

UN MODELO DE INFLACIÓN EN SRAFFA A PARTIR DE LA DEMANDA DE DINERO EN KEYNES

An inflation model mixing Sraffa with the Keynesian demand
monetary theory.

This is brief paper trying to mix the Sraffian model with the
keynesian money demand theory by the a mathematical way.
The final result is a model subject to empirical verification.

by

Antonio Mora Plaza

UN MODELO DE INFLACIÓN EN SRAFFA A PARTIR DE LA DEMANDA DE DINERO EN KEYNES

Antonio Mora Plaza

En la obra de Sraffa *Producción de mercancías por medio de mercancías* no intenta siquiera esbozar algo parecido a una teoría de la inflación que pudiera derivarse de su modelo. No obstante, en el apéndice B que lleva el largo título de “Notas sobre productos no-básicos que se auto reproducen”, contempla la posibilidad de que los precios de un producto aumentaran exponencialmente si “una mercancía entra en su propia producción de en un grado desusadamente grande”. Pone como ejemplo las habas aunque creo que podría haber puesto cualquier otro producto. Como es habitual Sraffa no hace explícita las ecuaciones de definición de su sistema, lo cual dificulta seguir el razonamiento económico que sigue. El argumento de Sraffa es que un producto no-básico puede aumentar su precio sin límite por que se le aplique una tasa de ganancia superior a la media dado que eso dará lugar origen a un precio que no va a influir en el resto de los precios –y por tanto en los precios de productos finales que compran medios de producción- por ser precisamente no-básico.

Pues bien, el caso de las habas de Sraffa se puede generalizar a partir de su propio esquema. Partimos de la ecuación que define su modelo, pero con tasas de ganancia *pre-factum* del tipo:

$$(1) \quad PY = (1 + g)[PX + wL]$$

donde P es el vector de precios $1 \times n$, Y la matriz cuadrada diagonal $n \times n$, g la tasa de ganancia, X la matriz $n \times n$ de medios de producción, w la tasa de salarios y L el vector de inputs de trabajo. Conseguido (1) obtenemos (2) haciendo cero el tipo de salarios:

$$(2) \quad PY = (1 + g_M)PX]$$

donde lo nuevo es que ahora a la tasa de ganancia media g se le añade la tasa de ganancia máxima g_M a consecuencia del supuesto sobre los salarios. De las ecuaciones (1) y (2) se obtiene:

$$(3) \quad P = \frac{w(1 + g)}{g_M - r} \times LX^{-1}$$

La inflación de (3) se deriva de que si los empresarios, gestores, etc. aumentaran la tasa de ganancia hasta acercarla a g_M entonces el quebrado de (3) aumentaría sin límite. Sin embargo en el modelo de Sraffa el dinero y su demanda no juega ningún papel nada más que sabemos existe en la economía real. Parece un vacío de Sraffa, aunque comprensible, si el italiano lo que sólo deseaba era atacar a neoclásicos y marginalistas. Ahora bien, en el esquema de Sraffa, salarios y ganancias se determina a partir de la resolución del sistema conjuntamente con los precios. Si ahora tuviéramos aparte un modelo de que relacionara las ganancias de Sraffa con una variable que representa el dinero en circulación, la oferta monetaria o la cantidad de dinero (hay varias posibilidades), entonces, de la coyunda de ambos modelos debería surgir otro mixto donde los precios estarían relacionados explícitamente con la variable monetaria mencionada. Pues bien, el libro de Keynes *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero* ofrece semejante posibilidad. En su página¹ 154 señala tres posibles de demanda de dinero y sus motivos: por la necesidad de efectuar transacciones “para operaciones corrientes de cambios, personal y de negocios”; el segundo es el de “precaución” por “el deseo de seguridad ante el futuro”; el tercero es el “especulativo” para conseguir ganancias “por saber mejor lo que el mercado traerá consigo”. Según esto, una posible ecuación que concretara lo anterior podría ser:

$$(3) \quad M_d = h(PYI, g)$$

donde M_d es la demanda de dinero, PYI es el valor del producto final tal y como la medimos en el modelo de Sraffa y g es la misma tasa o

¹ En FCE

tipo que se han utilizado en las ecuaciones que definen la economía de Sraffa. Es verdad que no parece fácil fusionar en una misma variable la tasa de ganancia *esraffiana* que mide las ganancias ganadas con la tasa de interés keynesiana que da origen a la demanda de dinero por motivos especulativos. Pero no haremos diferenciación y supondremos que ambas son la misma tasa. **PYI** representa el nivel de producción keynesiano, pero con las variables que recoge el modelo de Sraffa. Lo característico de (3) es que:

$$(4) \quad \frac{dM_d}{dPYI} > 0$$

$$(5) \quad \frac{dM_d}{dg} < 0$$

es decir, que la demanda de dinero aumenta con la actividad económica y disminuye con el deseo “de saber lo que el futuro traerá consigo”, es decir, debido a la incertidumbre sobre el futuro.

Supondremos ahora que la demanda de dinero M_d se corresponde con la variable monetaria de la que va a ser la autoridad monetaria o gubernamental, que suele ser la oferta monetaria. Puesto que es una autoridad pública o no condicionada por intereses privados se puede suponer –pero se puede hacer otros supuestos– que es autónoma, es decir, que la autoridad fija los niveles de la oferta en función del interés general. Suponiendo que ello es así, si la demanda de dinero es satisfecha por la oferta, surge la ecuación:

$$(6) \quad M = h(PYI, g)$$

Ahora, como nos interesa eliminar la tasa de ganancia del modelo, convertimos en dependiente (endógena) la tasa de ganancia g , de tal forma que (6) queda:

$$(7) \quad g = h^{-1}(PYI, M)$$

cuyas derivadas respecto al nivel de producción **PYI** es positiva y respecto a la oferta monetaria **M** es negativa. Si ahora sustituimos (7)

en (3) y pos-multiplicamos la ecuación por el vector de unos \mathbf{I} , es decir, sumamos los precios, queda:

$$(8) \quad \mathbf{PI} = \frac{w(1 + h^{-1}(\mathbf{PYI}, M))}{g_M - h^{-1}(\mathbf{PYI}, M)} \times \mathbf{LX}^{-1} \mathbf{I}$$

Y en (8) hemos conseguido una función implícita de precios y oferta monetaria, donde no se puede obtener los unos en función de la otra, pero ahí están Sraffa (nivel de precios \mathbf{PI}) y Keynes (oferta monetaria M). Incluso podemos tomar precios relativos en términos de salario (numerario) dividiendo (8) entre la tasa de salarios w .

Pero (8) no sólo tiene el problema aludido, sino otro más. En efecto, si tomamos el valor de los productos finales \mathbf{PYI} como motivo de demanda ocurre que el nivel de precios (o suma de precios) que queremos explicar en función de la oferta monetaria aparecen en ambos lados de la ecuación. En la macroeconomía que surge con Keynes la producción nacional o el PIB se suele tomar como variable real a pesar de que la producción en términos físicos va valorada a los precios de mercado. Para comparar períodos entre sí lo que se hace es deflactar esa variable mediante algún índice de precios apropiado. Aquí no podemos porque no tenemos ese índice, y de construirlo parece difícil no hacerle depender de la tasa de ganancia g , con lo cual se volvería a caer en problemas de circularidad como ha ocurrido con los precios en \mathbf{P} (8). Por todo ello, vamos a modificar (3) para hacer depender la demanda de dinero de los bienes físicos y servicios sin que aparezcan los precios que son los que han de explicarse posteriormente. Según eso, (3) se convierte en:

$$(9) \quad M_d = h(q\mathbf{YI}, g)$$

siendo q unos multiplicadores semejantes a los multiplicadores de la mercancía-patrón pero que permiten hallar un valor del producto nacional sin referencia a los precios. En cualquier caso, estos multiplicadores deberían estimarse o tomar una medida del producto nacional exento de los precios y de su posible variación de precios. Si ahora repetimos el proceso anterior queda:

$$(10) \quad PI = \frac{w(1 + h^{-1}(qYI, M))}{g_M - h^{-1}(qYI, M)} \times LX^{-1}I$$

En (10) vemos que los precios dependen proporcionalmente de los salarios, directamente del nivel de producción (pero no proporcional), directamente de la proporción entre inputs de trabajo L y medios de producción utilizados en el proceso productivo, inversamente de la tasa máxima de ganancia (que es una medida de la productividad del sistema) y positivamente de la oferta monetaria, aunque no proporcionalmente. La (10) nos dice que los precios aumentan con la oferta monetaria, pero que esa dependencia puede hacerse exponencial si como consecuencia de un aumento de la oferta la expresión $h^{-1}(qYI)$ tiende a la tasa máxima de ganancia. Hay que recordar que la expresión anterior era la tasa de ganancia normal del sistema. Luego con (10) se hila la oferta monetaria keynesiana con la tasa ganancia de Sraffa y con su tasa máxima de ganancia. La originalidad que surge del modelo de Sraffa es precisamente esto último: la importancia que tiene la tasa de ganancia habitual g (en este caso sustituidos sus efectos por la oferta monetaria keynesiana) cuando aumenta a la tasa máxima de ganancia. Hay que recordar que esta tasa de ganancia máxima surge ante la imposibilidad de aceptar la razón-patrón de Sraffa cuando nos salimos de la producción simple. En la producción simple la razón-patrón representaba dos cosas muy distintas conceptualmente: una medida del excedente y la máxima ganancia que se puede obtener para que se viable el sistema. Llegado a esta punto, que g_m , es decir esta tasa máxima, sea una sola cosa (ganancia máxima) o la dos (la razón-patrón R) va a depender si estamos en la producción conjunta o en la producción simple, respectivamente. Ello a su vez dependerá de la matriz Y de productos finales: si Y es diagonal estamos en la producción simple, si no lo es, es decir, si en Y pueden tener un valor positivo cada uno de sus elementos, entonces estamos en la conjunta *esraffiana*.

Otro paso. Vamos a concretar la función de demanda de dinero con el fin de poder llegar a una ecuación de precios en función de la oferta monetaria que pudiera ser contrastada empíricamente. Sea esta función:

$$(11) \quad M_d = a(q_1 YI) e^{-bg}$$

siendo a y b coeficientes que surgieran de la contrastación, e la base de los logaritmos neperianos y q_1 es un vector de multiplicadores de los productos finales. En (11) se cumple que la demanda de dinero depende positivamente de la producción (esrafiana) y inversamente (pero no proporcional) de la tasa de ganancia (esrafiana). Si despejamos de (11) la tasa de ganancia g y teniendo en cuenta la ecuación de equilibrio $M_d=M$, obtenemos:

$$(12) \quad g = \frac{1}{b} \log \frac{M}{aq_1 YI}$$

Si ahora sustituimos (12) en (3) sale:

$$(13) \quad PI = \frac{w(1 + \frac{1}{b} \log \frac{M}{aq_1 YI})}{g_m - \frac{1}{b} \log \frac{M}{aq_1 YI}} \times LX^{-1}I$$

Quedaría ahora estimar la tasa de ganancia máxima g_m para tener una posibilidad empírica de contrastar (13) con la realidad, además de los multiplicadores q . Esta tasa g_m ha surgido de hacer cero la tasa de salarios en la ecuación que define el sistema de Sraffa. De hecho, g_m puede ser obtenida despejándola de (2) y queda:

$$(14) \quad g_m = \frac{P[Y - X]I}{PXI}$$

Esta ecuación nos vuelve a la discusión anterior: si estamos en la producción simple sería la razón-patrón independiente de los precios; si estamos en la conjunta la tasa máxima de ganancia en (14) depende de los precios, que es justamente la variable que se quiere estimar (endógena), por lo que (14) no nos vale. Eso sí, nos da una pista: la tasa máxima de ganancia depende del valor global del excedente relativo. Por ello, una manera de estimarlo sería a través de (15):

$$(15) \quad g_m = cq_2 X^{-1}[Y - X]I$$

siendo q_2 el segundo vector de multiplicadores que posibilitan (15). Si ahora sustituimos (15) en (13) queda;

$$(16) \quad PI = \frac{w(1 + \frac{1}{b} \log \frac{M}{aq_1 YI})}{cq_2 X^{-1} [Y - X] I - \frac{1}{b} \log \frac{M}{aq_1 YI}} \times LX^{-1} I$$

Y en (16) tenemos los precios PI dependientes de la oferta monetaria pasados por el tamiz *esrafiano*. Es verdad que quedan los multiplicadores q_1 y q_2 que hay que estimar, pero (16) ya parece más cerca de la realidad que cuando empezábamos el artículo.

Bibliografía

Afriat, S.: "Sraffa's Prices", Università degli Studi di Siena, quaderni 474.
www.econ-pol.unisi.it/quaderni/474.pdf

Ahijado, M.: "Distribución, precios de producción y crecimiento", 1982, Centro de Estudios Universitarios Ramón Areces.

Subiza Martínez, B.: "Juegos matriciales y su aplicación a la teoría Perron-Frobenius", U. de Alicante; http://www.ine.es/revistas/estaespa/112_3.pdf

Bour, Enrique A.: "Marx y la teoría económica moderna", 2007
<http://www.aaep.org.ar/anales/works/works2007/bour.pdf>

Caballero, A. y Lluch, E.: "Sraffa en España", Investigaciones Económicas (2ª época, vol. X, n.º 2), 1986.

Dobb, M.: "Teoría del valor y de la distribución desde Adam Smith, edit. Siglo XXI editores.

Desai, M.: "Marxian Economic Theory", 1974 ["Lecciones de teoría económica marxista", 1977, edit. Siglo XXI].

Dobb, M.: "The Sraffa system and the critique of neoclassical theory of distribution", 1970.

Estrin, S. y Laidler, D.: "Introduction microeconomics".

Fiorito, Alejandro: "La implosión de la economía neoclásica". Está en la red:
www.geocities.com/aportexxi/sraffa12.pdf

Foncerrada, Luis Antonio: "Sraffa y Böhm-Bawerk". Está en la red:
<http://www.economia.unam.mx/secss/docs/tesisfe/FoncerradaPLA/tesis.pdf>

Garegnani, P.: "El capital en la teoría de la distribución", 1982, ed. Oikos-Tau ("Il capitale nelle teorie delladistribuzione", 1982)

Garegnani, P.: "Heterogeneous Capital, The Production Function and the Theory Distribution", 1970

Gehrke, Ch. y Kurz, D.: "Sraffa on von Bortkiewicz". Está en la red:
http://www.newschool.edu/cepa/events/papers/050509_Bortkiewicz.pdf

Harcourt, G.C.: "Teoría del Capital" (*Some Cambridge controversies in the theory of capital*, 1975), apéndice al cap. 4, 1975, edit. Oikos-tau.

Heathfield, D. F.: "Productions functions".

Korsch, Karl; "Karl Marx", 1975, traducción de Manuel Sacristán, edit. Ariel.

Kurz, Pasinetti, Salvador y otros: "Piero Sraffa: The Man and the Scholar", Routledge, 2008.

Kurz D. Heinz; "Critical Essays on Piero Sraffa's Legacy in Economics", 2000, Cambridge University Press.

Lange, O., Taylor, F. M.: "On the Economic Theory of Socialism, 1938 [Sobre la teoría económica del socialismo, 1971, edit. Ariel]

Marx, Carlos: "El método en la Economía Política", 1974, Ediciones Grijalbo, S.A.

Marx, Carlos: "El Capital", en el FCE, traducción de Wenceslao Roces.

Meade, J.: "A neo Classical Theory of Economic Growth", 1961.

Meek, R.: "Mr. Sraffa's Rehabilitation of Classical Economics", 1961.

Mendoza, Gabriel: "La transformación de valores en precios de producción", 1997
http://www.izt.uam.mx/economiatyp/numeros/numeros/10/articulos_PDF/10_2_La_transformacion.pdf

Mora Plaza, A.: "Aspectos de la economía de Sraffa", revista: Nómadas, n. 23, U. Complutense de Madrid, enlace: <http://www.ucm.es/info/nomadas/23/antoniomora.pdf>

Mora Plaza, A.: "Notas sobre la producción simple y conjunta a consecuencia de Sraffa: <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/181/18112179020.pdf>;

Mora Plaza, A.: "Sobre la transformación de valores a precios":
<http://www.eumed.net/ce/2009b/amp2.htm>
<http://revistas.ucm.es/cps/15786730/articulos/NOMA1010140379A.PDF>

Mora Plaza, A.: "Notas sobre el teorema fundamental marxiano"
<http://www.eumed.net/ce/2009b/amp.htm>
http://econpapers.repec.org/article/ervcontri/y_3a2009_3ai_3a2009-10_3a22.htm

Morhisima, M.: "La teoría económica de Marx" (*Marx's Economics, 1973*), 1977, pág. 15, edit. Tecnos.

Moseley, F.: "El método lógico y el problema de la transformación".
<http://www.azc.uam.mx/publicaciones/etp/num7/a8.htm>

Murga, Gustavo: "Piero Sraffa".
http://marxismo.cl/portal/index.php?option=com_content&task=view&id=100&Itemid=1

Nuti, D.: "Capitalism, Socialism and Steady Growth", 1970.

Okishio, N.: "A mathematical note on marxian theorems", 1963.

Pasinetti, L.: "Critical of the neoclassical theory of growth and distribution". Está en la red:
http://www.unicatt.it/docenti/pasinetti/pdf_files/Treccani.pdf

Pasinetti, L.: "Structural Change and Economic Growth: a theoretical essay on the dynamics of Wealth of Nations", 1981, Cambridge University Press.

Pasinetti, L.: "Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth", 1961/2.

Pasinetti, L.: "Switches of technique and the rate of return in Capital Theory", 1969.

Pasinetti, L.: "Crecimiento económico y distribución de la renta" (*Growth and Income Distribution*), 1974), 1978, Alianza Editorial.

Pasinetti, L.: "Lecciones de teoría de la producción" ("Lezioni di teoria della produzioni", 1975), 1983, FCE.

Peris i Ferrando, J.E.: "Análisis de la resolubilidad de modelos lineales de producción conjunta", 1987, en internet:

<http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/3829/1/Peris%20Ferrando,%20Josep.pdf>

Potier, J.P.: "Piero Sraffa", 1994, edicions Alfons Magnànim.

Ricardo, D.: "Principios de Economía Política y Tributación" (*On the Principles of Political Economy and Taxation*), 1973, F.C.E.

Robinson, J.: "Ensayos críticos", 1984, Ediciones Orbis.

Roncaglia, Alexandro: "Piero Sraffa", Edit. Palgrave MacMillan, 2009.

Roncaglia, Alexandro: "La riqueza de las ideas", Prensas Universitarias de Zaragoza, 2009 ("The Wealth of Ideas. A History of Economic Thought", Cambridge University Press, 2005).

Samuelson, Paul: "Understanding the Marxian notion of Exploitation", 1971.

Sánchez Choliz, Julio: "La razón-patrón de Sraffa y el cambio técnico", 1989, Investigaciones Económicas, 2ª época, Vol. XIII.

<ftp://ftp.funep.es/InvEcon/paperArchive/Ene1989/v13i1a7.pdf>

Sargent, T.J.: "Teoría macroeconómica" (*Macroeconomic Theory*, 1979), 1988, Antoni Bosch editor.

Schefold, Bertram: *Mr. Sraffa on Joint Production*, 1971

Schumpeter, J. A.: "Historia del Análisis Económico" (*History of Economic Analysis*, 1954), 1971, Ediciones Ariel.

Segura, J.: "Análisis microeconómico", pág. 88, 2004, Alianza editorial Tecnos.

Steedman, I.: "Marx, Sraffa y el problema de la transformación" (*Marx after Sraffa*, 1977), 1985, F.C.E.

Segura, J.: "Análisis microeconómico", 2004, Alianza editorial Tecnos.

Solow, R.: "The interest rate and transition between techniques", 1967.

Sraffa, Piero: "Producción de mercancías por medio de mercancías" (*Production of commodities by means commodities*, 1960), 1975, Oikos-Tau.

Ricardo, D.: "Principios de Economía Política y Tributación" (*On the Principles of Political Economy and Taxation*), 1973, F.C.E.

Vegara, J. M.: "Economía política y modelos multisectoriales", 1979, edit. Tecnos.

Varios.: "Matemáticas avanzadas aplicadas a la Economía", UNED, 2001.

$$p_j y_j = w l_j + (1+r) \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} \quad \text{desde } j=1 \text{ a } j=n$$
$$p_j y_j = (1+R) \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} \quad \text{desde } j=1 \text{ a } j=n$$
$$\sum_{j=1}^n p_j y_j - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} = 1$$
$$\sum_{j=1}^n l_j = 1$$