201	0.220	0.257
16	0.173	0.182	0.195	0.213	0.250
17	0.169	0.177	0.189	0.206	0.245
18	0.166	0.173	0.184	0.200	0.239
19	0.163	0.169	0.179	0.195	0.235
20	0.160	0.166	0.174	0.190	0.231
25	0.149	0.153	0.165	0.180	0.203
30	0.131	0.136	0.144	0.161	0.187
> 30	$\frac{0.736}{\sqrt{n}}$	$\frac{0.768}{\sqrt{n}}$	$\frac{0.805}{\sqrt{n}}$	$\frac{0.886}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.031}{\sqrt{n}}$

Tabla tomada del libro; Estadística Modelos y métodos. Daniel Peña Sánchez de Rivera pagina 364. Editorial Alianza. Editorial Textos. 1988

ANEXOS

ANEXO 4. TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN F.

Valores cuántiles de la distribución F, para $\alpha = 0.05$

$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	15	16	18	19	20
1	161.45	199.5	215.7073	224.5832	230.1619	233.986	236.7684	238.8827	240.5433	241.8817	243.906	245.364	245.9499	246.4639	247.3232	247.6861	248.0131
2	18.513	19	19.1643	19.2468	19.2964	19.3295	19.3532	19.371	19.3848	19.3959	19.4125	19.4244	19.4291	19.4333	19.4402	19.4431	19.4458
3	10.128	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135	8.9406	8.8867	8.8452	8.8123	8.7855	8.7446	8.7149	8.7029	8.6923	8.6745	8.667	8.6602
4	7.7086	6.9443	6.5914	6.3822	6.2561	6.1631	6.0942	6.041	5.9988	5.9644	5.9117	5.8733	5.8578	5.8441	5.8211	5.8114	5.8025
5	6.6079	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503	4.9503	4.8759	4.8183	4.7725	4.7351	4.6777	4.6358	4.6188	4.6038	4.5785	4.5678	4.5581
6	5.9874	5.1433	4.7571	4.5337	4.3874	4.2839	4.2067	4.1468	4.099	4.06	3.9999	3.9559	3.9381	3.9223	3.8957	3.8844	3.8742
7	5.5914	4.7374	4.3468	4.1203	3.9715	3.866	3.787	3.7257	3.6767	3.6365	3.5747	3.5292	3.5107	3.4944	3.4669	3.4551	3.4445
8	5.3177	4.459	4.0662	3.8379	3.6875	3.5806	3.5005	3.4381	3.3871	3.3472	3.2839	3.2374	3.2184	3.2016	3.1733	3.1613	3.1503
9	5.1174	4.2555	3.8625	3.6331	3.4817	3.3738	3.2927	3.2296	3.1789	3.1373	3.0729	3.0255	3.0061	2.989	2.96	2.9477	2.9365
10	4.9646	4.1028	3.7083	3.478	3.3258	3.2172	3.1355	3.0717	3.0204	2.9782	2.913	2.8647	2.845	2.8276	2.798	2.7854	2.774
11	4.8443	3.9823	3.5874	3.3571	3.2049	3.0964	3.0123	2.948	2.8962	2.8536	2.7876	2.7386	2.7186	2.7009	2.6709	2.6581	2.6464
12	4.7472	3.8853	3.4903	3.2592	3.1059	2.9961	2.9114	2.8466	2.7944	2.7514	2.6846	2.6352	2.6149	2.5969	2.5654	2.5522	2.5406
13	4.6672	3.8056	3.4105	3.1791	3.0254	2.9153	2.8301	2.7649	2.7124	2.669	2.6016	2.5516	2.5307	2.5123	2.4801	2.4666	2.4549
14	4.6001	3.7389	3.3439	3.1122	2.9582	2.8477	2.7622	2.6967	2.6438	2.6002	2.5324	2.4817	2.4602	2.4416	2.4087	2.3948	2.3831
15	4.5431	3.6823	3.2874	3.0556	2.9013	2.7905	2.7046	2.6387	2.5854	2.5417	2.4734	2.4221	2.4002	2.3812	2.3478	2.3335	2.3218
16	4.494	3.6337	3.2389	2.8524	2.7413	2.6552	2.5887	2.5349	2.4907	2.4464	2.3774	2.3254	2.3029	2.2834	2.2501	2.2354	2.2237
17	4.4513	3.5915	3.1968	2.9647	2.81	2.6987	2.6122	2.5454	2.4911	2.4464	2.3767	2.3241	2.3011	2.2811	2.2473	2.2322	2.2204
18	4.4139	3.5546	3.1599	2.9277	2.7729	2.6613	2.5744	2.5071	2.4523	2.4071	2.3367	2.2834	2.2601	2.2401	2.2057	2.1902	2.1782
19	4.3807	3.5219	3.1274	2.8951	2.7401	2.6283	2.5409	2.4731	2.4177	2.3719	2.3007	2.2467	2.2229	2.2024	2.1675	2.1516	2.1393
20	4.3512	3.4928	3.0984	2.8661	2.7109	2.599	2.5111	2.4428	2.3867	2.3401	2.2682	2.2134	2.1891	2.1681	2.1327	2.1164	2.1039
21	4.3248	3.4668	3.0725	2.8401	2.6848	2.5727	2.4844	2.4157	2.3591	2.3119	2.2394	2.1841	2.1594	2.1379	2.1019	2.0851	2.0723
22	4.3009	3.4434	3.0491	2.8167	2.6613	2.5491	2.4604	2.3913	2.3341	2.2864	2.2134	2.1574	2.1322	2.1102	2.0737	2.0564	2.0432
23	4.2793	3.4221	3.0278	2.7955	2.6401	2.5277	2.4386	2.3691	2.3114	2.2631	2.1894	2.1327	2.1071	2.0846	2.0476	2.0301	2.0166
24	4.2597	3.4028	3.0085	2.7763	2.6209	2.5082	2.4186	2.3487	2.2906	2.2419	2.1674	2.1102	2.0842	2.0612	2.0237	2.0058	1.9921
25	4.2417	3.3852	2.9909	2.7577	2.6023	2.4896	2.4004	2.3301	2.2714	2.2221	2.1471	2.0894	2.0629	2.0394	2.0015	1.9832	1.9692
26	4.2252	3.369	2.9747	2.7426	2.5872	2.4745	2.3848	2.3141	2.2549	2.2051	2.1294	2.0712	2.0442	2.0202	1.9818	1.9631	1.9488
27	4.21	3.3541	2.9598	2.7278	2.5724	2.4597	2.3694	2.2983	2.2386	2.1884	2.1121	2.0534	2.0259	2.0014	1.9625	1.9434	1.9288
28	4.196	3.3404	2.9467	2.7141	2.5587	2.446	2.3553	2.2841	2.2238	2.1731	2.0964	2.0372	2.0092	1.9842	1.9448	1.9253	1.9103
29	4.183	3.3277	2.934	2.7014	2.546	2.4333	2.3421	2.2704	2.2097	2.1486	2.0889	2.0292	2.0007	1.9752	1.9352	1.9153	1.9001
30	4.1709	3.3158	2.9223	2.6896	2.5342	2.4215	2.3303	2.2581	2.1968	2.1351	2.0747	2.0144	1.9854	1.9604	1.9201	1.9001	1.8846
40	4.0947	3.2317	2.8387	2.616	2.4606	2.3479	2.2561	2.1834	2.1214	2.0594	1.9984	1.9374	1.9077	1.8821	1.8411	1.8207	1.8046
50	4.0343	3.1826	2.79	2.5672	2.4118	2.2991	2.2068	2.1334	2.0707	2.0081	1.9464	1.8847	1.8544	1.8283	1.7867	1.7657	1.7491
60	4.0012	3.1504	2.7581	2.5352	2.3798	2.2671	2.1744	2.1004	2.0371	1.9739	1.9116	1.8494	1.8184	1.7917	1.7495	1.7279	1.7107
80	3.9604	3.1108	2.7188	2.4959	2.3405	2.2278	2.1344	2.0601	1.9964	1.9324	1.8694	1.8064	1.7747	1.7474	1.7046	1.6824	1.6646
90	3.9469	3.0977	2.7058	2.4829	2.3275	2.2148	2.1214	2.0467	1.9824	1.9179	1.8544	1.7914	1.7591	1.7312	1.6878	1.6651	1.6468
100	3.9361	3.0873	2.6955	2.4726	2.3172	2.2045	2.1111	2.0359	1.9711	1.9061	1.8421	1.7784	1.7454	1.7171	1.6731	1.6501	1.6314
200	3.8884	3.0411	2.6498	2.4269	2.2715	2.1588	2.0654	1.9897	1.9244	1.8594	1.7949	1.7304	1.6967	1.6677	1.6231	1.6001	1.5811
400	3.8648	3.0183	2.6272	2.4043	2.2489	2.1362	2.0428	1.9667	1.9009	1.8354	1.7704	1.7054	1.6711	1.6414	1.5961	1.5726	1.5531
600	3.857	3.0107	2.6198	2.3969	2.2415	2.1288	2.0354	1.9587	1.8924	1.8264	1.7609	1.6954	1.6607	1.6304	1.5846	1.5606	1.5406
800	3.8531	3.007	2.616	2.3931	2.2377	2.125	2.0316	1.9544	1.8877	1.8211	1.7551	1.6891	1.6537	1.6227	1.5764	1.5519	1.5314
1000	3.8508	3.0047	2.6138	2.3908	2.2354	2.1227	2.0293	1.9516	1.8844	1.8174	1.7509	1.6844	1.6484	1.6167	1.5701	1.5451	1.5241

ANEXOS

Valores cuántiles de la distribución F, para $\alpha = 0.05$ (continuación)

$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	15	16	18	19	20
1	248,579	248,825	249,051	249,2601	250,0951	251,1432	251,7742	252,1957	252,497	252,723	252,9	253,0411	253,677	253,995	254,1018	254,1549	254,1868
2	19,4503	19,4523	19,4541	19,4558	19,4624	19,4707	19,4757	19,4791	19,4814	19,4832	19,4846	19,4857	19,4907	19,4932	19,4941	19,4945	19,4947
3	8,6484	8,6432	8,6385	8,6341	8,6166	8,5944	8,581	8,572	8,5656	8,5607	8,5569	8,5539	8,5402	8,5333	8,5311	8,5299	8,5292
4	5,7872	5,7805	5,7744	5,7687	5,7459	5,717	5,6995	5,6877	5,6793	5,673	5,668	5,6641	5,6461	5,6371	5,6341	5,6326	5,6317
5	4,5413	4,5339	4,5272	4,5209	4,4957	4,4638	4,4444	4,4314	4,422	4,415	4,4095	4,4051	4,3851	4,3751	4,3717	4,37	4,369
6	3,8564	3,8486	3,8415	3,8348	3,8082	3,7743	3,7537	3,7398	3,7298	3,7223	3,7164	3,7117	3,6904	3,6797	3,6761	3,6743	3,6732
7	3,426	3,4179	3,4105	3,4036	3,3758	3,3404	3,3189	3,3043	3,2939	3,286	3,2798	3,2749	3,2525	3,2411	3,2374	3,2355	3,2343
8	3,1313	3,1229	3,1152	3,1081	3,0794	3,0428	3,0204	3,0053	2,9944	2,9862	2,9798	2,9747	2,9513	2,9395	2,9355	2,9335	2,9324
9	2,9169	2,9084	2,9005	2,8932	2,8637	2,8259	2,8028	2,7872	2,776	2,7675	2,7609	2,7556	2,7313	2,7191	2,7149	2,7129	2,7116
10	2,7541	2,7453	2,7372	2,7298	2,6996	2,6609	2,6371	2,6211	2,6095	2,6008	2,5939	2,5884	2,5634	2,5507	2,5464	2,5443	2,543
11	2,6261	2,6172	2,609	2,6014	2,5705	2,5309	2,5066	2,4901	2,4782	2,4692	2,4622	2,4566	2,4306	2,4177	2,4133	2,4111	2,4098
12	2,5229	2,5139	2,5055	2,4977	2,4663	2,4259	2,401	2,3842	2,372	2,3628	2,3556	2,3498	2,3233	2,3098	2,3053	2,303	2,3017
13	2,4379	2,4287	2,4202	2,4123	2,3803	2,3392	2,3138	2,2966	2,2841	2,2747	2,2673	2,2614	2,2343	2,2204	2,2158	2,2135	2,2121
14	2,3667	2,3573	2,3487	2,3407	2,3082	2,2664	2,2405	2,2229	2,2102	2,2006	2,1931	2,187	2,1592	2,1451	2,1403	2,1379	2,1365
15	2,306	2,2966	2,2878	2,2797	2,2468	2,2043	2,178	2,1601	2,1472	2,1373	2,1296	2,1234	2,095	2,0806	2,0757	2,0732	2,0718
16	2,2538	2,2443	2,2354	2,2272	2,1938	2,1507	2,124	2,1058	2,0926	2,0826	2,0748	2,0685	2,0395	2,0247	2,0197	2,0172	2,0157
17	2,2084	2,1987	2,1898	2,1815	2,1477	2,104	2,0769	2,0584	2,045	2,0348	2,0268	2,0204	1,9909	1,9758	1,9707	1,9681	1,9666
18	2,1685	2,1587	2,1497	2,1413	2,1071	2,0629	2,0354	2,0166	2,003	1,9927	1,9846	1,978	1,9479	1,9325	1,9273	1,9247	1,9232
19	2,1331	2,1233	2,1141	2,1057	2,0712	2,0264	1,9986	1,9795	1,9657	1,9552	1,947	1,9403	1,9097	1,894	1,8887	1,8861	1,8845
20	2,1016	2,0917	2,0825	2,0739	2,0391	1,9938	1,9656	1,9464	1,9323	1,9217	1,9133	1,9066	1,8755	1,8595	1,8541	1,8514	1,8497
21	2,0733	2,0633	2,054	2,0454	2,0102	1,9645	1,936	1,9165	1,9023	1,8915	1,883	1,8761	1,8446	1,8283	1,8228	1,82	1,8184
22	2,0478	2,0377	2,0283	2,0196	1,9842	1,938	1,9092	1,8894	1,8751	1,8641	1,8555	1,8486	1,8165	1,8	1,7944	1,7916	1,7899
23	2,0246	2,0144	2,005	1,9963	1,9605	1,9139	1,8848	1,8648	1,8503	1,8392	1,8305	1,8234	1,7909	1,7742	1,7685	1,7656	1,7639
24	2,0035	1,9932	1,9838	1,975	1,939	1,892	1,8625	1,8424	1,8276	1,8164	1,8076	1,8005	1,7675	1,7505	1,7447	1,7418	1,7401
25	1,9842	1,9738	1,9643	1,9554	1,9192	1,8718	1,8421	1,8217	1,8069	1,7955	1,7866	1,7794	1,746	1,7287	1,7228	1,7199	1,7181
26	1,9664	1,956	1,9464	1,9375	1,901	1,8533	1,8233	1,8027	1,7877	1,7762	1,7672	1,7599	1,726	1,7086	1,7026	1,6996	1,6978
27	1,95	1,9396	1,9299	1,921	1,8842	1,8361	1,8059	1,7851	1,77	1,7584	1,7493	1,7419	1,7077	1,6899	1,6839	1,6809	1,679
28	1,9349	1,9244	1,9147	1,9057	1,8687	1,8203	1,7898	1,7689	1,7535	1,7418	1,7326	1,7251	1,6905	1,6726	1,6665	1,6634	1,6615
29	1,9208	1,9103	1,9005	1,8915	1,8543	1,8055	1,7748	1,7537	1,7382	1,7264	1,7171	1,7096	1,6746	1,6564	1,6502	1,6471	1,6452
30	1,9077	1,8972	1,8874	1,8782	1,8409	1,7918	1,7609	1,7396	1,724	1,7121	1,7027	1,6952	1,6602	1,6418	1,6355	1,6324	1,6299
40	1,8141	1,8031	1,7929	1,7835	1,7444	1,6928	1,66	1,6373	1,6205	1,6077	1,5975	1,5892	1,5505	1,5301	1,5232	1,5196	1,5175
50	1,7588	1,7475	1,7371	1,7273	1,6872	1,6337	1,5995	1,5757	1,558	1,5445	1,5337	1,5249	1,4835	1,4614	1,4538	1,45	1,4477
60	1,7222	1,7108	1,7001	1,6902	1,6491	1,5943	1,559	1,5343	1,516	1,5019	1,4906	1,4814	1,4377	1,4142	1,4061	1,4019	1,3994
80	1,6768	1,6651	1,6542	1,644	1,6017	1,5449	1,5081	1,4821	1,4628	1,4477	1,4357	1,4259	1,3786	1,3526	1,3436	1,339	1,3362
100	1,6618	1,6499	1,6389	1,6286	1,5859	1,5284	1,491	1,4645	1,4448	1,4294	1,4171	1,407	1,3582	1,3313	1,3218	1,317	1,314
200	1,6497	1,6378	1,6267	1,6163	1,5733	1,5151	1,4772	1,4504	1,4303	1,4146	1,402	1,3917	1,3416	1,3138	1,3039	1,2989	1,2958
400	1,5958	1,5834	1,572	1,5612	1,5164	1,4551	1,4146	1,3856	1,3636	1,3463	1,3323	1,3206	1,2626	1,2285	1,216	1,2094	1,2054
600	1,5778	1,5654	1,5446	1,5337	1,4878	1,4247	1,3827	1,3522	1,329	1,3106	1,2956	1,2831	1,2189	1,179	1,1637	1,1555	1,1504
800	1,5689	1,5563	1,5355	1,5245	1,4782	1,4145	1,3719	1,3409	1,3173	1,2984	1,283	1,2701	1,2033	1,1607	1,1439	1,1347	1,1289
1000	1,5599	1,5473	1,531	1,5199	1,4735	1,4094	1,3665	1,3353	1,3113	1,2923	1,2766	1,2635	1,1953	1,151	1,1332	1,1234	1,1172
1000	1,5554	1,5428	1,5282	1,5171	1,4706	1,4063	1,3632	1,3318	1,3078	1,2885	1,2728	1,2596	1,1903	1,145	1,1265	1,1163	1,1097

ANEXOS

Valores cuántiles de la distribución F, para $\alpha = 0.025$

$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	15	16	18	19	20
1	647,78	799,50	864,16	899,58	921,847	937,11	948,21	956,65	963,28	968,62	976,70	982,52	984,86	986,918	990,34	991,79	993,10
2	38,506	39,000	39,165	39,248	39,298	39,33	39,355	39,373	39,387	39,398	39,4146	39,426	39,4313	39,435	39,442	39,445	39,447
3	17,4434	16,0441	15,439	15,1010	14,8848	14,734	14,6244	14,5399	14,4731	14,4189	14,3366	14,2768	14,2527	14,2315	14,1960	14,1810	14,1674
4	12,2179	10,8491	9,9792	9,6045	9,3645	9,1973	9,0741	8,9796	8,9047	8,8439	8,7512	8,6838	8,6565	8,6326	8,5924	8,5753	8,5599
5	10,0070	8,4336	7,7636	7,3879	7,1464	6,9777	6,8531	6,7572	6,6811	6,6192	6,5245	6,4556	6,4277	6,4032	6,3619	6,3444	6,3286
6	8,8131	7,2599	6,5988	6,2272	5,9876	5,8198	5,6955	5,5996	5,5234	5,4613	5,3662	5,2968	5,2687	5,2439	5,2021	5,1844	5,1684
7	8,0727	6,5415	5,8898	5,5226	5,2852	5,1186	4,9949	4,8993	4,8232	4,7611	4,6658	4,5961	4,5678	4,5428	4,5008	4,4829	4,4667
8	7,5709	6,0595	5,4160	5,0526	4,8173	4,6517	4,5286	4,4333	4,3572	4,2951	4,1997	4,1297	4,1012	4,0761	4,0338	4,0158	3,9995
9	7,2093	5,7147	5,0781	4,7181	4,4844	4,3197	4,1970	4,1020	4,0260	3,9639	3,8682	3,7980	3,7694	3,7441	3,7015	3,6833	3,6669
10	6,9367	5,4564	4,8256	4,4683	4,2361	4,0721	3,9498	3,8549	3,7790	3,7168	3,6209	3,5504	3,5217	3,4963	3,4534	3,4351	3,4185
11	6,7241	5,2559	4,6300	4,2751	4,0440	3,8807	3,7586	3,6638	3,5879	3,5257	3,4296	3,3588	3,3299	3,3044	3,2612	3,2428	3,2261
12	6,5538	5,0959	4,4742	4,1212	3,8911	3,7283	3,6065	3,5118	3,4358	3,3736	3,2773	3,2062	3,1772	3,1515	3,1081	3,0896	3,0728
13	6,4143	4,9653	4,3472	3,9959	3,7667	3,6043	3,4827	3,3880	3,3120	3,2497	3,1532	3,0819	3,0527	3,0269	2,9832	2,9646	2,9477
14	6,2979	4,8567	4,2417	3,8919	3,6634	3,5014	3,3799	3,2853	3,2093	3,1469	3,0502	2,9786	2,9493	2,9234	2,8795	2,8607	2,8437
15	6,1995	4,7650	4,1528	3,8043	3,5764	3,4147	3,2934	3,1987	3,1227	3,0602	2,9633	2,8915	2,8621	2,8360	2,7919	2,7730	2,7559
16	6,1151	4,6867	4,0768	3,7294	3,5021	3,3406	3,2194	3,1248	3,0488	2,9862	2,8890	2,8170	2,7875	2,7614	2,7170	2,6980	2,6808
17	6,0420	4,6189	4,0112	3,6648	3,4379	3,2767	3,1556	3,0610	2,9849	2,9222	2,8249	2,7526	2,7230	2,6968	2,6522	2,6331	2,6158
18	5,9781	4,5597	3,9539	3,6083	3,3820	3,2209	3,0999	3,0053	2,9291	2,8664	2,7689	2,6964	2,6667	2,6404	2,5956	2,5764	2,5590
19	5,9216	4,5075	3,9034	3,5587	3,3327	3,1718	3,0509	2,9563	2,8801	2,8172	2,7196	2,6469	2,6171	2,5907	2,5457	2,5265	2,5089
20	5,8715	4,4613	3,8587	3,5147	3,2891	3,1283	3,0074	2,9128	2,8365	2,7737	2,6758	2,6030	2,5731	2,5465	2,5014	2,4821	2,4645
21	5,8266	4,4199	3,8188	3,4754	3,2501	3,0895	2,9686	2,8740	2,7977	2,7348	2,6368	2,5638	2,5338	2,5071	2,4618	2,4424	2,4247
22	5,7863	4,3828	3,7829	3,4401	3,2151	3,0546	2,9338	2,8392	2,7628	2,6998	2,6017	2,5285	2,4984	2,4717	2,4262	2,4067	2,3890
23	5,7498	4,3492	3,7505	3,4083	3,1835	3,0232	2,9023	2,8077	2,7313	2,6682	2,5699	2,4966	2,4665	2,4396	2,3940	2,3745	2,3567
24	5,7166	4,3187	3,7211	3,3794	3,1548	2,9946	2,8738	2,7791	2,7027	2,6396	2,5411	2,4677	2,4374	2,4105	2,3648	2,3452	2,3273
25	5,6864	4,2909	3,6943	3,3530	3,1287	2,9685	2,8478	2,7531	2,6766	2,6135	2,5149	2,4413	2,4110	2,3840	2,3381	2,3184	2,3005
26	5,6586	4,2655	3,6697	3,3289	3,1048	2,9447	2,8240	2,7293	2,6528	2,5896	2,4908	2,4171	2,3867	2,3597	2,3137	2,2939	2,2759
27	5,6331	4,2421	3,6472	3,3067	3,0828	2,9228	2,8021	2,7074	2,6309	2,5676	2,4688	2,3949	2,3644	2,3373	2,2912	2,2713	2,2533
28	5,6096	4,2205	3,6264	3,2863	3,0626	2,9027	2,7820	2,6872	2,6106	2,5473	2,4484	2,3743	2,3438	2,3167	2,2704	2,2505	2,2324
29	5,5878	4,2006	3,6072	3,2674	3,0438	2,8840	2,7633	2,6686	2,5919	2,5286	2,4295	2,3554	2,3248	2,2976	2,2512	2,2313	2,2131
30	5,5675	4,1821	3,5894	3,2499	3,0265	2,8667	2,7460	2,6513	2,5746	2,5112	2,4120	2,3378	2,3072	2,2799	2,2334	2,2134	2,1952
40	5,4239	4,0510	3,4633	3,1261	2,9037	2,7444	2,6238	2,5289	2,4519	2,3882	2,2882	2,2130	2,1819	2,1542	2,1068	2,0864	2,0677
50	5,3403	3,9749	3,3902	3,0544	2,8327	2,6736	2,5530	2,4579	2,3808	2,3168	2,2162	2,1404	2,1090	2,0810	2,0330	2,0122	1,9933
60	5,2856	3,9253	3,3425	3,0077	2,7863	2,6274	2,5068	2,4117	2,3344	2,2702	2,1692	2,0929	2,0613	2,0330	1,9846	1,9636	1,9445
80	5,2184	3,8643	3,2841	2,9504	2,7295	2,5708	2,4502	2,3549	2,2775	2,2130	2,1115	2,0346	2,0028	1,9741	1,9250	1,9037	1,8843
90	5,1962	3,8443	3,2649	2,9315	2,7109	2,5522	2,4316	2,3363	2,2588	2,1942	2,0925	2,0154	1,9833	1,9546	1,9053	1,8840	1,8644
100	5,1786	3,8284	3,2496	2,9166	2,6961	2,5374	2,4168	2,3215	2,2439	2,1793	2,0773	2,0001	1,9679	1,9391	1,8897	1,8682	1,8486
200	5,1004	3,7578	3,1820	2,8503	2,6304	2,4720	2,3513	2,2558	2,1780	2,1130	2,0103	1,9322	1,8996	1,8704	1,8200	1,7981	1,7780
400	5,0619	3,7231	3,1489	2,8179	2,5983	2,4399	2,3192	2,2236	2,1456	2,0805	1,9773	1,8987	1,8659	1,8364	1,7856	1,7635	1,7431
600	5,0492	3,7117	3,1379	2,8071	2,5876	2,4293	2,3086	2,2130	2,1349	2,0697	1,9664	1,8877	1,8548	1,8252	1,7742	1,7520	1,7316
800	5,0429	3,7059	3,1324	2,8018	2,5823	2,4240	2,3033	2,2077	2,1296	2,0643	1,9610	1,8821	1,8492	1,8196	1,7685	1,7462	1,7258
1000	5,0391	3,7025	3,1292	2,7986	2,5792	2,4208	2,3002	2,2045	2,1264	2,0611	1,9577	1,8788	1,8459	1,8162	1,7651	1,7428	1,7223

ANEXOS

Valores cuántiles de la distribución F, para $\alpha = 0.025$ (continuación)

$v_1 \backslash v_2$	22	23	24	25	30	40	50	60	70	80	90	100	200	400	600	800	1000
1	995.362	996.346	997.249	998.080	1.001.414	1005.57	1008.117	1009.80	1011.004	1011907	1012.611	1013.174	1015.713	1016.985	1017.409	1017.621	1017.74
2	39.452	39.454	39.456	39.457	39.4646	39.4729	39.477	39.4812	39.483	39.485	39.486	39.487	39.492	39.4954	39.4962	39.496	39.496
3	14.143	14.133	14.1241	14.1155	14.0805	14.0365	14.0099	13.9921	13.9793	13.969	13.962	13.9563	13.9292	13.9157	13.9111	13.9089	13.907
4	8.5332	8.5216	8.5109	8.5010	8.4613	8.4111	8.3808	8.3604	8.3458	8.3349	8.3263	8.3195	8.2885	8.2729	8.2677	8.2651	8.2636
5	6.3011	6.2891	6.2780	6.2679	6.2269	6.1750	6.1436	6.1225	6.1074	6.0960	6.0871	6.0800	6.0478	6.0316	6.0262	6.0235	6.0218
6	5.1406	5.1284	5.1172	5.1069	5.0652	5.0125	4.9804	4.9589	4.9434	4.9318	4.9227	4.9154	4.8824	4.8658	4.8602	4.8575	4.8558
7	4.4386	4.4263	4.4150	4.4045	4.3624	4.3089	4.2763	4.2544	4.2386	4.2268	4.2175	4.2101	4.1764	4.1594	4.1537	4.1509	4.1492
8	3.9711	3.9587	3.9472	3.9367	3.8940	3.8398	3.8067	3.7844	3.7684	3.7563	3.7469	3.7393	3.7050	3.6876	3.6818	3.6789	3.6772
9	3.6383	3.6257	3.6142	3.6035	3.5604	3.5055	3.4719	3.4493	3.4330	3.4207	3.4111	3.4034	3.3684	3.3507	3.3448	3.3418	3.3400
10	3.3897	3.3770	3.3654	3.3546	3.3110	3.2554	3.2214	3.1984	3.1818	3.1694	3.1596	3.1517	3.1161	3.0980	3.0920	3.0889	3.0871
11	3.1970	3.1843	3.1725	3.1616	3.1176	3.0613	3.0268	3.0035	2.9867	2.9740	2.9641	2.9561	2.9198	2.9014	2.8952	2.8921	2.8902
12	3.0434	3.0306	3.0187	3.0077	2.9633	2.9063	2.8714	2.8478	2.8307	2.8178	2.8077	2.7996	2.7626	2.7439	2.7376	2.7344	2.7325
13	2.9181	2.9052	2.8932	2.8821	2.8372	2.7797	2.7443	2.7204	2.7030	2.6900	2.6797	2.6715	2.6339	2.6148	2.6084	2.6051	2.6032
14	2.8139	2.8009	2.7888	2.7777	2.7324	2.6742	2.6384	2.6142	2.5966	2.5833	2.5729	2.5646	2.5264	2.5069	2.5004	2.4971	2.4951
15	2.7260	2.7128	2.7006	2.6894	2.6437	2.5850	2.5488	2.5242	2.5064	2.4930	2.4824	2.4739	2.4352	2.4154	2.4087	2.4054	2.4034
16	2.6507	2.6374	2.6252	2.6138	2.5678	2.5085	2.4719	2.4471	2.4291	2.4154	2.4047	2.3961	2.3567	2.3367	2.3299	2.3265	2.3245
17	2.5855	2.5721	2.5598	2.5484	2.5020	2.4422	2.4053	2.3801	2.3619	2.3481	2.3372	2.3285	2.2886	2.2682	2.2613	2.2578	2.2558
18	2.5285	2.5151	2.5027	2.4912	2.4445	2.3842	2.3468	2.3214	2.3030	2.2890	2.2780	2.2692	2.2287	2.2080	2.2010	2.1975	2.1954
19	2.4783	2.4648	2.4523	2.4408	2.3937	2.3329	2.2952	2.2696	2.2509	2.2368	2.2257	2.2167	2.1757	2.1547	2.1476	2.1440	2.1419
20	2.4337	2.4201	2.4076	2.3959	2.3486	2.2873	2.2493	2.2234	2.2045	2.1902	2.1790	2.1699	2.1284	2.1071	2.0999	2.0962	2.0941
21	2.3938	2.3801	2.3675	2.3558	2.3082	2.2465	2.2081	2.1819	2.1629	2.1485	2.1371	2.1280	2.0859	2.0643	2.0570	2.0533	2.0511
22	2.3579	2.3442	2.3315	2.3198	2.2718	2.2097	2.1710	2.1446	2.1254	2.1108	2.0993	2.0901	2.0475	2.0256	2.0182	2.0145	2.0122
23	2.3254	2.3116	2.2989	2.2871	2.2389	2.1763	2.1374	2.1107	2.0913	2.0766	2.0650	2.0557	2.0126	1.9904	1.9829	1.9791	1.9769
24	2.2959	2.2821	2.2693	2.2574	2.2090	2.1460	2.1067	2.0799	2.0603	2.0454	2.0337	2.0243	1.9807	1.9583	1.9507	1.9468	1.9445
25	2.2690	2.2551	2.2422	2.2303	2.1816	2.1183	2.0787	2.0516	2.0319	2.0169	2.0051	1.9955	1.9515	1.9288	1.9211	1.9172	1.9149
26	2.2443	2.2303	2.2174	2.2054	2.1565	2.0928	2.0530	2.0257	2.0058	1.9907	1.9787	1.9691	1.9246	1.9016	1.8938	1.8899	1.8876
27	2.2216	2.2076	2.1946	2.1826	2.1334	2.0693	2.0293	2.0018	1.9817	1.9665	1.9544	1.9447	1.8998	1.8765	1.8687	1.8647	1.8623
28	2.2006	2.1865	2.1735	2.1615	2.1121	2.0477	2.0073	1.9797	1.9595	1.9441	1.9319	1.9221	1.8767	1.8532	1.8453	1.8413	1.8389
29	2.1812	2.1671	2.1540	2.1419	2.0923	2.0276	1.9870	1.9591	1.9388	1.9232	1.9110	1.9011	1.8553	1.8316	1.8235	1.8195	1.8170
30	2.1631	2.1490	2.1359	2.1237	2.0739	2.0089	1.9681	1.9400	1.9195	1.9039	1.8915	1.8816	1.8354	1.8114	1.8032	1.7991	1.7967
40	2.0349	2.0203	2.0069	1.9943	1.9429	1.8752	1.8324	1.8028	1.7810	1.7644	1.7512	1.7405	1.6906	1.6643	1.6554	1.6509	1.6481
50	1.9599	1.9451	1.9313	1.9186	1.8659	1.7963	1.7520	1.7211	1.6984	1.6810	1.6671	1.6558	1.6029	1.5747	1.5651	1.5602	1.5572
60	1.9106	1.8956	1.8817	1.8687	1.8152	1.7440	1.6985	1.6668	1.6433	1.6252	1.6108	1.5990	1.5435	1.5136	1.5034	1.4981	1.4950
80	1.8499	1.8346	1.8204	1.8071	1.7523	1.6790	1.6318	1.5987	1.5740	1.5549	1.5396	1.5271	1.4674	1.4348	1.4234	1.4176	1.4141
90	1.8298	1.8144	1.8001	1.7867	1.7315	1.6574	1.6095	1.5758	1.5507	1.5312	1.5156	1.5028	1.4414	1.4076	1.3957	1.3897	1.3860
100	1.8138	1.7983	1.7839	1.7705	1.7148	1.6401	1.5917	1.5575	1.5320	1.5122	1.4963	1.4833	1.4203	1.3854	1.3731	1.3668	1.3630
200	1.7424	1.7265	1.7117	1.6978	1.6403	1.5621	1.5108	1.4742	1.4465	1.4248	1.4072	1.3927	1.3204	1.2782	1.2628	1.2548	1.2498
400	1.7070	1.6909	1.6758	1.6618	1.6031	1.5230	1.4699	1.4317	1.4026	1.3796	1.3609	1.3453	1.2658	1.2169	1.1981	1.1881	1.1819
600	1.6953	1.6791	1.6639	1.6498	1.5907	1.5099	1.4561	1.4173	1.3877	1.3642	1.3450	1.3290	1.2465	1.1942	1.1737	1.1626	1.1555
800	1.6894	1.6731	1.6580	1.6438	1.5845	1.5033	1.4492	1.4101	1.3802	1.3565	1.3370	1.3208	1.2365	1.1823	1.1607	1.1488	1.1412
1000	1.6859	1.6696	1.6544	1.6402	1.5808	1.4993	1.4451	1.4058	1.3757	1.3518	1.3322	1.3158	1.2304	1.1750	1.1525	1.1401	1.1320

ANEXOS
ANEXO 5. COEFICIENTES PARA LAS GRAFICAS DE CONTROL

Número de observaciones de la muestra, n	Gráfico de promedios			Gráfico de desviación estándar					Gráfico de rangos						
	Coeficientes para los límites de control			Coeficientes para:					Coeficientes para el límite central						
				Límite central	Límites de control										
	A	A_2	A_3	c_4	B_3	B_4	B_5	B_6	d_2	$1/d_2$	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4
1	2.121	1.880	2.659	0.7979	0	3.267	0	2.606	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267
2	1.732	1.023	1.954	0.8862	0	2.568	0	2.276	1.6929	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.575
3	1.500	0.729	1.628	0.9213	0	2.266	0	2.088	2.0588	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282
4	1.342	0.577	1.427	0.9400	0	2.089	0	1.964	2.3261	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.115
5	1.225	0.483	1.287	0.9515	0.030	1.970	0.029	1.874	2.5342	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004
6	1.134	0.419	1.182	0.9594	0.118	1.882	0.113	1.806	2.7041	0.3698	0.833	0.205	5.203	0.076	1.924
7	1.061	0.373	1.099	0.9650	0.185	1.815	0.179	1.751	2.8473	0.3512	0.820	0.387	5.307	0.136	1.864
8	1.000	0.337	1.032	0.9693	0.239	1.761	0.232	1.707	2.9700	0.3367	0.808	0.546	5.394	0.184	1.816
9	0.949	0.308	0.975	0.9727	0.284	1.716	0.276	1.669	3.0778	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777

ANEXOS

ANEXO 6. DISTRIBUCIÓN JI-CUADRADA

χ^2	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,25	0,5	0,75	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
1	0,0000	0,0002	0,0010	0,0039	0,0158	0,1015	0,4549	1,3233	2,7055	3,8415	5,0239	6,6349	7,8794	10,8276
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,1026	0,2107	0,5754	1,3863	2,7726	4,6052	5,9915	7,3778	9,2103	10,5966	13,8155
3	0,0717	0,1148	0,2158	0,3518	0,5844	1,2125	2,3660	4,1083	6,2514	7,8147	9,3484	11,3449	12,8382	16,2662
4	0,2070	0,2971	0,4844	0,7107	1,0636	1,9226	3,3567	5,3853	7,7794	9,4877	11,1433	13,2767	14,8603	18,4668
5	0,4117	0,5543	0,8312	1,1455	1,6103	2,6746	4,3515	6,6257	9,2364	11,0705	12,8325	15,0863	16,7496	20,5150
6	0,6757	0,8721	1,2373	1,6354	2,2041	3,4546	5,3481	7,8408	10,6446	12,5916	14,4494	16,8119	18,5476	22,4577
7	0,9893	1,2390	1,6899	2,1673	2,8331	4,2549	6,3458	9,0371	12,0170	14,0671	16,0128	18,4753	20,2777	24,3219
8	1,3444	1,6465	2,1797	2,7326	3,4895	5,0706	7,3441	10,2189	13,3616	15,5073	17,5345	20,0902	21,9550	26,1245
9	1,7349	2,0879	2,7004	3,3251	4,1682	5,8988	8,3428	11,3888	14,6837	16,9190	19,0228	21,6660	23,5894	27,8772
10	2,1559	2,5582	3,2470	3,9403	4,8652	6,7372	9,3418	12,5489	15,9872	18,3070	20,4832	23,2093	25,1882	29,5883
11	2,6032	3,0535	3,8157	4,5748	5,5778	7,5841	10,3410	13,7007	17,2750	19,6751	21,9200	24,7250	26,7568	31,2641
12	3,0738	3,5706	4,4038	5,2260	6,3038	8,4384	11,3403	14,8454	18,5493	21,0261	23,3367	26,2170	28,2995	32,9095
13	3,5650	4,1069	5,0088	5,8919	7,0415	9,2991	12,3398	15,9839	19,8119	22,3620	24,7356	27,6882	29,8195	34,5282
14	4,0747	4,6604	5,6287	6,5706	7,7895	10,1653	13,3393	17,1169	21,0641	23,6848	26,1189	29,1412	31,3193	36,1233
15	4,6009	5,2293	6,2621	7,2609	8,5468	11,0365	14,3389	18,2451	22,3071	24,9958	27,4884	30,5779	32,8013	37,6973
16	5,1422	5,8122	6,9077	7,9616	9,3122	11,9122	15,3385	19,3689	23,5418	26,2962	28,8454	31,9999	34,2672	39,2524
17	5,6972	6,4078	7,5642	8,6718	10,0852	12,7919	16,3382	20,4887	24,7690	27,5871	30,1910	33,4087	35,7185	40,7902
18	6,2648	7,0149	8,2307	9,3905	10,8649	13,6753	17,3379	21,6049	25,9894	28,8693	31,5264	34,8053	37,1565	42,3124
19	6,8440	7,6327	8,9065	10,1170	11,6509	14,5620	18,3377	22,7178	27,2036	30,1435	32,8523	36,1909	38,5823	43,8202
20	7,4338	8,2604	9,5908	10,8508	12,4426	15,4518	19,3374	23,8277	28,4120	31,4104	34,1696	37,5662	39,9968	45,3147
21	8,0337	8,8972	10,2829	11,5913	13,2396	16,3444	20,3372	24,9348	29,6151	32,6706	35,4789	38,9322	41,4011	46,7970
22	8,6427	9,5425	10,9823	12,3380	14,0415	17,2396	21,3370	26,0393	30,8133	33,9244	36,7807	40,2894	42,7957	48,2679
23	9,2604	10,1957	11,6886	13,0905	14,8480	18,1373	22,3369	27,1413	32,0069	35,1725	38,0756	41,6384	44,1813	49,7282
24	9,8862	10,8564	12,4012	13,8484	15,6587	19,0373	23,3367	28,2412	33,1962	36,4150	39,3641	42,9798	45,5585	51,1786
25	10,5197	11,5240	13,1197	14,6114	16,4734	19,9393	24,3366	29,3389	34,3816	37,6525	40,6465	44,3141	46,9279	52,6197
26	11,1602	12,1981	13,8439	15,3792	17,2919	20,8434	25,3365	30,4346	35,5632	38,8851	41,9232	45,6417	48,2899	54,0520
27	11,8076	12,8785	14,5734	16,1514	18,1139	21,7494	26,3363	31,5284	36,7412	40,1133	43,1945	46,9629	49,6449	55,4760
28	12,4613	13,5647	15,3079	16,9279	18,9392	22,6572	27,3362	32,6205	37,9159	41,3371	44,4608	48,2782	50,9934	56,8923
29	13,1211	14,2565	16,0471	17,7084	19,7677	23,5666	28,3361	33,7109	39,0875	42,5570	45,7223	49,5879	52,3356	58,3012

ANEXOS

ANEXO 6. DISTRIBUCIÓN JI-CUADRADA (Continuación)

ν	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,25	0,5	0,75	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
30	13,7867	14,9535	16,7908	18,4927	20,5992	24,4776	29,3360	34,7997	40,2560	43,7730	46,9792	50,8922	53,6720	59,7031
35	17,1918	18,5089	20,5694	22,4650	24,7967	29,0540	34,3356	40,2228	46,0588	49,8018	53,2033	57,3421	60,2748	66,6188
40	20,7065	22,1643	24,4330	26,5093	29,0505	33,6603	39,3353	45,6160	51,8051	55,7585	59,3417	63,6907	66,7660	73,4020
50	27,9907	29,7067	32,3574	34,7643	37,6886	42,9421	49,3349	56,3336	63,1671	67,5048	71,4202	76,1539	79,4900	86,6608
60	35,5345	37,4849	40,4817	43,1880	46,4589	52,2938	59,3347	66,9815	74,3970	79,0819	83,2977	88,3794	91,9517	99,6072
80	51,1719	53,5401	57,1532	60,3915	64,2778	71,1445	79,3343	88,1303	96,5782	101,8795	106,6286	112,3288	116,3211	124,8392
90	59,1963	61,7541	65,6466	69,1260	73,2911	80,6247	89,3342	98,6499	107,5650	113,1453	118,1359	124,1163	128,2989	137,2084
100	67,3276	70,0649	74,2219	77,9295	82,3581	90,1332	99,3341	109,1412	118,4980	124,3421	129,5612	135,8067	140,1695	149,4493
200	152,2410	156,4320	162,7280	168,2786	174,8353	186,1717	199,3337	213,1022	226,0210	233,9943	241,0579	249,4451	255,2642	267,5405
300	240,6634	245,9725	253,9123	260,8781	269,0679	283,1353	299,3336	316,1384	331,7885	341,3951	349,8745	359,9064	366,8444	381,4252
400	330,9028	337,1553	346,4818	354,6410	364,2074	380,5767	399,3336	418,6969	436,6490	447,6325	457,3055	468,7245	476,6064	493,1318
500	422,3034	429,3875	439,9360	449,1468	459,9261	478,3230	499,3335	520,9505	540,9303	553,1268	563,8515	576,4928	585,2066	603,4460
600	514,5289	522,3651	534,0186	544,1801	556,0560	576,2859	599,3335	622,9876	644,8004	658,0936	669,7692	683,5156	692,9816	712,7712
700	607,3795	615,9075	628,5772	639,6131	652,4974	674,4128	699,3335	724,8607	748,3591	762,6607	775,2107	789,9735	800,1314	821,3468
800	700,7250	709,8969	723,5126	735,3624	749,1853	772,6694		826,6040	851,6712	866,9114	880,2753	895,9843	906,7862	929,3289
900	794,4750	804,2518	818,7560	831,3702	846,0746	871,0321		928,2413	954,7819	970,9036	985,0320	1.001,6296	1.013,0364	1.036,8260
1000	888,5635	898,9125		927,5944	943,1326				1.057,7239	1.074,6794	1.089,5309	1.106,9690	1.118,9481	1.143,9171

BIBLIOGRAFÍA

Alt, F. B. (1985). Multivariate Quality Control, in Encyclopaedia of Statistical Sciences 6 edited by S. KOTZ and N. L. Johnson Wiley and sons. New York.

Blanco, C, L. (2004). Probabilidad. Colección Texto. Universidad Nacional de Colombia, Bogota..

Blanco C. L. (2004). Probabilidad. Universidad Nacional de Colombia. UNIBIBLOS. Bogotá.

Canavos, G. (1993). Probabilidad y Estadística, Aplicaciones y métodos. McGraw-Hill. México.

Duncan Acheson, J. (1996). Control de Calidad Y Estadística Industrial. Editorial Alfaomega. México.

Duncan Acheson J. (1989). Control de calidad y Estadística Industrial. Editorial Alfa Omega S.A., México.

Eckes, G. (2005). El Six Sigma para todos. Grupo Editorial Norma. Bogotá.

Fuchs C. & Benjamini Y. (1994). Multivariate Profile Charts for Stastiscal Process Control. Technometrics, 36 pp. 182 - 195.

Ingle, S. & Roe, W. (2001). Six Sigma. Black Belt implementation. Volumen trece. Número cuatro.

Jackson, J.E & Bradley, R.A., (1966). Sequential Multivariate Procedures with Quality Control Applications, Multivariate Analysis I, P.R. Krishnaiah, Editor, New York: Academic Press, 507-519

Juran J.M. & Cryna F.M. (1995). Análisis y Planeación de la Calidad. Editorial McGraw-Hill, México.

BIBLIOGRAFÍA

Martinez, R. (1993). Gráficos de control de la media y el rango Winsorizados. Universidad Nacional de Colombia. Santa fe de Bogotá

Montgomery, D. (2002). Diseño y Análisis de Experimentos. Editorial Limusa. México.

Montgomery, D. C. (1991). Control estadístico de la calidad. Iberoamérica, México.

Pande, P. S., Neuman, R. P., Cavanagh, R. R. The Six Sigma Way Team Field book An Implementation Guide for Process Improvement Teams. McGraw-Hill.

Peña Sánchez de Rivera, D. (1988). Estadística Modelos Y Métodos. Editorial Alianza Editorial textos, México.

Statgraphics Plus 6.0. Statistical Graphic System (1992), Rockville, MD: STSC.

Tennant, G. Six Sigma: Control Estadístico de procesos y Administración Total de la Calidad en Manufactura y Servicio.

Wetheril, G. & Brown Don, W. (1991). Statiscal Process Control. Editorial Chapman And Hall.

Young, J. (2001). Driving performance results at American Express. Six Sigma Forum Magazine.

Yang, C. C. (2004). Multivatiatie statiscal methods an Six Sigma. Volumen uno. Número uno.

ÍNDICE ANÁLITICO

Análisis de varianza, 36, 41, 64, 124, 141.

Coficiente:

De determinación, 45, 50, 141

Contraste, 20, 47, 63, 100, 138

Covarianza, 103, 106.

Desviación Estándar, 15, 58, 70, 71, 74, 75, 78, 80, 51, 83, 88, 155.

Diferencia de Medias, 36.

Intervalos de confianza, 88, 89, 90, 136, 137.

Prueba de hipótesis, 124, 138, 139, 143.

Diseño: 39, 41, 42, 43, 45, 53, 59, 60, 61, 64, 65, 68, 85, 118.

Diseño unifactorial, 41, 42, 43, 45.

Diseño de Experimentos

Dispersión

Distribución:

Beta

Binomial

Binomial Negativa

Ji-cuadrada

Exponencial

Gamma

Geométrica

Hipergeométrica

Normal

Poisson

t , de Student

Uniforme

Error:

Experimental

Tipo I

Tipo II

Varianza

Espacio Muestral

Estadística

Distribución de muestreo De Kolmogorov Smirnov

Estimación:

Puntual

Por intervalos

ÍNDICE ANÁLITICO

Eventos:
Estadísticamente independientes
Dependientes.
Experimentos factoriales

Factor
Factores de forma
Frecuencia
De falla
Relativa
Función:
Beta
Gamma
Probabilidad
Grados de libertad

Hipótesis:
Nula
Alternativa
Histograma

Independencia Estadística
De eventos
Inferencia estadística
Intervalo de confianza
Para medias
Para varianzas

Límites:
De clase

Media, definición teórica
Moda, definición teórica
Modelo:
De efecto fijo
De efecto aleatorio
Lineal
Muestra aleatoria

Parámetro, definición
Permutación
Población
Probabilidad

ÍNDICE ANÁLITICO

Condicional
Conjunta
Definición clásica
Definición axiomática
Marginal
Prueba:
F
Kolmogorov Smirnov

Rango
Región crítica
Regla:
De la adición
De la multiplicación
Regresión:
Lineal
Polinomial
Robusto

Seis Sigma, definición
Sesgo
Suma de cuadrados
Error
Total
Tratamiento

Valor esperado Variable aleatoria:
Continua
Discreta
Varianza
Calculo
Definición teórica
Intervalo de confianza
Prueba de hipótesis