

# LA REPRODUCCIÓN SIMPLE DE MARX A LA LUZ DE SRAFFA

Antonio Mora Plaza

## Sobre la teoría del valor-trabajo y la plusvalía.

Antes de entrar en la reproducción simple de Marx con los anteojos de Sraffa, diré unas palabras sobre la teoría del valor-trabajo<sup>1</sup> de Marx y lo haré con dos preguntas que pueden parecer sorprendentes: ¿la teoría del valor-trabajo es una *ley* económica o una *definición*? ¿La teoría de la tasa de plusvalía (no la plusvalía absoluta) es una ley económica o también una definición? Acepto el principio *popperiano* de la falsibilidad, es decir, que una ley aplicada o proveniente de cualquier campo del conocimiento, para ser cierta ha de poder ser falsa, de tal manera que sólo la contrastación empírica le puede dar marchamo de fenómeno regular merecedora del calificativo de ley. Popper negaba el carácter científico al marxismo y al psicoanálisis porque no podían ser falsos. Para dar respuesta a las preguntas que hacíamos sobre la teoría del valor-trabajo las podemos desdoblar a su vez en dos: ¿depende la plusvalía y la tasa de plusvalía del nivel de salarios? ¿Puede ser la tasa de plusvalía, según Marx, diferente para los diversos sectores en alguna circunstancia? A la primera pregunta contestan Seton, Okishio y Morishima con el teorema fundamental marxiano (versión Morishima) diciendo que para que “*exista un conjunto de precios y un tipo de salarios reales capaz de producir beneficios positivos, en otras palabras, para que pueda mantenerse una sociedad capitalista, es condición necesaria y suficiente que los capitalistas exploten a los trabajadores*”<sup>2</sup>. Yo he demostrado<sup>3</sup> que en la versión de Morishima de este teorema no son válidas ni la condición necesaria ni suficiente, es decir, no hay demostración; por contra, lo que se demuestra es que puede haber salarios sin explotación y precios positivos; que a partir de un cierto nivel de salarios, estos sólo son posibles si hay explotación; Steedman recoge la demostración<sup>4</sup> de que

---

<sup>1</sup> Daré aquí la mejor, en mi opinión, definición del valor-trabajo de Marx: “*El valor de las mercancías se determina por el tiempo de trabajo necesario contenido en ellas y no por el tiempo de trabajo que en ellas se encierra*”, El Capital, tomo III, pág. 100, FCE.

<sup>2</sup> Marx Economics, 1973

<sup>3</sup> Morishima y el teorema fundamental marxiano:  
<http://www.eumed.net/ce/2010b/amp4.htm>

<sup>4</sup> Marx after Sraffa, 1977.

puede haber salarios y precios positivos aún con tasas de explotación negativas, aunque conceptualmente no se puede admitir la posibilidad de una tasa de explotación negativa, al menos en un contexto marxiano. A la segunda pregunta sobre si puede haber diferentes tasas de explotación según sectores, yo nunca advierto en Marx esa posibilidad, sea cual sea la longitud de la jornada de trabajo. La explotación marxiana depende -me atrevo a decir- sólo de la posibilidad del alargamiento de la jornada de trabajo *sea cual sea el nivel de salarios*. Al menos Morishima no tiene duda: “*El problema de la determinación del grado de explotación se reduce al de la duración de la jornada de trabajo*”<sup>5</sup>, lo cual es coherente con el resto de su libro. Con respecto a Marx yo no tengo dudas: leyendo el conjunto de su obra, para el alemán la tasa de plusvalía es única para todos los sectores, aunque pueda haber algún texto particular que pueda indicar lo contrario o, al menos, establecer alguna duda. Hay que tener en cuenta que para Marx sólo el trabajo crea y *transfiere* valor. Esta constancia de la tasa de plusvalía es inaceptable sea cual sea el contexto en que se establezca, incluso en un contexto de nuevo plenamente marxiano. Y menos aún que esa constancia pueda ser independiente de la tasa de salarios. Aún más dificultad se añade el hecho de que no plantee Marx *qué* fuerzas obligan o llevan a la constancia de la tasa de plusvalía en todos los sectores, cosa que sí hace con la tasa de ganancia. Por esta última dificultad es por lo que traíamos a colación a Popper, gran epistemólogo de la ciencia por más reaccionario que se presente y se nos presente. El criterio de Popper es aceptable, aunque no siempre sea estrictamente el laboratorio el juez de la verdad, como por ejemplo en la astrofísica. Y en las ciencias sociológicas el laboratorio son las encuestas, las estadísticas y la Historia. Por ello -al menos desde mi punto de vista-, o la tasa de plusvalía marxiana es una mera definición que no añade nada al conocimiento de la realidad social<sup>6</sup> y, en particular, del laboral, o se han de admitir tres cosas: primero, que las tasas de explotación (de plusvalía) han de ser variables según sectores (incluso según empresas); segundo, que han de depender de los salarios<sup>7</sup> y no sólo de la jornada de trabajo; tercero, que ha de

---

<sup>5</sup> Marx 'Economics, 1973.

<sup>6</sup> Kant diría que es un juicio analítico a priori.

<sup>7</sup> Para ver porqué la tasa de plusvalía ha de depender del nivel de salarios podemos recurrir a uno de esos experimentos mentales que hacía Einstein para la Física, pero aquí en lo social. Supongamos que aumentan los salarios hasta un nivel tal que con los ingresos salariales pueden los asalariados comprar todo el excedente que se produce, es decir, que sólo se deja de cobrar lo necesario para

demostrarse que existe una ley sobre esta tasa (de plusvalía) al respecto propia del sistema capitalista -objeto de análisis de Marx en *El Capital*- que no se daría en otro sistema social teórico y que no se ha dado en otros sistemas de producción del pasado.

Pero es que además hay otra dificultad insalvable para la constancia sectorial de la tasa de plusvalía. Existe una relación formal -matemática- producto de las definiciones de tasa de plusvalía, de composición orgánica de capital y de la tasa de ganancia, que lleva a que una de ellas depende de las otras dos<sup>8</sup>. Ocurre entonces que si mantenemos el criterio de la tendencia a la igualación -al menos como tendencia- de las tasas de ganancia en el sistema capitalista producto de la competencia y el criterio marxiano de la constancia sectorial de las tasas de plusvalía, ello nos da como resultado la constancia sectorial de las composiciones orgánicas de capital, lo cual es rechazable de entrada: ¿cómo pensar, por ejemplo, que la relaciones capital/trabajo son iguales en el sector del automóvil que en la recolección del trigo, en el de la construcción de obra civil o en el de los servicios bancarios? ¿Qué ley económica puede imaginarse que lleve al mismo puerto la igualdad de composiciones orgánicas a estos sectores? Ninguna, y si alguien la propusiera, la rechazaríamos por cuestiones de contrastación empírica, porque hoy sabemos que ha sectores muy intensivos en trabajo (construcción, turismo, servicios sociales) y otros en capital y tecnología (investigación, informática).

Si se quiere integrar a Marx en el mundo del conocimiento, en el universitario, en pie de igualdad con otros grandes economistas<sup>9</sup>, se ha de actualizar a Marx o abandonarlo, al menos como economista. También, en mi opinión, se debe abandonar la teoría del valor-trabajo

---

la reproducción de los medios de producción del sistema. Las ganancias serían cero. ¿Habría en ese caso explotación? La respuesta es no porque todo el capital variable y toda la llamada plusvalía han ido a parar a los asalariados. Conclusión: la tasa de plusvalía debe depender del nivel de salarios. Si **Z** son los salarios, **X** los medios de producción, **Y** los productos finales, **L** el input de trabajo, **P** los precios y **W** los salarios, entonces, si  $WL = PZ$  y  $X = Y - PZ$ , no hay excedente y tampoco plusvalía. Si no es así se cae en una contradicción insoslayable: aunque los ingresos por salarios alcancen todo el excedente ( $Y - X$ ), sigue habiendo tasa de plusvalía (según Marx) y la teoría de la explotación de Marx se viene abajo.

<sup>8</sup> Véase apéndice III.

<sup>9</sup> No entro en el resto de los campos del conocimiento en los que entró Marx porque mi conocimiento de ese resto no es lo suficiente para juzgarlo. Wittgenstein dixit.

según para qué fines. En realidad a mí siempre me ha parecido una *teoría contable* de los costos buscando la independencia de los precios para evitar la volatilidad de aquellos (costos) en función de la variabilidad de los últimos (precios)<sup>10</sup>. Como teoría contable no me parece aceptable porque tiene defectos de coherencia interna, como se ha señalado repetidamente, y ejemplos de eso son la imposibilidad de tener tres leyes (las mencionadas sobre las tasas de ganancia, plusvalía y la composición orgánica) *diferentes*; la posibilidad de tasas de ganancia positivas con tasas de explotación negativas<sup>11</sup>; la incorrecta transformación marxiana de valores a precios, etc. Puede ser mantenida la teoría de la explotación en el mundo de los valores-trabajo porque eso no depende sólo del nivel cuantitativo, sino del cualitativo, de las relaciones sociales de producción que se producen en el mundo del trabajo asalariado, con distinción entre *valor del trabajo* y *valor de la fuerza de trabajo*. Ello puede mantenerse de alguna manera porque vemos que *la población activa* es siempre menor que la población en general, y menor la activa aún que *la ocupada* merced al paro indeseado (incluso aunque no sea tal). El problema es cómo demostrar que bajo otro sistema no capitalista de trabajo asalariado pueda desaparecer la teoría de la explotación. En el pasado, en el estudio de la Historia o en la evolución de las relaciones de producción (primitiva, esclavista, feudal, asiática) ha ocurrido siempre que la población *ocupada* es menor que la población *alimentada*. De todas las maneras y aun cuando desecharáramos la teoría del valor-trabajo como simple método contable y pasáramos a Marx por el tamiz, por ejemplo, del modelo sraffiano (el de la mercancía-patrón, de la razón-patrón, de la producción simple y conjunta, de la distinción entre productos básicos, y no básicos), aún tenemos mucho Marx. Tenemos el Marx de la caída (o no) de la tasa de ganancia, el del las esferas de circulación de mercancías y capitales, el del trabajo abstracto y concreto, el del fetichismo de la mercancía (sociología), el de la rotación de los capitales, el de la acumulación primitiva, el de las rentas diferenciales, el de las teorías del subconsumo y sobreproducción, el de los ciclos, el de la reproducción simple y ampliada, etc. Y esto sólo lo que respecta a la economía. Vayamos ahora al caso de la teoría de la reproducción simple de Marx

---

<sup>10</sup> Similar a la búsqueda de Ricardo de una distribución independiente de los precios.

<sup>11</sup> *Marx after Sraffa*, Steedman, 1977

### Reproducción simple en Marx con el instrumental de Sraffa.

En el tomo II de *El Capital*<sup>12</sup> plantea Marx la reproducción simple en términos, claro está, de valor-trabajo. El mismo Marx nos dice líneas más atrás que *“la reproducción simple a la misma escala constituye una abstracción, puesto que, de una parte, la ausencia de toda acumulación o reproducción en escala ampliada es, sobre una base capitalista, un supuesto absurdo y, de otra parte, las condiciones en que se reproduce no permanecen absolutamente iguales en distintos años”*. Y lo dice porque una cosa es, para el economista y revolucionario alemán, la reproducción en términos de valor y otra la reproducción en términos de unidades físicas de productos: aquélla puede permanecer en equilibrio entre dos sectores y sin embargo corresponder a cantidades y calidades de productos distintos, porque lo primero depende del valor incorporado socialmente a los productos y el trabajo acumulado en los medios, y lo segundo puede variar con los cambios tecnológicos, de organización, etc. No se trata sólo del lenguaje *hegelés* de Marx del que nos habla la gran economista Joan Robinson, sino de una forma de aproximación al conocimiento de las cosas a partir de diferentes grados de abstracción: el mundo de los valores-trabajo se mueve en un plano diferente de el mundo de los precios y de las cantidades físicas, al igual que el mundo de las ideas y de las realidades platónicas<sup>13</sup>. No por ello hay que pensar que el mundo de los valores-trabajo está por encima del de las cantidades físicas y precios, porque el propio Marx habla de *“ascender de lo abstracto a lo concreto”*<sup>14</sup>, que parece casi una provocación metodológica. Mi opinión personal es que este doble lenguaje y esta doble construcción de conceptos ha sido más una tara que un acicate para que el marxismo económico pase a los estudios económicos universitarios y, en general, a integrarse en el mundo del pensamiento occidental, y esto lo afirmo bajo la conciencia de ser tachado de ingenuo, porque quizá pesen

---

<sup>12</sup> El Capital, II tomo, pág. 352 y siguientes.

<sup>13</sup> *“Plusvalía y cuota de plusvalía son, en términos relativos, lo invisible y lo esencial que se trata de investigar, mientras que la cuota de ganancia y, por tanto, la forma de la plusvalía como forma de ganancia se manifiestan en la superficie de los fenómenos”*, El Capital, tomo III, pág. 58, FCE. Quizá aquí se muestre más kantiano que platónico.

<sup>14</sup> *“Mientras que el método que consiste en elevarse de lo abstracto a lo concreto es, para el pensamiento, la manera de apropiarse lo concreto, o sea, la manera de reproducirlo bajo la forma de lo concreto pensado”*, Fundamentos de la Crítica de la Economía Política”, pág. 42, edit Grijalbo.

mucho más los factores ideológicos para esta postergación. Iré ahora al grano.

A pesar de la prevención inicial de Marx sobre la reproducción simple, plantea en el II tomo<sup>15</sup> de *El Capital* el caso de la reproducción simple de dos sectores que producen medios de producción y medios de consumos desagregados sus valores de la siguiente forma:

$$(1) \quad 4.000 K_1 + 1.000 V_1 + 1.000 S_1 = 6.000 \text{ VF (medios)}$$

$$(2) \quad 2.000 K_2 + 500 V_2 + 500 S_2 = 3.000 \text{ VF (consumo)}$$

Para Marx el equilibrio se encuentra si el capital variable del primer sector ( $1.000V_1$ ) más su plusvalía ( $1.000S_1$ ) se intercambia por el capital constante del segundo sector ( $2.000K_2$ ), lo cual resulta todo muy lógico porque es el resultado que obtendríamos si igualáramos la segunda ecuación -la de los consumos (oferta)- con la sumas de los capitales variables y constantes del ambos sectores (demanda) y elimináramos términos comunes. *Ello supone que las rentas de los trabajadores y las plusvalías de los poseedores de los medios de producción se destinan íntegramente al segundo sector, es decir, al consumo.* Estaríamos ante una economía estacionaria en términos de valor, aunque, como señala Marx, no en términos de reproducción de los mismos bienes físicos ni, tampoco, a los mismos precios<sup>16</sup>. Por mi parte renuncio, en este trabajo al menos, al mundo, al nivel de abstracción de los valores-trabajo y me quedo con el de los precios y cantidades físicas, pero para no quedar varado en un terreno sin sistema me voy al mundo de Sraffa y su concepción de las mercancías como medio de consumo unas veces y como medios de producción en otras. Las dos ecuaciones análogas a las anteriores en la concepción de Sraffa serían como sigue:

$$(3) \quad \underset{1 \times m}{P_1} \underset{m \times m}{Y_1} = \left[ \underset{1 \times m}{L_1} \underset{m \times m}{W_1} + \underset{1 \times m}{P_1} \underset{m \times m}{X_1} \right] \times \left( \underset{m \times m}{I_d} + \underset{m \times m}{G_1} \right) \text{ de medios}$$

$$(4) \quad \underset{1 \times n}{P_2} \underset{n \times n}{Y_2} = \left[ \underset{1 \times n}{L_2} \underset{n \times n}{W_2} + \underset{1 \times n}{P_2} \underset{n \times n}{X_2} \right] \times \left( \underset{n \times n}{I_d} + \underset{n \times n}{G_2} \right) \text{ de consumo}$$

<sup>15</sup> Pág. 354 del tomo II de la edición en el FCE.

<sup>16</sup> Esto es ya más discutible.

donde  $L_1$  y  $L_2$  son los vectores  $1 \times m$  y  $1 \times n$  de inputs de trabajo;  $G_1$  y  $G_2$  son las matrices diagonales  $m \times m$  y  $n \times n$  de tasas de ganancia<sup>17</sup> donde  $g_{ij}=0$  si  $i \neq j$ ;  $P_1$  y  $P_2$  son los vectores de precios  $1 \times m$  y  $1 \times n$ ;  $X_1$  y  $X_2$  son las matrices  $m \times m$  y  $n \times n$  de medios de producción;  $I$  el vector de unos  $n \times 1$ , e  $I_d$  la matriz diagonal de unos. Para completar todo esto, de la ecuaciones (3) y (4) diríamos que  $Y_1$  e  $Y_2$  serían las matrices sraffianas de producción conjunta de dimensiones  $m \times m$  y  $n \times n$ . Aquí procederemos de igual manera que hace Marx e igualamos el valor en términos de precios de los bienes (mercancías) del sector de bienes de consumo ( $P_2 Y_2$ ) con los ingresos salariales y las ganancias de ambos sectores de tal forma que (5):

$$[L_2 W_2 + P_2 X_2] \times (I_d + G_2) I = L_1 W_1 I + [L_1 W_1 + P_1 X_1] G_1 I + L_2 W_2 I + [L_2 W_2 + P_2 X_2] G_2 I$$

nos da la ecuación de equilibrio:

$$(6) \quad L_1 W_1 (I + G_1) I + P_1 X_1 G_1 I = P_2 X_2 I$$

$$(6 \text{ bis}) \quad \sum_{i=1}^n l_{1i} \sum_{j=1}^n w_{1ij} (1 + g_{1ij}) + \sum_{i=1}^n p_{1i} \sum_{j=1}^n x_{1ij} g_{1ij} = \sum_{i=1}^m p_{2i} \sum_{j=1}^m x_{2ij}$$

Puesta la (6) de otra forma queda:

$$(7) \quad L_1 W_1 I + [L_1 W_1 + P_1 X_1] \times G_1 I = P_2 X_2 I$$

donde se puede resumir que *un (posible, pero no único) modelo de equilibrio marxiano de dos sectores (o de múltiples sectores agrupados en dos) a partir de las ecuaciones de Sraffa que definen el sistema económico, es aquel en el que las rentas salariales del sector (sectores) de medios de producción más las ganancias del mismo sector (sectores), se igualan al valor de reposición de los medios de producción del sector (sectores) de bienes de consumo. Es el mismo equilibrio que el de Marx en términos de valor-trabajo, solo que aquí,*

<sup>17</sup> Si estuviéramos en la producción simple de Sraffa con una sola tasa de ganancia y una sola tasa de salarios podríamos hablar de la razón-patrón de Sraffa. Sin estas condiciones -que las creo muy restrictivas- tenemos que contentarnos con las  $G_M$ , es decir, las tasas máximas de ganancia. Estas no garantizan que todos los precios sean positivos.

como veremos, tenemos la inmensa suerte -gracias a Sraffa- de que podemos eliminar los precios y mantener el equilibrio de la reproducción simple. Un comentario: si un gobierno -mejor un gobierno mundial- estuviera dotado de instrumentos políticos y económicos capaces de mantener este equilibrio -también a nivel mundial-, no habría crisis ni ciclos económicos o, al menos, estos serían mucho más benignos. Obsérvese que (7) está tan cerca de la realidad que casi podemos sustituir los datos en la ecuación y obtener resultados. Esa es la razón por la que hemos partido de  $n$  tasas de salario y  $n$  tasas de ganancia.

De las ecuaciones (3) y (4) se pueden obtener los precios y dejarlos explícitos:

$$(8) \quad P_1 = L_1 W_1 (1 + G_1) \times [Y_1 - X_1 (I + G_1)]^{-1} \quad (\text{medios})$$

$$(9) \quad P_2 = L_2 W_2 (1 + G_2) \times [Y_2 - X_2 (I + G_2)]^{-1} \quad (\text{consumo})$$

¡Y ahora viene la gran oportunidad gracias a Sraffa de eliminar los precios! Sólo tenemos que sustituir las ecuaciones de precios explícitos del sistema (8) y (9) en la ecuación última (7) de equilibrio y obtenemos (10):

$$L_1 W_1 (1 + G_1) \times [I + [Y_1 - X_1 (I + G_1)]^{-1}] X_1 G_1 I = L_2 W_2 (1 + G_2) \times [Y_2 - X_2 (1 + G_2)]^{-1} X_2 I$$

Aunque Marx no lo reconozca en ningún momento, su marcha al mundo de los valores-trabajo -además de otras razones- fue una forma de soslayar el problema ricardiano de cómo encontrar una medida de la distribución entre las diferentes rentas independiente de las posibles variaciones de los precios. Sraffa lo encontró a través de la mercancía-patrón y de la razón-patrón. Quizá por eso podemos abordar los problemas de Marx en *El Capital*, pero con el instrumental conceptual de Sraffa, aunque tampoco el economista italiano hiciera explícita esa intención.



Cálculo de la tasa máxima de ganancia.

Hay otra manera de hacer desaparecer en (5) los precios. De las ecuaciones (3) y (4) que definen el sistema se obtiene (11) cuando los salarios  $W$  se hacen cero y, por lo tanto, se convierten en máximas las tasas de ganancia  $G_{1M}$  y  $G_{2M}$ :

$$(11) \quad P_1 Y_1 = P_1 X_1 (1 + G_{1M}) \quad (\text{de medios})$$

$$(12) \quad P_2 Y_2 = P_2 X_2 (1 + G_{2M}) \quad (\text{de consumo})$$

Ello se consigue uniendo las ecuaciones (3) y (4) que definen el sistema, eliminando términos comunes y queda:

$$(13) \quad P_1 = L_1 W_1 (1 + G_1) \times (G_{1M} - G_1)^{-1} X_1^{-1} \quad \text{de medios}$$

$$(14) \quad P_2 = L_2 W_2 (1 + G_2) \times (G_{2M} - G_2)^{-1} X_2^{-1} \quad \text{de consumo}$$

Si ahora se sustituyen (13) y (14) en (11) y (12) queda:

$$(15) \quad [L_1 W_1 (1 + G_1) \times (G_{1M} - G_1)^{-1}] X_1^{-1} Y_1 = [L_1 W_1 (1 + G_1) \times (G_{1M} - G_1)^{-1}] \times (1 + G_{1M})$$

$$(16) \quad [L_2 W_2 (1 + G_2) \times (G_{2M} - G_2)^{-1}] X_2^{-1} Y_2 = [L_2 W_2 (1 + G_2) \times (G_{2M} - G_2)^{-1}] \times (1 + G_{2M})$$

Y observando las ecuaciones (15) y (16) podemos conjeturar una forma de calcular las  $m+n$  tasas de ganancia máximas, aunque no se desprendan directamente de ambas ecuaciones:

$$(17) \quad \begin{matrix} X_1^{-1} & Y_1 & I \\ m \times m & m \times m & m \times 1 \end{matrix} = \begin{matrix} (I_d + G_{1M}) & I \\ m \times m & m \times m & m \times 1 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} G_{1M} & I \\ m \times m & m \times 1 \end{matrix} = \begin{matrix} I_d & I \\ m \times m & m \times 1 \end{matrix} + \begin{matrix} X_1^{-1} & Y_1 & I \\ m \times m & m \times m & m \times 1 \end{matrix}$$

$$(18) \quad \begin{matrix} X_2^{-1} & Y_2 & I \\ n \times n & n \times n & n \times 1 \end{matrix} = \begin{matrix} (I_d + G_{2M}) & I \\ n \times n & n \times n & n \times 1 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} G_{2M} & I \\ n \times n & n \times 1 \end{matrix} = \begin{matrix} I_d & I \\ n \times n & n \times 1 \end{matrix} + \begin{matrix} X_2^{-1} & Y_2 & I \\ n \times n & n \times n & n \times 1 \end{matrix}$$

De (17) y (18) sale que para que  $\mathbf{G}_M$  sea mayor o igual que cero es condición necesaria (aunque no suficiente)<sup>18</sup> que:

$$(19) \quad \mathbf{G}_M \mathbf{I} \geq 0 \Rightarrow [\mathbf{Y} - \mathbf{X}] \mathbf{I} \geq 0$$

En realidad, podemos obtener  $n$  tasas de ganancia por los diversos tipos de mercancías o por los diferentes sectores, según que pos o pre multipliquemos  $\mathbf{G}_M$  por el vector de unos  $\mathbf{1} \times n$  o por el vector de unos  $n \times \mathbf{1}$ . Incluso una única tasa de ganancia máxima con  $\mathbf{I} \mathbf{G}_M \mathbf{I}$ . Damos un ejemplo en el apéndice II.

---

<sup>18</sup> Puede haber muchas tasas máximas de ganancia negativas del conjunto de  $n \times n$  tasas  $\mathbf{G}_M$ , pero la suma de ellas  $\mathbf{I} \mathbf{G}_M \mathbf{I}$  ha de ser positiva.

## Apéndice I

En el cuerpo principal de este trabajo hemos partido de el caso de la producción conjunta sraffiana, donde el tamaño de la matriz de productos finales  $Y$  es del mismo tamaño que la matriz de medios  $X$ . Esto se puede generalizar para el caso de que no coincidan las mercancías (bienes y servicios) del producto final con el número de mercancías que se utilizan como medio, aunque coincidan los sectores. Seguimos con dos sectores, pero para lo que sigue no es preciso duplicar las ecuaciones y sólo vamos a trabajar con una única ecuación. Partimos de la ecuación sraffiana que define el sistema:

$$(a1.1) \quad \underset{1 \times m}{P_a} \underset{m \times n}{Y} = \left[ \underset{1 \times n}{L} \underset{n \times n}{W} + \underset{1 \times n}{P} \underset{n \times n}{X} \right] \times \underset{n \times n}{(I_d + G)}$$

donde el vector de precios de productos finales  $P_a$  tienen dimensiones  $1 \times m$ , mientras que el de precios de medios es  $1 \times n$ . La otra diferencia con respecto a la producción conjunta sraffiana es la de que el vector de productos finales  $Y$  consta de  $m$  mercancías y  $n$  sectores. Si hacemos ahora cero las tasas de salario  $W$  para calcular las tasas máximas de ganancia  $G_M$  queda como siempre:

$$(a1.2) \quad \underset{1 \times m}{P_a} \underset{m \times n}{Y} = \left[ \underset{1 \times n}{P} \underset{n \times n}{X} \right] \times \underset{n \times n}{(I_d + G_M)}$$

Y si ahora igualamos las dos ecuaciones anteriores, eliminamos términos comunes y despejamos los precios de los medios  $P$  queda:

$$(a1.3) \quad P = LW(1 + G) \times (G_M - G)^{-1} X^{-1}$$

que es la ecuación de los precios  $P$  de los medios de producción dependiente de las tasas máximas de ganancia  $G_M$ . Ahora sustituimos los precios de esta ecuación en la primera que define el sistema y nos da la ecuación de productos finales  $P_a$  sin dependencia de los precios de producción:

$$(a1.4) \quad P_a = LW \left[ I + (1 + G) \times (G_M - G)^{-1} \right] \times (1 + G_M) Y^T \left[ Y Y^T \right]^{-1}$$

La gran diferencia entre las ecuaciones (a1.3) y (a1.4) es la de que los precios de los productos finales  $P_a$  dependen, entre otras variables, de la producción de los productos finales  $Y$ , mientras que los precios de los medios de producción  $P$  son independientes directamente de estos productos finales. No obstante la dependencia indirecta se mantiene a través de las tasas máximas de ganancia  $G_M$ . La otra característica que es común a ambas ecuaciones es que si las tasas de ganancia  $G$  se acercaran a las tasas máximas de ganancia  $G_M$ , los precios aumentarían exponencialmente, como ya nos advierte Sraffa<sup>19</sup>. Y eso ocurre con todos los precios, tanto de los medios  $P$  como de los productos  $P_a$ , y no sólo, como señala Sraffa en su apéndice B de su libro *Producción de mercancías por medio de mercancías*, para el caso de los productos no básicos que se autoreproducen (el ejemplo que pone Sraffa en el apéndice son *las habas*).

En cuanto a las ecuaciones de equilibrio son las mismas que hemos visto para el caso de la producción conjunta sraffiana porque este equilibrio no depende de los productos finales ni de sus precios.

---

<sup>19</sup> Apéndice B de *Producción de mercancías por medio de mercancías*.

## Apéndice II

### Tipos de ganancia máxima a partir de Sraffa

	sectores (productos)			sumas		sectores (medios)			sumas
$Y =$	6	3	3	12	$X =$	2	3	7	12
	3	11	5	19		4	9	4	17
	3	5	10	18		7	1	6	14

inversa de X		
-		
0,166	0,037	0,169
-		
0,013	0,123	-0,066
0,196	-0,063	-0,020

	sectores			neto
$(Y-X)I =$	4	0	-4	0
	-1	2	1	2
	-4	4	4	4

	sectores			$G_m I = X^{-1} Y I - I_d I$	
$G_m = X^{-1} Y =$	-0,379	0,751	1,379	1,751	75,08%
	0,090	0,980	-0,090	0,980	-1,99%
	0,927	-0,206	0,073	0,794	-20,60%
	0,638	1,525	1,362	3,525	52,5%
$I \times G_m = I \times X^{-1} Y - I \times I_d =$	-				
	36,2%	52,5%	36,2%	52,5%	$I \times G_m I$

Puede observarse en el ejemplo que aun cuando todos los sectores producen más de lo que gastan (neto), las tasas de ganancias máximas no necesariamente son positivas, aunque siempre lo sea la tasa general ( $I G_m I = 52,5\%$ ). La razón es la de que no sólo importa para el cálculo de la tasa de ganancia sectorial ( $G_m I$ ) los sectores proveedores directos, sino los indirectos y las tasas de ganancia incorporadas a los precios de todos los sectores, directos e indirectos. Puede comprobarse también dando valores a la matriz de productos finales, que los resultados sectoriales (y global) de las tasas de ganancia máximas son iguales, tanto si estamos en la producción simple (matriz diagonal de  $Y$ ) como si estamos en la producción conjunta sraffiana (todos los elementos de  $Y$  tienen o pueden tener algún valor). Los resultados cambian si estamos en la producción conjunta no sraffiana (se diferencian en 2 matrices los bienes básicos de los no básicos).

También puede comprobarse que si el producto neto es cero, es decir, que  $YI - XI = 0$ , entonces los tipos de interés por mercancías, las tasas máximas de ganancia valen cero (el total de las filas)  $G_M I$  valen cero.

### Apéndice III

Si definimos la tasa de plusvalía  $e$  como  $e=P/V$ , la composición orgánica de capital  $q$  como  $q=C/V$  y la tasa de ganancia  $g$  como  $g=P/(C+V)$  se obtiene la relación:

$$(a3.1) \quad g = \frac{e}{1 + q}$$

Y si despejamos la composición orgánica de capital  $q$  a los efectos aritméticos sale:

$$(a3.2) \quad q = \frac{e - g}{g}$$

Aquí se ve que si las tasas de explotación  $e$  y las tasas de ganancia  $g$  son únicas (iguales para todos los sectores), también lo son las composiciones orgánicas de capital  $q$ . Por ello no podemos establecer - suponiendo que se consiga- leyes de formación económicas *distintas* para cada una de las tres porque eso nos llevaría a una contradicción entre los 3 coeficientes. Una de ellas sobra y una manera de salvar la cuestión es que dos de ellas sean distintas según sectores. La otra opción es abandonar como ley de formación a una de las tres.

## Apéndice IV

Hay otra manera de mostrar el equilibrio de la reproducción simple con las anteojeras de Sraffa. Supongamos que los medios de producción que se emplean en la ecuación (3) -para a su vez producir medios- son los mismos que se emplean para producir productos finales de consumo en la ecuación (4). Es una hipótesis con mucho sentido. Supongamos además que todas las matrices de productos y medios de los dos sectores (o conjunto de sectores) tienen la misma dimensión  $n \times n$ . Esto supone una cierta restricción que pierde generalidad. Ocurre entonces que la ecuación de equilibrio:

$$(6) \quad L_1 W_1 (I + G_1) I + P_1 X_1 G_1 I = P_2 X_2 I$$

queda como sigue:

$$(a.IV.1) \quad L_1 W_1 (I + G_1) I + P_1 X_1 G_1 I = P_1 X_1 I$$

Lo que ha cambiado es que hemos hecho iguales los precios y cantidades de los medios de producción de ambos sectores, es decir, que:  $P_2 X_2 = P_1 X_1$ , porque son los mismos medios. De la última ecuación obtenemos la ecuación de equilibrio general del sistema económico tal y como se ha definido:

$$(aIV.2) \quad L_1 W_1 (I + G_1) I = P_1 X_1 (I - G_1) I$$

que en términos aritméticos es:

$$(aIV.2 \text{ bis}) \quad \sum_{i=1}^n l_{1i} \sum_{j=1}^n w_{1ij} (1 + g_{1ij}) = \sum_{i=1}^n p_{1i} \sum_{j=1}^n x_{1ij} (1 - g_{1ij})$$

Al igual que decíamos en el cuerpo principal de este trabajo, un gobierno nacional o mundial que tuviera suficiente poder político y económico (no existe actualmente) que fuera capaz de implementar políticas económicas capaces de hacer observar el equilibrio de la ecuación anterior, tendría mucho avanzado para combatir los ciclos y las crisis. Ha de observarse también -y es significativo- que no hay que



preocuparse por los salarios, tasas de ganancia y precios de los sectores de bienes de consumo (que no aparecen en la ecuación), sino tan sólo por estas variables del sector de medios de producción. Intellectualmente no puede ser más sencillo. Eso sí, las dificultades ideológicas y de poder son inmensas. También vale esta ecuación de equilibrio -así como aquella de la que procede- para una economía abierta (con sector exterior), porque podemos asimilar las importaciones como una parte de los productos finales y las exportaciones como medios de producción para obtener precisamente las anteriores<sup>20</sup>. ¡Y todo esto ha surgido de la simple conjunción de Marx y Sraffa! De la ecuación (aIV.2bis) se desprende que si aumentan las ganancias sin que se muevan las demás variables la ecuación se desequilibra, y para encontrar de nuevo la condición de equilibrio han de subir los precios del sector (el de medios), han de bajar los salarios o aumentar los despidos, o una combinación ponderada de las tres cosas a la vez. ¡Con esta ecuación tendrían los sindicalistas argumentos para que no suban las ganancias en períodos de equilibrio o de crecimiento moderado y sin situaciones de crisis<sup>21</sup>!

Otro tema de interés es el siguiente. Como decisión *ad hoc*, conjeturamos que la ecuación (aIV.2) se cumple no sólo globalmente -el equilibrio marxiano- sino también por sectores. A continuación despejamos los precios con sus cantidades y queda:

$$(aIV.3) \quad P_1 X_1 = [L_1 W_1 (I + G_1)] \times (I - G_1)^{-1}$$

Si la comparamos ahora con la ecuación (13) del cuerpo principal del artículo cuando despejábamos los precios en función de las tasas de ganancia máximas:

$$(13) \quad P_1 = L_1 W_1 (1 + G_1) \times (G_{1M} - G_1)^{-1} X_1^{-1}$$

de la que sale:

$$(aIV.4) \quad P_1 X_1 = [L_1 W_1 (1 + G_1)] \times (G_{1M} - G_1)^{-1}$$

---

<sup>20</sup> Cosa que se hace en las tablas Input-Output.

<sup>21</sup> Recuérdese que partimos de una situación de reproducción simple en términos físicos.

Vemos que podemos conjeturar a su vez que se da la siguiente igualdad como condición *suficiente* -pero no necesaria- para que se cumplan las ecuaciones (aIV.3) y (aIV.4):

$$(aIV.5) \quad (I - G_1) = (G_{1M} - G_1)$$

lo que nos da la condición conveniente (no es necesaria ni suficiente) para que los precios sean positivos y es que:

$$(15) \quad G_{1M} = I_d$$

es decir, ¡que las tasas de ganancia máximas de los sectores de medios de producción no superen el 100% como tasa máxima de ganancia, independientemente de todas las demás variables! Si la producción es conjunta podemos obtener los mismos resultados haciendo  $G_{1M}I = I_dI$ . Curioso. Con esta conjetura no hay que preocuparse de los sectores de bienes de consumo, sino tan solo de los de medios de producción.

## Bibliografía

Afriat, S.: "Sraffa's Prices", Università degli Studi di Siena, quaderni 474.

[www.econ-pol.unisi.it/quaderni/474.pdf](http://www.econ-pol.unisi.it/quaderni/474.pdf)

Ahijado, M.: "Distribución, precios de producción y crecimiento", 1982, Centro de Estudios Universitarios Ramón Areces.

Caballero, A. y Lluch, E.: "Sraffa en España", Investigaciones Económicas (2ª época, vol. X, n.º 2), 1986.

Dobb, M.: "Teoría del valor y de la distribución desde Adam Smith, edit. Siglo XXI editores.

Desai, M.: "Marxian Economic Theory", 1974 ["Lecciones de teoría económica marxista", 1977, edit. Siglo XXI].

Dobb, M.: "The Sraffa system and the critique of neoclassical theory of distribution", 1970.

Estrin, S. y Laidler, D.: "Introduction microeconomics".

Fiorito, Alejandro: "La implosión de la economía neoclásica". Está en la red:

[www.geocities.com/aportexxi/sraffa12.pdf](http://www.geocities.com/aportexxi/sraffa12.pdf)

Foncerrada, Luis Antonio: "Sraffa y Böhm-Bawerk". Está en la red:

<http://www.economia.unam.mx/secss/docs/tesisfe/FoncerradaPLA/tesis.pdf>

Garegnani, P.: "El capital en la teoría de la distribución", 1982, ed. Oikos-Tau ("Il capitale nelle teorie delladistribuzione", 1982)

Gehrke, Ch. y Kurz, D.: "Sraffa on von Bortkiewicz". Está en la red:

[http://www.newschool.edu/cepa/events/papers/050509\\_Bortkiewicz.pdf](http://www.newschool.edu/cepa/events/papers/050509_Bortkiewicz.pdf)

Harcourt, G.C.: "Teoría del Capital" (*Some Cambridge controversies in the theory of capital*, 1975), apéndice al cap. 4, 1975, edit. Oikos-tau.

Heathfield, D. F.: "Productions functions".

Korsch, Karl; "Karl Marx", 1975, traducción de Manuel Sacristán, edit. Ariel.

Lange, O., Taylor, F. M.: "On the Economic Theory of Socialism, 1938 [ Sobre la teoría económica del socialismo, 1971, edit. Ariel]

Marx, Carlos: "El método en la Economía Política", 1974, Ediciones Grijalbo, S.A.

Marx, Carlos: "El Capital", en el FCE, traducción de Wenceslao Roces.

Meade, J.: "A neo Classical Theory of Economic Growth", 1961.

Meek, R.: "Mr. Sraffa's Rehabilitation of Classical Economics", 1961.

Mendoza, Gabriel: "La transformación de valores en precios de producción", 1997  
[http://www.izt.uam.mx/economiayp/numeros/numeros/10/articulos\\_PDF/10\\_2\\_La\\_transformacion.pdf](http://www.izt.uam.mx/economiayp/numeros/numeros/10/articulos_PDF/10_2_La_transformacion.pdf)

Mora Plaza, A.: "Aspectos de la economía de Sraffa", revista: Nómadas, n. 23, U. Complutense de Madrid, enlace: <http://www.ucm.es/info/nomadas/23/antoniomora.pdf>

Mora Plaza, A.: "Notas sobre la producción simple y conjunta a consecuencia de Sraffa: <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/181/18112179020.pdf>;

Mora Plaza, A.: "Sobre la transformación de valores a precios":  
<http://www.eumed.net/ce/2009b/amp2.htm>  
<http://revistas.ucm.es/cps/15786730/articulos/NOMA1010140379A.PDF>

Mora Plaza, A.: "Notas sobre el teorema fundamental marxiano"  
<http://www.eumed.net/ce/2009b/amp.htm>  
[http://econpapers.repec.org/article/ervcontri/y\\_3a2009\\_3ai\\_3a2009-10\\_3a22.htm](http://econpapers.repec.org/article/ervcontri/y_3a2009_3ai_3a2009-10_3a22.htm)

Morhisima, M.: "La teoría económica de Marx" (*Marx's Economics*, 1973), 1977, pág. 15, edit. Tecnos.

Moseley, F.: "El método lógico y el problema de la transformación".  
<http://www.azc.uam.mx/publicaciones/etp/num7/a8.htm>

Murga, Gustavo: "Piero Sraffa".  
[http://marxismo.cl/portal/index.php?option=com\\_content&task=view&id=100&Itemid=1](http://marxismo.cl/portal/index.php?option=com_content&task=view&id=100&Itemid=1)

Nuti, D.: "Capitalism, Socialism and Steady Growth", 1970.

Okishio, N.: "A mathematical note on marxian theorems", 1963.

Pasinetti, L.: "Critical of the neoclassical theory of growth and distribution". Está en la red:  
[http://www.unicatt.it/docenti/pasinetti/pdf\\_files/Treccani.pdf](http://www.unicatt.it/docenti/pasinetti/pdf_files/Treccani.pdf)

Pasinetti, L.: "Structural Change and Economic Growth: a theoretical essay on the dynamics of Wealth of Nations", 1981, Cambridge University Press.

Pasinetti, L.: "Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth", 1961/2.

Pasinetti, L.: "Switches of technique and the rate of return in Capital Theory", 1969.

Pasinetti, L.: "Crecimiento económico y distribución de la renta" (*Growth and Income Distribution*, 1974), 1978, Alianza Editorial.

Pasinetti, L.: "Lecciones de teoría de la producción" (*Lezioni di teoria della produzioni*, 1975), 1983, FCE.

Peris i Ferrando, J.E.: "Análisis de la resolubilidad de modelos lineales de producción conjunta", 1987, en internet:  
<http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/3829/1/Peris%20Ferrando,%20Josep.pdf>

Potier, J.P.: "Piero Sraffa", 1994, edicions Alfons Magnànim.

Ricardo, D.: "Principios de Economía Política y Tributación" (*On the Principles of Political Economy and Taxation*), 1973, F.C.E.

Robinson, J.: "Ensayos críticos", 1984, Ediciones Orbis.

Samuelson, Paul: "Understanding the Marxian notion of Exploitation", 1971.

Sánchez Cholí, Julio: "La razón-patrón de Sraffa y el cambio técnico", 1989, Investigaciones Económicas, 2ª época, Vol. XIII.

<ftp://ftp.funep.es/InvEcon/paperArchive/Ene1989/v13i1a7.pdf>

Sargent, T.J.: "Teoría macroeconómica" (*Macroeconomic Theory*, 1979), 1988, Antoni Bosch editor.

Schefold, Bertram: *Mr. Sraffa on Joint Production*, 1971

Schumpeter, J. A.: "Historia del Análisis Económico" (*History of Economic Analysis*, 1954), 1971, Ediciones Ariel.

Segura, J.: "Análisis microeconómico", pág. 88, 2004, Alianza editorial Tecnos.

Steedman, I.: "Marx, Sraffa y el problema de la transformación" (*Marx after Sraffa*, 1977), 1985, F.C.E.

Schumpeter, J. A.: "Historia del Análisis Económico" (*History of Economic Analysis*, 1954), 1971, Ediciones Ariel.

Segura, J.: "Análisis microeconómico", 2004, Alianza editorial Tecnos.

Solow, R.: "The interest rate and transition between techniques", 1967.

Sraffa, Piero: "Producción de mercancías por medio de mercancías" (*Production of commodities by means commodities*, 1960), 1975, Oikos-Tau.

Ricardo, D.: "Principios de Economía Política y Tributación" (*On the Principles of Political Economy and Taxation*), 1973, F.C.E.

Vegara, J. M.: "Economía política y modelos multisectoriales", 1979, edit. Tecnos.

Varios,: "Matemáticas avanzadas aplicadas a la Economía", UNED, 2001.

Madrid, 30 de agosto de 2010.