

DE LA SEMILLA DE SRAFFA

por

Antonio Mora Plaza

DE LA SEMILLA DE SRAFFA

Antonio Mora Plaza

Querría dedicar este trabajo a la revista argentina Circus y a sus colaboradores por la labor tan encomiable que vienen realizando desde hace años -décadas- en condiciones difíciles, siempre con el poder de la ortodoxia económica e ideológica enfrente y encima y, en algunos momentos, bajo la férula fascista de la dictadura de Videla, sus secuaces y sus posteriores rescoldos. Esto lo comprendemos bien los españoles demócratas, porque hemos sufrido 40 años de franquismo y también los rescoldos calientan a la derecha centralista española.

Sólo diré como introducción para el lector menos avisado que Piero Sraffa introduce -en mi opinión personal- en 1960, con su libro *Producción de mercancías por medio de mercancías*, la mayor revolución teórica en el campo de los fundamentos del análisis económico que jamás se haya producido. Incluso Marx, con su mirada omnicomprensiva hegeliana de la economía, con su teoría de la plusvalía y demás aportes, palidece ante la pequeña obra -en páginas- del genio turinés. Y eso sólo por remitirnos a esta obra y soslayando los dos importantísimos artículos que escribe -al menos se publican- en 1925 y 1926, precisamente donde se cuece la segunda -para Joan Robinson la tercera- revolución teórica de los fundamentos del análisis económico clásico y/o neoclásico. Veremos todo con más detenimiento, pero Sraffa deja en la cuneta la teoría del capital porque éste es sólo trabajo fechada; anula cualquier cálculo sobre productividades marginales por lo anterior y por las relaciones discretas -no continuas- que introduce; pone al excedente y la distribución en el centro del análisis económico, en lugar de la derivación de precios y rentas a partir de esas productividades, que es el santo y seña del marginalismo y de los equilibrio walrasianos y paretianos; descubre cómo medir el excedente y sus componentes de salarios y ganancias sin que las variaciones de los precios enturbien su valor, su existencia y la de sus lectores; aborda la producción conjunta -aunque aquí de forma limitada- en lugar del infantil e irrelevante análisis de la producción simple de neoclásicos y marginalistas; le da una estocada mortal a la relación entre productividad del capital y su remuneración en su epígrafe sobre *el desplazamiento de los métodos de producción*; y, para no ser exhaustivos, crea conceptos e ideas como la

diferenciación entre bienes básicos y no básicos, la razón-patrón, la mercancía-patrón, el capital como trabajo fechado, las mercancías que se autoabastecen, etc. Y todo ello lo hace con una originalidad nunca vista, porque cualquier historiador de los fundamentos del análisis económico tendría dificultad para encontrar precedentes claros, semejantes, análogos o equivalentes. El propio Sraffa menciona por supuesto a Ricardo -del que es heredero-, a Torrens, a Marshall -casi inevitable mencionarlo en la época en la que desarrolla Sraffa su esquema-, Keynes, Quesnay, Marx, Wicksteed y Adam Smith. Y normalmente estas menciones hacen referencia a temas colaterales -salvo el caso, claro está, de Ricardo- que nada tienen que ver con la historia de los fundamentos del análisis económico¹. Con los criterios de publicación hoy día de libros y artículos de las revistas especializadas y editoriales jamás vería publicada la obra mencionada de Sraffa. Por omisión, una diferencia fundamental entre Sraffa y los demás modelos de equilibrio general es la de que en el esquema del italiano no hay procesos optimizadores. No creo que no se puedan incorporar, pero el hecho es que no los hay. No obstante, su incorporación puede ser problemática a la hora de recontar el número de variables a determinar y el número de ecuaciones.

Mi intención en este artículo no es hacer una historia del análisis económico y de los precedentes que puedan existir antes de la concepción en Sraffa de su libro. No me considero autorizado para ello. Mi intento es más modesto pero más productivo: analizar los límites del libro del italiano y las posibilidades de su desarrollo. No obstante, sí sería bueno que un historiador del análisis pudiera llevar a cabo esa labor expresamente. En ese esfuerzo hay antecedentes en autores que han estudiado parcialmente a Sraffa como Kurz, Schefold, Roncaglia, Ahijado, etc., pero no sé de ninguna obra que acometa esa tarea globalmente. Siguiendo el extraordinario consejo de Wittgenstein, me limitaré a exponer algunas ideas sobre cómo dejó Sraffa su teoría en 1960 y qué se podría hacer para desarrollarla, sin que el orden de lo que sigue implique una valoración de prioridades para tal fin.

Para la comprensión de lo que viene es imprescindible haber leído el libro de Sraffa y conveniente algún desarrollo de su obra.

¹ Esto puede comprobarse viendo el índice alfabético del propio Sraffa en su obra, que abreviaremos mencionándola con las siglas PMPM.

Como no he encontrado ninguna ajena que lo haga por la totalidad, yo, si se me permite y con el pudor mío por los suelos, recomiendo “*Descifrando a Sraffa*” por ser este artículo -el que tiene el lector ante los ojos- la continuación de aquél en un cierto sentido. Este artículo parte de Sraffa, pero sólo tiene interés -si es que tiene alguno- si lo que se pretende es desarrollar la obra del italiano, de seguir por las grandes veredas abiertas pero no terminadas y, también, por recorrer algunos caminos menos espaciosos, pero interesantes, si el fin -cual es mi caso- es desarrollar la obra del italiano hasta los extremos de constituir casi una alternativa a los fundamentos de la teoría convencional. Hacer otra cosa sería sólo repetir “*Descifrando a Sraffa*” y eso sería, lógicamente, una estupidez. Tampoco se pretende hallar matices, eliminar errores o limar hipótesis de la obra de Sraffa. Sólo me interesa aquí y ahora las grandes líneas abiertas y por abrir.

Precios de producción.

Cuando leí por primera vez la obra de Sraffa hace ya varios decenios acepté como buena la terminología de estos precios (*prices of production*) en la traducción de Luis Ángel Rojo. Nada es achacable al traductor del que no pudo tener dudas en este caso. Sin embargo, cuando he estudiado más detenidamente el conjunto del libro y por comparación con otros modelos de equilibrio, me he dado cuenta que es incorrecto tildar de *precios de producción* a un esquema -todo instrumento analítico es un esquema, incluido el mismísimo El Capital- que carece de una teoría de la producción. Incluso soslaya el aparente reproche de su mentor, el inefable Keynes, y dice que no se hace ningún supuesto sobre rendimientos constantes, aunque quien quiera hacerlo lo pude hacer “como hipótesis temporal de trabajo”². A mí me parece una de las más finas ironías que he leído. Con ello Sraffa evita entrar a valorar cualquier crítica al comienzo de su obra. Y sin embargo, la cosa tiene más calado de lo que parece. No es que Sraffa no haga tal supuesto, es que toma medios de producción y productos finales como datos y no establece supuesto alguno de comportamiento entre ambos, es decir, carece, como decía antes, de cualquier *función de producción* o de una teoría de la producción que incorporar a su modelo. La ironía de Sraffa está en que contesta a una crítica sobre supuestas hipótesis sobre los rendimientos cuando él no puede tener

² PMPM, pág. 11.

ninguna al respecto, ni crecientes, constantes o decrecientes, porque no hay por ningún lado algo que pueda entenderse como función de producción. Pero no nos precipitemos porque, como ya avisa el propio Sraffa, esa hipótesis es temporal. En efecto, cuando lleguemos a la consideración del capital como trabajo fechado, esa inexistencia de la función de producción ya no puede ser mantenida, aunque Sraffa no hace la advertencia por este tema. Lo veremos. Ahora bien, que Sraffa no presente desde el principio una función de producción no significa que nosotros, los que queremos hacer avanzar la genial obra del turinés, no podamos incorporarla. Por ejemplo, una ecuación del tipo:

$$(1) \quad Y = D \times X$$

donde Y es la matriz *diagonal* $n \times n$ de n productos finales, X la matriz *cuadrada* $n \times n$ de n medios de producción distintos y D la matriz $n \times n$ de coeficientes que relacionan medios con productos. De (1) podemos despejar la matriz D de constantes con:

$$(2) \quad D = Y \times X^{-1}$$

Cualquiera -yo mismo- hubiera estado tentado a cambiar la matriz D por una constante escalar por su mayor simplicidad didáctica y por la facilidad operativa que pueda derivarse al poner en conexión (1) con la ecuación puramente *esrafiana*:

$$(3) \quad PY = wL + (1 + r)PX$$

donde P es el vector de precios $1 \times n$, w es la tasa (única) de salarios, L el vector $1 \times n$ de inputs del trabajo, r la tasa (única) de ganancia, y donde Y y X ya las hemos definido. Casi de un plumazo y de la manera más simple posible -pero no con la simplificadora relación única entre medios y productos- hemos incorporado a la ecuación definidora del sistema de Sraffa una función de producción con rendimientos constantes, que además es la misma que la de Leontief en su esquema meramente descriptivo³ de las tablas input-output. La ecuación (2) es

³ Soy consciente de que siempre se le ha tildado al descubrimiento/invencción de Leontief de "análisis input". Sólo diré que lo del ruso nacionalizado americano no es en mi opinión nada que merezca la palabra análisis. Y eso no quita ni desmoroja su enorme utilidad para la economía.

verdad por definición en principio. ¿Entonces no es una función de producción y es sólo una identidad? Lo será hasta que demos valores temporales a las variables. Por ello es innecesaria presentarla hasta el capítulo de “*reducción de trabajo fechado*”. No obstante, incluso antes, podemos obtener una función de producción si en lugar de ser D una matriz $n \times n$, fuera un vector $n \times 1$ que posmultiplicara a los medios de producción X . En ese caso, Y debería ser un vector también $n \times 1$, es decir, con las mercancías iguales sumadas por sectores. Es decir:

$$(4) \quad Y_v = X \times D_v$$

Sin embargo, no sería coherente introducir una función de producción como la (4) y mantener (3) como función de definición del sistema por su simpleza. Mucho mejor es cambiar la (3) por:

$$(5) \quad PY = [LW + PX] \times (I + G)$$

donde W es una matriz diagonal de las tasas de salarios (un salario por mercancía) y G es también la matriz diagonal de n tasas de ganancia. ¡Ahora ya sí tenemos precios de producción!⁴ ¿Y qué es lo que teníamos antes?: *precios de intercambio*, pero unos precios de intercambio un poco especiales que nos desvelamos hasta el siguiente epígrafe.

Un sistema de equilibrio.

Lo que viene, por más sorprendente que pueda parecer, no quita un ápice la crítica de Sraffa al neoclasicismo y al marginalismo, y que he intentado interpretar y resumir como el simple mortal que soy, pero las ecuaciones que definen el sistema *esrafiano* ¡son ecuaciones de equilibrio! En efecto las ecuaciones (2) y (5), por más que expresen su superioridad como representación de un sistema económico frente a las ecuaciones walrasianas, paretianas, las de Debreu, las de Arrow, etc., no dejan de expresar un equilibrio entre producción y consumo porque las variables que las definen ¡no llevan fechas! Una ecuación que no respetara ese equilibrio -que es lo realista- sería del tenor de:

⁴ Por mor del realismo consideraremos, a diferencia de Sraffa, los salarios pre-factum, es decir, las tasas de ganancia -o la tasa única- irá aplicada a todos los costes, incluidos los salariales.

$$(6) \quad P_t Y_t = [L_{t-1} W_{t-1} + P_{t-1} X_{t-1}] \times (I + R_{t-1})$$

En (6) se nos ha roto el equilibrio entre medios de producción X_{t-1} y productos finales Y_t ; también entre los salarios del año $t-1$ (W_{t-1}) y los del año t (W_t); también variarán los tipos de ganancia R de año en año; incluso los inputs de trabajo L no serán constantes de una años a otro, por lo que habrá variaciones de productividad (¡pero no marginal!) de una año a otro. Para definir el equilibrio de un año a otro, o entre medios de producción y productos finales, o para mantener alguna constante de un año a otro, habrá que hacer consideraciones sobre estas variables o añadir ecuaciones de comportamiento que completen el sistema. Y esta es la sorpresa que anunciábamos en el epígrafe anterior, porque los precios de (5), por comparación con los de (6), no sólo son los precios a los que, bajo los supuestos del modelo, se intercambian las mercancías -hoy diríamos bienes y servicios-, sino que serán ¡precios de equilibrio! En (6) no lo son porque P_t y P_{t-1} no son los mismos precios. A partir de (6) podemos hacer algunos supuestos simplificadores. Lo normal es optar: o quitamos las fechas a las variables monetarias (precios, salarios y ganancias) o se las quitamos a las variables físicas (inputs de trabajo, medios de producción y productos finales). También podemos, dentro de las monetarias, mantener los salarios y ganancias constantes a lo largo del tiempo que consideremos y ver como se mueven los precios; o lo contrario: variar los salarios y ganancias y mantener los mismos precios, consciente de que ello supone entrar en un modelo de equilibrio. Una ecuación que mejoraría (6) sería como sigue:

$$(7) \quad P_{Ct} C_t + P_t X_t = [L_{t-1} W_{t-1} + P_{t-1} X_{t-1}] \times (I + R_{t-1})$$

donde hemos añadido a los productos finales X_t , los medios de producción C_t con sus precios P_{Ct} correspondientes. Y si a la ecuación (7) le añadimos la ecuación de comportamiento en el consumo (1), tendremos dos ecuaciones de definición del sistema, de donde podemos obtener el *multiplicador keynesiano/kaleckiano* de la producción final⁵.

⁵ Faltan cosas, porque "la producción final keynesiana" no está representada en el modelo expuesto directamente y debe asimilarse bien con las variables que recogen el consumo C o bien con las que recogen la suma de los bienes de

Más aún, si los productos finales que son medios de producción X_t (lado izquierdo de (7)) de un período son sustituidos en el período siguiente en el lado derecho de (7), y eso lo hacemos reiteradamente en el tiempo, obtenemos complejas ecuaciones diferenciales con eliminación de los medios de producción X (o quedar un rescoldo histórico). Y en ese caso, ya hemos llegado a las tierras de “*la reducción a trabajo fechado*” del capital, puesto que éste desaparece ante nuestros ojos fruto de las sustituciones de una ecuación por otra desfasada en período. Y aquí ya no podremos mantener por más tiempo las consideraciones -o la falta de ellas- de los rendimientos constantes o no, incluso sin función de producción añadida (1), y la fina ironía de Sraffa ya ha cumplido su misión hasta este capítulo. Si comparamos los supuestos de Sraffa con la crítica de sus contemporáneos – especialmente Keynes- vemos la diferente visión entre ambos: Sraffa trabaja para unos nuevos fundamentos del análisis económico horizonte, mientras que los de su generación (Robinson, Keynes, Kaldor, Kalecki, etc.) intentan resolver las contradicciones e insuficiencias y disparates de la teoría económica (lo que se entiende ahora por la microeconomía hoy y poco más) de la época, es decir, Marshall y los marginalistas.

Producción conjunta.

Por más increíble que parezca al no economista, le puedo asegurar -a ese neófito en esta materia- que cuando uno llegaba -y ahora no ha cambiado por lo que sé- a una facultad de económicas le explicaban la producción como si cada empresa produjera un solo producto. Lo que se llama *la producción simple*. Se puede pensar -al menos yo lo pensaba ingenuamente- que ello lo era solo a efectos pedagógicos para el primer año que el estudiante aborda el capítulo de *la producción*. Sin embargo, cuando acabé la carrera nadie me había explicado lo que es una evidencia incuestionable: que las empresas producen más de un producto. Yo quizá haya tenido mala suerte, pero en mis 57 años de existencia jamás he encontrado empresa alguna que produjera una sola mercancía. Mejor dicho, sí sé de una y que se me viene a la memoria ahora: son *los puestos de castañas* y no siempre. Pues bien, para la teoría económica convencional -la que se enseñaba y aún se enseña- cuando aborda la producción construye mayoritarios

consumo (no básicas en terminología de Sraffa) y de productos finales (X_t en (7)) que son a su vez medios de producción para el período siguiente.

modelos de producción para castañeras. Afortunadamente Sraffa pasó de la producción simple a la conjunta, aunque una producción conjunta muy *sui generis*, como luego veremos. La ecuación que define este sistema de la producción conjunta para Sraffa es como sigue:

$$(8) \quad PY = wL + (1 + r)PX$$

donde Y es una matriz *cuadrada* $n \times n$ de n productos finales distintos y *no* una matriz diagonal como era en (3). Al igual que antes y por coherencia, se debería abandonar esta ecuación tan simplificadora cuando abordamos la producción conjunta por esta otra:

$$(9) \quad PY = [LW + PX] \times (I + G)$$

De esa ecuación se obtiene la de precios de equilibrio:

$$(10) \quad P = LW(I + G)[Y - X(I + G)]^{-1}$$

No abordamos aquí ni en la producción simple el problema de la positividad de los precios de equilibrio. Decir que ese tema está resuelto y sabemos de las condiciones que ha de cumplir la matriz $A = XY^{-1}$ de requerimientos: el teorema de Perron-Frobenius⁶ y la productividad de A . Este teorema es equivalente y cumple la misma función que los teoremas *del puntos fijo* de Brower y Kakutani en los modelos convencionales de equilibrio general cuando se trabaja con funciones de producción y consumo continuas. Obviamos el tema por consabido. La mayor limitación de Sraffa del modelo de producción conjunta es la de que el número de bienes finales que representa Y es *exactamente* el mismo que el de medios de producción. De lo contrario (10) no existiría como tal, es decir, no habría precios de equilibrio. Sin embargo, la cosa tiene solución con la ecuación:

$$(11) \quad P_{1xm} Y_{mxn} = [L_{1xm} W_{mxn} + P_{1xn} X_{nxn}] \times (I + G_{nxn})$$

⁶ Esta matriz A de requerimientos, para que cumpla el teorema mencionado, debe ser *cuadrada, no negativa e irreducible*. Salvo que se diga lo contrario, se supone que cumplen tales requisitos.

donde $Y_{m \times n}$ es una matriz no cuadrada $m \times n$ y $X_{n \times n}$ es la habitual matriz cuadrada $n \times n$. Un cambio significativo es que ya no tenemos una matriz diagonal de n salarios, sino una matriz no diagonal de $m \times n$ salarios ($W_{m \times n}$). En cambio la matriz de las tasas de ganancia sigue siendo diagonal ($G_{n \times n}$) con n tasas de ganancia diferentes (una por mercancía). Otra diferencia fundamental es la de que no tenemos el mismo vector de precios para los productos finales -que es ahora $P_{1 \times m}$ - que para los medios de producción, $P_{1 \times n}$ (que sigue siendo el habitual vector de n precios de los medios). Ahora cambia su valor y el número de precios, porque también son diferentes el número de productos finales (m) y el de medios (n). Ahora ya no tenemos precios de equilibrio porque, además de ser diferentes lo de los medios de los de los productos, tenemos $m \times n$ precios totales y m ecuaciones. Parecería que no se podría avanzar en este esquema *esrafiano* y que el turinés se hubiera metido en un laberinto sin salida. Es verdad que él no siguió adelante con su esquema de producción conjunta, pero la cosa da para mucho más juego. Veamos. Si, siguiendo por analogía con la producción simple, hacemos cero las diferentes tasas de salario $W_{m \times n}$ para ver como queda la ecuación de definición del sistema (11), sale:

$$(12) \quad P_{1 \times m} Y_{m \times n} = P_{1 \times n} X_{n \times n} \times (I + G_M)$$

En (12) tenemos una novedad muy importante para el desarrollo de la semilla esrafiana: *la tasa máxima de ganancia*, que en este caso siguen siendo $n \times n$ tasas. Esta tasa máxima de ganancia ya aparece en la producción simple y se demuestra que es *la razón-patrón esrafiana* y que es básica para resolver el problema ricardiano de un patrón de medida inmune a la variación de los precios. Entre (11) y (12) se obtiene:

$$(13) \quad P_{1 \times n} = L_{1 \times m} W_{m \times n} (I + G_{n \times n}) \times (G_M - G_{n \times n})^{-1} X_{n \times n}^{-1}$$

es decir, los precios de los *medios de producción* $P_{1 \times n}$. Estos no dependen de los precios de los productos finales, pero los finales sí de los precios de medios a través de (12). Como se ve, a medida que avanzamos en la semilla implantada por Sraffa en los fundamentos del análisis, más se va diferenciando el modelo y sus consecuencias de los modelos convencionales de equilibrio general. Lo hemos obviado al principio, pero en todo lo que llevamos no hemos hablado de

optimización para nada. Seguimos. Ahora, entre (12) y (13) podemos calcular los precios P_{1xm} de *productos finales* mediante:

$$(14) \quad P_{1xm} = LW(I + G_{nxn}) \times (G_M - G_{nxn})^{-1} X_{nxn}^{-1} Y^T (YY^T)^{-1}$$

Una lección: de no ser porque avanzamos conceptualmente al mismo tiempo que formalmente (matemáticamente), jamás hubiéramos llegado hasta aquí. Sraffa no pasó de la producción conjunta -y era mucho para su época- con igualdad de número de productos finales y de medios de producción. Creo que además de las dificultades formales había otra razón: Sraffa no quería abandonar las mieles y facilidades de *la razón-patrón* y se mantuvo encorsetado por este motivo. La genialidad de esta *razón*, que resolvía el problema ricardiano de una distribución inmune a los precios así como su hermana gemela, la construcción de *la mercancía-patrón*, pesó mucho en el desarrollo del libro y en el de su esquema económico. Sin embargo, ello no justifica el estado de subdesarrollo posterior de la economía *esraffiana* y, sobre todo, su desconocimiento por parte de los economistas que salen de las facultades con el título bajo el brazo.

Bienes básicos y no básicos.

A continuación podemos ampliar el modelo representado por (10) si diferenciamos -como hace Sraffa- entre *bienes básicos y no básicos*. Hay que decir que en su libro el italiano no da una sola definición de ambos tipos de bienes, sino al menos dos, pero ha de entenderse que *bienes básicos son los productos finales que entran (todos) como medios de producción en un período posterior y bienes no básicos son los que no entran en la producción de ningún bien, ni directamente ni indirectamente*. Una ecuación -que no explícita Sraffa- acorde con el espíritu *esraffiano* en este capítulo sería:

$$(15) \quad P_{C1xm} C_{mxn} + P_{1xn} Y_{nxn} = [L_{1xm} W_{mxn} + P_{1xn} X_{nxn}] \times (I + G_{nxn})$$

donde C_{mxn} son $m \times n$ bienes no básicos producidos en los n sectores y P_{1xm} sus m precios; Y_{nxn} son los n básicos de los n sectores con sus n precios, y donde X_{nxn} y P_{1xn} son los $n \times n$ medios de producción. Un caso de equilibrio parcial se daría si el conjunto de los medios de producción fueran iguales al de los productos finales, es decir si:

$$(16) \quad Y_{n \times n} = X_{n \times n}$$

Si, como en el caso de la producción conjunta del epígrafe anterior, añadimos la ecuación donde se hacen cero los salarios y tenemos en cuenta (16), obtenemos la ecuación:

$$(17) \quad P_{C1 \times m} C_{m \times n} + P_{1 \times n} X_{n \times n} = [P_{1 \times n} X_{n \times n}] \times (I + G_M)$$

Y de (15), y (17) sale:

$$(18) \quad P_{1 \times n} = LW(I + G_{n \times n}) \times (G_M - G_{n \times n})^{-1} X_{n \times n}^{-1}$$

que es la misma ecuación de precios de medios de producción porque a estos no les afecta la diferenciación entre bienes básicos y no básicos. Lo que sí cambia es la ecuación de precios de bienes de consumo $P_{C1 \times m}$ que queda como:

$$(19) \quad P_{C1 \times m} = LW(I + G_{n \times n}) \times (G_M - G_{n \times n})^{-1} G_M C^T (CC^T)^{-1}$$

Aquí, al igual que ocurría con la matriz $Y_{m \times n}$ de productos finales, lo aconsejable es que, para evitar disgustos con los precios, m sea menor que n , es decir que el número de bienes de consumo sea menor que el de medios de producción -otra cosa son las cantidades empleadas y consumidas de cada bien-. El problema es que esto, sin más, carece de realismo, por lo que hay que recurrir a la filosofía *esrafiiana* cuando el modelo matemático pueda presentar problemas de consistencia: que serán los propios empresarios y gestores mediante la toma de sus decisiones de *qué* producir, *cómo* producir y de *cuánto* producir, los que evitarán dislates en los precios. Considero un dislate -creo que sin alejarme de Sraffa- tanto que los precios se hagan negativos como que tiendan al infinito o se hagan gigantescos.

Esta creación intelectual de Sraffa no está claro que tenga futuro en el desarrollo de una futura teoría general sobre los fundamentos de la economía de raíz *esrafiiana*. El propio Sraffa se dio cuenta en su capítulo de algunas de las dificultades surgidas de su propio modelo. La primera de ellas era la de que los llamados *bienes-salario*, es decir

los bienes que consumen los asalariados o, en general, los bienes de consumo que son los candidatos a bienes *no-básicos*, son fundamentales para que el sistema funcione y por el peso que se supone que han de tener en el modelo general. Sin embargo, dado que son bienes producidos que no sirven para producir, no tienen influencia en la producción de medios de producción, ni en la producción de los mismos bienes de consumo (o no básicos), ni los precios de estos tienen influencia en los precios de los medios de producción; tampoco en sus propios precios, tal y como hemos visto. La segunda es simétrica de la anterior. Se trata de los *bienes de capital fijo*, es decir, medios de producción que se incorporan a la misma, pero que no son producidos. Un caso típico, pero especial, es la Tierra, que es un medio básico en la agricultura, pero que, en principio, hay que considerar que la Tierra no puede producirse, aunque pueda y deba decentarse y tratarse para producir en el futuro. En definitiva, tenemos bienes que no entran como medios de producción (los no básicos o de consumo) a pesar de que son fundamentales en el proceso, y medios de producción que nunca son producidos a pesar de su importancia también, pero que son medios de producción. El propio Sraffa se lamentaba de que, partiendo de una consideración económica -de comportamiento-, se viera obligado por coherencia y claridad de fundamentación de su propio esquema a rectificar su propia consideración entre bienes básicos y no básicos, hasta tratarla como una mera distinción tecnológica. Mi opinión es que debe ser mantenida de alguna forma, porque es importante para crear una teoría de la reproducción simple y ampliada, cosa que es factible mediante la fusión de los instrumentos formales de origen *esrafiano* y la teoría de Marx al respecto que está en el *El Capital*. Y esto es trascendental para fundamentar una teoría de las crisis y ciclos de origen marxiano *embutida* con los desarrollos formales de la semilla de Sraffa. Creo que esta fusión en estos temas, así como en otros -el excedente, la teoría de valor-trabajo-, entre el italiano y el alemán, resulta o puede resultar explosiva para la futura fundamentación de *una teoría esrafiana* de la economía. La segunda razón para mantenerla es la de que si no se hacen consideraciones sociológicas sobre la distinción entre estos tipos de bienes sino meramente tecnológica -entran o no entran como medios de producción-, no puede molestar en ningún esquema, porque su verdad lo es por definición, no por contrastación con la realidad. No puede ser rechazada bajo el criterio de falsibilidad de Popper. En definitiva, lo que para Sraffa representaba un problema o una decepción por el

cambio obligado al avanzar en su teoría, creo que para el futuro desarrollo de una teoría económica a partir de Sraffa es una bendición. El porqué lo hemos comentado al poner la teoría de Sraffa al servicio de la de Marx, porque ahora la distinción marxista entre *capital variable* y *capital constante* puede ser sustituida por esta distinción *esraffiana* entre bienes no básicos y bienes básicos. Una ventaja -en mi opinión- es la de que de esta manera podemos obviar la teoría del valor-trabajo marxiana sin renunciar a otros avances en los fundamentos del análisis por obra del teutón. Sé que esto será inaceptable para los marxistas, pero no para los que no tenemos ningún catecismo, aunque este sea de izquierdas, incluso revolucionario. Al menos admítase lo anterior como sugerencia.

Una teoría de la inflación en Sraffa.

Tanto de las ecuaciones (13) y (14) de la producción conjunta, como de la (18) y (19) se desprenden unas relaciones entre precios, salarios y tasas de ganancia muy particulares que quizá no se aprecien porque hemos puesto el bosque entero de la economía en nuestro ojo de mira y no hemos retratado ningún árbol en concreto. Para valorar esto, vamos a hacer que haya una sola tasa de salarios w , una sola tasa de ganancia g y una sola tasa de ganancia máxima g_M . Entonces las dos últimas ecuaciones quedan:

$$(18 \text{ bis}) \quad P_{1 \times n} = \frac{w(1+g)}{g_M - g} L X_{n \times n}^{-1}$$

$$(19 \text{ bis}) \quad P_{C1 \times n} = \frac{w(1+g)g_M}{g_M - g} L C (C C^T)^{-1}$$

Vemos aquí uno de los razonamientos que afloran en Sraffa por activa y por pasiva, y que tienen su punto culminante en el apéndice B de libro (“*Nota sobre los productos no básicos que se auto-reproducen*”). Si nos fijamos en las dos ecuaciones anteriores se puede decir que los precios, tanto de los medios de producción como los de consumo: 1) son proporcionales a los salarios, 2) son crecientes respecto a las ganancias, 3) exponencialmente crecientes si la tasa de ganancia g se acercara a la tasa de ganancia máxima g_M , 4) son proporcionales a los inputs de trabajo. Más difícil es saber a priori -sin datos concretos- la

influencia de los medios de producción y los bienes de consumo (no básicos). Sraffa no plantea la cuestión como yo lo voy a hacer porque su interés al encontrarse con ecuaciones como las anteriores era otro, pero Sraffa se dio de bruces -casi sin querer y sin reconocerlo- con ¡una teoría de la inflación no monetaria! Lo característico de esta teoría inflacionista en ciernes es que depende -salvo datos especiales de medios de producción, productos finales y bienes de consumo (o bienes no básicos)- enteramente de la relación de cercanía o de lejanía entre la *tasa -o tasas- de ganancia* aplicadas por los empresarios, gestores, etc., y la *tasa -o tasas- máxima* que es capaz de soportar el sistema. Esta es toda una autopista abierta por el italiano que puede hacerse confluir con teorías inflacionistas keynesianas o menos keynesianas o nada keynesianas (como la teoría cuantitativa). En principio parecería sólo que se trataría de añadir una ecuación inflacionista monetaria donde se relacionaran tipos de interés (o de ganancia) con los precios. Se podría completar también con una teoría del equilibrio donde aparecieran la oferta y la demanda monetaria hasta relacionar los tipos de interés con alguna variable real como la producción y/o el consumo. No lo haré porque ello sería dedicar demasiado espacio a un epígrafe de este artículo, pero sí haré algunas consideraciones al respecto: 1) aun cuando tuviéramos esa ecuación -o conjunto de ecuaciones- de interés monetaria, no hay que olvidar que la tasa de ganancia de Sraffa se deriva del reparto del excedente y no de posibles efectos inflacionistas vía demanda; tampoco depende las tensiones entre ahorro e inversión financiera; tampoco depende de cualquier otra variable de origen keynesiano; 2) por ello, la tasa de ganancia derivada del modelo *esrafiano* -o que se pudiera derivar de él- no es la misma variable cualitativa que los tipos de interés derivados de la teoría *no esrafiana*, por lo que se ha de especificar la relación *funcional* entre la tasa de ganancia -tasas- *esrafianas* y *monetarias*, sin que fuera posible la identificación o la mera igualdad entre una -unas- y otras; 3) al añadir una ecuación entre ambos modelos -el *esrafiano* y el *sólo monetario*- se debería tener cuidado con el recuento de ecuaciones y variables para evitar derrotar hacia un modelo de equilibrio donde se perdieran las relaciones de causa y efecto (como en el modelo IS-LM de Hicks). Por ello, cualquier modelo en el que se integrara el *esrafiano* con el *monetario* para alcanzar una teoría de síntesis de la inflación resultaría crucial hacer explícitas las relaciones causas y efecto que se contemplaran entre la tasa -tasas- de ganancia *esrafiana* y los tipos de interés monetarios. Y estas son sólo consideraciones directas o

primeras que atisbo que se derivarían de ese hipotético modelo conjunto. Lo dicho, una autopista con muchos ramales, unos acertados para esa síntesis y otros que llevarían a callejones sin salida; que el peligro es que fueran creados por la bondad formal o estética del modelo integrador y no por su capacidad explicativa.

Una aclaración sobre la ecuación (16) y a consecuencia de ella: si no hubiéramos considerado esta ecuación, es decir, si no estuviéramos partiendo de una hipotética situación de igualdad entre medios de producción *X* de un período y medios de producción del siguiente *Y* que son productos finales del período considerado, las conclusiones hubieran sido iguales, sólo que en el vector de precio (19) y (19 bis) hubiera aparecido en estos productos.

La reproducción de Marx a la luz de Sraffa.

A diferencia de los epígrafes anteriores que son enteramente nuevos en su redacción y con más razón en las reflexiones brotadas con la mirada en lontananza -pero sin caer en los detalles-, sólo intentando imaginar los caminos de una futura teoría esrafiana sobre los fundamentos de la economía lo de este epígrafe es en parte literal de un artículo anterior. La razón es la de que estamos tratando del esquema más básico de la reproducción simple marxiana, pero con el instrumental formal esrafiano. El resultado es diáfano y no admite muchos matices porque hemos de partir de *lo simple a lo complejo*, pero yendo -aunque parezca paradójico- a la vez de *lo general* (lo simple) a *lo particular* (lo complejo). Pocas veces se puede cumplir la máxima de Hegel de que “la verdad es el todo”. Es el método de Marx - criterio de Hegel- que hay que respetar cuando es fructífero, en absoluto como mera fuente de autoridad. Pero aquí da frutos.

En el tomo II de *El Capital*⁷ plantea Marx la reproducción simple en términos, claro está, de valor-trabajo. El mismo Marx nos dice líneas más atrás que “*la reproducción simple a la misma escala constituye una abstracción, puesto que, de una parte, la ausencia de toda acumulación o reproducción en escala ampliada es, sobre una base capitalista, un supuesto absurdo; y, de otra parte, las condiciones en que se reproduce no permanecen absolutamente iguales en distintos*

⁷ El Capital, II tomo, pág. 352 y siguientes.

años". Y lo dice porque una cosa es, para el economista y revolucionario alemán, la reproducción en términos de valor y otra la reproducción en términos de unidades físicas de productos: aquélla puede permanecer en equilibrio entre dos sectores y sin embargo corresponder a cantidades y calidades de productos distintos, porque lo primero depende del valor incorporado socialmente a los productos y el trabajo acumulado en los medios, y lo segundo puede variar con los cambios tecnológicos, de organización, etc. No se trata sólo del lenguaje *hegelés* de Marx del que nos habla la gran economista Joan Robinson, sino de una forma de aproximación al conocimiento de las cosas a partir de diferentes grados de abstracción: el mundo de los valores-trabajo se mueve en un plano diferente al del mundo de los precios y/o de las cantidades físicas, de forma análoga a cómo lo hace el mundo de las ideas y de las realidades platónicas⁸. A pesar de la prevención inicial de Marx sobre la reproducción simple, plantea en el II tomo⁹ de *El Capital* el caso de esta reproducción para el caso de dos sectores que producen medios de producción y medios de consumos desagregados por sus valores de la siguiente forma:

$$(20) \quad 4.000 K_1 + 1.000 V_1 + 1.000 S_1 = 6.000 VF \text{ (medios)}$$

$$(21) \quad 2.000 K_2 + 500 V_2 + 500 S_2 = 3.000 VF \text{ (consumo)}$$

Para Marx, el equilibrio se encuentra si el capital variable del primer sector ($1.000V_1$) más su plusvalía ($1.000S_1$) se intercambia por el capital constante del segundo sector ($2.000K_2$), lo cual resulta todo muy lógico porque es el resultado que obtendríamos si igualáramos la segunda ecuación -la de los consumos (oferta)- con la sumas de los capitales variables y constantes del ambos sectores (demanda) y elimináramos términos comunes. *Ello supone que las rentas de los trabajadores y las plusvalías de los poseedores de los medios de producción se destinan íntegramente al segundo sector, es decir, al consumo.* O así debe hacerse para mantener la reproducción simple. Estaríamos ante una economía estacionaria en términos de valor, aunque, como señala Marx, no en términos de reproducción de los

⁸ "Plusvalía y cuota de plusvalía son, en términos relativos, lo invisible y lo esencial que se trata de investigar, mientras que la cuota de ganancia y, por tanto, la forma de la plusvalía como forma de ganancia se manifiestan en la superficie de los fenómenos", *El Capital*, tomo III, pág. 58, FCE. Quizá aquí se muestre más kantiano que platónico.

⁹ Pág. 354 del tomo II de la edición en el FCE.

mismos bienes físicos ni, tampoco, a los mismos precios¹⁰. Por mi parte renuncio, en este trabajo al menos, al mundo, al nivel de abstracción de los valores-trabajo y me quedo con el de los precios y cantidades físicas, pero para no quedar varado en un terreno sin sistema me voy al mundo de Sraffa y de su concepción de las mercancías como medio de consumo unas veces y como medios de producción en otras. Las dos ecuaciones análogas a las anteriores en la concepción de Sraffa serían como sigue:

$$(22) \quad \begin{matrix} P_1 & Y_1 \\ 1 \times m & m \times m \end{matrix} = \begin{bmatrix} L_1 & W_1 + P_1 X_1 \\ 1 \times m & m \times m \quad 1 \times m \quad m \times m \end{bmatrix} \times \begin{matrix} (I_d + G_1) \\ m \times m \quad m \times m \end{matrix} \quad \text{de medios}$$

$$(23) \quad \begin{matrix} P_2 & Y_2 \\ 1 \times n & n \times n \end{matrix} = \begin{bmatrix} L_2 & W_2 + P_2 X_2 \\ 1 \times n & n \times n \quad 1 \times n \quad n \times n \end{bmatrix} \times \begin{matrix} (I_d + G_2) \\ n \times n \quad n \times n \end{matrix} \quad \text{de consumo}$$

donde L_1 y L_2 son los vectores $1 \times m$ y $1 \times n$ de inputs de trabajo; G_1 y G_2 son las matrices diagonales $m \times m$ y $n \times n$ de tasas de ganancia¹¹ donde $g_{ij}=0$ si $i < > j$; P_1 y P_2 son los vectores de precios $1 \times m$ y $1 \times n$; X_1 y X_2 son las matrices $m \times m$ y $n \times n$ de medios de producción; I el vector de unos $n \times 1$, e I_d la matriz diagonal de unos. Para completar todo esto, de la ecuaciones (22) y (23) diríamos que Y_1 e Y_2 serían las matrices sraffianas de producción conjunta de dimensiones $m \times m$ y $n \times n$. Aquí procederemos de igual manera que hace Marx e igualamos el valor en términos de precios de los bienes y servicios (mercancías) del sector de bienes de consumo ($P_2 Y_2$) con los ingresos salariales y las ganancias de ambos sectores de tal forma que (24):

$$[L_2 W_2 + P_2 X_2] \times (I_d + G_2) I = L_1 W_1 I + [L_1 W_1 + P_1 X_1] G_1 I + L_2 W_2 I + [L_2 W_2 + P_2 X_2] G_2 I$$

nos da la ecuación de equilibrio:

$$(25) \quad L_1 W_1 (I + G_1) I + P_1 X_1 G_1 I = P_2 X_2 I$$

¹⁰ Esto es ya más discutible.

¹¹ Si estuviéramos en la producción simple de Sraffa con una sola tasa de ganancia y una sola tasa de salarios, podríamos hablar de *la razón-patrón* de Sraffa. Sin estas condiciones -que las creo muy restrictivas- tenemos que contentarnos con las G_M , es decir, con las tasas máximas de ganancia. Estas no garantizan que todos los precios sean positivos.

$$(25 \text{ bis}) \quad \sum_{i=1}^n l_{1i} \sum_{j=1}^n w_{1ij} (1 + g_{1ij}) + \sum_{i=1}^n p_{1i} \sum_{j=1}^n x_{1ij} g_{1ij} = \sum_{i=1}^m p_{2i} \sum_{j=1}^m x_{2ij}$$

Puesta la (25) de otra forma queda:

$$(26) \quad L_1 W_1 I + [L_1 W_1 + P_1 X_1] \times G_1 I = P_2 X_2 I$$

donde se puede resumir de la siguiente manera: *un (posible, pero no único) modelo de equilibrio marxiano de dos sectores (o de múltiples sectores agrupados en dos) a partir de las ecuaciones de Sraffa que definen el sistema económico es aquel en el que las rentas salariales del sector (sectores) de medios de producción más las ganancias del mismo sector (sectores) se igualan al valor de reposición de los medios de producción del sector (sectores) de bienes de consumo.* Es el mismo equilibrio que el de Marx en términos de valor-trabajo, sólo que aquí, como veremos, tenemos la inmensa suerte -gracias a Sraffa- de que podemos eliminar los precios y mantener el equilibrio de la reproducción simple. Un comentario: si un gobierno -mejor un gobierno mundial- estuviera dotado de instrumentos políticos y económicos capaces de mantener este equilibrio -también a nivel mundial-, no habría crisis ni ciclos económicos o, al menos, estos serían mucho más benignos. Hoy por hoy no parece probables que los poderosos y los que se consideran privilegiados vayan a otorgar ese poder a un gobierno, sea nacional o mundial. Obsérvese que (26) está tan cerca de la realidad que casi podemos sustituir los datos en la ecuación y obtener resultados. Esa es la razón por la que hemos partido de n tasas de salario y n tasas de ganancia.

De las ecuaciones (22) y (23) se pueden obtener los precios y dejarlos explícitos:

$$(27) \quad P_1 = L_1 W_1 (1 + G_1) \times [Y_1 - X_1 (I + G_1)]^{-1} \quad (\text{medios})$$

$$(28) \quad P_2 = L_2 W_2 (1 + G_2) \times [Y_2 - X_2 (I + G_2)]^{-1} \quad (\text{consumo})$$

¡Y ahora viene la gran oportunidad gracias a Sraffa de eliminar los precios! Sólo tenemos que sustituir las ecuaciones de precios explícitos

del sistema (27) y (28) en la ecuación última (26) de equilibrio y obtenemos (29):

$$L_1 W_1 (1+G_1) \times [I + [Y_1 - X_1 (I+G_1)]^{-1}] X_1 G_1 I = L_2 W_2 (1+G_2) \times [Y_2 - X_2 (1+G_2)]^{-1} X_2 I$$

Aunque Marx no lo reconozca en ningún momento, su marcha al mundo de los valores-trabajo -además de por otras razones- fue una forma de soslayar el problema ricardiano de cómo encontrar una medida de la distribución entre las diferentes rentas independiente de las posibles variaciones de los precios. Sraffa lo encontró a través de la mercancía-patrón y de la razón-patrón. Quizá por eso podemos abordar los problemas de Marx en *El Capital*, pero con el instrumental analítico de Sraffa, aunque tampoco el economista italiano hiciera explícita esa intención.

Por más que pueda parecer decepcionante a la luz de la sociología o de la sociología marxista en concreto, los conceptos esrafianos sirven para despojar lo que yo considero defectos marxianos. Así, bajo el paraguas de Sraffa, la condición de equilibrio de Marx que surge de igualar *las rentas salariales más ganancias de los sectores de medios de producción con el valor de reposición de los medios de producción de los sectores de bienes de consumo*. Es verdad que ponemos la condición de equilibrio por delante de cualquier condición sociológica, pero con esta condición de equilibrio nos dirigimos al futuro de esos fundamentos *esrafianos*: cuidado, porque si no se cumple esta condición, habrá crisis y ciclos porque entonces ya no se repondrá lo que se consume como medio. Seremos austeros y ahorradores o viviremos a crédito del prestamista llamado *futuro*, pero la crisis tarde o temprano estará servida. Los economistas actuales que tienen poder de una u otra manera si, en lugar de servir al mercado y seguirle cual perrillo faldero, hubieran advertido que el mercado nos lleva al desequilibrio, estoy seguro de que hubieran dicho a los políticos cómo prever y combatir la crisis actual con mayor eficacia. Pero para ello se necesitarían varias cosas, diversas responsabilidades alojadas en diferentes sujetos colectivos: 1) despojar de la ideología del *sólo mercado* a los economistas que tienen influencia en lo privado y en lo público; 2) que los políticos se hubieran dotado de poder suficiente para tomar las medidas sobre *la distribución* antes de producirse el desequilibrio entre sectores, entre producción y consumo; 3) que los

ciudadanos más ricos o que se consideran privilegiados, hubieran aceptado aunque a regañadientes medidas impopulares para ellos y populares para los más desfavorecidos. Estas medidas hubieran debido ser básicamente un aumento de impuestos y/o un aumento de los ingresos fiscales en la lucha contra el fraude para los más favorecidos en los períodos altos del ciclo con el fin de su distribución entre los más desfavorecidos en los prolegómenos de la crisis y, sobre todo, en la cima de ésta. Estas son las credenciales de la conjunción de Sraffa y Marx en la reproducción del sistema: ¡un instrumento conceptual y operativo para combatir las crisis! ¿Se puede pedir más?

En el desarrollo conceptual y de sus esquemas que resulta del maridaje entre Sraffa y Marx hemos regado la semilla esraffiana por lo siguiente: 1) de Marx hemos tomado una noción de equilibrio potente, significativa, contrastable; 2) este equilibrio lo podemos complicar cuanto queramos en aras del realismo mediante coeficientes que relacionen parcialmente consumos de medios de producción y de consumo con las rentas salariales y las ganancias con el fin de no encorsetarse -si se ve necesario- en un par de ecuaciones; 3) nos hemos despojado de la teoría *contable* de valor-trabajo para no tener que hipotecar el esquema resultante a la bondad de esta contabilidad *sui generis* del valor de los bienes y servicios (mercancía en Marx); 4) el esquema de la teoría resultante es contrastable; 5) los desequilibrios pueden medirse en términos físicos y/o monetarios, y *no* en términos de valor-trabajo, donde lo que importa son las horas incorporadas en la producción, independientemente del número de unidades producidas, lo cual es nefasto para medir los desequilibrios¹². En este epígrafe he tratado de ser breve pero al final no he podido: ¿porqué habrá sido?

Una posibilidad de planificación con Sraffa.

Sólo unos apuntes. Imaginemos que queremos dotarnos de un organismo que planificara la relación salarios-ganancias o, dicho en lenguaje económico actual, la distribución de la renta en una primera aproximación. Podría partir como dados las tasas máximas de ganancia por sectores -sumas de g_{mij} de todas las j - y establecería una relación

¹² Una situación de equilibrio en términos de la teoría del valor-trabajo podría ser de desequilibrio en términos físicos y/o monetarios. Ello nos llevaría a no advertir la crisis mas que cuando la tuviéramos ya en el regazo. Este fue uno de los grandes defectos de la planificación soviética en sus primeros años que fue advertido por el economista ruso Libermann.

dialéctica entre salarios y ganancias, bien por sectores, bien por productos, bien por una combinación de ambos. Hecho eso, la ecuación (30) que traemos a colación más abajo¹³ daría el salario medio de la economía. Eso no significa que todos los sectores, todas las empresas y todas las categorías tuvieran el mismo salario. Lo único que tendría que calcular el órgano planificador es el salario medio resultante w_m de todos los salarios. Alternativamente, podría fijar ese salario medio, con su abanico de salarios, también por sectores, empresas y categorías, y les diría al conjunto de la economía que podrían fijar sus tasas de ganancia, pero con la limitación de que todas ellas deberían cumplir con (30). De no cumplirse, el ministro de economía tomarías las medidas pertinentes para su cumplimiento con la información dada por el órgano planificador. También podría el órgano planificador indicar lo conveniente de determinados formas de producción para que, al mejorar en según qué sectores, ello permitiera unas tasas de ganancia máximas g_{mij} mayores y, por lo tanto, repartir el excedente en la forma que políticamente se determinara. Vemos que g_{mij} aparece en (30), tanto en el numerador como en el denominador del denominador. Eso significa que no todo aumento de las tasas máximas de ganancia g_{mij} va a favorecer por igual al conjunto del excedente, sobre todo si algunas tasas de ganancia g_{ij} sectoriales se acercaran demasiado a su tasa máxima, porque entonces en (30) se dispararían los precios. La razón económica es la de que un aumento de la tasa de ganancia en determinados sectores cuyos productos finales son medios en otros sectores haría subir los precios de estos últimos si utilizan ese bien final como medio de forma intensiva¹⁴. Esta ecuación o similar, junto con las derivadas del Capital Fijo y las de la Tierra, posibilitarían una planificación indicativa muy laxa en cuanto a la toma de decisiones, pero muy precisa a la hora de observar sus efectos globales y, por ello, la posibilidad de valorar las medidas pudieran ser consideradas perjudiciales para el conjunto de la economía; también el grado de incidencia de decisiones sobre los beneficios en determinados sectores que serían muy graves para el conjunto. Permitiría, además, valorar el efecto en el conjunto de la economía de las subvenciones, de los impuestos, del gasto público, de los ingresos públicos, etc. Como caso particular, Sraffa ya se percató de los efectos sobre los precios de determinados bienes finales que se utilizan como medio en el mismo

¹³ Aquí no me queda más remedio que remitirme a "Descifrando a Sraffa" al epígrafe de la planificación del que reproduzco una parte.

¹⁴ Esto es puro razonamiento *esraffiano*.

sector. Más en concreto lo analiza para el caso de “... una mercancía que entra en su propia producción en un grado desusadamente grande”. Podemos concretar que ello depende de la cercanía o lejanía de las tasas de ganancia sectoriales g_{ij} a sus tasas de ganancia máximas g_{mij} , como muy bien aprecia Sraffa, aunque sin aportar una ecuación que lo demuestre. Su razonamiento es económico, pero sin hacer explícitos formalmente sus supuestos .

No me puedo alargar con este tema que por sí solo podría constituir un artículo aparte e, incluso, un libro. Sólo quisiera ahora enumerar algunas de las características que tendría una planificación a partir del modelo *esraffiano*, modelo que se nutre de y nutre las dos visiones de la economía: la positiva y la normativa. En efecto, puede concretarse hasta llegar a modelos susceptible de la contrastación; puede también decirnos algo sobre el qué hacer, cómo regular los comportamientos económicos, aunque sea de forma laxa como queda dicho:

1) Las variables de la ecuación que jugarían un papel significativo en la planificación y que traemos aquí a colación ahora serían g_{ij} , g_{mij} y w_{mij}

$$(30) \quad w_m = \frac{1}{\sum_{i=1}^n l_i \sum_{j=1}^n \frac{(1 + g_{ij})(1 + g_{mij})}{g_{mij} - g_{ij}}}$$

con n tasas de salarios embutidos en la media w_m de los salarios w por sectores (o por bienes y servicios), n tasas de ganancia máximas por sectores g_{mij} (o por bienes y servicios), n inputs l_i de trabajo. Eso no significa que el resto de las variables físicas, como los bienes básicos Y_b , y no básicos Y_a y los medios de producción X , no jugaran ningún papel en (30). Lo juegan a través de las tasas máximas de ganancia g_{mij} , aunque eso no sea evidente. Para seguir la pista de esa relación causa y efecto sólo hay que pensar en las condiciones que llevan al modelo *esraffiano* a fijar las tasas de ganancias máximas¹⁵. Ocurre que, una vez

¹⁵ A veces decimos -yo mismo lo he dicho- que en Sraffa no hay procesos de optimización. Como casi todas las aseveraciones absolutas, no es enteramente cierta. Aquí tenemos un caso de optimización al hallar la ganancia máxima. Además, esta optimización tiene una restricción: que los precios no se hagan negativos. O sea, la delicia para los amantes de la programación lineal.

fijadas las tasas máximas de ganancia, ya no entran explícitamente en (30).

2) Las tasas de ganancia -tanto las sectoriales g_{ij} como las máximas g_{mij} - pueden ser consideradas como aquellas que surgen tras las amortizaciones y provisiones que dejen intacto el equipo de sus recursos productivos, es decir, que mantienen la reproducción simple sin acumulación neta del capital.

3) El punto delicado del modelo es precisamente la fijación de las tasas máximas. Estas, según este modelo, surgen al hacer cero los salarios w_{ij} en la ecuación que define el sistema. No obstante, puede hacerse mediante aproximaciones sucesivas en la práctica, pero ello implica un ejercicio muy delicado por dos cosas. Primera porque si, por ejemplo, las tasa máximas g_{mij} las ponemos muy bajas, habría empresas o sectores que aumentarían sus reservas y provisiones en demasía en relación a sus servicios y productos finales para que sus ganancias no sobrepasaran las máximas. Con ello, aumentaremos la solvencia en detrimento de la oferta de sus bienes y servicios que lanzan al mercado, provocando -si estas empresas son una parte importante de los oferentes- un aumento de los precios; por el contrario, si estas tasas g_{mij} las ponemos muy altas, existirá la tentación de muchas empresas de elevar sus ganancias a repartir, en detrimento de su solvencia. La segunda cuestión de la delicadeza a la que me refería antes es la de que, aunque atinemos meritoriamente con las tasas máximas de ganancia g_{mij} adecuadas en función de Y_a , Y_b y X , si algunas empresas, con tasas de ganancia muy altas, se acercaran a su tasa máxima sectorial, podrían originar aumentos de precios de determinados bienes o servicios que, si son usados como medios en otros de forma intensiva, ello podría originar a su vez una espiral de precios en el sector e, incluso, en la economía en su conjunto. Bajo estos criterios, puede estudiarse el caso de las empresas de energía, en general, que son oligopolios sin apenas competencia y sin productos sustitutivos. No tendría importancia que esto ocurriera en las empresas de la cultura, por ejemplo, porque estas no se usan como medios de producción, al menos a corto y medio plazo; tampoco lo tendría si el sector que exigiera tasas de ganancia disparadas fuera minúsculo en el conjunto. Es un ejemplo para que se vea que todo esto no son meras abstracciones sin posibilidad de concretarse.

4) La interrelación entre el órgano planificador y las variables que puede o desea controlar ha de ser siempre dialéctica con el mundo empresarial: unas veces podrá plantear como deseables determinados valores de las variables w_{mij} , g_{ij} y g_{mij} , o de algunos de ellas, y otras, en función de la política económica general, querría fijar unas variables u otras. Estas decisiones, es decir, los objetivos, deben ser políticos en un sistema democrático, es decir, fijados por los gobiernos y parlamentos y no por los burócratas del órgano planificador para evitar el paso del gobierno de los elegidos democráticamente por el gobierno de los funcionarios.

5) Lo dicho de los salarios pueden extenderse sin problema a los costes empresariales laborales sin mayor problema. Según esto, el órgano planificador tendría un grado de influencia que vendría dado por el sector privado de la economía de acuerdo con la ecuación:

Renta Nacional = Rentas salariales del trabajado asalariado + Beneficios netos + Resto de rentas fuera del control del órgano planificador (salarios de funcionarios, autónomos, pensionistas, paro no financiado desde las empresas, etc.).

Este es un tema abierto, novedoso que tiene muchas aristas y muchos temas a desarrollar. Por comparación me viene a la mente la discusión de Von Mises, Hayek y Robbins, con Barone, Taylor y Lange sobre la posibilidad teórica (primero) y práctica (después) de la gestión de la economía de forma racional en un sistema socialista de producción a través de lo que se dominó *función paramétrica de los precios*. Independientemente de lo que pasó después, tanto en el terreno teórico como en el práctico, las diferencias entre los modelos de los autores citados -excepto Von Mises que los combatía- y una posibilidad de planificación a partir de los modelos sraffianos son notables. Diré unas pocas: 1) aquí no fijamos ni decimos nada sobre los precios. Este puede ser tema de otros organismos o de ninguno, aceptando en general -salvo significativas excepciones- los precios de mercado. En cambio, el objeto principal -o al menos, muy importante- en el modelo de los Barone, Taylor y Lange es la fijación de los precios a partir de los propios precios de mercado, mediante un sistema de prueba y error que de lugar a asignaciones eficientes de los recursos escasos; 2) En el modelo *esraffiano* propuesto no aparecen explícitos los valores físicos de los medios y productos finales: son, en principio, datos; en los

modelos de los teóricos del socialismo es el objeto principal, como queda dicho: 3) aquí, en los modelos de raíz *esrafiiana*, no se habla de asignaciones eficientes directamente, pero la relación dialéctica entre realidad y norma puede llevar a ello, aunque no a través de los precios, sino a través de la distribución de la renta¹⁶ y, en especial, a través de la fijación de las tasas máximas de ganancia sectoriales g_{mij} . No tengo espacio para demostrar esta posibilidad, pero esta está relacionada con el uso de los medios según sus relaciones marginales de sustitución, y ello es posible porque trabajamos con suficientes grados de libertad para incorporar esta condición; 4) en este modelo *esrafiiano* no aparece la demanda explícitamente -cosa que ocurre en el modelo de los teóricos del socialismo-, pero si lo hace indirectamente al tomar como datos los medios y productos finales. Que sean datos no significan que no haya que ir cambiando los mismos cada cierto tiempo para ir pegados a la realidad. Ahí, en la toma de datos con máxima frecuencia, estaría la demanda y el posible estudio de sus elasticidades según bienes y servicios.

Las dificultades de esta posible planificación a partir de salarios y ganancias son enormes, pero en primer lugar son intelectuales. Yo, más que descubrirla, me tropecé con ella y eso que llevaba descreído 30 años de la economía convencional. Me atrevería a decir que cualquier economista que piense en las posibilidades y formas de planificación, ha de recalar su mente inevitablemente en la discusión teórica de Lange y compañía que hemos mencionado. Allí se parte del respeto al mercado por el lado de la demanda, se producen procesos de optimización y se determinan los precios teóricos merced a su función paramétrica. Todo ello hace que cualquier posición a priori sobre las posibilidades de la planificación, sea esta proclive o negacionista, deja la discusión dentro de los moldes teóricos del marginalismo en los aspectos de formación de los precios teóricos y retribución de los factores, y algo menos en las supuestas bondades de los mercados, donde la visión *marshalliana* del *ceteris paribus* del equilibrio parcial no parece la más adecuada. La segunda dificultad sería estrictamente política. En las democracias, sea para bien o para mal, los gobiernos y parlamentos no tienen suficiente poder como para implementar una planificación para el conjunto de la economía por laxa que sea, como

¹⁶ Sería como cambiar los términos de las asignaciones paretianas dada una distribución de la renta. Aquí se partiría de una supuesta asignación eficiente que sólo se cumplirían modificando la distribución de la renta y la riqueza.

es el caso. Por otro lado, la planificación de los países “comunistas” – los pocos- derrotan hacia otras formas de planificación mucho más intervencionistas, tanto en la propiedad como en la gestión. De hecho en el mundo sólo existen -cuando existen- formas de planificación *estatalistas*, es decir, basadas en *la mera propiedad* y no en la gestión planificada de lo público y de la regulación de lo privado. La tercera dificultad se derivaría de la impopularidad de una planificación basada en el control de salarios y ganancias¹⁷, donde primarían las críticas y rechazos de gestores y empresarios, y donde tampoco sus posibles beneficiarios –jubilados, pensionistas, asalariados, autónomos- percibirían sus beneficios a corto y a medio plazo. La gran ventaja de esta forma de planificación, de esos criterios de planificación es que ¡nos podemos olvidar de los precios de una vez por todas y con sacudirnos la trampa marginalista! O al menos a los efectos de la planificación. ¡Sraffa jamás pudo imaginar las posibilidades de su esquema! Quizá porque, por lo que sabemos, aunque se consideraba marxista de corazón, su intelecto era deudor de David Ricardo, probablemente el único genio inglés de la economía.

De cómo dinamizar la teoría de Sraffa.

Ya he señalado que a pesar de la crítica certera y determinante al esquema neoclásico (la inconsistencia e incoherencia de la teoría del capital) y al marginalismo (la relación entre productividad marginal del capital y su supuesta renta), Sraffa parte de una función de definición del sistema $PY=wL+(1+r)PX$ que es una función de equilibrio puesto que las cantidades -especialmente los precios- no van fechados, por lo que sólo en una situación de equilibrio, los precios de los productos finales Y pueden ser iguales a los precios de los medios de producción X. No es que Sraffa tuviera la intención de crear otro más de los esquemas de equilibrio general (Quesnay, Walras, la caja de Edgeworth, el criterio de Pareto de asignación eficiente, incluso el Marx de la reproducción simple, etc.), sino que partía del esquema más simple posible. Quizá es que se detuvo en el y sólo abordó los difíciles terrenos de su dinamización cuando llegó a *la reducción a trabajo fechado*. Aún allí, lo que hace Sraffa es demostrar que la noción de capital neoclásica es sólo un problema nominalista, del lenguaje, propio de los escolásticos medievales y sus problemas con los

¹⁷ Y de paso de pensiones, cotizaciones, salarios mínimos, prestaciones para los parados, etc., cosa que -afortunadamente- ya se hace.

universales. Quizá en este aspecto como en tantos otros sus discusiones con Wittgenstein fueron muy fructíferas (más para el austriaco que para el italiano por lo que sabemos). Porque en efecto, a pesar de esa reducción del capital a trabajo fechado, los precios de que parte son los mismos a lo largo del tiempo (también las tasas de ganancia). Señalar este hecho no es menoscabar el genio del turinés, que por mi parte está a las alturas de Cantor, Godel, Einstein, B. Russell, Ortega, Heidegger, etc., por citar a sus contemporáneos científicos y filósofos. Simplemente es señalar dónde se quedó para que su obra sirva de catapulta y no de losa para los demás. Ya hemos señalado que Sraffa no tiene una teoría de la producción porque se aparta de cualquier consideración al respecto al principio de su obra para no entrar en la discusión sobre si rendimientos constantes, crecientes o decrecientes. Pero no queda más remedio de añadirla porque la realidad pide a gritos que un esquema analítico económico forzosamente se ha de relacionar mediante causa y efecto lo que se produce (efecto) con los medios empleados (causa) en un espacio temporal limitado. De ahí la ecuación (1) que exponíamos en el epígrafe sobre *los precios de producción* en Sraffa:

$$(1) \quad Y = D \times X$$

No repito la discusión sobre la matriz D y su concreción para evitar una igualdad por definición entre productos y medios porque ya lo hice en el mencionado epígrafe. Lo que hay que matizar para avanzar en la formación de una *teoría dinámica en Sraffa* es que la ecuación (1) tampoco lleva fechas, por lo que debemos cambiarla por:

$$(31) \quad X_t = D \times X_{t-1}$$

En (3) ya no tenemos que diferenciar con letras diferentes medios y productos puesto que llevan fecha. Si a (31) le añadimos una ecuación de definición del sistema inspirada en Sraffa pero fechada y con diferenciación entre productos finales de consumo (no básicos) y de medios de producción producidos X_t que surge de (31) nos queda:

$$(32) \quad P_{Ct} C_t + P_t X_t = [L_{t-1} W_{t-1} + P_{t-1} X_{t-1}] \times (I + G_{t-1})$$

donde la anterior es la misma que la (15), con lo que remito a ella para ver las dimensiones de cada matriz y vector (recordar que C_t es de

dimensión $m \times n$, al igual que W_{t-1}). Es verdad que (32) las tendremos que proceder a la eliminación de la sujeción temporal, en especial a los inputs de trabajo, tasas de salario y tasas de ganancia para no establecer meras verdades por definición. Es decir, podemos añadir a (32) algunas (o todas) de las ecuaciones matriciales:

$$(33) \quad L_t = L_{t-1}$$

$$(34) \quad W_t = W_{t-1}$$

$$(35) \quad G_t = G_{t-1}$$

Hemos preparado el camino para la dinamización de Sraffa pero aún en realidad casi no hemos hecho nada. Ahora viene lo importante. Mi propuesta es que esa dinamización debe venir dada por una relación *inter-temporal* entre el producto final (de consumo y/o de medios) y las variaciones de estas mismas variables rezagadas en el tiempo. Sí, nada de esto es original porque suena a la teoría del acelerador de Samuelson¹⁸ (y donde si concretamos algo (1) llegamos al *multiplicador keynesiano/kaleckiano*), donde las decisiones de inversión de un período dependen de *las variaciones* de la producción de períodos (período) anteriores. Ello no es una deshonra para el italiano porque las teorías del acelerador (junto con las del multiplicador) es una de las conquistas intelectuales de la economía, por más que el norteamericano P. Samuelson se haya llevado el honor (y parte del mérito sin discusión) de haberlo expuesto en artículo famoso. Yo prefiero partir del otro gran olvidado de la economía, quizá del más grande economista del siglo XX junto con Sraffa: Kalecki. En su obra *Teoría de la dinámica económica*¹⁹. Allí nos da el polaco afinado también en Cambridge el multiplicador y el acelerador por el precio de uno; además lleva a cabo una de las primeras contrastaciones empírica de la historia de su propia teoría. Kalecki expone varias relaciones de comportamiento entre variables económicas. Yo recojo la siguiente:

$$(36) \quad I_{t+z} = aS + b \frac{\Delta P_t}{\Delta t} + c \frac{\Delta O_t}{\Delta t} + cte.$$

¹⁸ si concretamos algo (1) llegamos al multiplicador keynesiano/kaleckiano

¹⁹ *Theory of Dynamics Economics. An essay of cyclical and long-run changes in the capitalist economy*, 1954.

donde I_{t+z} es la inversión en el momento $t+z$, P_t son los beneficios y O la producción del sector privado²⁰. Es evidente que la ecuación (35) en diferencias finitas ha de adaptarse a la nomenclatura de Sraffa y -lo que es importante- a su propio esquema. Vale inspirarse, pero no la mera copia.

$$(37) \quad X_t = aX_{t-2} - bX_{t-1}$$

Prima facie, parecería que hay muchas diferencias entre (36) y cualquier ecuación diferencial o en diferencias que recogiera el acelerador versión Samuelson. Las hay, pero no tantas como parece. Lo que nos dice (36) es que la producción de medios de producción X_t en *términos físicos* del período t dependen *negativamente* de la producción de esos medios en el período anterior (X_{t-1}) y *positivamente* de la producción de los mismos medios con dos períodos de rezago (los coeficientes a y b serían estrictamente positivos). Se podría generalizar a más períodos y determinar unas relaciones de causa-efecto entre la producción de medios actual y la producción de esos medios según períodos pares de rezago (relación positiva) e impares (negativa). La justificación de (36) es la de que las decisiones de inversión (recogidas por la matriz de medios *esrafiana* X) depende de *la saturación* de esos medios en períodos anteriores. No deja de ser el mismo criterio - aunque dicho con cierto grado de abstracción- que el de las diferentes versiones del multiplicador. Su bondad, como siempre, dependerá de su contrastación empírica. Aunque parezca sencillo, el conjunto de las ecuaciones de espíritu *esrafiano* (el cual interpretamos con la máxima modestia posible) que representan (1), (32), (33), (34), (35) y (37) da lugar a una ecuación diferencial compleja, mas por hecho de los dos rezagos de (37) que del número de ellas²¹.

Madrid, 25 de diciembre de 2006.

²⁰ Páginas 108 y 109 de la obra de Kalecki.

²¹ En realidad las ecuaciones que van de la (32) a la (35) representan una sola ecuación no más compleja que la propia (32), pero que se han explicitado por mor de la didáctica.

Bibliografía

Afriat, S.: "Sraffa's Prices", Università degli Studi di Siena, quaderni 474.
www.econ-pol.unisi.it/quaderni/474.pdf

Ahijado, M.: "Distribución, precios de producción y crecimiento", 1982, Centro de Estudios Universitarios Ramón Areces.

Subiza Martínez, B.: "Juegos matriciales y su aplicación a la teoría Perron-Frobenius", U. de Alicante; http://www.ine.es/revistas/estaespa/112_3.pdf

Bour, Enrique A.: "Marx y la teoría económica moderna", 2007
<http://www.aaep.org.ar/anales/works/works2007/bour.pdf>

Caballero, A. y Lluch, E.: "Sraffa en España", Investigaciones Económicas (2ª época, vol. X, n.º 2), 1986.

Dobb, M.: "Teoría del valor y de la distribución desde Adam Smith, edit. Siglo XXI editores.

Desai, M.: "Marxian Economic Theory", 1974 ["Lecciones de teoría económica marxista", 1977, edit. Siglo XXI].

Dobb, M.: "The Sraffa system and the critique of neoclassical theory of distribution", 1970.

Estrin, S. y Laidler, D.: "Introduction microeconomics".

Fiorito, Alejandro: "La implosión de la economía neoclásica". Está en la red:
www.geocities.com/aportexxi/sraffa12.pdf

Foncerrada, Luis Antonio: "Sraffa y Böhm-Bawerk". Está en la red:
<http://www.economia.unam.mx/secss/docs/tesisfe/FoncerradaPLA/tesis.pdf>

Garegnani, P.: "El capital en la teoría de la distribución", 1982, ed. Oikos-Tau ("Il capitale nelle teorie delladistribuzione", 1982)

Gehrke, Ch. y Kurz, D.: "Sraffa on von Bortkiewicz". Está en la red:
http://www.newschool.edu/cepa/events/papers/050509_Bortkiewicz.pdf

Harcourt, G.C.: "Teoría del Capital" (*Some Cambridge controversies in the theory of capital*, 1975), apéndice al cap. 4, 1975, edit. Oikos-tau.

Heathfield, D. F.: "Productions functions".

Korsch, Karl; "Karl Marx", 1975, traducción de Manuel Sacristán, edit. Ariel.

Kurz, Pasinetti, Salvador y otros: "Piero Sraffa: The Man and the Scholar", Routledge, 2008.

Kurz D. Heinz; "Critical Essays on Piero Sraffa's Legacy in Economics", 2000, Cambridge University Press.

Lange, O., Taylor, F. M.: "On the Economic Theory of Socialism, 1938 [Sobre la teoría económica del socialismo, 1971, edit. Ariel]

Marx, Carlos: "El método en la Economía Política", 1974, Ediciones Grijalbo, S.A.

Marx, Carlos: "El Capital", en el FCE, traducción de Wenceslao Roces.

Meade, J.: "A neo Classical Theory of Economic Growth", 1961.

Meek, R.: "Mr. Sraffa's Rehabilitation of Classical Economics", 1961.

Mendoza, Gabriel: "La transformación de valores en precios de producción", 1997
http://www.izt.uam.mx/economiatyp/numeros/numeros/10/articulos_PDF/10_2_La_transformacion.pdf

Mora Plaza, A.: "Aspectos de la economía de Sraffa", revista: Nómadas, n. 23, U. Complutense de Madrid, enlace: <http://www.ucm.es/info/nomadas/23/antoniomora.pdf>

Mora Plaza, A.: "Notas sobre la producción simple y conjunta a consecuencia de Sraffa: <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/181/18112179020.pdf>;

Mora Plaza, A.: "Sobre la transformación de valores a precios":
<http://www.eumed.net/ce/2009b/amp2.htm>
<http://revistas.ucm.es/cps/15786730/articulos/NOMA1010140379A.PDF>

Mora Plaza, A.: "Notas sobre el teorema fundamental marxiano"
<http://www.eumed.net/ce/2009b/amp.htm>
http://econpapers.repec.org/article/ervcontri/y_3a2009_3ai_3a2009-10_3a22.htm

Morhisima, M.: "La teoría económica de Marx" (*Marx's Economics*, 1973), 1977, pág. 15, edit. Tecnos.

Moseley, F.: "El método lógico y el problema de la transformación".
<http://www.azc.uam.mx/publicaciones/etp/num7/a8.htm>

Murga, Gustavo: "Piero Sraffa".
http://marxismo.cl/portal/index.php?option=com_content&task=view&id=100&Itemid=1

Nuti, D.: "Capitalism, Socialism and Steady Growth", 1970.

Okishio, N.: "A mathematical note on marxian theorems", 1963.

Pasinetti, L.: "Critical of the neoclassical theory of growth and distribution". Está en la red:
http://www.unicatt.it/docenti/pasinetti/pdf_files/Treccani.pdf

Pasinetti, L.: "Structural Change and Economic Growth: a theoretical essay on the dynamics of Wealth of Nations", 1981, Cambridge University Press.

Pasinetti, L.: "Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth", 1961/2.

Pasinetti, L.: "Switches of technique and the rate of return in Capital Theory", 1969.

Pasinetti, L.: "Crecimiento económico y distribución de la renta" (*Growth and Income Distribution*), 1974), 1978, Alianza Editorial.

Pasinetti, L.: "Lecciones de teoría de la producción" ("Lezioni di teoria della produzione", 1975), 1983, FCE.

Peris i Ferrando, J.E: "Análisis de la resolubilidad de modelos lineales de producción conjunta", 1987, en internet:
<http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/3829/1/Peris%20Ferrando,%20Josep.pdf>

Potier, J.P.: "Piero Sraffa", 1994, edicions Alfons Magnànim.

Ricardo, D.: "Principios de Economía Política y Tributación" (*On the Principles of Political Economy and Taxation*), 1973, F.C.E.

Robinson, J.: "Ensayos críticos", 1984, Ediciones Orbis.

Roncanglia, Alexandro: "Piero Sraffa", Edit, Palgrave, 2009.

Samuelson, Paul: "Understanding the Marxian notion of Exploitation", 1971.

Sánchez Choliz, Julio: "La razón-patrón de Sraffa y el cambio técnico", 1989, Investigaciones Económicas, 2ª época, Vol. XIII.
<ftp://ftp.funep.es/InvEcon/paperArchive/Ene1989/v13i1a7.pdf>

Sargent, T.J.: "Teoría macroeconómica" (*Macroeconomic Theory*, 1979), 1988, Antoni Bosch editor.

Schefold, Bertram: *Mr. Sraffa on Joint Production*, 1971

Schumpeter, J. A.: "Historia del Análisis Económico" (*History of Economic Analysis*, 1954), 1971, Ediciones Ariel.

Segura, J.: "Análisis microeconómico", pág. 88, 2004, Alianza editorial Tecnos.

Steedman, I.: "Marx, Sraffa y el problema de la transformación" (*Marx after Sraffa*, 1977), 1985, F.C.E.

Segura, J.: "Análisis microeconómico", 2004, Alianza editorial Tecnos.

Solow, R.: "The interest rate and transition between techniques", 1967.

Sraffa, Piero: "Producción de mercancías por medio de mercancías" (*Production of commodities by means commodities*, 1960), 1975, Oikos-Tau.

Ricardo, D.: "Principios de Economía Política y Tributación" (*On the Principles of Political Economy and Taxation*), 1973, F.C.E.

Vegara, J. M.: "Economía política y modelos multisectoriales", 1979, edit. Tecnos.

Varios,: "Matemáticas avanzadas aplicadas a la Economía", UNED, 2001.

$$p_j y_j = w l_j + (1+r) \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} \quad \text{desde } j=1 \text{ a } j=n$$

$$p_j y_j = (1+R) \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} \quad \text{desde } j=1 \text{ a } j=n$$

$$\sum_{j=1}^n p_j y_j - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} = 1$$

$$\sum_1^n l_j = 1$$