

DISEÑO DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA PRONOSTICAR EL GASTO DE SALARIO EN LA FÁBRICA DE TABACOS PARA LA EXPORTACIÓN CAMAJUANÍ

Alexis Águila Espinosa
Silvia Hernández López
informatica.alicia@ettvcl.co.cu

Resumen

El presente trabajo fue realizado con el objetivo de incrementar el control sobre los Gastos, específicamente el Salario, teniendo en cuenta que este elemento del gasto unido al Gasto de material constituye uno de los más importantes en las Fábricas de Tabacos para la Exportación Cubanas. Control que se efectúa a partir de un valor estimado o pronosticado realizado a través de un modelo matemático calculado utilizando para ello datos estadísticos obtenidos en periodos representativos anteriores y asumiendo un error estadístico del tipo I.

Desarrollo

Un modelo matemático apropiado para describir el comportamiento de este indicador que se desarrolla en el tiempo es el PROCESO ESTOCÁSTICO. Así, un proceso estocástico $Y(t)$ es una función que a cada instante de tiempo t le hace corresponder una variable aleatoria Y_t .

Para caracterizar completamente este proceso estocástico se requiere de una función de distribución multivariada que raras veces se conoce en la práctica y es por eso que acudimos a la experimentación para obtener datos que permitan hacer inferencias acerca del proceso estocástico.

Estos datos se organizan cronológicamente (en secuencias de tiempo) y así, se obtenemos la llamada Serie Cronológica.

“Una serie cronológica $Y(t)$ es un conjunto de observaciones secuencialmente generadas en el tiempo, de modo que le corresponde un valor Y_t a cada instante de tiempo t observado”

Hemos tenido en cuenta que dicha serie cronológica está influenciada por factores aleatorios, o sea, que constituye salida de un proceso estocástico.

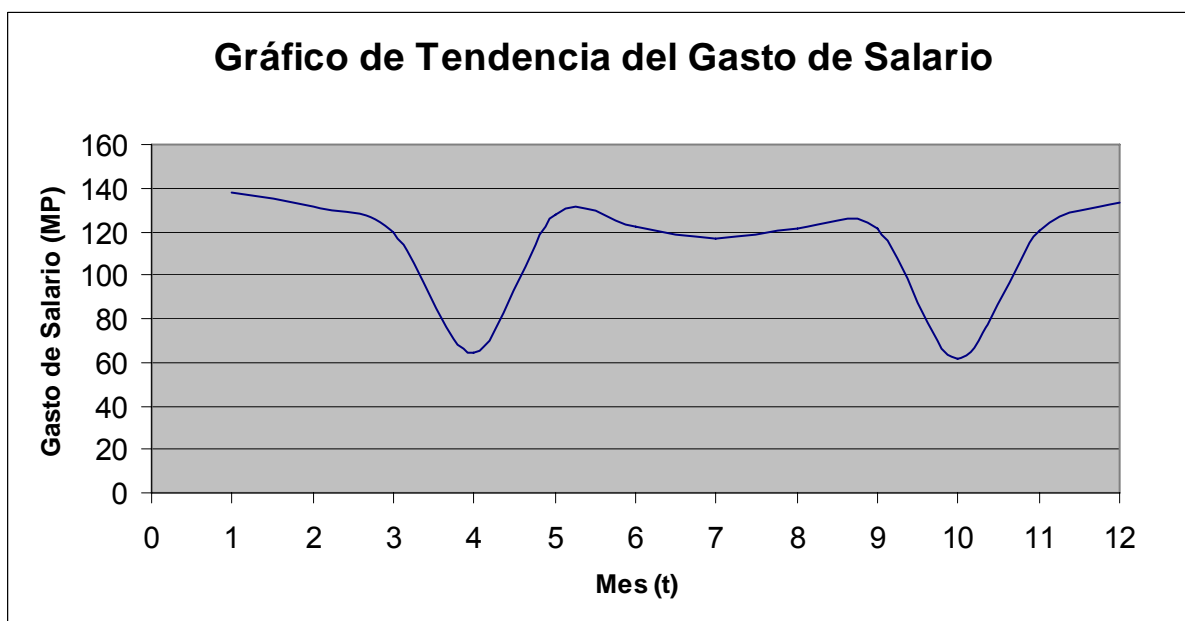
De lo anterior se desprende que si la serie cronológica es la salida de un proceso estocástico entonces se puede comenzar a caracterizar la serie.

Análisis de la serie cronológica.

En el análisis de la serie hemos seguido los siguientes pasos:

1ro **Identificación y Chequeo.**

Hemos realizado el reconocimiento gráfico de la serie con ayuda del Excel.



A través del gráfico hemos inferido las siguientes características de la serie:

1. El tipo de ecuación que sirva como modelo de la tendencia.

Crecimiento constante. Modelo $\hat{T}_t = b_0 + b_1 t_t$

2. La presencia de la componente estacional.

Modelo Híbrido (Aditivo y Multiplicativo) de la serie:

$$Y_t = T_t * E_t + I_t$$

E_t = Componente estacional de la serie.

I_t = Componente irregular o residual del modelo de la serie.

2do Estimación de sus parámetros

En la estimación de los parámetros hemos utilizado métodos de complejidad intermedia, calculándose primeramente los parámetros del modelo de tendencia y luego los coeficientes estacionales.

- 1.- Cálculo de los parámetros del modelo de tendencia: b_0 y b_1

$$\hat{\beta}_1 = b_1 = \frac{12 * \sum_{i=1}^t t * Y_t - 6 * (n+1) * \sum_{i=1}^t Y_t}{(n-1) * (n) * (n+1)}$$

$$\hat{\beta}_0 = b_0 = \frac{\sum_{i=1}^t Y_t}{n} - b_1 * \frac{(n+1)}{2}$$

Datos estadísticos			Yt*t	Cálculo de los parámetros de la ecuación	
Mes	t	Gasto de Salario			
abr-09	1	137.53	137.53	b1	-0.96
may-09	2	131.38	262.76	bo	121.15
jun-09	3	119.1	357.3	Y=121.15-0.96t	
jul-09	4	64.26	257.04		
ago-09	5	127.92	639.6		
sep-09	6	122.03	732.18		
oct-09	7	116.9	818.3		
nov-09	8	121.72	973.76		
dic-09	9	121.72	1095.48		
ene-10	10	61.87	618.7		
feb-10	11	120.73	1328.03		
mar-10	12	133.76	1605.12		
Total		1378.92	8825.8		

2.- Determinación del valor del componente estacional

$$E_t = \frac{\sum Tt * Yt}{\sum T_t^2}$$

Datos estadísticos			Cálculo del Componente Estacional		
Mes	t	Gasto de Salario(Yt)	Et	Tt	Et
abr-09	1	137.53	E1	120.186154	1.085954163
may-09	2	131.38	E2	119.226853	1.08803747
jun-09	3	119.1	E3	118.267552	1.042576126
jul-09	4	64.26	E4	117.308252	0.551035376
ago-09	5	127.92	E5	116.348951	1.095752612
sep-09	6	122.03	E6	115.38965	1.134650009
oct-09	7	116.9	E7	114.43035	1.085954163
nov-09	8	121.72	E8	113.471049	1.08803747
dic-09	9	121.72	E9	112.511748	1.042576126
ene-10	10	61.87	E10	111.552448	0.551035376
feb-10	11	120.73	E11	110.593147	1.095752612
mar-10	12	133.76	E12	109.633846	1.134650009

3. Demostración si la serie es lo suficientemente consistente de manera que sea factible su utilización en un diseño de pronóstico.

Para ello es necesario calcular los residuales del modelo, esto es, la Y_t observada contra la $Y_{t\text{est}}$.

Demostración que el modelo matemático calculado es confiable							
Mes	t	Gasto de Salario(Yt)	Et	bo	b1	Yt estimada	lt
abr-09	1	137.53	1.08595416	121.145455	0.9593007	130.516654	7.01334589
may-09	2	131.38	1.08803747	121.145455	0.9593007	129.723284	1.65671632
jun-09	3	119.1	1.04257613	121.145455	0.9593007	123.302927	-4.2029267
jul-09	4	64.26	0.55103538	121.145455	0.9593007	64.6409967	0.38099667
ago-09	5	127.92	1.09575261	121.145455	0.9593007	127.489667	0.43033295
sep-09	6	122.03	1.13465001	121.145455	0.9593007	130.926868	8.89686775
oct-09	7	116.9	1.08595416	121.145455	0.9593007	124.266115	7.36611459
nov-09	8	121.72	1.08803747	121.145455	0.9593007	123.460753	1.74075304
dic-09	9	121.72	1.04257613	121.145455	0.9593007	117.302063	4.41793734
ene-10	10	61.87	0.55103538	121.145455	0.9593007	61.4693449	0.40065506
feb-10	11	120.73	1.09575261	121.145455	0.9593007	121.18273	0.45272957
mar-10	12	133.76	1.13465001	121.145455	0.9593007	124.396044	9.36395553
Total		1378.92				1378.67745	0.24255477

Observe cómo el promedio de los residuales es aproximadamente igual a cero. Cuando el valor promedio de los residuales tiende a cero entonces la serie es confiable para el diseño del sistema de pronóstico.

Una vez identificado la serie y demostrado que la serie es lo suficientemente consistente de manera que sea factible su utilización en un diseño de pronóstico, realizamos el pronóstico del Gasto de Salario para los meses de :

Abril, Mayo y Junio del año del 2010.

Para ello necesitamos precisar que :

1ro : La función de pronóstico es aquella que a partir del conocimiento de la serie desde $t = 1$ hasta $t=m$ se utiliza para estimar el valor de la serie en el instante $(m + k)$.

2do : La función de pronóstico se denota $Y_m(k) = \hat{Y}_{m+k}$ donde: m es siempre un valor entero positivo y k recibe el nombre de horizonte de pronóstico y es también entero positivo.

3ro N representa el número de datos de la serie que fueron usados en la estimación del modelo de análisis y que después del instante $t = n$ comienza simularse los pronósticos $Y_n(k)$ para obtener \hat{Y}_{n+k} , por tanto, la estimación inicial de los parámetros de la función de pronósticos ocurre siempre en $t = n$.

4to La estimación inicial de $\hat{Y}_m(k)$ se obtiene a partir de la misma información con la que se obtuvieron los parámetros del modelo de análisis de la serie, por eso son aprovechables los cálculos realizados.

5to En dependencia del tipo de serie así será la ecuación que será utilizada para el pronóstico.

Tendencia de crecimiento constante.

Función de pronóstico: $Y_m(k) = (b_{0,n} + b_{1,n}(k)) * \hat{E}_{m+k-p}$;

Estimación inicial $m = n$.

$$b_{0,n} = \hat{T}_n = b_0 + b_1 * n$$

$$b_{1,n} = b_1$$

$$\hat{E}_{m+k-p} = \hat{E}_{m+k-p}$$

Pronóstico $m > n$

Serie con componente estacional

Tendencia de Crecimiento Constante.

$$b_{0,m} = \frac{\alpha Y_m}{\hat{E}_{m-p}} + (1 - \alpha) * (b_{0,m-1} + b_{1,m-1})$$

$$b_{1,m} = \alpha' (b_{0,m} - b_{0,m-1}) + (1 - \alpha') * b_{1,m-1}$$

Asumimos en la investigación :		
α	10%	0.1
α (prima)	1%	0.01

Cálculos efectuados

Parámetros		bo	121.145455
		b1	-0.9593007
Estimación			
	Abril/2010	Mayo /2010	Junio/2010
Yt	Y13	Y14	Y15
n	12	12	12
m	12	13	14
k	1	1	1
p	6	6	6
bo	121.145455	121.145455	121.145455
b1	-0.9593007	-0.9593007	-0.9593007
m+k-p	7	8	9
Em+k-p	1.08595416	1.08803747	1.04257613
b0,m	109.633846	109.825706	110.008741
b1,m	-0.9593007	-0.95	-0.94
Yt	130.516654	130.767039	125.303215
α		0.10	0.10
α´		0.01	0.01
m-p		7	8
Em-p		1.08595416	1.08803747

En la tabla anterior aparecen calculados cada uno de los elementos que se necesitan para realizar el pronóstico y adicionalmente el pronóstico para el gasto de salario de los meses de Abril, Mayo y junio del 2010.

Verificando si el modelo matemático diseñado y los resultados obtenidos son confiables, a partir de la comparación del Gasto de Salario Real obtenido en el mes de abril con el Pronosticado.

Pronostico	Real Obtenido	Diferencia
130.52	132.59	2.07 mp

Teniendo en cuenta el nivel de confianza asumido del 90%, concluimos que el modelo diseñado es confiable para realizar pronósticos.

CONCLUSIONES

- 1.- Se diseño un modelo matemático que describe el comportamiento del Gasto de Salario en la Fábrica de Tabacos para la exportación de Camajuaní.
- 2.- Fueron estimados los parámetros del modelo.
- 3.- Fue demostrado que el modelo es consistente de manera que es factible utilizarlo para pronosticar.
- 4.- Fue aplicado el modelo diseñado para estimar el gasto de salario de los meses de Abril, Mayo y junio del 2010.

RECOMENDACIONES

- 1.-Mantener el monitoreo y evaluación de los resultados obtenidos por la aplicación del modelo.

BIBLIOGRAFÍA

- Análisis de Regresión y Series Cronológ. (Juana Pupo y Otros)
- Modelos Econométricos. (*Pulido Antonio*. Ediciones Enpes. La Habana, 1993.)
- Econometría. (*Gujarati, Damodar*. Ediciones ENPES).
- Econometría, series temporales y predicción. (*Otero Moreno, José María*. Editorial AC. Madrid, 1993.)
- Time series analysis, forecasting and control. (*Box, G.- Jenkins, G.* San Francisco. Editorial Holden-Day, 1976.)
- Selección de Tablas Estadísticas.

Anexo. ENCUESTA A LOS TÉCNICO Y ESPECIALISTAS DE LOS GRUPOS DE
REGULACIÓN Y CONTROL

1. Evalué la situación del control de los gastos en la entidad

- ☐ Buena
- ☐ Regular
- ☐ Mala

2. Con que periodicidad se realizan pronósticos de gastos en la entidad.

- ☐ Nunca
- ☐ Mensual
- ☐ Trimestral
- ☐ Semestral
- ☐ Anual

3. Su criterio de los pronósticos que se realizan de los gastos en la entidad

- ☐ Buena
- ☐ Regular
- ☐ Mala

4. Los pronósticos o estimaciones efectuadas se realizan sobre bases :

- ☐ Empíricas
- ☐ Utilizando un modelo analítico