MODELO MARGINALISTA DE EQUILIBRIO FRENTE AL MODELO ESRAFIANO PARTIENDO DE SU GENERALIZACIÓN

por

Antonio Mora Plaza

MODELO MARGINALISTA DE EQUILIBRIO FRENTE AL MODELO ESRAFIANO PARTIENDO DE SU GENERALIZACIÓN

Antonio Mora Plaza

Leyendo un estupendo artículo del profesor Takashi Yagi[1] de la Meiji University publicado en el año que acaba (quiero resaltar este hecho) puede darse uno cuenta de algo que vengo denunciando de hace tiempo. En general, todavía para criticar la inconsistencia del modelo (o modelos) neoclásico-marginalista del equilibrio y de la producción aún se recurre a la obra del gran economista turinés ¡tal y como la dejó el italiano en 1960! Si ya de por sí esta obra se empezó a gestar –según declara el propio Sraffa- en los años 20 del siglo pasado, significa que los economistas críticos utilizan un instrumental analítico que va camino de cumplir 90 años. Es verdad que más grave aún sea que los libros al uso de introducción a la economía y otros intermedios (el Varian, por ejemplo), lo hacen con el retraso del marginalismo de 1870 o de la propia obra de A. Smith que fue publicada en el año 1776, justo el año de la declaración de la Independencia de lo que hoy es ya USA. Pero eso no debe consolarnos. Hemos sufrido la primera gran crisis del siglo XXI y si la cosa no ha ido a más ha sido por varias cosas: porque algo ya se ha aprendido y admitido sobre los llamados mercados desregulados y dejados a su libre albedrío; que algo se ha aprendido sobre la importancia de lo público en la economía; de cómo ha de comportarse los bancos centrales en las crisis, y de que no había una alternativa a esta crisis como la que hubo a partir del 29 del siglo XX: la II Guerra Mundial. La historia de las crisis, incluso la de los propios ciclos, ha demostrado que los fundamentos del análisis económico (microeconómico) son un cadáver político. Principalmente la ingenua concepción de las leyes de la oferta y la demanda de raíz marshalliana (las famosas *tijeras*), la del *sólo* mercado como asignador eficiente, la teoría del capital como factor de producción autónoma distinto del trabajo fechado (Sraffa *dixit*), la de las expectativas racionales (Robert Lucas) cuando ya se hacen estudios de la "racionalidad" de inversores y especuladores con el instrumental matemático de "los fractales", etc. Y la macro no está exenta de problemas. Se toma a Keynes cuando ya no se sabe qué hacer ante la crisis y siempre pasado por el tamiz de

[1] The Sraffa an Price System and the Classical Theory of Value and Distribution: http://host.uniroma3.it/eventi/sraffaconference2010/abstracts/pp_yagi.pdf

Hicks y su modelo de inoperante de equilibrio ***IS-LM*** (ver Pasinetti[2]) y se ha olvidado de Kalecki y de su dinámica. Los fundamentos del análisis económico neoclásico (neoliberal en lo político e ideológico) es un cadáver intelectual que aún goza de una presencia mayoritaria en cátedras, instituciones, revistas, etc. La contradicción es notoria que no sabemos como se resolverá, pero que, como diría Althusser, al menos una parte de esta contradicción deberá resolverse como lucha de clases en la teoría. Y en esa estamos.

Lo del artículo del profesor de la Meiji University venía a cuento porque su lectura resulta aleccionadora del estado actual de desarrollo de la crítica *esrafiana* de los fundamentos, porque el profesor Yagi apenas sale del instrumental de Sraffa tal y como el lo dejó. Por ejemplo, la ecuación que utiliza de *definición del sistema* es la de la producción simple de Sraffa; lo hace con salarios pos-factum, al igual que el turinés; aún utiliza la razón-patrón para jugar con las variables salario (en singular) y ganancia (en singular), etc. Y el artículo está escrito en noviembre del 2010.

Vamos a ser generosos y vamos a generalizar un *modelo marginalista* de equilibrio y producción para poder compararlo con un modelo *esrafiano* también generalizado. El fin es dejar patente sus diferencias. Una ecuación de definición del sistema económico a partir de los supuestos marginalistas sería como sigue:

(1) $$B_{1xn}= P_{1xm}Y_{mxn}-W_{1xn}L_{nxn}-i_{1xn}a_{nxn}K_{nxn}$$

donde $\boldsymbol{B}_{1\mathrm{xn}}$ es el vector de beneficios de $\boldsymbol{n}$ sectores; $\boldsymbol{P}_{1\mathrm{xm}}$ es el vector de precios $\boldsymbol{1}\mathrm{x}\boldsymbol{m}$; $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{mxn}}$ es la matriz no cuadrada $\boldsymbol{m}\mathrm{x}\boldsymbol{n}$ de bienes finales ($\boldsymbol{m}$ mercancías, $\boldsymbol{n}$ sectores); $\boldsymbol{W}_{\mathrm{mxn}}$ es la matriz de salarios $\boldsymbol{m}\mathrm{x}\boldsymbol{n}$; $\boldsymbol{L}_{\mathrm{nxn}}$ es la matriz diagonal $\boldsymbol{n}\mathrm{x}\boldsymbol{n}$ de $\boldsymbol{n}$ inputs; $\boldsymbol{i}_{1\mathrm{xn}}$ es el vector de tipos de interés; $\boldsymbol{a}_{\mathrm{nxn}}$ es la matriz de coeficientes de amortización del capital, y $\boldsymbol{K}_{\mathrm{nxn}}$ es una matriz diagonal $\boldsymbol{n}\mathrm{x}\boldsymbol{n}$ que representa el stock de capital (en términos físicos) al principio del período. Sin embargo, esta ecuación podría ser tildada de identidad contable: los beneficios son productos de la diferencia entre ingresos y gastos. La ecuación siguiente (2) sí es propia del análisis marginal. Representa la función de producción entre

[2] Véase la crítica de Pasinetti de la interpretación keynesiana ortodoxa en Crecimiento económico y distribución de la renta, 1978 (*Growth and Income Distribution - Essays in Economic Theory*, 1974)

la matriz ***Y*** no cuadrada de productos finales y los inputs de trabajo ***L*** y ***aK*** la parte del stock de capital que se va a consumir del período.

(2) $$Y_{mxn}= f(L_{nxn}, a_{nxn}K_{nxn})$$

Esta función puede ser trabajada de forma genérica sin concretar la relación funcional exacta entre productos finales y medios, pero guardando las siguientes características: 1) la primera derivada de los productos finales respecto a los inputs de trabajo ***L*** y respecto al uso del capital ***aK*** es positiva; 2) en cambio, son negativas las segundas derivadas para ambos tipos de medios. En realidad (2) es una generalización de los rendimientos decrecientes intensivos (no extensivos) de D. Ricardo en la agricultura. Sólo con estas características pueden funcionar los modelos marginales de equilibrio general o son característicos de un equilibrio parcial. Sólo así se pueden obtener precios de equilibrio que vacíen los mercados (e. general); o precios de oferta crecientes en relación a su producto (e. parcial); o tener validez teórica el criterio *paretiano* de asignación eficiente. Por ejemplo, con rendimientos crecientes o constantes no se pueden obtener precios de productos finales que se igualen con los costes, condición necesaria para tener la función de oferta de una empresa (y, por agregación, de un sector), porque la función de oferta marginalista surge por igualación entre los precios y los costes marginales a partir de la función de costes variables medios. Todo esto es ya se discutía en el Cambridge inglés de los años 30 del siglo pasado y, especialmente, por Sraffa. Pero es que el factor de capital tiene un problema de coherencia interna insuperable y un problema de agregación, también insuperable, a pesar de las parábolas de Samuelson y demás neoclásicos. En los años 30 se preguntaba Joan Robinson: ¿En qué unidades se mide el capital? En concreto, ¿cómo se puede agregar esa cosa llamada capital (***K***) para que sea independiente de los precios? Aún los neoliberales están buscando la respuesta como algunos buscan el Arca de la Alianza o el Santo Grial. Pero ya Robinson, Sraffa, Garegnani[3], Pasinetti, Nuti, etc., han demostrado que no hay solución. Para neoclásicos y marginalistas el baile comienza cuando maximizamos[4] los beneficios de (1) respecto a los inputs de

---

[3] En su famoso artículo *Heterogeous Capital, The Production Function and the Theory Distribuction* de 1970.

[4] Es decir, cuando se asienta la hipótesis racional de un comportamiento maximizador de todos los actores que intervienen en las decisiones económicas.

trabajo ***L*** y al capital utilizado en el período (***aK***). Ese es el supuesto básico de productores y consumidores: ambos (es decir, toda la sociedad), deciden su consumo y la producción optimizando continuamente sus decisiones, todas y cada una de sus decisiones respecto a los recursos (rentas) propias. Hay que detenerse sobre este punto porque estamos en un caso *popperiano* de la *falsibilidad*: ¿cómo demostrar que las decisiones de elección no son óptimas? ¿Puede ocurrir que lo sean a veces sí y a veces no? Parece ser que no, que o se admite que siempre se optimiza o nunca, porque las excepciones no aparecen en el seno de la propia teoría. No hay manera de, vista una elección, sepamos a priori si ha habido optimización o no. O se acepta por principio o no. Es decir, el caso de Popper, aunque Popper lo decía respecto al marxismo y el psicoanálisis freudiano. Un dislate, pero ahí siguen esas funciones, sirviendo para obtener doctorados y justificar las retribuciones del capital, sean cual sean aquellas, sean cual sea éste. De la maximización (optimización) de la función (1) se obtienen las ecuaciones:

$$(3) \qquad P_{1xm} \times \frac{dY_{mxn}}{dL_{nxn}} = W_{1xn}$$

$$(4) \qquad P_{1xm} \times \frac{dY_{mxn}}{d(a_{nxn}K_{nxn})} = i_{1xn}$$

Si ahora sustituimos (3) y (4) en (1) queda:

$$(5) \qquad B_{1xn} = P_{1xm}Y_{mxn} - P_{1xm} \times \frac{dY_{mxn}}{dL} L_{nxn} - P_{1xm} \times \frac{dY_{mxn}}{d(aK)} a_{nxn}K_{nxn}$$

Y si, como consecuencia de la competencia los beneficios se hacen cero, de (5) queda:

$$(6) \qquad P_{1xm}Y_{mxn} = P_{1xm} \times \frac{dY_{mxn}}{dL} L_{nxn} + P_{1xm} \times \frac{dY_{mxn}}{d(aK)} a_{nxn}K_{nxn}$$

Esta ecuación es muy interesante. Si en lugar de estar en el mundo real (más o menos) estuviéramos en un mundo ¿equivalente? de una sola empresa y una sola mercancía, el vector de precios $\boldsymbol{P}_{1xm}$ sería un escalar, es decir, un solo precio. Con ello el precio de (6) desaparecería en ambos lados de la ecuación y quedaría:

(7) $$Y_{1xn} = \frac{dY_{1xn}}{dL} \times L_{nxn} + \frac{dY_{1xn}}{d(aK)} \times a_{nxn} K_{nxn}$$

Y se cumpliría que todo el producto ***Y*** quedaría repartido[5] (distribuido) entre el trabajo (***L***) y el capital (***aK***). Pero (7) sólo es válido en ese supuesto que tanto utilizan los neoclásicos. Pues bien, (7) deja de ser válido simplemente si nos acercamos un poco (***m*** bienes y servicios) al mundo real. Para que (6), que es la ecuación de oferta de $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{mxn}}$, tenga sentido en el mundo neoclásico, es decir, para despejar el vector de precios $\boldsymbol{P}_{\mathrm{1xm}}$, debe confrontarse con otra ecuación que dependa del nivel de precios. Esta ecuación es la de demanda:

(8) $$Y(d)_{mxn} = h(P_{1xm})$$

En el equilibrio neoclásico, la oferta *en términos físicos* ($\boldsymbol{Y}_{\mathrm{mxn}}$) debe igualar a la demanda $\boldsymbol{Y}(d)_{\mathrm{mxn}}$ en todos los mercados, es decir, para todos los bienes y servicios, de tal manera que se cumpla que:

(9) $$Y(d)_{mxn} = h(P_{1xm}) = Y_{mxn}$$

En los ejemplos de los divulgadores de lo neoclásico, sustituyen (9) en (7) y queda una función implícita de precios que quizá pueda despejarse. Pero (7) es un caso irreal, un caso particular que no puede aspirar a ser equivalente a una ecuación que represente el sistema en su conjunto por la contradicción que hemos visto: para un solo bien o servicio el precio desaparece en (6), pero no para un modelo representativo de ***m*** bienes y servicios. Para poder despejar los precios en (9) no basta igualar todas las ofertas y todas las demandas en términos físicos, sino que han de igualarse en términos monetarios, es decir, se ha de cumplir la condición *walrasiana*:

(10) $$P_{1xm} Y(d)_{mxn} = P_{1xm} h(P_{1xm}) = P_{1xm} Y_{mxn}$$

Y de (10) y (7) se obtiene:

[5] Ecuación homogénea de Euler de primer grado.

(11) $$P_{1xm}h(P_{1xm}) = P_{1xm} \times \frac{dY_{mxn}}{dL} \times L_{nxn} + P_{1xm} \times \frac{dY_{mxn}}{d(aK)} \times a_{nxn}K_{nxn}$$

Si ahora se concreta (11) con una función real $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{P}_{1xm})$, es posible –bajo condiciones muy restrictivas además de las de las productividades decrecientes- encontrar un vector de precios $\boldsymbol{P}_{1xm}$ que satisfagan (11). Para llegar a ello es indispensable emplear los teoremas del punto fijo de Brower y Kakutani, que además permita que la función de precios que vacíe los mercados cumplan los requisitos que se imponen los neoclásicos en el equilibrio competitivo: ha de ser posible formalmente, ha de ser único – nunca he entendido porqué- y con estabilidad local al menos. ¡Allá los neoclásicos y marginalistas!

Hemos visto la dificultad y las condiciones que tienen los neoclásicos para llegar a un vector de precios que vacíen los mercados: condiciones especiales de las productividades, funciones de demanda apropiadas, rendimientos decrecientes, equilibrio entre oferta y demanda en todos los mercados presentes y futuros, igualdad entre *el valor* de lo demandado y lo ofertado (Walras), beneficios nulos merced a la competencia perfecta. Más aún, que no haya bienes públicos, efectos externos, información asimétrica. Y alguna que se me escapa. Vamos: Alicia en el país de las Maravillas.

Pasemos ahora al *modelo esrafiano* partiendo de una ecuación de definición de sus sistema lo más parecido posible en cuanto a la generalización del modelo que el que hemos visto. Esta sería:

(12) $$P_{1xm}Y_{mxn} = \left[W_{1xn}L_{nxn} + P_{1xm}X_{mxn}\right] \times (I + G_{nxn})$$

Apenas tenemos que aclarar (12) porque las variables $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Y}$, $\boldsymbol{W}$ y $\boldsymbol{L}$ son las mismas que (1). Cambia que aquí no aparece esa cosa que los neoclásicos llaman capital ($\boldsymbol{K}$) y sí aparece una tasa de ganancia, pero que es distinta porque esta implementada en el modelo mediante el criterio de *mark-up* o tasa de ganancia *pre-factum*. Por ello la hemos llamado de otra manera ($\boldsymbol{G}$) respecto a la ecuación del modelo neoclásico ($\boldsymbol{B}$). Para más acercamiento de las variables entre ambos modelos, el capital ($\boldsymbol{K}$) del neoclásico está relacionado con los medios de producción ($\boldsymbol{X}$) en el esrafiano mediante la ecuación:

(13) $$i_{1xn}a_{nxn}K_{nxn}= P_{1xm}X_{mxn}(I+G_{nxn})+W_{1xn}L_{nxn}G_{nxn}$$

De entrada, en el modelo de Sraffa no ha de suponerse ninguna dependencia funcional[6] entre productos finales ***Y*** y medios de producción ***X***. Además de (12) se pueden despejar directamente los precios y queda:

(14) $$P_{1xm}= WL(I+G)[Y-X(I+G)]^T\left[[Y-X(I+G)][Y-X(I+G)]^T\right]^{-1}$$

La ecuación (14) parece complicada formalmente, pero es conceptualmente la (12) con los precios implícitos, donde no se ha hecho ningún supuesto sobre supuestas funciones de producción. La razón de ello es que éstas no existen. Tampoco se han hecho supuestos sobre las condiciones de equilibrio ni sobre las funciones de demanda. La razón de ello es que los datos sobre productos físicos y medios físicos se han tomado de la realidad, sin más interrogatorio. Sigamos. Vamos hacer ahora –como hace Sraffa en su producción conjunta tan *sui generis*- el supuesto de que los salarios fueran cero y que todo el excedente se lo llevaran las ganancias. La ecuación que sale de hacer ***W***=**0** es:

(15) $$P_{1xm}Y_{mxn}= P_{1xm}X_{mxn}\times(I+G_{M1xn})$$

No existe equivalente neoclásico a (15) ni a la variable $\boldsymbol{G}_{\mathrm{M}}$, es decir, la tasa máxima de ganancia. Esta variable es muy importante para el desarrollo de la semilla sembrada por el italiano. No ha sido explotada, quizá porque ni el propio Sraffa se dio cuenta de ello. Por ejemplo, este tipo de ganancia (máxima) juega un papel decisivo en tres aspectos: sustituye a la razón-patrón de la producción simple en la producción conjunta, puede engendras una teoría no monetaria de la inflación esrafiana, puede permitir una teoría de la planificación a partir de las variables monetarias salarios, ganancias y ganancias máximas, permite una formulación explícita de los precios en la reducción a trabajo fechado con producción conjunta. Son sólo unos ejemplos. Si ahora igualamos esta ecuación con la (12) y se despejan los precios, se obtiene:

[6] En su libro "Producción de mercancías …" de 1960 lo deja al libre albedrío del lector. Ello es posible, no obstante, sólo hasta el epígrafe referido al capital como reducción de trabajo fechado.

(16) $$P_{1xm} = W_{1xn} L_{nxn} (I + G_{nxn})(G_{(M)nxn} - G_{nxn})^{-1} X^{T}_{nxm} \left[X_{mxn} X^{T}_{nxm} \right]^{-1}$$

La diferencia de (16) respecto a (14) es que tenemos como variable la tasa máxima de ganancia $\boldsymbol{G}_{\mathrm{M}}$ y en (16) no; aquí a cambio los precios no dependen explícitamente de los productos finales ***Y***. La relación entre los precios y sus variables es como sigue: respecto a los salarios ***W*** e inputs de trabajo ***L*** son proporcionales; respecto a las tasas de ganancia ***G*** y tasas máximas de ganancia $\boldsymbol{G}_{\mathrm{M}}$ son decrecientes, y respecto a los medios de producción ***X*** no es posible adelantar nada tal como están en (16). No obstante, si a los efectos pedagógicos simplificamos (16) mediante una única tasa de ganancia ***g***, una única tasa de ganancia máxima $\boldsymbol{g}_{\mathrm{M}}$ y hacemos que el número de bienes y servicios coincida con el de sectores, es decir, que ***m***=***n***, la ecuación (16) queda:

(17) $$P_{1xn} = \frac{w(1+g)}{g_M - g} L_{1xn} X^{-1}_{nxn}$$

En Sraffa los precios $\boldsymbol{P}_{1\mathrm{xn}}$ que el llama de producción –que yo discuto porque no incorpora ninguna función de producción o algo equivalente- surgen de forma natural sin suponer: 1) ningún tipo de rendimiento[7] a priori porque los datos sobre productos y medios los toma de la realidad; 2) no se hace ningún supuesto sobre productividades marginales por lo anterior; 3) los precios no necesariamente son de equilibrio puesto que no aparecen explícitas ninguna función o criterio sobre la demanda; 4) la relación entre precios y sus variables son explicitas, por lo que sabemos como variarán aquellos en función de éstas; 5) si las tasas de ganancia caen, los precios también caen en el conjunto global de la economía por más que no podamos asegurar eso en cada sector (por cada bien o servicio) por las relaciones variables intersectoriales y composiciones entre trabajo y medios de los sectores que interactúan entre sí, comprando y vendiendo medios de producción; 6) si las tasas de ganancia aumentan, los precios aumentarán, y lo harán *exponencialmente* si se acercan las ganancias a las tasas máximas de ganancia; 7) los precios aumentarán con la relación trabajo/medio de producción $\boldsymbol{LX}^{-1}$; 8) no hemos tenido que recurrir a ningún teorema del punto fijo. Es verdad que sí se hace

[7] Al menos hasta que lleguemos a la reducción a trabajo fechado.

cuando estamos en la producción simple con el teorema de Perron-Frobenius -que es el equivalente o isomorfo en el álgebra matricial con los teoremas de Brower y Kakutani para funciones continuas- pero no aquí en la producción conjunta.

Que el lector lo juzgue, pero creo que no hay color.

Madrid, 6 de enero de 2010.