

editado por
eumed.net

Enfoques alternativos para la estimación de eficiencias en la industria bancaria mexicana

Jesús Hernández Arce
Profesor Investigador
Universidad Autónoma de Chihuahua

Envíe sus comentarios sobre este libro al autor:
jhernandez@uach.mx

Para citar este libro puede utilizar el siguiente formato:

Hernández Arce, J. (2007): *Enfoques alternativos para la estimación de eficiencias en la industria bancaria mexicana*. Edición electrónica. Texto completo en www.eumed.net/libros/2007a/241/

Índice

Capítulo	Contenido
1	Introducción
2	Literatura previa y conceptos básicos
2.1	Comparación entre las teorías de eficiencia
2.2	Conceptos básicos
3	Enfoques de frontera eficiente
3.1	Data Envelopment Analysis (DEA)
3.1.1	Variante BCC
3.1.2	Variante Free Disposal Hull (FDH)
3.1.3	Variante Modelo Aditivo
3.2	Stochastic Frontier Approach (SFA)
3.3	Thick Frontier Approach (TFA)
3.4	Distribution Free Approach (DFA)
4	Descripción de las metodologías aplicadas
4.1	López & Vargas (SFA)
4.2	Canhoto & Dermine (DEA)
4.3	Akhavain, Swamy & Taubman (SFA)
4.4	Simon & Eisenbeis (SFA)
4.4.1	Medición de la ineficiencia-x
4.5	Sathye, Milind (DEA)
4.6	Berger & Humphrey
5	La eficiencia en la industria bancaria mexicana
5.1	Un solo insumo y un solo producto
5.2	Dos insumos y un solo producto
5.3	Un insumo y dos productos
5.4	El modelo CCR-I
5.5	Aplicación del modelo CCR a la banca en México
5.5.1	El modelo y su correspondencia con la producción
5.5.2	Ajustes y efectos sobre las variables utilizadas
5.5.3	Rendimientos a escala
5.5.4	Eficiencia técnica y de escala
5.5.5	Eficiencia y rendimientos a escala
5.5.6	Simulación de una fusión bancaria
6	Conclusiones
	Bibliografía

Capítulo I

Introducción

Una tarea obligada al evaluar el desempeño de las firmas es identificar las unidades de producción que lo hacen adecuadamente, separándolas de las deficientes. Para esto, se dispone de métodos de análisis de frontera, entre los que se distinguen los paramétricos y no paramétricos. Los objetivos son distintos, por ejemplo, reconocer los efectos de la regulación, investigar las causas de posibles ineficiencias en la industria o identificar las firmas con los mejores / peores desempeños promedio. Esto permite tomar las acciones necesarias para mejorar el desempeño de administradores, teniendo en consecuencia mejores desempeños de las firmas.

El análisis de frontera determina los desempeños de las distintas unidades de producción, asignando un valor numérico a las firmas según su desempeño, identificando sobre-utilización de insumos (ineficiencia de asignación) y / o bajos niveles de producción (ineficiencia técnica). Además, al contar con un amplio conocimiento del sistema bancario, este análisis de frontera permite identificar áreas precisas con mayor desempeño dentro de una compleja gama de operaciones de servicio, tarea imposible de lograr con métodos tradicionales de programación lineal.

Una característica del análisis, es que el valor numérico asignado a la eficiencia de las firmas, conocido en la literatura económica como la eficiencia-x, puede ser utilizado para clasificar las firmas de acuerdo a un orden de desempeño.

Existen por lo menos cinco técnicas importantes para medir la eficiencia utilizadas para instituciones financieras en distintos países.

Recientemente, se han presentado avances significativos del análisis de eficiencia, revelando una serie de interrogantes. Con lo anterior, se puede pensar que las instituciones no están maximizando. Surge entonces la necesidad de conocer las razones del comportamiento observado, basándose en la teoría de eficiencia-x, y así justificar las discrepancias entre los resultados esperados y los encontrados¹.

La determinación de la eficiencia-x tiene implicaciones importantes, por ejemplo, permite decidir qué acciones tomar para tener un sistema bancario más eficiente y competitivo. Berger (1993), menciona que las ineficiencias-x representan un 20% o más de costos para los bancos, en tanto que las ineficiencias de escala y diversificación representan menos de un 5% de los costos cuando éstas son estimadas correctamente². En un estudio del sistema financiero australiano se estimó, que si la eficiencia del sistema financiero se mejorará en un 10%, ésta repercutiría en un ahorro en costos de 4 billones anuales.³

A pesar de la gran importancia de los estudios de eficiencia, la literatura sobre eficiencia en la banca en México es limitada. Este tipo de estudios, toma particular relevancia ya que la industria bancaria ha sufrido severos golpes, entre estos, el posterior a la devaluación de diciembre de 1994. A partir de esa fecha se han realizado distintas fusiones y adquisiciones, lo que ha reforzado la consolidación del sistema bancario, permaneciendo los bancos más fuertes y desapareciendo los más débiles.

¹ Como pionero de este tipo de estudios se considera a Harvey Leibenstein de la universidad de Harvard. Leibenstein introdujo el concepto de ineficiencia-x (1966), donde menciona que por una variedad de razones, las personas y las organizaciones normalmente no trabajan con la eficacia que realmente pueden tener.

² Sathye, Milind. X-efficiency in Australian banking: An empirical investigation, Journal of banking and finance 25 (2001).

³ Wallis Inquiry Report, 1997.

Una reciente publicación de 130 estudios de entre 21 países realizada por Berger y Humphrey en 1997, incluye reportes de medidas para nuestro país, reportando una eficiencia promedio de entre 0.69% a 0.75%⁴. Berger et al (1993), mencionan que se necesita mayor investigación para medir y comparar la eficiencia de los bancos. Las eficiencias de escala relacionan el costo promedio de las firmas y la producción. La detección de la curva en forma de U de costos promedio sugiere la existencia de una escala de producción óptima, en donde los costos de producción son minimizados.

La eficiencia de diversificación o alcance se refiere a las economías de producción conjunta, donde los costos al compartir la tarea de producción son menores que producir separadamente. De tal manera que los estudios acerca de estos tipos de eficiencias en las instituciones financieras no proporcionan evidencia del significado económico de las ineficiencias en las firmas bancarias. En contraste con las economías de escala y alcance, para los administradores, el concepto de eficiencia, parece tener mucho mayor importancia política y estratégica.

Existen diferentes enfoques con los cuales enfrentar la tarea de medir eficiencias de las instituciones bancarias; el enfoque econométrico de frontera (SFA, Stochastic Frontier Approach), el enfoque de frontera gruesa (TFA, Thick Frontier Approach), el enfoque de la envolvente (DEA, Data Envelopment Analysis) y el de libre distribución (DFA, Distribution-Free Approach). En todos estos enfoques, la búsqueda de la eficiencia-x es más compleja que la simple tarea de identificar los componentes del término de error aleatorio que son integrados para este tipo de estudios, lo cuál dependerá de que tan precisa sea la forma funcional de la función de costos o beneficios planteada, generalmente

⁴ Estudio realizado por Taylor, Thomson, Thrall & Dharmapala en 1997 aplicando DEA.

desconocida, además de la correlación existente, entre las variables explicatorias no incluidas en el modelo y las que sí están dentro de él. El enfoque no paramétrico DEA, es el más utilizado para éstos fines cuando el tamaño de la muestra es pequeño.

En todos estos enfoques, el problema econométrico de estimación de la eficiencia-x recae en la distinción de entre dos componentes de un término de error añadido a la función de costos o la de beneficios. Uno de tales componentes representa la parte de ineficiencia-x, el otro representa perturbaciones aleatorias.

La atención se centra en el enfoque de frontera eficiente, que mide las diferencias promedio entre los bancos observados y los bancos sobre la frontera eficiente. Las posibles fuentes de las diferencias en las eficiencias se deben a los diferentes conceptos utilizados, a los diferentes métodos de medición y a la posible correlación entre las variables de estudio. Los diferentes métodos de eficiencia no necesariamente nos llevan a resultados consistentes, sin embargo, el análisis de éstos, permite sugerir mejoras a los mismos, con el fin de que éstos sean más exactos y mayormente útiles. Por otra parte, permiten encontrar soluciones adecuadas al mejoramiento del funcionamiento de las instituciones bancarias, atacando al objeto sujeto de mejora, estableciendo las consecuencias de las políticas reguladoras, detectando oportunidades de mejora administrativa, etc.⁵

Cuando se tienen constantes fusiones dentro del sistema bancario surgen interrogantes a cerca de sí la evolución provoca mejoras en la intermediación, mejores precios y mejor calidad en el servicio al cliente.

⁵ Berger, Allen N., Humphrey, Efficiency of Financial Institutions: International Survey and Directions for Future Research. European Journal of Operational Research, 1997.

Las inquietudes acerca de si la evolución de los sistemas financieros hace que los intermediarios financieros sean más eficientes, que se tengan mejores precios y calidad del servicio prestado además de mayor seguridad, no pueden ser tratadas sin analizar las eficiencias de los costos y beneficios. La mayoría de los estudios realizados hasta últimas fechas utilizan un enfoque econométrico para calcular sus medidas de eficiencia.⁶ En años recientes, la investigación en la búsqueda de la eficiencia en instituciones financieras ha tenido gran auge, enfocándose precisamente a la frontera eficiente o eficiencia-x. La frontera eficiente para cada institución, mide qué tan bien se desempeña con respecto a la firma de mejor práctica en la industria, bajo las mismas condiciones de mercado para todas.

Una ventaja de esta medida, es que ésta es mejor que la tradicional medida de rendimiento sobre activos (ROA) o el ratio costo / beneficio, normalmente empleada, con el fin de evaluar el desempeño de las instituciones. Esto se debe a que las medidas de eficiencia de frontera utilizan técnicas de programación lineal o estadísticas con el fin de aislar los efectos de las diferencias en el precio de los insumos y otros factores de mercado que afectarían los ratios de desempeño tradicionales. Este tipo de herramientas es útil para las instancias reguladoras, al medir los efectos de una fusión o mega fusión como las que se han presentado en últimas fechas en nuestro país. A pesar de que se han realizado grandes esfuerzos de investigación sobre el tema, todavía no hay un consenso general sobre cuál es el mejor método para lograr mejores resultados, decisión que repercute en las conclusiones que se deriven de éste.

⁶ Akhavein, Jalal, D., Swamy, P.A.V.B., Taubman, Stephen B. A General Method of Deriving the Efficiencies of Banks from a Profit Function. The Wharton Financial Institutions Center, working paper 94-26, 1997.

La aplicación de este tipo de técnicas a la banca en México es presentada de la forma más sencilla posible, antecedida por los conceptos necesarios, su aplicación y resultados. Los datos que alimentan a los distintos modelos presentados son los obtenidos de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV) y corresponden a los promedios mantenidos durante el periodo marzo de 1998 a septiembre de 1999.

Capítulo 2

Literatura previa y conceptos básicos

Los primeros estudios de la teoría microeconómica se remontan a la primera gran “revolución” de Adam Smith, surgida hace ya más de doscientos años, seguida de la de Alfred Marshall, teoría marginalista que proponía un análisis de equilibrio parcial de mercado, la cual fue replanteada por Leon Walras, proponiendo un análisis de equilibrio general. Desde entonces, la teoría microeconómica parece avanzar en términos de cambios pequeños, involucrando en gran medida perfeccionamientos, así como la elaboración de modelos para representar el comportamiento de los distintos agentes involucrados en la teoría.

Sin embargo, así como ha habido un gran avance, también se han presentado estancamientos, al olvidar las ideas principales para enfocarse en el perfeccionamiento de la teoría, destino similar de la noción de eficiencia, transformada en eficiencia de asignación. Así, los mercados fueron estudiados desde el punto de vista en el cual asignan eficientemente los recursos económicos de la sociedad. Lo que se descuidó en este proceso de estudio fue el concepto de eficiencia, tanto del hombre de negocios como del ingeniero, para quienes el concepto

significa el buen o mal funcionamiento del personal o la maquinaria respectivamente.

Una vez que se combina la eficiencia de asignación con el postulado de maximización (utilidad / beneficio), no queda lugar para los conceptos de eficiencia del hombre de negocios ni del ingeniero, desapareciendo la idea de operaciones subóptimas posibles dentro y fuera de la firma. Esto tiene como consecuencia la generación de controversias entre los dueños de las firmas y los ingenieros (Principal-Agente) ya que se puede presentar un comportamiento subóptimo, impedido por la teoría económica tradicional.

La teoría de eficiencia tiene, entre otros fines, el fin de demostrar que la protección ante una presión competitiva produce no únicamente ineficiencia de asignación, sino otro tipo de ineficiencia, la cual se refleja como una alteración del costo unitario de producción entre las firmas protegidas de la presión competitiva. La naturaleza de este tipo de ineficiencia era desconocida, de allí la denominación de (in)eficiencia-x.

Pero, ¿Es la (in)eficiencia-x realmente importante?, ¿Las implicaciones de una economía reformulada de la firma, encajan con los hechos conocidos?. De hecho, esta teoría es realmente importante, además, sus implicaciones están fundamentadas. El enfoque de eficiencia-x requiere sustituir el postulado de maximización, que permite el comportamiento no maximizador, sin impedir el maximizador.

La teoría neoclásica supone que las firmas producen sobre la base de sus funciones de producción y costos, es decir, maximizar producción dada la cantidad de insumos y la tecnología, así como también minimizan costos dada la producción. Así, el nivel de producción se

vuelve dependiente de la cantidad y calidad de los insumos, así como de la tecnología, luego, la tecnología determina el nivel de producción dado un conjunto de insumos y nivel de capital. De manera análoga se presenta el comportamiento de los costos.

Sin embargo, la producción y los procesos de costos no dependen de la tecnología primordialmente, es entonces necesario hacer modificaciones a la teoría neoclásica, procediendo de la manera siguiente, se supone que la teoría neoclásica es aceptable, siempre y cuando, las firmas se encuentren produciendo según sus funciones de producción y costos. Por tal razón, la teoría de eficiencia considera a la teoría neoclásica como "teoría restringida", al no dejar lugar para la (in)eficiencia-x dentro de la teoría microeconómica clásica.

El desarrollo de esta teoría pretende explicar el comportamiento de las firmas, lo cual no es posible con modelos de maximización de beneficios ni de minimización de costos por sí solos. Frecuentemente se desarrollan modelos en los cuales el objetivo de la firma es crecer, mientras que los objetivos de los administradores de la firma son beneficios personales, pudiendo detectarse al analizar la diferencia entre los resultados de los modelos formales y los datos reales. Se tienen datos que indican que las firmas son capaces de aumentar su producción haciendo cambios relativamente simples en la organización interna; datos que muestran que las firmas no operan de acuerdo al análisis marginal; datos macroeconómicos que describen que hay algo más que capital y trabajo desempeñando un papel primordial, situaciones que se reflejarán en las tasas de crecimiento de las naciones. Lo anterior recae sobre la teoría de eficiencia al no poder ser explicado por la teoría neoclásica por sí sola.

La teoría neoclásica tiene dos versiones: La primera versión supone la maximización de beneficios y minimización de costos; la segunda versión "generalizada", supone maximización de utilidad y minimización de costos. En esta última, los costos son minimizados, sujetos a la manera en la que los empleados de la firma eligen el esfuerzo que maximiza su utilidad.

Una posible ineficiencia surge por el hecho que los contratos laborales son muy abiertos, lo cual provee al empleado de la discrecionalidad de su esfuerzo. Otra se presenta a causa de la existencia de las llamadas áreas inertes⁷, es decir, que los individuos descubren un nivel confortable de esfuerzo y se mantienen en él durante el tiempo.⁸ Se supone que un individuo prefiere aumentar su esfuerzo para lograr mayor utilidad, Leibenstein argumenta que la curva de utilidad esperada de un individuo promedio, tiene generalmente un nivel máximo. Entonces, el área inerte se define como el conjunto de posiciones de esfuerzo ligados a diferentes niveles de utilidad en donde a mayor utilidad total se requiere mayor esfuerzo, pero hasta cierto punto, ya que mayor esfuerzo significa menor nivel de utilidad.

Lo mencionado anteriormente es consistente con la teoría neoclásica generalizada dada la existencia de un nivel apropiado de transacciones y costo de monitoreo. En lo que no es consistente la teoría de eficiencia con la teoría neoclásica generalizada es en que la primera permite suponer además, que los individuos pueden ser maximizadores y no maximizadores. Más específicamente, no todos los ambientes de trabajo implican que el individuo sea maximizador. La maximización será

⁷ Blois, K.J. Some Comments on the Theory of Inert Areas and the Definition of X-Efficiency, *Quarterly Journal of Economics*.

⁸ Leibenstein, Harvey, Comment on Inert Areas and the Definition of X-Efficiency, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 88, no. 4, nov. 1974.

entonces observada, no supuesta. Asumir un comportamiento maximizador es olvidarse de la teoría de (in)eficiencia.

2.1 Comparación entre las teorías de eficiencia

Existen diferentes maneras de catalogar las ineficiencias, la primera es generada por la inadecuada utilización de los insumos (ineficiencia de asignación). La segunda, al presentarse calidad deficiente en los productos o servicios ofrecidos (ineficiencia técnica). Es importante contar con modelos económicos que permitan estimar una medida de eficiencia con el fin de establecer un lineamiento para su identificación, así como su origen, con el objeto de hacer la clasificación por grupo correspondiente, ya sea como ineficiencia de asignación o ineficiencia técnica, lo que permitirá sugerir diferentes políticas de mejoramiento. Se entiende como producto a los bienes y servicios u otra salida que resulte del procesamiento y consumo de insumos

Leibenstein menciona que las pérdidas atribuidas a la ineficiencia técnica o ineficiencia-x pueden ser mucho más importantes que las pérdidas por ineficiencia de asignación. La teoría de eficiencia, en sus inicios, básicamente se aplicó al sector industrial, sin embargo, en fechas posteriores, se han realizado esfuerzos de investigación para la medición de eficiencias en las instituciones financieras, entre ellas, los bancos comerciales.⁹ Muchos de estos estudios argumentan que parte considerable del beneficio potencial de los bancos se pierde debido a la ineficiencia, la cual algunas veces se debe a ganancias de producción deficientes en lugar de costos excesivos de los insumos, pudiendo llegar a un 20% de los beneficios potenciales, según Allan N. Berger. El cuadro

⁹ Berger, Allen N., Mester, Loretta J, Inside the Black Box: What Explains Differences in the Efficiencies of Financial Institutions?. Journal of Banking and Finance, Vol. 21, 1977.

1 muestra, las grandes diferencias entre la teoría de eficiencia y la teoría de eficiencia-x.

2.2 Conceptos básicos

La eficiencia de asignación se calcula tomando el cociente eficiencia en costos / eficiencia técnica. La eficiencia en costos (conocida también como eficiencia económica) se define como el ratio entre el costo mínimo y el costo actual (observado).

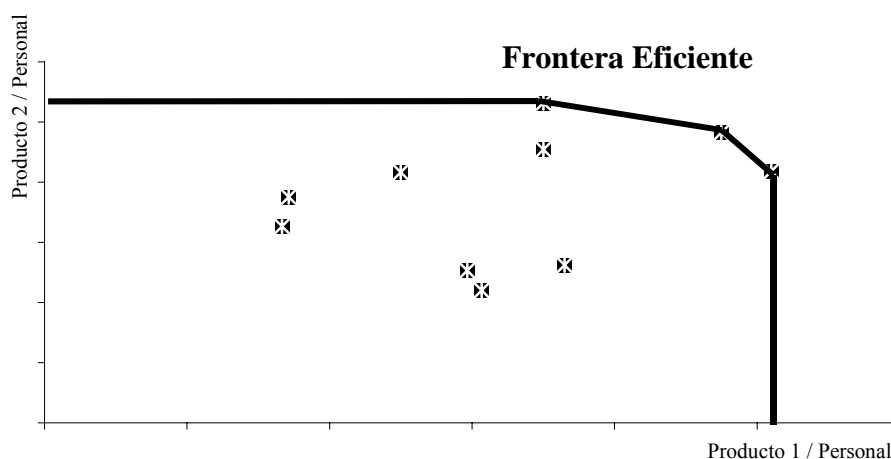
Una DMU¹⁰, es simplemente una unidad tomadora de decisiones, por ejemplo bancos, firmas, etc. Se define como frontera eficiente a la frontera (envoltura) formada por las DMU de mejor desempeño relativo. Las DMU que determinan la frontera se clasifican como las 100% eficientes. Cualquier DMU fuera de la frontera tiene una eficiencia menor al 100%. Los términos función de producción empírica, envoltura de producción empírica y superficie de envoltura son todos términos análogos a frontera eficiente. Gráficamente, se puede representar a una frontera como se muestra en la figura 1.

Teoría de Eficiencia	Teoría de Eficiencia-x
Pertenece al esquema de maximización neoclásico	No pertenece al esquema de maximización neoclásico
Asume el control total y la toma de decisiones por el administrador de la firma	Supone un marco intraorganizacional analítico, toma de decisiones independiente, mientras que la implementación se da de manera interdependiente por parte de los miembros de la organización
Supone que los insumos son comprables y los trata simétricamente	Supone que algunos de los insumos no son comprables, tal como la motivación interna, o el esfuerzo
Los problemas de la eficiencia técnica surgen de causas de dentro de la firma tales como las diferentes capacidades de administración	Los problemas surgen sólo en parte de adentro de la firma, la otra parte viene de afuera de ésta, tal como el bagaje cultural de los trabajadores o la ética en el trabajo de los trabajadores de la firma

¹⁰ Decision Making Unit

La firma en sí, es la unidad de análisis	El individuo es la unidad básica de análisis, entonces, la producción se atribuye a la interacción de decisiones individuales
La mayoría de las firmas suponen encontrarse en la frontera de producción	No todas las firmas se encuentran en la frontera de producción
Contratos dados	Contratos incompletos
El esfuerzo se asume dado	El esfuerzo es discrecional
Intereses de Agente-Principal idénticos	Intereses de Agente-Principal diferentes
La motivación es una constante implícita	La motivación es variable

Cuadro 1: Diferencias básicas entre las teorías de eficiencia.

Figura 1: Descripción gráfica de una frontera eficiente en R^2

Una DMU ineficiente es tal que, comparando su desempeño con el alcanzado por otras DMU, ésta debe de alcanzar sus niveles actuales de producción con menos insumos o generar mayor nivel con los insumos actuales. Un insumo se entiende como cualquier recurso utilizado por una DMU para producir. Se pueden incluir recursos que no son productos sino atributos de su ambiente operativo, los cuales pueden ser controlados o no controlados. A la pareja ordenada formada por tales insumos y productos, se les llama actividad y se expresa por (x,y) .

La razón insumo / producto se refiere a las proporciones relativas de los insumos y productos de una DMU. Un valor extremo es una unidad para

la cual éste cociente difiere significativamente de las otras unidades en el conjunto de datos, introduciendo sesgo, independientemente si es eficiente o no. La función de producción describe la relación óptima entre insumos y productos. Para la técnica DEA¹¹, su equivalente es la frontera eficiente.

La eficiencia en producción es una medida de la habilidad de la DMU para producir dados los insumos. La eficiencia de producción siempre es relativa a otra DMU analizada. La eficiencia de una DMU se refiere a la distancia radial entre ésta y la frontera eficiente, es decir, es el radio de la distancia del origen a la unidad ineficiente sobre la distancia del origen a la unidad compuesta sobre la frontera eficiente.

La productividad, en el caso de una unidad con un solo insumo y un producto, es el radio producto / insumo de una DMU. Se dice que una DMU es eficiente técnicamente si ésta maximiza su producción por unidad de insumo utilizado. La eficiencia técnica es la eficiencia de producción y se calcula independientemente de los precios y costos. Es decir la ineficiencia técnica proviene del fallo de alcanzar los objetivos de producción o servicio, a diferencia de la ineficiencia de asignación que refleja planes que no maximizan beneficios.

El modelo DEA conocido como BCC¹² se utiliza cuando se suponen rendimientos variables a escala entre los insumos y los productos. Este modelo mide la eficiencia técnica, en donde la restricción de convexidad asegura que la DMU eficiente es de escala similar a las restantes. Por otra parte, el modelo CCR¹³, el mas utilizado y mejor conocido de los modelos DEA, es utilizado cuando se suponen rendimientos constantes a

¹¹ Data Envelopment Approach

¹² Formulado por Banker, Charnes y Cooper (1984).

¹³ Formulado por Charnes, Cooper y Rhodes (1978).

escala entre insumos y productos. El modelo regresa una medida de eficiencia global para cada unidad, agrupando las medidas de eficiencia técnica pura y la eficiencia de escala en un solo valor.

Los rendimientos constantes a escala se suponen cuando un aumento en los insumos de una DMU lleva a un aumento proporcional en sus productos, es decir, existe una relación lineal uno a uno entre los insumos y los productos. Los rendimientos decrecientes a escala se suponen cuando el incremento de los insumos de una DMU resulta en un menos que proporcional incremento en sus productos. Los rendimientos crecientes a escala están presentes cuando ante un incremento de los insumos de una unidad, se obtiene un aumento mas que proporcional en sus productos.

La restricción de convexidad, parte del modelo BCC, asegura que cada unidad compuesta (DMU eficientes), es una combinación convexa de sus unidades de referencia.

DEA es una técnica no paramétrica utilizada para la medición del desempeño y utiliza programación lineal para determinar las eficiencias de un conjunto homogéneo (comparable) de unidades.

El modelo dual y el primario del CCR proveen dos formas de ver el mismo problema y las medidas de eficiencia arrojadas por ambos problemas, son similares, aunque el dual es mucho más fácil de resolver, y se presta para mayor intuición económica. La diferencia entre el dual y el primario es que para cada unidad en el modelo dual se trate de crear una unidad compuesta hipotética a partir de las unidades existentes. Siendo la unidad declarada ineficiente cuando se logra lo antes mencionado, y en caso contrario, la unidad es eficiente.

La medida de eficiencia es una medida relativa en donde una DMU calificada como 100% eficiente se dice forma parte de la frontera eficiente. Así, una DMU calificada con un 60%, se entiende como una DMU 60% eficiente con respecto a las DMU de la frontera eficiente. Dependiendo de las necesidades, se puede establecer el modelo de tal forma que, cuando se requiera analizar el lado de los insumos, el modelo se establece orientado a insumos, manteniendo las proporciones de sus productos constantes. Análogamente para el lado del producto y se dice que el modelo está orientado a producto. La función de producción describe la relación óptima entre los insumos y productos con el fin de maximizar la producción dados los insumos.

La eficiencia de producción, normalmente referida como eficiencia, es una medida de la habilidad de una DMU para producir dado un conjunto de insumos. La metodología DEA no mide la productividad de una DMU, sino que mide la eficiencia del proceso de producción, ya que la productividad es una función de la tecnología de producción, la eficiencia del proceso y el medio ambiente productivo.

El conjunto de referencia (peer group) de una DMU ineficiente es el conjunto de las DMU eficientes que son directamente comparadas a la DMU ineficiente cuando se calcula la medida de eficiencia. Este conjunto lo forman las DMU con orientación similar de insumos y productos, y sirve para orientar los ajustes necesarios para mejoramiento de eficiencia de la DMU ineficiente. La eficiencia de escala se refiere al tamaño óptimo de operación. Una DMU con 100% de eficiencia de escala es una unidad con rendimientos a escala óptimos. Las holguras nos indican la posible sub-utilización o sobre-utilización de insumos (en su caso) y con ayuda de ellas, se proponen las mejoras necesarias para convertir a una unidad ineficiente en eficiente.

Capítulo 3

Enfoques de Frontera Eficiente

La mayoría de las firmas exitosas se subdividen por ramas. El análisis de frontera permite reconocer las DMU´s con mejor desempeño en la industria (dentro de una firma sucede cosa análoga), asignar un valor numérico de eficiencia para cada una, identificar áreas de desperdicio de insumos y / o baja producción, obteniendo mejores respuestas para mejorar el desempeño de las firmas con operaciones de servicio complejas.

El análisis de frontera provee además una medida numérica de eficiencia y clasificación de las firmas (conocida como eficiencia-x en la literatura económica), que ningún otro método puede proporcionar.

Independientemente del enfoque utilizado, éste deberá cumplir con ciertas condiciones mínimas de consistencia, que se resumen en los siguientes puntos:

- Los resultados de eficiencia generados por los diferentes enfoques deben de tener medidas descriptivas comparables, (μ, σ) .

- El ordenamiento de las instituciones debe ser significativamente parecido.
- Los diferentes enfoques deben de coincidir en la identificación de la firma con el mejor / peor desempeño promedio, lo cual debe de mantenerse en el tiempo.
- Debe de existir una correspondencia razonablemente comparable entre los resultados y los que se pudieran obtener con los radios tradicionales.

En este capítulo se presenta una descripción de los diferentes enfoques para la estimación de medidas de eficiencia, resaltando sus conceptos fundamentales, así como sus principales supuestos, más adelante se presentan los resultados más sobresalientes de diferentes análisis realizados por diferentes autores y para distintas instituciones financieras en varios países.

Para que una firma sea eficiente técnicamente, ésta debe, ya sea minimizar insumos dada la producción o maximizar producción dados los insumos. El concepto de eficiencia económica implica la eficiencia técnica en lo que respecta a la elección óptima de los niveles o combinaciones de insumos / producto basándose en las reacciones a los precios de mercado. Esto nos lleva a hablar de maximización del beneficio o minimización de costos; además implica la eficiencia de asignación, es decir, que la producción óptima y/o los insumos óptimos se eligen basándose en la tecnología de producción disponible y en los precios relativos de mercado.

La eficiencia técnica sólo requiere de datos de insumos y productos, a diferencia de la eficiencia económica que requiere además los datos de los precios respectivos. Por esta razón el enfoque DEA goza de la mayor

simpatía por parte de los analistas ya que en ciertos sectores, los datos de los precios no están disponibles, dejando a un lado los conceptos de optimización. Entonces, esto nos indica que los métodos posibles de comparación entre sí son SFA, TFA, y DFA.

El hecho de que existan los precios de mercado para los datos de instituciones financieras, aunado al hecho de que los objetivos de ellas son también de maximización de beneficio y minimización de costos, justifica la utilización del concepto de eficiencia económica.

3.1 Data Envelopment Approach (DEA)

Técnica de programación lineal desarrollada por Charnes et al¹⁴ (1978) para evaluar la eficiencia de organizaciones no lucrativas del sector público (en un inicio). Impone poca estructura sobre la especificación de la frontera de mayor desempeño. Es una técnica en donde el conjunto de mayor desempeño u observaciones de frontera son tales que ninguna otra decisión de producción genera tanto o más de cada producto (dados los insumos) o tan poco o menos de cada insumo (dados los productos).

La frontera de DEA se forma por la combinación lineal que relaciona el conjunto de las observaciones de mayor desempeño, generando una frontera de posibilidades de producción convexa, con la ventaja de no

¹⁴ A. Charnes, W.W. Cooper & E. Rhodes (1978) "Measuring Efficiency of Decision Making Units", European Journal of Operational Research 2, pp. 429-444.

requerir de especificación explícita de la forma de la relación de producción subyacente. DEA utiliza formas radiales de medición de desempeño, es decir, el concepto de eficiencia presente en DEA es el de eficiencia técnica¹⁵.

Un inconveniente de los enfoques no paramétricos (como el DEA) es que generalmente no permiten la existencia de un término de error aleatorio. Se supone que no existe error de medida al construir la frontera y que no hay error por temporalidades, es decir, que de un año a otro la frontera será la misma, además de no distinguir entre términos económicos y contables. Se dice que cualquiera de los errores anteriores que aparezca, será reflejado como un cambio en su mediada de eficiencia.

La utilización de DEA persigue dos objetivos: el *empírico* que busca desarrollar e implementar la versión estocástica de DEA, y el *analítico*, que busca proporcionar el fundamento estadístico para este enfoque. Este último ha demostrado que dados ciertos supuestos relativos a la estructura tecnológica y la distribución de las eficiencias “reales”, se tiene que: (a) las eficiencias empíricas calculadas a partir de un modelo DEA, arrojan estimadores consistentes con las eficiencias verdaderas y (b) Los estimadores DEA pueden ser interpretados como estimadores de máxima verosimilitud. Sin embargo, el problema fundamental es la especificación de la distribución de la eficiencia de entre todas las observaciones. Además, la distribución muestral de los estimadores de eficiencia en el enfoque DEA permanece desconocida. Esto motiva adoptar una técnica de pivote, que es una forma de obtener una

¹⁵DEA fue enfocada originalmente a su uso en el sector público, no siendo aprovechado para la minimización de costos ni maximización de beneficios. Así, DEA, se utilizó aún cuando las funciones tradicionales de costos o beneficio no se justificaran.

aproximación empírica de tal distribución. Una vez aproximada la distribución, se realizan las inferencias estadísticas pertinentes.

Un problema potencial al aplicar DEA, es que las firmas pueden ser auto identificable o casi auto identificable. Esto se debe a que en algunos casos las firmas prácticamente no tienen rivales comparables, es decir, que ninguna firma o pocas de ellas tienen valores cercanamente parecidos de insumos o productos. Luego, puede suceder que una firma se puede auto identificar como 100% eficiente no porque domina cualquiera de las otras, sino porque simplemente no es comparable en alguna dimensión con las demás. En el caso de que una firma se auto identifique como la firma cercana al 100% de eficiencia, a esta se le denomina firma casi auto identificable, y sucede que tiene pocos elementos de comparación. El problema anterior se presenta cuando el número de datos disponibles es escaso.

Para aminorar dicho problema, se puede: 1) utilizar los precios de los insumos en un enfoque de DEA basándose en una función de costos, ya que de otra forma, los insumos permanecen constantes al no estar presentes en la forma funcional. Lo anterior implica que, firmas con una combinación diferente de insumos (productos) se encontrarían como las auto o casi auto identificadas 2) no imponer más restricciones al problema de DEA, de tal forma que las firmas sólo tienen que minimizar costos con relación a las demás, pero produciendo la misma cantidad. Finalmente tal objetivo también se alcanza utilizando la mayor información disponible. Se dice que un estudio con el enfoque DEA requiere de un conjunto de unidades homogéneas. La homogeneidad se refiere al grado de similitud entre las unidades DEA no mide productividad, sino la eficiencia del proceso productivo.

Originalmente el modelo propuesto por Charnes, Cooper y Rhodes (CCR), fue formulado para estimar la productividad o eficiencia de una firma por medio una serie de ecuaciones que manipuladas algebraicamente, se plantean de la forma siguiente:

Maximizar:
$$E_k = \sum_{r=1}^s w_r Y_{rk}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m m_i X_{ik} = 1$$

$$E_k = \sum_{r=1}^s w_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m m_i X_{ij} \leq 0$$

$$w_1, \dots, w_r \geq \epsilon > 0 ; m_1, \dots, m_m \geq \epsilon > 0$$

Aquí, E_k representa la medida de productividad o eficiencia de la firma k , Y_{rk} es la cantidad de servicio o producto r producido por la firma k durante el periodo de observación, X_{ik} es la cantidad de insumo i utilizado por la firma k durante el periodo de observación, w_r es el coeficiente o peso asignado al producto o servicio r calculado, m_i es el coeficiente o peso asignado al insumo i calculado, m es el número de insumos utilizado por las firmas, s es el numero de servicios o productos producido por las firmas, épsilon (ϵ) es un número positivo infinitesimal que restringe a los coeficientes de los productos e insumos a ser positivos.

Existen distintas variantes de este enfoque, se pueden mencionar CCR-I y BCC-I (orientados a insumos), CCR-O y BCC-O (orientados a productos), FDH y el modelo aditivo, combinación de los orientados a insumos y productos. Todas las variantes anteriores tienen equivalencias para sus medidas de eficiencia relativa.

3.1.1 Variante BCC¹⁶

El modelo BCC define una frontera de posibilidades de producción en base a las actividades¹⁷ observadas y su “casco convexo” (hull). El modelo regresa una medida de eficiencia mayor que la obtenida con el modelo CCR.

Sean A, B, C y D, DMU's, cada una con un insumo y un producto. La frontera eficiente del modelo anterior (CCR) esta representada en la figura 2 por la línea punteada que parte del origen y pasa por el punto B. Para la variante BCC, se tiene la frontera eficiente representada por la línea gruesa que une los puntos A, B y C. Aquí, la frontera de posibilidades de producción consiste de las actividades posibles con un exceso de insumo y / o un déficit de producto comparadas con las actividades de la frontera BCC. Se tiene que A, B y C son BCC-eficientes, sin embargo sólo B es además CCR-eficiente. Según los valores de la gráfica, se tiene que la eficiencia BCC para D se evalúa por $PR/PD = 2.6667/4 = 0.6667$, mientras que la eficiencia CCR se calcula por $PQ/PD = 2.25/4 = 0.5625$. Para el modelo BCC orientado a producto, la eficiencia se mide por $ST/DT = 5/3 = 1.6667$, lo que significa que para que D alcance la eficiencia, debe aumentar su producto en $1.6667 \cdot 3 = 5$.

¹⁶ Formulado por Banker, Charnes y Cooper (1984).

¹⁷ Una actividad es una pareja ordenada (x, y) que representan la cantidad de insumos no negativo y la cantidad de producto respectivamente para una DMU.

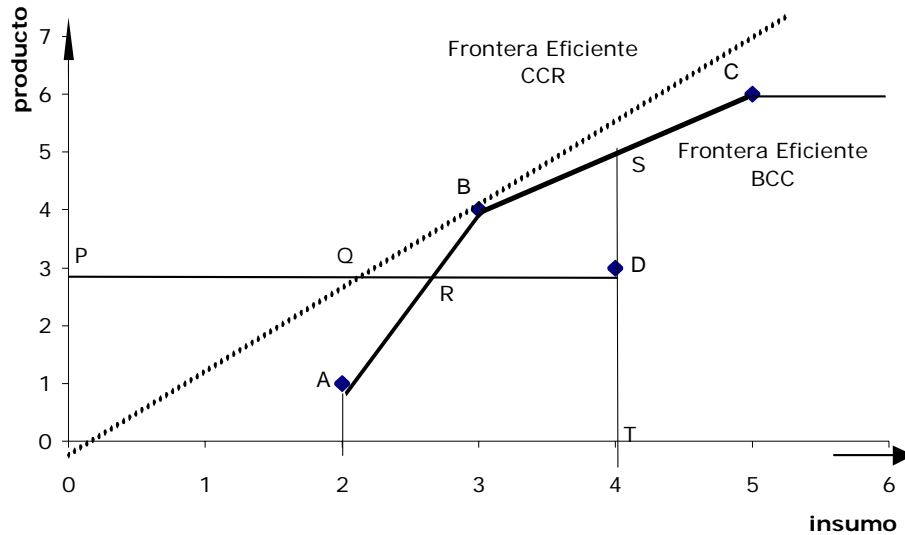


Figura 2: Modelos CCR y BCC

El modelo BCC, se establece formalmente mediante las ecuaciones siguientes:

	BCC-I		BCC-O
Min	θ_B	Min	η_B
s.a.	$\theta_B \mathbf{x}_0 - \mathbf{X}\lambda \geq \mathbf{0}$	s.a.	$\mathbf{X}\lambda \leq \mathbf{x}_0$
	$\mathbf{Y}\lambda \geq \mathbf{y}_0$		$\eta_B \mathbf{y}_0 - \mathbf{Y}\lambda \leq \mathbf{0}$
	$\mathbf{E}\lambda = 1$		$\mathbf{e}\lambda = 1$
	$\lambda \geq 0$		$\lambda \geq 0$

3.1.2 Variante Free Disposal Hull (FDH)¹⁸

El enfoque FDH es un caso especial de DEA, donde los puntos sobre las líneas que conectan los vértices no son incluidos en la frontera. Esto tiene como consecuencia que los estimadores obtenidos con FDH, son

¹⁸ Formulado por Deprins, Simar y Tulkens (1984).

distintos que los obtenidos con DEA. El objetivo primario de este método es asegurar que las estimaciones de eficiencia son afectadas por únicamente los desempeños observados actuales. La figura 3 describe la idea conceptual del método FDH. Aquí, se supone que las unidades tomadoras de decisión (DMU), representadas por A, B, C y D, utilizan dos insumos x^1 y x^2 para producir solo una unidad de un producto.

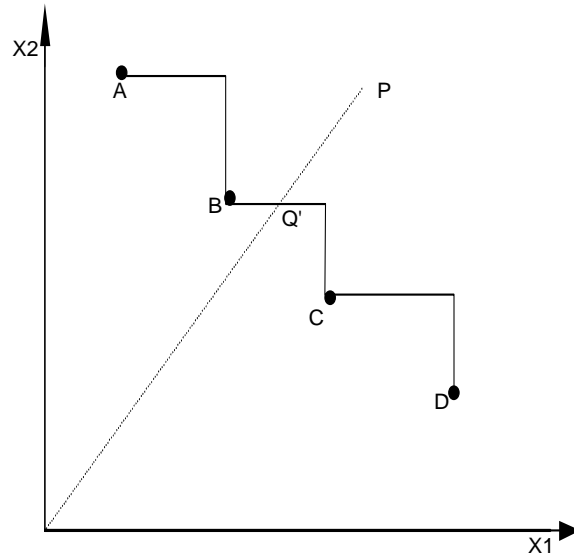


Figura 3: Frontera eficiente FDH

La frontera del conjunto y sus conexiones representan el casco (hull) definido como el conjunto más pequeño que encierra todas las posibilidades de producción que pueden ser generadas a partir de las observaciones. La ecuación siguiente describe a la frontera de posibilidades de producción, en donde se entiende el porque de la forma de escalera en la representación gráfica.

$$P_{FDH} = \langle (x, y) \mid x \geq x_j, y \leq y_j, x, y \geq 0, j = 1, \dots, n \rangle.$$

3.1.3 Variante Modelo Aditivo

En este modelo se combinan las dos orientaciones de las variantes del método DEA. Para entender la idea principal, supongamos que se tienen cuatro DMU's, a saber, A, B, C, y D, cada una de ellas produce un producto con un insumo. La figura 4 muestra la frontera eficiente formada por los segmentos delimitados por los puntos A, B y C, quedando D, dentro de la frontera eficiente. Una posible mejora para D es combinar la disminución en el insumo con el aumento del producto como se indica por la flecha que parte de d hacia B, donde son maximizadas las holguras s^- y s^+ . La definición de eficiencia para el modelo aditivo dice que una DMU es eficiente sí y sólo sí $s^{-*}=0$ y $s^{+*}=0$.

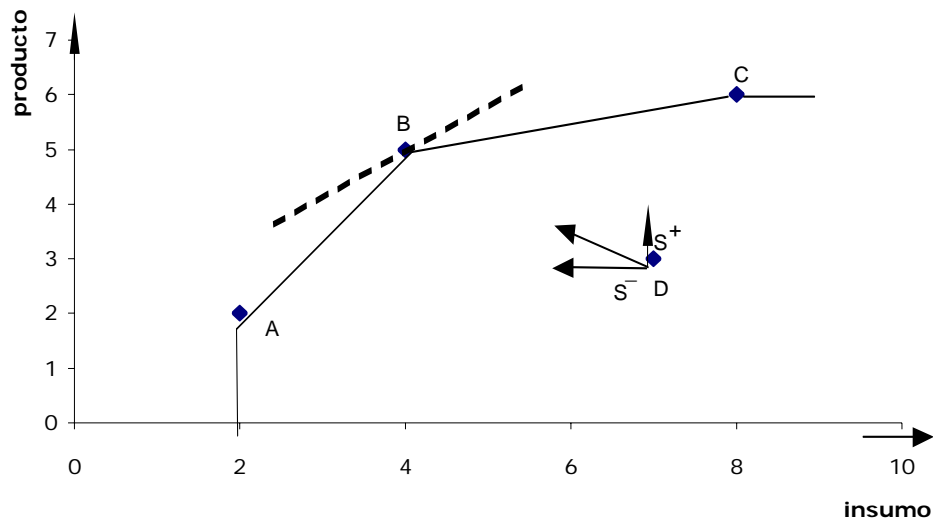


Figura 4: El Modelo Aditivo

El cuadro 2 resume las características de las variantes de los modelos básicos del enfoque DEA.

Modelo		CCR-I	CCR-O	BCC-I	BCC-O	Aditivo
Datos	X	No	No	No	Libre	Libre
		negativo	negativo	negativo		
	Y	Libre	Libre	Libre	No	Libre
					negativo	
Libre de unidades		Si	Si	Si	Si	No
θ^*		[0,1]	[0,1]	[0,1]	[0,1]	No
Tipo de eficiencia		Técnica	Técnica	Técnica	Técnica	Mixta
Rendimientos escala	a	Constantes	Constantes	Variables	Variables	Ctes./Vars.

Cuadro 2: Características de los modelos DEA

3.2 Stochastic Frontier Approach (SFA)

Los orígenes de SFA¹⁹ se remontan al año de 1977. El modelo de SFA tiene una estructura de error compuesto y se desarrolla en un contexto de producción de frontera. El modelo puede ser expresado por la función de producción $y = f(x; \beta e^{(v-u)})$, siendo y la producción, x el vector de insumos y β un vector de parámetros de tecnología, el primer término de error $v \sim N(0, \sigma_v^2)$ y captura los efectos del ruido estadístico, mientras que el segundo término $u \geq 0$, captura los efectos de la ineficiencia técnica.²⁰ Cuando simplemente se pasa por alto la suposición del error compuesto, entonces se tiene el problema de la existencia de un error

¹⁹ En el año de 1977 aparecieron dos artículos casi simultáneamente el de Meeusen & Van den Broeck (MB) apareció en junio, el de Aigner, Lovell & Schmidt (ALS) apareció un mes después. Ambos artículos son muy similares.

²⁰ Forsund, Lovell & Schmidt (1980), mencionan que la principal debilidad de SFA es la imposibilidad de descomponer los residuos individuales en dos componentes, por lo que no es posible determinar la eficiencia técnica por observación.

significativo al estimar las eficiencias de las firmas individuales. Por ejemplo, el supuesto de semi-normalidad, implica que la mayoría de las firmas están aglomeradas cercanamente a la eficiencia máxima.

El SFA especifica una forma funcional que relaciona ya sea los costos, beneficios o producción con los insumos, productos y factores involucrados. Supone que las ineficiencias tienen una distribución asimétrica, generalmente semi-normal ya que éstas no pueden ser negativas, mientras que el término aleatorio sigue una distribución normal estándar. La ineficiencia estimada para cualquier firma se toma como la media condicional o moda de la distribución del término de ineficiencia dadas las observaciones del término de error compuesto.

Una característica al utilizar este enfoque es que la clasificación de las instituciones basada en las medidas de eficiencia, es similar a la obtenida si se ordenaran con referencia a sus residuos, sin importar el supuesto realizado sobre la distribución de éstos. Es decir, una firma se declara eficiente si mantiene sus costos relativamente bajos dadas sus condiciones exógenas.

3.3 Thick Frontier Approach (TFA)

TFA especifica una forma funcional y supone que las desviaciones de los valores del desempeño promedio dentro de los cuartiles de mayor y menor desempeño, representan error aleatorio, mientras que las desviaciones del desempeño promedio entre los cuartiles mayor y menor representan ineficiencias. No se impone supuestos distribucionales al término de error ni a las ineficiencias.

Para plantear plantea la forma funcional TFA se basa en una regresión estimada utilizando únicamente los mejores desempeños según la base de datos disponible, por ejemplo aquellos en el cuartil del costo promedio mas bajo (cuando se utiliza una función de costos).²¹ A estos bancos se les supone la mayor eficiencia promedio, formando entonces la frontera gruesa.

Este enfoque arroja un estimado de las diferencias en eficiencia entre el mejor y el peor cuartil, indicando con esto la eficiencia general, pero no provee estimaciones puntuales de las firmas en lo individual. Si se desea tener una estimación de eficiencia individual, entonces es necesario agregar un término de eficiencia por cada banco, aún sin estar en la frontera gruesa. Suponiendo que este término no está correlacionado con los regresores, se recupera una medida para cada firma. Al 1% de las más eficientes se les identifica como firmas eficientes y sus respectivos residuos promedio son truncados para que correspondan al 1% de la distribución muestral, determinando la eficiencia de cada firma como las diferencias hacia la frontera de estos residuales promedio.

3.4 Distribution Free Approach (DFA)

El enfoque DFA también especifica una forma funcional para la frontera, pero separa las ineficiencias del término aleatorio en forma distinta. Este enfoque supone que la eficiencia de cada firma es estable en el tiempo, mientras que el término de error aleatorio se va disipando. La estimación de ineficiencia para cada firma en un panel de datos se determina como la diferencia entre su residuo promedio y el residuo promedio de la firma en la frontera. Las ineficiencias pueden seguir

²¹ Los bancos se pueden clasificar en varias clases dependiendo de su tamaño y su costo promedio en el período de estudio, se puede utilizar el radio de costo total por dólar de activo.

cualquier distribución prácticamente, siempre y cuando sean no negativas. Para obtener medidas de eficiencia, se requiere un panel de datos y se pueden utilizar distintas técnicas.

Una técnica es DFA-P WITHIN, que es un modelo de efectos fijos, el cual estima la eficiencia del valor de una variable dicotómica de una firma. La eficiencia se estima comparando las desviaciones al término intercepto de la firma más eficiente.

Otra técnica es DFA-P GLS, que aplica mínimos cuadrados generalizados al panel de datos, obteniendo un conjunto único de parámetros, suponiendo que las ineficiencias de la firmas se mantienen en el tiempo, y además que el término de ineficiencia no está correlacionado con los regresores. Un intercepto es obtenido para cada firma a partir del panel de datos como el residuo promedio para cada firma en el período. Siendo la firma con el residuo promedio más pequeño, la mayormente eficiente.

Por último, la técnica DFA-P TRUNCATED, con la cual hay que estimar una función de costos por separado anualmente, basando la estimación de eficiencia en los residuos promedio para cada firma. Para eliminar ruido, se truncan los residuos en los niveles inferior y superior del 1% de la distribución, es decir se eliminan los llamados valores extremos de la distribución. Este enfoque, implícitamente supone que la ineficiencia es el único efecto fijo invariante en el tiempo.

Capítulo 4 Descripción de las metodologías aplicadas

En este capítulo se describen algunas de las metodologías que utilizan el análisis de frontera aplicadas a diferentes instituciones y en distintos países con el objetivo de estimar medidas de eficiencia para las instituciones en cuestión. La descripción se presenta de forma general, pero sin dejar a un lado los aspectos más representativos de cada una de las aplicaciones descritas.

4.1 López & Vargas²² (SFA)

Este análisis de frontera se aplica a instituciones bancarias de nuestro país, su objetivo es estimar la ineficiencia- x para cada banco de una muestra representativa. El estudio se basa en una función de costos y utiliza un panel de datos que alimenta a las variables involucradas. Se obtiene un resultado de nivel de ineficiencia- x promedio para los bancos de 13.5%, medida como desviación de la frontera eficiente, además de lo anterior, no existe relación directa entre el tamaño de los activos y el nivel de eficiencia de los bancos.

²² López Acevedo, Florentino & Vargas Gahbler, Laura. Estimación del nivel de ineficiencia en la banca: enfoque de frontera estocástica. Revista de Banca y Mercados Financieros, primer semestre de 1999, CNBV.

La medida de ineficiencia obtenida en este estudio considera dos aspectos relevantes, primero, el comportamiento de la cartera considerado como producto bancario y segundo, el comportamiento de los precios de los insumos. Se aplica el enfoque SFA, aproximando una frontera de costos estocástica, ya que se tiene que los métodos no paramétricos tienen desventajas como ignorar los precios, estimando así sólo la eficiencia técnica, y por último, porque dichos métodos no suponen la existencia de fluctuaciones aleatorias.

El enfoque SFA fue introducido por Aigner, Lovell & Schmidt (1977), sus ventajas se pueden resumir en la facilidad que tiene para transformar el error aleatorio en una medida de eficiencia, así como la capacidad de capturar el comportamiento de los precios considerados, arrojando resultados que son relativos a una función económica. El costo total de una institución bancaria se puede modelar como desviación de la frontera eficiente como consecuencia de un factor aleatorio y a un factor de ineficiencia.

Se tiene que para el n -ésimo banco, $\ln(TC_n) = f(\ln Q_i, \ln P_j) + \varepsilon_n$, con $n = 1, 2, 3, \dots, m$, y donde TC_n representa el costo total para el n -ésimo banco, Q_i , la medida del producto bancario, P_j los precios de los insumos y m el número total de bancos (34 en total). El término aleatorio $\varepsilon_n = v_n + u_n$, está planteado como la suma de dos términos, el componente aleatorio no controlable (v_n) o ruido blanco y el componente controlable del error (u_n) que captura la ineficiencia en costos correspondiente.

Se supone que el primer componente se comporta de manera normal, además de ser independiente e idénticamente distribuido. Por otro lado, el segundo término, la ineficiencia, se supone no negativo y con una distribución semi normal.

La ineficiencia del k 'ésimo banco se expresa como el valor esperado de u_n condicional en ε_n , de la manera siguiente:

$$E\langle u_n | \varepsilon_n \rangle = \left[\frac{\sigma\lambda}{1+\lambda^2} \right] \left[\frac{\varphi\left(\frac{\varepsilon_n\lambda}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{\varepsilon_n\lambda}{\sigma}\right)} + \frac{\varepsilon_n\lambda}{\sigma} \right]$$

donde $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$, λ es la proporción de la desviación estándar de u_n sobre la desviación estándar de v_n , φ es la función de densidad normal estándar y Φ es la función de densidad acumulativa normal estándar.

Los datos son alimentados haciendo una combinación de series de tiempo y corte transversal (panel de datos). Una de las ventajas de un panel de datos es que los estimadores obtenidos para la ineficiencia- x son consistentes, además, no es necesario hacer supuestos fuertes sobre la distribución de los errores ya que se pueden obtener estimadores de los parámetros y del nivel de ineficiencia- x para cada banco sin suponer la no-correlación entre los regresores y el nivel de eficiencia.

El modelo considera los términos u_n como fijos, estimando un intercepto separado $\hat{\alpha}_n$ para cada banco, mediante la aplicación de MCO a la función con los datos expresados como desviaciones con respecto a la media de cada banco, para luego calcular los m interceptos como la

media de los residuales por banco, definidos como $\hat{\alpha} = \max(\hat{\alpha}_n)$ y $\hat{u}_n = \hat{\alpha} - \hat{\alpha}_n$ para $n = 1, 2, 3, \dots, 34$. Esto último implica que se toma al banco más eficiente de la muestra como el banco 100% eficiente, y a partir de éste, se mide la ineficiencia de los demás bancos.

La forma funcional presentada para los costos totales es:

$$\ln(TC_n) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^4 \beta_i \ln(Q_i) + \sum_{j=1}^3 \gamma_j \ln(P_j) + \varepsilon_n$$

donde:

- TC_n = Costo total para la k-ésima empresa,
- Q_1 = Créditos personales al consumo
- Q_2 = Crédito hipotecario
- Q_3 = Créditos comerciales
- Q_4 = Cartera de valores
- P_1 = Aproximación del precio del trabajo
Costo laboral / número de empleados
- P_2 = Aproximación del precio del capital
(Costo de operación - costo laboral) / activos fijos
- P_3 = Aproximación del precio de los depósitos
Costo financiero / capital total
- ε_n = Término de error

Los datos son datos mensuales del sistema de análisis financiero de la comisión nacional bancaria y de valores (CNBV), y corresponden al periodo de enero de 1995 a agosto de 1997, analizando en total 34 instituciones bancarias.

Los resultados obtenidos en el modelo se resumen en el cuadro 3. Se distingue que la variable de mayor impacto es la que representa los

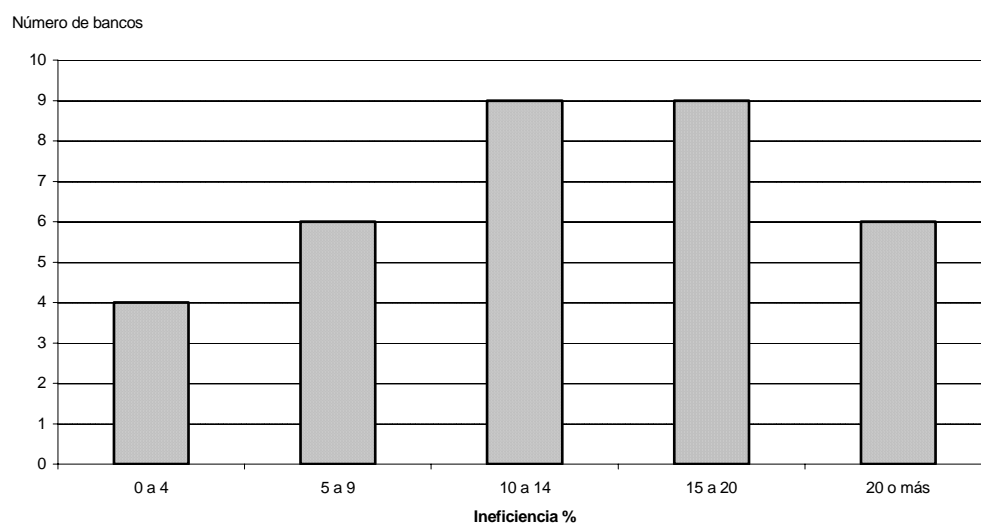
créditos comerciales, esto puede significar que una de las variables de mayor peso para las instituciones bancarias, es la de créditos a empresas. Además, se puede distinguir fácilmente que la primera variable tiene un coeficiente negativo y pequeño, lo que indica que el impacto en los costos debido a un aumento en los créditos personales no es tan significativo como lo son los de la tercera y cuarta variable.

$R^2 = 0.7980$				
Variable	Coeficiente	Error Std.	Estadístico t	Significación
Q ₁	-0.0253	0.0093	-2.7221	0.0065
Q ₂	0.0444	0.0138	3.2078	0.0013
Q ₃	0.5677	0.0177	32.0097	0.0000
Q ₄	0.1337	0.0194	6.8747	0.0000
P ₁	0.3812	0.0244	15.5868	0.0000
P ₂	0.0929	0.0349	2.6589	0.0079
P ₃	0.1947	0.0212	9.1794	0.0000

Cuadro 3: Estadísticos de la regresión

A partir de la anterior estimación es posible obtener el nivel de ineficiencia por institución. Esto resultó en una ineficiencia media de 13.5% con una máxima de 25%. La medida se debe entender como la desviación promedio respecto a la frontera eficiente estimada. La mayoría de las instituciones resultaron estar en un rango de 10% a 20% de ineficiencia. EL cuadro 4 describe el comportamiento de los bancos por rango de ineficiencia.

Se determina la participación de los activos de cada institución en los activos totales del sistema bancario en agosto de 1997. La anterior medida tiene como objetivo verificar de una manera sencilla la posible relación entre la variables tamaño de la institución e ineficiencia. Los resultados se presentan el cuadro 5.



Cuadro 4: Rangos de ineficiencia para los bancos en México

Tamaño ²³	% Ineficiencia				
	0 a 4	5 a 9	10 a 14	15 a 20	20 o más
Menor a 0.9%	1	6	6	5	4
1 a 3.9 %	1	0	2	1	1
4 a 9 %	0	0	0	3	1
Mayor de 9%	2	0	1	0	0
Total	4	6	9	9	6

Cuadro 5: Tamaño de los bancos y bancos con ineficiencias.

Como puede verse, no se puede observar una relación directa entre el tamaño de los activos y la medida de ineficiencia. El indicador obtenido permite hacer comparaciones entre instituciones y determinar el nivel de ineficiencia relativa. Esto se puede utilizar como referencia para mejorar el desempeño de los bancos, en donde se espera que se tengan mejores prácticas para los que se les detectó ineficiencia. Cuando una institución bancaria presenta problemas, entonces resultará que la medida correspondiente de ineficiencia será mayor. Asimismo, esta

²³ Participación de activos sobre los activos totales del sistema bancario.

medida puede ser utilizada para analizar cuales instituciones son posibles a fusionarse, situación muy común en nuestro país en últimas fechas.

4.2 Canhoto & Dermine²⁴ (DEA)

En este análisis, se estima la eficiencia de la banca en Portugal para el periodo de 1990 a 1995. Este país presenta un mercado interesante para el estudio de la eficiencia de las instituciones bancarias, ya que luego a la entrada de Portugal a la comunidad económica europea en 1986, la desregulación ha forzado a los bancos a tener ajustes rápidamente. Asimismo, es interesante ya que la creación de nuevos bancos después de la liberalización del mercado financiero, ha permitido que éstos controlen un 20% del mercado, por lo que la evolución de la eficiencia en el tiempo es de gran interés, además de comparar la eficiencia relativa de los nuevos bancos con la de los bancos establecidos.

La industria bancaria se divide en dos grupos: los viejos bancos establecidos, con técnicas obsoletas de producción y los nuevos bancos, que toman la oportunidad de la liberalización para expandirse por toda la nación. Sin una carga de costos significativa, los nuevos bancos pueden operar en la frontera eficiente, en donde únicamente un análisis empírico puede cuantificar la magnitud de las ganancias por eficiencia relativa.

²⁴ Cahoto, Ana & Demine, Jean. A non-parametric evaluation of banking in Portugal, new and old banks. January 26, 2000. Federal Reserve Boureau, working paper.

Los cuadros siguientes describen la muestra de los bancos incluidos en el estudio empírico. Se tienen 12 bancos antiguos, de entre los cuales 9 son comerciales y 3 de ahorro. El número de bancos nuevos asciende a 8, de los cuales 3 son extranjeros.

	Activos	Préstamos	Depósitos	Sucursales	Empleados
Viejos bancos comerciales	54.6	49.4	53.2	56.4	59.8
Viejos bancos de Ahorros	27.2	33.5	32.3	22.2	24.7
Nuevos bancos Comerciales	18.2	17.1	14.5	21.4	15.5
Total	100	100	100	100	100

Cuadro 6: Estructura porcentual de la muestra representativa de bancos en 1995

En 1990, la muestra de 20 bancos controlaba el 92.6% de los activos y el 97.6% de las sucursales. Para obtener los estimadores de eficiencia, primero se define una frontera de producción eficiente no-paramétrica que sirve de referencia para la medida de eficiencia utilizada, propuesta por Debreu-Farrell.

Se determina un banco de referencia (frontera eficiente) de manera artificial, identificando la localización relativa del resto de los bancos. Esta referencia puede ser una combinación lineal de los bancos eficientes encontrados en una muestra. Como hemos visto antes, no es necesaria especificación de una forma funcional particular para la frontera de producción. Sin embargo, es necesario suponer que no existe error aleatorio. Los modelos determinísticos no distinguen entre ineficiencia y ruido aleatorio, suponiendo que todas las desviaciones de la frontera estimada representan ineficiencia, lo cual es claramente una

equivocación. La justificación detrás de la elección de la metodología es el pequeño número de bancos en Portugal.

Con una tecnología de frontera multiproducto y un panel de datos se define la medida de eficiencia, basándose en una frontera eficiente construida con los bancos observados en el tiempo t , entonces, para el banco b observado en el tiempo $t + i$ se define lo siguiente:

$$EF_t^{b,t+i} = \min_{E_t^{b,t+i}} \{ E_t^{b,t+i} : F_t^{t+i}(y^{b,t+i}, E_t^{b,t+i} x^{b,t+i}) \leq 0 \}, \quad \forall b, t+i, t \in T$$

La función $F_t(\cdot)$ denota la función de producción en el período t , $x^{b,t+i}$ es el vector de insumos observado para el banco b en el tiempo $t + i$, $EF_t^{b,t+i}$ es un factor de escalamiento que expresa la máxima reducción proporcional en los insumos necesaria para producir un vector de productos del banco b observado en el tiempo $t + i$, $y^{b,t+i}$ donde t es el tiempo de la frontera de referencia, y T es el conjunto que incluye los bancos con sus respectivos insumos y productos en el tiempo t y $t + i$. Aquí, se tiene que cuando $i = 0$ el conjunto de bancos a los cuales se les mide la eficiencia, es el mismo que el creado para tomar de referencia. Entonces, la medida de ineficiencia estará entre 0 y 1. Sin embargo, cuando se está comparando un banco contra uno construido con bancos de otro período de tiempo $i \neq 0$, la medida podrá ser mayor que uno siempre que la observación esté fuera de la frontera construida en el tiempo t .

Se utilizan k insumos, m productos, y una muestra de n bancos para formar la frontera en el tiempo t . El problema formal de evaluar la eficiencia del banco b en el tiempo $t + i$ se define como sigue: el banco referencia es una combinación lineal de los bancos con tecnología

referente en el tiempo t , tales que cumplen con las propiedades siguientes:

$$\begin{aligned} & \text{Min } E_t^{b,t+i} \\ & \text{sujeto a: } z_t^{b,t+i} \\ (a) \quad & Y_t z_t^{b,t+i} \geq y_t^{b,t+i} & (b) \quad & X_t z_t^{b,t+i} \leq x_t^{b,t} y_t^{b,t+i} \\ (c) \quad & I z_t^{b,t+i} = 1 & (d) \quad & z_t^{b,t+i} \geq 0 \end{aligned}$$

donde, Y_t es la matriz de productos en la muestra de referencia, X_t es una matriz de orden $k \times n$ con los insumos de la misma muestra de bancos, $z_t^{b,t+i}$ es un vector de orden $n \times 1$ de pesos relativos para definir el banco de referencia b observado en el tiempo $t + i$.

Las propiedades (a) y (b) se refieren a restricciones sobre los productos e insumos respectivamente. La tercera define el grado de rendimientos a escala (VRS) impuestos al banco de referencia, sin la cual implicaría rendimientos a escala constantes (CRS) y no variables. La puntuación de eficiencia VRS provee una cota superior para la medida de eficiencia CRS. La diferencia entre las medidas de eficiencia E^{VRS} y E^{CRS} se define como la medida de ineficiencia de escala (s), la cual expresa la ganancia adicional que puede obtenerse si los bancos operan con rendimientos constantes a escala en el largo plazo y se relacionan de la siguiente manera:

$$E^{CRS} = (E^{VRS})(s)$$

La figura 5 ilustra la construcción de las fronteras de producción y el cálculo de las medidas de eficiencia para el caso de un solo producto (y) producido con un solo insumo (x). Se tienen tres unidades productivas A, B y C. La frontera para crs está representada por la línea OA' que

comprende todas las expansiones o contracciones proporcionales de los puntos observados. Por ejemplo el punto A que es totalmente eficiente técnicamente. La observación C no exhibe eficiencia de escala al permanecer en la frontera vrs. B por su parte, estando dentro de la frontera, es técnicamente ineficiente, mostrando que la misma cantidad de producto puede ser alcanzada utilizando menor cantidad de insumos. Para esta observación, la eficiencia técnica en insumos puede medirse por el radio Ox_2 / Ox_b bajo la frontera vrs y por Ox_1 / Ox_b en la frontera crs, por lo que el grado de ineficiencia de escala estará dada por Ox_1/Ox_2 .

Se forman tres grupos de bancos, los viejos bancos comerciales y los viejos bancos de ahorro y nuevos bancos. El periodo de análisis es de 1990 a 1995. Los productos bancarios se definen de acuerdo al enfoque de intermediación²⁵, es decir, la producción incluye los préstamos, depósitos y títulos en escudos, la moneda nacional, además del número de sucursales, entendiéndola como la disponibilidad de servicios bancarios. Los insumos incluyen el número de empleados y el capital físico, este último aproximado por el valor en libros de los activos fijos. Todas las variables excepto el número de empleados y el número de sucursales son deflactadas por el IPC (índice de precios al consumo) con año base 1990. Los reportes de datos se resumen en el cuadro siguiente.

Variable	1990	1991	1992	1993	1994	1995
Empleados	2,896	2,992	3,001	2,940	2,867	2,849
Activo fijo	16,105	21,017	23,374	22,958	22,436	21,150
Préstamos	242,984	272,732	297,795	301,755	295,171	313,406

²⁵ Clark, Jeffrey A., Economies of Scale and Scope at Depositary Financial Institutions: A Review of the Literature. Economic Review, Federal Reserve System.

Depósitos	408,952	447,708	488,327	506,295	531,976	555,128
Títulos	428,240	487,948	499,293	613,624	694,293	760,382
Sucursales	102	132	145	159	168	183

Cuadro 7: Valor promedio por banco de insumos y productos
para la muestra de bancos

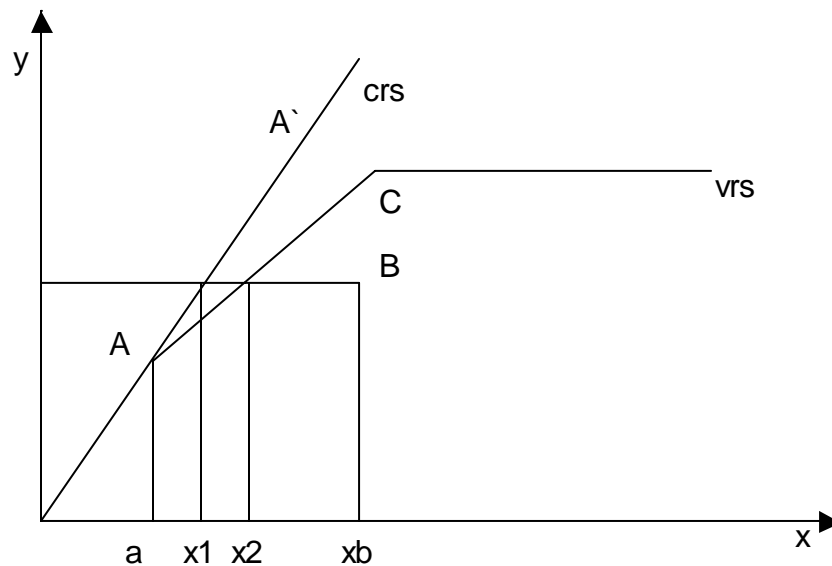


Figura 5: Fronteras eficientes con CRS y VRS

Canhoto & Dermine utilizan dos enfoques para analizar la eficiencia. Si los datos son utilizados como una sola muestra con el supuesto implícito de un banco de referencia común, se calcula la eficiencia de cada banco observado en diferentes períodos de tiempo y se analiza el mejoramiento en la eficiencia calculada, una a una con el banco referencia. El segundo enfoque consiste en analizar cada serie de tiempo por separado y como no se puede comparar directamente con el desempeño de la eficiencia en el tiempo, se utilizan los índices de productividad de Malmquist, lo cual permite la comparación propia. El reporte de las medidas se presenta en el cuadro 8, en donde se observa un 69% de eficiencia promedio utilizando la medida crs para la muestra

completa, además de que la tendencia es creciente. Estos resultados son similares a los encontrados por otros autores en estudios similares²⁶. La misma tendencia se observa para los resultados con la medida vrs.

Cuando se utilizan las muestras por separado, se obtienen las medidas mostradas en el cuadro 9. Se observa que la medida de eficiencia parece ser ligeramente decreciente. Se realizan, además de estos análisis, varias pruebas estadísticas para examinar si el incremento de las medidas reportadas es estadísticamente significativo y si el resultado es afirmativo, entonces se puede afirmar que el incremento en las medidas de eficiencia (crs y vrs) se puede atribuir al hecho de que los bancos son cada vez más eficientes o cercanos a la frontera de producción y / o el hecho de que la tecnología cambia constantemente.

	E^{crs}	E^{vrs}	S
1990-1995	0.69	0.80	0.86
1990	0.59	0.73	0.82
1991	0.61	0.72	0.85
1992	0.65	0.77	0.85
1993	0.70	0.81	0.87
1994	0.76	0.85	0.89
1995	0.84	0.93	0.91

Cuadro 8: Medidas promedio de eficiencia para la muestra

	E^{crs}	E^{vrs}	S
1990	0.90	0.95	0.95
1991	0.91	0.95	0.96
1992	0.90	0.93	0.96
1993	0.86	0.91	0.95

²⁶ Berger, Allen N., Humphrey. Efficiency of Financial Institutions: International Survey and Direction for Future Research. European Journal of Operational Research, 1997.

1994	0.84	0.91	0.92
1995	0.84	0.93	0.90

Cuadro 9: Medidas promedio de eficiencia calculadas con
muestras anuales por separado

En el cuadro 10 se describen las diferencias en la distribución de resultados de eficiencia, en dónde se evalúa si la distribución de eficiencia de los resultados de eficiencia calculados con tecnología de referencia diferente para cada año es idéntica a la distribución calculada con los resultados estimados con los datos totales.²⁷ Se observa que la hipótesis de misma distribución se rechaza para los primeros tres años únicamente, lo cual sugiere que la frontera con datos totales está determinada por los datos de años recientes. Lo anterior puede ser consecuencia de ya sea que los bancos son más eficientes o a que los bancos observados en años recientes tienen acceso a nuevas y más eficientes tecnologías.

BANCOS	E^{crs}	E^{vrs}	S
Antiguos	0.62	0.73	0.85
Nuevos	0.77	0.86	0.89
Ahorros	0.69	0.86	0.82
Total	0.69	0.80	0.86

Cuadro 10: Medidas de eficiencia promedio para cada grupo de
Bancos calculada con la muestra total

La evidencia de los datos presentados nos hace suponer que los resultados comparados no provienen de la misma muestra. Como se puede apreciar, se puede afirmar que los nuevos bancos en Portugal son en promedio mayormente eficientes.

²⁷ Se incluye el test Mann-Whitney para ser aplicado a la comparación de dos distribuciones muestrales.

4.3 Akhavein, Swamy & Taubman²⁸ (SFA)

Se utiliza un novedoso método de coeficientes fijos para la estimación de la eficiencia en la banca, el cual permite enfocarse a problemas econométricos tales como: la forma funcional desconocida de los costos o los beneficios, variables explicatorias excluidas de la función de beneficios o costos con alta correlación con variables que si están incluidas en la función, y las inconsistencias que pueden surgir si los términos de error arbitrario se agregan a la función y a sus correspondientes ecuaciones resultantes.

Como consecuencia, el problema econométrico de la estimación de la ineficiencia-x no es tan simple como el problema de distinguir entre dos componentes aleatorios. La metodología permite la separación de una frontera para cada firma, lo que no sucede con otros estudios que solo estiman una sola frontera común a todas las firmas. Los datos utilizados corresponden a bancos comerciales para el período de 1984 a 1989.

El desarrollo de este tipo de estudios permite contestar a interrogantes como si de la fusión entre grandes organizaciones bancarias resulta mayor eficiencia, mejor servicio al usuario, así como mayor seguridad bancaria, que de otra forma se quedarían sin respuesta.

En el estudio se estiman las ineficiencias técnicas y de asignación, utilizando un enfoque de "tipo de forma funcional". Este enfoque fue desarrollado por Swamy, Mehta y Singamsetti en 1993, el cual tiene algunas ventajas sobre los cuatro enfoques comúnmente utilizados que se describieron con anterioridad. Este enfoque especifica una función de

²⁸ Akhavein, Jalal D., Swamy P.A.V.B., Taubman, Stephen B. A general method of deriving the efficiencies of banks from a profit function. The Wharton Financial institution Center, working paper 94-26, September 1994.

costos o beneficios de tal forma que coincida con su contraparte real. No supone que las variables explicatorias incluidas en la función sean no correlacionadas con las variables explicatorias excluidas. Este enfoque trae una variedad de no linealidades y efectos de variables excluidas al análisis econométrico, lo cual ayuda a explicar algunos de los residuos atribuidos a cambios técnicos en estudios previos.

Primero se estima la función de beneficios verdadera con el modelo general de coeficientes fijos basándose en Diewert y Ostensoe²⁹ y se utiliza la base de datos de Berger³⁰. Luego, los resultados obtenidos se comparan a los obtenidos por Berger, con lo cual se comprueba la efectividad de los estimadores de eficiencia-x.

En el proceso, primero se supone que no hay ineficiencias, para luego relajar el supuesto. Al hacer esto, el modelo es muy similar al trabajado por Berger, en donde se trabaja con precios sombra, desviaciones de los precios actuales. Se supone además, que los bancos están agrupados de tal forma que las tecnologías de producción de bancos diferentes dentro de un grupo son muy similares.

Los pasos realizados de manera general son los siguientes: primero, se aplica un modelo de estimación de coeficientes desarrollado por Swamy y Metha (1975) con el fin de estimar la función de beneficios. Enseguida se estiman los beneficios óptimos, así como las cantidades de los Insumos. Habiendo obtenido lo anterior, las estimaciones son validadas. Los datos están agrupados por estado y por año, además, se subdividen en tres grupos, UNIT (banco unitario), LIMIT (sucursales limitadas) y

²⁹ Diewert, W.E. and Ostensoe, 1988, Flexible functional forms for profit functions and global curvature conditions, in W.A. Barnett, E.R. Berndt, and H. White, eds., *Dynamic econometric modeling* (Cambridge University Press, Cambridge) 43-51.

³⁰ Berger, Allen N., Hancock, Diana, Humphrey, David B., Bank Efficiency Derived from the Profit Function. *Journal of Banking and Finance*, V17, April 1993.

STATE (sucursales regionales), representando los grandes grupos regulados en Estados Unidos.

Las variables utilizadas son: el número de empleados Q1, préstamos de instalación Q2, fondos comprados Q3 y préstamos comerciales e industriales Q4. Las variables fijas (netputs) son, el capital físico, z1 y los depósitos centrales, z2.

Eficiencia de escala (S)					E^{VRS}				E^{CRS}			
Mann-Whitney U	ANOVA F	Kruskal-Wallis test X_2	Median test X_2	Mann-Whitney U	ANOVA F	Kruskal-Wallis test X_2	Median test X_2	Mann-Whitney U	ANOVA F	Kruskal-Wallis test X_2	Median test X_2	
(Prob>U)	(Prob>F)	(Prob>X ₂)	(Prob>X ₂)	(Prob>U)	(Prob>F)	(Prob>X ₂)	(Prob>X ₂)	(Prob>U)	(Prob>F)	(Prob>X ₂)	(Prob>X ₂)	
-3.59	13.1	13.1	10.00	-3.9	29	15.7	14.4	-4.9	64	24.5	25.6	#
(0.00)	(0.001)	(0.00)	(0.002)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
-3.63	12.63	13.35	10.00	-4.25	37.06	18.68	14.4	-4.84	54.99	23.82	19.60	#
(0.00)	(0.001)	(0.00)	(0.002)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
-3.61	14.56	13.40	10.00	-3.71	17.63	14.22	10.00	-4.07	30.94	17.03	14.40	#
(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.002)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.002)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	
-2.80	6.33	7.96	6.40	-2.44	5.81	6.09	1.60	-3.07	11.01	9.57	6.40	#
(0.005)	(0.016)	(0.005)	(0.01)	(0.016)	(0.02)	(0.01)	(0.21)	(0.002)	(0.002)	(0.002)	(0.01)	
-0.95	0.89	0.90	1.60	-1.10	2.38	3.01	0.40	-1.57	2.46	2.474	0.40	#
(0.34)	(0.35)	(0.34)	(0.21)	(0.088)	(0.13)	(0.08)	(0.53)	(0.12)	(0.13)	(0.12)	(0.53)	
-0.14	0.008	0.02	0.10	-0.014	0.001	0.00	0.00	0.00	0.003	0.00	0.00	#
(0.89)	(0.93)	(0.89)	(0.75)	(0.99)	(0.97)	(0.99)	(1.00)	(1.00)	(0.96)	(1.00)	(1.00)	

Cuadro 11: Pruebas estadísticas de igualdad entre las distribuciones de medidas de eficiencia anual

Los resultados muestran que el residual que otros estudios atribuyen a la ineficiencia técnica, incluye los efectos de las variables excluidas, de formas funcionales imprecisas, y de estimación inconsistente de parámetros. Se muestra que una vez que los efectos son sustraídos del residual, la ineficiencia estimada será sustancialmente menor.

Al igual que previos estudios, se concluye que las ineficiencias técnicas dominan a las de asignación y que en promedio los bancos grandes son mayormente eficientes en ambas medidas de ineficiencia, que los bancos pequeños y medianos.

Para los tres grupos, las ineficiencias de producción estimadas son más grandes que las ineficiencias de insumos, sugiriendo que las ganancias deficientes, en lugar de costos excesivos, son las fuentes primarias para que algunos bancos no estén alcanzando beneficios máximos. Los resultados numéricos se presentan en el cuadro 12.

Tipo de banco	Variable	No. de Obs.	Optimo	Deseado	Actual
UNIT	Q1	1947	-322348	-384472	-384744
	Q2	1947	32085	34861	34558
	Q3	1947	-39191	-49788	-49788
	Q4	1947	48353	52981	51382
	II	1947	39.647M	38946M	38.503M
LIMIT	Q1	1031	-213063	-336312	-336412
	Q2	1031	30162	35188	34982

	Q3	1031	-21276	-25938	-25938
	Q4	1031	45524	44027	39537
	II	1031	85.317M	82203M	81.100M
STATE	Q1	1295	-93992	-251559	-252355
	Q2	1295	37486	35503	35431
	Q3	1295	-43176	-40951	-40951
	Q4	1295	35636	39714	38042
	II	1295	110.260M	103.786M	102.649M

Cuadro 12: Comparación de los netputs promedio óptimos,
deseados y actuales

4.4 Simon & Eisenbeis ³¹ (SFA)

En este estudio, se examinan las propiedades de la ineficiencia-x y su relación con la toma de riesgos y el retorno de acervos para los bancos de Estados Unidos para el periodo 1986 - 1991. Para realizar este tipo de análisis, se estima una frontera eficiente de costos estocástica en base a la propuesta por Aigner, Lovell & Schmidt (1977), basada en una función de costos translog multiproducto. Los datos semestrales para una muestra de 254 bancos estadounidenses son agrupados en cuartiles para poder hacer comparaciones entre las diferentes tecnologías para cada tamaño. Se estiman funciones de costo para cada tamaño utilizando el método de máxima verosimilitud. En base a lo anterior, se estima la ineficiencia-x para cada muestra de cada tamaño en cada periodo, siguiendo el método de Jondrow, Lovell, Materov & Schmidt (1982).

Luego de controlar las diferencias en la escala, se encuentra que el promedio de los bancos pequeños es relativamente menos eficiente que

³¹ Simon H. Kwan & Robert A. Eisenbeis, An analysis of Inefficiencies in Banking: A Stochastic Cost Frontier Approach. Federal Reserve Boureau of Dan Francisco Economic Review 1996, Number 2.

el promedio de los bancos grandes. Los bancos pequeños también exhiben mayores variaciones en ineficiencias x que sus contrapartes, los bancos grandes. Los bancos menos eficientes son asociados con la toma de mayores riesgos.

Las eficiencias de escala se refieren a la relación entre los costos promedio de una firma y su producción. Las eficiencias de alcance o diversificación, se refieren a las economías de producción conjunta, en donde los costos de producción son menores que la suma de los costos al ser producidos en forma independiente. Este tipo de estudios sin embargo, no parece aportar evidencia para el significado económico de las ineficiencias- x , refiriéndose a las desviaciones de la frontera eficiente de producción, que refleja el nivel máximo de producción para un nivel de insumos dado.

Este tipo de análisis es de especial interés, dados los cambios presentados en la industria bancaria en la última década, donde las inquietudes más comunes son: ¿las firmas ineficientes se mantienen ineficientes en el tiempo?, ¿cómo es que tales firmas son viables económicamente?

Para los hacedores de las políticas bancarias, la importancia se centra en determinar si las ineficiencias de algunos de los bancos atraen riesgos adicionales al sistema bancario. En cambio, a los inversionistas les interesa la relación entre la ineficiencia- x de una firma en especial y la valuación de mercado de sus acervos.

Similar a los estudios realizados anteriormente, se encuentra que las ineficiencias- x son muy grandes, además de encontrar propiedades

interesantes de éstas. Primero, el nivel de las ineficiencias-x es en promedio notablemente más bajo para los bancos grandes que para los bancos pequeños. Segundo, independientemente del tamaño de la firma, las ineficiencias-x disminuyen gradualmente entre 1986 y 1990, incrementándose para 1991. Tercero, a pesar de la disminución en las ineficiencias-x, el posicionamiento según el orden de las firmas en base a su ineficiencia-x está altamente correlacionada en el tiempo, tres años y medio para las firmas de los cuartiles más pequeños y un año para las firmas del cuartil mayor. Se cree que los bancos pueden permanecer en el mercado debido a que la toma de mayores riesgos soporta las ineficiencias presentadas por cada firma ineficiente. Se encuentra también que las firmas ineficientes tienden a tener una varianza mayor en el retorno de sus acervos, menor capitalización, y mayor cobro por préstamos.

4.4.1 Medición de la ineficiencia-x

Para medir la ineficiencia-x de cada banco, mediante la metodología mencionada, el costo total observado de un banco se compara con la frontera eficiente (costo total eficiente) y sus desviaciones son atribuidas a ruido aleatorio y posiblemente a ineficiencia-x. La función definida de costo total para el n-ésimo banco se describe por:

$$\ln TC_n = f(\ln Q_i, \ln P_j) + \varepsilon_n$$

donde TC_n es el costo total del banco n, Q_i son las medidas de la producción bancaria, y P_j son los precios de los insumos. El término estocástico ε_n se divide como $\varepsilon_n = \mu_n + \delta_n$, donde μ_n representa un factor aleatorio no controlable y δ_n representa el componente controlable de ε_n .

Por una parte, $\mu_n \sim N(0, \sigma_\mu^2)$, mientras que δ_n se distribuye independiente de μ_n y tiene una distribución seminormal, $\delta_n \sim |N(0, \sigma_\delta^2)|$.

Se define la ineficiencia-x de la firma n como c_n , y se expresa como el valor esperado de δ_n condicional en ε_n de forma que:

$$c_n = E(\delta_n|\varepsilon_n) = [\sigma\lambda/(1+\lambda^2)][\phi(\varepsilon_n\lambda/\sigma)/\Phi(\varepsilon_n\lambda/\sigma) + \varepsilon_n\lambda/\sigma]$$

con $\lambda = \sigma_\delta / \sigma_\mu$, $\sigma^2 = \sigma_\delta^2 + \sigma_\mu^2$, Φ es la función de densidad acumulativa normal estándar y ϕ es la función de densidad normal estándar. Se obtienen las estimaciones de la ineficiencia-x con estimaciones de las desviaciones estándar correspondientes.

Se utilizan cinco medidas de productos bancarios y tres precios de insumos bancarios dentro de la función de costos translog multiproducto especificada, a saber, valor en libros de inversión en valores Q1, valor en libros de los préstamos hipotecarios Q2, valor en libros de los préstamos comerciales e industriales Q3, valor en libros de préstamos al consumidor Q4 y obligaciones y contingencias Q5. En lo que respecta a precios, se cuenta con el precio por capital unitario P1, definido como los gastos de planta (Occupancy expenses) dividido por la planta fija y equipo, el costo unitario de los fondos P2, definido como los gastos de interés total entre los depósitos totales, fondos prestados y notas subordinadas, y por último, el precio unitario del trabajo P3, definido como los sueldos y salarios totales dividido por el número de empleados equivalentes de tiempo completo. Las estimaciones obtenidas por este método, son presentadas en el cuadro 13.

Basándose en los resultados, podemos decir que existen ineficiencias sustanciales en la banca, promediando entre un 10 y 20 por ciento de

los costos totales. Luego que son controladas las diferencias en escala, tanto la media como la mediana de la estimación de ineficiencia decrecen monótonamente

En base a los resultados se puede pensar que, en promedio, los bancos pequeños se desvían mas de la frontera de costos eficiente que lo que se desvían los bancos grandes, es decir, los bancos pequeños parecen ser menos eficientes que los bancos grandes, además de presentar mayor variabilidad. En lo referente a la posible relación entre ineficiencia y rendimiento de activos, se encuentra que los bancos ineficientes tienden a tener mayores varianzas en sus rendimientos, menos capitalización y mayores pérdidas en préstamos.

Estadístico	Cuartil 1	Cuartil 2	Cuartil 3	Cuartil 4
Media	0.1855	0.1446	0.1211	0.0808
Mediana	0.1483	0.1166	0.1003	0.0704
Mínimo	0.0146	0.0197	0.0159	0.0208
Máximo	0.9460	0.6144	0.4708	0.3212
Desviación estándar	0.1454	0.0977	0.0819	0.0417
Sesgo	1.6447	1.4156	1.2244	1.4741
Curtosis	3.1797	2.4199	1.4317	3.0111
N	774	657	643	659

Cuadro 13: Resumen de las estadísticas obtenidas de ineficiencia-x

4.5 Sathye, Milind³² (DEA)

En este artículo, se investiga empíricamente la ineficiencia-x (de asignación y técnica) en los bancos australianos. Se utilizó la técnica

³² Sathye, Milind, X-efficiency in Australian Banking: An Empirical Investigation, Journal of Banking & Finance 25 (2001)613-630.

DEA, ya que resulta ajustarse más a las necesidades debido a la muestra pequeña de datos. Los objetivos centrales de este estudio son, 1) investigar la eficiencia económica, técnica y de asignación para los bancos australianos y compararla con bancos de distintos países, 2) Investigar si los bancos domésticos son más eficientes que los de capital extranjero en Australia y 3) determinar cuáles son los factores que influyen sobre las medidas encontradas anteriormente.

Para encontrar las medidas de eficiencia, se utilizó el enfoque DEA, para ver la diferencia entre la eficiencia de los bancos domésticos y extranjeros, se utilizó ANOVA.

Con el objetivo de medir la eficiencia, las instituciones con mayor desempeño son separadas de las de menor desempeño. Las variables involucradas son, trabajo X1, capital X2, y fondos prestables X3 por parte de los insumos, y como productos, préstamos Y1 y depósitos Y2, además de la utilización del precio del trabajo P1, una proxy del precio del capital P2 y el precio de los fondos prestables P3. La muestra incluye a 29 bancos de los 32 existentes.

En los cuadros siguientes se resume la descripción de las variables involucradas, y una descripción de las medidas de eficiencia obtenidas basadas en la muestra de datos.

Variable*	N	Mínimo	máximo	media	d.s
Y1	29	172	57709	10954	17955
Y2	29	13	31845	4175	7860
X1	29	59	47178	6458	13522
X2	29	3	2330	286	515
X3	29	85	61298	10299	16919
P1	29	0.03	0.06	0.09	0.11

P2	29	0.01	1.17	0.42	0.35
P3	29	0.04	0.42	0.10	0.07

*En millones de dólares australianos, excepto x1 número de empleados

Cuadro 14: Estadística descriptiva de la muestra

Tipo de eficiencia	mínimo	Máximo	Media	d.s.
TE	0.39	1.00	0.67	0.17
AE	0.57	1.00	0.85	0.11
OE	0.22	1.00	0.58	0.18

TE – Eficiencia Técnica, AE – Eficiencia de Asignación, OE = TE*AE

Cuadro 15: Estadística descriptiva de las medidas de eficiencia

Como se puede apreciar en el cuadro anterior, la eficiencia técnica es menor que la eficiencia de asignación, es decir, los bancos tienen que mejorar la productividad de los insumos involucrados en el modelo, que son capital, trabajo y fondos prestables, es decir tienen que ajustar sus razones capital / activos, así como despedir el exceso de personal. Una idea que ha sido adoptada recientemente es la sugerencia de los mismos bancos hacia sus clientes de migrar a los servicios por teléfono o por computadora, asignando claves de cliente para estos fines. Esto último permite reducir los costos drásticamente al no tener que enfrentar los clientes en las filas bancarias, sino que se le ofrece un servicio seguro y confiable por vía electrónica.

Los bancos en esta muestra se encuentran con bajos niveles de eficiencia comparados con bancos europeos y estadounidenses. Los resultados indican que, como fuente de la ineficiencia total, la parte técnica tiene mayor peso que la ineficiencia de asignación. Luego, se dice que la ineficiencia en los bancos australianos se atribuye mas que nada al desperdicio de recursos que a la mala asignación de estos. Haciendo una comparación entre los bancos domésticos y los

extranjeros, se encuentra que los primeros son más eficientes. Como en los análisis anteriores, los resultados son de gran utilidad para el diseño de políticas e internamente para los bancos con fines estratégicos.

4.6 Berger & Humphrey ³³

El artículo analizado revisa 130 estudios que aplican análisis de frontera eficiente en 21 países. El objetivo principal es resumir y revisar en forma crítica las estimaciones empíricas de eficiencia de las instituciones financieras.

Se encuentra que, independientemente de los métodos de medición de eficiencia, no se obtienen resultados consistentes, lo cual indica que todos los métodos son susceptibles de mejoras. Como resultado de este análisis, se observan las implicaciones que tienen estos resultados de eficiencia en las áreas de política de gobierno y desempeño administrativo.

Primero son separadas las firmas de mayor desempeño de las de menor desempeño, utilizando alguno de los enfoques paramétricos o no paramétricos. Con este tipo de análisis, se tienen presentes las implicaciones que tiene la regulación, las fusiones o la estructura del mercado de la industria. A través de la clasificación de las instituciones, se pueden establecer políticas para el mejor desempeño de las firmas en la industria. En la literatura actual, se utilizan por lo menos cinco diferentes técnicas de eficiencia, en el presente análisis, se incluyen el mayor número posible de instituciones financieras, clasificadas por rama, y lo hacen para el mayor número de países, ya que cada vez, el mercado financiero se está globalizando.

³³ Berger, Allen N., Humphrey. Efficiency of Financial Institutions: International Survey and Direction for Future Research. European Journal of Operational Research, 1997

Una característica de los métodos paramétricos es que imponen una forma funcional particular, al suponer el comportamiento de la frontera, lo que puede traer como consecuencia, que las medidas de eficiencia se confundan con errores de especificación. Al mismo tiempo, estos enfoques no son tan rigurosos al establecer la frontera, pero tienen el inconveniente de no permitir errores aleatorios debidos a problemas de datos, confundiendo entonces a las medidas de eficiencia con las desviaciones aleatorias de la frontera eficiente.

No se puede decidir cual de los dos enfoques, paramétricos o no paramétricos es mejor, ya que el nivel real de eficiencia es desconocido, sin embargo, una posible acción para disipar las limitaciones de los enfoques puede ser flexibilizar a los enfoques paramétricos por una parte e introducir cierto grado de error aleatorio en los enfoques no paramétricos.

Los resultados de eficiencia se reportan en dos formas. La primera, por ejemplo, la eficiencia de un 79% de una firma, significa que si la firma estuviese produciendo sobre la frontera en lugar de su posición actual, entonces únicamente 79% de los recursos actualmente utilizados serían necesarios para producir el mismo nivel de producción (o alcanzar las mismas metas). La segunda como ineficiencia, así la correspondiente a esta misma firma será de un 27%, significando que la firma requiere 27% más de recursos para producir la misma cantidad de producto (o alcanzar las mismas metas) que una firma eficiente sobre la frontera. La relación entre las medidas de eficiencia e ineficiencia se describe con la formula siguiente:

$$\text{Eficiencia} = 1 / (1 + \text{Ineficiencia})$$

En el cuadro 16 se presentan las medidas arrojadas por los enfoques no paramétricos son menores que las arrojadas por los paramétricos, además de sugerir mayor dispersión en los radios de estimación. En general, parece claro que las estimaciones de eficiencia media y mediana para una industria, pueden servir mejor para propósitos de políticas e investigación que la simple clasificación sugerida por su valor de eficiencia, ya que ésta última variará un poco dependiendo del enfoque. Entonces, los posibles análisis de política o investigación basados en los niveles de eficiencia de las firmas, serán más convincentes entre mayor número de enfoques sean aplicados a un mismo conjunto de datos con el fin de demostrar la efectividad de los resultados obtenidos.

no paramétricos DEA y FDH (78 observaciones)		Paramétricos SFA, DFA y TFA (110 observaciones)	
Media	0.72	Media	0.84
Mediana	0.74	Mediana	0.85
Desviación estándar	0.17	Desviación estándar	0.06
Rango intercuartil	0.24	Rango intercuartil	0.07
Rango	0.31 a 0.97	Rango	0.61 a 0.95

Cuadro 16: Eficiencia promedio de los bancos estadounidenses por enfoque de frontera.

En los resultados presentados para análisis entre países, se tiene una aplicación de DEA a bancos de Noruega, Suecia y Finlandia, primero aplicado con fronteras separadas para cada país y después estableciendo una frontera común. En ambos casos, Suecia fue encontrado como el país con la banca más eficiente de entre los tres

países. La efectividad de la frontera común, se demostró eliminando los bancos de la frontera, recalculando los valores de eficiencia y correlacionando los nuevos valores con los anteriores, lo que arrojó una medida de coeficiente Spearman de 0.96, reafirmando que los bancos suecos son más eficientes, según las medidas de eficiencia obtenidas.

Se realizaron otros estudios comparativos entre países aplicando DFA y DEA respectivamente para 11 países de la OECD y 8 países en desarrollo. Para ambos casos se define una frontera común. En el primer estudio, se obtiene una medida promedio de eficiencia para instituciones financieras (banca y seguros) de 0.82, con un rango de 0.67 (Dinamarca) a 0.98 (Japón). En el segundo estudio, se aplica DEA a 427 bancos de 8 países desarrollados, obteniendo una eficiencia media de 0.86 con rango de 0.55 (R.U) a 0.95 (Francia). En ambos estudios Estados Unidos obtiene una medida de relativa ineficiencia.

Este tipo de análisis comparativo entre bancos de distintos países es difícil de interpretar debido a las condiciones de regulación y económicas prevalecientes en los distintos países, así como a los niveles y cantidad de servicio asociados, siendo estos complicados en su medición. Tales diferencias entre países no fueron especificadas al proponer la frontera común, por lo que los resultados son afectados. Sin embargo, estos estudios proveen una fuente valiosa de información para analizar la competitividad entre bancos de distintos países, preocupación de particular importancia tanto en el creciente mercado de servicios europeo como para el mercado financiero en constante globalización. Los diferentes estudios que se pueden realizar tienen diferentes objetivos, por ejemplo, para fines regulación por parte del gobierno, para investigación académica, o el mejoramiento de administraciones. La primera de ellas se subdivide a su vez en regulación, riesgo,

problemas de crédito, estructura del mercado y concentración, y los efectos de las fusiones y adquisiciones.

La regulación se lleva a cabo para mejorar el desempeño de la industria (desregulación). Si se eleva la eficiencia, entonces el mejoramiento de la asignación de recursos será benéfico para la sociedad, pudiendo disminuir los precios y / o aumentar los servicios a los consumidores cuando la competencia es lo suficientemente fuerte. Sin embargo, algunas veces, la regulación se lleva a cabo por necesidades de mejorar la competitividad en la industria, por ejemplo, quitando los techos a las tasas de interés pagadas por los bancos. El efecto mayor de la regulación es una disminución de la productividad en vez de un mejoramiento, ya que al regular, normalmente suben las tasas de interés.

Un objetivo fundamental de la regulación de instituciones financieras es limitar el riesgo de mercado, es decir, el riesgo que pocas instituciones con problemas propagan a otras instituciones que si son solventes y cuentan con liquidez. Un punto importante dentro de la política de gobierno es la cuestión antimonopolio. Se ha encontrado que en las instituciones financieras existe una relación positiva entre concentración del mercado y beneficios, quizás debido al poder de mercado ejercido sobre el precio en mercados concentrados, obteniendo beneficios superiores.

Prácticamente cualquiera de los enfoques de eficiencia puede servir para mejorar el desempeño de las instituciones financieras. Las características encontradas en las firmas sobre la frontera eficiente serán identificadas como las de mejor desempeño, las cuales pueden ser adoptadas por las firmas alejadas de la frontera eficiente con fines de

mejorar su desempeño. De hecho el punto central de análisis es la relación entre la forma organizacional y la frontera eficiente, con la cual se establecen los cambios pertinentes para conducir a un más alto desempeño.

Capítulo 5 La eficiencia en la industria bancaria mexicana

El presente capítulo describe uno de los enfoques utilizados para medir la eficiencia en la industria bancaria mexicana, el enfoque DEA (Data Envelopment Approach), un enfoque no paramétrico donde no se necesita especificar forma funcional alguna para la frontera de producción, siendo esta la ventaja principal de DEA. Se utiliza primordialmente el modelo CCR-I, el modelo DEA mas común, así como otras variantes de este enfoque, sin entrar en detalle de demostraciones.

Una medida comúnmente utilizada para describir la eficiencia es el cociente Producción / Insumos, a tal medida se le da el nombre de medida de productividad parcial, la cual se distingue de la medida de productividad total, que intenta obtener un valor del radio producción / insumo que tome en cuenta todos los productos y todos los insumos.

Moverse de medidas parciales a medidas totales ayuda a eliminar la imputación de lo ganado a un factor (o producto) cuando debe ser atribuido a uno diferente. Esto trae consigo ciertas dificultades tales como la determinación de los insumos que se deben de tomar en cuenta para el análisis y cuales serán las ponderaciones que se utilizaran para formar así un cociente simple que permita simplificar los resultados.

Se presenta de forma simple, la forma en que será medida la eficiencia en el sistema bancario mexicano, esto con el fin de dejar claros los pasos que introducen la utilización del enfoque DEA que se utiliza en este capítulo.

5.1 Un solo insumo y un solo producto

Para establecer el punto de partida del enfoque DEA, comenzaremos con la medida tradicional aplicado a un ejemplo simple. Se tienen 16 bancos con los datos siguientes:

B a n c o	Afirme	Banamex	...	Santander M.	Serfin
Numero de Empleados (NE)	576	30,345	...	5,419	12,563
Prestamos al Consumidor (PC)	8.76	15,008.92	...	440.26	1,478.11
PC/NE	0.02	0.49	...	0.08	0.12

Cuadro 17: Un solo insumo, un solo producto

El numero de empleados y los prestamos al consumidor (en millones de pesos). La ultima línea representada por el cociente prestamos al consumidor / numero de empleados muestra una medida de "productividad", pudiéndose tratar de forma más general como "eficiencia". Basándose en esta medida se puede decir que el banco

Banamex es el banco más eficiente y el banco Afirme el menos eficiente de los que se muestran en el cuadro 17.

La línea que parte del origen y pasa por el punto con el cual se forma el mayor ángulo. Nótese que la línea toca por lo menos un punto, estando los restantes sobre o debajo de ella. De allí el nombre de “Data Envelopment”, envoltura de datos.

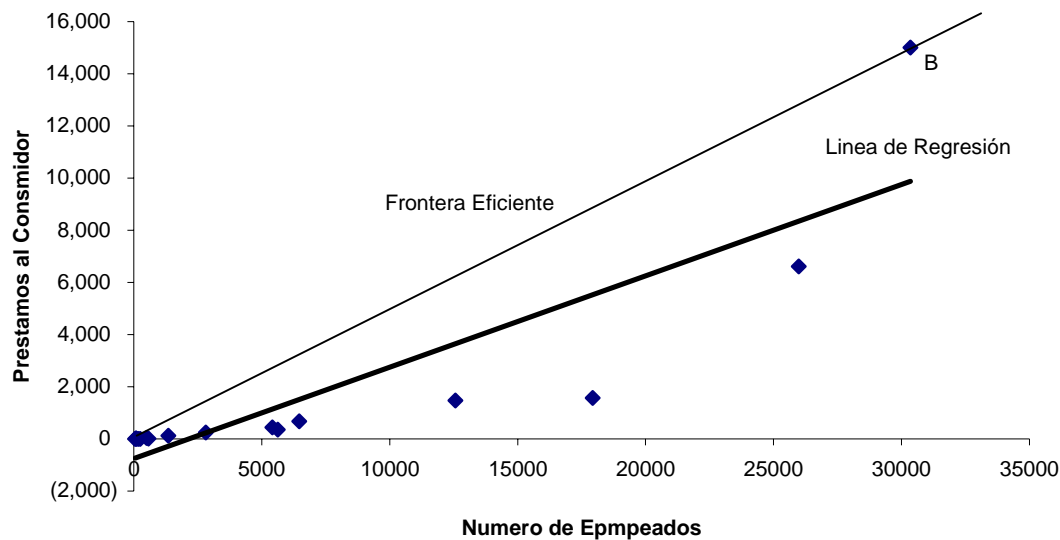


Figura 6: Un insumo, un producto

Si se grafica la línea de regresión, definiendo los puntos que están por arriba como excelentes y los que están por debajo como no satisfactorios, se pueden determinar, por medio de magnitudes de las desviaciones con respecto a la línea de regresión, los grados de excelencia o inferioridad de cada banco. Como se ve, el banco con el mayor desempeño queda en la frontera eficiente, midiendo la eficiencia de los demás como las desviaciones con respecto de la frontera eficiente. Así, vemos la diferencia entre los conceptos estadísticos y DEA. La regresión refleja el comportamiento de tendencia central de las observaciones, mientras que DEA refleja el mejor desempeño, y evalúa

todos los desempeños como desviaciones de la frontera eficiente. Esto puede resultar en diferentes enfoques para el mejoramiento.

DEA identifica a los puntos sobre la frontera eficiente y los toma como punto de referencia para futuros mejoramientos. La línea de la frontera eficiente no necesariamente se prolonga al infinito con la misma pendiente. Sin embargo, supongamos que esta línea es efectiva para el rango de interés y llamaremos a esto *el supuesto de rendimientos constantes a escala*.

Si medimos la ineficiencia de los bancos comparada con los bancos de la frontera, podemos medir la eficiencia relativa al banco más eficiente por:

$$0 \leq \frac{\text{Ventas}_{\text{por empleado otros bancos}}}{\text{Ventas}_{\text{por empleado banco eficiente}}} \leq 1$$

con lo que se obtienen los resultados siguientes:

	Banco	Eficiencia	Interpretación
A	Afirme	0.0307	3% de la eficiencia de B
J	Del Bajío	0.0005	0% de la eficiencia de B
L	Interacciones	0.0303	3% de la eficiencia de B
I	Chase Manhattan	0.0498	5% de la eficiencia de B
N	Mercantil del Norte	0.1266	13% de la eficiencia de B
O	Santander	0.1643	16% de la eficiencia de B
M	Ixe	0.1737	17% de la eficiencia de B
G	Bitel	0.1774	18% de la eficiencia de B
D	Banpais	0.1786	18% de la eficiencia de B

H	Centro	0.1874	19% de la eficiencia de B
K	G E Capital	0.1960	20% de la eficiencia de B
F	Bilbao Vizcaya	0.2112	21% de la eficiencia de B
P	Serfín	0.2379	24% de la eficiencia de B
C	Bancomer	0.5148	51% de la eficiencia de B
E	Bansi	0.5562	56% de la eficiencia de B
B	Banamex	1.0000	100% de la eficiencia de B

Cuadro 18: Eficiencia relativa de los bancos en México

Ahora, se tiene el problema de cómo hacer a los bancos ineficientes, eficientes, es decir, cómo moverlos a la frontera eficiente. Por ejemplo, tomemos al banco C (Bancomer), con una eficiencia del 51% de la de B. Este banco puede mejorarse de distintas formas. La primera de ellas es reducir el insumo (número de empleados). La segunda forma, se basa en aumentar el producto (prestamos al consumidor). Ambas formas, además de una combinación de ellas, acercan al banco C a la frontera eficiente. La primera forma implica que el banco no tendrá costos al establecer sus políticas de mejoramiento, siempre que no se disminuya el producto.

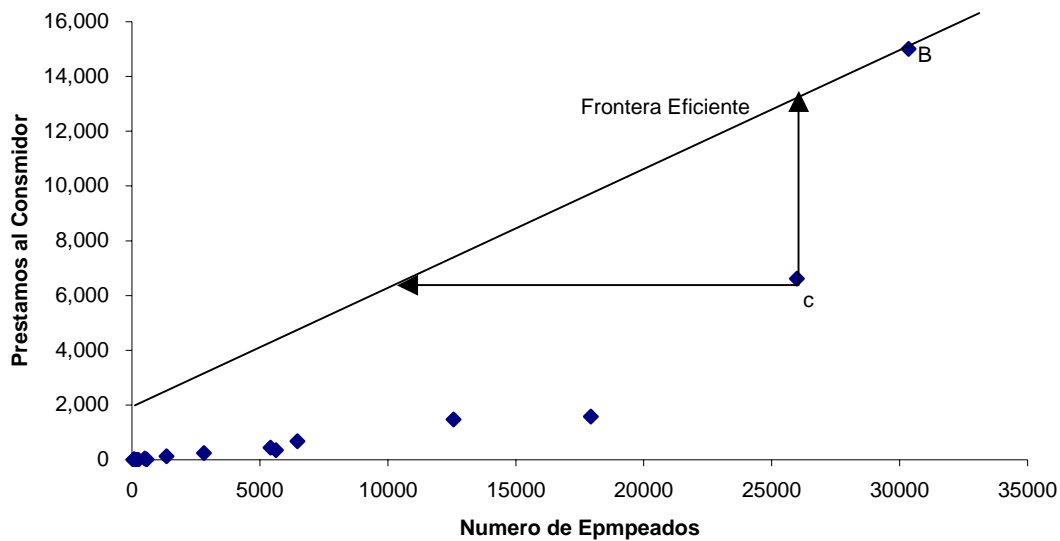


Figura 7: Formas de mejorar la eficiencia.

Una propiedad importante de esta medida de eficiencia relativa es que es *unidad invariante*, es decir la medida asociada a la eficiencia de cada banco no se afecta por la elección de una medida diferente de unidad.

5.2 Dos insumos y un solo producto

Para introducir múltiples insumos y productos y su manejo, tomemos ahora dos insumos, a saber, los fondos comprados y el número de empleados, y los préstamos al consumidor nuestro producto. Con fines de simplificación de operaciones y con fines gráficos, se realizan operaciones entre estas series de datos. Primero se normalizan para que corresponda cada par de datos de insumos con 1 unidad de producto, es decir se dividen todas las variables por el valor correspondiente del producto. Posterior a esto, se toman los cocientes insumo1 / producto e insumo 2 / producto y se toman logaritmos de estas razones. Con esto obtenemos el cuadro 19.

B a n c o	insumo 1/producto	Insumo 2/producto
A	1.77	1.82
B	0.80	0.31
C	1.05	0.59
D	1.49	1.05
E	1.10	0.56
F	1.30	0.98
G	1.25	1.06
H	1.46	1.03
I	2.61	1.61
J	4.38	3.63
K	2.06	1.01
L	3.33	1.82
M	1.42	1.07
N	1.60	1.20
O	1.61	1.09
P	1.48	0.93

Cuadro 19: Cocientes para cálculo de eficiencia

Con los datos del cuadro anterior, se realiza la gráfica 5.3, en donde se nota que ahora el conjunto de puntos más cercano a los ejes determinan la frontera eficiente, ya que desde el punto de vista de eficiencia es conveniente producir una unidad de producto con la menor cantidad de insumos. Así, identificamos a las líneas que forman vértice en B, el banco más eficiente en este ejemplo, como la frontera eficiente, o las fronteras eficientes. A esta región formada por la frontera eficiente se le denomina *conjunto de posibilidades de producción*.

La eficiencia de los bancos que no están en la frontera, puede ser medida con referencia a ésta. Por ejemplo, el banco A es ineficiente, para medir su ineficiencia, sea \overline{OA} , la línea de cero a A, cruzando la frontera en P, como se ve en la figura 9.

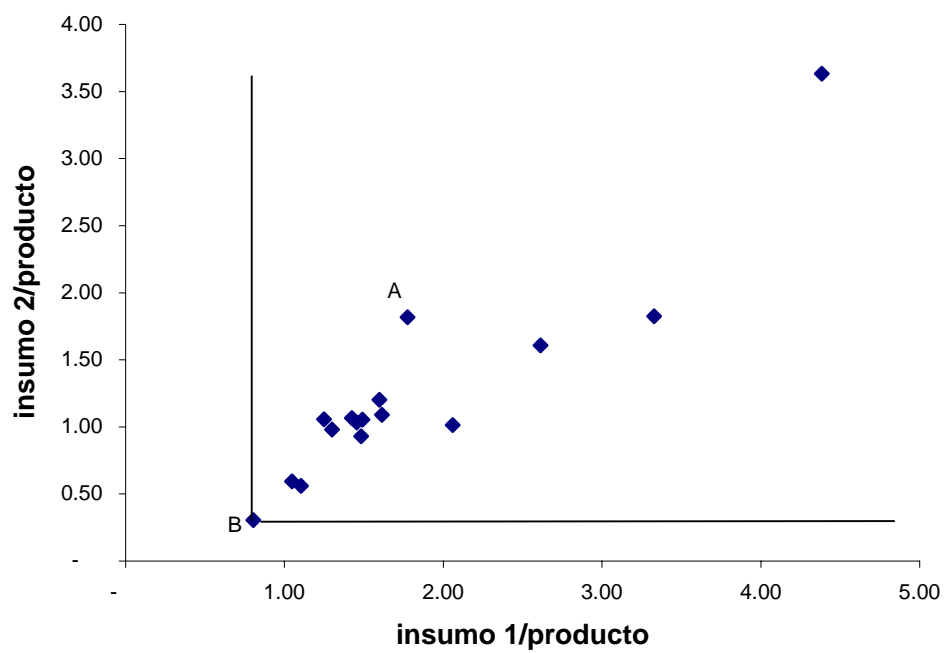


Figura 8: Dos insumos y un producto

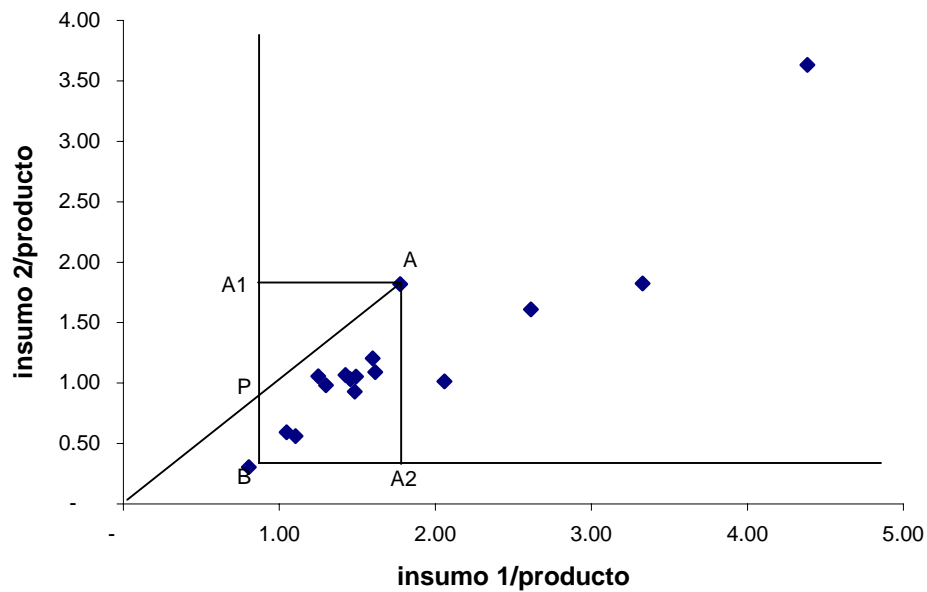


Figura 9: Mejoramiento de la eficiencia

Entonces, la eficiencia del banco A puede ser evaluada por: $\overline{OP}/\overline{OA}$. Si se hace este cálculo para cada banco se obtiene el cuadro 20. Cabe mencionarse que como ninguna de las pendientes de los puntos que representan los bancos en la gráfica tiene menor pendiente que la del banco eficiente, en este caso el banco B, entonces todas las líneas del origen a cada punto cruzarán la frontera en la parte vertical, es decir, la referencia para todos los bancos será el banco B.

B a n c o	Eficiencia "OP/OA"	Posición
A	0.45	12
B	1.00	1
C	0.77	2
D	0.54	9

E	0.73	3
F	0.62	5
G	0.64	4
H	0.55	7
I	0.31	14
J	0.18	16
K	0.39	13
L	0.24	15
M	0.56	6
N	0.50	10
O	0.50	11
P	0.54	8

Cuadro 20: Eficiencia de los bancos

Para entender las políticas de mejoramiento para el caso de dos insumos y un producto, plantearemos las posibles soluciones. Tomemos como ejemplo al banco A. La primera propuesta de mejoramiento de eficiencia se logra al reducir las razones $\text{Insumo1}/\text{producto}$ a 0.80 y el cociente $\text{Insumo2}/\text{producto}$ a 0.82, que son los niveles de las coordenadas del punto P. Otra forma de mejoramiento puede ser adoptar cualquier posición sobre la línea vertical $\overline{A_2A}$, reduciendo únicamente el insumo 2, de igual forma se puede mejorar al disminuir el insumo 1, es decir, moverse sobre el segmento $\overline{A_1A}$. Además de lo anterior, también se puede incrementar el nivel de producto, manteniendo a los insumos constantes.

5.3 Un insumo y dos productos

Ahora trabajaremos con un insumo y dos productos, a saber, el insumo será el número de empleados y los productos serán los prestamos al consumidor y los prestamos comerciales. Los datos son normalizados de

tal forma que los niveles indicados para los productos correspondan a lo producido por un empleado. Luego se forman las razones producto1/insumo, producto2/insumo y los datos se muestran en el cuadro 21. Es necesario en este caso realizar una gráfica que permita identificar a la frontera eficiente.

Si graficamos las series anteriores, obtenemos la gráfica mostrada en la figura 10, en donde se distinguen como bancos eficientes Banamex (B) y G E Capital (K). Se determinan entonces las líneas que envuelven a los bancos como la frontera eficiente.

B a n c o	producto 1 / insumo	producto 2 / insumo
A	2.77	0.02
B	5.79	0.49
C	6.67	0.25
D	0.95	0.09
E	6.01	0.28
F	4.78	0.10
G	2.83	0.09
H	1.97	0.09
I	0.60	0.02
J	10.60	0.00
K	20.38	0.10
L	5.16	0.01
M	2.88	0.09
N	3.28	0.06
O	3.76	0.08

P	4.28	0.12
---	------	------

Cuadro 21: Cocientes producto / insumo

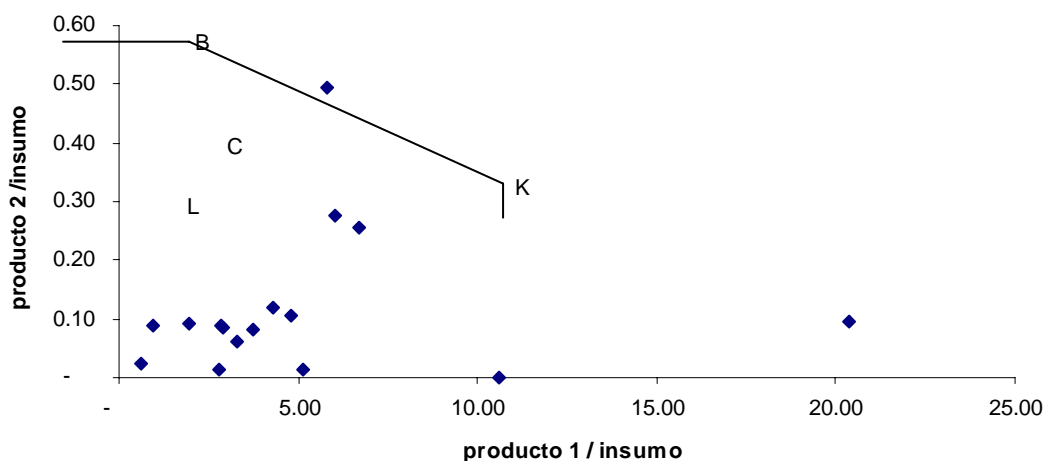


Figura 10: Frontera eficiente para el caso de dos productos
y un insumo

Ahora tenemos una frontera cóncava al origen, en donde la eficiencia se mide de manera similar que el caso anterior. Por ejemplo para el banco C, un banco dentro de la frontera, por lo tanto un banco que puede mejorar su eficiencia, se tiene que la medida de eficiencia está dada por $\overline{OC} / \overline{OFC}$, donde FC es el punto de intersección de la línea que pasa por C ($y = 0.0381(x)$) y la recta que pasa por los puntos B y K ($y = -0.0273(x) + 0.65238$). La figura 11 muestra las intersecciones de algunos de los puntos dados en el cuadro anterior.

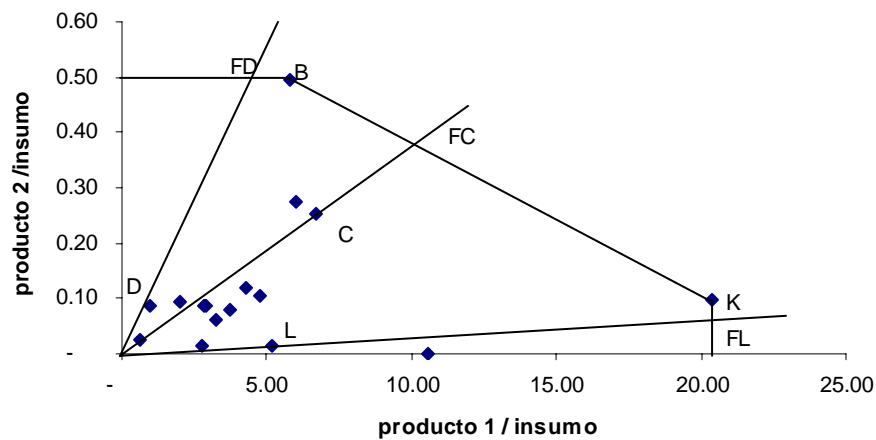


Figura 11: Mejoramiento de eficiencia

Las medidas obtenidas de eficiencia son mostradas en el cuadro 22. Dado que la razón se forma basada en la distancia Euclidiana al origen, entonces siempre tendremos una medida entre cero y la unidad.

B a n c o	Eficiencia relativa
A	0.1390
B	1.0000
C	0.6691
D	0.1751
E	0.6729
F	0.3598
G	0.2528
H	0.2243
I	0.0627

J	0.4430
K	1.0000
L	0.2385
M	0.2520
N	0.2329
O	0.2816
P	0.3592

Cuadro 22: Medidas obtenidas de eficiencia

Se puede interpretar para el punto de vista administrativo, ya que nuestros datos representan producción. Interpretemos la eficiencia de C en términos de su recíproco

$$(OC/OFC)^{-1} = (0.6691)^{-1} = 1.495,$$

esto significa que, para ser eficiente, C tendrá que escalar ambos productos por 1.495. Para confirmar esto, simplemente aplicamos este radio a las coordenadas de C y obtenemos

$$1.495(6.67, 0.25) = (9.972, 0.374)$$

La coordenada resultante anterior coincide con las coordenadas del punto FC, que es el punto sobre la frontera utilizado para evaluar a C. Para entender mejor, resulta que 0.6691, se refiere a la proporción de ineficiencia presente en ambos productos por C. Así, una forma de mejoramiento para el banco C es incrementar ambos productos sin que sus proporciones cambien, hasta alcanzar el punto FC. A este tipo de ineficiencia se le denomina ineficiencia técnica y puede ser eliminada sin cambiar las proporciones de los niveles de producto.

Otro tipo de ineficiencia ocurre cuando algunos productos (o insumos) son identificados como ineficientes en su comportamiento. Este tipo de ineficiencia se le denomina ineficiencia mixta ya que su eliminación altera las proporciones en las que son producidos los productos (o utilizados los insumos).

5.4 El modelo CCR-I

Este es un modelo que utiliza DEA para estimar medidas de eficiencia relativa. Para cada DMU, Este modelo es probablemente el mas utilizado y conocido del enfoque DEA. Al utilizar este modelo se tiene en mente que la relación supuesta entre los insumos y los productos es de rendimientos constantes a escala. Fue el primer modelo de DEA desarrollado por Charnes, Cooper and Rhodes quienes introdujeron su modelo en un artículo publicado en "The European Journal of Operational Research" (1978, Vol. 2 pp. 429-444). El modelo calcula la eficiencia total para cada DMU, donde se agregan la eficiencia técnica y la eficiencia de escala, es decir cuando una DMU opera con rendimientos a escala óptimos.

Se forman los insumos y los productos virtuales utilizando las ponderaciones v_i y u_i , hasta el momento desconocidas.

$$\text{Insumos virtuales potenciales} = v_1x_{10} + \dots + v_mx_{m0}$$

$$\text{Productos virtuales potenciales} = u_1y_{10} + \dots + u_sy_{s0}.$$

Luego, se determinan las ponderaciones utilizando programación lineal, de tal forma que se maximice el cociente insumos virtuales potenciales / productos virtuales potenciales. Se espera que las ponderaciones para

cada DMU sean diferentes, ya que se deducen de los propios datos y no son arbitrariamente fijas.

La definición de DMU puede entenderse como un banco, pero también este tipo de análisis puede aplicarse a hospitales, tiendas de departamentos, fábricas, entre otros. En esta investigación se ha utilizado banco.

Con el fin de asegurar las comparaciones relativas, se utiliza un grupo de DMU's para evaluar la eficiencia de cada una de las DMU's del grupo de análisis.

Sea DMU_0 la unidad a ser evaluada, donde $O = 1, 2, \dots, n$. Con el fin de obtener los valores de las ponderaciones de los insumos (v_i) ($i=1, 2, \dots, m$) y de los productos (u_r) ($r=1, 2, \dots, s$), se resuelve el problema siguiente.

$$\max \theta = \frac{u_1 y_{10} + u_2 y_{20} + \dots + u_s y_{s0}}{v_1 x_{10} + v_2 x_{20} + \dots + v_m x_{m0}}$$

sujeito a

$$\frac{u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + \dots + u_s y_{sj}}{v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + \dots + v_m x_{mj}} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, m$$

$$v_1, v_2, \dots, v_m \geq 0 \quad ; \quad u_1, u_2, \dots, u_s \geq 0$$

La primera restricción impide que el cociente maximizado sea mayor que uno para cada DMU. Se supone además que todos los insumos y productos tienen un valor diferente de cero, lo cual permite que las ponderaciones tomen valores positivos.

Una forma equivalente de representar el problema anterior es la siguiente.

$$\begin{aligned}
 \text{Max} \quad & \theta = \mu_1 y_{10} + \mu_2 y_{20} + \dots + \mu_s y_{s0} \\
 \text{sujeto a} \quad & v_1 x_{10} + v_2 x_{20} + \dots + v_m x_{m0} = 1 \\
 & \mu_1 y_{1j} + \mu_2 y_{2j} + \dots + \mu_s y_{sj} \leq v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + \dots + v_m x_{mj} \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5.1) \\
 & v_1, v_2, \dots, v_m \geq 0, \quad ; \quad \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_s \geq 0
 \end{aligned}$$

Se define una DMU como CCR-eficiente si $\theta = 1$ y existe por lo menos un vector óptimo de valores (v, u) con $v > 0$ y $u > 0$. De otra forma la DMU es CCR-ineficiente.

Para las DMU CCR-ineficientes se tiene que existe un vector (v, u) que produce la igualdad en la ecuación (5.1), ya que de otra forma, θ puede mejorarse. Sea E'_0 el conjunto de tales DMU, definido por (5.2).

$$E'_0 = \left\{ j : \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} = \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \right\}. \quad (5.2)$$

Al conjunto E_0 de E'_0 compuesto de las DMU CCR-eficientes se le llama *conjunto de referencia* para DMU_0 . La existencia de esta colección de DMU's lo que fuerza a DMU_0 a ser ineficiente. Al conjunto delimitado por el conjunto E_0 forma la *frontera eficiente* para DMU_0 .

Los vectores de ponderaciones obtenidos como solución al problema de maximización planteado, resulta ser un conjunto de ponderaciones óptimas para DMU_0 . La razón calculada para θ se reduce a $\theta = \sum_{r=1}^s u_r y_{r0}$,

ya que el denominador se establece como igual a uno. Como se mencionó anteriormente, (v, u) son el conjunto mas favorable de ponderaciones para DMU_0 en el sentido de maximización de la razón. v_i es la ponderación óptima del insumo i y su magnitud expresa que tan alto el insumo es evaluado, relativamente. Similarmente, u_r hace lo mismo para el producto r . Además, si se examina cada insumo $v_i x_{i0}$ en los insumos virtuales, tenemos que $\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}$, igual a uno. De esta forma se nota la importancia relativa de cada insumo por referencia al valor de cada $v_i x_{i0}$. La misma situación se mantiene para $u_r y_{r0}$, donde u_r provee una medida de la contribución de y_{r0} al valor total de θ .

5.5 Aplicación del modelo CCR a la banca en México

En esta sección se aplica el modelo CCR a datos de la banca en México. Se tienen datos de 16 instituciones bancarias. Los datos utilizados se tomaron de las estadísticas de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV), la descripción de los datos se presentan en el cuadro 23 y corresponden a los promedios mantenidos durante el periodo marzo de 1998 a septiembre de 1999. La unidad de medida es millones de pesos. En el cuadro 24, se presenta el valor numérico de las variables utilizadas.

Variable	Definida como:	Tipo de variable
Q1	Prestamos comerciales <u>Suma de:</u> Comercial y Vivienda + Total-Dólares-Udis	Producto (Output)
Q2	Prestamos al consumidor (plazo) <u>Suma de:</u> Consumo	Producto (Output)
Q3	Fondos comprados <u>Suma de:</u> Instrumentos financieros + Saldo deudores en operaciones de reporto +	Insumo (Input)

Operaciones con instrumentos derivados +
 Inversiones permanentes en acciones +
 Préstamos interbancarios y de otros organismos -
 Saldos acreedores en operaciones de reporto+
 Valores a entregar en operaciones de préstamo +
 Otras cuentas por pagar + Obligaciones subordinadas

Q4	Número de empleados	Insumo (Input)
Z1	Capital físico (activo fijo)	Insumo (Input)
	<u>Suma de:</u> Activos Fijos + Capital Contable	
Z2	Depósitos centrales	Insumo (Input)
	Suma de: Captación tradicional +	
	Depósitos de exigibilidad inmediata Plazo	
	Captación tradicional en moneda extranjera	
	Depósitos de exigibilidad inmediata plazo	

Cuadro 23: Descripción de las variables utilizadas

Input: Número de Empleados	Output: Prestamos al Consumidor	Output: Prestamos Comerciales
576	8.76	1595.5
30,345	15008.9223	175676.7
25,989	6617.705191	173469.1
2,816	248.7096122	2680.9
94	25.74165812	562.8
6,464	675.2763717	30894.2
17,936	1574.204612	50790.9
1,346	124.7191864	2651.4
94	2.323386255	56.4
252	0.058843153	2672.9
45	4.403110191	925.9
180	2.700129232	930.9
496	42.56690005	1427.4
5,629	352.5447198	18444.2
5,419	440.2592747	20377.8
12,563	1478.106464	53797.8

Institución Bancaria	Input: Fondos Comprados	Input: Depósitos Centrales	Input: Capital Físico
Afirme	520.4598141	4891.595431	421.8
Banamex	95631.60354	237475.3794	27875.4
Bancomer	73806.73169	233508.3233	21583.2
Banpais	7700.001435	31673.72774	1440.9
Bansi	327.4341451	669.8560021	195.1
Bilbao Viscaya	13438.65803	69223.25113	5957.7
Bital	27941.71069	98708.84266	8259.9
Centro	3557.026675	20490.77076	1228.9
Chase Manhattan Bank	951.3774479	611.1991971	573.5
Del Bajío	1425.796963	3019.211526	394.7
GE Capital	503.5684684	820.9786326	348.9
Interacciones	5744.314851	7327.918587	410.07
Ixe	1130.503524	3333.846508	544.52
Mercantil del Norte	13960.90754	36769.80852	4162.9
Santander Mexicano	18116.89743	63767.76383	4213.8
Serfin	44908.2275	155897.0725	9032.8

Cuadro 24: Valores de las variables utilizadas.

Los resultados se presentan en el cuadro siguiente.

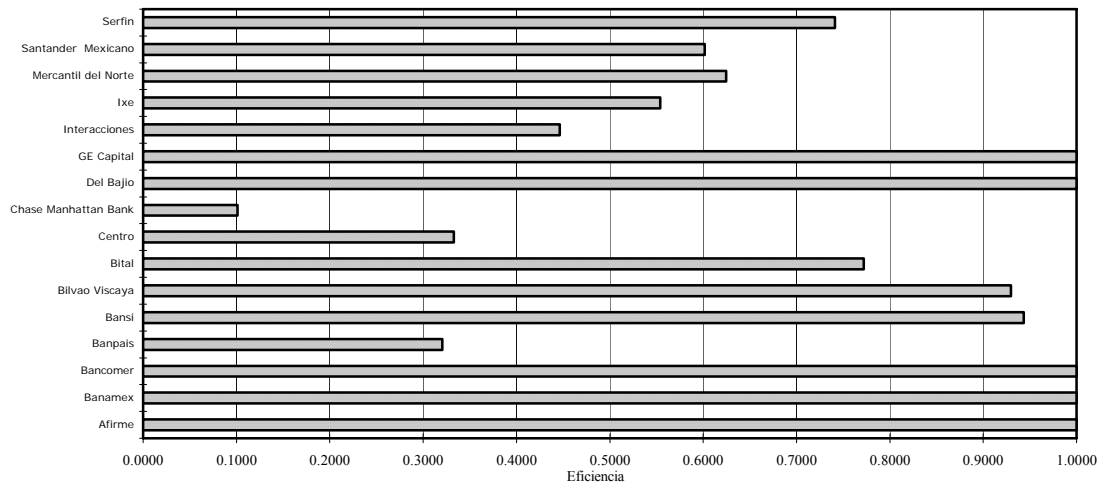
DMU	CCR(θ) ³⁴	Posición	Referencia (Peer group)
Afirme	1.0000	1	Afirme
Banamex	1.0000	1	Banamex
Bancomer	1.0000	1	Bancomer
Banpais	0.3206	15	Banamex
Bansi	0.9434	6	Banamex, G E Capital
Bilbao Vizcaya	0.9298	7	Afirme, Bancomer
Bital	0.7720	8	Afirme, Bancomer
Centro	0.3330	14	Afirme, Banamex, Bancomer
Chase Manhattan	0.1012	16	Banamex, G E Capital

³⁴ También llamada eficiencia de Farrell.

Bank			
Del Bajío	1.0000	1	Del Bajío
GE Capital	1.0000	1	G E Capital
			Banamex, Del Bajío, GE
Interacciones	0.4462	13	Capital
Ixe	0.5541	12	Bancomer, G E Capital
			Bancomer, Del Bajío, G E
Mercantil del Norte	0.6245	10	Capital
Santander Mexicano	0.6017	11	Bancomer
Serfin	0.7410	9	Bancomer

Cuadro 25: Resultados del modelo CCR aplicado a variables
de 16 instituciones bancarias en México

Como se puede ver en los resultados, el grupo de bancos que forman la frontera eficiente son Afirme, Banamex, Bancomer, Del Bajío y GE Capital. La medida obtenida θ , muestra el escalamiento necesario para los insumos con el fin de traer a la frontera eficiente a cada una de las instituciones bancarias. Por ejemplo, tomemos el valor de $\theta = 0.7720$ del banco Bital. Si se escalan los insumos del banco Bital por θ , entonces Bital se establecerá sobre la frontera eficiente (dejando los productos en su valor actual). En seguida se muestra de forma gráfica, la correspondiente medida de eficiencia para cada una de las instituciones bancarias bajo análisis.



Cuadro 26: Eficiencia de las instituciones bancarias en México

5.5.1 El modelo y su correspondencia con la producción

En este apartado continua desarrollando el análisis de eficiencia de las 16 instituciones bancarias en México, al tiempo que se introducen nuevos conceptos que complementan el modelo CCR. Se define la Frontera de Posibilidades de Producción compuesta por los insumos y productos (X,Y) , además, se redefine la CCR-eficiencia, para que se tomen en cuenta los excesos de insumos y los déficit de producto. Cuando el objetivo del modelo es minimizar los insumos, satisfaciendo al menos los niveles de productos dados, se habla de un modelo orientado a insumos (CCR-I), que es el que se ha estado utilizando hasta el momento. Si el modelo tiene como objetivo maximizar niveles de productos sin requerir más de cualquier insumo, se dice que el modelo es orientado a producto (CCR-O).

Supóngase ahora que cada DMU tiene por lo menos un valor positivo tanto para los insumos como para los productos. Llamaremos a un par de tales insumos $x \in R^m$ y productos $y \in R^s$ una *actividad*, y se expresa por (x,y) . Este elemento forma parte del ortante semipositivo en el espacio vectorial lineal R^{m+s} . Al conjunto de las actividades alcanzables se le llama *Frontera de Posibilidades de Producción* y se denota por P . La frontera tiene las propiedades siguientes:

- Las actividades observadas pertenecen a P
- Si una actividad (x,y) pertenece a P , entonces la actividad (tx,ty) , también pertenece a P . A esta propiedad se le conoce como la de Rendimientos Constantes a Escala
- Cualquier actividad con insumos no menores a x y con productos no mayores a y , es una actividad alcanzable.
- Cualquier combinación lineal semipositiva de actividades en P pertenece a P

El problema del modelo CCR fue formulado como un problema de programación lineal LP, con un vector renglón v para los multiplicadores de los insumos y u para los correspondientes a los productos. En notación matricial tiene la forma siguiente:

$$\begin{array}{ll}
 LP_0 & \max uy_0 \\
 \text{Sujeto a} & vx_0 = 1 \\
 & -vX + uY \leq 0 \\
 & v \geq 0, u \geq 0
 \end{array}$$

El problema dual equivalente al anterior se expresa utilizando la variable real θ y un vector no-negativo $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)^T$ de variables, y tiene la forma:

$$\begin{array}{ll}
\text{DLP}_0 & \min \theta \\
\text{Sujeto a} & \theta x_0 - X\lambda \geq 0 \\
& Y\lambda \geq y_0 \\
& \lambda \geq 0
\end{array}$$

DLP_0 tiene una solución factible $\theta = 1$, $\lambda_0 = 1$, $\lambda_j = 0$ ($j \neq 0$). Luego, el óptimo θ^* no es mayor que uno. Por otra parte, debido al supuesto a cerca de que por lo menos un insumo y un producto son semipositivos, $Y\lambda \geq y_0$ fuerza a λ a ser diferente de cero ya que $y_0 \geq 0$ y $y_0 \neq 0$, que junto con $\theta x_0 - X\lambda \geq 0$ hacen que θ sea mayor que cero, es decir se tiene entonces que $0 < \theta \leq 1$.

En base a las propiedades mencionadas, se puede afirmar que la actividad $(\theta x_0, y_0)$ pertenece a P , en donde el valor mínimo encontrado para θ que reduzca el vector de insumos x_0 proporcionalmente a θx_0 , manteniéndose en P . En DLP_0 se busca una actividad en P que garantice un nivel de producto de y_0 para la DMU_0 reduciendo al máximo (proporcionalmente) los niveles de utilización de insumos. Se puede decir que $(X\lambda, Y\lambda)$ sobrepasa a la actividad $(\theta x_0, y_0)$ cuando $\theta^* < 1$. Con esto, se define el exceso de insumos por $s^- \in R^m$ y el déficit de producto por $s^+ \in R^s$ y les llamamos *vectores de holgura*, y se calculan por:

$$s^- = \theta x_0 - X\lambda, \quad s^+ = Y\lambda - y_0,$$

con $s^- \geq 0$, $s^+ \geq 0$ para cualesquier solución alcanzable (θ, λ) de P .

Se plantea el problema LP siguiente, utilizando como variables a las siguientes (λ, s^-, s^+) .

$$\begin{aligned}
&\max && w = es^- + es^+ \\
&\text{Sujeto a} && s^- = \theta x_0 - X\lambda \\
&&& s^+ = Y\lambda - y_0 \\
&&& \lambda \geq 0, s^- \geq 0, s^+ \geq 0
\end{aligned}$$

donde e es un vector unitario.

El problema anterior, al introducir una suma ponderada de los excesos de insumos y déficit de productos, regresa una solución óptima $(\lambda^*, s^{-*}, s^{+*})$ llamada solución de máxima holgura, si ésta, satisface $s^{-*} = 0$ y $s^{+*} = 0$ entonces se le llama de holgura-cero. Una solución óptima $(\theta^*, \lambda^*, s^{-*}, s^{+*})$ que satisface $\theta^* = 1$ y además es de holgura-cero, indica que la DMU_0 es CCR-eficiente, de otra forma, se le denomina CCR-ineficiente. Cuando la eficiencia radial (técnica) $\theta^* < 1$ significa que todos los insumos pueden ser simultáneamente reducidos sin alterar las proporciones de utilización. A la ineficiencia a cualquier holgura diferente de cero se le conoce como *ineficiencia mixta*. Dado que $(1 - \theta^*)$ es la máxima reducción proporcional permitida para permanecer en P , cualquier reducción asociada con una holgura diferente de cero, necesariamente cambiará la proporción de utilización de los insumos. Una DMU es totalmente eficiente si y sólo si no es posible mejorar cualquier insumo o producto sin empeorar algún otro insumo o producto. La anterior se conoce como la *Eficiencia Pareto-Koopmans*³⁵.

Se define el conjunto de referencia para una DMU_0 ineficiente, basándose en la solución de máxima holgura, por:

³⁵ Esta definición reconoce las contribuciones de Vilfredo Pareto y Tjalling Koopmans. La forma implementable fue atribuida a M.J. Farrell.

$$E_0 = \{j \mid \lambda_j^* > 0\} \quad (j \in [1, 2, \dots, n]).$$

Una solución óptima puede ser expresada como

$$\theta^* x_0 = \sum_{j \in E_0} x_j \lambda_j^* + s^{-*}$$

$$y_0 = \sum_{j \in E_0} y_j \lambda_j^* + s^{+*}$$

Lo anterior se puede interpretar como sigue

$$x_0 \geq \theta^* x_0 - s^{-*} = \sum_{j \in E_0} x_j \lambda_j^*$$

que significa que $x_0 \geq$ ineficiencia técnica – ineficiencia mixta que equivale a una combinación positiva de valores observados de insumos.

De la misma forma se tiene que

$$y_0 \leq y_0 + s^{+*} = \sum_{j \in E_0} y_j \lambda_j^*$$

es decir, $y_0 \leq$ los productos observados + déficit equivalente a una combinación positiva valores observados de productos.

Esto nos dice que la eficiencia de la actividad (x_0, y_0) para DMU_0 puede ser mejorada si los valores de los insumos son afectados por el radio θ^* y se elimina el exceso de insumos registrados en s^{-*} . De manera similar, los niveles de producto pueden ser aumentados por una cantidad correspondiente a los déficit registrados en s^{+*} .

Las mejoras anteriormente mencionadas se calculan mediante:

$$\Delta x_0 = x_0 - (\theta^* x_0 - s^{-*}) = (1 - \theta^*)x_0 + s^{-*}$$

y por

$$\Delta y_0 = s^{+*}.$$

Por lo tanto, tenemos la fórmula para el mejoramiento, a la que se le llama proyección:

$$\hat{x}_0 = x_0 - \Delta x_0 = \theta^* x_0 - s^{-*} \leq x_0$$

$$\hat{y}_0 = y_0 + \Delta y_0 = y_0 + s^{+*} \geq y_0,$$

con la aplicación de estas operaciones, se asegura que la DMU₀ se establezca sobre la frontera eficiente.

5.5.2 Ajustes y efectos sobre las variables utilizadas

En base a los datos del cuadro 24 y a los resultados obtenidos para θ en el 25, se plantea el problema DLP para el banco Banpaís (calificado como ineficiente) como sigue.

DLP _{Banpaís}	Fase I	min θ
	Fase II	min $-s_1^- - s_2^- - s_3^- - s_4^- - s_1^+ - s_2^+$

Sujeto a

$$2816.14*\theta - 576.14*\lambda_{\text{Afirme}} - 30345*\lambda_{\text{Banamex}} - \dots - 12562.71*\lambda_{\text{sefin}} - s_1^- = 0$$

$$1440.9*\theta - 421.37*\lambda_{\text{Afirme}} - 27875.35*\lambda_{\text{Banamex}} - \dots - 9032.83*\lambda_{\text{sefin}} - s_2^- = 0$$

$$31673.7*\theta - 4891.6*\lambda_{\text{Afirme}} - 237475.38*\lambda_{\text{Banamex}} - \dots - 155897.07*\lambda_{\text{sefin}} - s_3^- = 0$$

$$7700.0014*\theta - 520.46*\lambda_{\text{Afirme}} - 95631.60*\lambda_{\text{Banamex}} - \dots - 44908.23*\lambda_{\text{sefin}} - s_3^- = 0$$

$$\lambda_{\text{Afirme}} + \lambda_{\text{Banamex}} + \lambda_{\text{Bancomer}} + \lambda_{\text{Banpaís}} + \lambda_{\text{Bansi}} + \dots + \lambda_{\text{Serfin}} - s_1^+ - s_2^+ = 1$$

La solución obtenida para este banco es $\theta = 0.3206$, $\lambda_{\text{Banamex}}^* = 0.0166$, con las restantes $\lambda_j^* = 0$. Además, $s_1^{-*} = 339.95$, $s_2^{-*} = 0$, $s_3^{-*} = 6218.65$, $s_4^{-*} = 883.74$, $s_1^{+*} = 0$, $s_2^{+*} = 230.17$. Dado que únicamente $\lambda_{\text{Banamex}}^* > 0$ entonces el conjunto $E_{\text{Banpaís}} = \{\text{Banamex}\}$ forma la referencia de Banpaís.

En este caso, $\lambda_{\text{Banamex}}^* = 0.0166$ muestra las proporciones contribuidas por Banamex al punto utilizado para evaluar Banpaís. Luego, Banpaís es un banco ineficiente técnicamente, con ineficiencias mixtas ya que las holguras no son iguales a cero. Luego, para eliminar las ineficiencias es necesario reducir los insumos de forma tal que se tengan nuevos valores para la actividad de Banpaís, esto se logra mediante lo siguiente:

$$\begin{aligned}\hat{x}_1 &\leftarrow \theta * x_1 - s_1^{-*}; & \hat{x}_2 &\leftarrow \theta * x_2 - s_2^{-*} \\ \hat{x}_3 &\leftarrow \theta * x_3 - s_3^{-*}; & \hat{x}_4 &\leftarrow \theta * x_4 - s_4^{-*} \\ \hat{y}_1 &= y_1 + s_1^{+*}; & \hat{y}_2 &= y_2 + s_2^{+*}\end{aligned}$$

Si aplicamos lo anterior a Banpaís, se tiene que los la actividad propuesta para que este banco se establezca en la frontera eficiente se realiza conforme las ecuaciones anteriores, resumidas en el cuadro 27.

Variable	Ajuste	Resultado	Cambio porcentual
\hat{x}_1	$= 0.3206 * 2816.1419 - 399.4493$	$= 502.84$	-82.14%
\hat{x}_2	$= 0.3206 * 1440.9 - 0$	$= 462.92$	-67.94%
\hat{x}_3	$= 0.3206 * 31673.73 - 6218.65$	$= 3935.15$	-87.58%
\hat{x}_4	$= 0.3206 * 7700 - 883.74$	$= 1584.69$	-79.42%

\hat{y}_1	sin modificación	sin modificación	sin modificación
\hat{y}_2	sin modificación	sin modificación	sin modificación

Cuadro 27: Ajustes para encontrar los nuevos insumos
de la actividad de Banpaís

Al realizar los ajustes anteriores, Banpaís obtiene los resultados siguientes; $\theta = 1$, $\lambda_{\text{Banamex}}^* = 0.0166$, con las restantes $\lambda_j^* = 0$. Además, $s_1^{-*} = s_2^{-*} = s_3^{-*} = s_4^{-*} = 0$, $s_1^{+*} = 0$, $s_2^{+*} = 230.17$, logrando ser eficiente técnicamente. Las restantes medidas correspondientes a el resto de las instituciones permanece sin cambio alguno.

5.5.3 Rendimientos a escala

En esta sección se establecen los ajustes necesarios para la determinación de los rendimientos a escala para cada una de las DMU bajo análisis. Recordemos por medio de las gráficas siguientes, los conceptos económicos necesarios. Definimos por $y = f(x)$, la función de producción, siendo y el valor maximal para cada x (lo que asegura la eficiencia técnica).

Recordamos que para encontrar el punto máximo de la producción promedio, se diferencia éste con respecto a x .

$$\frac{d(y/x)}{dx} = \frac{xdy/dx - y}{x^2} = 0$$

y para $x > 0$ obtenemos mediante cálculos sencillos

$$e(x) = \frac{x}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{d \ln y}{d \ln x} = 1.$$

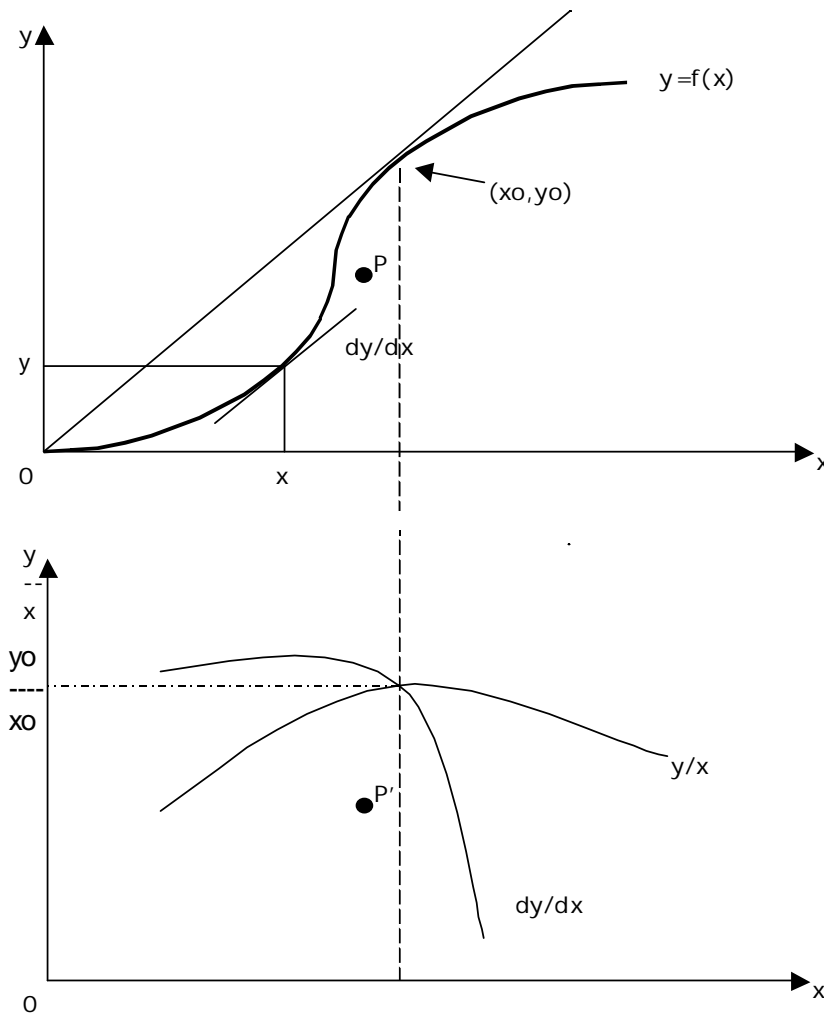


Figura 12: Producción total, producción marginal y producción promedio

La elasticidad $e(x)$ mide el cambio relativo en el producto comparado con el cambio relativo en el insumo. Notemos que en x_0 , se tiene que $e(x) = 1$, es decir, se tienen rendimientos constantes a escala ya que el cambio proporcional en dy/y es el mismo que el incremento proporcional en dx/x . A la izquierda de x_0 , $dy/dx > y/x$, entonces $e(x) > 1$ indicando rendimientos crecientes a escala. A la derecha de x_0 , $dy/dx < y/x$, y $e(x) < 1$ que indica rendimientos decrecientes a escala.

Los cambios de escala se realizan por medio del escalar θ , $y = f(\theta x_1, \theta x_2, \dots, \theta x_m)$, representando incremento cuando $\theta > 1$. Se define la elasticidad de escala por la expresión $e(\theta) = \theta dy/ y d\theta$. Luego se tienen rendimientos crecientes cuando $e(\theta) > 1$, decrecientes cuando $e(\theta) < 1$ y constantes cuando $e(\theta) = 1$.

En términos de producción multiproducto, hablar de máxima producción se torna ambiguo, luego se recurre al concepto de eficiencia Pareto-Koopmans, mencionado con anterioridad.

El problema dual del modelo BCC se puede expresar como sigue:

$$\begin{array}{ll}
 \text{DBCC}_0 & \max \quad z = u y_0 - u_0 \\
 & \text{sujeto a} \quad v x_0 = 1 \\
 & \quad \quad -vX + uY - u_0 e \leq 0 \\
 & \quad \quad v \geq 0, u \geq 0, u_0 \text{ libre en signo.}
 \end{array}$$

Cuando una DMU es BCC- eficiente, entonces se utiliza el signo de u_0^* para describir la situación de los rendimientos a escala. Utilizando (x_0, y_0) para representar el punto con valores de coordenadas correspondientes a múltiplos insumos y productos de una DMU_0 , y aplicando el modelo de BCC se establecen los resultados siguientes:

Suponiendo que (x_0, y_0) está en la frontera eficiente, entonces

1. Se tiene rendimientos a escala crecientes en (x_0, y_0) si y sólo si $u_0^* < 0$ para todas las soluciones óptimas. ($\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n < 1$ en el modelo CCR)
2. Se tiene rendimientos a escala decrecientes en (x_0, y_0) si y sólo si $u_0^* > 0$ para todas las soluciones óptimas. ($\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n > 1$ en el modelo CCR)
3. Se tiene rendimientos a escala constantes en (x_0, y_0) si y sólo si $u_0^* = 0$ para todas las soluciones óptimas. ($\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = 1$ en el modelo CCR)

Los resultados de la aplicación del modelo BCC a las instituciones financieras en cuestión se presentan en el cuadro siguiente, en donde se presentan los rendimientos obtenidos y los posibles rendimientos al realizar los ajustes que colocan a cada DMU en la frontera eficiente. Las operaciones necesarias para llevar a cabo los ajustes son análogas a las presentadas con anterioridad.

DMU	Eficiencia CCR	Eficiencia BCC	Rendimientos a escala	Rendimientos Después de ajustes.
Afirme	1.0000	1.0000	Constantes	
Banamex	1.0000	1.0000	Constantes	
Bancomer	1.0000	1.0000	Constantes	
Banpaís	0.3206	0.4213		Crecientes
Bansi	0.9434	1.0000	Crecientes	
Bilbao Vizcaya	0.9298	0.9683		Constantes
Bitel	0.7720	0.7757		Crecientes
Centro	0.3330	0.3804		Crecientes

Chase Maniatan Bank	0.1012	1.0000	Crecientes
Del Bajío	1.0000	1.0000	Constantes
GE Capital	1.0000	1.0000	Constantes
Interacciones	0.4462	0.6064	Crecientes
Ixe	0.5541	0.6007	Crecientes
Mercantil del Norte	0.6245	0.6609	Constantes
Santander Mexicano	0.6017	0.6149	Constantes
Serfin	0.7410	0.7458	Constantes

Cuadro 28: Rendimientos a escala para las instituciones bancarias

5.5.4 Eficiencia técnica y de escala

En este apartado, se comparan los modelos CCR-I y BCC con el fin de investigar las fuentes de las posibles ineficiencias por parte de las DMU's, ya sea por deficiencias en la operación o por situaciones desventajosas de operación.

Por una parte, el modelo CCR supone rendimientos constantes a escala en su frontera de posibilidades de producción, es decir, las expansiones y reducciones proporcionales de las DMU observadas y sus combinaciones no negativas son posibles. En base a lo anterior, la medida de eficiencia CCR se define como la *eficiencia técnica global*. Por otro lado, el modelo BCC supone una combinación convexa de las DMU's observadas en su frontera y su medida de eficiencia se define como la *eficiencia técnica pura local*³⁶. Cuando una DMU es BCC-eficiente pero tiene una medida baja de eficiencia por CCR, entonces se tiene que tal DMU esta operando eficientemente de manera local pero es globalmente ineficiente, lo cual puede ser debido al tamaño relativo de la DMU.

³⁶ No toma en cuenta los efectos de la escala.

Se puede caracterizar la *eficiencia de escala* de una DMU por el cociente de ambas medidas de eficiencia (θ^*_{CCR} , θ^*_{BCC}) como sigue:

$$ES = \frac{\theta^*_{CCR}}{\theta^*_{BCC}}.$$

Debido a la naturaleza de esta medida, se tiene que $ES \leq 1$. esta medida permite detectar las fuentes de las ineficiencias, es decir, si es causada por operación ineficiente (θ^*_{BCC}) o por condiciones de desventaja por el tamaño de la DMU (θ^*_{CCR}) o ambas.

Con el fin de entender mejor este concepto, se presenta la figura 13, en donde se presentan los dos conceptos en cuestión. La DMU A es una unidad eficiente con BCC y su eficiencia de escala esta dada por:

$$ES(A) = \frac{LM}{LA} \frac{LA}{LA} = \frac{LM}{LA} = \theta^*_{CCR} < 1.$$

Este resultado indica que A esta operando localmente eficiente y su ineficiencia global es causada por la ineficiencia de escala expresada por LM/LA . Las unidades B y C tienen una eficiencia de escala igual a la unidad, es decir operan a su tamaño mas productivo. Para la unidad ineficiente E, tenemos que:

$$ES(E) = \frac{PQ}{PE} \frac{PE}{PR} = \frac{PQ}{PR},$$

de donde se puede reagrupar y explicar como:

$$\frac{PQ}{PE} = \frac{PR}{PE} \frac{PQ}{PR}$$

(ef-técnica = ef-técnica pura * ef-de escala)

es decir, la eficiencia global de E es causada por la operación ineficiente de E y también por situación de desventaja por tamaño relativo.

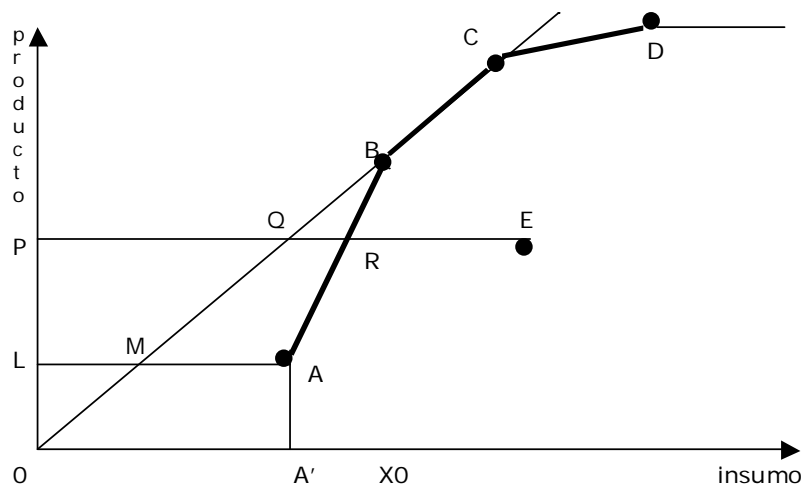


Figura 13: Concepto de eficiencia de escala.

El cuadro siguiente muestra las medidas de eficiencia correspondientes a cada DMU.

DMU ³⁷	Ef-técnica pura		
	Ef-global (CCR)	(BCC)	Ef-escala
Afirme	1.0000	1.0000	1.0000
Banamex	1.0000	1.0000	1.0000
Bancomer	1.0000	1.0000	1.0000
Banpaís	0.3206	0.4213	0.7609
Bansi	0.9434	1.0000	0.9434
Bilbao Vizcaya	0.9298	0.9683	0.9602
Bitel	0.7720	0.7757	0.9951
Centro	0.3330	0.3804	0.8753

³⁷ Se utilizan los modelos orientados a insumos.

Chase Manhattan Bank	0.1012	1.0000	0.1012
Del Bajío	1.0000	1.0000	1.0000
GE Capital	1.0000	1.0000	1.0000
Interacciones	0.4462	0.6064	0.7358
Ixe	0.5541	0.6007	0.9225
Mercantil del Norte	0.6245	0.6609	0.9449
Santander Mexicano	0.6017	0.6149	0.9785
Serfín	0.7410	0.7458	0.9935

Cuadro 29: Eficiencia de escala

5.5.5 Eficiencia y rendimientos a escala

La industria bancaria en México ha sufrido choques fuertes como los son la crisis de 1994. En muchos de los casos, el propio gobierno ha tenido que inyectar fondos con el fin de no desestabilizar a la economía nacional al evitar la quiebra de algunas instituciones. Debido a este tipo de perturbaciones, las instituciones han sufrido distintos cambios como por ejemplo, reestructuraciones, o un tipo de reestructuración que es la fusión de dos o más instituciones

De aquí que sea de particular interés el análisis de las fusiones de instituciones bancarias, así como sus consecuencias en la economía nacional.

Se toma de nuevo la muestra de bancos³⁸, utilizando cuatro variables, tres como insumos y una como producto. Los datos se presentan en el cuadro 30 y corresponden al segundo trimestre de 2000 (junio). Las variables utilizadas son: número de sucursales (insumo), número de

³⁸ Se presenta ahora Banregio en lugar de Bansi debido a la disponibilidad de datos del último.

empleados (insumo), activos (insumo) y finalmente los ingresos por intereses (producto).

Banco	Sucursales	Empleados	Activos	Ingresos por intereses
Afirme	40	708	5952	390.69
Banamex	1337	30041	261228.2	14654.17
Bancomer	1320	24,706	260567.8	12611.34
Banregio	13	312	2456.98	360.92
Bansi	1	108	1546.8400	276.51
Bilbao Viscaya	619	6,657	85124.0200	3921.48
Bitel	1530	16,400	119311.74	6959.90
Centro	68	1,206	23407.92	1204.77
Chase Manhattan				
Bank	2	75	2340.09	169.42
Del Bajío	20	351	3687.58	261.99
GE Capital	1	42	1267.86	49.77
Interacciones	6	202	8422.07	438.14
Ixe	17	573	4892.26	312.61
Mercantil del Norte	385	7,792	99506.50	4169.05
Santander				
Mexicano	359	4,677	68640.73	4317.47
Serfin	572	9,155	152026.88	8070.63

Cuadro 30: Datos para calcular los rendimientos a escala.

Se aplican los dos modelos (CCR y BCC) con el fin de estimar la eficiencia de escala, así como los rendimientos a escala. Los resultados son presentados en el cuadro 31.

Como se muestra en el cuadro, el promedio de eficiencia global para los bancos es de un 47.7%. Sin embargo, 12 bancos se encuentran por debajo del promedio.

Para los rendimientos a escala, existen doce bancos con rendimientos decrecientes, tres con crecientes y solo uno con rendimientos constantes. Para los bancos con rendimientos crecientes, se observa que presentan posibilidades de mejorar su eficiencia al escalar sus actividades, lo cuál nos lleva a la idea de estudiar hipotéticamente las fusiones entre este tipo de instituciones.

DMU	CCR	BCC	Rendimiento	
			s	Eficiencia de
			a escala	escala
Afirme	0.3672	0.4965	Dec.	0.7396
Banamex	0.3138	1.0000	Dec.	0.3138
Bancomer	0.2708	0.9536	Dec.	0.2839
Banregio	0.8218	1.0000	Dec.	0.8218
Bansi ³⁹	1.0000	1.0000	Const	1.0000
Bilbao Vizcaya	0.2577	0.7285	Dec.	0.3537
Bitel	0.3263	0.9879	Dec.	0.3303
Centro	0.3902	0.9442	Dec.	0.4132
Chase Manhattan Bank	0.8823	1.0000	Crec.	0.8823
Del Bajío	0.3974	0.4146	Crec.	0.9586
GE Capital	0.4628	1.0000	Crec.	0.4628
Interacciones	0.8472	1.0000	Dec.	0.8472
Ixe	0.3575	0.3957	Dec.	0.9033

³⁹ Por ser el único banco eficiente, es referencia de todos.

Mercantil del Norte	0.2344	0.7596	Dec.	0.3085
Santander Mexicano	0.3606	1.0000	Dec.	0.3606
Serfin	0.3443	1.0000	Dec.	0.3443
Promedios	0.4771	0.8550	-	0.5827

Cuadro 31: Rendimientos a escala para las instituciones.

5.5.6 Simulación de una fusión bancaria

El sistema bancario mexicano ha sufrido choques económicos fuertes y en distintas fechas, con lo que su funcionalidad se ha visto en serios problemas. Situaciones como esta, traen como consecuencia la reestructuración de las empresas en las diferentes industrias, una de ellas, la industria bancaria. En esta industria, se han presentado distintas modalidades de reestructuración como lo son las fusiones de dos o más instituciones con fines de protección de posibles crisis económicas, de penetración del mercado y fortalecimiento institucional. Las fusiones pueden ser vistas como una poderosa herramienta para reestructurarse en una situación de competitividad.

Con base en las características de rendimientos a escala de las instituciones bajo análisis, se realiza una simulación de una fusión entre dos instituciones bancarias ineficientes, formando una nueva y evaluar los cambios en la eficiencia.

Tomamos como objetivo a los bancos Banregio y Del Bajío con eficiencia de 82.18% y 39.74% respectivamente (medida del modelo CCR). Los dos bancos se fusionan formando un tercer banco que llamaremos Banregio-del bajío, con variables descritas en el cuadro 32.

Banco	Sucursale	Empleados	Activos	Ingresos por
-------	-----------	-----------	---------	--------------

	s	intereses		
Banregio	13	312	2456.98	360.92
Del Bajío	20	351	3687.58	261.99
Banregio-del bajío	33	663	6144.56	622.91

Cuadro 32: Fusión de dos bancos ineficientes.

Aplicando la metodología de DEA, se obtienen los resultados presentados en el cuadro 33.

Banco	CCR	BCC	Rendimiento	
			s	Ef-escala
Banregio	0.8218	1.0000	Decrecientes	0.8218
Del Bajío	0.3974	0.4146	Crecientes	0.9586
Banregio-del bajío	0.5671	1.0000	Decrecientes	0.5671

Cuadro 33: Eficiencia de la fusión de dos bancos

Como se aprecia en los resultados, la fusión de estas instituciones es otra institución con una eficiencia global promedio de 56.71%, siendo localmente eficiente. Sin embargo, la eficiencia de escala toma el valor de 56.71%, indicando la pérdida de eficiencia con respecto a la misma medida para los dos bancos antes de la fusión.

Si antes de realizar la fusión se realizan ajustes sobre las variables involucradas, según la dirección de ajuste (incrementar o disminuir) indicada por las variables de holgura, podemos obtener los resultados siguientes.

Sucursal			
Banco	es	Empleados	Activos
Banregio	5	50	1000.00

Del Bajío	15	350	3000.00
Banregio-del bajío	15	400	4000.00

Cuadro 34: Ajustes antes de realizar la fusión

En base a los datos del cuadro 34, aplicando la metodología DEA, se tienen los siguientes resultados para la fusión.

Banco	CCR	BCC	Rendimiento	
			s	Ef-escala
Banregio	0.8218	1.0000	Decrecientes	0.8218
Del Bajío	0.3974	0.4146	Crecientes	0.9586
Banregio-del bajío	0.8711	1.000	Decrecientes	0.8711

Cuadro 35: Resultados de la fusión con ajuste de variables

Es decir, los resultados anteriores, indican que no solo la fusión de las dos instituciones resultará en una institución eficiente, sino que existe la necesidad de que la reestructuración también se aplique a las variables involucradas. Así, la fusión de estas instituciones bancarias, conjuntamente con el ajuste de varias de sus variables, resulta en una institución mayormente eficiente, tanto global como localmente.

Capítulo 6

Conclusiones

A pesar de los esfuerzos realizados por distintos investigadores para aplicar métodos de frontera con el fin de obtener medidas de eficiencia, actualmente no existe literatura abundante al respecto, sobre todo para analizar a instituciones financieras. En esta investigación, se presentan los enfoques más conocidos y utilizados para estos fines, con el fin de explorar las posibles fuentes de las distintas ineficiencias.

Se presentan los enfoques paramétricos y no paramétricos. Se describen las ideas básicas de cada uno de ellos, así como de sus variaciones. La aplicación a datos de la banca en nuestro país se realiza únicamente con el enfoque DEA y sus variantes, en donde se pretende detectar la o las posibles del porque las instituciones de banca comercial en México presentan cierta medida de eficiencia relativa. Los estudios de eficiencia permiten reconocer que deben existir políticas regulatorias en cuanto a las fusiones, ya que parece que el tamaño de la firma por si mismo no implica mayor eficiencia. Sería interesante estudiar cuales otros factores determinan eficiencia, de tal manera que se puedan fundamentar las acciones a seguir en los bancos y también ayude a los encargados de proponer el medio ambiente regulatorio a clarificar las posibles consecuencias.

Se examinan diferentes conceptos de eficiencia, indicando cada uno de ellos, la forma adoptada por las firmas para la optimización económica, los cuales aportan de alguna forma, información valiosa para la propia firma y para la industria. Los resultados sugieren que investigaciones futuras consideren los la mayor cantidad de conceptos para asegurar

que las conclusiones a cerca de cual banco es más eficiente sean fundamentadas.

Una característica importante puede ser que los bancos grandes tienen acceso, por mayor disponibilidad de recursos, a la tecnología de comunicaciones, con lo cual, en fechas recientes, han dedicado recursos para mover a sus clientes de una ventanilla a una terminal de computadora, que, desde prácticamente cualquier lugar del mundo, tienen acceso seguro para hacer cualquier tipo de transacción. Esto ha tenido como consecuencia que se utilice menor cantidad de insumos para la atención a clientes, y dar mejor servicio, lo cual de alguna forma se verá reflejado en la eficiencia medida. Se finaliza con el capítulo que presenta la aplicación de las distintas variantes del enfoque DEA. Las conclusiones presentadas en ese capítulo se basan únicamente en los resultados de los métodos alimentados con la matriz de datos descrita.

No se incluye entre otras, la variable Margen de beneficio neto, debido a que se encuentran disparidades demasiado grandes entre los bancos.

Bibliografía

1. **Akhavein, Jalal D., Swamy P.A.V.B., Taubman, Stephen B.** *A general method of deriving the efficiencies of banks from a profit function.* The Wharton Financial institution Center, working paper 94-26, September 1994.
2. **Akhavein, Jalal D, Berger, Allen N, Humphrey, David B.** *The effects of megamergers on efficiency and prices: Evidence from a Bank Profit Function.* Review of Industrial Organization, vol. 12, 1997.
3. **Bauer, Paul W., Berger, Allen N., Ferrier, Gary D., Humphrey, David B.** *Consistency Conditions for Regulatory Analysis of Financial Institutions: A Comparison of Frontier Efficiency Methods.* Journal of Economics and Business, 1998.
4. **Berger, Allen N. & Humphrey, David B.,** *The Dominance of Inefficiencies over Scale and Product mix economies in Banking.* Journal of Monetary Economics, V28, 1991, pp. 117-148.
5. **Berger, Allen N., Humphrey.** *Efficiency of Financial Institutions: International Survey and Directions for Future Research.* European Journal of Operational Research, 1997.

6. **Berger, Allen N., Hancock, Diana, Humpehrey, David B.**, *Bank Efficiency Derived from the Profit Function*. Journal of Banking and Finance, Vol. 17, April 1993.
7. **Berger, Allen N.** *The Profit Concentration Relationship in Banking: Tests of Market Power and Efficient Structure Hypotheses and Implication of the Consequences of Bank Mergers*. Board of Governors of the Federal Reserve System, Washington, DC, October 1991.
8. **Berger, Allen N.**, "Distribution-Free" Estimates of Efficiency in the U.S. Banking Industry and Tests of the Standard Distributional Assumptions, Board of Governors of the Federal Reserve System, Washington, DC, March 1992.
9. **Berger, Allen N., Mester, Loretta J.**, Inside the Black Box: What Explains Differences in the Efficiencies of Financial Institutions?, Journal of Banking and Finance, Vol. 21, 1977.
10. **Bertoletti, Paolo & Poletti Clara.** X-Inefficiency, Competition and Market Information.
11. **Blois, K.J.** *Some comments on the Theory of Inert areas and the Definition of X-Efficiency*. Quarterly Journal of Economics. Vol. 88, November 1974 No 9.
12. **Cahoto, Ana & Demine, Jean.** *A non-parametric Evaluation of Banking Efficiency in Portugal, New and Old Banks*. January 26, 2000. Federal Reserve Bureau, working paper.
13. **Casu, Barbara, Molyneux, Philip.** *A Comparative Study of Efficiency in European Banking*. School of Accounting. Banking and Economics, University of Wales, Bangor, UK.
14. **Cetorelli, Nicola.** *Competitive Analysis in Banking: Appraisal of the Metodologies*. Economic Perspectives, Federal reserve Bank of Chicago.

15. **Clark, Jeffrey A.** *Economies of Scale and Scope at Depositary Financial Institutions: A Review of the Literature.* Federal Reserve System.
16. **Connor, John M. & Peterson, Everett B.** *The Economics of the Firm.* September 1997.
17. **Cooper, William, W, Seiford, Lawrence M, Tone, Kaoru.** *Data Envelopment Analysis; A comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software.* 2000, Kluwer Academic Publishers.
18. **DeYoung, Robert.** *Problem loans and cost efficiency in commercial banks.* Journal of banking and finance, vol. 21, 1997.
19. **De Young, Robert, Whalen, Gary.** *Banking Industry Consolidation: Efficiency Issues.* Working paper 110, Federal Reserve Bureau, april 1994.
20. **Edwards, Franklin R.** *Managerial Objectives in Regulated Industries: Expense-Preference Behavior in Banking.* Journal of Political Economy, 1977, vol.85, no.1.
21. **Frantz, Roger S.** *X-Efficiency: Theory, Evidence and Applications,* 1988 by Kluwer Academic Publishers.
22. **George, Kenneth D., Caroline Joll E. & L: Link.** *Industrial Organisation.* 1992.
23. **Graaff, Compare J. V.** *Theoretical Welfare Economics* (Cambridge, 1957) With D. Winch, *Analytical Welfare Economics* (Harmondsworth, 1971).
24. **Hannan, Timoty H. & Liang, J. Nellie.** *Inferring Market power from The Time Series Data: The Case of the Banking firm.* Federal Reserve Board, November 1990.

25. **Hannan, Timothy.** *Foundations of the Structure-Conduct-Performance Paradigm in Banking.* Federal Reserve Board, June 1989.
26. **Haskel, Jonathan & Sanchis Amparo.** *Privatization and X-Inefficiency: A Bargain Approach.* September 1995, volume XLIII, No. 3, The Journal of Industrial Economics.
27. **Hay, Donald A. & Morris, Dereck J.** *Industrial Economics, Theory and Evidence.*
28. **Kwan, Simon H. & Eisenbeis, Robert, A.** *An Analysis of Inefficiencies in Banking: A Stochastic Cost Frontier Approach.* Federal Reserve Bank of San Francisco Economic Review 1996–2.
29. **Kwan, Simon H.** *Efficiency of U.S. Banking Firms: an overview.* Research Department, federal Reserve Bank of San Francisco
30. **Kwan, Simon H. & Eisenbeis, Robert A.** *Bank Risk, Capitalization and Inefficiency.* Financial Institutions Center, 1996, The Wharton School.
31. **Kumbhakar, Subal C, Knox Lovell, C. A.** *Stochastic Frontier Analysis.* Cambridge University Press, 2000.
32. **Leibenstein, Harvey.** *Comment on Inert Areas and the Definition of X-Efficiency.* Quarterly Journal of Economics, vol. 88, no. 4, Nov 1974.
33. **Leibenstein, Harvey.** *Beyond Economic Man, a New Foundation for Microeconomics.* Harvard University Press, 1980.
34. **Leibenstein, Harvey.** *X-Efficiency Theory, Conventional Entrepreneurship and Excess Capacity Creation in LDC's.* Economic Development and Cultural Change.
35. **Leibenstein, Harvey.** *X-Efficiency. Technical Efficiency and Incomplete Information Use: a Comment.* Economic Development and Cultural Change.

36. **Leibenstein, Harvey.** *X-Inefficiency Exist-Reply to an Xorsist.* The American Economic Review.
37. **López Acevedo, Florentino & Vargas Gahbler, Laura.** *Estimación del nivel de ineficiencia en la banca: enfoque de frontera estocástica.* Revista de Banca y Mercados Financieros, primer semestre de 1999, CNBV.
38. **Mester, Loretta J.** *Efficiency of Banks in the Third Federal Reserve District.* The Wharton Financial institution Center, working paper 94-13, December, 1993.
39. **Panzar, John C. & Willig, Robert D.** *Sustainability Analysis, Economies of Scope.* The American Economic Review, May 1981.
40. **Peel, D. A.** *A Note on X-Inefficiency.* Quarterly Journal of Economics, vol. 88 no. 4 Nov 1974
41. **Sathye, Milind.** *X-efficiency in Australian Banking: An Empirical Investigation.* Journal of Banking & Finance 25 (2001)613-630.
42. **Sengupta, Jati, K.** *Quality and Efficiency.* Economic Modeling 17 (2000), pp. 195–207.
43. **Shapiro Kenneth H. & Müller, Jürgen.** *Sources of technical Efficiency, The Roles of Modernization and Information.* Economic Development and Cultural Change Jan. 1977, 26, 296-310.
44. **Sherman, David H. & Ladino George.** *Managing Bank Productivity Using Data Envelopment Analysis (DEA).* Interfaces 25 - 2, March-April 1995, pp. 60-73.
45. **Simon H. Kwan & Robert A. Eisenbeis.** *An analysis of Inefficiencies in Banking: A Stochastic Cost Frontier Approach.* Federal Reserve Boureau of Dan Francisco Economic Review 1996, Number 2.

46. **Srinivasan, Aruna.** *Cost of Financial Intermediation under Regulation: Development Banks and Commercial Banks.* Working paper 89-2, March 1989, Atlanta Fed's Research Department.
47. **Stevenson, Rodney.** *X-Inefficiency and Interfirm Rivalry: Evidence form The Electric Utility Industry.* Land Economics, vol. 58 no.1, Feb. 1982.
48. **Stigler, George J.** *The existence of X-Efficiency.* The American Economic Review, Vol. 66 No 1. March 1976.
49. **Strong, Norman & Waterson, Michael.** *The Economics of the Firm,* Clarke & Mcguinness, 1987.
50. **White, Laurence J.** *Appropriate Technology. X-Inefficiency and Competitive Environment: Some Evidence from Pakistan.* Quarterly Journal of Economics.