

LAS TRAMPAS DE SAMUELSON EN 1961

It is a history topic that Samuelson was unsuccessful trying to re-construct a new way to go to Function Production Theory neo-classic called *surrogate* function. Garegani, Pasinetti, Nuti and other economists did refute the Samuelson's traying. But the proof of Samuelson in 1961 is questionable. This short paper call about the several Samuelson's errors in that year.

por

Antonio Mora Plaza

LAS TRAMPAS DE SAMUELSON EN 1961

Antonio Mora Plaza

La historia es muy conocida en la teoría del capital. En los años 30 Joan Robinson puso negro sobre blanco el corazón de la teoría neoclásica-marginalista¹. Se corresponde con el núcleo duro de la Microeconomía actual o, al menos, con la teoría de la distribución y asignación de recursos de entonces y actual. Robinson se preguntó aquello de “qué es el capital”. De esa pregunta surge inmediatamente dos más: cómo se mide y cómo se agrega. En 1961 Joan Robinson visita al MIT donde ejercía de guía P. Samuelson y le dedica un artículo que se haría famoso: “Parábola y realismo de la teoría del capital”: la función de producción sustituta². Samuelson demostró tener cierta sorna por su dedicatoria a uno/a de los economistas más críticos con la ortodoxia, como era la economista británica. Desconozco la reacción de Joan Violet Robinson. Samuelson intenta con ello mantenerse en la trinchera de lo que era la ortodoxia, es decir, el conocimiento dominante hasta entonces –y hasta ahora- en la teoría del capital y de la asignación de recursos. Esta teoría, resumiendo de forma extraordinariamente apretada, obtiene –y mantiene- al menos dos conclusiones importantes: 1) el nivel óptimo de producción de cada empresa y sector depende del coste marginal de cada producto; 2) los factores –trabajo y capital, principalmente- se pagan de acuerdo con el valor de su productividad marginal. De alguna manera con ello se justifica dos cosas también: 1) la retribución del capital como factor en pie de igualdad que el trabajo; 2) los salarios deben ir acordes con su productividad marginal que, curiosamente, siempre son crecientemente decrecientes. Y lo son porque el modelo funcional de la teoría nace de una generalización de la teoría de los rendimientos decrecientes en la agricultura (en la intensiva, claro) de David Ricardo³. No sigo con esta historia mucho más porque no se pretende en este artículo hacer una revisión, una panorámica, un “survey”, tan de moda en la universidad porque eso sólo sirve para obtener doctorados y hacer currículos. Intento demostrar simplemente algunas de las premisas inadecuadas y

¹ *The Production Function and the Theory of Capital*, Review of Economic Studies, 1953.

² *Parable and Realism in Capital Theory: The surrogate Production Function*, Review of Economic Studies, vol. XXIX, 1961.

³ *Principios de Economía Política y Tributación*, 1973, FCE, pág. 53 [*Principles of Political Economy and Taxation*].

errores que comete Samuelson en su artículo de 1961. También se alarga la cuestión con algunas réplicas al artículo como las de Garegnani, Pasinetti, Nuti. Por último se analiza la cuestión con la luz que nos ha legado Sraffa en *Producción de mercancías por medio de mercancías*.

Comienza Samuelson justificando su artículo diciendo que “*he insistido muchas veces en escritos y conferencias sobre el punto de que la teoría del capital puede desarrollarse rigurosamente, no usando ningún concepto de “capital” agregado a la manera de Clark, sino sobre la base de un análisis completo de numerosísimos bienes de capital físico y procesos heterogéneos a través del tiempo*”⁴. Como se ve el intento es loable y ambicioso. Para ello inventa lo que él llama “*la función de producción sustituta*”. Con ello intenta mejorar las parábolas de otro economista neoclásico y gran defensor de la ortodoxia: J. B. Clark. La defensa de esta se basaba en una supuesta equivalencia entre el conjunto heterogéneos de bienes de capital realmente existentes y un bien maleable llamado *capital* que adoptaría todas las formas físicas de los medios de producción. La idea de Samuelson es que cree que “*sería posible compilar el conjunto de la tecnología de la economía en todo un libro compuesto por (tales) funciones de producción figurando en cada página el programa destinado a una actividad determinada*”⁵. Cada técnica o función de producción se concretaría en una relación entre salarios y ganancias a través de coeficientes formados con las variables (en este momento lo serían) *producción*, *trabajo* y *capital*. Samuelson construye una relación *tasa de salario-tasa de ganancia* decreciente y lineal, de tal forma que si las variables físicas no varían (ahora con constantes), es decir, si estamos en una página concreta del *libro de funciones de producción*, pasan dos cosas en la relación así construida: 1) a medida que aumenta la relación trabajo/capital disminuye la tasa de salario en términos de la tasa de ganancia (pendiente de la función); 2) lógicamente también, a medida que disminuye, aumenta la tasa salarios. Esto en cuanto al deslizamiento de tasas de salario y ganancia dada la función de producción. Además, si ésta varía porque se pasa una *página del libro de funciones*, se produce tanto un *desplazamiento*

⁴ *Parábola y realismo en la Teoría del Capital: la función de producción sustituta*, en obra colectiva *Teoría del Capital y la Distribución*, pág. 163, edit. Tiempo Contemporáneo [*Parable and Realism in Capital Theory: The surrogate Production Function*]

⁵ Obra citada, pág. 165.

de la línea salarios-ganancias como una pequeña *rotación* (pendiente) de la relación salario-ganancia. Ambas cosas son muy convenientes porque, como ahora veremos en concreto con las ecuaciones que definen el sistema, el mismo coeficiente que está presente en la pendiente lo está en la ordenada en el origen merced a algunos más que discutibles supuestos de Samuelson. Y eso hace que los movimientos de las rectas (desplazamientos) de la función salario-ganancia vayan construyendo un conjunto de rectas que prefiguran un conjunto convexo (y no cóncavo). Esto es absolutamente indispensable para construir, como caso límite mediante aumento indefinido de las páginas del libro de Samuelson, una función –curva- convexa, cuya primera derivada se negativa y la segunda negativa también, es decir, una función crecientemente decreciente.

Entramos ya directamente en las ecuaciones de Samuelson porque sus disquisiciones teóricas no dan para mucho más. Son estas:

$$(1) \quad P_k = wa_k + (r + u)P_k b_k$$

$$(2) \quad P_c = wa_c + (r + u)P_k b_c$$

siendo a_k la relación *trabajo empleado/capital producido* y b_k la relación *capital empleado/capital producido*, ambas del sector de bienes de capital (el primero). Por otro lado, a_c sería la relación *trabajo empleado/bien de consumo producido* y b_c la relación *capital empleado/bien de consumo producido*, estos dos últimos en el sector de bienes de consumo. P_k y P_c serían los precios de los bienes de capital y los de los bienes de consumo, respectivamente; w la tasa de salarios, r la tasa de ganancia, u la tasa de amortización (depreciación) del capital (de su valor). Lo que intenta Samuelson con este ejemplo de dos sectores –porque si aumentara el número de sectores no podría llegar a la conclusión pretendida como veremos con Sraffa- es deshacerse de los precios para dejar las dos ecuaciones en una sola que nos relacione tasa de salarios w y tasa de ganancia r más tasa de amortización u . Pues bien, ya de entrada comienzan las trampas de Samuelson. Véamoslas una a una:

1) En la ecuación (1) está camuflado un hecho: que la economía representada por las dos ecuaciones *no* es viable. En efecto, la (1) nos dice que el capital producido es insuficiente para entregar una parte

correspondiente al sector primero de estos bienes y al segundo sector de bienes de consumo. Es decir, Samuelson nos ha escamoteado una tercera ecuación que sería:

$$(3) \quad K = K_k + K_c$$

La (3) es importante porque, con ella en la mano, la ecuación (1) de Samuelson se convierte:

$$(4) \quad P_k = w \frac{L_k}{K_c + K_k} + (r + u) P_k \frac{K_k}{K_c + K_k}$$

La ecuación de bienes de consumo, por su lado, quedaría:

$$(5) \quad P_c = w \frac{L_c}{C} + (r + u) P_k \frac{K_k}{C}$$

Ahora sí tenemos un sistema de equilibrio y de economía viable –que es lo menos que se puede pedir– porque el sector de bienes de capital (1) produce para sí mismo (K_k) y para el de bienes de consumo (K_c) de acuerdo con (3). Esto va a tener importancia porque los coeficientes van a determinar tanto la ordenada en el origen de la recta salarios-ganancias como su pendiente.

2) Samuelson, en su intento de eliminar los precios, establece la siguiente increíble ecuación:

$$(6) \quad P_k = P_c$$

Es decir, iguala los precios de los productos de capital con los de los bienes de consumo⁶. Esto tiene dos defectos a cual más grave: 1) No tiene ningún sentido económico igualar precios de los bienes finales de consumo con los de capital porque, sólo por casualidad, pueden serlo; 2) los precios no son cantidades absolutas sino relativas. Son *unidades monetarias por unidad de un bien* (consumido, producido, vendido, etc.), de tal forma que no se pueden establecer signos de igualdad entre cantidades heterogéneas. Samuelson va más allá que los propios

⁶ Pág. 181 de *Parábola y Realismo* ...

neoclásicos -a los que intenta enmendar la plana- porque con ello homogeniza no sólo los bienes de capital entre sí, sino estos con los de consumo. Lo que sí se puede hacer es dividir las ecuaciones entre un precio (numerario) para eliminar uno de los precios.

3) Incluso aunque hubiera actuado correctamente en los dos casos anteriores, Samuelson se encontró con una papeleta insalvable para la defensa de la concepción neoclásica: si quería llegar a una relación lineal apropiada entre tasa de salarios y de ganancias debía establecer la siguiente relación a partir de sus propios coeficiente (con los defectos anotados en (1):

$$(7) \quad a_c = a_k \quad y \quad b_c = b_k$$

Dicho con palabras, que las relaciones *trabajo/consumo* y *trabajo/capital* fueran iguales en ambos sectores, que es justamente ¡la igualdad que establece Marx de composiciones orgánicas de capital entre sectores! Esta advertencia la dejó escrita Amit Bhaduri⁷ en 1969, aunque cabe suponer que se lo advirtieran oralmente otros economistas. Con esto no sigo porque es ya ampliamente conocido y señalado aunque no deja de ser paradójico que para construir –reconstruir- un pilar básico de la teoría del capital y, por tanto, del paradigma neoclásico, tuviera que recurrir Samuelson⁸ a Marx.

El resultado final, con todas las premisas anteriores, es que Samuelson llega a la ecuación:

$$(8) \quad \frac{w}{P_c} = \frac{1}{a_k} - (r + u) \times \frac{b_k}{a_k}$$

Sólo hemos cambiado la presentación de la ecuación para demostrar algo que ya hemos comentado anteriormente. En (8) vemos que el coeficiente que participa como ordenada en el origen (a_k) también lo hace en la pendiente de $r+u$. Esto, que es consecuencia de los supuestos anteriores, parece inocente pero no lo es. Ocurre que si, por ejemplo, el

⁷ *On the significance of recent controversies on Capital Theory: A marxian view*, Economic Journal, 1969.

⁸ En el artículo no hace referencia para nada a esto hecho, por lo que cabe pensar que Samuelson no era consciente de lo que estaba haciendo.

coeficiente a_k aumenta, tiene como consecuencia que disminuyen *simultáneamente* la pendiente de la función (8), es decir, b_k/a_k , y la ordenada en el origen, $1/a_k$. Con ello, ante un aumento del trabajo por unidad de capital –que es lo que es a_k –, disminuye tanto la pendiente como la ordenada. Y así se dibuja un conjunto de rectas cuya supuesta envolvente es convexa hacia el origen, que es lo que quería Samuelson. Samuelson fue siempre el chico listo de la clase.

Hay alguna trampa más, pero resultan más perdonables. Una de ellas es la de quedarse en 2 sectores, porque si fuéramos a 3 –como hace Marx en un momento determinado– ya no se podrían eliminar al menos uno de precios dado que tendríamos entonces 3 ecuaciones con 5 incógnitas: 3 precios, una tasa de salarios y una tasa de ganancia. Aun cuando elimináramos una tomándola como numerario, ya nos quedaría un precio. Y no digamos si extendemos el modelo a una economía de n sectores. Por ahí nos topamos con Leontieff, Von Neumann y, sobre todo, con Sraffa. Y la cosa cambia como veremos. De no hacer trampas Samuelson, tendríamos 3 ecuaciones del siguiente jaez:

$$(9) \quad P_k K = wL_k + (r + u)P_k K_k$$

$$(10) \quad P_c C = wL_c + (r + u)P_k K_c$$

$$(3) \quad K = K_k + K_c$$

Y de la resolución de este conjunto sale:

$$(11) \quad \frac{w}{P_c} = \frac{1 - (r + u) \frac{K_k}{K}}{\frac{L_c}{C} - (r + u) \times [L_c K_k - L_k K_c] \times \frac{1}{CK}}$$

donde no se puede llegar a una relación lineal entre salarios relativos (w/P_c) y suma de tasa de ganancia más depreciación ($r+u$), porque ambas variables (salarios y la suma mencionada) aparecen tanto en el numerador como en el denominador. El resultado es nefasto para la teoría del capital neoclásico porque (11) puede ser creciente o decreciente, cóncavo o convexo, incluso pueden cambiar su crecimiento y su convexidad según valores concretos de los coeficientes. En el denominador entre corchetes sí aparece la relación

que da la igualdad de la composición orgánica de capital marxiana al hacer cero la relación:

$$(12) \quad L_c K_k - L_k K_c = 0$$

Con (12) entonces (11) queda:

$$(13) \quad \frac{w}{P_c} = \frac{C}{L_c} - (r + u) \times \frac{K_k}{K} \times \frac{C}{L_c}$$

Aún así, es decir, con el sistema de 3 ecuaciones no nos libramos de que el inverso del coeficiente *trabajo/consumo* del sector de bienes de consumo (L_c/C) influya en la ordenada en el origen como en la pendiente de la variable independiente $r+u$ (que en este caso es $K_k C / K L_c$). Comparando (13) con (8), se puede ver que el supuesto decisivo que le permite a Samuelson llegar a esa supuesta envolvente es (12), es decir, el recurso a la igualdad de composiciones orgánicas de capital marxiano. ¡Marx intentado sacar del apuro a Samuelson! Es verdad que Marx trabaja con bienes medidos en valores-trabajo, mientras que Samuelson lo hace con unidades físicas, pero esta es su única eximente.

De todas las réplicas, la más famosa es la de Garegnani. Este lo hace en 1970 con *Heterogeneous Capital*. Me salto la crítica a la teoría del capital y a Samuelson, aunque en este caso sí merece la pena entrar en las ideas y conceptos con los que trabaja y aporta Garegnani, porque este es un economista de máximo nivel intelectual o, al menos, a mí me lo parece, a diferencia de la zafiedad de Samuelson. Sin embargo, no arranca muy bien Garegnani porque, al traer las ecuaciones de Samuelson, comete un error cambiando un signo en el denominador de la ecuación equivalente a la (11) nuestra. Sin embargo, ello no cambia el núcleo de la discusión de su crítica porque toda ella se va a cargar en la relación (12). Garegnani no admite el absurdo de Samuelson de suponer que los coeficientes (las composiciones de Marx) *trabajo/capital* y *trabajo/consumo* sean iguales en ambos sectores. Estudia todas las posibilidades para llegar a todas las posibles situaciones de crecimiento o no, de concavidad y de convexidad de (11). Garegnani tira de Euler (funciones homogéneas) e, incluso, de Sraffa, para fundamentar la réplica a Samuelson. Y, sin embargo, quizá

porque no le parece suficiente todo el arsenal argumentario, Garegnani convierte la ecuación (11) en:

$$(14) \quad \frac{w}{P_c} = \frac{1 - (r + u) \frac{K_k(t)}{K}}{\frac{L_c(t)}{C} - (r + u) \times [L_c K_k(t) - L_k K_c(t)] \times \frac{1}{CK}(t)}$$

No hemos transformado (11) en la ecuación de Garegnani porque eso es puro álgebra que no cambia el fondo de la cuestión⁹. Esta es la de que Garegnani convierte (11) con (14) en una función continua, no sólo para la tasa de salarios y de ganancias, sino para los coeficientes, que los hace depender de un *parámetro variable*¹⁰ t (el le aplica la letra u). Ello tiene las siguientes consecuencias: 1) convierte los coeficientes de Samuelson en funciones continuas dependientes de t ; 2) Al hacer eso se sitúa en un espacio de tres dimensiones definido por las variables w , g y t en lugar de uno de dos; 3) dado que supone cada coeficiente en una función continua, (11) se convierte con (14) en una función continua como resultado de operaciones aritméticas de funciones continuas. El resultado es una función continua, aunque con algunos puntos no derivables. El resultado final es que Garegnani llega, de este modo, mediante un atajo que no parece digno de su nivel intelectual, a la envolvente que intentaba llegar Samuelson mediante su conjunto de funciones lineales (con las trampas señaladas). Dicho de otra forma: Garegnani no necesita calcular la envolvente de posibles funciones lineales o de puntos de corte entre funciones, porque arranca ya de una envolvente. Y lo que ocurre es que a medida que variable *el parámetro variable* t , va cambiando la envolvente, pero sin entrar en una nueva porque nunca nos salimos de ella. De pillo a pillo.

Otra réplica, aunque indirecta, es la de Nuti en *Capitalismo, Socialismo y Crecimiento en equilibrio*. Aquí el capital maleable es una “arcilla” para la que su producción “*que exceda de las necesidades de consumo corriente sea igual a los insumos de materias primas*”

⁹ Nota 3, pág. 412 de *Heterogeneous Capital ...*

¹⁰ Garegnani lo llama *parameter variable*, aunque tal denominación es una contradicción y t es simplemente un parámetro donde lo que lo hace variable es su relación funcional con los coeficientes. Este parámetro podría ser muy bien el tiempo.

necesarios para la construcción de máquinas”¹¹. Nuti llama v “al valor actual de un proceso estándar”.

$$(15) \quad v = \sum_{i=0}^n \frac{a_i - wl_i}{(1+r)^i}$$

siendo a_i el producto final en el período i , w la tasa de salarios, l_i el input de trabajo del período i y r la tasa de ganancia. Nuti marcha ahora por el camino de la optimización y considera que los salarios serán máximos cuando v sea cero, y eso le da la siguiente relación:

$$(16) \quad w = \frac{\sum_{i=0}^n a_i (1+r)^{-1}}{\sum_{i=0}^n l_i (1+r)^{-1}}$$

Y esta función que relaciona tasa de salarios y de ganancia da lugar a todas las posibilidades: creciente, decreciente, cambios de convexidad según ponderaciones (a_i y l_i), que contempla Nuti en el apéndice matemático de su artículo. Todo ya muy lejos de la formulación de Samuelson, donde la variable temporal no existe a pesar de que su propio *libro de elección de técnicas* exigiría el tiempo para pasar de una técnica a otra. Otra trampa más de Samuelson.

Con Sraffa la cosa cambia, porque aquí estamos ante una verdadera alternativa en los fundamentos de la economía, aunque Sraffa no contesta directamente al artículo de 1961. Parte Sraffa con la ecuación de definición de su sistema con salarios *post-factum*:

$$(17) \quad PY = wL + (1+r)PX$$

donde P es un vector de precios $1 \times n$, Y es la matriz diagonal de n productos finales, w la tasa de salarios, r la tasa de ganancia y X es la matriz $n \times n$ de n^2 medios de producción. Despejando los precios de (17) sale:

$$(18) \quad P = wLY^{-1} + [I - (1+r)A]^{-1}$$

¹¹ *Teoría del Capital y la Distribución*, pág. 321, Ed. Tiempo Contemporáneo.

donde A es la matriz de requerimientos tal que $A=XY^{-1}$. Se ha de recordar que a partir de (17) y con la ayuda de *Perron-Frobenius*, obtiene Sraffa la relación:

$$(19) \quad w = \frac{R-r}{R}$$

De (18) y (19) sale:

$$(20) \quad P = \frac{R-r}{R} \times LY^{-1} [I + (1+r)A + (1+r)^2 A^2 + \dots + (1+r)^{n-1} A^{n-1}]$$

Y, a diferencia la relación monótona creciente entre precios y tasa de ganancia de la función neoclásica (tasa de ganancia igual al valor de la productividad marginal), aquí no se puede decir nada de la evolución de los precios P porque la expresión (20) tiene un multiplicando decreciente ($R-r$) en r y otro creciente (la expresión entre corchetes). El resultado es que (20) puede pasar de decreciente a creciente o al revés, sin que pueda asegurarse una relación monótona entre precios y tasa de ganancia. Lo mismo se puede decir de la relación entre precios y salarios si sustituimos en (20) la tasa de ganancia por la de salarios de (19).

Vamos ahora a *la frontera salario-ganancia*. Si en (17) hacemos cero la tasa de salarios queda:

$$(21) \quad PY = (1+R)PX$$

donde merced a *Perron-Frobenius*, R es a la vez la tasa máxima de ganancia del sistema y la razón-patrón. De (17) y (21) se obtiene:

$$(22) \quad P = \frac{w}{R-r} \times LX^{-1}$$

Si ahora post-multiplicamos (22) por YI , siendo I el vector vertical de unos, y tomamos como numerario $PYI=1$, queda:

$$(23) \quad w = \frac{R}{LX^{-1}YI} - \frac{1}{LX^{-1}YI} \times r$$

Y (23) es la versión seria, rigurosa, extendida a n sectores y n bienes y servicios (mercancías en Sraffa) de la ecuación *frontera de salarios-ganancia* de Samuelson (13). En (23), aparentemente tenemos una relación lineal decreciente entre ambas variables. La gran diferencia es que en (23) la inversa de los medios de producción X^{-1} no tiene porqué tener sus elementos todos positivos, por lo que nada garantiza que la expresión $LX^{-1}YI$ sea positiva. Con ello todas las posibles relaciones entre salarios y ganancias están abiertas. Más aún, cada cambio de algún elemento de X o de Y supondrá una *traslación* con *rotación* de la función lineal inversa $w-r$ porque, al igual que ocurría con la ecuación de Samuelson (13), tanto la ordenada en el origen como la pendiente está afectada por un mismo factor ($LX^{-1}YI$). La envolvente será el resultado del cambio de las técnicas de los gestores cuando estén ante la posibilidad de aumentar las ganancias si, con los mismo salarios (punto de corte entre dos rectas como (23)), pueden pasar de una técnica a otra, de un método de producción a otro, incluso de un mero cambio organizativo a otro. El resultado de una posible envolvente de todos estos puntos de corte a consecuencia de este comportamiento empresarial es impredecible, pero lo más fácil es que si los gestores aciertan, la envolvente sea más cóncava que convexa, es decir, justo lo contrario del modelo neoclásico defendido en la última trinchera por Samuelson. La razón de ello es la de que los gestores deben elegir entre varias técnicas de tal forma que, deslizándose entre salarios y ganancias, pasen de unas a otras (desplazándose), de tal forma que, con la misma tasa de salarios, aumenten la tasa de ganancia. Y esto se dará más fácilmente a medida que se desplacen las fronteras salarios-ganancias desde sus ejes de coordenadas hacia fuera, alejándose de los mismos, con el fin de encontrar a cada nivel de salarios la recta más alejada, la más desplazada hacia fuera que suponga mayor nivel de tasa de ganancia.

Bibliografía

Afriat, S.: "Sraffa's Prices", Università degli Studi di Siena, quaderni 474.
www.econ-pol.unisi.it/quaderni/474.pdf

Ahijado, M.: "Distribución, precios de producción y crecimiento", 1982, Centro de Estudios Universitarios Ramón Areces.

Subiza Martínez, B.: "Juegos matriciales y su aplicación a la teoría Perron-Frobenius", U. de Alicante; http://www.ine.es/revistas/estaespa/112_3.pdf

Bour, Enrique A.: "Marx y la teoría económica moderna", 2007
<http://www.aaep.org.ar/anales/works/works2007/bour.pdf>

Caballero, A. y Lluch, E.: "Sraffa en España", Investigaciones Económicas (2ª época, vol. X, n.º 2), 1986.

Dobb, M.: "Teoría del valor y de la distribución desde Adam Smith, edit. Siglo XXI editores.

Desai, M.: "Marxian Economic Theory", 1974 ["Lecciones de teoría económica marxista", 1977, edit. Siglo XXI].

Dobb, M.: "The Sraffa system and the critique of neoclassical theory of distribution", 1970.

Estrin, S. y Laidler, D.: "Introduction microeconomics".

Fiorito, Alejandro: "La implosión de la economía neoclásica". Está en la red:
www.geocities.com/aportexxi/sraffa12.pdf

Foncerrada, Luis Antonio: "Sraffa y Böhm-Bawerk". Está en la red:
<http://www.economia.unam.mx/secss/docs/tesisfe/FoncerradaPLA/tesis.pdf>

Garegnani, P.: "El capital en la teoría de la distribución", 1982, ed. Oikos-Tau ("Il capitale nelle teorie delladistribuzione", 1982)

Garegnani, P.: "Heterogeneous Capital, The Production Function and the Theory Distribution", 1970

Gehrke, Ch. y Kurz, D.: "Sraffa on von Bortkiewicz". Está en la red:
http://www.newschool.edu/cepa/events/papers/050509_Bortkiewicz.pdf

Harcourt, G.C.: "Teoría del Capital" (*Some Cambridge controversies in the theory of capital*, 1975), apéndice al cap. 4, 1975, edit. Oikos-tau.

Heathfield, D. F.: "Productions functions".

Korsch, Karl; "Karl Marx", 1975, traducción de Manuel Sacristán, edit. Ariel.

Kurz, Pasinetti, Salvador y otros: "Piero Sraffa: The Man and the Scholar", Routledge, 2008.

Kurz D. Heinz; "Critical Essays on Piero Sraffa's Legacy in Economics", 2000, Cambridge University Press.

Lange, O., Taylor, F. M.: "On the Economic Theory of Socialism, 1938 [Sobre la teoría económica del socialismo, 1971, edit. Ariel]

Marx, Carlos: "El método en la Economía Política", 1974, Ediciones Grijalbo, S.A.

Marx, Carlos: "El Capital", en el FCE, traducción de Wenceslao Roces.

Meade, J.: "A neo Classical Theory of Economic Growth", 1961.

Meek, R.: "Mr. Sraffa's Rehabilitation of Classical Economics", 1961.

Mendoza, Gabriel: "La transformación de valores en precios de producción", 1997
http://www.izt.uam.mx/economiayp/numeros/numeros/10/articulos_PDF/10_2_La_transformacion.pdf

Mora Plaza, A.: "Aspectos de la economía de Sraffa", revista: Nómadas, n. 23, U. Complutense de Madrid, enlace: <http://www.ucm.es/info/nomadas/23/antoniomora.pdf>

Mora Plaza, A.: "Notas sobre la producción simple y conjunta a consecuencia de Sraffa: <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/181/18112179020.pdf>;

Mora Plaza, A.: "Sobre la transformación de valores a precios":
<http://www.eumed.net/ce/2009b/amp2.htm>
<http://revistas.ucm.es/cps/15786730/articulos/NOMA1010140379A.PDF>

Mora Plaza, A.: "Notas sobre el teorema fundamental marxiano"
<http://www.eumed.net/ce/2009b/amp.htm>
http://econpapers.repec.org/article/ervcontri/y_3a2009_3ai_3a2009-10_3a22.htm

Morhisima, M.: "La teoría económica de Marx" (*Marx's Economics*, 1973), 1977, pág. 15, edit. Tecnos.

Moseley, F.: "El método lógico y el problema de la transformación".
<http://www.azc.uam.mx/publicaciones/etp/num7/a8.htm>

Murga, Gustavo: "Piero Sraffa".
http://marxismo.cl/portal/index.php?option=com_content&task=view&id=100&Itemid=1

Neri, Salvador: "Besicovitch, Sraffa and the existence of Standard Commodity", 2010:
http://host.uniroma3.it/eventi/sraffaconference2010/abstracts/pp_salvadori.pdf

Nuti, D.: "Capitalism, Socialism and Steady Growth", 1970.

Okishio, N.: "A mathematical note on marxian theorems", 1963.

Pasinetti, L.: "Critical of the neoclassical theory of growth and distribution". Está en la red:
http://www.unicatt.it/docenti/pasinetti/pdf_files/Treccani.pdf

Pasinetti, L.: "Structural Change and Economic Growth: a theoretical essay on the dynamics of Wealth of Nations", 1981, Cambridge University Press.

Pasinetti, L.: "Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth", 1961/2.

Pasinetti, L.: "Switches of technique and the rate of return in Capital Theory", 1969.

Pasinetti, L.: "Crecimiento económico y distribución de la renta" (*Growth and Income Distribution*), 1974), 1978, Alianza Editorial.

Pasinetti, L.: "Lecciones de teoría de la producción" ("Lezioni di teoria della produzioni", 1975), 1983, FCE.

Peris i Ferrando, J.E: "Análisis de la resolubilidad de modelos lineales de producción conjunta", 1987, en internet:

<http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/3829/1/Peris%20Ferrando,%20Josep.pdf>

Potier, J.P.: "Piero Sraffa", 1994, edicions Alfons Magnànim.

Ricardo, D.: "Principios de Economía Política y Tributación" (*On the Principles of Political Economy and Taxation*), 1973, F.C.E.

Robinson, J.: "Ensayos críticos", 1984, Ediciones Orbis.

Roncaglia, Alexandro: "Piero Sraffa", Edit. Palgrave MacMillan, 2009.

Roncaglia, Alexandro: "La riqueza de las ideas", Prensas Universitarias de Zaragoza, 2009 ("The Wealth of Ideas. A History of Economic Thought", Cambridge University Press, 2005).

Samuelson, Paul: "Understanding the Marxian notion of Exploitation", 1971.

Sánchez Choliz, Julio: "La razón-patrón de Sraffa y el cambio técnico", 1989, Investigaciones Económicas, 2ª época, Vol. XIII.

<ftp://ftp.funep.es/InvEcon/paperArchive/Ene1989/v13i1a7.pdf>

Sargent, T.J.: "Teoría macroeconómica" (*Macroeconomic Theory*, 1979), 1988, Antoni Bosch editor.

Schefold, Bertram: *Mr. Sraffa on Joint Production*, 1971

Schumpeter, J. A.: "Historia del Análisis Económico" (*History of Economic Analysis*, 1954), 1971, Ediciones Ariel.

Segura, J.: "Análisis microeconómico", pág. 88, 2004, Alianza editorial Tecnos.

Steedman, I.: "Marx, Sraffa y el problema de la transformación" (*Marx after Sraffa*, 1977), 1985, F.C.E.

Segura, J.: "Análisis microeconómico", 2004, Alianza editorial Tecnos.

Solow, R.: "The interest rate and transition between techniques", 1967.

Sraffa, Piero: "Producción de mercancías por medio de mercancías" (*Production of commodities by means commodities*, 1960), 1975, Oikos-Tau.

Ricardo, D.: “Principios de Economía Política y Tributación” (*On the Principles of Political Economy and Taxation*), 1973, F.C.E.

Vegara, J. M.: “Economía política y modelos multisectoriales”, 1979, edit. Tecnos.

Varios,: “Matemáticas avanzadas aplicadas a la Economía”, UNED, 2001.

$$\begin{aligned}
 p_j y_j &= w l_j + (1+r) \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} \quad \text{desde } j=1 \text{ a } j=n \\
 p_j y_j &= (1+R) \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} \quad \text{desde } j=1 \text{ a } j=n \\
 \sum_{j=1}^n p_j y_j - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} &= 1 \\
 \sum_1^n l_j &= 1
 \end{aligned}$$