TEORÍA ESPECIAL DE LA DISTRIBUCIÓN DEL CAPITAL[1]

Raúl Castañeta Calderón
info@castanetacalderon.com

RESUMEN EJECUTIVO.

El presente documento pretende dar un idea lo más exacta posible sobre cómo se distribuye (estadísticamente hablando) el capital dentro de la economía, tomando en consideración los principales paradigmas que dieron forma a los actuales conceptos que gobiernan el comercio y las finanzas internacionales, a fin de lograr una síntesis descriptiva mediante el empleo de la estadística de Boltzmann para el caso especial de una economía cerrada.

Palabras Clave: Distribución del capital, economía cerrada, tasa de rendimiento del capital, distribución de Boltzmann, distribución probabilística, capital promedio y capital masivo.

ABSTRACT.

This document aims to give the most accurate idea on how it is distributed (statistically speaking) the capitals into the economy, taking into account the main paradigms that shaped the current concepts which rules international trade and finance, in order to reach a descriptive synthesis through Boltzmann`s statistic for the special case of a closed economy.

Keywords: Capital distribution, closed economy, rate of return (ROR), Boltzmann distribution, probability distribution, weighted average of capital and massive capital.

JEL. C02, C16, D31, E22, E40, G32

---------------------- o ----------------------

En un planeta cada vez más interconectado no solo tecnológica, sino que también financieramente y donde, saber con el mayor grado de precisión la dinámica de ciertas variables macroeconómicas clave como es el tipo de cambio, la inflación, el desempleo, el capital, etc., constituye uno de los activos más preciados de todo buen economista. Así, desde los albores de la macroeconomía J. M. Keynes y otros destacados economistas se propusieron describir, analizar, conceptualizar (y acaso en lo posible definir) la dinámica de las variables anteriormente citadas. Todo ello en relación a la época que les tocó vivir.

Hoy, mucho tiempo después y luego de haber bordeado peligrosamente la Depresión Económica Mundial[2], somos testigos de cómo el mundo ha cambiado.

[1] El borrador (inédito) del presente documento fue terminado en su redacción, el 7 de Noviembre de 2009; siendo ésta, su única publicación a través de la gentileza del Dr. D. Juan Carlos Martínez Coll, director del grupo EUMED.NET (SEJ 309), como editor de la revista electrónica "Contribuciones a la Economía" (ISSN 1696-8360), indexada en IDEAS-RePEc y alojada en http://www.eumed.net/ce/

[2] La primera Gran Depresión comenzó en Octubre de 1929 y se prolongó hasta casi fines de la década de 1930. Es un fenómeno que con seguridad ninguna economía de nuestro planeta desearía conocer, aparte de EE.UU. el Reino Unido y Alemania (cuyas economías llevaron la peor parte).

Es verdad que se lograron muchos avances -no solo teóricos, sino que también prácticos- en variables como desempleo, inflación, etc. Pero muy poco se ha escrito sobre el tratamiento cuantitativo de la variable ***capital***, en cuanto a su distribución dentro de la economía.

En este sentido, un breve resumen sobre los trabajos teóricos de la distribución del capital en la economía, puede proporcionar una buena aproximación sobre el actual estado de ésta muy importante área de la economía global.

Keynes [1] hablaba que "El mero acto de ahorrar realizado por un individuo…obliga a algún otro individuo a transferirle alguna otra riqueza, vieja o nueva. Cada acto de ahorro implica una transferencia -forzada- inevitable de riqueza a quien ahorra, aunque él, a su vez, puede sufrir las consecuencias del ahorro de otros"[3]. Esto nos indica que ya en 1930, se tenia un conocimiento "no formalizado" acerca de la distribución de la riqueza.

Por la misma época I. Fisher [2], hablaba de establecer a la *tasa de interés* como el nexo entre las variables *ingreso* y *capital*, pero tampoco llegó a validar ni formalizar su modelo.

R. A. Mundell [3] [4] [5], esbozó los lineamientos generales acerca del empleo de una política económica internacional eficaz a través del uso estandarizado de un Tipo de Cambio Flexible que este fuertemente respaldado por una alta movilidad del capital. De hecho, Mundell, afirmaba que, dado una libre y alta movilidad del capital, todo el sistema de precios internacionales basado en tasas de cambio flexibles será dinámicamente estable después de tener en cuenta la demanda especulativa. Esta última parte es muy interesante, debido a su elevado valor conceptual dentro del actual escenario económico mundial. Sin embargo -y a pesar de establecer la conexión entre el *flujo de capital* y el *tipo de cambio*- tampoco realiza la descripción técnica acerca del cómo se distribuye o debería distribuir ese flujo de capital entre dos o mas economías. Pero es importante remarcar que en [4], se permite comprender como funciona la política económica cuando el capital es muy móvil. Así, cuando esto sucede, la más mínima diferencia entre los tipos de interés, provoca enormes movimientos de capital entre dos o más economías.

3 John Maynard Keynes, La Teoría General del Empleo, el Interés y el Dinero. Fondo de Cultura Económica, 2009. Pág. 211.

Y una vez mas se vuelve a retomar el asunto de los movimientos para la distribución del capital [6], [7], [8], [9], [10], [11] que dada la reciente crisis financiera –y donde fueron particularmente afectados la mayor parte de los países en desarrollo-, es una urgente necesidad examinar las implicaciones de un alto incremento de los movimientos de capital internacional. De esta manera, todo país que este integrado al sistema financiero global[4], es susceptible a crisis financieras causadas principalmente por el poco estudiado y menos aún normado flujo internacional de capitales, cuya génesis descriptiva –a nivel de una economía cerrada- quizás pueda conducirnos a una mejor comprensión (y por supuesto, una mejor normativa al respecto) acerca de la distribución del capital en la economía no solo nacional, sino que también global.

El capital, la tasa de rendimiento, los agentes económicos y las probabilidades.

A continuación se presenta un argumento de naturaleza económica simple que conduce a una aproximación de la distribución del capital[5] en una economía cerrada, para luego enfocarme en argumento general aún mas simple que verifica la forma ecuacional de dicha distribución.

Considérese una economía que contiene un gran número de agentes económicos del mismo tipo y que esta en equilibrio de mercado, a una tasa de rendimiento[6] $\boldsymbol{r}$. Para estar en equilibrio deben ser capaces de intercambiar capital entre ellos. En el intercambio de capitales habrá fluctuaciones y en algunas ocasiones algunos tendrán más que el capital promedio y otros tendrán menos. Sin embargo, la teoría de la mecánica estadística sugiere que estos capitales $\boldsymbol{k}$ se distribuyan según una distribución probabilística definida cuya forma esta especificada por $\boldsymbol{r}$. Una razón es que el valor promedio $\bar{k}$ del capital de

4 En principio, queda claro que es beneficioso estar integrado al sistema financiero global. Así mismo, un sistema financiero global implica el movimiento de capitales como condición *sine qua non*. El asunto es cómo entender que esa inserción y movimientos de capital no afecten negativamente a la economía en su conjunto.

5 Etimológicamente hablando, el término capital tiene origen latín (***capitālis,*** perteneciente o relativo a la cabeza). Término que sin embargo evolucionó (económicamente hablando) durante la Edad Media, para que finalmente Adam Smith, hacia el año 1766 definiera al capital como "uno de los tres factores de producción", realizando así, el análisis seminal sobre la creación y distribución de la riqueza. Pero es en el Siglo XX, cuando los grandes acontecimientos (de orden económico) vuelven a seducir a los economistas sobre el análisis de la "Teoría que Gobierna a la Creación y Distribución del Capital", independientemente de la forma que vaya a adoptar, a saber: como bien de capital, activo financiero, dinero, etc.

6 Toda vez que vaya a realizarse una inversión, es necesario contar con una medida de rendimiento del capital. Así, una muy importante, es la ***tasa de rendimiento del capital*** r, que indica el rendimiento monetario neto -por lo general anual- por unidad monetaria de capital invertido.

cada individuo esta determinado por la distribución de probabilidad y $\bar{k}$ deberá tener un valor definido para una ***r*** en particular.

Para mostrar estas ideas, considere una economía que consiste de entidades del mismo tipo y que pueden poseer capital. Un ejemplo seria un conjunto de personas, cada una de ellas posee capital si se halla económicamente activa[7]. Inicialmente supondremos que este sistema económico esta aislado de lo que lo rodea, de modo que el ***capital total es constante*** y suponga también que los agentes económicos pueden intercambiar capital entre ellos mediante algún mecanismo[8], de tal forma que cada uno de los constituyentes del sistema pueda entrar en equilibrio con el resto. Con el objeto de simplificar los cálculos subsecuentes, supóngase también por el momento que el capital de cualquier agente económico esta restringido a uno de los valores $k = 0, \Delta k, 2\Delta k, 3\Delta k, 4\Delta k, 5\Delta k, \ldots$ Posteriormente se hará que el intervalo Δk tienda a cero, de modo que todos los valores de ***k*** sean permitidos. Para mayor simplicitud se considerará primero que solamente existen cinco (un número elegido arbitrariamente) agentes económicos en el sistema y que el capital total de esté tiene el valor de $4\Delta k$ (que también se escoge pequeño arbitrariamente dentro de los múltiplos enteros positivos que Δk puede tomar). Posteriormente, se generalizará a sistemas económicos con un número grande de agentes económicos y cualquier capital total.

Y es así, que en esta economía de cinco agentes económicos -mismos que pueden intercambiar capital entre sí-, todas las divisiones del capital total $4\Delta k$ a los cinco agentes son posibles. En la *Fig.1* se muestran todas las divisiones posibles que se han marcado con el símbolo $\Re$.

Para $\Re = 1$ cuatro agentes tienen $k = 0$, el quinto tiene $k = 4\Delta k$, dando así el capital total requerido $4\Delta k$. En realidad existen cinco formas diferentes de lograr esta división ya que cualquiera de los cinco puede ser el que este en el estado $k = 4\Delta k$.

---

[7] Esta trabajando o haciendo trabajar a otras para beneficio de la misma.

[8] Realizando inversiones, haciendo transferencias, comerciando, etc. a través del sistema financiero.

Fig. 1

ILUSTRACIÓN DE UN CÁLCULO SIMPLE QUE CONDUCE A UNA APROXIMACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DEL CAPITAL EN UNA ECONOMÍA CERRADA.

Marca de las divisiones	$k=0$	$k=\Delta k$	$k=2\Delta k$	$k=3\Delta k$	$k=4\Delta k$	$k=5\Delta k$	Numero duplicado de divisiones distinguibles	***p***
$\Re = 1$	٢٢٢٢				٢		5	5/70
$\Re = 2$	٢٢٢	٢		٢			20	20/70
$\Re = 3$	٢٢	٢٢	٢				30	30/70
$\Re = 4$	٢٢٢		٢٢				10	10/70
$\Re = 5$	٢	٢٢٢٢					5	5/70
n'(k)	175/70	100/70	50/70	20/70	5/70			

Nota: La división más probable es $\Re = 3$.

En la figura, esto se indica en la columna marcada "número duplicado de divisiones distinguibles". Un segundo tipo de división posible, marcando $\Re = 2$ es una en la que 3 agentes tienen $k = 0$, el cuarto $k = \Delta k$ y el quinto $k = 3\Delta k$. En este caso existen 20 divisiones duplicadas. La tercera división posible, marcada con $\Re = 3$ tiene 30 modos duplicados de contar con dos agentes con $k = 0$, dos agentes con $k = \Delta k$ y el último con $k = 2\Delta k$ dando el capital total requerido $4\Delta k$. Una cuarta división posible, marcada con $\Re = 4$ tiene 10 modos duplicados de contar con tres agentes que posean $k = 0$ y dos agentes que posean $k = 2\Delta k$. La última división posible, considera los siguientes datos:

Hay un agente que tiene $k = 0$.

Hay cuatro agentes que poseen $k = \Delta k$ cada uno.

El número duplicado de divisiones distinguibles para esta división es 5.

Al evaluar el número de divisiones duplicadas, se cuentan como duplicados distinguibles cualquier arreglo de agentes económicos entre los diferentes estados de capital.

Sin embargo, cualquier arreglo de agentes en el mismo estado de capital no se cuenta como duplicado, ya que agentes económicos del mismo tipo y que posean la misma cantidad de capital, no pueden ser distinguibles estadísticamente, mediante la observación, uno del otro. Esto es, ***agentes idénticos, se tratan como si fueran distinguibles***, excepto para arreglos dentro del mismo estado de capital. El número total de arreglos (permutaciones) de los cinco agentes es: $5! \equiv 1\times 2\times 3\times 4\times 5$ (El número de formas diferentes de ordenar cinco objetos es 5!, ya que existen cinco oportunidades de escoger cual de ellos se escoge primero, cuatro oportunidades para elegir al segundo de los cuatro restantes, tres para elegir al siguiente, dos para el penúltimo y solo una para el último. El número total de oportunidades es $5\times 4\times 3\times 2\times 1 \equiv 5!$. Para n objetos (agentes económicos), el número de ordenamientos diferentes es $n! \equiv n(n-1)(n-2)\cdots 1$.)

Pero los arreglos dentro del mismo estado de capital no cuentan. Entonces por ejemplo, en el caso de $\Re = 2$, el número de duplicados distinguibles se reduce de 5! a $\frac{5!}{3!} = 20$, ya que existen 3! arreglos en el estado $k = 0$ que no cuentan como distinguibles. En los casos $\Re = 1$ o $\Re = 5$, el número de esas divisiones se reducen de 5! a $\frac{5!}{4!} = 5$, ya que existen 4! rearreglos dentro del estado $k = 0$ o el estado $k = \Delta k$ que no cuentan como distinguibles. Asi mismo, se procederá de manera idéntica para las divisiones $\Re = 3$ y $\Re = 4$.

Ahora, se hará la suposición final: ***todas las divisiones posibles de capital en esta economía cerrada (sistema) ocurren con la misma probabilidad***.

Por lo tanto, la probabilidad de que las divisiones de un tipo (o marca) dado ocurran, es proporcional al número de divisiones duplicadas distinguibles de este tipo. La probabilidad relativa ***p*** es precisamente igual a este número dividido entre el número total de esas divisiones.

En la *Fig. 1* se enlistan las probabilidades relativas en la columna marcada ***p***.

A continuación, se calculará $n'(k)$ que es el número probable de agentes en el estado de capital *k*. Considérese el estado de capital $k = 0$. Para todas las divisiones del tipo $\Re = 1$ existen cuatro agentes en este estado y la probabilidad relativa ***p*** de que ocurran estas divisiones es 5/70; para $\Re = 2$ existen tres agentes en este estado y ***p*** es 20/70; para $\Re = 3$ existe dos agentes y ***p*** es 30/70, procediéndose de manera análoga para las divisiones $\Re = 4$ y $\Re = 5$. Entonces $n'(0)$, el número probable de agentes en el estado $k = 0$, es $4\times(5/70) + 3\times(20/70) + 2\times(30/70) + 3\times(10/70) + 1\times(5/70) = 175/70$. Los valores de $n'(k)$ calculados en la misma forma para los otros valores de *k* se enlistan en la parte inferior de la *Fig. 1* y se denotan por $n'(k)$ (nótense que la sumatoria de estos números es 5, por lo tanto, se encuentra un total correcto de cinco agentes en todos los estados).

En la siguiente *Fig. 2* también se han graficado como puntos, los valores de $n'(k)$. La curva sólida (regresión), es la función exponencial decreciente:

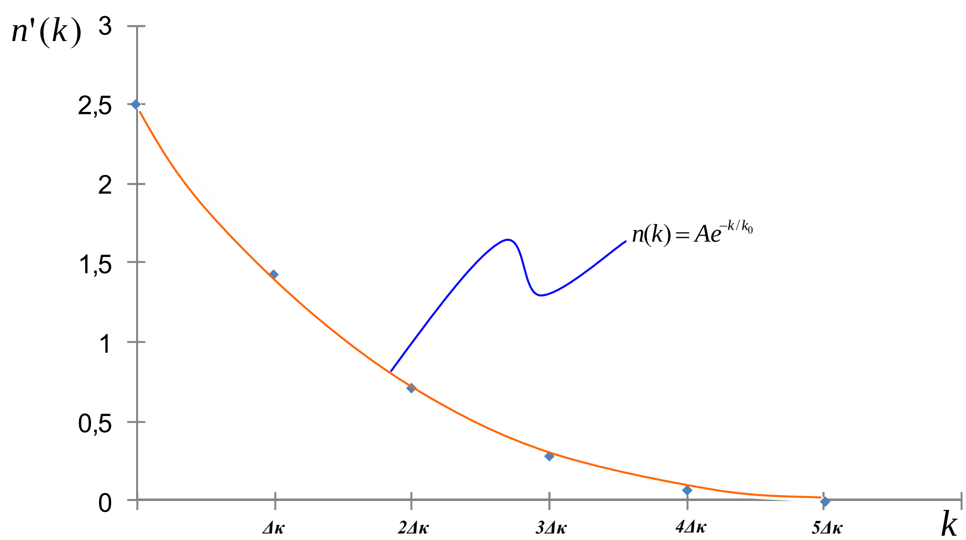
$$n(k) = Ae^{-k/k_0} \qquad (1)$$

Donde A y k_0 son constantes que se han ajustado para dar un mejor llenado de la curva con los puntos que representan los resultados de estos cálculos[9].

La rápida caída en $n'(k)$ con el incremento de capital refleja el hecho de que, si un agente toma una gran parte del capital total de la economía (sistema cerrado), el resto del mismo, tendrá necesariamente un capital reducido y, por lo tanto, un número considerablemente reducido de modos de división de ese capital entre sus partes constitutivas, esto es, agentes económicos.

Fig. 2

ILUSTRACION DE LOS RESULTADOS PARA UNA ECONOMIA CERRADA CON *5* AGENTES ECONOMICOS Y UN CAPITAL TOTAL *4ΔK*



[9] Es notable mencionar que la obtención de: $n(k) = Ae^{-k/k_0}$ pertenece al dominio de las ecuaciones diferenciales; procedimiento que por ahora no abordaré, en el afán de no extraviar el objetivo principal del presente trabajo.

Y donde:

$$
\begin{aligned}
n'(0) &= 4\times(5/70)+3\times(20/70)+2\times(30/70)+3\times(10/70)+1\times(5/70) &&= 2.5\\
n'(\Delta k) &= 1\times(20/70)+2\times(30/70)+4\times(5/70) &&= 1.42857\\
n'(2\Delta k) &= 1\times(30/70)+2\times(10/70) &&= 0.714286\\
n'(3\Delta k) &= 1\times(20/70) &&= 0.285714\\
n'(4\Delta k) &= 1\times(5/70) &&= 0.071429\\
n'(5\Delta k) &= 0 &&= \underline{0\qquad\quad}\\
& && \ 5.000000
\end{aligned}
$$

Luego, existen muy pocas divisiones del capital total de esta economía (sistema) en situaciones en las que una parte relativamente grande de capital esta concentrado en un agente[10]. Sobre este punto, ya hay literatura que muestra la evidencia empírica [12], [13], [14].

Imagine ahora que se hace Δk más y más pequeño sucesivamente, incrementando el número de estados permitidos al mismo tiempo que se mantiene el capital total en su valor previo. El resultado de este proceso es que la función $n'(k)$ calculada, resulta definida para valores de k que están más y más próximos entre sí (esto es, se tendrán más puntos en nuestra distribución).

En el límite $\Delta k \to 0$ el capital poseído por un agente se hace una variable continua, como lo exige este análisis y la distribución $n'(k)$ se hace una función continua. Por último, si se permite que el número de agentes en el sistema sea grande, se encuentra que esta función es idéntica con la exponencial decreciente $n(k)$ de (1) (conforme los puntos se hacen más y más próximos no se apartan de la exponencial decreciente, sino que caen justamente en ella). El verificar esto mediante una extensión directa de estos cálculos para el caso de un número muy grande de estados de capital y agentes, involucra una contabilidad formidable[11] para enumerar las divisiones distinguibles que tienen los valores requeridos del capital total y el número de agentes y a continuación calcular las muchas probabilidades relativas. Se verificará la validez de la distribución de la probabilidad dada en (1) mediante un procedimiento más sutil y quizás un poco más simple de asimilar.

---

[10] Así, tropezamos con el siguiente fenómeno: ***"Los sistemas económicos, no prohíben la existencia de agentes económicos poseedores de capital masivo, esto es, que poseen inmensas cantidades de capital; pero hacen que su existencia sea peligrosa para el resto de los agentes de dicho sistema económico"***.

[11] Requerimiento que en la actualidad puede ser cubierto por un software informático *ad hoc*.

Considere un sistema de muchos agentes idénticos en equilibrio de tasa de rendimiento de capital ***r*** entre ellos, dentro de una economía cerrada. El equilibrio requiere que los agentes sean capaces de intercambiar capital. Verbigracia, al interactuar con otros agentes a través de la frontera[12] de tal economía, los agentes pueden intercambiar capital en tal frontera y así indirectamente intercambiar capital con cada uno de los otros –verbigracia, mediante el sistema financiero-. Luego, si al interactuar con otros agentes, uno gana capital, lo hace a expensas del capital del resto del sistema (todos los otros agentes más la frontera de tal economía). Excepto por esta constricción de la conservación del capital, los agentes son independientes entre si. ***La presencia de un agente en algún estado de capital en particular, no inhibe o favorece en ninguna forma a la oportunidad de que otro agente idéntico esté u ocupe ese estado***. Considere ahora dos de estos agentes. Sea $P(k_1)$ la probabilidad de encontrar a uno de ellos en un estado de capital k_1. Entonces la probabilidad de encontrar al otro en un estado de capital k_2 estará dada por la misma función de distribución de probabilidad, ya que los agentes tienen propiedades idénticas, pero evaluadas al capital k_2, la probabilidad será $P(k_2)$.

Debido al comportamiento independiente de los agentes, estas dos probabilidades son independientes entre sí. Como consecuencia, la probabilidad de que el capital de un agente sea k_1 y que el capital del otro sea k_2 esta dada por $P(k_1)(k_2)$. La razón es que las probabilidades independientes, son multiplicativas[13].

A continuación se considerarán todas las divisiones del capital del sistema en el cual, la suma de los capitales de los dos agentes tiene el mismo valor fijo $k_1 + k_2$ que en el caso particular recién estudiado, pero en el cual los dos agentes toman porciones diferentes de este capital ya que el capital total del sistema aislado es constante, para todas estas divisiones, el resto del sistema también tendrá un valor fijo de capital. Así, para todas ellas, existe el mismo número posible de modos para el resto del sistema, para distribuir su capital entre sus componentes.

Como consecuencia, la probabilidad de estas divisiones en las cuales existe cierta porción del capital $k_1 + k_2$ entre los agentes, puede diferir de la probabilidad de las otras

---

[12] Entiéndase por esta frontera, de manera física o virtual.

[13] Si la probabilidad de obtener cara en un lanzamiento de una moneda es 1/2, entonces la probabilidad de obtener cara en cada uno de dos lanzamientos es $(1/2)\cdot(1/2) = 1/4$, ya que los lanzamientos son independientes.

divisiones, en las cuales existe una porción diferente de dicho capital solo si estas porciones distintas, ocurren con probabilidades diferentes. Si nuevamente se supone que ***todas las divisiones posibles del capital del sistema económico ocurren con la misma probabilidad***, se ve que esto no puede ser y se concluye que todas las divisiones en las que el mismo capital $k_1 + k_2$ se distribuye entre los dos agentes en formas diferentes ocurren con la misma probabilidad. En otras palabras, la probabilidad de todas estas divisiones es solamente función de $k_1 + k_2$ y, por lo tanto, se puede escribir como, por ejemplo $Q(k_1 + k_2)$. Sin embargo, anteriormente se concluyó que la probabilidad para un caso particular también se puede escribir como $P(k_1) \cdot P(k_2)$. Entonces, se encuentra que $P(k_1) \cdot P(k_2) = Q(k_1 + k_2)$.

La cuestión esencial aquí es que la función de distribución de probabilidad $P(k)$ tiene la propiedad de que el producto de dos de estas funciones, evaluado para dos valores diferentes de las variables k_1 y k_2 es una función de la sumatoria $k_1 + k_2$ de estas variables. Pero una función exponencial y solo una función exponencial, tiene esta propiedad, ya que el producto de dos exponenciales con diferentes exponentes es una exponencial cuyo exponente es la suma de los dos exponentes. Específicamente, si se toma que la probabilidad $P(k)$ de encontrar a un agente en un estado de capital k sea proporcional al número probable $n(k)$ de agentes en ese estado, como deberá de ser ciertamente y se usa (1) para evaluar $n(k)$ se tiene la función:

$$P(k) = Be^{-k/k_0} \qquad (2)$$

Donde B es proporcional a A, lo que demuestra la propiedad requerida ya que:

$$P(k_1) \cdot P(k_2) = Be^{-k_1/k_0} \cdot Be^{-k_2/k_0} = B^2 e^{-(k_1+k_2)/k_0} = Q(k_1 + k_2)$$

Realmente, este argumento no prueba que $n(k)$ es una exponencial decreciente, en vez de una creciente, pero una exponencial creciente se puede desechar sobre bases económicas cuando su valor va a infinito para valores grandes de k.

Entonces, se ha verificado la validez general de (1). Ahora se evaluará la constante k_0 que aparece en (1).

$$n(k) = Ae^{-k/k_0}$$

Al tratar un sistema económico con dos tipos diferentes de agentes en equilibrio de tasa de rendimiento de capital, no es difícil probar que el valor de k_0 no depende del tipo de agentes que componen el sistema. Entonces en este argumento se usarán agentes económicos con las propiedades más simples. Puesto que $n(k)$ es el número probable de agentes del sistema en un estado de capital *k*, el número de agentes cuyos capitales beberían encontrarse en el intervalo entre *k* y $k + \Delta k$ es igual a $n(k)$ veces el número de estados en ese intervalo. Si este número es independiente del valor de *k* (es decir, si los estados están uniformemente distribuidos en capital), entonces el número será proporcional al tamaño de Δk [14] del intervalo. Este es el caso si los agentes económicos son Unidades Económicas Simples, como los agentes económicos mencionados con anterioridad. Así, el número probable de UES con capital entre *k* y $k + \Delta k$ en un sistema económico en equilibrio que contenga muchos de ellos, es proporcional a $n(k)dk$. Luego, el capital promedio de uno de los agentes es:

$$\bar{k} = \frac{\int_0^\infty kn(k)dk}{\int_0^\infty n(k)dk}$$

La integral en el numerador tiene un integrando que es el capital pesado por el número de agentes económicos que poseen ese capital; la integral en el denominador es justamente el número total de agentes económicos. Si se evalúa para $n(k)$ de (1), se tiene que:

$$\bar{k} = \frac{\int_0^\infty Ake^{-k/k_0}dk}{\int_0^\infty Ae^{-k/k_0}dk}$$

[14] Que también puede ser escrito como *dk*, cuando se lo entiende como diferencial.

(Obsérvese que no se necesita conocer el valor de *A*).
E integrando, se encuentra que:

$$\bar{k} = k_0 \qquad (3)$$

Por otro lado, la relación (4) es valedera, toda vez que el capital promedio asignado y/o en calidad de oferta al interior de una economía cerrada (sea cual fuere su cuantía), estará de todos modos en función de la tasa de rendimiento ***r.***

$$\bar{k} = \Psi r \qquad (4)$$

Donde Ψ es un parámetro de estabilidad ecuacional (y/o proporcionalidad).
Y combinando (3) y (4) se tiene:

$$k_0 = \Psi r \qquad (5)$$

Este resultado es correcto para agentes económicos cualesquiera, de cualquier tipo, no obstante que se obtuvo para el caso particular de Unidades Económicas Simples.
Por lo tanto, se puede escribir (1) como:

$$n(k) = Ae^{-\left(\frac{k}{\Psi r}\right)} \qquad (6)$$

Y obtenemos la distribución de Boltzmann para la distribución del capital dentro de una economía cerrada. Ya que el valor de *A* no se especifica, (6) describe en realidad una proporcionalidad: el número probable de agentes de un sistema en equilibrio a tasa de rendimiento de capital ***r*** en un estado de capital, es proporcional a $e^{-\left(\frac{k}{\Psi r}\right)}$. Ergo, la probabilidad de que un estado de capital *k* este ocupado por un agente económico es proporcional a $e^{-\left(\frac{k}{\Psi r}\right)}$.
Por supuesto, $n(k)dk$ también es proporcional a la probabilidad $P(k)dk$ de encontrar a un agente económico en particular (y poseedor de capital) en ese intervalo.
Luego se tiene, como en (2):

$$P(k) = Be^{-k/k_0}$$

Siempre que la constante *B* se escoja apropiadamente, lo que se consigue haciendo:

$$\int_0^\infty P(k)dk = \int_0^\infty Be^{-k/k_0}dk = B\int_0^\infty e^{-k/k_0}dk = 1 \qquad (7)$$

Esto es, se definió $P(k)dk$ como la probabilidad de encontrar a un agente en particular con capital entre k y $k + dk$ y así por construcción, se habrá de requerir que $\int_0^\infty P(k)dk$ tenga el valor 1, ya que la integral es justamente la probabilidad de encontrarlo con algún capital. Evaluando $\int_0^\infty e^{-k/k_0}dk$ en (7) y resolviendo para *B* se encuentra que $B = \frac{1}{\Psi r}$.

Ergo, obtenemos la forma especial para la probabilidad de hallar un agente económico poseedor de capital ***k***, considerando ***r***:

$$P(k) = \frac{e^{-\frac{k}{\Psi r}}}{\Psi r} \qquad (8)$$

Conclusión.

Es evidente que mediante el empleo del Método Estadístico de L. Boltzmann, actualmente no solo es posible la modelización, sino también la medición, análisis y tratamiento estadístico de muchos conceptos clave dentro de las ciencias económicas. Ergo, para el caso de este ensayo; involucra una lectura probabilística del comportamiento, esto es, la forma en que se distribuye el Capital dentro de una economía cerrada, al menos desde el punto de vista teórico.

Queda sin embargo, la tarea de generalizar este proceder, hasta lograr una descripción general de la distribución del capital en una economía global, incorporando además, otras variables importantísimas como ser: Tipo de Cambio, Tasas de Interés, Base Monetaria, etc.

Bibliografía.

[1] John Maynard Keynes. ***LA TEORÍA GENERAL DEL EMPLEO, EL INTERÉS Y EL DINERO***. Fondo de Cultura Económica, 2009.

[2] Irving Fisher. ***THE THEORY OF INTEREST.*** A.M. Kelley Publishers. Clifton 1974.

[3] Robert A. Mundell. ***UNA TEORÍA DE LAS ÁREAS MONETARIAS ÓPTIMAS.*** American Economic Review 51, 509-517, November de 1961

[4] Robert A. Mundell. ***CAPITAL MOBILITY AND STABILIZATION POLICY UNDER FIXED AND FLEXIBLE EXCHANGE RATES.*** The Canadian Journal of Economics and Political Science / Revue canadienne d'Economique et de Science politique, Vol. 29, No. 4. (Nov., 1963)

[5] Robert A. Mundell. ***CURRENCY AREAS, EXCHANGE RATE SYSTEMS AND INTERNATIONAL MONETARY REFORM.*** Journal of Applied Economics, Vol. III, No. 2 (Nov. 2000)

[6] Yilmaz Akyüz and Andrew Cornford. ***CAPITAL FLOWS TO DEVELOPING COUNTRIES AND THE REFORM OF THE INTERNATIONAL FINANCIAL SYSTEM.*** United Nations Conference on Trade and Development, Geneva. No. 143 November 1999

[7] Christopher J. Neely. ***AN INTRODUCTION TO CAPITAL CONTROLS.*** Federal Reserve Bank of St. Louis. Review. NOVEMBER/DECEMBER 1999.

[8] Paul De Grauwe. ***CONTROLS ON CAPITAL FLOWS.*** CEPR and University of Leuven. Conference “What Financial System for the Year 2000?", 4 December 1999.

[9] James Banks. Zoë Smith. Matt Wakefield. ***THE DISTRIBUTION OF FINANCIAL WEALTH IN THE UK: EVIDENCE FROM 2000 BHPS DATA.*** Institute for Fiscal Studies. November 2002.

[10] Masanori Yoshida. ***CAPITAL FLOWS IN ASIA AND RECENT DEVELOPMENTS IN REGIONAL FINANCIAL COOPERATION.*** Regional Financial Cooperation Division International Bureau Ministry of Finance, Japan. 2008.

[11] ***CAPITAL FLOWS AND EMERGING MARKET ECONOMIES.*** Report submitted by a Working Group established by the Committee on the Global Financial System. No 33. January 2009.

[12] Will Paxton. ***WEALTH DISTRIBUTION - THE EVIDENCE.*** IPPR, Centre for Asset-based welfare. Evidence report. London. September 2002.

[13] James B. Davies, Susanna Sandstrom, Anthony Shorrocks, and Edward N. Wolff. ***THE WORLD DISTRIBUTION OF HOUSEHOLD WEALTH.*** Economic paper. December 2006

[14] Miguel Molico. Yahong Zhang. ***MONETARY POLICY AND THE DISTRIBUTION OF MONEY AND CAPITAL.*** Humanities Research Council of Canadá. November 2005.

Paul Krugman. ***De vuelta a la economía de la gran depresión.*** Ed. Norma. 2000.

Paul Samuelson and William Nordhaus, ***Economía***, McGraw-Hill, NY, 2002

Maurice Obstfeld . ***International Macroeconomics: Beyond the Mundell-Fleming Model.*** First Annual Research Conference of the International Monetary Fund, November 9-10, 2000.

Robert A. Mundell. ***Debt, Growth, and Poverty in the International Monetary System.*** The Pakistan Development Review Part I (Winter 2001)

Robert A. Mundell. ***Monetary unions and the problem of Sovereignty.*** Department of Economics Discussion Paper No. 0102-06 January 2002

Robert A. Mundell. ***Currency areas, volatility and intervention.*** Discussion Paper #:0102-09. February 2002

Robert A. Mundell. ***Notes on the development of the international macroeconomic model.*** Discussion Paper #:0102-33. March 2002.

Robert A. Mundell. ***The international monetary system: quo vadis.*** Discussion Paper #:0102-34. March 2002.

Helen Poper. ***International Capital Mobility: Direct evidence from Long Term currency swaps.*** International Finance Discussion paper. No. 386. Sept 1990.

Albrecht Ritschl. ***Peter Temin and the Onset of the Great Depression in Germany: A Reappraisal.*** Department of Economics. University of Zurich/Switzerland and CEPR. June, 1999.

Capital flows and growth in africa. Conference on trade and development. United Nations. Geneva 2000.

Ministry of Finance Finland. Promoting The Stability Of International Capital Movements. Research Report. 1/2001

Graham Bird. Ramkishen S. Rajan. ***Financial Crises And The Composition Of International Capital Flows: Does FDI Guarantee Stability?*** Visiting Researchers Series No. 6. Institute of Southeast Asian Studies. 2001.

Rawi Abdelal and Laura Alfaro. ***Capital and Control.*** Lessons from Malaysia. Challenge, vol. 46, no. 4, July/August 2003.

Bellman, R., ***Stability Theory of Differential Equations***, McGraw-Hill, NY 1953.

Rjasanow S. and Wagner W. ***Stochastic Numerics For The Boltzmann Equation.*** Springer Series in Computational Mathematics, 2005.

Nemytsky, V., and V. Stepanov, ***Qualitative Theory of Differential Equations***, Princeton University Press, Princeton, N. J. 1960.

Raúl Castañeta Calderón. ***Sobre Una Concepción Heurística Acerca De Las Leyes Económicas.*** Revista de la Universidad de Málaga. España. Junio 2008.

Raúl Castañeta Calderón. ***Las Variables Físicas como Modelo de las Variables Económicas.*** Tesis de Grado. Universidad Mayor de San Andrés. Bolivia. 2004.

Albert G. Ramsperger. ***Philosophies of Science.*** Wisconsin University, 1946.