

# Capítulo I

## Ratios Financieros

---

Por: [César Aching Guzmán](http://cesaraching.blogspot.com/)  
<http://cesaraching.blogspot.com/>

## Prólogo

La serie de Guías Rápidas reflejan la dialéctica de mi pensamiento en los temas económicos-financieros; según la tecnología financiera y bancaria corresponde a los niveles básicos e intermedio; conservan además el espíritu de mis primeras publicaciones, al difundir y popularizar conceptos de economía y finanzas.

La GUIA RAPIDA «RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA»: consta de dos capítulos, el primero de ellos trata de los ratios financieros, como elemento de previsión en el análisis empresarial, pretende responder interrogantes comunes en el ámbito corporativo como: ¿La empresa, está en condiciones de soportar el impacto financiero de un mayor incremento de las ventas? ¿Por otro lado, su endeudamiento es provechoso? ¿Los banqueros que deben tomar decisiones en el otorgamiento de créditos a las empresas, cómo pueden sustentar sus decisiones?.

Para el análisis institucional, utilizamos los ratios financieros y operamos con dos estados financieros importantes el Balance General y el Estado de Ganancias y Pérdidas, en los que están registrados los movimientos económicos y financieros de la empresa.

Los ratios proveen información que permite tomar decisiones acertadas a quienes estén interesados en la empresa, sean éstos sus dueños, banqueros, asesores, capacitadores, el gobierno, etc. Por ejemplo, si comparamos el activo corriente con el pasivo corriente, sabremos cuál es la capacidad de pago de la empresa y si es suficiente para responder por las obligaciones contraídas con terceros.

# RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

---

En el primer capítulo, tratamos el tema de los ratios divididos en 4 grandes grupos: los índices de liquidez; de Gestión o actividad; de Solvencia, endeudamiento o apalancamiento y los índices de Rentabilidad. Incluimos además, el interesante tema del análisis DU-PONT y el Valor Económico Agregado (EVA), cada uno de ellos definidos e ilustrados con ejemplos prácticos.

En el segundo capítulo expongo un tema, pocas veces tratado como tal en los libros de texto y consulta, como la matemática de la mercadotecnia. Utilizando el estado de operación de la empresa abordo el cálculo de las ventas, los costos y para el análisis empleo ciertas razones analíticas. En este capítulo describo cinco áreas principales de la matemática de la mercadotecnia: el estado de resultados, las razones analíticas, los márgenes de utilidad y rebaja, las matemáticas en la investigación de mercados, muestreo y el punto de equilibrio.

Como todos mis libros, la revisión y los aportes matemáticos corresponden a mi hijo Jorge, joven profesional, Ingeniero Electrónico de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos (UNMSM), a la fecha, ha realizado una serie de trabajos de investigación, dictado conferencias, escrito artículos en la Revista Electrónica de la UNMSM, Graduado con excelencia en la tesis: “RECONOCIMIENTO BIOMETRICO DE HUELLAS DACTILARES Y SU IMPLEMENTACION EN DSP”. Actualmente es becario y cursa estudios de Maestría en Ingeniería Electrónica en la UNIVERSIDAD FEDERAL ESPIRITU SANTO - BRASIL.

Después del índice inserto un resumen de los ratios, fórmulas de las matemáticas en la investigación de mercados y muestreo y las fórmulas básicas del punto de equilibrio. Ilustramos los diferentes temas con 21 ejercicios desarrollados combinadamente –cuando corresponde-, aplicando las fórmulas y las funciones estadísticas de Excel.

Cierro el capítulo I, con 25 ratios, incluye además la matriz de rentabilidad de los capitales invertidos DU-PONT, varios ejemplos y 4 casos prácticos que ilustran los temas tratados. Finaliza el Capítulo II, con 18 notaciones matemáticas entre ratios y fórmulas y 21 ejercicios desarrollados.

César Aching Guzmán

Autor

La revisión técnica de la obra estuvo a cargo del [Ing. Jorge L. Aching](#) Samatelo, conforman el equipo de edición:

COORDINACION GENERAL  
DISEÑO CARATULA  
DISEÑO Y DIAGRAMACION  
PROCESO DIGITAL

[MARLENE SAMATELO VALDIVIA](#)  
ANGELA BONINO VELAOCHAGA  
MARIA VICTORIA ANGULO JOHNSON  
[CESAR ACHING SAMATELO](#)  
PAULA ENITH ACHING DIAZ

## 1. Introducción

La previsión es una de las funciones financieras fundamentales, un sistema financiero puede tomar diversas formas. No obstante es esencial que éste tenga en cuenta las fortalezas y debilidades de la empresa. Por ejemplo, la empresa que prevé tener un incremento en sus ventas, ¿está en condiciones de soportar el impacto financiero de este aumento? ¿Por otro lado, su endeudamiento es provechoso? ¿Los banqueros que deben tomar decisiones en el otorgamiento de créditos a las empresas, cómo pueden sustentar sus decisiones?

El objetivo de este trabajo, es exponer las ventajas y aplicaciones del análisis de los estados financieros con los ratios o índices. Estos índices utilizan en su análisis dos estados financieros importantes: el Balance General y el Estado de Ganancias y Pérdidas, en los que están registrados los movimientos económicos y financieros de la empresa. Casi siempre son preparados, al final del periodo de operaciones y en los cuales se evalúa la capacidad de la empresa para generar flujos favorables según la recopilación de los datos contables derivados de los hechos económicos.

Para explicar nuestro esquema, utilizaremos como modelo los estados financieros de la Empresa DISTRIBUIDORA MAYORISTA DE FERTILIZANTES Y PRODUCTOS QUIMICOS DEL PERU DISTMAFERQUI SAC., en el periodo 2003 - 2004. Para la aplicación de los ratios operamos con las cifras del ejercicio 2004 y cuando necesitemos promediar operamos con las cifras del año 2003 y 2004.

Al final del capítulo insertamos un cuadro de la evolución de los indicadores en el período del 2003 al 2004 y la Matriz de Rentabilidad de los Capitales Invertidos DU-PONT. En la presente obra empleamos los términos Capital Social o Patrimonio como sinónimos.

**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**

César Aching Guzmán

**DISTMAFERQUI S.A.C.**

BALANCE GENERAL 31/12/2003 Y 31/12/2004

ACTIVOS	2,004	2,003
Caja y Bancos	194,196	191,303
Cuentas por cobrar	741,289	809,514
Inventarios	1,452,419	1,347,423
Gastos pagados por anticipado	22,684	18,795
Otros activos Corrientes	38,473	31,874
Activos Corrientes	2,449,060	2,398,908
Propiedad, planta y equipo	1,745,231	1,681,415
(-) depreciación acumulada	936,425	864,705
Activos Fijos Netos	808,805	816,710
Inversión de largo plazo	69,263	
Otros Activos	224,215	224,726
TOTAL ACTIVOS	3,551,344	3,440,345
PASIVOS Y CAPITAL SOCIAL		
Préstamos bancarios y pagarés	490,173	389,630
Cuentas por pagar	162,215	149,501
Impuestos acumulados	39,566	139,295
Otros pasivos acumulados	208,675	179,546
Pasivos Corrientes	900,630	857,972
Deudas de largo plazo	689,380	684,656
TOTAL PASIVOS	1,590,010	1,542,627
Capital de los Accionistas		
Acciones comunes (UM 5.50 valor a la par)	459,921	459,917
Capital adicional pagado	394,708	394,600
Utilidades retenidas	1,106,705	1,045,203
TOTAL PATRIMONIO	1,961,334	1,899,720
TOTAL PASIVO Y PATRIMONIO	3,551,344	3,442,348

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

### DISTMAFERQUI S.A.C.

ESTADO DE GANACIAS Y PERDIDAS 31/12/2003 Y 31/12/2004

	2,004	2,003
Ventas netas	4,363,670	4,066,930
Inventario Inicial	1,752,682	1,631,850
Compras	2,629,024	2,447,775
Inventario Final	1,452,419	1,347,423
Costo de ventas	2,929,287	2,732,202
Utilidad Bruta	1,434,383	1,334,728
Gastos de ventas, generales y administrativos	875,842	794,491
Depreciación	121,868	124,578
Utilidad antes de intereses	436,673	415,659
Intereses pagados	93,196	76,245
Utilidad después de intereses	343,478	339,414
Impuesto a la renta	123,541	122,793
Utilidad después de impuestos	219,937	216,621
Dividendos en efectivo	156,249	142,574
Utilidad Neta	63,687	74,047

COSTO DE VENTAS = INV. INICIAL + COMPRAS - INV. FINAL

## 2. Los Ratios

Matemáticamente, un ratio es una razón, es decir, la relación entre dos números. Son un conjunto de índices, resultado de relacionar dos cuentas del Balance o del estado de Ganancias y Pérdidas. Los ratios proveen información que permite tomar decisiones acertadas a quienes estén interesados en la empresa, sean éstos sus dueños, banqueros, asesores, capacitadores, el gobierno, etc. Por ejemplo, si comparamos el activo corriente con el pasivo corriente, sabremos cuál es la capacidad de pago de la empresa y si es suficiente para responder por las obligaciones contraídas con terceros.

Sirven para determinar la magnitud y dirección de los cambios sufridos en la empresa durante un periodo de tiempo. Fundamentalmente los ratios están divididos en 4 grandes grupos:

**2.1. Índices de liquidez.** Evalúan la capacidad de la empresa para atender sus compromisos de corto plazo.

**2.2. Índices de Gestión o actividad.** Miden la utilización del activo y comparan la cifra de ventas con el activo total, el inmovilizado material, el activo circulante o elementos que los integren.

**2.3. Índices de Solvencia, endeudamiento o apalancamiento.** Ratios que relacionan recursos y compromisos.

**2.4. Índices de Rentabilidad.** Miden la capacidad de la empresa para generar riqueza (rentabilidad económica y financiera).

## 3. El Análisis

### A. Análisis de Liquidez

Miden la capacidad de pago que tiene la empresa para hacer frente a sus deudas de corto plazo. Es decir, el dinero en efectivo de que dispone, para cancelar las deudas. Expresan no solamente el manejo de las finanzas totales de la empresa, sino la habilidad gerencial para convertir en efectivo determinados activos y pasivos corrientes. Facilitan examinar la situación financiera de la compañía frente a otras, en este caso los ratios se limitan al análisis del activo y pasivo corriente. Una buena imagen y posición frente a los intermediarios financieros, requiere: mantener un nivel de capital de trabajo suficiente para llevar a cabo las operaciones que sean necesarias para generar un excedente que permita a la empresa continuar normalmente con su actividad y que produzca el dinero suficiente para cancelar las necesidades de los gastos financieros que le demande su estructura de endeudamiento en el corto plazo. Estos ratios son cuatro:

#### 1a) Ratio de liquidez general o razón corriente

El ratio de liquidez general lo obtenemos dividiendo el activo corriente entre el pasivo corriente. El activo corriente incluye básicamente las cuentas de caja, bancos, cuentas y letras por cobrar, valores de fácil negociación e inventarios. Este ratio es la principal medida de liquidez, muestra qué proporción de deudas de corto plazo son cubiertas por elementos del activo, cuya conversión en dinero corresponde aproximadamente al vencimiento de las deudas.

$$[1] \text{ LIQUIDEZ GENERAL} = \frac{\text{ACTIVO CORRIENTE}}{\text{PASIVO CORRIENTE}} = \text{veces}$$

Para DISTMAFERQUI SAC el ratio de liquidez general, en el 2004 es:

$$[1] \text{ LIQUIDEZ GENERAL} = \frac{2'449,060}{900,630} = 2.72 \text{ veces}$$

Esto quiere decir que el activo corriente es 2.72 veces más grande que el pasivo corriente; o que por cada UM de deuda, la empresa cuenta con UM 2.72 para pagarla. Cuanto mayor sea el valor de esta razón, mayor será la capacidad de la empresa de pagar sus deudas.

#### 2a) Ratio prueba ácida

Es aquel indicador que al descartar del activo corriente cuentas que no son fácilmente realizables, proporciona una medida más exigente de la capacidad de pago de una empresa en el corto plazo. Es algo más severa que la anterior y es calculada restando el inventario del activo corriente y dividiendo esta diferencia entre el pasivo corriente. Los inventarios son excluidos del análisis porque son los activos menos líquidos y los más sujetos a pérdidas en caso de quiebra.

$$[2] \text{ PRUEBA ACIDA} = \frac{\text{ACTIVO CORRIENTE} - \text{INVENTARIOS}}{\text{PASIVO CORRIENTE}} = \text{veces}$$

La prueba ácida para el 2004, en DISTMAFERQUI SAC es:

$$[2] \text{ PRUEBA ACIDA} = \frac{2'449,060 - 1'452,419}{900,630} = 1.11 \text{ veces}$$

A diferencia de la razón anterior, esta excluye los inventarios por ser considerada la parte menos líquida en caso de quiebra. Esta razón se concentra en los activos más líquidos, por lo que proporciona datos más correctos al analista.

### 3a) Ratio prueba defensiva

Permite medir la capacidad efectiva de la empresa en el corto plazo; considera únicamente los activos mantenidos en Caja-Bancos y los valores negociables, descartando la influencia de la variable tiempo y la incertidumbre de los precios de las demás cuentas del activo corriente. Nos indica la capacidad de la empresa para operar con sus activos más líquidos, sin recurrir a sus flujos de venta. Calculamos este ratio dividiendo el total de los saldos de caja y bancos entre el pasivo corriente.

$$[3] \text{ PRUEBA DEFENSIVA} = \frac{\text{CAJA BANCOS}}{\text{PASIVO CORRIENTE}} = \%$$

En DISTMAFERQUI SAC para el 2004, tenemos:

$$[3] \text{ PRUEBA DEFENSIVA} = \frac{194,196}{900,630} = 0.2156$$

Es decir, contamos con el 21.56% de liquidez para operar sin recurrir a los flujos de venta

### 4a) Ratio capital de trabajo

Como es utilizado con frecuencia, vamos a definirla como una relación entre los Activos Corrientes y los Pasivos Corrientes; no es una razón definida en términos de un rubro dividido por otro. El Capital de Trabajo, es lo que le queda a la firma después de pagar sus deudas inmediatas, es la diferencia entre los Activos Corrientes menos Pasivos Corrientes; algo así como el dinero que le queda para poder operar en el día a día.

$$[4] \text{ CAPITAL DE TRABAJO} = \text{ACT. CORRIENTE} - \text{PAS. CORRIENTE} = \text{UM}$$

El valor del capital de trabajo en DISTMAFERQUI SAC en el 2004 es:

$$[4] \text{ CAPITAL DE TRABAJO} = 2'449,060 - 900,630 = \text{UM } 1'548,430$$

En nuestro caso, nos está indicando que contamos con capacidad económica para responder obligaciones con terceros.

Observación importante:

Decir que la liquidez de una empresa es 3, 4 veces a más no significa nada. A este resultado matemático es necesario darle contenido económico.

### 5a) Ratios de liquidez de las cuentas por cobrar

Las cuentas por cobrar son activos líquidos sólo en la medida en que puedan cobrarse en un tiempo prudente.

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

Razones básicas:

$$[5] \text{ PERIODO PROMEDIO DE COBRANZA} = \frac{\text{CUENTAS POR COBRAR} \times \text{DIAS EN EL AÑO}}{\text{VENTAS ANUALES A CREDITO}} = \text{días}$$

Para DISTMAFERQUI SAC., este ratio es:

$$[5] \text{ PERIODO PROMEDIO DE COBRANZA} = \frac{741,289 \times 360}{4'363,670} = 61 \text{ días}$$

El índice nos está señalando, que las cuentas por cobrar están circulando 61 días, es decir, nos indica el tiempo promedio que tardan en convertirse en efectivo.

$$[6] \text{ ROTACION DE LAS CTAS. POR COBRAR} = \frac{\text{VENTAS ANUALES A CREDITO}}{\text{CUENTAS POR COBRAR}} = \text{veces}$$

Para DISTMAFERQUI SAC., este ratio es:

$$[6] \text{ ROTACION DE LAS CTAS. POR COBRAR} = \frac{4'363,670}{741,289} = 5.89$$

Las razones (5 y 6) son recíprocas entre sí. Si dividimos el período promedio de cobranzas entre 360 días que tiene el año comercial o bancario, obtendremos la rotación de las cuentas por cobrar 5.89 veces al año. Asimismo, el número de días del año dividido entre el índice de rotación de las cuentas por cobrar nos da el período promedio de cobranza. Podemos usar indistintamente estos ratios.

### B. Análisis de la Gestión o actividad

Miden la efectividad y eficiencia de la gestión, en la administración del capital de trabajo, expresan los efectos de decisiones y políticas seguidas por la empresa, con respecto a la utilización de sus fondos. Evidencian cómo se manejó la empresa en lo referente a cobranzas, ventas al contado, inventarios y ventas totales. Estos ratios implican una comparación entre ventas y activos necesarios para soportar el nivel de ventas, considerando que existe un apropiado valor de correspondencia entre estos conceptos.

Expresan la rapidez con que las cuentas por cobrar o los inventarios se convierten en efectivo. Son un complemento de las razones de liquidez, ya que permiten precisar aproximadamente el período de tiempo que la cuenta respectiva (cuenta por cobrar, inventario), necesita para convertirse en dinero. Miden la capacidad que tiene la gerencia para generar fondos internos, al administrar en forma adecuada los recursos invertidos en estos activos. Así tenemos en este grupo los siguientes ratios:

#### 1b) Ratio rotación de cartera (cuentas por cobrar)

Miden la frecuencia de recuperación de las cuentas por cobrar. El propósito de este ratio es medir el plazo promedio de créditos otorgados a los clientes y, evaluar la política de crédito y cobranza. El saldo en cuentas por cobrar no debe superar el volumen de ventas. Cuando este saldo es mayor que las ventas se produce la inmovilización total de fondos en cuentas por cobrar, restando a la empresa, capacidad de pago y pérdida de poder adquisitivo.

Es deseable que el saldo de cuentas por cobrar rote razonablemente, de tal manera que no implique costos financieros muy altos y que permita utilizar el crédito como estrategia de ventas.



## Período de cobros o rotación anual:

Puede ser calculado expresando los días promedio que permanecen las cuentas antes de ser cobradas o señalando el número de veces que rotan las cuentas por cobrar. Para convertir el número de días en número de veces que las cuentas por cobrar permanecen inmovilizados, dividimos por 360 días que tiene un año.

## Período de cobranzas:

$$[7] \text{ ROTACION DE CARTERA} = \frac{\text{CUENTAS POR COBRAR PROMEDIO} * 360}{\text{VENTAS}} = \text{días}$$

Para DISTMAFERQUI SAC en el 2004 tenemos:

$$[7] \text{ ROTACION DE CARTERA} = \frac{\frac{741,289 + 809,514}{2} * 360}{4'363,670} = 63.97 \text{ días}$$

## Rotación anual:

$$\frac{360}{63.97} = 5.63 \text{ veces rota al año}$$

Esto quiere decir que la empresa convierte en efectivo sus cuentas por cobrar en 63.97 días o rotan 5.63 veces en el período.

La rotación de la cartera un alto número de veces, es indicador de una acertada política de crédito que impide la inmovilización de fondos en cuentas por cobrar. Por lo general, el nivel óptimo de la rotación de cartera se encuentra en cifras de 6 a 12 veces al año, 60 a 30 días de período de cobro.

## **2b) Rotación de los Inventarios**

Cuantifica el tiempo que demora la inversión en inventarios hasta convertirse en efectivo y permite saber el número de veces que esta inversión va al mercado, en un año y cuántas veces se repone.

Existen varios tipos de inventarios. Una industria que transforma materia prima, tendrá tres tipos de inventarios: el de materia prima, el de productos en proceso y el de productos terminados. Si la empresa se dedica al comercio, existirá un sólo tipo de inventario, denominado contablemente, como mercancías.

## Período de la inmovilización de inventarios o rotación anual:

El número de días que permanecen inmovilizados o el número de veces que rotan los inventarios en el año. Para convertir el número de días en número de veces que la inversión mantenida en productos terminados va al mercado, dividimos por 360 días que tiene un año.

## Período de inmovilización de inventarios:

$$[8] \text{ ROTACION DE INVENTARIOS} = \frac{\text{INVENTARIO PROMEDIO} * 360}{\text{COSTO DE VENTAS}} = \text{días}$$

Podemos también medirlo de dos formas, tomando como ejemplo DISTMAFERQUI SAC en el 2004:

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

$$[8] \text{ ROTACION DE INVENTARIOS} = \frac{\frac{1'452,419 + 1'347,423}{2} * 360}{2'929,287} = 172 \text{ días}$$

Rotación anual:

$$\frac{360}{262} = 2.09 \text{ veces de rotación al año}$$

Esto quiere decir que los inventarios van al mercado cada 172 días, lo que demuestra una baja rotación de esta inversión, en nuestro caso 2.09 veces al año. A mayor rotación mayor movilidad del capital invertido en inventarios y más rápida recuperación de la utilidad que tiene cada unidad de producto terminado. Para calcular la rotación del inventario de materia prima, producto terminado y en proceso se procede de igual forma.

Podemos también calcular la ROTACION DE INVENTARIOS, como una indicación de la liquidez del inventario.

$$[9] \text{ ROTACION DE INVENTARIOS} = \frac{\text{COSTO DE VENTAS}}{\text{INVENTARIO PROMEDIO}} = \text{veces}$$

$$[9] \text{ ROTACION DE INVENTARIOS} = \frac{2'929,287}{\frac{(1'452,419 + 1'347,423)}{2}} = 2.09 \text{ veces}$$

Nos indica la rapidez con que cambia el inventario en cuentas por cobrar por medio de las ventas. Mientras más alta sea la rotación de inventarios, más eficiente será el manejo del inventario de una empresa.

### 3b) Período promedio de pago a proveedores

Este es otro indicador que permite obtener indicios del comportamiento del capital de trabajo. Mide específicamente el número de días que la firma, tarda en pagar los créditos que los proveedores le han otorgado.

Una práctica usual es buscar que el número de días de pago sea mayor, aunque debe tenerse cuidado de no afectar su imagen de «buena paga» con sus proveedores de materia prima. En épocas inflacionarias debe descargarse parte de la pérdida de poder adquisitivo del dinero en los proveedores, comprándoles a crédito.

Período de pagos o rotación anual: En forma similar a los ratios anteriores, este índice puede ser calculado como días promedio o rotaciones al año para pagar las deudas.

$$[10] \text{ PERIODO PAGO A PROV} = \frac{\text{CTAS. x PAGAR (PROMEDIO)} * 360}{\text{COMPRAS A PROVEEDORES}} = \text{días}$$

$$[10] \text{ PERIODO PAGO A PROV} = \frac{\left( \frac{162,215 + 149,501}{2} \right) * 360}{2'629,024} = 21.34 \text{ días}$$

Rotación anual:

$$\frac{360}{21.34} = 16.87 \text{ veces de rotación al año}$$

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

Los resultados de este ratio lo debemos interpretar de forma opuesta a los de cuentas por cobrar e inventarios. Lo ideal es obtener una razón lenta (es decir 1, 2 ó 4 veces al año) ya que significa que estamos aprovechando al máximo el crédito que le ofrecen sus proveedores de materia prima. Nuestro ratio esta muy elevado.

### 4b) Rotación de caja y bancos

Dan una idea sobre la magnitud de la caja y bancos para cubrir días de venta. Lo obtenemos multiplicando el total de Caja y Bancos por 360 (días del año) y dividiendo el producto entre las ventas anuales.

$$[11] \text{ ROTACION DE CAJA BANCOS} = \frac{\text{CAJA Y BANCOS} \times 360}{\text{VENTAS}} = \text{días}$$

Para DISTMAFERQUI SAC en el 2004, tenemos:

$$[11] \text{ ROTACION DE CAJA Y BANCOS} = \frac{194,196 \times 360}{4'363,670} = 16 \text{ días}$$

Interpretando el ratio, diremos que contamos con liquidez para cubrir 16 días de venta.

### 5b) Rotación de Activos Totales

Ratio que tiene por objeto medir la actividad en ventas de la firma. O sea, cuántas veces la empresa puede colocar entre sus clientes un valor igual a la inversión realizada.

Para obtenerlo dividimos las ventas netas por el valor de los activos totales:

$$[12] \text{ ROTACION DE ACTIVOS TOTALES} = \frac{\text{VENTAS}}{\text{ACTIVOS TOTALES}} = \text{veces}$$

Para DISTMAFERQUI SAC en el 2004, tenemos:

$$[12] \text{ ROTACION DE ACTIVOS TOTALES} = \frac{4'363,670}{3'551,344} = 1.23 \text{ veces}$$

Es decir que nuestra empresa está colocando entre sus clientes 1.23 veces el valor de la inversión efectuada.

Esta relación indica qué tan productivos son los activos para generar ventas, es decir, cuánto se está generando de ventas por cada UM invertido. Nos dice qué tan productivos son los activos para generar ventas, es decir, cuánto más vendemos por cada UM invertido.

### 6b) Rotación del Activo Fijo

Esta razón es similar a la anterior, con el agregado que mide la capacidad de la empresa de utilizar el capital en activos fijos. Mide la actividad de ventas de la empresa. Dice, cuántas veces podemos colocar entre los clientes un valor igual a la inversión realizada en activo fijo.

$$[13] \text{ ROTACION DE ACTIVO FIJO} = \frac{\text{VENTAS}}{\text{ACTIVO FIJO}} = \text{veces}$$

Para DISTMAFERQUI SAC en el 2004 resulta:

$$[13] \text{ ROTACION DE ACTIVO FIJO} = \frac{4'363,670}{808,805} = 5.40 \text{ veces}$$

Es decir, estamos colocando en el mercado 5.40 veces el valor de lo invertido en activo fijo.

## C. Análisis de Solvencia, endeudamiento o apalancamiento

Estos ratios, muestran la cantidad de recursos que son obtenidos de terceros para el negocio. Expresan el respaldo que posee la empresa frente a sus deudas totales. Dan una idea de la autonomía financiera de la misma. Combinan las deudas de corto y largo plazo.

Permiten conocer qué tan estable o consolidada es la empresa en términos de la composición de los pasivos y su peso relativo con el capital y el patrimonio. Miden también el riesgo que corre quién ofrece financiación adicional a una empresa y determinan igualmente, quién ha aportado los fondos invertidos en los activos. Muestra el porcentaje de fondos totales aportados por el dueño(s) o los acreedores ya sea a corto o mediano plazo.

Para la entidad financiera, lo importante es establecer estándares con los cuales pueda medir el endeudamiento y poder hablar entonces, de un alto o bajo porcentaje. El analista debe tener claro que el endeudamiento es un problema de flujo de efectivo y que el riesgo de endeudarse consiste en la habilidad que tenga o no la administración de la empresa para generar los fondos necesarios y suficientes para pagar las deudas a medida que se van venciendo.

### 1c) Estructura del capital (deuda patrimonio)

Es el cociente que muestra el grado de endeudamiento con relación al patrimonio. Este ratio evalúa el impacto del pasivo total con relación al patrimonio. Lo calculamos dividiendo el total del pasivo por el valor del patrimonio:

$$[14] \text{ ESTRUCTURA DEL CAPITAL} = \frac{\text{PASIVO TOTAL}}{\text{PATRIMONIO}} = \%$$

Para DISTMAFERQUI SAC en el 2004, tenemos:

$$[14] \text{ ESTRUCTURA DEL CAPITAL} = \frac{1'590,010}{1'961,334} = 0.81$$

Esto quiere decir, que por cada UM aportada por el dueño(s), hay UM 0.81 centavos o el 81% aportado por los acreedores.

### 2c) Endeudamiento

Representa el porcentaje de fondos de participación de los acreedores, ya sea en el corto o largo plazo, en los activos. En este caso, el objetivo es medir el nivel global de endeudamiento o proporción de fondos aportados por los acreedores.

$$[15] \text{ RAZON DE ENDEUDAMIENTO} = \frac{\text{PASIVO TOTAL}}{\text{ACTIVO TOTAL}} = \%$$

Ilustrando el caso de DISTMAFERQUI SAC en el 2004, tenemos:

$$[15] \text{ RAZON DE ENDEUDAMIENTO} = \frac{1'590,010}{3'551,344} = 0.4474 \text{ ó } 44.74\%$$

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

Es decir que en nuestra empresa analizada para el 2004, el 44.77% de los activos totales es financiado por los acreedores y de liquidarse estos activos totales al precio en libros quedaría un saldo de 55.23% de su valor, después del pago de las obligaciones vigentes.

### 3c) Cobertura de gastos financieros

Este ratio nos indica hasta que punto pueden disminuir las utilidades sin poner a la empresa en una situación de dificultad para pagar sus gastos financieros.

$$[16] \text{ COBERTURA DE GG.FF.} = \frac{\text{UTILIDAD ANTES DE INTERESES}}{\text{GASTOS FINANCIEROS}} = \text{veces}$$

Para DISTMAFERQUI SAC en el 2004, tenemos:

$$[16] \text{ COBERTURA DE GG.FF.} = \frac{436,673}{93,196} = 4.69 \text{ veces}$$

Una forma de medirla es aplicando este ratio, cuyo resultado proyecta una idea de la capacidad de pago del solicitante.

Es un indicador utilizado con mucha frecuencia por las entidades financieras, ya que permite conocer la facilidad que tiene la empresa para atender sus obligaciones derivadas de su deuda.

### 4c) Cobertura para gastos fijos

Este ratio permite visualizar la capacidad de supervivencia, endeudamiento y también medir la capacidad de la empresa para asumir su carga de costos fijos. Para calcularlo dividimos el margen bruto por los gastos fijos. El margen bruto es la única posibilidad que tiene la compañía para responder por sus costos fijos y por cualquier gasto adicional, como por ejemplo, los financieros.

$$[17] \text{ COBERTURA DE GASTOS FIJOS} = \frac{\text{UTILIDAD BRUTA}}{\text{GASTOS FIJOS}} = \text{veces}$$

Aplicando a nuestro ejemplo tenemos:

$$[17] \text{ COBERTURA DE GASTOS FIJOS} = \frac{1'434,383}{997,710} = 1.44 \text{ veces}$$

Para el caso consideramos como gastos fijos los rubros de gastos de ventas, generales y administrativos y depreciación. Esto no significa que los gastos de ventas corresponden necesariamente a los gastos fijos. Al clasificar los costos fijos y variables deberá analizarse las particularidades de cada empresa.

### D. Análisis de Rentabilidad

Miden la capacidad de generación de utilidad por parte de la empresa. Tienen por objetivo apreciar el resultado neto obtenido a partir de ciertas decisiones y políticas en la administración de los fondos de la empresa. Evalúan los resultados económicos de la actividad empresarial.

Expresan el rendimiento de la empresa en relación con sus ventas, activos o capital. Es importante conocer estas cifras, ya que la empresa necesita producir utilidad para poder existir. Relacionan directamente la capacidad de generar fondos en operaciones de corto plazo.

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

Indicadores negativos expresan la etapa de desacumulación que la empresa está atravesando y que afectará toda su estructura al exigir mayores costos financieros o un mayor esfuerzo de los dueños, para mantener el negocio.

Los indicadores de rentabilidad son muy variados, los más importantes y que estudiamos aquí son: la rentabilidad sobre el patrimonio, rentabilidad sobre activos totales y margen neto sobre ventas.

### 1d) Rendimiento sobre el patrimonio

Esta razón lo obtenemos dividiendo la utilidad neta entre el patrimonio neto de la empresa. Mide la rentabilidad de los fondos aportados por el inversionista.

$$[18] \text{ RENDIMIENTO SOBRE EL PATRIMONIO} = \frac{\text{UTILIDAD NETA}}{\text{CAPITAL O PATRIMONIO}} = \%$$

Para DISTMAFERQUI SAC en el 2004, tenemos:

$$[18] \text{ RENDIMIENTO SOBRE EL PATRIMONIO} = \frac{63,687}{1'961,334} = 0.0325 \quad \text{ó} \quad 3.25\%$$

Esto significa que por cada UM que el dueño mantiene en el 2004 genera un rendimiento del 3.25% sobre el patrimonio. Es decir, mide la capacidad de la empresa para generar utilidad a favor del propietario.

### 2d) Rendimiento sobre la inversión

Lo obtenemos dividiendo la utilidad neta entre los activos totales de la empresa, para establecer la efectividad total de la administración y producir utilidades sobre los activos totales disponibles. Es una medida de la rentabilidad del negocio como proyecto independiente de los accionistas.

$$[19] \text{ RENDIMIENTO SOBRE LA INVERSION} = \frac{\text{UTILIDAD NETA}}{\text{ACTIVO TOTAL}} = \%$$

Para DISTMAFERQUI SAC en el 2004, tenemos:

$$[19] \text{ RENDIMIENTO SOBRE LA INVERSION} = \frac{63,687}{3'551,344} = 0.01787 \quad \text{ó} \quad 1.787\%$$

Quiere decir, que cada UM invertido en el 2004 en los activos produjo ese año un rendimiento de 1.79% sobre la inversión. Indicadores altos expresan un mayor rendimiento en las ventas y del dinero invertido.

### 3d) Utilidad activo

Este ratio indica la eficiencia en el uso de los activos de una empresa, lo calculamos dividiendo las utilidades antes de intereses e impuestos por el monto de activos.

$$[20] \text{ UT. ACTIVO} = \frac{\text{UT. ANTES DE INTERSESES E IMPUESTOS}}{\text{ACTIVO}} = \%$$

$$[20] \text{ UT. ACTIVO} = \frac{436,673}{3'551,344} = 0.1230$$

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

Nos está indicando que la empresa genera una utilidad de 12.30% por cada UM invertido en sus activos

### 4d) Utilidad ventas

Este ratio expresa la utilidad obtenida por la empresa, por cada UM de ventas. Lo obtenemos dividiendo la utilidad antes de intereses e impuestos por el valor de activos.

$$[21] \text{ UT. VENTAS} = \frac{\text{UT. ANTES DE INTERSESES E IMPUESTOS}}{\text{VENTAS}} = \%$$

$$[21] \text{ UT. VENTAS} = \frac{436,673}{4'363,670} = 0.10$$

Es decir que por cada UM vendida hemos obtenido como utilidad el 10.01% en el 2004.

### 5d) Utilidad por acción

Ratio utilizado para determinar las utilidades netas por acción común.

$$[22] \text{ UTILIDAD POR ACCION} = \frac{\text{UTILIDAD NETA}}{\text{NUMERO DE ACCIONES COMUNES}} = \text{UM}$$

Para DISTMAFERQUI SAC en el 2004, tenemos:

$$[22] \text{ UTILIDAD POR ACCION} = \frac{63,687}{(459,921/5.50)} = \text{UM } 0.7616$$

Este ratio nos está indicando que la utilidad por cada acción común fue de UM 0.7616.

### 6d) Margen bruto y neto de utilidad

#### Margen Bruto

Este ratio relaciona las ventas menos el costo de ventas con las ventas. Indica la cantidad que se obtiene de utilidad por cada UM de ventas, después de que la empresa ha cubierto el costo de los bienes que produce y/o vende.

$$[23] \text{ MARGEN DE UTILIDAD BRUTA} = \frac{\text{VENTAS} - \text{COSTOS DE VENTAS}}{\text{VENTAS}} = \%$$

$$[23] \text{ MUB} = \frac{4'363,670 - 2'929,287}{4'363,670} = 0.3287 \quad \text{ó} \quad 32.87\%$$

Indica las ganancias en relación con las ventas, deducido los costos de producción de los bienes vendidos. Nos dice también la eficiencia de las operaciones y la forma como son asignados los precios de los productos.

Cuanto más grande sea el margen bruto de utilidad, será mejor, pues significa que tiene un bajo costo de las mercancías que produce y/ o vende.

## **Margen Neto**

Rentabilidad más específico que el anterior. Relaciona la utilidad líquida con el nivel de las ventas netas. Mide el porcentaje de cada UM de ventas que queda después de que todos los gastos, incluyendo los impuestos, han sido deducidos.

Cuanto más grande sea el margen neto de la empresa tanto mejor.

$$[24] \text{ MARGEN NETO DE UTILIDAD} = \frac{\text{UTILIDAD NETA}}{\text{VENTAS NETAS}} = \%$$

Para DISTMAFERQUI SAC en el 2004, tenemos:

$$[24] \text{ MARGEN NETO DE UTILIDAD} = \frac{63,687}{4'363,670} = 0.0146 \text{ ó } 1.46\%$$

Esto quiere decir que en el 2004 por cada UM que vendió la empresa, obtuvo una utilidad de 1.46%. Este ratio permite evaluar si el esfuerzo hecho en la operación durante el período de análisis, está produciendo una adecuada retribución para el empresario.

### **3.1. Análisis DU - PONT**

Para explicar por ejemplo, los bajos márgenes netos de venta y corregir la distorsión que esto produce, es indispensable combinar esta razón con otra y obtener así una posición más realista de la empresa. A esto nos ayuda el análisis DUPONT.

Este ratio relaciona los índices de gestión y los márgenes de utilidad, mostrando la interacción de ello en la rentabilidad del activo.

La matriz del Sistema DUPONT expuesta al final, nos permite visualizar en un solo cuadro, las principales cuentas del balance general, así como las principales cuentas del estado de resultados. Así mismo, observamos las principales razones financieras de liquidez, de actividad, de endeudamiento y de rentabilidad.

$$[25] \text{ DUPONT} = \frac{\text{UTILIDAD ANTES DE IMPUESTOS}}{\text{ACTIVO TOTAL}} = \%$$

En nuestro ejemplo para el 2004, tenemos:

$$[25] \text{ DUPONT} = \frac{343,478}{3'551,344} = 0.0967 \text{ ó } 9.67\%$$

Tenemos, por cada UM invertido en los activos un rendimiento de 9.67% y 9.87% respectivamente, sobre los capitales invertidos.

### **4. Limitaciones de los ratios**

No obstante la ventaja que nos proporcionan los ratios, estos tienen una serie de limitaciones, como son:

- Dificultades para comparar varias empresas, por las diferencias existentes en los métodos contables de valorización de inventarios, cuentas por cobrar y activo fijo.
- Comparan la utilidad en evaluación con una suma que contiene esa misma utilidad. Por ejemplo, al calcular el rendimiento sobre el patrimonio dividimos la utilidad del año por el patrimonio del final del mismo año, que ya contiene la utilidad obtenida ese periodo como utilidad por repartir.



## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

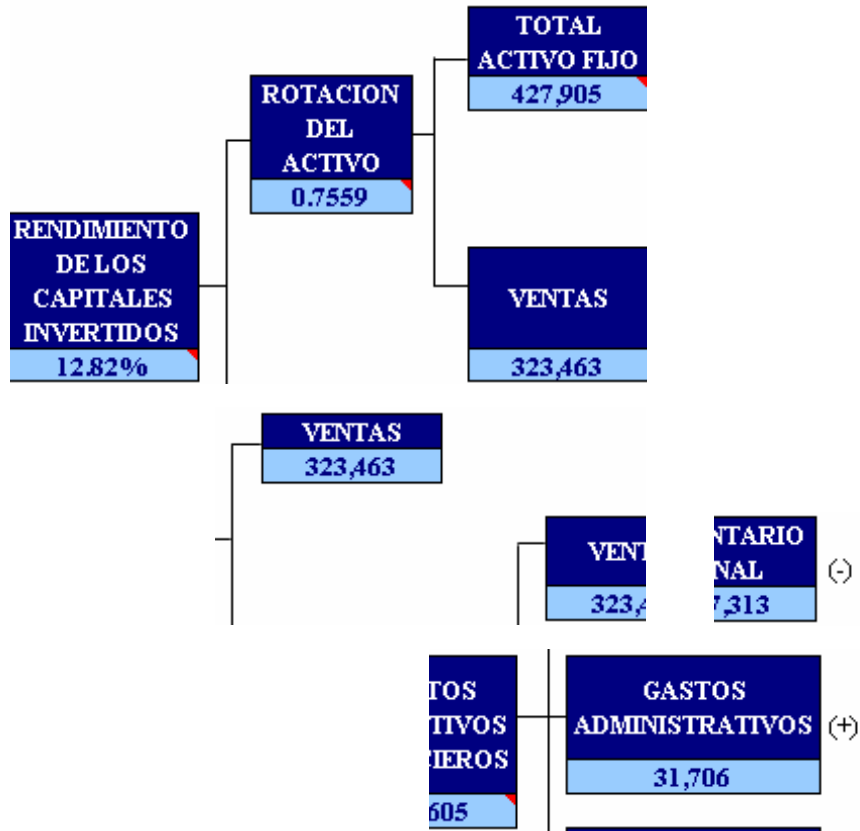
Ante esto es preferible calcular estos indicadores con el patrimonio o los activos del año anterior.

- Siempre están referidos al pasado y no son sino meramente indicativos de lo que podrá suceder.
- Son fáciles de manejar para presentar una mejor situación de la empresa.
- Son estáticos y miden niveles de quiebra de una empresa.

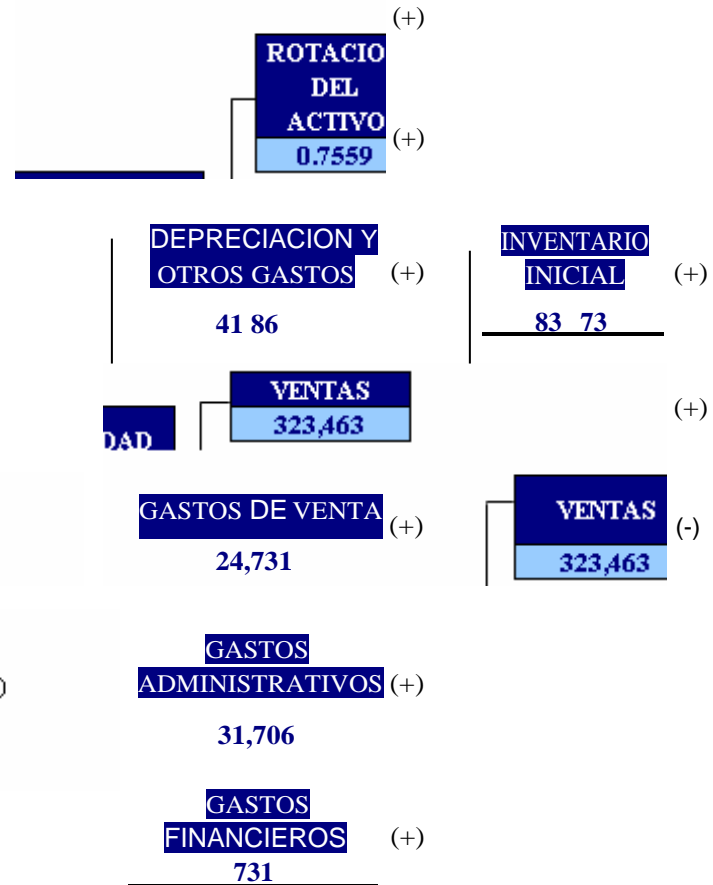
### EVOLUCION DE LOS RATIOS, PERIODO 2003 - 2004

<b>A) RATIOS DE LIQUIDEZ</b>		
(1) LIQUIDEZ GENERAL	2.72	2.80
(2) PRUEBA ACIDA	1.11	1.23
(3) PRUEBA DEFENSIVA	0.22	0.22
(4) CAPITAL DE TRABAJO	1,548,431	1,540,937
(5) PERIODO PROMEDIO DE COBRANZAS	61	72
(6) ROTACION DE LAS CUENTAS POR COBRAR	5.89	5.02
<b>B) RATIOS DE LA GESTION</b>		
(7) ROTACION DE CARTERA	64	67
Veces	5.63	5.39
(8) ROTACION DE INVENTARIOS	172	178
Veces	2.09	2.03
(9) ROTACION DE INVENTARIOS	2.09	2.03
(10) PERIODO PAGO A PROVEEDORES	21.34	21.99
Veces	16.87	16.37
(11) ROTACION DE CAJA BANCOS	16	17
(12) ROTACION DE ACTIVOS TOTALES	1.23	1.18
(13) ROTACION DE ACTIVO FIJO	5.40	4.98
<b>C) RATIOS DE SOLVENCIA</b>		
(14) ESTRUCTURA DEL CAPITAL	0.8107	0.8120
(15) RAZON DE ENDEUDAMIENTO	0.4477	0.4484
(16) COBERTURA DE GASTOS FINANCIEROS	4.69	5.45
(17) COBERTURA DE LOS GASTOS FIJOS	1.44	1.45
<b>D) RATIOS DE RENTABILIDAD</b>		
(18) RENDIMIENTO SOBRE EL PATRIMONIO	3.25%	3.90%
(19) RENDIMIENTO SOBRE LA INVERSION	1.79%	2.15%
(20) UTILIDAD ACTIVO	12.30%	12.08%
(21) UTILIDAD VENTAS	10.01%	10.22%
(22) UTILIDAD POR ACCION	0.76	0.89
(23) MARGEN DE UTILIDAD BRUTA	32.87%	32.82%
(24) MARGEN NETO DE UTILIDAD	1.46%	1.82%
(25) DUPONT	9.67%	9.87%

**SISTEMA DU PONT**  
 Rentabilidad de la Inversión  
 DISTMAFERQUI S.A.C. 2000



**SISTEMA DU PONT**  
 Rentabilidad de la Inversión  
 DISTMAFERQUI S.A.C. 2000 (+)



# Ejercicios Desarrollados

## **Caso 1 (EVALUANDO EL RENDIMIENTO SOBRE LA INVERSIÓN)**

Para una empresa con ventas por UM 1'200,000 anuales, con una razón de rotación de activos totales para el año de 5 y utilidades netas de UM 24,000.

- a) Determinar el rendimiento sobre la inversión o poder de obtención de utilidades que tiene la empresa.
- b) La Gerencia, modernizando su infraestructura instaló sistemas computarizados en todas sus tiendas, para mejorar la eficiencia en el control de inventarios, minimizar errores de los empleados y automatizar todos los sistemas de atención y control. El impacto de la inversión en activos del nuevo sistema es el 20%, esperando que el margen de utilidad neta se incremente de 2% hoy al 3%. Las ventas permanecen iguales. Determinar el efecto del nuevo equipo sobre la razón de rendimiento sobre la inversión.

### **Solución (a)**

VENTAS	= 1'200,000
UTILIDADES NETAS	= 24,000
ROTACION DE ACTIVOS TOTALES	= 5
ACTIVO TOTAL	= x

1º Aplicando el ratio (9), calculamos el monto del activo total:

$$[9] \quad 5 = \frac{1'200,000}{x} \quad \downarrow \text{multiplicamos} \quad x = \frac{1'200,000}{5} = \text{UM } 240,000$$

Luego la inversión en el activo total es UM 240,000

2º Aplicando el ratio (16) calculamos el rendimiento sobre la inversión:

$$[16] \quad \text{RENDIMIENTO SOBRE LA INVERSION} = \frac{24,000}{240,000} = 0.10 \text{ centavos} \quad \text{ó} \quad 10\%$$

### **Respuesta (a)**

Cada unidad monetaria invertido en los activos produjo un rendimiento de UM 0.10 centavos al año o lo que es lo mismo, produjo un rendimiento sobre la inversión del 10% anual.

### **Solución (b)**

VENTAS	= 1'200,000
UTILIDADES NETAS (1'200,000*0.03)	= 36,000
ROTACION DE ACTIVOS TOTALES	= 5
ACTIVO TOTAL (240,000/0.80)	= 300,000

1º Aplicando el ratio (16) calculamos el rendimiento sobre la inversión:

$$[16] \quad \text{RENDIMIENTO SOBRE LA INVERSION} = \frac{36,000}{300,000} = 0.12 \quad \text{ó} \quad 12\%$$

### **Respuesta (b)**

La incorporación del sistema de informática, incrementó el rendimiento sobre la inversión de 10% a 12% en el año.

**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
**César Aching Guzmán**

**Caso 2 (EVALUANDO EL DESEMPEÑO FINANCIERO DE LA GERENCIA)**

Una empresa mostraba los siguientes balances y estados de ganancias y pérdidas para los últimos 3 años:

BALANCE GENERAL DEL 31/12/2002 AL 31/12/2004

	2,002	2,003	2,004
Caja y bancos	46,750	32,250	16,833
Cuentas por cobrar	163,583	239,167	337,583
Inventarios	169,250	217,750	273,917
Activo Corriente	379,583	489,167	628,333
Activos Fijos Netos	215,083	369,167	363,667
<b>TOTAL DE ACTIVOS</b>	<b>594,667</b>	<b>858,333</b>	<b>992,000</b>
Cuentas por pagar	155,167	245,333	301,083
Acumulaciones	25,083	43,000	48,917
Préstamo bancario	20,833	75,000	87,500
Pasivos Circulante	201,083	363,333	437,500
Deuda de largo plazo	41,667	83,333	79,167
Capital social	351,917	411,667	475,333
<b>TOTAL DE PASIVOS Y CAPITAL</b>	<b>594,667</b>	<b>858,333</b>	<b>992,000</b>

ESTADO DE GANACIAS Y PERDIDAS  
DEL 31/12/2002 AL 31/12/2004

Ventas	988,583	1,204,333	1,362,417
Costo de ventas	711,417	927,000	1,001,333
Utilidad Bruta	277,167	277,333	361,083
Gastos de ventas,	195,750	221,583	249,417
gastos generales y			
administrativos			
Utilidades antes de	81,417	55,750	111,667
impuestos			
Impuestos	32,500	37,667	48,000
Utilidades después de	48,917	18,083	63,667
impuestos			

Evaluar el desempeño financiero de la Gerencia utilizando el análisis de ratios.

**Solución:**

Procedemos a evaluar el desempeño aplicando los principales ratios de Gestión o Actividad:

<b>RATIOS DE GESTION</b>	2,002	2,003	2,004
<b>(5) ROTACION DE CARTERA</b>			
En días	73.33	86.20	89.20
En veces	4.91	4.18	4.04
<b>(6) ROTACION DE INVENTARIOS</b>			
En días	195.83	190.94	98.48
En veces	1.84	1.89	3.66
<b>(8) ROTACION CAJA BANCOS</b>			
En días	17.02	9.64	4.45
<b>(9) ROTACION DE ACTIVOS TOTALES</b>			
En veces	1.66	1.40	1.37

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

---

### **Evaluación:**

(5) Muy lenta la rotación de cartera, lo recomendable sería una rotación de 6 ó 12 veces al año. No se está utilizando el crédito como estrategia de ventas. Una mayor rotación evita el endeudamiento de la empresa y consecuentemente disminuyen los costos financieros.

(6) Muy bajo nivel de rotación de la inversión en inventarios. A mayor rotación mayor movilidad del capital invertido en inventarios y más rápida recuperación de la utilidad que tiene cada unidad de producto terminado.

(8) La empresa cuenta con poca liquidez para cubrir días de venta. Agudizado ello en los dos últimos años.

(9) Muy bajo nivel de ventas en relación a la inversión en activos, es necesario un mayor volumen de ventas.

### **Caso 3 (APLICACIÓN DE LOS RATIOS FINANCIEROS)**

Una empresa nos entrega el siguiente balance general y estado de ganancias y pérdidas:

#### BALANCE GENERAL AL 31/12/2004

Caja y Bancos	26,667
Cuentas por cobrar	86,667
Inventarios (UM 120,000 el 2003)	140,000
Activos Corrientes	253,333
Activos Fijos Netos	221,333
TOTAL ACTIVOS	474,667
Cuentas por pagar	21,333
Acumulaciones	17,333
Préstamos de corto plazo	73,333
Pasivos Corrientes	112,000
Deuda de largo plazo	133,333
TOTAL PASIVOS	245,333
Capital social	229,333
TOTAL DE PASIVOS Y CAPITAL	474,667

#### ESTADO DE GANANCIAS Y PERDIDAS AL 31/12/2004

Ventas Netas (100% al crédito)	845,333
Costo de ventas*	595,333
Utilidad Bruta	250,000
Gastos de venta, generales y administrativos	148,667
Intereses pagados	30,667
Utilidad antes de impuesto	70,667
Impuesto a la renta	26,000
UTILIDAD NETA	44,667

\* Incluye depreciación de UM 32,000

Con esta información, determinar:

a) Liquidez General, b) la prueba ácida, c) la rotación de cartera, d) rotación de inventarios, e) razón del endeudamiento, f) margen de utilidad neta, g) ratio Dupont\_A. y h) la rentabilidad verdadera:





# Capítulo II

## Matemática de la Mercadotecnia

---

### 1. **Introducción**

La mayoría de textos de mercadotecnia omiten las matemáticas de la mercadotecnia, no obstante ser tan importantes en muchas decisiones para este campo. El cálculo de las ventas, costos y ciertas razones permiten al estratega de mercadotecnia tomar medidas acertadas. En este libro describimos cinco áreas principales de la matemática de la mercadotecnia: el estado de resultados, las razones analíticas, los márgenes de utilidad y rebaja, las matemáticas en la investigación de mercados, muestreo y el punto de equilibrio.

### 2. **Los Estados Financieros en la Empresa**

Como vimos en el capítulo I, los principales estados financieros que utilizan las empresas son dos: el estado de resultados y el balance general.

El balance general muestra los activos, los pasivos y el patrimonio de una empresa en determinado momento. Mide la riqueza de la empresa.

El estado de resultados (llamado también estado de pérdidas y ganancias o estado de ingresos) es el principal de los dos estados para obtener información de mercadotecnia. Muestra las ventas de la empresa, el costo de los bienes vendidos y los gastos durante el período dado de tiempo. Refleja la actividad económica de una empresa en determinado momento. Al confrontar el estado de resultados de un periodo a otro, la firma puede detectar tendencias positivas o negativas y emprender las acciones más pertinentes.

#### **EJERCICIO 01 (ANALIZANDO EL ESTADO DE RESULTADOS)**

Debemos establecer la utilidad neta de la empresa AZY, con ventas netas anuales de UM 430,000, siendo sus costos de mercadería vendida la suma de UM 254,400 y sus gastos totales de UM 145,846.



**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
**César Aching Guzmán**

**CUADRO 1**

ESTADO DE RESULTADOS DE AZY  
AL 31 DE DICIEMBRE DEL 2004

Ventas Brutas		480,000
(-) Devoluciones y descuentos		50,000
<b>Ventas Netas</b>		<b>430,000</b>
<hr/>		
Costo de los bienes vendidos		
Inventario al 1° de enero al costo	86,400	
Compras Brutas	244,800	
(-) Descuentos en compras	24,000	
Compras Netas	220,800	
(+) Flete	14,400	
Costo neto compras entregadas	235,200	
Costos bienes disponibles para venta	321,600	
(-) Inventario final, al 31/12 al costo	67,200	
<b>Costo de los Bienes Vendidos</b>		<b>254,400</b>
<b>M ARGEN BRUTO</b>		<b>175,600</b>
<hr/>		
Gastos de Ventas:		
Ventas, sueldos y comisiones	59,077	
Publicidad	7,385	
Entrega	5,538	
<b>Total Gastos de Venta</b>		<b>72,000</b>
<hr/>		
Gastos Administrativos:		
Sueldos de oficina	29,538	
Suministros de oficina	7,385	
Diversos (Asesoría)	7,385	
<b>Total Gastos Administrativos</b>		<b>44,308</b>
<hr/>		
Gastos Generales:		
Alquiler	14,769	
Calefacción, luz, agua y teléfono	7,385	
Diversos (seguros y depreciaciones)	7,385	
<b>Total Gastos Generales</b>		<b>29,538</b>
<b>GASTOS TOTALES</b>		<b>145,846</b>
<b>UTILIDAD NETA</b>		<b>29,754</b>

El cuadro 1-1, presenta el estado de pérdidas y ganancias de la compañía AZY (tienda de muebles para oficina), al 31 de diciembre del 2004. Corresponde al estado de una tienda minorista. El de un fabricante sería diferente; concretamente, el área de compras en «costo de bienes vendidos» los reemplazaría por «costo de bienes fabricados».

Aplicando el esquema general de pérdidas y ganancias tenemos:

Ventas netas		UM 430,000 (-
) Costo de bienes vendidos	<u>254,400</u>	
Margen Bruto		175,600
(-) Gastos	<u>145,846</u>	
Utilidad neta		29,754

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

---

El primer elemento del estado de resultados, nos detalla lo que la compañía AZY vendió durante el año. Las cifras de ventas están formadas por tres conceptos: ventas brutas, devoluciones y descuentos, ventas netas. El primero representa el importe total que se carga a los clientes durante el año por mercadería adquirida en la tienda AZY. Es usual que algunos clientes devuelven mercadería por defectos o por que cambian de parecer. El reintegro íntegro de dinero o el crédito completo al cliente es denominado «devolución». Quizás decida conservar la mercancía, si la tienda le rebaja el precio para compensar el defecto. Estos son las «bonificaciones por defecto». Los ingresos al término de un año de ventas (ventas netas) lo obtenemos deduciendo las devoluciones y rebajas de las ventas brutas.

Ahora examinaremos el costo de los bienes que AZY vendió en el 2003.

Desde luego, para el análisis incluiremos el inventario inicial del negocio. Durante el año compraron artículos diversos para la venta (escritorios, sillas fijas, giratorias, credenzas, gavetas, etc.) por valor de UM 244,800.

El proveedor concedió un descuento de UM 24,000 a la tienda; por tanto, las compras netas fueron de UM 220,800. Como la tienda está situada en una población pequeña, necesita una ruta especial de entrega, AZY tuvo que pagar UM 14,400 por concepto de flete, lo que le da un costo neto de UM 235,200. Cuando sumamos al inventario inicial este monto, el costo de los bienes disponibles para su venta asciende a UM 321,600. El inventario final de UM 67,200 en muebles que había en la tienda al 31 de diciembre lo restamos y obtenemos UM 254,400 que viene a ser el «costo de los bienes vendidos». Como vemos en este caso seguimos una serie lógica de pasos para llegar al costo de los bienes vendidos:

Inventario Inicial de AZY	UM	86,400
Compras Netas		220,800
Costos adicionales por compras		14,400
<b>Costo neto compras entregadas</b>	UM	<b>321,600</b>
Costos bienes disponibles para ventas	UM	321,600
Inventario final		67,200
<b>Costo bienes vendidos</b>	UM	<b>254,400</b>

El margen bruto (UM 175,600) es la diferencia entre lo que AZY pagó (UM 254,400) y lo que recibió (UM 430,000) por su mercancía ( $430,000 - 175,600 = \text{UM } 175,600$ ).

Para determinar lo que AZY «ganó» al final del ejercicio, restamos al margen bruto los «gastos» efectuados para generar ese volumen de ventas. Los gastos de venta incluyen el sueldo de dos empleados de tiempo parcial; publicidad local en prensa, radio, televisión; y el costo de entrega de mercancía a los consumidores. Los gastos de ventas equivalían a UM 72,000 para el año. Los gastos administrativos incluyen el salario de un contador a tiempo parcial, suministros de oficina como papelería, tarjetas de negocio y diversos gastos de una auditoría administrativa llevada a cabo por un asesor externo. Los gastos administrativos fueron de UM 44,308 en el 2004. Finalmente, los gastos generales de renta, servicios públicos seguros y depreciación fueron en total de UM 29,538. Los gastos totales fueron de UM 145,846 para el año. Al restar los gastos totales de UM 145,846 del margen bruto (UM 175,600), llegamos a las utilidades netas de UM 29,754 para AZY durante el año del 2004.

**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
**César Aching Guzmán**

**3. Ratios o razones analíticas**

El analista del estado de pérdidas y ganancias nos proporciona los datos necesarios para derivar varios ratios claves. Específicamente, estos índices son los ratios de operación (es decir, la razón de determinados conceptos en el estado de operación con las ventas netas), que permiten a las empresas comparar su rendimiento en un año, con el de años anteriores (o con los estándares o competidores de la industria en el mismo año); con el propósito de evaluar el éxito global de la compañía. Los principales ratios de operación que se calculan son: los porcentajes de margen bruto, utilidades netas, gastos de operación, devoluciones y rebajas. Los ratios presentados en el presente capítulo, son complementarios del capítulo anterior.

RATIOS	FORM ULAS	DATOS CUADRO N° 1
% MARGEN BRUTO =	$\frac{\text{MARGEN BRUTO}}{\text{VENTAS NETAS}}$	$\left\langle \frac{175,600}{430,000} \right\rangle \times 100 = 40.84\%$
% UTILIDADES NETAS =	$\frac{\text{UTILIDADES NETAS}}{\text{VENTAS NETAS}}$	$\left\langle \frac{29,754}{430,000} \right\rangle \times 100 = 6.92\%$
% GAST. DE OPERAC. =	$\frac{\text{GASTOS TOTALES}}{\text{VENTAS NETAS}}$	$\left\langle \frac{145,846}{430,000} \right\rangle \times 100 = 33.92\%$
% DEVOL. Y REBAJAS =	$\frac{\text{DEVOLUC. Y REBAJAS}}{\text{VENTAS NETAS}}$	$\left\langle \frac{50,000}{430,000} \right\rangle \times 100 = 11.63\%$

Otro ratio importante para propósitos analíticos es la tasa de rotación de inventarios (RI). Esta tasa indica el número de veces que un inventario se mueve o vende durante un periodo específico (generalmente un año). Podemos calcularlo a partir de un costo, venta o precio unitario. Veamos las siguientes fórmulas:

Índices de Rotación de Inventarios (RI):

$$RI = \frac{\text{COSTO DE LOS BIENES VENDIDOS}}{\text{INVENTARIO PROMEDIO AL COSTO}} \quad \text{o bien:}$$

$$(26) \quad RI = \frac{\text{PRECIO DE VENTA DE LOS BIENES}}{\text{PRECIO PROMEDIO DE VENTA DEL INVENTARIO}}$$

o bien:

$$(27) \quad RI = \frac{\text{VENTAS EN UNIDADES}}{\text{INVENTARIO PROMEDIO DE UNIDADES}}$$

Aplicando la fórmula (31) a nuestro caso, tenemos:

$$[27] \quad RI = \left\langle \frac{254,400}{\frac{(86,400 + 67,200)}{2}} \right\rangle = 3.31$$

Como vemos, el inventario de AZY rotó más de 3.31 veces en el 2003. A una tasa mayor de rotación de inventarios, corresponde una mayor eficiencia en la administración y utilidades mayores para la empresa.

El rendimiento sobre la inversión (RSI) mide la eficiencia general, opera con datos del estado de resultados y del balance general.

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

### César Aching Guzmán

---

$$(28) \text{ RSI} = \left\langle \left\langle \frac{\text{UTILIDADES NETAS}}{\text{VENTAS}} \right\rangle \times \left\langle \frac{\text{VENTAS}}{\text{INVERSION}} \right\rangle \right\rangle$$

Después de analizar la fórmula anterior surgen como es natural, dos preguntas: ¿Por qué usar un proceso de dos etapas cuando el rendimiento sobre la inversión podría obtenerse sencillamente como utilidad neta sobre la inversión? ¿Qué es exactamente la inversión?

La respuesta a la primera pregunta, la obtenemos observando como puede afectar cada componente de la fórmula al **RSI**. Imaginemos que AZY calculó el índice aplicando la fórmula (34):

$$(28) \text{ RSI} = \left\langle \left\langle \frac{29,754}{430,000} \right\rangle \times \left\langle \frac{430,000}{250,000} \right\rangle \right\rangle \times 100 = 13.48\%$$

Si AZY hubiera proyectado conseguir ciertas ventajas de mercadotecnia aumentando su participación en el mercado de muebles, posiblemente habría generado el mismo **RSI**, duplicando las ventas y permaneciendo sin variación la inversión (aceptando una razón de utilidad más baja, pero produciendo operaciones comerciales y repartición de mercado más altas):

$$(28) \text{ RSI} = \left\langle \left\langle \frac{29,754}{860,000} \right\rangle \times \left\langle \frac{860,000}{220,800} \right\rangle \right\rangle \times 100 = 13.48\%$$

También es posible aumentar el RSI, con una mayor utilidad neta mediante una eficaz y eficiente planeación, realización y control de mercadotecnia:

$$(28) \text{ RSI} = \left\langle \left\langle \frac{59,508}{430,000} \right\rangle \times \left\langle \frac{430,000}{220,800} \right\rangle \right\rangle \times 100 = 26.95\%$$

Otra forma para incrementar el RSI, es encontrar el modo de producir el mismo volumen de ventas y utilidades, disminuyendo al mismo tiempo la inversión (quizá reduciendo el tamaño del inventario promedio del negocio):

$$(28) \text{ RSI} = \left\langle \left\langle \frac{29,754}{430,000} \right\rangle \times \left\langle \frac{430,000}{110,400} \right\rangle \right\rangle \times 100 = 26.95\%$$

¿Qué es la «inversión» en la fórmula RSI? por inversión entendemos el total de activos de una empresa. Como vimos en el Capítulo I, existen otras medidas del rendimiento para evaluar la eficiencia gerencial. Como la inversión se mide en un punto del tiempo, es costumbre calcular el **RSI** tomando la inversión promedio entre dos periodos (por ejemplo, entre el 1° de enero y el 31 de diciembre del mismo año). También puede medirse como una «tasa interna de rendimiento», empleando el análisis de flujo por pronto pago. La importancia de emplear cualquiera de estos ratios es precisar la eficacia con que la empresa ha utilizado sus recursos. A medida que la inflación, las presiones de la competencia y el costo del capital muestran un movimiento ascendente, estos ratios adquieren más importancia como parámetros de la eficiencia de la administración de mercadotecnia y de la gerencia.

#### 4. Márgenes de Utilidad y Rebajas

Tanto para minoristas y mayoristas es imprescindible conocer los conceptos de margen de utilidad y rebaja. La empresa necesita obtener ganancias si quiere seguir en el negocio; de

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

### César Aching Guzmán

---

ahí que el porcentaje de margen de utilidad sea una consideración estratégica de capital importancia. Tanto el margen de utilidad como la rebaja lo expresemos en porcentajes. A continuación describimos dos métodos de calcular los márgenes de utilidad (con base en el costo o en el precio de venta):

Porcentaje del margen de utilidad basado en el costo, % MUC.

Porcentaje del margen de utilidad basado en el precio de venta, % MUPV.

$$(29) \quad \% \text{ MUBC} = \frac{\text{Margen de Utilidad en UM}}{\text{Costo}}$$

$$(30) \quad \% \text{ MUBPV} = \frac{\text{Margen de Utilidad en UM}}{\text{Precio de Venta}}$$

Para evitar confusiones AZY debe decidir cuál fórmula utilizar. Por ejemplo si compró las sillas a UM 40 y quiere obtener un margen de utilidad de UM 20, este porcentaje de sobrecargo en el costo será:

Margen de utilidad en UM	:	20
Costo	:	40

Sustituyendo estos valores en la fórmula (29) tenemos:

$$[29] \quad \% \text{ MUBC} = \left( \frac{20}{40} \right) \times 100\% = 50\%$$

Aplicando la fórmula (30) tenemos:

$$[30] \quad \% \text{ MUBPV} = \left( \frac{20}{60} \right) \times 100\% = 33.3\%$$

Es común en los minoristas calcular el porcentaje de sobrecargo basándose en el precio de venta y no en el costo.

Supongamos que AZY conoce su costo (UM 40) y el margen de utilidad deseado (25%) en un sillón y quiere obtener el precio de venta utilizando el margen de utilidad como porcentaje de la fórmula para el precio de venta. La fórmula es:

$$\text{Precio de venta} = \text{costo} + (\text{margen de utilidad} \times \text{precio de venta})$$

$$\text{Precio de venta} = 40 + 25\% \text{ del precio de venta}$$

$$75\% \text{ del precio de venta} = 40$$

$$\text{Precio de venta} = \frac{40}{0.75} = \text{UM } 53.33$$

En el proceso de distribución de un producto, cada integrante del canal añade su margen de utilidad al producto antes de venderlo al siguiente integrante. Esta «cadena de márgenes de utilidad» lo ilustramos en el siguiente ejemplo con la venta de un juego de muebles de AZY a UM 600:

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

		M ONTO EN UM	% DEL PREC. DE VENTA	
	Costo	324	90%	
FABRICANTE	Margen de Utilidad	36	10%	M. de Utilidad
	<b>Precio de Venta</b>	<b>360</b>	<b>100%</b>	
	Costo	360	80%	
MAYORISTA	Margen de Utilidad	90	20%	M. de Utilidad
	<b>Precio de Venta</b>	<b>450</b>	<b>100%</b>	
	Costo	450	75%	
DETALLISTA	Margen de Utilidad	150	20%	M. de Utilidad
	<b>Precio de Venta</b>	<b>600</b>	<b>100%</b>	

El minorista cuyo margen de utilidad es de 25% no necesariamente obtiene una utilidad mayor que el fabricante, cuya ganancia es de 10%. La utilidad se condiciona al volumen de venta, a la cantidad de artículos que pueden venderse con ese margen de utilidad (tasa de rotación de inventarios) y a la eficiencia de operación (gastos, etc.). Generalmente al minorista le agrada convertir en costo (y viceversa) los márgenes de utilidad basados en el precio de venta. Ver fórmulas:

$$(31) \text{ \% del M de Ut. basado en el precio} = \frac{\text{\% del M de Ut. basado en el costo}}{100\% + \text{\% del M de Ut. basado en el costo}}$$

$$(32) \text{ \% del M de Ut. basado en el precio} = \frac{\text{\% del M de Ut. basado en el p. de vta}}{100\% - \text{\% del M de Ut. basado en el p. de vta}}$$

AZY, descubre que su competidor utiliza el 35% como margen de utilidad, basado en el costo y desea saber ¿cuánto sería el porcentaje del precio de venta? El cálculo arrojaría:

Sustituyendo valores en la fórmula (31) obtenemos:

$$[31] \quad \frac{35\%}{100\% + 35\%} = \frac{35\%}{135\%} = 26\%$$

Como AZY estaba operando con 25% de margen de utilidad basado en el precio de venta piensa que este recargo será compatible con el de su competidor. Al finalizar la campaña, AZY se dio cuenta que tenía en existencia un inventario de sillones devueltos. Por lo que resulta indispensable una rebaja del precio inicial de venta. Compraron 40 unidades a UM 35 cada una y vendieron 20 a UM 70 la unidad. El saldo de sillones lo rebajaron a UM 45, vendiendo 10 unidades de este lote. El cálculo de la razón de descuento lo hacemos de la siguiente manera:

$$(33) \text{ \% DE REBAJA} = \frac{\text{REBAJA EN UM}}{\text{VENTAS TOTALES NETAS EN UM}}$$

$$\text{Rebaja} = \text{UM } 450$$

$$(10 \text{ uu} \times \text{UM } 45 \text{ c/u})$$

$$\text{Ventas totales netas} = \text{UM } 1,850$$

$$\frac{(20 \text{ uu} \times \text{UM } 70) + (10 \times \text{UM } 45)}{f}$$

## **RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**

### **César Aching Guzmán**

---

Sustituyendo valores en la fórmula (33) tenemos:

$$[33] \text{ Porcentaje de rebaja} = \left( \frac{450}{1,850} \right) \times 100 = 24.32\%$$

Es decir que el porcentaje de rebaja es de 24.32%. Las razones de descuento son calculados para cada grupo y no para productos individuales, al medir la eficiencia relativa de la mercadotecnia en departamentos, calculamos y comparamos diferentes periodos. AZY usará razones de rebaja para juzgar la eficiencia relativa de los clientes y sus vendedores en los departamentos de la tienda.

## **5. Las matemáticas en la investigación de mercados y muestreo**

La investigación de mercados es la obtención, interpretación y comunicación de información orientada a las decisiones, la cual será utilizada en todas las fases del proceso estratégico de mercadotecnia. Esta definición tiene dos importantes contenidos:

- Interviene en las tres fases del proceso administrativo del marketing: planeación, instrumentación y evaluación.
- Reconoce la responsabilidad del investigador de recabar información útil para los administradores.

### **5.1. Alcances de la investigación de mercado**

Dependiendo de sus necesidades y nivel de complejidad, los directivos de mercadotecnia utilizan cuatro principales fuentes de información:

Una es la obtención de reportes proporcionados regularmente, los cuales son elaborados y vendidos por empresas de investigación. Éstos son llamados servicios sindicados porque son desarrollados sin tener en cuenta a un cliente en particular, pero son vendidos a cualquier interesado. Suscribirse a este servicio permite al empresario observar regularmente las ventas al detalle de los productos de sus competidores por tipo de establecimiento y zona geográfica.

La segunda fuente es el sistema de información de mercadotecnia, una actividad interna de una empresa la cual le proporciona un reporte estandarizado continuo, programado o de flujo de demanda. Los sistemas de información de mercadotecnia son utilizados por directivos y vendedores.

La tercera fuente es el sistema de apoyo a las decisiones. También es interno, pero permite a los directivos interactuar directamente con los datos a través de computadoras personales para contestar preguntas concretas. Un administrador, por ejemplo, podría tener un sistema de apoyo a las decisiones que proporcionará suposiciones específicas que estimularán el impacto de varios niveles de publicidad en las ventas de un producto.

La cuarta fuente es un no recurrente y exclusivo proyecto de investigación de mercadotecnia, conducido por el personal de asesoría de la compañía o por una empresa de investigación independiente, para contestar una pregunta específica.

## **5.2. Excel y las Funciones Estadísticas para muestras y poblaciones**

### **5.2.1. Algunos conceptos importantes**

Antes de pasar a exponer algunas funciones estadísticas utilizadas en Excel para población y muestra, desarrollaremos primeramente, conceptos relevantes al tema que estamos tratando, las medidas centrales como la media aritmética, mediana, moda y medidas de dispersión como la desviación media, desviación estándar y varianza.

Distribución de frecuencia. Ante un gran número de datos, resulta de mucha utilidad distribuirlos en clases o categorías y precisar el número de individuos pertenecientes a cada clase, que es la frecuencia de clase. La ordenación tabular de los datos en clases, reunidas las clases y con las frecuencias correspondientes a cada una, es una distribución

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

de frecuencias o tabla de frecuencias. La tabla 1, es una distribución de frecuencias de alturas (en centímetros) de 1,000 estudiantes universitarios.

La primera clase o categoría, comprende las alturas de 150 a 155 centímetros, indicada por el símbolo 150 – 155. Puesto que 30 estudiantes tienen una altura perteneciente a esta clase, la correspondiente frecuencia de clase es 30.

Intervalos de clase y límites de clase Los intervalos de clase como 150 – 155 de la tabla anterior, son los intervalos de clase. Los números extremos, 150 y 155, son los límites de clase; el número menor 150 es el límite inferior de la clase y el mayor 155 es el límite superior. Las denominaciones clase e intervalo de clase son utilizados indistintamente, aunque el intervalo de clase es objetivamente un símbolo para la clase.

Marca de clase. La marca de clase es el punto medio del intervalo de clase, lo obtenemos sumando los límites inferior y superior de la clase y dividiendo por 2. Así la marca de clase del intervalo 150 – 155 es  $(150 + 155)/2 = 152.50$  centímetros). La marca de clase también es conocida como punto medio de la clase.

Para razonamiento matemático ulteriores, todas las observaciones pertenecientes a un intervalo de clase dado lo asumimos como coincidentes con la marca de clase. Así, todas las alturas en el intervalo de clase 150 – 155 centímetros son considerados como 152.50 centímetros.

TABLA 1

TALLAS DE ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS 2004

Altura (centímetros)	Frecuencia (Número de estudiantes)
150 - 155	30
155 - 160	120
160 - 165	220
165 - 170	252
170 - 175	187
175 - 180	95
180 - 185	96
TOTAL	1,000

Rango. Es la diferencia entre el máximo y el mínimo valor de la variable o de un conjunto de números. En la tabla 1, el rango viene dado así:

$$\text{Rango} = \left\langle \frac{185 + 180}{2} \right\rangle - \left\langle \frac{155 + 150}{2} \right\rangle = 182.50 - 152.50 = 30 \text{ centímetros}$$

Población, una población es el total de las observaciones concebibles de un tipo particular. Muestra, es un número limitado de observaciones de una población, elegidos de tal modo que permita que todas las observaciones posibles tengan la misma probabilidad de presentarse.

### 5.2.2. Notación con índice o subíndice

El símbolo  $X_j$  («X sub j») denota cualquiera de los  $n$  valores de  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  que una variable  $X$  puede tomar. La letra  $j$  en  $X_j$ , representa cualquiera de los números  $1, 2, 3, \dots, n$ , denominado índice o subíndice. También podemos utilizar como subíndice cualquier otra letra distinta de  $j$ , como  $i, k, p, q, s$ .



### 5.2.3. Notación sumatoria

El símbolo  $\sum_{j=1}^n X_j$ , indica la suma de todas las  $X_j$  desde  $j = 1$  hasta  $j = n$ , es decir, por definición:

$$\sum_{j=1}^n X_j = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$$

Cuando no cabe confusión posible esta suma esta representada por las notaciones más simples o. El símbolo es la letra griega mayúscula sigma, significando sumación.

Ejemplo 1:  $\sum_{i=1}^n X_i Y_i = X_1 Y_1 + X_2 Y_2 + X_3 Y_3 + \dots + X_n Y_n$

Ejemplo 2:  $\sum_{i=1}^n a X_i = a X_1 + a X_2 + a X_3 + \dots + a X_n$   
 $= a (X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n) = a \sum_{i=1}^n X_i$

En estos dos ejemplos **a** es una constante. Más específicamente.

Ejemplo 3: Si **a**, **b**, **c** son constantes cualesquiera,  
 $\Sigma (aX + bY + cZ) = a\Sigma X + b\Sigma Y + c\Sigma Z$

### 5.2.4. Herramientas de análisis estadístico

Microsoft Excel proporciona un conjunto de herramientas para el análisis de los datos (denominado Herramientas para análisis) que podrá utilizar para ahorrar pasos en el desarrollo de análisis estadísticos o técnicos complejos. Cuando utilice una de estas herramientas, deberá proporcionar los datos y parámetros para cada análisis; la herramienta utilizará las funciones de macros estadísticas o técnicas correspondientes y, a continuación, mostrará los resultados en una tabla de resultados. Algunas herramientas generan gráficos además de tablas de resultados.

Acceder a las herramientas de análisis de datos. Las Herramientas para análisis incluyen las herramientas que se describen a continuación. Para tener acceso a ellas, haga clic en **Análisis de datos** en el menú **Herramientas**. Si el comando **Análisis de datos** no está disponible, deberá cargar el programa de complementos de Herramientas para análisis.

Hay cuatro funciones (VAR, VARP, DESVEST, DESVESTP) para el cálculo de la varianza y desviación estándar de los números en un rango de celdas. Antes de calcular la varianza y la desviación estándar de un conjunto de valores, es necesario determinar si esos valores representan el total de la población o solo una muestra representativa de la misma. Las funciones VAR y DESVEST suponen que los valores representan el total de la población.

#### 5.2.4.1. Medidas de posición central

Son aquellas medidas que nos ayudan a saber donde están los datos pero sin indicar como se distribuyen.

##### a) **Media o promedio**

La media aritmética o simplemente media, que denotaremos por, es el resultado obtenido al dividir la suma de todos los valores de la variable entre el número total de observaciones, expresada por la siguiente fórmula:

$$[34] \quad \bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^n x_j}{n} \quad \text{ó su expresión simple } \bar{X} = \frac{\Sigma x}{n}$$

**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
**César Aching Guzmán**

---

**Función PROMEDIO**

Devuelve el promedio (media aritmética) de los argumentos.

**Sintaxis**

**PROMEDIO**(número1;número2;...)

Número1, número2, ... son entre 1 y 30 argumentos numéricos cuyo promedio desea obtener.

**Observaciones**

- Los argumentos deben ser números o nombres, matrices o referencias que contengan números.
- Si el argumento matricial o de referencia contiene texto, valores lógicos o celdas vacías, estos valores no son considerados; sin embargo, las celdas con valor cero son incluidas.

Sugerencia

Cuando calcule el promedio de celdas, tenga en cuenta la diferencia existente entre las celdas vacías, de manera especial si ha quitado la marca a la casilla Valores cero en la ficha Ver (comando Opciones en el menú Herramientas). Las celdas vacías no se cuentan pero sí los valores cero.

**Ejercicio 03 (Media aritmética)**

¿Cuál será la media aritmética de los números 10, 5, 8, 14, 13?

1º aplicando la fórmula (28), tenemos:

$$[34] \bar{X} = \frac{10+5+8+14+13}{5} = 10$$

2º Aplicando la función Promedio de Excel, tenemos:

**Sintaxis**

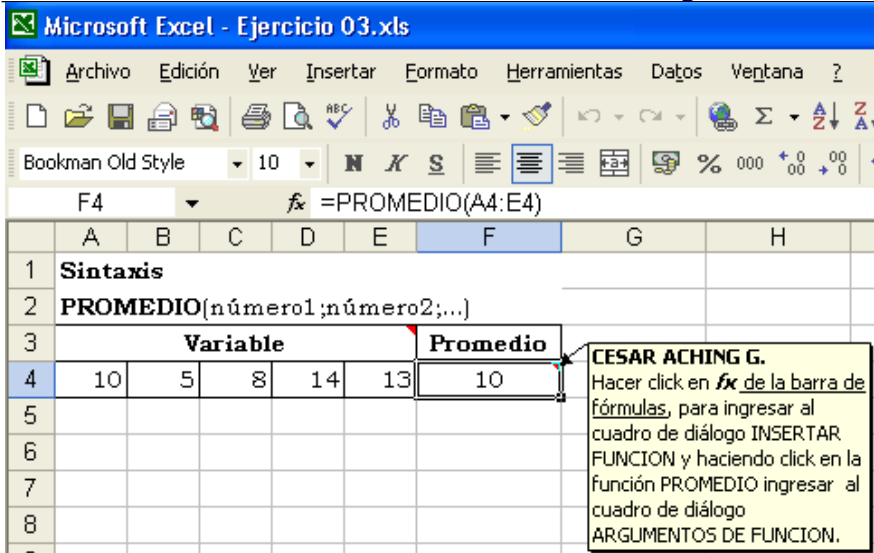
**PROM EDIO**(número1;número2;...)

Variable					Promedio
10	5	8	14	13	10

En el CD que acompaña la obra, encontrará la solución de la mayoría de ejercicios en la hoja de Excel. Igualmente, la mayoría de ejercicios en el CD, contienen etiquetas explicativas (esquineros de color rojo) del proceso operativo de las diferentes funciones. Ver la siguiente ilustración:

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

### César Aching Guzmán



### b) Mediana

La mediana de una serie de datos ordenados en orden de magnitud es el valor medio o la media aritmética de los dos valores medios.

### Función MEDIANA

Devuelve la mediana de los números. La mediana es el número que se encuentra en medio de un conjunto de números, es decir, la mitad de los números es mayor que la mediana y la otra mitad es menor.

#### Sintaxis

**MEDIANA(número1;número2; ...)**

Número1, número2, ... son entre 1 y 30 números cuya mediana desea obtener.

#### Observaciones

- Los argumentos deben ser números o nombres, matrices o referencias que contengan números. Microsoft Excel examina todos los números en cada argumento matricial o de referencia.
- Si el argumento matricial o de referencia contiene texto, valores lógicos o celdas vacías, estos valores se pasan por alto; sin embargo, se incluirán las celdas con el valor cero.
- Si la cantidad de números en el conjunto es par, MEDIANA calcula el promedio de los números centrales.

### Ejercicio 02 (Mediana)

(1) Tenemos la siguiente serie:

3	4	4	5	6	8	8	8	10	6
---	---	---	---	---	---	---	---	----	---

#### Sintaxis

**MEDIANA(número1;número2; ...)**

Variable									Mediana
3	4	4	5	6	8	8	8	10	6

La mediana de esta serie es 6.

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

(2) Tenemos la siguiente serie:

5	5	7	9	11	12	15	18
---	---	---	---	----	----	----	----

$$\frac{(9 + 11)}{2} = 10$$

**Sintaxis**

**MEDIANA(número1;número2; ...)**

Variable								Mediana
5	5	7	9	11	12	15	18	10

La mediana de esta serie de números es 10:

### c) **Moda**

La moda es el valor de la variable que más veces se repite, es decir, es el valor más común o más de moda. La moda puede no existir, incluso si existe puede no ser única.

### **Función MODA**

Devuelve el valor que se repite con más frecuencia en una matriz o rango de datos. Al igual que MEDIANA, MODA es una medida de posición.

**Sintaxis**

**MODA(número1;número2; ...)**

Número1, número2, ... son de 1 a 30 argumentos cuya moda desea calcular. También puede utilizar una matriz única o una referencia matricial en lugar de argumentos separados con punto y coma.

### **Observaciones**

- Los argumentos deben ser números, nombres, matrices o referencias que contengan números.
- Si el argumento matricial o de referencia contiene texto, valores lógicos o celdas vacías, estos valores se pasan por alto; sin embargo, se incluirán las celdas con el valor cero.
- Si el conjunto de datos no contiene puntos de datos duplicados, MODA devuelve el valor de error #N/A.

En un conjunto de valores, la moda es el valor que se repite con mayor frecuencia; la mediana es el valor central y la media es el valor promedio. Ninguna de estas medidas de la tendencia central tomada individualmente proporciona una imagen completa de los datos. Supongamos que los datos están agrupados en tres áreas, la mitad de las cuales es un valor bajo que se repite y la otra mitad consiste en dos valores elevados. Tanto PROMEDIO como MEDIANA devolverán un valor situado en una zona central relativamente vacía, y MODA devolverá el valor bajo dominante.

### **Ejemplo 1**

La serie: 2, 2, 5, 7, **9, 9, 9**, 10, 10, 11, 12, 18 la moda es 9

### **Ejemplo 2**

La serie: 3, 5, 8, 10, 12, 15, 16 no tiene moda

### **Ejemplo 3**

La serie: 2, 3, **4, 4, 4**, 5, 5, **7, 7, 7**, 9 tiene dos modas, por ello es bimodal

### 5.2.4.2. La desviación típica y otras medidas de dispersión

La variación o dispersión de los datos numéricos es el grado en que estos tienden a extenderse alrededor de un valor medio. Existen diferentes medidas de dispersión o variación, las más utilizadas son el rango (expuesto en el numeral 5.2.1.), la desviación media, el rango semiintercuartílico, el rango entre percentiles 10-90 y la desviación típica.

#### Cuartiles, Deciles y Percentiles

Si un conjunto de datos están ordenados por magnitudes, el valor central (o la media de los dos centrales) que dividen al conjunto en dos mitades iguales, es la mediana. Extendiendo esa idea, podemos pensar en aquellos valores que dividen al conjunto de datos en cuatro partes iguales. Esos valores denotados por  $Q_1$ ,  $Q_2$  y  $Q_3$ , son el primer cuartíl, segundo cuartíl y tercer cuartíl, respectivamente. EL  $Q_2$  coincide con la mediana.

Similarmente, los valores que dividen a los datos en 10 partes iguales son los deciles, representados por  $D_1, D_2, \dots, D_9$ , mientras que los valores que lo dividen en 100 partes iguales son los percentiles, denotados por  $P_1, P_2, \dots, P_{99}$ . El 5º decil y el 50º percentil coinciden con la mediana. Los 25º y 75º percentiles coinciden con el primer y tercer cuartiles.

Colectivamente, cuartiles, deciles y percentiles son los cuantiles.

Las medidas de dispersión tratan de medir el grado de dispersión que tiene una variable estadística en torno a una medida de posición o tendencia central, indicándonos lo representativa que es la medida de posición. A mayor dispersión menor representatividad de la medida de posición y viceversa.

#### d) Desviación media absoluta, o promedio de desviación

Indica las desviaciones con respecto a la media aritmética en valor absoluto. De una serie de  $N$  números  $X_1, X_2, \dots, X_n$  definido por:

$$[35] \text{ M.D.} = \frac{\sum_{j=1}^n |X_j - \bar{X}|}{n} = \frac{\sum |X - \bar{X}|}{n} = \overline{|X - \bar{X}|}$$

Donde  $\bar{X}$  es la media aritmética de los números y  $|X_j - \bar{X}|$  es el valor absoluto de las desviaciones de las diferentes  $X_j$  de  $\bar{X}$ . Valor absoluto de un número es el mismo número sin signo asociado alguno, representado por dos barras verticales a ambos lados del número. Así tenemos:

$$|-5|=5, |+6|=6, |0|=0, |-0.78|=0.78$$

#### **Ejercicio 04 (Desviación media)**

Calcular la desviación media de los números: 4, 5, 8, 10, 13

#### **Solución**

1º Calculamos la media aritmética de los números, aplicando la fórmula (28) y la función PROMEDIO de Excel:

$$[34] \bar{X} = \frac{4+5+8+10+13}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

2º Aplicando la fórmula (29) y la función PROMEDIO de Excel, calculamos la desviación media:

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

$$[35] \text{ M.D.} = \frac{|4-8|+|5-8|+|8-8|+|10-8|+|3-8|}{5} = \frac{|-4|+|-3|+|0|+|2|+|-5|}{5}$$

Si  $X_1, X_2, \dots, X_k$  presentan con frecuencias  $f_1, f_2, \dots, f_k$ , respectivamente, la desviación media la podemos representar como:

A veces, la desviación media es definida como desviaciones absolutas de la mediana u otro promedio en lugar de la media. La desviación media respecto de la mediana es mínima.

### **Ejercicio 05 (Desviación media)**

Calcular la desviación media de las siguientes series de números:

Serie 1: 11, 6, 7, 3, 15, 10, 18, 5

Serie 2: 10, 3, 8, 8, 9, 8, 9, 18

### **Solución**

1º Aplicando la fórmula (28) y la función PROMEDIO de Excel, calculamos la media aritmética de cada serie:

1º Calculamos la media aritmética de cada una de las series aplicando la fórmula (34) y la función Promedio de Excel:

$$[34] \bar{X}_{(1)} = \frac{11+6+7+3+15+10+18+5}{8} = \frac{75}{8} = 9.38$$

$$[34] \bar{X}_{(2)} = \frac{10+3+8+8+9+8+9+18}{8} = \frac{73}{8} = 9.13$$

#### **Sintaxis**

**PROMEDIO**(número1;número2;...)

	Variable								Promedio
S-1	11	6	7	3	15	10	18	5	9.38
S-2	10	3	8	8	9	8	9	18	9.13

2º Con la fórmula (35) y la función PROMEDIO de Excel, calculamos la desviación media de cada una de las series:

$$[35]_f \text{ MD}_1 = \frac{|11-9.38|+|6-9.38|+|7-9.38|+|3-9.38|+|15-9.38|+|10-9.38|+|18-9.38|+|5-9.38|}{8}$$

$$= \frac{|1.62|+|-3.38|+|-2.38|+|-6.38|+|5.62|+|0.62|+|8.62|+|-4.38|}{8}$$

$$= \frac{1.62+3.38+2.38+6.38+5.62+0.62+8.62+4.38}{8} = \frac{33}{8} = 4.13$$

$$[35]_f \text{ MD}_2 = \frac{|10-9.13|+|3-9.13|+|8-9.13|+|8-9.13|+|9-9.13|+|8-9.13|+|9-9.13|+|18-9.13|}{8}$$

$$= \frac{|0.87|+|-6.13|+|-1.13|+|-1.13|+|-0.13|+|-1.13|+|-0.13|+8.87}{8}$$

$$= \frac{0.87+6.13+1.13+1.13+0.13+1.13+0.13+8.87}{8} = \frac{19.52}{8} = 2.44$$

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

Finalmente, la desviación media evidencia que la serie (2) tiene menos dispersión que la serie (1).

### e) **Desviación típica o desviación estándar**

La desviación estándar es una medida estadística de la dispersión de un grupo o población. Una gran desviación estándar indica que la población esta muy dispersa respecto de la media; una desviación estándar pequeña indica que la población está muy compacta alrededor de la media.

La desviación típica o estándar para una población puede definirse como:

$$[37] \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (X_j - a)^2}{N}}$$

Donde  $a$  es un promedio que puede ser distinto de la media aritmética. De todas las desviaciones típicas, la mínima es aquella para la que  $a = \bar{X}$ . El número de elementos de la población esta representado por  $N$ .

Cuando la muestra es pequeña (muestra propiamente dicha), generalmente es utilizada la siguiente relación:

$$[37A] s^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)}}$$

Denominada **desviación estándar muestral** o **desviación estándar corregida**. El número de elementos de la muestra lo representa  $n$ .

Cuando es necesario distinguir la desviación estándar de una población de la desviación estándar de una muestra sacada de esta población, empleamos el símbolo **s** para la última y para la primera. Así,  $s^2$  y representarán la desviación estándar muestral y poblacional, respectivamente.

### f) **Varianza**

La varianza mide la mayor o menor dispersión de los valores de la variable respecto a la media aritmética. Cuanto mayor sea la varianza mayor dispersión existirá y por tanto menor representatividad tendrá la media aritmética. La varianza se expresa en las mismas unidades que la variable analizada, pero elevadas al cuadrado.

La varianza de un conjunto de datos se define como el cuadrado de la desviación estándar y viene dada, por tanto, por para una población o  $s^2$  para una muestra:

$$[38] \sigma^2 = \frac{\sum_{j=1}^N (X_j - a)^2}{N}$$

Cuando la muestra es pequeña (muestra propiamente dicha), generalmente es utilizada la siguiente relación:

$$[38A] s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)}$$

Denominada **varianza muestral** o **varianza corregida**

### 5.2.4.3. Cálculos estadísticos con Excel, con el total de la población

Si los datos que estamos analizando corresponden al total de la población en lugar de una muestra, para calcular la varianza y la desviación típica o estándar debemos utilizar las funciones VARP y DESVESTP.

#### **Función VARP**

Calcula la varianza en función de toda la población.

#### **Sintaxis**

**VARP(número1;número2; ...)**

Número1, número2,... son de 1 a 30 argumentos numéricos correspondientes a una población.

#### **Observaciones**

- VARP parte de la hipótesis de que los argumentos representan la población total. Si sus datos representan una muestra de la población, utilice VAR para calcular la varianza.
- Utiliza la fórmula (38)
- Se pasan por alto los valores lógicos como VERDADERO y FALSO y el texto. Si los valores lógicos y el texto no se deben pasar por alto, utilice la función de hoja de cálculo VARP.

#### **Función DESVESTP**

Calcula la desviación estándar de la población total determinada por los argumentos. La desviación estándar es la medida de la dispersión de los valores respecto a la media (valor promedio).

#### **Sintaxis**

**DESVESTP(número1; número2; ...)**

Número1, número2,... son de 1 a 30 argumentos numéricos correspondientes a una población. También puede utilizar una matriz única o una referencia matricial en lugar de argumentos separados con punto y coma.

Se pasan por alto los valores lógicos, como VERDADERO y FALSO, y de texto. Si los valores lógicos y el texto no se deben pasar por alto, utilice la función de hoja de cálculo DESVESTA.

#### **Observaciones**

- DESVESTP parte de la hipótesis de que los argumentos representan la población total. Si sus datos representan una muestra de la población, utilice DESVESTP para calcular la desviación estándar.
- Utiliza la fórmula (37)
- Cuando el tamaño de las muestras es importante, las funciones DESVEST y DESVESTP devuelven aproximadamente el mismo valor.
- La desviación estándar se calcula utilizando los métodos "sesgado" o "n".

### 5.2.4.4. Cálculos estadísticos en Excel con la muestra

Si los datos que estamos analizando corresponden a una muestra de la población en lugar de la población total, para calcular la varianza y la desviación típica o estándar debemos utilizar las funciones DESVEST y VAR.



## **RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**

**César Aching Guzmán**

---

### **Función DESVEST**

Calcula la desviación estándar en función de una muestra. La desviación estándar es la medida de la dispersión de los valores respecto a la media (valor promedio).

#### **Sintaxis**

**DESVEST**(número1; número2; ...)

Número1, número2,... son de 1 a 30 argumentos numéricos correspondientes a una muestra de una población. También puede utilizar una matriz única o una referencia matricial en lugar de argumentos separados con punto y coma.

#### **Observaciones**

- DESVEST parte de la hipótesis de que los argumentos representan la muestra de una población. Si sus datos representan la población total, utilice DESVESTP para calcular la desviación estándar.
- Utiliza la fórmula: (37A)
- La desviación estándar se calcula utilizando los métodos "no sesgada" o "n-1".
- Se pasan por alto los valores lógicos como VERDADERO y FALSO y el texto. Si los valores lógicos y el texto no deben pasarse por alto, utilice la función de hoja de cálculo DESVESTA.

### **Función VAR**

Calcula la varianza en función de una muestra.

#### **Sintaxis**

**VAR**(número1;número2; ...)

Número1, número2,... son de 1 a 30 argumentos numéricos correspondientes a una muestra de una población.

#### **Observaciones**

- La función VAR parte de la hipótesis de que los argumentos representan una muestra de la población. Si sus datos representan la población total, utilice VARP para calcular la varianza.
- Utiliza la fórmula: (32A)
- Se pasan por alto los valores lógicos, como VERDADERO y FALSO y el texto. Si los valores lógicos y el texto no se deben pasar por alto, utilice la función de hoja de cálculo VARA.

### **Ejercicio 06 (Desviación estándar de una muestra)**

Determinar, la desviación típica y la varianza de cada uno de las series de números del ejercicio 5.

Para resolver este ejercicio trataremos los datos de las series como muestra, por cuanto, asumimos como población el universo de todos los números enteros. Luego, aplicamos las fórmulas y funciones de una muestra.

#### **Solución**

$$\bar{X}_1 = 9.38; \quad \bar{X}_2 = 9.13; \quad s_{1y2} = ?$$

1º Calculamos la desviación estándar de cada una de las series, aplicando la fórmula (37) y la función DESVEST de Excel:

**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
**César Aching Guzmán**

$$[37A] \quad s^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(11-9.38)^2 + (6-9.38)^2 + (7-9.38)^2 + (3-9.38)^2 + (15-9.38)^2 + (10-9.38)^2 + (18-9.38)^2 + (5-9.38)^2}{(8-1)}}$$

$$= 5.15$$

$$= \sqrt{\frac{(10-9.13)^2 + (3-9.13)^2 + (8-9.13)^2 + (8-9.13)^2 + (9-9.13)^2 + (8-9.13)^2 + (9-9.13)^2 + (18-9.13)^2}{(8-1)}}$$

$$= 4.16$$

**Sintaxis**

**DESVEST**(número1; número2; ...)

	Variable								DESVEST
S-1	11	6	7	3	15	10	18	5	5.1530
S-2	10	3	8	8	9	8	9	18	4.1555

**Comentario**

Comparando los resultados con los obtenidos en el ejercicio 6. Constatamos que la desviación típica indica que la serie (2) tiene menos dispersión que la serie (1). No obstante, debemos considerar, el hecho, de que los valores extremos afectan a la desviación típica mucho más que a la desviación media. Puesto que las desviaciones para el cálculo de la desviación típica son elevadas al cuadrado.

2º Calculamos la varianza directamente elevando al cuadrado la desviación estándar de cada una de las series y aplicando indistintamente la función VAR:

1 = 5.1530; 2 = 4.1555; VAR<sub>1</sub> y 2 =?

(1)  $s^2 = 5.1530^2 = 26.55$

(2)  $s^2 = 4.1555^2 = 17.27$

**Sintaxis**

**VAR**(número1;número2; ...)

Resistencia									VAR
11	6	7	3	15	10	18	5		26.55
10	3	8	8	9	8	9	18		17.27

**Ejercicio 07 (Calculando el rango)**

Calcular los rangos de las indemnizaciones recibidas por cuatro trabajadores de las empresas A y B:

A	90	110	350	350
B	210	220	230	235

Rango (A) = 350 - 90 = 270

Rango (B) = 235 - 210 = 25 Distribución menos dispersa

**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
**César Aching Guzmán**

Muchas veces el rango se da por la simple anotación de los números mayor y menor. En nuestro ejercicio, esto sería 90 a 350 ó 90-350.

En la Tabla 1, el rango lo calculamos así:

RANGO = MARCA DE CLASE DE LA CLASE SUPERIOR - MARCA DE CLASE INFERIOR

$$\text{Rango} = \left\langle \frac{185 + 180}{2} \right\rangle - \left\langle \frac{155 + 150}{2} \right\rangle = 182.50 - 152.50 = 30 \text{ centímetros}$$

**Ejercicio 08 (Calculando la media aritmética)**

En la Tabla 1, Tallas de estudiantes universitarios 2004, determinar la marca de clase (x), las desviaciones (d), la frecuencia (f) y la media aritmética:

**Solución**

- 1º. Calculamos las marcas de clases aplicando el método ya conocido:  
 $(155 + 150)/2 = 152.50, \dots, (185 + 180)/2 = 182.50$
- 2º. Tomamos la media supuesta **A** como la marca de clase 167.50 (que tiene la mayor frecuencia), podíamos también tomar cualquier marca de clase.
- 3º. Calculamos las desviaciones **d**, restando de la marca de clase **x** la media **A**. Los cálculos efectuados lo expresamos en la tabla 1-1:

TABLA 1-1  
TALLAS DE ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS 2004

Marca de Clase x	De sviaciones $d = X - A$	Fre cuencia f	$fd$
152.50	-15.00	30	-450
157.50	-10.00	120	-1,200
162.50	-5.00	220	-1,100
<b>A</b> 167.50	0.00	252	0
172.50	5.00	187	935
177.50	10.00	95	950
182.50	15.00	96	1,440
		$n = \sum f = 1000$	$\sum fd = 575$

4º Con los datos obtenidos en la Tabla 1, ya estamos en condiciones de calcular la media aritmética de la talla de los estudiantes universitarios 2004:

$$X = A + \frac{\sum fd}{n} \downarrow \downarrow \downarrow \rightarrow X = 167.50 + \frac{575}{1,000} = 168.08 \text{ centímetros}$$

**Ejercicio 09 (Calculando la media aritmética)**

Tenemos la siguiente distribución de frecuencias de los salarios semanales en UM de 85 empleados de la empresa BURAN a.C.:

**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
**César Aching Guzmán**

Salarios (UM)	Número de Empleados
50.00 - 59.99	18
60.00 - 69.99	15
70.00 - 79.99	16
80.00 - 89.99	14
90.00 - 99.99	10
100.00 - 109.99	7
110.00 - 119.99	5
TOTAL	85

Determinar el salario medio semanal de los 85 empleados.

**Solución**

Aplicando los métodos conocidos calculamos la marca de clase y confeccionamos la siguiente tabla:

Marca de Clase x	Frecuencia f	fx
55.00	18	989.91
65.00	15	974.93
75.00	16	1,199.92
85.00	14	1,189.93
95.00	10	949.95
105.00	7	734.97
115.00	5	574.98
	n = 85	Σ fx = 6,614.58

Finalmente, calculamos la media aritmética semanal de los salarios:

$$[34] \quad \bar{X} = \frac{6,614.58}{85} = \text{UM } 77.82$$

**Ejercicio 10 (DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE UNA POBLACIÓN)**

Con los valores de la tabla 1, tallas de estudiantes universitarios 2004, calcular la desviación estándar:

**Solución**

Del ejercicio 08, sabemos que la media aritmética es 168.08 centímetros. Podemos ordenar los datos de la forma siguiente:

Altura	Marca de Clase x	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$	Frecuencia f	$f(x - \bar{x})^2$
150 - 155	152.50	-15.58	242.74	30	7,282.09
155 - 160	157.50	-10.58	111.94	120	13,432.37
160 - 165	162.50	-5.58	31.14	220	6,850.01
165 - 170	167.50	-0.58	0.34	252	84.77
170 - 175	172.50	4.42	19.54	187	3,653.31
175 - 180	177.50	9.42	88.74	95	8,429.96
180 - 185	182.50	14.42	207.94	96	19,961.89
				$n = \sum f = 1,000$	$\sum f(x - \bar{x})^2 = 59,694.40$

Ahora, vamos a calcular la desviación estándar:

$$[37] \sigma = \sqrt{\frac{59.694.40}{1,000}} = 7.73 \text{ centímetros}$$

### 5.3. Poblaciones y muestras

Como ya definimos, muestra es el número de elementos, elegidos o no al azar, tomado de un universo cuyos resultados deberán extrapolarse al mismo, con la condición de que sean representativos de la población.

No es necesario encuestar ni observar a todos los que pueden arrojar luz sobre un problema. Basta recabar datos de una muestra, a condición de que sus reacciones sean representativas del grupo entero. La clave de la investigación de mercados es determinar si la muestra suministra suficiente información.

La idea central en que se fundamenta el muestreo es que, un número pequeño de objetos (una muestra) seleccionada adecuadamente de una cantidad mayor de ellos (un universo) debe reunir las mismas características y casi en la misma proporción que el número más grande.

Para conseguir datos confiables, hay que aplicar la técnica correcta al seleccionar la muestra.

Aunque existen numerosas técnicas muestrales, sólo las muestras aleatorias o probabilísticas son adecuadas para hacer generalizaciones de una muestra a un universo. Extraemos una muestra aleatoria, de modo que todos los miembros del universo tengan las mismas probabilidades de ser incluidos en ella.

Las muestras, no aleatorias u opináticas conocidas con el nombre de muestras disponibles o de conveniencia, muy comunes en la investigación de mercados, no los tratamos en presente libro.

Empleando la estadística y fundamentándonos en la información obtenida por medio de una muestra, podemos decir cómo es probablemente una población. Igualmente, podemos tomar los datos relativos a la población para predecir cómo deben ser probablemente las muestras. **Por ejemplo**, un empresario interesado por el número de ventas de todas las empresas fabricantes de jeans de la ciudad de Lima. Puesto que el número de observaciones posibles es muy grande, debe decidir medir la cantidad de ventas de 30 de esos establecimientos. En este caso, las 30 empresas son la muestra; la población lo constituyen el total de las empresas fabricantes de jeans de la ciudad de Lima.

El empresario, utilizará la información sobre la muestra para conocer como es probablemente la población de las empresas fabricantes de jeans de la ciudad de Lima. Utilizará la información sobre la población para saber probablemente como será la muestra. Con esta información el empresario esta en condiciones de desarrollar adecuadamente la estrategia de mercadeo de su empresa.

**Ejemplo 1:** Para saber cuál de los cinco mercados de la zona donde vive Alessandro tiene los mejores precios, elabora una lista común de compras y toma los precios que figuran en la lista, de los cinco mercados. Para conocer si las cifras obtenidas son muestras o poblaciones, preguntamos ¿Expresan las observaciones todo lo necesario, o asume que las demás observaciones serán similares? ¿Son poblaciones o muestras las cifras de la lista de compras?

**Respuesta** Son muestras. Las poblaciones son todos los precios de cada almacén; suponemos que otros días y con otras listas de productos, obtendremos resultados similares.

Denominamos parámetro, a un número utilizado para resumir una distribución de la población. A un número similar, utilizado para describir una muestra lo denominamos estadística.

**Ejemplo 2** : Estamos estudiando la población del Perú y queremos saber si ¿la edad media de todos los peruanos es un parámetro o una estadística?

**Respuesta.** Es un parámetro.

**Ejemplo 3:** Un productor de café de Jaén, zona nororiental del Perú, desea saber el número promedio de insectos nocivos a este sembrío por hectáreas; para ello cuenta el número de insectos que hay en un gran número de parcelas de una hectárea, seleccionadas al azar. Preguntamos: ¿El número de insectos por hectárea que hay en su muestra es un parámetro o una estadística?

**Respuesta.** Es una estadística.

Finalizando esta parte, precisamos lo siguiente: la media de una distribución muestral es una estadística; la media de una distribución de población es un parámetro; la desviación estándar de una distribución de la población es un parámetro y la desviación estándar de una distribución muestral es una estadística.

### **5.3.1. Tamaño de la muestra**

El tamaño de la muestra depende de tres aspectos:

- 5.3.1.1.** Error permitido
- 5.3.1.2.** Nivel de confianza estimado
- 5.3.1.3.** Carácter finito o infinito de la población.

Las fórmulas generales para determinar el tamaño de la muestra son las siguientes:

Para poblaciones infinitas (más de 100,000 habitantes)

$$[39] \quad n = \frac{Z^2 * P * Q}{E^2}$$

Para poblaciones finitas (menos de 100,000 habitantes)

$$[40] \quad n = \frac{Z^2 * P * Q * N}{E^2(N-1) + Z^2 * P * Q}$$

#### Nomenclatura:

n = Número de elementos de la muestra

N = Número de elementos de la población o universo

P/Q = Probabilidades con las que se presenta el fenómeno.

Z<sup>2</sup> = Valor crítico correspondiente al nivel de confianza elegido; siempre se opera con valor zeta 2, luego Z = 2.

E = Margen de error permitido (determinado por el responsable del estudio).

Cuando el valor de P y de Q sean desconocidos o cuando la encuesta abarque diferentes aspectos en los que estos valores pueden ser desiguales, es conveniente tomar el caso más adecuado, es decir, aquel que necesite el máximo tamaño de la muestra, lo cual ocurre para P = Q = 50, luego, P = 50 y Q = 50.

### **Ejercicio 11 (CÁLCULO DE LA MUESTRA DE UNA POBLACIÓN INFINITA)**

Para un trabajo de investigación de mercados en el Perú (población infinita 24'000,000 de habitantes), entre otras cosas, queremos saber cuántas personas viajarán a trabajar al

**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
**César Aching Guzmán**

---

extranjero, con la decisión de radicar definitivamente en el país de destino. ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra para un nivel de confianza de la encuesta del 95.5% y un margen posible de error de 4%?

**Solución**

$$Z = 2; \quad P = 50; \quad Q = 50; \quad E = 4; \quad n = ?$$

$$[39] \quad n = \frac{Z^2 * P * Q}{E^2}$$

$$n = \frac{2^2 * 50 * 50}{4^2} = \frac{10,000}{16} = 625 \text{ personas}$$

**Respuesta:**

El tamaño necesario de la muestra para un nivel de confianza de 4% es 625 personas.

**Ejercicio 12 (CÁLCULO DE LA MUESTRA DE UNA POBLACIÓN FINITA)**

Para el mismo trabajo de investigación de mercados en Oyón Perú (población finita 10'000 habitantes), entre otras cosas, queremos saber cuántas personas viajarán a trabajar al extranjero, con la decisión de radicar definitivamente en el país de destino. ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra para un nivel de confianza de la encuesta del 95.5% y un margen posible de error de 4%?

**Solución**

$$Z = 2; \quad P = 50; \quad Q = 50; \quad E = 4; \quad N = 20,000; \quad n = ?$$

$$[40] \quad n = \frac{Z^2 * P * Q * N}{E^2(N-1) + Z^2 * P * Q}$$

$$[40] \quad n = \frac{2^2 * 50 * 50 * 20,000}{4^2(20,000 - 1) + 2^2 * 50 * 50} = \frac{200'000,000}{319,984 + 10,000} = 606 \text{ personas}$$

**Respuesta:**

El tamaño necesario de la muestra para un nivel de confianza de ±4% es 606 personas.

**Ejercicio 13 (CASO INTEGRAL DE POBLACIÓN Y MUESTRA CON EXCEL)**

Tenemos las ventas mensuales de cinco años de la empresa BURAN S.A.C., conforme lo ilustramos en el cuadro 14/01, expresado en unidades monetarias (UM):

CUADRO 14/01

**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
**César Aching Guzmán**

A1      f <sub>x</sub> VENTAS DE BURAN S.A.C.						
	A	B	C	D	E	F
1	VENTAS DE BURAN S.A.C.					
2	<b>Meses</b>	<b>2000</b>	<b>2001</b>	<b>2002</b>	<b>2003</b>	<b>2004</b>
3	<b>Enero</b>	65,000	66,000	65,000	67,000	66,000
4	<b>Febrero</b>	66,000	67,000	67,000	69,000	67,000
5	<b>Marzo</b>	67,000	66,000	65,000	66,000	65,000
6	<b>Abril</b>	62,000	64,000	63,000	67,000	60,000
7	<b>Mayo</b>	63,000	65,000	66,000	70,000	66,000
8	<b>Junio</b>	64,000	66,000	68,000	68,000	69,000
9	<b>Julio</b>	67,000	68,000	70,000	71,000	72,000
10	<b>Agosto</b>	66,000	69,000	71,000	72,000	75,000
11	<b>Septiembre</b>	67,000	70,000	72,000	74,000	76,000
12	<b>Octubre</b>	68,000	69,000	66,000	69,000	73,000
13	<b>Noviembre</b>	70,000	71,000	69,000	71,000	70,000
14	<b>Diciembre</b>	73,000	76,000	78,000	80,000	81,000

I. Vamos efectuar los cálculos estadísticos con muestras aplicando las funciones VAR y DESVEST.

1º Calculamos la media con la función PROMEDIO, en el cuadro 14/01, seleccionamos las celdas B3:F14 y obtenemos la media aritmética:

C31	f <sub>x</sub> =PROMEDIO(B3:F14)
-----	----------------------------------

$$\bar{x} = 68,650$$

2º Confeccionamos el Cuadro 14/02, restando a cada valor de venta (X) la media de UM 68,650:

CUADRO 14/02

C31      f <sub>x</sub> =PROMEDIO(B3:F14)					
	A	B	C	D	E
16		$(x - \bar{x})$			
17	<b>Meses</b>	<b>2000</b>	<b>2001</b>	<b>2002</b>	<b>2003</b>
18	<b>Enero</b>	-3,650	-2,650	-3,650	-1,650
19	<b>Febrero</b>	-2,650	-1,650	-1,650	350
20	<b>Marzo</b>	-1,650	-2,650	-3,650	-2,650
21	<b>Abril</b>	-6,650	-4,650	-5,650	-1,650
22	<b>Mayo</b>	-5,650	-3,650	-2,650	1,350
23	<b>Junio</b>	-4,650	-2,650	-650	-650
24	<b>Julio</b>	-1,650	-650	1,350	2,350
25	<b>Agosto</b>	-2,650	350	2,350	3,350
26	<b>Septiembre</b>	-1,650	1,350	3,350	5,350
27	<b>Octubre</b>	-650	350	-2,650	350
28	<b>Noviembre</b>	1,350	2,350	350	2,350
29	<b>Diciembre</b>	4,350	7,350	9,350	11,350
30					
31	Promedio	68,650			
32	Varianza	13,751,330			
33	Desviación estándar	3,708			

3º Calculamos las funciones VAR y DESVEST, para ello, en el cuadro 14/02, seleccionamos las celdas B18:E29, que representan solo una parte de la población:



**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
**César Aching Guzmán**

Las funciones VAR y DESVEST operan con las siguientes fórmulas:

VAR

$$[38A] \quad s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)}$$

DESVEST

$$[37A] \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)}}$$

C32       $\text{fx}$  =VAR(B18:E29)

Los resultados de las funciones PROMEDIO, VAR y DESVEST están expresados en el cuadro siguiente:

Promedio	68,650
Varianza VAR	13,751,330
Desviación estándar DESVEST	3,708

Interpretando los resultados y asumiendo que el valor de las ventas de la empresa BURAN S.A.C., están distribuidas normalmente, deducimos que aproximadamente el 68% de las ventas son de:

$$68,650 - 3,708 = \text{UM } 64,942 \text{ y}$$

$$68,650 + 3,708 = \text{UM } 72,358$$

I. Ahora, vamos efectuar los cálculos estadísticos con el total de la población aplicando las funciones VARP y DESVESTP. Asumimos que las celdas B18:E29 del Cuadro 14/02 representan el total de la población, calculamos la varianza y la desviación estándar de la población. Operamos con el promedio, calculado con el total de las ventas.

Las funciones VARP y DESVETP operan con las siguientes fórmulas:

$$[38] \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (X_j - a)^2}{n}$$

$$[37] \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (X_j - a)^2}{n}}$$

C32       $\text{fx}$  =VARP(B18:E29)

C33       $\text{fx}$  =DESVETP(B18:E29)

Promedio	68,650
Varianza VARP	13,464,844
Desviación estándar DESVETP	3,669

Como es lógico, los resultados de las funciones aplicables a muestras son mayores que los obtenidos con las funciones aplicables a la población total, esto, debido a que el total de sucesos (n) en el primer caso es (n - 1) y en el segundo es simplemente (n). Cuanto mayor sea el denominador (n) menor será el resultado obtenido. Ver aplicación de funciones Estadística en el CD, que acompaña la obra.

**6. El Punto de Equilibrio (Pe)**

El análisis de equilibrio es un importante elemento de planeación a corto plazo; permite calcular la cuota inferior o mínima de unidades a producir y vender para que un negocio no

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

---

incurra en pérdidas. «Esta herramienta es empleada en la mayor parte de las empresas y es sumamente útil para cuantificar el volumen mínimo a lograr (ventas y producción), para alcanzar un nivel de rentabilidad (utilidad) deseado. El punto de equilibrio es el punto o nivel de producción y ventas en el que cesan las pérdidas y empiezan las utilidades o viceversa.

Para la determinación del punto de equilibrio debemos definir y clasificar algunos costos:

**Costos fijos:** Son aquellos que no varían con cualquier nivel de producción o ventas.

**Costo variable total (CVT).** Son los que cambian proporcionalmente con el nivel de producción o ventas de una empresa. El **costo variable unitario (CVU)**, es el valor asociado unitariamente a cada producto o servicio de la empresa.

Para el cálculo del PE debemos tener en cuenta las siguientes variables cantidad producida, precio unitario, costos fijos y costos variables unitarios. Los ingresos estarán determinados por la cantidad vendida y el precio de venta unitario, los costos los determinan la cantidad producida y vendida, los costos fijos y los costos variables por unidad.

### 6.1. Punto de equilibrio en dinero y en unidades

El punto de equilibrio lo podemos calcular en unidades monetarias o en unidades físicas, conforme veremos en la solución de los diferentes ejercicios. El cálculo en unidades monetarias es la recomendada cuando la actividad no es reconocible en unidades o cuando hay varios bienes o productos. Aquí interviene mucho la "mezcla de producto", es decir, la proporción en que son vendidos los diferentes productos y esta mezcla debe mantenerse constante en la realidad, para que el punto de equilibrio calculado coincida con lo real. En los ejercicios que preceden calcularemos puntos de equilibrio individuales, cuando existen varios productos.

En caso de calcular el punto de equilibrio en dinero, tenemos la siguiente expresión:

$$\text{INGRESOS TOTALES} = \text{Costos fijos} + \text{costos variables totales}$$

Asumimos que los costos variables unitarios son proporcionales al precio de venta, luego, así también lo serán los costos variables totales y los ingresos totales. En otras palabras, debemos mantener esa proporción, por lo tanto, podemos escribir la última expresión de la siguiente forma:

$$\text{INGRESOS TOTALES} = \text{costos fijos} + A \times (\text{Ingresos totales})$$

Donde **A** es la fracción que representa la relación entre el costo variable y el precio de venta (llamado APORTACION).

$$\mathbf{A = W - CV}$$

Relación de aportación

La relación de aportación o **BV** puede expresarse de diferentes formas:

$$BV = \frac{\text{Aportación}}{\text{Precio de Venta}} \quad BV = \frac{A}{PV}$$

$$BV = PV - \frac{CV}{PV} \quad BV = 1 - \frac{CV}{W}$$

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

### César Aching Guzmán

La aportación (A) es la diferencia en unidades monetarias entre el precio de venta y los costos variables o efectivos. La relación de aportación (BV) es el porcentaje que representa la aportación con respecto al precio de venta.

El margen de contribución es el mismo margen bruto (utilidad bruta expresada como un porcentaje de las ventas), que estudiamos en la parte concerniente a los ratios financieros.

Fórmula para calcular el punto de equilibrio:

A partir de esta fórmula calcularemos el punto de equilibrio en unidades monetarias, sea con datos totales o unitarios de los costos variables y ventas. El punto de equilibrio en unidades físicas lo obtenemos a través de una simple división del resultado proporcionada por la fórmula (35) entre el precio unitario.

$$[41] \quad Pe = \frac{CF}{1 - \frac{CV}{W}}$$

ó

$$[42] \quad Pe = \frac{CF}{1 - \frac{CV}{PV}}$$

Donde:

CF : Costos fijos totales

CV : Costos Variables totales

W : Volumen total de Ventas

Otras nomenclaturas utilizadas

PV = Precio de venta del bien o servicio

Q = Cantidad vendida o producida

A = Aportación

BV = Relación de aportación

La fórmula supone que todo lo producido es vendido, es decir, no va a inventarios. Los productos que están en inventario tienen costos fijos asignados, que no se están recuperando (no vendidos) en el momento del análisis.

Para operar correctamente la fórmula es necesario que todas las variables estén expresados en la misma unidad, bien valores monetarios o bien en unidades.

El punto de equilibrio también sirve para calcular el volumen de las ventas que debe realizar una empresa para obtener un porcentaje de utilidad determinado. La fórmula es la siguiente:

$$[43] \quad W = Pe + \%UTILIDAD \text{ DESEADA} * Pe + \%CV * Pe$$

### **EJERCICIO 14 (CALCULANDO EL PE DE VENTAS)**

Un pequeño empresario en el ejercicio 2004, vendió UM 60,000, en el mismo período sus costos fijos fueron de UM 18,001.29 y los costos variables de UM 32,000. Calcular el volumen de ventas necesario en punto de equilibrio.

**Solución:**

$$W = 60,000; \quad CF = 18,001.29; \quad CV = 32,000; \quad Pe = ?$$

$$[41] \quad Pe = \frac{18,001.29}{1 - \frac{32,000}{60,000}} = \text{UM } 38,571.44$$

**Respuesta:**

**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
**César Aching Guzmán**

El nivel necesario de ventas para no ganar, ni perder es de UM 38,571.44, este es el punto de equilibrio para la empresa.

**Comentario:**

El costo fijo permanece invariable, independientemente del volumen de ventas, mientras que el costo variable está relacionado directamente con el volumen de ingresos o ventas.

El porcentaje del costo variable en el punto de equilibrio está dado por la relación existente entre los costos variables y el nivel de ventas, así:

$$[43] \% \text{ DE COSTO VARIABLE (\%CV)} = \frac{\text{COSTO VARIABLE}}{\text{VENTAS}} = \%$$

$$[43] \% \text{ CV} = \left( \frac{32,000}{60,000} \right) * 100\% = 53.33\%$$

Los costos variables en el punto de equilibrio son:

$$\text{UM } 38,571.43 * 53.33\% = \text{UM } 20,570.14$$

	A	B	
1	<b>Comprobación del punto de equilibrio:</b>		<b>Fórmulas</b>
2	VENTAS EN Pe	38,571.43	
3	(-) COSTOS VARIABLES	20,570.14	=B2*53.33%
4	UTILIDAD BRUTA EN VENTAS	18,001.29	=B2-B3
5	(-) COSTOS FIJOS	18,001.29	
6	UTILIDAD NETA	0.00	=B4-B5

**EJERCICIO 15 (VOLUMEN DE VENTAS NECESARIOS PARA UNA UTILIDAD DEL 30%)**

Con los datos del ejercicio anterior determinar el volumen de ventas necesario para obtener un 30% de utilidad sobre las ventas en punto de equilibrio.

**Solución:**

$$\text{Pe} = 38,571; \text{ CV} = 0.5333; \text{ MU} = 0.30; \text{ W} = ?$$

$$[42] \text{ W} = 38,571.43 + 30\%(38,571.43) + 53.33\%(38,571.43) = \text{UM } 70,713.00$$

	A	B	
1	<b>APLICACIÓN</b>		<b>Fórmulas</b>
2	VENTAS	70,713.00	
3	(-) COSTOS VARIABLES	37,713.58	=B2*53.33%
4	UTILIDAD BRUTA EN VENTAS	32,999.42	=B2-B3
5	(-) COSTOS FIJOS	18,001.29	
6	UTILIDAD NETA	14,998.13	=B4-B5

**Respuesta:**

El volumen necesario de venta para obtener un 30% de utilidad sobre las ventas en punto de equilibrio es UM 70,713.00.

**EJERCICIO 16 (PUNTO DE EQUILIBRIO EN UNIDADES)**

## RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA

César Aching Guzmán

---

Una empresa con unos costos fijos mensuales de UM 180,000, manufactura un producto cuyo costo variable de producción es de UM 50 por unidad y su precio al consumidor es de UM 200.

### **Solución:**

$$CF = 180,000; \quad CVU = 50; \quad PV = 250; \quad PE = ?; \quad Q = ?$$

1º Calculamos el PE en valores monetarios:

$$[41] \quad Pe = \frac{180,000}{1 - \left(\frac{50}{250}\right)} = \text{UM } 225,000 \text{ mensuales}$$

2º Calculamos la cantidad mensual a producir:

$$Q = 225,000/250 = 900 \text{ unidades mensuales}$$

Esto quiere decir que si fabricamos y vendemos más de 900 unidades, el producto generará utilidades, si fabricamos y vendemos menos de 900 unidades producirá pérdidas.

Así tenemos, si producimos 1,000 unidades, tenemos utilidades de:

$$\text{Utilidad} = \text{Ingresos} - \text{Costos}$$

$$\text{UTILIDAD} = (250 \cdot 1000) - (180,000 - (50 \cdot 1000)) = \text{UM } 20,000$$

Asimismo, si producimos 800 unidades, tenemos pérdidas por:

$$\text{PERDIDA} = (250 \cdot 800) - (180,000 - (50 \cdot 800)) = - \text{UM } 20,000$$

### **Ejercicio 17 (PE PRODUCCIÓN Y VENTAS)**

Un pequeño industrial, produce maletines con un costo de producción por unidad de UM 10.50 y los vende al por mayor a UM 15.00, por su local paga la suma de UM 350 más sus gastos fijos de UM 1,200 mensuales. Determinar cuántos maletines tiene que producir y vender anualmente para no ganar ni perder.

### **Solución:**

$$CF = 1,550; \quad CV = 10.50; \quad W = 15; \quad PV = 15; \quad PE = ?; \quad Q = ?$$

$$[41] \quad Pe = \frac{1,550}{1 - \frac{10.50}{15}} = \text{UM } 5,166.67 \text{ mensuales}$$

Para determinar la cantidad mensual de maletines a producir, simplemente dividimos el monto obtenido entre el precio de venta de cada uno:

$$Q = 5,166.67/15 = 344 \text{ maletines de producción mensual}$$

Calculamos el porcentaje de los costos variables:

$$[43] \quad \% CV = \frac{10.50}{15} = 0.70 \quad \text{ó} \quad 70\% \text{ del precio de venta}$$

Comprobando tenemos:

**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
**César Aching Guzmán**

Ventas en punto de equilibrio	344*15	5,167	100.00%
(-) Costo variable	0.70*5,167	3,617	70.00%
Utilidad Bruta		1,550	30.00%
(-) Costos Fijos		1,550	30.00%
Utilidad o Pérdida		(0.00)	0.00%

**Respuesta:**

El pequeño industrial debe producir y vender 344 maletines mensualmente, para no ganar ni perder. Es decir, cuando produce y vende más de 344 maletines comienzan sus utilidades.

**EJERCICIO 18 (CALCULANDO EL PUNTO DE EQUILIBRIO)**

Un pequeño fabricante de gorros cuyo precio unitario de venta es UM 5, sus costos fijos mensuales son de UM 1,800 y el costo variable unitario es UM 2.80, desea saber el nivel de producción y ventas que debe tener para no ganar ni perder.

**Solución:**

CF = 1,800; CV = 2.80; W = 5; PE =? Q =?

1º Calculamos el PE en valores monetarios:

$$[41] \text{ Pe} = \frac{1,800}{1 - \left(\frac{2.75}{5}\right)} = \text{UM } 4,000 \text{ mensuales}$$

2º Calculamos la cantidad mensual a producir:

$$Q = 4,000/5 = 800 \text{ gorros mensuales}$$

3º Calculamos el porcentaje de los costos variables:

$$[43] \% \text{ CV} = \frac{10.50}{15} = 0.70 \quad \text{ó} \quad 70\% \text{ del precio de venta}$$

**Comprobando tenemos:**

Ventas en punto de equilibrio	800*5	4,000	100.00%
(-) Costo variable	0.55*4,000	2,200	55.00%
Utilidad Bruta		1,800	45.00%
(-) Costos Fijos		1,800	45.00%
Utilidad o Pérdida		-	0.00%

**Respuesta:**

La producción y venta necesaria en punto de equilibrio son 800 gorros equivalentes a UM 4,000 mensuales.

**6.2. Punto de equilibrio para varios productos o servicios**

Hasta ahora la técnica de punto de equilibrio lo utilizamos para determinar a qué nivel de actividad comienzan las utilidades. Para ello, asumimos que existe un solo producto, por lo tanto, al calcular la cantidad a producir en el punto de equilibrio, automáticamente podemos conocer el valor total de las ventas. Pero en la realidad tenemos más de un producto o servicio, en este caso no es tan fácil determinar el punto de equilibrio para la empresa como un todo. Aquí, cobra preponderancia la "mezcla de producto", o sea la proporción en que vendemos los diferentes productos. Si esta proporción no se mantiene, el punto de equilibrio real se diferenciará con el proyectado.

**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
César Aching Guzmán

---

**EJERCICIO 19 (PUNTO DE EQUILIBRIO PARA VARIOS PRODUCTOS Y SERVICIOS)**

Un pequeño empresario industrial tiene 2 productos A y B con los siguientes datos:

	PRODUCTO A	PRODUCTO B
Costo variable	630	1,180
Pre cio de venta	2,350	3,125
Proporción en mezcla	40%	60%
Costo fijo total	2,900,000	

1º Con esta información estamos en condiciones de calcular el precio ponderado (PVP) de las ventas totales y costo Variable unitario (CVUP), de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \text{PVP} &= (2,350 \times 0.40) + (3,125 \times 0.60) &= & \text{UM } 2,815.00 \\ \text{CVUP} &= (630 \times 0.40) + (1,180 \times 0.60) &= & \text{UM } 960.00 \end{aligned}$$

2º Con estos resultados ya podemos calcular el punto de equilibrio total:

$$\text{CF} = 2'900,000; \quad \text{CVU} = 960; \quad \text{PVP} = 2,815; \quad \text{PE} = ?$$

$$[41] \quad \text{PE} = \frac{2'900,000}{1 - \left( \frac{960}{2,815} \right)} = \text{UM } 4'400,808.63$$

3º El cálculo del número de unidades físicas a producir ya no es tan sencillo como cuando tratamos con un solo producto; una forma sería el distribuir proporcionalmente los costos fijos a cada producto en la proporción de la mezcla (A=40% y B=60%). Es así como calculamos los puntos de equilibrio por producto:

$$\begin{aligned} \text{CFA} &= 0.40 \times 2'900,000 = \text{UM } 1'160,000 \\ \text{CFB} &= 0.60 \times 2'900,000 = \text{UM } 1'740,000 \end{aligned}$$

**Producto (A)**

$$\text{CF} = 1'160,000; \quad \text{CV} = 630; \quad \text{PV} = 2,350; \quad \text{PE} = ?$$

$$[41] \quad \text{PEA} = \frac{1'160,000}{1 - \left( \frac{630}{2,350} \right)} = \text{UM } 1,584,883.72$$

$$\frac{1,584,883.72}{2,350} = 674 \text{ unidades}$$

**Producto (B)**

$$\text{CF} = 1'740,000; \quad \text{CV} = 1,180; \quad \text{PV} = 3,125; \quad \text{PE} = ?$$

$$[41] \quad \text{PEB} = \frac{1'740,000}{1 - \left( \frac{1,180}{3,125} \right)} = \text{UM } 2'795,629.82$$

$$\frac{2'795,629.82}{3,125} = 895 \text{ unidades}$$

Finalmente, el punto de equilibrio de la empresa es: (PEA + PEB)

**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
**César Aching Guzmán**

---

$$674 + 895 = 1,569 \text{ unidades}$$

**Ejercicio 20 (PUNTO DE EQUILIBRIO PARA VARIOS PRODUCTOS Y SERVICIOS)**

El precio de venta y el costo variable ponderados, es válido siempre que mantengamos en la misma proporción la mezcla de productos en las ventas totales.

Si la proporción fuera a la inversa en el ejercicio 20, esto es A=60% y B=40%, entonces los valores ponderados de precio de venta y costo variable serían los siguientes:

$$\begin{aligned} \text{PVP} &= (2,350 * 0.60) + (3,125 * 0.40) &&= \text{UM } 2,660 \\ \text{CVUP} &= (630 * 0.60) + (1,180 * 0.40) &&= \text{UM } 850 \end{aligned}$$

El nuevo punto de equilibrio será entonces:

$$\text{PVP} = 2,660; \quad \text{CVUP} = 850; \quad \text{CF} = 2'900,000; \quad \text{PE} = ?$$

$$[41] \quad \text{PE} = \frac{2'900,000}{1 - \left( \frac{850}{2,660} \right)} = \text{UM } 4,261,878.45$$

Calculando el punto de equilibrio en unidades tenemos:

$$\begin{aligned} \text{CFA} &= 0.60 \times 2'900,000 = \text{UM } 1'740,000 \\ \text{CFB} &= 0.40 \times 2'900,000 = \text{UM } 1'160,000 \end{aligned}$$

**Producto (A)**

$$\text{CF} = 1'740,000; \quad \text{CV} = 630; \quad \text{PV} = 2,350; \quad \text{PE} = ?$$

$$[41] \quad \text{PEA} = \frac{1'740,000}{1 - \left( \frac{630}{2,350} \right)} = \text{UM } 1,584,883.72$$

$$\frac{1,584,883.72}{2,350} = 674 \text{ unidades}$$

**Producto (B)**

$$\text{CF} = 1'740,000; \quad \text{CV} = 1,180; \quad \text{PV} = 3,125; \quad \text{PE} = ?$$

$$[41] \quad \text{PEB} = \frac{1'740,000}{1 - \left( \frac{1,180}{3,125} \right)} = \text{UM } 2'795,629.82$$

$$\frac{2'795,629.82}{3,125} = 895 \text{ unidades}$$

Finalmente, el punto de equilibrio de la empresa es: (PEA + PEB)

$$674 + 895 = 1,569 \text{ unidades}$$

**6.3. Eliminación de productos o servicios**

Existen casos, en el que algunos productos a primera vista nos dan la impresión de estar produciendo pérdida, en consecuencia la decisión debe ser discontinuar su producción.



**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
**César Aching Guzmán**

Esto es cierto, al discontinuar un producto es reemplazado por otro que absorbe igual o mayor cantidad de costos fijos.

Tenemos casos en los cuales, al discontinuar un producto no rentable, su salida afecta el rendimiento de los demás productos.

**Caso 21 (ELIMINACIÓN DE PRODUCTOS Y SEVICIOS)**

El dueño de una empresa al ver el cuadro de producción de su negocio y saber que no era posible aumentar las ventas del producto B para que produjera utilidades, comentó que sería prudente descontinuaran la producción de este producto, pero antes era necesario analizar la repercusión de esta decisión.

<b>M EZCLA DE PRODUCTOS</b>					
	A	B	C	D	TOTAL
VENTAS	420,000	280,000	175,000	245,000	1,120,000
COSTOS FIJOS	112,500	172,500	52,500	82,500	420,000
COSTOS VARIABLES	292,500	127,500	112,500	142,500	675,000
COSTO TOTAL	405,000	300,000	165,000	225,000	1,095,000
UTILIDAD	15,000	-20,000	10,000	20,000	25,000

Procedieron a analizar los efectos de anular la producción de la línea de productos B y detectaron lo siguiente:

<b>M EZCLA DE PRODUCTOS</b>				
	A	C	D	TOTAL
VENTAS	420,000	175,000	245,000	840,000
COSTOS FIJOS	157,500	90,000	112,500	360,000
COSTOS VARIABLES	292,500	112,500	142,500	547,500
COSTO TOTAL	450,000	202,500	255,000	907,500
UTILIDAD	-30,000	-27,500	-10,000	-67,500

Al observar los resultados de la tabla anterior concluimos que el producto B absorbía una buena parte de los costos fijos, que ahora lo absorben los otros productos. La decisión no es recomendable.

Ahora, veamos que pasa si discontinuamos la producción de C:

<b>M EZCLA DE PRODUCTOS</b>			
	A	D	TOTAL
VENTAS	420,000	245,000	665,000
COSTOS FIJOS	157,500	112,500	270,000
COSTOS VARIABLES	292,500	142,500	435,000
COSTO TOTAL	450,000	255,000	705,000
UTILIDAD	-30,000	-10,000	-40,000

Ante estos resultados, nos preguntamos: ¿Cuándo debemos eliminar la producción de un producto?

Esta pregunta es respondida a través de una adecuada clasificación de los costos fijos:

- a) Costos fijos puros o generales y
- b) Costos fijos específicos del producto u operación.

Los costos fijos puros, son aquellos que cambian, como consecuencia del volumen de la producción, independientemente de que un determinado producto exista o no. La depreciación de los equipos y el sueldo del gerente general, son ejemplos de ello. Los costos fijos específicos, son aquellos que permanecen constantes dentro de un rango de operación y son además, costos fijos asociados de manera específica al producto o actividad analizados, de manera que si esos productos o servicios desaparecen, los costos

**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
**César Aching Guzmán**

fijos asociados también desaparecen. Este tipo de costos los constituyen los gastos de publicidad de un producto en particular, si desaparece el producto, obviamente desaparece la utilidad. Aplicando lo expuesto a nuestro caso, tendríamos:

	PRODUCTOS				TOTAL
	A	B	C	D	
VENTAS	420,000	280,000	175,000	245,000	1,120,000
COSTOS FIJOS PUROS	52,500	90,000	45,000	30,000	217,500
COSTOS FIJOS ESPECIFICOS	67,500	90,000	15,000	60,000	232,500
COSTOS VARIABLES	292,500	127,500	112,500	142,500	675,000
COSTO TOTAL	412,500	307,500	172,500	232,500	1,125,000
UTILIDAD	7,500	-27,500	2,500	12,500	-5,000
MARGEN BRUTO	0.30	0.54	0.36	0.42	0.40

**Bibliografía Ratios Financieros**

1. Anthony. 1971. La Contabilidad en la Administración de Empresas. Editorial UTEHA
2. Bernstein A. Leopoldo. 1995. Análisis de Estados Financieros. Teoría, Aplicación e Interpretación. Publicación de Irwin - España
3. Chamorro Saéñz, Carlos. 1978. Los Ratios Financieros. ESAN - PADE Administración
4. Dodge Mark, Stinson Craig. 1999. Running Microsoft Excel 2000, Guía Completa. McGraw Hill - México
5. Glosario. (2005). Disponible en <http://www.worldbank.org> - Glosario
6. Helfert, 1975. Técnicas de Análisis Financiero. Editorial Labor S.A.
7. Pareja Velez, Ignacio. 2005. Ebook: Análisis y Planeación Financiera. Decisiones de Inversión. Disponible en [http://sigma.poligran.edu.co/politecnico/apoyo/Decisiones/libro\\_on\\_line/contenido.html](http://sigma.poligran.edu.co/politecnico/apoyo/Decisiones/libro_on_line/contenido.html)
8. Van Horne, James C. 1995. Administración Financiera. Décima Edición. Editorial Prentice Hall, México

**Bibliografía Matemáticas de la Mercadotecnia**

1. Alcaide, Inchausti Angel. 1976. Estadística Aplicada a las Ciencias Sociales. Ediciones Pirámide S.A. - Madrid
2. Glosario. (2005). Disponible en <http://www.worldbank.org> - Glosario
3. Koosis J., Donald. 1974. Introducción a la Inferencia Estadística para Administración y Negocios. Editorial Limusa - México
4. Kotler, Philip. 1989. Mercadotecnia. Tercera Edición. Prentice-Hall Hispanoamericana S.A. - México
5. Leissler Joachim. 1975. Estadística para Directores Comerciales. Ediciones Pirámide, S.A. - Madrid
6. Moya Calderón, Rufino. 1991. Estadística Descriptiva Conceptos y Aplicaciones. Editorial San Marcos - Perú
7. Ruiz Muñoz, David. 2005. Manual de Estadística. Disponible en <http://eumed.net>
8. Spiegel, Murray R. 1970. Serie de Compendio Schaum, Teoría y Problemas de Estadística. Libros McGraw-Hill - México
9. Tucker A., Spencer. 1976. El Sistema del Equilibrio. Instrumento para la planificación de utilidades. Herrera Hermanos Sucs. S.A. - México

**RATIOS FINANCIEROS Y MATEMATICAS DE LA MERCADOTECNIA**  
**César Aching Guzmán**

---

10. Wonnacott, Thomas H., Wonnaccott Ronal J. 1979. Fundamentos de Estadística para Administración y Economía. Editorial Limusa - México