SRAFFA VERSUS MARGINALISMO

por

Antonio Mora Plaza

SRAFFA VERSUS MARGINALISMO

Antonio Mora Plaza

Sraffa abordó en su obra capital, *Producción de mercancías por medio de mercancías*, una economía en equilibrio donde las variaciones marginales no son significativas sino tan solo las relaciones intersectoriales, las posibilidades de producir un excedente y su reparto. Comenzó con la producción de subsistencia donde sólo se producía para reponer los medios de producción y los bienes de consumo de los trabajadores se integraban en los medios en "*pie de igualdad que el petróleo para las máquinas o los alimentos para el ganado*"[1]. A continuación pasó a la producción con excedente y con salarios y ganancias separadas de los medios de producción para estudiar el reparto del *producto neto*. Continuo con la reducción del capital a trabajo fechado, con la producción conjunta, con la separación entre bienes básicos y no básicos. Por el camino descubrió -creo que es más un descubrimiento que una invención- con la mercancía-patrón y la razón-patrón. Y acabó su obra con lo que se llama el problema de la elección de técnicas aunque el italiano tituló el capítulo donde trata el tema como el de "*los desplazamientos de los métodos de producción*" (cap. XII). Por el camino descubrió que tendría que modificar algún concepto, como por ejemplo la distinción primera y dicotómica entre bienes básicos y no básicos. Sin embargo, no dio en ningún momento un modelo síntesis de su obra o, al menos, de parte de ella. En este artículo se intentará dar un modelo sintético para valorar el alcance de sus hipótesis. Dejaremos fuera la reducción del capital fijo a trabajo fechado, pero tendremos en cuenta este capital. Veremos alguna sorpresa por el camino, pero la virtud de un modelo así es que podremos ver cada caso particular simplificando los supuestos, es decir, yendo de lo general a lo particular. En mi opinión la mayor limitación de la obra de Sraffa es el supuesto simplificador de la existencia de una sola tasa de ganancia y una sola tasa de salarios. Por supuesto que ello tiene su porqué. La principal razón -creo yo- de proceder así por parte de Sraffa era que su objetivo principal era un ataque -justificado y acertado- a la teoría del capital neoclásica y marginalista. Además, así de simplificados se presentaban los modelos marginalistas de la teoría del capital por parte de sus defensores. Tal es así que hasta Samuelson recurrió a una "*parábola*" para defender el modelo dominante

[1] Pág. 25 de *Producción de mercancías por medio de mercancías.*

del capital. Este modelo está hace tiempo hecho trizas por críticos contemporáneos de Sraffa como *Joan Robinson*, *Kaldor*, etc., además de Sraffa, claro está. Y posteriormente por *Pasinetti*, *Garegnani*, *Nuti*, etc. El costo que supuso para Sraffa fue centrar su obra en la construcción de un modelo genérico alternativo. Sraffa puso los ladrillos -lo cual es un mérito inmenso y genial- para construir modelos más cercanos a la realidad y más operativos. Los modelos de *Von Neumann* y de *Morishima* son claros ejemplos de ello, aunque no fueran estas las intenciones de estos autores. Lo que sigue es un modelo genérico inspirado en Sraffa y casi siguiendo su letra además de su música.

I-Determinación de precios

Pasaré a dar una ecuación que defina un sistema alentado -es mi intención- por el legado del economista italiano. Esta ecuación de definición del sistema sería (1):

$$\underset{1xr}{P_C}\,\underset{rxn}{Y_C}+\underset{1xs}{P_Y}\,\underset{sxn}{Y}+\underset{1xt}{P_X}\,\underset{txn}{X}=\Big[\underset{1xn}{L}\,\underset{nxn}{W}+\underset{1xn}{P}\,\underset{nxn}{X}+\frac{r(1+r)^n}{(1+r)^{-1}-r}\times\underset{1xu}{P_U}\,\underset{uxn}{M}\Big]\times(\underset{nxn}{I_d}+\underset{nxn}{G})$$

En donde $\boldsymbol{P}_{\mathrm{C}}$ es el vector $\mathbf{1}\mathrm{x}\boldsymbol{r}$ de los precios de los bienes del consumo e $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}$ la matriz $\boldsymbol{r}\mathrm{x}\boldsymbol{n}$ de estos bienes; $\boldsymbol{P}_{\mathrm{Y}}$ es el vector de precio de medios de producción nuevos que no existían anteriormente como medios e $\boldsymbol{Y}$ es la matriz $\boldsymbol{s}\mathrm{x}\boldsymbol{n}$ de estos bienes; $\boldsymbol{P}_{\mathrm{X}}$ es el vector $\mathbf{1}\mathrm{x}\boldsymbol{t}$ de bienes de inversión que ya existían anteriormente pero a otros precios (aunque en algún caso puedan coincidir) y $\boldsymbol{X}$ son estos bienes, $\boldsymbol{L}$ es el vector $\mathbf{1}\mathrm{x}\boldsymbol{n}$ de inputs de trabajo, $\boldsymbol{W}$ es la matriz diagonal $\boldsymbol{n}\mathrm{x}\boldsymbol{n}$ de $\boldsymbol{n}$ tasas de salarios (donde cada elemento de la matriz $\boldsymbol{w}_{\mathrm{ij}}=\mathbf{0}$ si $\boldsymbol{i}<>\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{P}$ es el vector de precios de medios de producción; $\{\boldsymbol{r}(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{\mathrm{n}}/\{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{\mathrm{n}}-1\}\}\mathrm{x}\boldsymbol{P}_{\mathrm{U}}=\boldsymbol{P}_{\mathrm{M}}$ es la parte anual del vector de precios de medios de producción fijos, es decir, aquellos cuya vida es superior al período que indica la ecuación (1)[2] y $\boldsymbol{M}$ el conjunto de estos medios, y $\boldsymbol{G}$ la matriz diagonal de tasas de ganancia donde también $\boldsymbol{g}_{\mathrm{ij}}=\mathbf{0}$ si $\boldsymbol{i}<>\boldsymbol{j}$. Por último, $\mathbf{I}_{\mathrm{d}}$ es el vector diagonal de unos. Esta ecuación arranca de Sraffa, como queda dicho, pero tiene aspectos novedosos. Por el lado de los productos finales hablamos directamente de bienes de consumo $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}$ aunque también lo podemos tildar de bien no básico porque no entra como medio de producción (no aparece en el lado derecho de la ecuación

[2] Que podemos poner de forma convencional un año, pero que puede ser cualquier unidad temporal de medida que sirva para pasar de los medios de producción (lado derecho de (1)) a los productos finales (lado izquierdo).

(1)). La novedad vendría con la matriz $\boldsymbol{Y}$ que representa el conjunto de productos finales que son medios de producción por sus características porque no satisfacen directamente las necesidades de los consumidores, pero son medios de producción de nuevo cuño, puesto que no aparecen en el lado derecho. No tendrían pues una separación dicotómica esrafiana de bienes no básicos y bienes básicos puesto que son lo primero porque no aparecen como medios en el lado derecho, pero son básicos porque son medios y no bienes de consumo final. Se ve que con esta ecuación la diferenciación *esrafiana* pierde sentido económico aunque Sraffa la mantuviera por su obsesión de trasladar a la producción conjunta *la mercancía-patrón*. En cambio la matriz $\boldsymbol{X}$ del lado izquierdo sería una matriz de medios ya producidos anteriormente y que se han repetido al menos en un proceso productivo (un año hemos puesto de tiempo convencional). Pero la novedad de estos medios está en los precios $\boldsymbol{P}_{X}$, que los hemos considerados distintos, puesto que no necesariamente van a tener que coincidir con los precios de un año antes aún cuando estemos en un economía de equilibrio en cuanto a la producción de bienes físicos. Ni que decir tiene que además estamos en la producción conjunta porque las tres matrices de productos finales no son diagonales, es decir, que pueden tener valor mayor que cero cada uno de sus elementos. En el lado derecho de la ecuación hay al menos dos cosas novedosas: 1) hemos generalizado la tasas de ganancia y de salarios a n tasas por mor del realismo; 2) tratamos los salarios *pret-factum*, incluidos los medios $\boldsymbol{M}$ *plurianuales*. Como este artículo no puede sustituir la lectura de la obra de Sraffa, es recomendable precisamente esta lectura para valorar justamente la generalización que se hace y, también, la que se deja por hacer (por ejemplo, la reducción a trabajo fechado). Sigamos. La segunda ecuación que vamos a emplear en lo que sigue es la derivada de (1) cuando se hacen cero los salarios. Con ello obtenemos una ecuación donde las tasas de ganancia son las máximas posibles puesto que entonces los propietarios de estas ganancias acaparan todo el excedente. Es una ecuación hipotética puesto que se supone que eso no va ocurrir nunca, pero es muy útil porque acota, define y nos entrega una nueva variable: las tasas máximas de ganancia por mercancías[3]:

[3] Podría decirse también que por sectores puesto que la matriz $\boldsymbol{G}$ es diagonal. Sin embargo no sería posible mantener esta conceptualización porque estamos suponiendo que nos movemos ya directamente en la producción conjunta. No obstante, una simplificación de este modelo genérico nos conduciría a la producción simple y entonces sería pertinente la identificación también de las tasas de ganancia a cada sector porque en este modelo de producción cada sector sólo produce un producto.

(2) $$P_C Y_C + P_Y Y + P_X X = \left[PX + P_M M\right] \times (I_d + G_m)$$

De acuerdo con (1) y (2) se obtiene una ecuación con los precios de los medios de producción:

(3) $$P = LW(I_d + G)(G_m - G)^{-1} X^{-1} - P_M M X^{-1}$$

(4) $$P_Y Y + P_X X = PZ$$

La ecuación (4) es absolutamente novedosa porque jamás contempló algo así el gran economista italiano. Con (4) asimilamos los productos finales de medios de producción a una matriz de medios ***Z*** de dimensión ***n***x***n*** y con el mismo vector de precios ***P*** que los medios de producción. Ni que decir tiene que ***Z*** debe ser una matriz diagonal para que haya ***n*** incógnitas (filas de ***Z***) que ecuaciones (***n***). La dificultad es resolver la ecuación para ***Z***, pero aquí sólo valoramos la posibilidad de existencia de una solución. Además, como luego veremos esta ecuación va a desaparecer en lo que sigue. Aún más sorprendente puede parecer la ecuación (5), pero es de lo más natural una vez que tenemos (4):

(5) $$PZ = (1+R)PX$$

Si hacemos en (5) $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{Z}^{-1}$ lo que obtenemos es una ecuación como la (6)

(6) $$\frac{1}{1+R} P = PA$$

que sería susceptible de aplicar el teorema de *Perron-Froebenius* si ***A*** fuera cuadrada (que lo es porque ***X*** y ***Z*** lo son), no negativa y reducible. Sin embargo, estas dos últimas condiciones no las podemos asegurar porque tampoco podemos asegurar la no negatividad de la inversa de ***Z*** para llegar a ***A***. De no ser ello posible siempre nos queda la ecuación:

(5 bis) $$PZ = PX(I_d + \underset{nxn}{R_n})$$

donde $\boldsymbol{R}_n$ sería una matriz diagonal de $\boldsymbol{n}$ tasas de ganancia derivadas *sólo* de los medios de producción de consumo anual (quedaría fuera $\boldsymbol{M}$) y de los productos finales que no son bienes de consumo (quedaría fuera $\boldsymbol{Y}_C$).

En cualquier caso, de (2), (3), (4) y (5) sale:

(7) $$P_C = \left[LW(I_d + G)(G_m - G)^{-1}(G_m - R_n) + P_M M(I_d + R_n)\right] Y_C^T (Y_C Y_C^T)^{-1}$$

donde obtenemos los precios de producción de los bienes de consumo en un modelo de raíz *esrafiana* aunque con las derivaciones y generalizaciones comentadas. Suponemos que $\boldsymbol{r}>\boldsymbol{n}$ para que las filas y columnas de $(\boldsymbol{Y}_C\boldsymbol{Y}_C^T)^{-1}$ no sean *colineales*. Si simplificamos los supuestos podremos ir obteniendo las ecuaciones que se derivan del libro de Sraffa. Por ejemplo, si omitimos los medios de producción plurianual $\boldsymbol{M}$ queda:

(8) $$P_C = LW(I_d + G)(G_m - G)^{-1}(G_m - R_n) Y_C^T (Y_C\, Y_C^T)^{-1}$$

donde $\frac{dP_C}{dL} > 0\,,\quad \frac{dP_C}{dW} > 0\,,\quad \frac{dP_C}{dG} > 0\,,\quad \frac{dP_C}{d(G_m - G)} < 0\,,\quad \frac{dP_C}{d(G_m - R_n)} > 0$

Si eliminamos además los productos finales que no son bienes de consumo (bienes no básicos) como $\boldsymbol{Y}$ y $\boldsymbol{X}$ quedaría:

(9) $$P_C = LW(I_d + G)(G_m - G)^{-1}(I_d + G_m) Y_C^T (Y_C\, Y_C^T)^{-1}$$

Y si en lugar de $\boldsymbol{n}$ tasas de ganancia en $\boldsymbol{G}$ y $\boldsymbol{n}$ tasas de salarios en $\boldsymbol{W}$ empleáramos una sola tasa de ganancia $\boldsymbol{g}$ y otra de salarios $\boldsymbol{w}$ como hace Sraffa saldría:

(9) $$P_C = \frac{w(1+g)(1+g_m)}{g_m - g} \times L\, Y_C^T (Y_C\, Y_C^T)^{-1}$$

Si además $\boldsymbol{Y}_C$ es cuadrada y del mismo rango que $\boldsymbol{X}$, es decir, $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{n}$, lo que se obtiene es Sraffa con salarios *pre-factum*:

(10) $$P_C = \frac{w(1+g)(1+g_m)}{g_m - g} \times L\, Y_C^{-1}$$

Con salarios *post-factum*, es decir, *esrafianos*, da:

(11) $$P_C = \frac{w(1+g_m)}{g_m - g} \times LY_C^{-1}$$

Y el modelo no se puede simplificar más porque nos quedaríamos en nada. Sin embargo, para algunas cosas son más valiosas el modelo simplificado que el generalizado. Por ejemplo, en (10) y (11) vemos que si la tasa de ganancia $\boldsymbol{g}$ se acercara a la tasa de ganancia máxima $\boldsymbol{g}_{\mathrm{m}}$, los precios de los bienes de consumo $\boldsymbol{P}_{\mathrm{C}}$ tenderían a infinito. Esta ecuación es la semilla de una teoría de la inflación no monetaria que Sraffa puso en nuestras manos sin querer. De este conjunto de ecuaciones y sus derivaciones se puede estudiar la producción conjunta, la diferenciación entre bienes básicos y no básicos, la producción con bienes plurianuales, la frontera de salarios-ganancias, la elección de técnicas, etc., yendo siempre de lo complejo a lo simple.

II-La frontera salario-ganancia y función de producción

Un caso de estudio a partir de las ecuaciones de Sraffa es la frontera salario-ganancia y la función de producción. Los neoclásicos confiaron en la posibilidad de construir una frontera cóncava y continua en el espacio ***w-g*** tal que su pendiente fuera igual a la relación de precios de ambos factores que surge de la restricción de recursos. La cosa no ha sido sostenible y ahora ese pensamiento no tiene una teoría de la distribución válida y coherente a pesar de que en los manuales universitarios se siga explicando. Vamos a ver que con las ecuaciones se puede obtener esta frontera de forma natural. Iremos como antes de lo general a lo particular. Obtuvimos antes la ecuación que relaciona los precios de los medios de producción anuales (***X***) y plurianuales (***M***) tal como:

(3) $$P = LW(I_d + G)(G_m - G)^{-1} X^{-1} - P_M M X^{-1}$$

Pues bien, esta ecuación representa -o puede representar- un mundo económico de inspiración *esrafiana* multidimensional donde cada una de las columnas de ***X***, de ***M*** y de ***L*** representan un espacio ***n*** dimensional, por lo que el conjunto de ellas dan lugar a un espacio $\boldsymbol{n}^3$ dimensional. Este es *el espacio tecnológico y organizativo* en el que se mueve la economía representado por la ecuación (1) de definición del sistema. En un mundo así, las ***n*** tasas de ganancia ***G*** y las ***n*** tasas de salario ***W*** han de moverse libremente, pero acotados por ese espacio multidimensional que representa (3). Los ***n*** precios ***P*** son los mecanismo de ajuste que deben permitir hacer cumplir (3) contando con que estos precios han de se no negativos. Los precios $\boldsymbol{P}_{\mathrm{M}}$ de los bienes plurianuales los consideramos meros datos en este contexto. Este es el espíritu *esrafiano* aplicado a este modelo: primero, los comportamientos empresariales, modificando ***L***, ***X*** y ***M***, deben llevar a que estos precios sean positivos sin que el modelo pueda asegurarlo por sus aspectos formales; segundo, no debe haber determinismo tecnológico en el cálculo de las tasas de ganancia y de salario, porque estas vienen determinadas por las relaciones sociales, los intereses particulares y colectivos o la lucha de clases, etc. (según criterios ideológicos o mejor sociológicos). Lo que hace Sraffa es acotar los límites entre los que se mueven salarios y ganancias (dentro del excedente). Dos opciones tecnológicas representadas por (3) serían equivalentes si el vector de precios ***P*** para ambas son el mismo, por lo que se cumplirá (12):

$$P = L_1 W(I_d + G)(G_{m1} - G)^{-1} X_1^{-1} - P_{M1} M_1 X_1^{-1} = L_2 W(I_d + G)(G_{m2} - G)^{-1} - P_{M2} M_2 X_2^{-1}$$

Esta conjunto de ***n*** ecuaciones dan o pueden dar lugar a ***n*** pares de soluciones $\boldsymbol{g}_{\mathrm{i}}$ y $\boldsymbol{w}_{\mathrm{i}}$ distintas y reales tales que satisfagan (12). Pero visto así no es fácil adivinar la forma que tendrá la función implícita (12) entre ***G*** y ***W***. Vamos a simplificarla en dos pasos. En primer lugar llevaremos el espacio de dimensiones $\boldsymbol{n}^3$ de (3) a otro $\boldsymbol{n}^2$ haciendo cero los precios $\boldsymbol{P}_{\mathrm{M}}$, porque los bienes plurianuales no van a jugar ningún papel en lo que sigue. No hemos querido complicar más la cuestión, pero hubiéramos podido porque $\boldsymbol{P}_{\mathrm{M}}\boldsymbol{M}$ representa el valor actualizado de los bienes plurianuales, y en eso interviene la tasa de interés ***r***. Si esta tasa la hacemos coincidir con la tasa de ganancia ***g*** del sistema (cosa que hace Sraffa), el modelo se complica extraordinariamente y ello exige un estudio pormenorizado de estos bienes que hemos llamado *plurianuales* y que Sraffa los llama de capital fijo[4], cosa habitual en su época. Hecho esto, la ecuación (12), que ya podemos llamarla ecuación *precios/salarios/ganancia*, se convierte en:

(13) $$P = LW(I_d + G)(G_m - G)^{-1} X^{-1}$$

[4] *Fixed capital.*

Si ahora pos-multiplicamos (13) por ***YI*** y tomamos como numerario ***PY*I**=**1**, queda:

(14)
$$1 = LW(I_d + G)(G_m - G)^{-1} X^{-1} YI$$

En (14) ya es claro que entre las tasas de ganancia y las tasas de salario va a existir una relación inversa, por lo que ya podemos llamar a (14) como *la ecuación frontera-salario*, ya sin los precios porque al tomar ***PY*I** como numerario hemos reducido en ***n*-1** dimensiones la múltiple dimensión $\boldsymbol{n}^3$ de (13). Pero de (14) surge algo que ni Sraffa ni sus epígonos han visto:

(15)
$$w_{pf} L = LW$$

En efecto $\boldsymbol{w}_{\mathrm{pf}}$ será una solución Perron-Froebenius si ***W*** es una matriz *cuadrada* (lo es por hipótesis, puesto que es diagonal), *no nega*tiva (los salarios son positivos por hipótesis) e *irreducible* (lo son todas las matrices diagonales con valores cero en los elementos que no están en la diagonal principal y con valores mayores que cero en la diagonal principal). ***L*** será por tanto el autovector de inputs de trabajo. Entre (14) y (15) sale:

(16)
$$\boxed{w_{pf} = \frac{1}{L(I_d + G)(G_m - G)^{-1} X^{-1} YI}}$$

Parece claro en (16) la relación inversa entre $\boldsymbol{w}_{\mathrm{pf}}$ y las tasas de salario de ***G***, pero aún lo será más si lo simplificamos haciendo $\boldsymbol{g}_{\mathrm{m}}$=$\boldsymbol{G}_{\mathrm{m}}$, es decir, tomando una tasa de ganancia máxima media $\boldsymbol{g}_{\mathrm{m}}$ representativa del conjunto de las tasas de ganancia $\boldsymbol{G}_{\mathrm{m}}$; de forma análoga con ***g*** y ***G***, y queda:

(17)
$$\boxed{w = \frac{g_m - g}{(1+g) L X^{-1} YI}}$$

En (17) la primera derivada respecto a ***g*** es negativa (función decreciente), pero la segunda es positiva (función decrecientemente creciente), por lo que esta función salario-ganancia[5] -ya en un espacio bidimensional (***w-g***)- es ¡convexa! Con ello el sueño neoclásico de una función cóncava (en forma de ***U*** hacia el origen) se ha desvanecido ante el pleno sentido común de Sraffa. Y si ahora quisiéramos construir la *función subrogada* de Samuelson con su parábola[6] y todo, en lugar de minimizar costes con la función de restricción y la función de producción derivada de (17), lo que haríamos sería ¡maximizarlos!, puesto que (17) -que es también una función de producción porque intervienen ***L***, ***X*** e ***Y***- podría dar lugar a una función ¡convexa! como resultado de los posibles puntos de intersección de ***n*** funciones convexas tipo (17).

III-Estimación de la tasa máxima de ganancia

Hasta ahora hemos trabajado con una variable -además de otra- un tanto *sui generis* que es la tasa máxima de ganancia, bien en la versión de múltiples tasas de ganancia $\boldsymbol{G}_m$ o de una sola tasa de ganancia. Esta tasa es la razón-patrón ***R*** de Sraffa si nos quedamos sólo en la producción simple. Pero este modelo es en exceso simplificado, por lo que en general no recurriremos a esta razón-patrón. La ventaja de esta razón es que se puede calcular a partir de ***Y***, ***X*** y ***L*** sin que intervengan los precios con la ayuda inestimable de Perron-Froebenius. En cambio, la ganancia máxima ha de obtenerse teniendo en cuenta los precios. Otra cosa será su posible estimación. Existen al menos dos métodos. De ellos uno se puede decir que está implícito en el *apéndice B* sobre *las habas*, porque Sraffa hace el supuesto de que una ganancia que se eleva -por efecto, por ejemplo, de una bajada de los salarios- puede originar un aumento del precio final de un sector que autoabasteciera "*en un grado desusadamente grande*"[7]de esa misma mercancía. Traemos aquí la ecuación (11):

$$P_C = \frac{w(1+g_m)}{g_m - g} \times LY_C^{-1} \tag{11}$$

Vemos en 11 que si $\boldsymbol{g}$ tiende a $\boldsymbol{g}_m$ los precios tienden a más infinito, para pasar a menos infinito con un aumento infinitesimal de $\boldsymbol{g}$. Por ello una forma de estimar $\boldsymbol{g}_m$ sería mediante el método de prueba y error aplicado a

---

[5] la tasa de salarios $\boldsymbol{w}_{pf}$ determinada por (15) ya no es fija porque en (17) no podemos aplicar Perron-Froebenius (en este caso ¡afortunadamente!), por lo que la hemos llamado en esta última ecuación ***w*** para evitar cualquier pérdida de generalidad.
[6] *Parable and Realism in Capital Theory: The surrogate Production Function*, 1961.
[7] Pág. 125 de *PMPM.*

(11). Pero en este caso la forma de la estimación depende del resto de las variables monetarias. Buscamos en cambio una medida o estimación de la tasa máxima de ganancia que sólo dependa de las variables no monetarias ***L***, ***X*** e ***Y***. Para ello traemos ahora a colación la ecuación (13):

(13) $$P = LW(I_d + G)(G_m - G)^{-1} X^{-1}$$

que determina los precios ***P*** de los medios de producción ***X*** independientemente de los productos finales. Ahora nos vamos a una ecuación de definición del sistema en la que sólo hay productos finales ***Y***, bien sea de producción simple (***Y*** diagonal) o no lo sea. Esta ecuación sería:

(14) $$PY = \left[LW + PX\right](I + G)$$

Si despejamos los precios P de (14) queda:

(15) $$P = LW(I + G)\left[Y - X(I_d + G)\right]^{-1}$$

Si ahora contemplamos (13) y (15) vemos que tiene dos multiplicandos iguales que son ***LW*** y ($\mathbf{I}_d$+***G***). No se deduce de ello pero podemos conjeturar la siguiente relación de proporcionalidad ***ñ*** entre el resto de los multiplicandos:

(16) $$\left[Y - X(I_d + G)\right]^{-1} = \tilde{n}\,(G_m - G)^{-1} X^{-1}$$

Si en (16) tomamos inversas en ambos términos, trasponemos y simplificamos queda:

(17) $$G_m = \frac{\tilde{n} - 1}{\tilde{n}} \times G + \frac{1}{\tilde{n}} \times (X^{-1}Y - I_d)$$

Si en (17) las tasas de ganancia ***G*** se hacen cero o bien el factor de proporcionalidad ***ñ*** vale **1**, las tasas de ganancia máximas $\boldsymbol{G}_\mathrm{m}$ dan en ambos casos:

(18) $$\overline{G}_m = \frac{1}{\tilde{n}} \times (X^{-1}Y - I_d)$$

En (17) aún vemos la relación entre las tasas de ganancia máximas $\boldsymbol{G}_m$ y las tasas de ganancia $\boldsymbol{G}$; en (18) estas tasas máxima ya dependen sólo de valores físicos como $\boldsymbol{X}$ y $\boldsymbol{L}$. En (18) aún tenemos $\boldsymbol{n}$ tasas máximas, pero si *pre-multiplicamos* por el vector de unos $\mathbf{1}$x$\boldsymbol{n}$ y por el vector también de unos de dimensión $\boldsymbol{n}$x$\mathbf{1}$ daría lugar a un escalar, es decir, a una sola tasa de ganancia máxima del sistema.

(19) $$I_h \overline{\overline{G}}_m I_v = \frac{1}{\tilde{n}} \times (I_h X^{-1} Y I_v - n)$$

Pueden estimarse tasas máximas de ganancia por sectores (en la producción simple) o por mercancías (en la conjunta) *pos-multiplicando* sólo por el vector de unos $\mathbf{I}_v$:

(20) $$\overline{G}_m I_v = \frac{1}{\tilde{n}} \times (X^{-1} Y I_v - I_v)$$

Una estimación de este tipo sería muy útil en el reparto negociado del excedente entre trabajadores y empresarios en las negociaciones (colectivas, generales), porque arrancaría de las posibilidades objetivas de la economía para el reparto del excedente.

IV - Elección de técnicas

Parte Sraffa de una gráfico como el que sigue que relaciona el precio de una mercancía básica con su tasa de ganancia. No dice Sraffa como obtiene el gráfico, pero en todo caso creo que es un error.

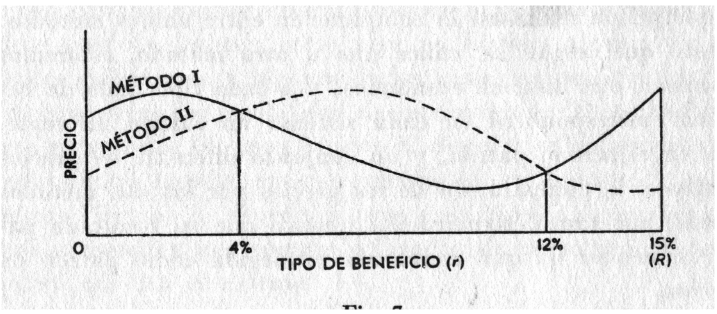

gráfico del libro de Sraffa *Producción de mercancías por medio de mercancías*
(pág. 115 de la edición de Oikos-Tau)

Como quiera que nos vamos a centrar en las mercancías básicas, es decir, aquellas que entran a la vez como medios de producción y como medios, vamos a partir de una ecuación que relaciona los precios de estas mercancías con sus tasas de ganancia, pero omitiendo el resto de las mercancías no básicas, como son la de los bienes de consumo $\boldsymbol{Y}_C$, la de productos finales que son nuevos medios de producción y también los bienes plurianuales ***M*** que no son en ningún caso productos finales. Por todo ello recurrimos a esta ecuación de definición del sistema *esrafiano* de bienes básicos pero generalizado:

(21) $$P_Y Y = [LW + PX] \times (I_d + G)$$

Los precios de los productos finales ***Y*** suponemos que son los mismos que los de los medios de producción ***X***, porque estamos en *reproducción sin acumulación* y los precios son representativos de un sistema en equilibrio y estático, por lo que $\boldsymbol{P}_y = \boldsymbol{P}$. Despejando los precios de (21) y con la consideración anterior queda:

(22) $$P = LW(1+G)[Y - X(I_d + G)]^{-1}$$

Y (22) es la relación generalizada para n tasas de salario (y salarios pre-factum) y ***n*** tasas de ganancia entre precios ***P*** y estas tasas ***G***. En esta ecuación es difícil ver porqué no puede ajustarse la ecuación al gráfico de Sraffa y que también recoge Pasinetti[8]. Se ve mejor si pasamos del modelo general de (22) a otro donde haya una sola tasa de ganancia ***g*** (una especie de media) y una sola tasa de salarios ***w*** (también una especie de media). De ello sale (23):

(23) $$P = w(1+g)L[Y - (1+g)X]^{-1}$$

Y si en (23) sustituimos ***X*** por $\boldsymbol{X}=\boldsymbol{AY}$, siendo ***A*** la matriz de requerimientos del sistema y tal que $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{XY}^{-1}$, operamos y obtenemos:

(24) $$\frac{P}{w} = (1+g)LY^{-1}[I_d - (1+g)A]^{-1}$$

[8] Pág. 200 de *Lecciones de la teoría de la producción*, FCE, 1983 {*Lezioni di teoria delle produzione, 1975*}

Y si suponemos que ***A*** es *cuadrada* (por hipótesis), no *negativa* (por hipótesis en la producción compuesta, por ser ***Y*** diagonal en la producción simple) e *irreducible o reducible* (condición *ad hoc*); si además ocurre que ***A*** es *productiva*, es decir, que $\boldsymbol{A}^{k} > \boldsymbol{A}^{k+1}$, entonces se cumple el teorema de Perron-Froebenius, en el que uno de los corolarios permite afirmar que lo que hay entre corchetes en (24) es monótono creciente. De ello se deriva que el gráfico que hemos recogido de Sraffa no representa *la relación precios en términos de salario y tasas de ganancia*.

Y ahora viene la cuestión del cambio de técnicas o el desplazamientos de métodos de producción que es como titula Sraffa a este hecho. Dado que dos funciones del tipo (24) son ambas monótonas crecientes y positivas en el cuadrante cartesiano para ***P***/***w*** y ***g*** positivos, ambas funciones se pueden cortar a los sumo dos veces, o bien una, o ninguna. El punto de corte en el eje ***P***/**w** se producirá cuando la tasa de ganancia valga cero y será:

(25) $$\frac{P}{w}(g=0)=LY^{-1}\left[I_d-A\right]^{-1}$$

Cuando dos funciones del tipo (24) se corten será cuando los precios en relación a los salarios coincidan, de tal forma quedará que:

(26) $$L_1Y_1^{-1}\left[I-(1+g)A_1\right]^{-1}=L_2Y_2^{-1}\left[I-(1+g)A_2\right]^{-1}$$

que es una función implícita en ***g*** de grado n. En principio puede haber ***n*** soluciones de ***g*** que satisfagan (26), pero dada la forma de la función original que hemos comentado (monótona creciente) sólo puede haber dos soluciones reales no repetidas que se corresponden con el número máximo de puntos de corte para una función así. De haber dos puntos de corte, el gestor de la empresa que tiene a mano las dos técnicas (o mero cambio de organización) puede pasar primero de la 1 a la 2 y cuando se vuelvan a cortar, retornar a la 1. La condición necesaria y suficiente para que haya dos puntos de corte es la de que la relación de los precios/salario de una de ellas (la 1, por ejemplo), comience para tasa de ganancia baja por debajo de la misma relación que la técnica 2, pero que en cambio su tasa de crecimiento resulte más alta durante un trecho que la 2; en cambio, a partir de un cierto valor de esta tasa de ganancia, ha de ocurrir que la tasa de crecimiento de la 1 resulte más alta que la 1. Cosa distinta es que se produzca alguna variación en la variables no monetarias ***L***, ***X*** e ***Y***. En ese caso lo que se producirá un desplazamiento de la función (24), que junto con los posibles cortes de otra función desplazada o no, puede dar ya más de dos puntos de corte. Si estos desplazamientos son muy variados para las funciones y el libro de las técnicas (a la manera de Samuelson) es amplio, entonces cualquier envolvente de esos puntos de corte es posible, pudiendo ser el resultado (la envolvente) creciente, decreciente, y con cambio de convexidad. Creo que Sraffa no distinguió en su libro entre deslizamiento y desplazamientos de las funciones que estaban implícitas en sus razonamientos. Sin embargo estos defectos son subsanables. Hasta los genios cometen errores.

V - Distribución esrafiana versus distribución marginalista

Traemos a colación la función esrafiana más simple que relaciona precios de los bienes básicos con salarios para poder así compararla con uno de los paradigmas de la distribución del marginalismo. Se trata en cualquier caso de un análisis limitado y con un alto grado de abstracción. Aún así o quizá por ello, se verá las diferencias. La ecuación (11) con los precios en términos del salario queda:

(27) $$\frac{P}{w}=\frac{(1+g_m)}{g_m-g}\times LY^{-1}$$

Para el marginalismo, el precios de los factores dependen de su supuesto valor de su *sola* productividad tal como:

(28) $$w=P\times\frac{dY}{dL}$$

Ha de suponerse que la derivada de la ecuación (28) surge de una función de producción del tipo ***Y***=*f*(***L***,***X***), donde, al igual que en Sraffa, ***L*** son los inputs de trabajo y ***X*** es el capital (medios de producción). El paradigma marginalista supone que la productividad marginal física que supone *d**Y***/*d**L*** es decreciente. Esta interpretación arranca de Ricardo; mejor dicho, arranca de una de las formas en que trata Ricardo la renta diferencial de la tierra: una intensiva y otra extensiva. Leyendo la obra de Ricardo a mí no me cabe duda que la correcta es aquella en la que la renta de la tierra se produce por las diferentes calidades de la tierra y no por el uso intensivo de tierras de la misma calidad. Pero el marginalismo construyó su modelo arrancando de esta última y generalizándolo para todos los factores (es decir, para el trabajo y el supuesto capital). Y con ello y los teoremas del punto fijo se llega -no fácilmente, desde luego- a la teoría del equilibrio general competitivo. Retornando a la comparación de la formación del salario en uno y otro modelo, despejamos aquel de (27) y queda:

(29) $$w = P \times \frac{g_m - g}{(1+g_m)\, LY^{-1}}$$

Veamos las diferencias de obtención de los salarios entre el modelo marginalista (28) y el modelo esrafiano (29): 1) En el modelo marginalista los salarios decaen con la productividad marginal porque se supone que existe esa relación en la función de producción $\boldsymbol{Y}=f(\boldsymbol{L},\boldsymbol{X})$; no ocurre lo mismo en la función de salarios (29), donde la relación entre $\boldsymbol{w}$ y $\boldsymbol{LY}^{-1}$ es proporcional, con un factor de proporcionalidad tal como $(\boldsymbol{g}_{\mathrm{m}}-\boldsymbol{g})/(\mathbf{1}+\boldsymbol{g}_{\mathrm{m}})$ que no aparece en la función de salarios marginalista; 2) en la proporción antes comentada interviene la tasa de ganancia $\boldsymbol{g}$ y lo que hemos considerado y deducido como tasa máxima de ganancia $\boldsymbol{g}_{\mathrm{m}}$. Ello supone una riqueza conceptual incomparable a favor del modelo *esrafiano*, porque nos viene a decir que además de la linealidad entre salario y productividad ($\boldsymbol{LY}^{-1}$), los salarios aumentan si: aumenta la tasa de ganancia máxima, si disminuye la tasa de ganancia aplicada (obtenida del conjunto del modelo) y si aumenta también la diferencia entre tasa máxima $\boldsymbol{g}_{\mathrm{m}}$ y tasa aplicada $\boldsymbol{g}$. De nada de eso obtenemos con el criterio marginalista; 3) si la tasa de ganancia aplicada llegar a la tasa máxima de ganancia los salarios serían cero y las empresas y empresarios se quedarían con todo el excedente; 4) también, y por último, nos dice que si aumenta la tasa máxima de ganancia $\boldsymbol{g}_{\mathrm{m}}$ *per se*, aumentarán los salarios pero de una forma crecientemente decreciente.

Otra comparación es lo que ocurre con el modelo de distribución en su conjunto. En el modelo marginal, la distribución de los factores del producto final se supone que se puede *modelizarse* con la función:

(30) $$Y = L\frac{dY}{dL} + X\frac{dY}{dX}$$

La (30) supone que todo el producto $\boldsymbol{Y}$ se distribuye totalmente entre los factores en función de sus productividades y no queda ningún resto. Ello supone una limitación porque (30) lleva implícito una función homogénea *euleriana* de primera clase. No obstante, aquí la comparación con la visión *esrafiana* queda en un empate porque el modelo del italiano lleva implícito rendimientos constantes, aunque Sraffa dejara a la libre interpretación de cada lector de su obra este hecho. He omitido la *Tierra* como factor, pero podría añadirse sin aumentar o perder generalidad por ello. Con la ecuación (28) del valor de la productividad del trabajo y otro tanto equivalente de la productividad del capital (medios de producción) se obtiene la función de precios:

(31) $$P = w\frac{L}{Y} + g\frac{X}{Y}$$

Si comparamos con la función de precios surgida de la ecuación de definición del sistema *esrafiano*:

(32) $$P = w(1+g)LY^{-1}\left[I_d - (I_d + g)A\right]^{-1}$$ con $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{X}\boldsymbol{Y}^{-1}$

obtenemos las siguientes diferencias; 1) los precios marginalistas son proporcionales al salario, al igual que en el modelo esrafiano; 2) no ocurre así en el modelo esrafiano porque la relación con las ganancias $\boldsymbol{g}$ es mucho más complicada, aunque es creciente, dado que aparece en el paréntesis ($\mathbf{1}+\boldsymbol{g}$) y además en la inversa de la expresión entre corchetes de (32). Por Perron-Froebenius sabemos que todos los valores dentro del mismo crecen continuamente si $\boldsymbol{A}$ es cuadrada, no negativa, irreducible y productiva (esta condición es aparte del teorema). Pero la complicación es grande porque esa expresión es un polinomio en grado $\boldsymbol{n}$ de $\boldsymbol{g}$, pudiendo cambiar de convexidad por el factor que es la matriz de requerimientos $\boldsymbol{A}^{k}$, siendo $\boldsymbol{k}$ un período cualquiera; el papel que juegan los inputs de trabajo $\boldsymbol{L}$ y los medios de producción (capital) $\boldsymbol{X}$ es mucho más complejo en el modelo *esrafiano* que en el marginalista debido a los cambios bruscos e imprevistos de la matriz de requerimientos. Y ello será más notable si no estamos en la producción *simple esrafiana* ($\boldsymbol{Y}$ diagonal) sino en la producción *conjunta esrafiana* ($\boldsymbol{Y}$ ya no sería sólo diagonal, sino que podría tener valores positivos en todos sus elementos). El resultado es que pudiera haber, además de cambios bruscos, precios negativos como resultado de (32). Pero ello es natural en el modelo *esrafiano*, que responde mejor a la realidad: si como consecuencia de una determinada tasa de ganancia $\boldsymbol{g}$ y de precios de la competencia impuestos por el sistema, un sector no pudiera vender su/s mercancía/s a unos precios que superaran sus costes, ese sector, o se le subvenciona o desaparece (véase ejemplos como el del carbón o de algunos productos agrícolas). Nada de esto es posible en el modelo marginalista; 3) en el modelo marginalista, con su matemática continua no admite cambios bruscos ni en la producción ni en la retribución de sus factores; en el modelo *esrafiano* estos pueden ser importantes; 4) el modelo marginalista surge del análisis parcial que puso de moda Marshall, mientras que el modelo *esrafiano* es intersectorial, tiene en cuenta el conjunto de la economía, todos sus sectores y todos los bienes y servicios producidos para determinar precios, salarios y ganancias. En cambio el modelo marginalista toma los precios como datos (sobre todo si el modelo responde a una empresa que trabajara en un mercado de competencia perfecta) y no se preocupa de la relaciones intersectoriales. Ello empobrece y dificultad la construcción de un modelo más generalista sin llegar a la trivialidad de que todo depende de todo; 5) el modelo marginalista responde a la concepción de la economía de Joan Robinson como *una caja de herramientas*, un instrumental que ha de aplicarse a las situaciones reales. Pero eso mismo es negar la posibilidad de construir una economía con marchamo de ciencia. En el fondo es el reconocimiento de un fracaso. En el modelo *esrafiano* las dificultades no son pequeñas, pero se acerca a la realidad casi cuanto se quiera porque su instrumental matemático es prácticamente el mismo que el de las tablas input-ouput. Además le dota de conceptualizaciones como el *excedente, la razón-patrón, la mercancía-patrón*, la diferenciación entre *bienes básicos y no básicos, la producción conjunta, el autoabastecimiento*, etc. El modelo marginalista intenta llegar a consideraciones generales mediante los dos teoremas del bienestar, enlazando el equilibrio competitivo con las condiciones de Pareto, pero la realidad tumba continuamente el modelo como son *los rendimientos crecientes, los efectos externos, la información asimétrica, los monopolios, oligopolios, los bienes públicos*, etc.

VI - Asignación de recursos en Sraffa y en el marginalismo

Dejando aparte los dos magníficos artículos que escribió Sraffa -y en especial el dedicado a los rendimientos constantes- nada parece deducir de su libro Producción de mercancías por medio de mercancías algún interés sobre las teorías del mercado. El italiano centraba su ataque a la teoría del capital y la parte constructiva se refería a la determinación del excedente y su reparto. No obstante, como *caja de Pandora*, abierta la crítica surge de sus consecuencias otras posibilidades insospechadas. La teoría de los mercados marginalista basa la formación de los precios y asignación de recursos -esta es su preocupación- en el paradigma *smithiano* de “*buscando el interés particular se consigue el general*”. Aunque históricamente eso no está probado sino más bien lo contrario -véase la actual crisis-, los neoliberales no se han bajado de ese caballo por más que descabalgue una y otra vez. Buscar el interés particular se traduce en el comportamiento empresarial de maximizar el beneficio. Este puede ser representado mediante una función del tipo:

(33) $$Beneficio = Ingresos - Gastos = p(Y) \times Y - C(Y)$$

donde ***p*** es el precio dependiente de la cantidad (demanda), ***q*** la cantidad producidad y ***C*(q)** la función de costes. Esta ecuación tiene dos importantes limitaciones: 1) el precio y la cantidad son escalares; 2) no se especifica la forma concreta de la función de costes, ni la relación de estos directamente con los factores (medios de producción). Lo primero puede arreglarse tomando los precios como un vector $\mathbf{1}\text{x}\boldsymbol{n}$ y las cantidades como otro vector $\boldsymbol{n}\text{x}\mathbf{1}$. Se supone también que entre productos finales y factores (medios) existe una relación funcional de causa y efecto genérica tal como:

(34) $$Y = f(L, X)$$

Volviendo a Sraffa, partimos de la ecuación de definición de sus sistema simplificado, es decir, para una tasa de ganancia y una tasa de salarios:

(34) $$P_C Y_C + PY = [wL + PX](1 + g)$$

donde $\boldsymbol{P}_{\text{C}}$ es el vector $\mathbf{1}\text{x}\boldsymbol{m}$ de precios de bienes de consumo (no básicos) e $\boldsymbol{Y}_{\text{C}}$ la matriz $\boldsymbol{m}\text{x}\boldsymbol{n}$ de estos bienes; ***P*** el vector $\mathbf{1}\text{x}\boldsymbol{m}$ de precios de productos finales (básicos) e ***Y*** estos mismos bienes; ***w*** la tasa de salarios; ***L*** los inputs de trabajo $\mathbf{1}\text{x}\boldsymbol{n}$; ***X*** la matriz $\boldsymbol{n}\text{x}\boldsymbol{n}$ de medios de producción, y ***g*** la tasa de ganancia. Haciendo cero la tasa de salarios en (34) para tener la ecuación que relaciona precios con la tasa máxima de ganancia sale:

(35) $$P_C Y_C + PY = PX(1 + g_m)$$

Entre (34) y (35) se obtiene la ecuación de precios de los bienes básicos:

(36) $$P = \frac{w(1+g)}{g_m - g} LX^{-1}$$

Y sustituyendo (36) en (35) sale:

(37) $$P_C = \frac{w(1+g)(I_v + g_m I_v - LX^{-1}Y)}{g_m - g}$$

En (36) tenemos los precios de los bienes de producción (básicos) y en (37) los bienes de consumo (no básicos). La función marginalista de los beneficios (33) se supone que se maximiza, de tal forma que queda:

(38) $$P = \frac{dC(Y = f(L,X))}{d(Y = f(L,X))} + \left| \frac{dp}{d(Y = f(L,X))} \right| \times f(L,X)$$

En (38) lo único que sabemos (por hipótesis) son sus dos primeras derivadas:

(39) $$\frac{dY}{dL} > 0 \ , \quad \frac{dY}{dX} > 0 \ , \quad \frac{d^2Y}{dL^2} < 0 \ , \quad \frac{d^2Y}{dX^2} < 0$$

de acuerdo con la ¿ley? de los rendimientos decrecientes marginalista. Las relaciones derivadas de (36) y (37) son como siguen:

(40) $$\frac{dP}{dw} > 0, \quad \frac{dP}{dg} > 0, \quad \frac{dP}{g_m - g} > 0, \quad \frac{dP}{d(LX^{-1})} > 0, \quad \frac{dP}{g_m} < 0, \quad \frac{dP}{d(1+g_m - LX^{-1}Y)} > 0$$

Las diferencias de la variación de los precios como respuesta a la variación de las variables de las que dependen son notables: 1) Los precios marginalistas dependen sólo de las variables físicas ((34) y (38)) de los factores (medios en Sraffa) ***L*** y ***X***, pero *no* de ninguna variable monetaria; en cambio, en el modelo *esrafiano* dependen tanto de estas variables físicas ((36) y (37)) como de las variables monetarias tasa de salarios ***w*** y tasa de ganancia ***g***. También dependen de la tasa de ganancia máxima ***g***$_{\mathrm{m}}$, pero ello no añade ninguna variable nueva puesto que esta a su vez depende de las variables físicas mencionadas; 2) Las relaciones marginalistas son continuas ((38) y 39)); las relaciones *esrafianas* son discontinuas respecto a las variables físicas, aún cuando las representemos por comodidad con derivadas; 3) Las relaciones de los precios respecto al producto final depende de la forma funcional de la función de producción (34), pero lo que se supone por hipótesis es que la relación entre el producto final ***Y*** y sus medios ***L*** y ***X*** es crecientemente decreciente (39); las relaciones esrafianas de precios de los medios de producción respecto a sus medios (36) son lineales (proporcionales), pero la de los precios de los bienes finales de consumo es más complicada (37) aunque decreciente respecto al trabajo y creciente respecto a los medios; los precios esrafianos son precios de equilibrio además de intercambio en el modelo y se determinan conjuntamente por el conjunto del sistema económico con las variables monetarias tasa de salarios w y tasa de ganancia g, dadas las variables físicas ***L***, ***Y*** y ***X***; los precios marginalistas se determinan según la función de producción y de costes de las empresas en relación al mercado (demanda). Sólo cuando llegan al equilibrio general se ven en la necesidad de tener en cuenta todo el sistema económico. Sin embargo este desarrollo es posterior, aunque con el precedente insigne del modelo de Walras. De ello se deduce que el modelo marginalista admite el análisis parcial *marshaliano* (*ceteris paribus*) entre empresa y su mercado, mientras que Sraffa estudia las relaciones de interdependencia de los sectores y su relación con el excedente; 4) la crítica a la imposibilidad de la existencia de una función de producción independiente de los precios es irrefutable, por lo que los marginalistas no tienen en realidad función de producción. En efecto, ni siquiera el último esfuerzo de *Samuelson* con su función *subrogada* ha podido sostener esa hipótesis. No hay forma de agregar los medios de producción (capital en terminología clásica, neoclásica y marginalista) sin tener en cuenta los precios, que son a su vez lo que deben ser explicados por la función de producción; en el modelo *esrafiano* no hay en realidad función de producción, pero aún cuando esta pueda suponérsela, los precios se determinan por las variables monetarias del sistema y toma como datos las variables físicas ***L***,***Y***,***X***, independientemente de su relación funcional (de existir).

VII - Asignación de recursos en Sraffa versus marginalismo

A partir del punto anterior vamos a desarrollar algo de la semilla de Sraffa respecto al mercado, aunque el italiano no pudo sospechar que de su libro[9] capital pudiera surgir algo parecido a lo que me propongo. Para mejor visualizar lo que se pretende traigo a colación la ecuación:

[9] Ya hemos mencionado el artículo donde sí trata de este tema.

(36) $$P = \frac{w(1+g)}{g_m - g} L X^{-1}$$

de la que despejamos lo que sigue:

(41) $$\frac{g_m - g}{1+g} = w\, P\, L X^{-1}$$

La semilla de Sraffa proviene de una interpretación del lado izquierdo de (41). De aquí se puede interpretar que, a diferencia de los modelos marginalistas y neoclásicos, el ajuste de los mercados y de las empresas no viene de los precios (monopolios, oligopolios) y en la asignación de los recursos (***L***, ***X***, ***T***) o sólo de estos en los casos de competencia ¿perfecta? (precio-aceptante), sino en la variación de las ganancias de las empresas. De acuerdo con esto, los precios no serían un baremo de la escasez de los productos y medios, sino que lo serían las tasas de ganancia. La ecuación (41) permite este tipo de ajuste, porque dados los precios como variable exógena para el empresario en cuestión, debe ajustar las tasas de ganancia y salarios para que se cumpla (41). También lo puede hacer con las variables físicas de medios ***L*** y ***X*** (y en su caso ***T***, la tierra). La limitación de este comportamiento es que en este modelo, el empresario no es completamente libre de realizar los ajustes como quiera porque debe saber que las tasas de ganancia, salarios y precios, tanto de productos finales (consumo) como de medios deben resolver el sistema de equilibrio de conjunto que representa tanto (41) como de donde procede, (34). En realidad el empresario es mucho más libre de mover las variables físicas comentadas que las variables monetarias. Además, los precios no indican escasez sino relaciones de intercambio y pueden servir de guía para el cálculo de los costes, pero no para asignar los recursos; estos se asignan mejor a partir de las variables monetarias ***w***, ***g*** y ***P*** dadas por el conjunto del sistema y del mercado en particular donde opera el empresario, con márgenes de actuación menguados. En la teoría *esrafiana* no existen -o no son significativos- los costes marginales que el empresario pueda asignar medios y productos cuando estos costes igualen a los precios (o ingresos marginales en caso). El empresario *esrafiano* no tiene función de producción ni variaciones marginales, sino el libro tecnológico y organizativo (que emplea Samuelson en su artículo) y puede variar sus ganancias pasando de una hoja tecnológica a otra dados precios y salarios. En Sraffa el mundo se invierte. La cuestión está en la pregunta: ¿cuál de los dos modelos está más cerca del comportamiento real de los actores económicos? Yo no tengo dudas, entre otras cosas porque jamás he visto calcular a un empresario la asignación de recursos a partir de una función de producción, una relación continua entre costes y productos y el cálculo de ingresos marginales (o precios dados) y sus supuestos costes marginales. Eso es *Alicia en el país de las maravillas*. Y si los empresarios no se comportan así, ¿cómo se puede sostener una teoría económica de mercados que no tiene en cuenta o es irreal el comportamiento empresarial? Sraffa sí lo tiene. Llevado al límite su modelo (que no es necesario), el comportamientos empresarial sería de este tenor: el empresario busca la ganancia aceptando precios y salarios y variando las variables físicas ***Y*** y ***L*** es decir, medios e inputs de trabajo tal que pueda pasar de una frontera salarios-ganancias a otra tal que, para un mismo nivel de salarios, las ganancias sean más altas.

En (41) podemos concretar aún más la relación entre ganancias y precios, porque si la diferencia entre la tasa de ganancia máxima (el excedente) $\boldsymbol{g}_{\mathrm{m}}$ y la tasa de ganancia monetaria $\boldsymbol{g}$ aumenta, pueden aumentar los precios si los salarios y las variables físicas no se mueven. Y esa diferencia depende tanto de una tasa como de la otra, es decir, del excedente, porque la tasa máxima una medida del excedente. Y aquí entra en juego un variable que no existe en el modelo marginalista. Es más, en el modelo de equilibrio general, los empresarios son ¡tan tontos! que intentando maximizar sus beneficios les lleva a dejar a cero estos mismos en su afán de competencia. En Sraffa la posibilidad de aumentar las ganancias, no sólo puede hacerse a costa de los salarios, sino que depende de la tasa de ganancia máxima, que a su vez depende de las variables físicas ***L***, ***Y***, ***X***, es decir, del excedente. Del excedente y de la productividad, porque el excedente en relación con sus propios medios es una medida de la productividad. El concepto de productividad aparece en el marginalismo, pero como mecanismo de asignación de recursos, no como un aspecto global del sistema. En realidad, en los modelos de equilibrio general no juega ningún papel explícito. En Sraffa vemos que sí a través de la tasa de ganancia máxima[10]. Una forma de ver esta relación entre tasa de ganancia máxima y variables físicas es la ecuación (37) de bienes de consumo (no básicos).

$$P_C = \frac{w(1+g)(I_v + g_m I_v - LX^{-1}Y)}{g_m - g} \tag{42}$$

[10] Y en el caso de la producción simple esrafiana o conjunta diagonalizada (no está en Sraffa), mediante la razón-patrón y la mercancía-patrón.

En (42), para que los precios de estos bienes sean positivos ha de cumplirse que:

(43) $$(1+g_m)I_h > LX^{-1}Y$$

de donde sale que:

(44) $$g_m > LX^{-1}YI_v - n$$

El lado derecho de la inecuación aparece el término $\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{Y}\mathbf{I}$ que es una medida del excedente, sobre todo si pasamos al término general $\mathbf{I}_h\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{Y}\mathbf{I}_v$. La ventaja de este índice del excedente es que sólo depende de variables físicas y no monetarias, por lo que es compatible con cualquiera que sea las relaciones de intercambio (precios) del sistema. De forma análoga, de (36) salte también que:

(45) $$g_m > LX^{-1}I_v - n$$

Ambas inecuaciones acotan por abajo la medida del excedente.

Un caso particular, pero que podría generalizarse al relajar los supuestos, es el caso que expone Sraffa en el *apéndice B* de su obra. En él trata de los productos que se auto-abastecen[11]. Estos sectores sólo se venden así mismo, pero en cambio se compran a sí mismo y a otros sectores. La ecuación que define un sistema sí sería una como:

(46) $$PY_B + P_N Y_D = \lfloor LW_B + L_N W_D + P\,X_B + P_N X_D \rfloor \times (I_d + G_N)$$

donde las variables que llevan subíndice *D* es el sector que se autoabastece y los que llevan el *B* son los sectores ajenos de los que se abastecen. P es el vector de precios básicos y $\boldsymbol{P}_N$ el de no básicos. $\boldsymbol{G}_N$ es la tasa de ganancia de los no básicos que afecta a los dos sectores. La ecuación (46) expresa el conjunto del valor de los productos finales de los bienes básicos y no básicos que dependen de las masas de salarios conjuntos y de los medios de producción de ambos.

[11] Pág. 125 de *PMPM.*

(47) $$P_N = \left[\left[LW_B + L_N W_D\right] \times (I_d + G_N) + P\left[X_B(I_d + G_N) - Y_B\right]\right] \times \left[Y_D - X_D(I_d + G_N)\right]^{-1}$$

La (47) surge de despejar los precios de los productos no básicos $\boldsymbol{P}_{\mathrm{N}}$ en (46). Y si en (47) hacemos cero las tasas de salario $\boldsymbol{G}_{\mathrm{N}}$ para calcular la matriz $\boldsymbol{G}_{\mathrm{mN}}$ de tasas de salario máxima queda:

(48) $$P_N\left[Y_D - X_D(I_d + G_{mN})\right] = P\left[X_B(I_d + G_{mN}) - Y_B\right]$$

Y ahora si se quiere que los precios de los productos básicos $\boldsymbol{P}$ y no básicos $\boldsymbol{P}_{\mathrm{N}}$

(49) $$X_D^{-1}Y_D - I_d <= G_{mN} <= \left[X_B^T X_B\right]^{-1} X_B^T\left[Y_B - X_B\right]$$

También se puede dar la inecuación con los signos cambiados, pero siempre con la matriz de tasas máximas de ganancia de los productos no básicos $\boldsymbol{G}_{\mathrm{mN}}$ en medio. La ecuación anterior es muy importante porque nos da una acotación de estas tasa máximas de ganancia, cuya dificultad de cálculo en la práctica son máximas. La matriz inversa del lado derecho $\boldsymbol{X}_{\mathrm{B}}$ es calculable si su rango es mayor o igual que el rango de $\boldsymbol{X}_{\mathrm{D}}$. Cabe conjeturar que el lado izquierdo de la inecuación es la matriz de tasas máximas del sector *D* (sector no básico que se auto-reproduce) y el lado derecho es la matriz de tasas máximas del sector *B* (sector que vende a *D* pero que no compra de él). La doble acotación que expresa (49) indica los límites en los que se mueve la tasa máxima de ganancia (en este caso de los productos no básicos) cuando dos sectores de la economía mantienen la relación de dependencia antes indicado. Con ello queda acotado la tasa de ganancia $\boldsymbol{G}_{\mathrm{N}}$ de estos bienes no básicos porque ellos han de ser menores que sus tasa máximas. También (49) es una aproximación a los estrechos márgenes de ganancias en los que se movería un país que importara mucho (sector *D*) del resto de los países (sector *B*), pero que no exportara nada. Ello sería posible si la balanza comercial fuera compensado por la entrada de capitales *in folio* y por remesa de emigrantes, por ejemplo: vemos que la semilla de Sraffa ha crecido en el jardín del comercio internacional. La acotación (49) mejora si pasamos a una sola tasa de ganancia máxima tal como:

(50) $$I_h X_D^{-1} Y_D I_v <= I_h G_{mN} I_v <= I_h\left[X_B^T X_B\right]^{-1} X_B^T\left[Y_B - X_B\right] I_v$$

Si el sector D no estuviera representado por una matriz de medios $\boldsymbol{X}_{\mathrm{D}}$ cuadrada y el rango de D fuera mayor o igual que el rango de $\boldsymbol{G}_{\mathrm{mN}}$, la expresión (50) pasaría a ser:

$$(51) \quad I_h\left[X_D^T X_D\right]^{-1} X_D^T (Y_D - X_D) I_v <= I_h G_{mN} I_v <= I_h\left[X_B^T X_B\right]^{-1} X_B^T \left[Y_B - X_B\right] I_v$$

Bibliografía

Afriat, S.: “Sraffa´s Prices”, Universitá degli Studi di Siena, quaderni 474.
www.econ-pol.unisi.it/quaderni/474.pdf

Ahijado, M.: “Distribución, precios de producción y crecimiento”, 1982, Centro de Estudios Universitarios Ramón Areces.

Bour, Enrique A.: “Marx y la teoría económica moderna”, 2007
http://www.aaep.org.ar/anales/works/works2007/bour.pdf

Caballero, A. y Lluch, E.: “Sraffa en España”, Investigaciones Económicas (2ª época, vol. X, n.º 2), 1986.

Dobb, M.: “Teoría del valor y de la distribución desde Adam Smith, edit. Siglo XXI editores.

Desai, M.: “Marxian Economic Theory”, 1974 [“Lecciones de teoría económica marxista”, 1977, edit. Siglo XXI].

Dobb, M.: “The Sraffa system and the critique of neoclassical theory of distribution”, 1970.

Estrin, S. y Laidler, D: “Introduction microeconomics”.

Fiorito, Alejandro: “La implosión de la economía neoclásica”. Está en la red: www.geocities.com/aportexxi/sraffa12.pdf

Foncerrada, Luis Antonio: “Sraffa y Böhm-Bawerk”. Está en la red: http://www.economia.unam.mx/secss/docs/tesisfe/FoncerradaPLA/tesis.pdf

Garegnani, P.: “El capital en la teoría de la distribución”, 1982, ed. Oikos-Tau (“Il capitale nelle teorie delladistribuzone”, 1982)

Gehrke, Ch.y Kurz, D.: “Sraffa on von Bortkiewicz”. Está en la red: http://www.newschool.edu/cepa/events/papers/050509_Bortkiewicz.pdf

Harcourt, G.C.: “Teoría del Capital” (*Some Cambridge controversies in the theory of capital, 1975*), apéndice al cap. 4, 1975, edit. Oikos-tau.

Heahtfield, D. F.: “Productions funtions”.

Korsch, Karl; “Karl Marx”, 1975, traducción de Manuel Sacristán, edit. Ariel.

Kurz, Pasinetti, Salvador y otros: “Piero Sraffa: The Man and the Scholar”, Routledge, 2008.

Kurz D. Heinz; “Critical Essays on Piero Sraffa´s Legacy in Economics”, 2000, Cambrigde University Press.

Lange, O., Taylor, F. M.: “On tthe Economic Theory of Socialism, 1938 [Sobre la teoría económica del socialismo, 1971, edit. Ariel]

Marx, Carlos: “El método en la Economía Política”, 1974, Ediciones Grijalbo, S.A.

Marx, Carlos: “El Capital”, en el FCE, traducción de Wenceslao Roces.

Meade, J.: “A neo Classical Theory of Economic Growth”, 1961.

Meek, R.: “Mr. Sraffa´s Rehabilitationof Classical Economics”, 1961.

Mendoza, Gabriel: “La transformación de valores en precios de producción”, 1997 http://www.izt.uam.mx/economiatyp/numeros/numeros/10/articulos_PDF/10_2_La_transformacion.pdf

Mora Plaza, A.: "Aspectos de la economía de Sraffa", revista: Nómadas, n. 23, U. Complutense de Madrid, enlace: http://www.ucm.es/info/nomadas/23/antoniomora.pdf

Mora Plaza, A.: "Notas sobre la producción simple y conjunta a consecuencia de Sraffa: http://redalyc.uaemex.mx/pdf/181/18112179020.pdf;

Mora Plaza, A.: "Sobre la transformación de valores a precios":
http://www.eumed.net/ce/2009b/amp2.htm
http://revistas.ucm.es/cps/15786730/articulos/NOMA1010140379A.PDF

Mora Plaza, A.: "Notas sobre el teorema fundamental marxiano"
http://www.eumed.net/ce/2009b/amp.htm
http://econpapers.repec.org/article/ervcontri/y_3a2009_3ai_3a2009-10_3a22.htm

Morhisima, M.: "La teoría económica de Marx" (*Marx´s Economics, 1973*), 1977, pág. 15, edit. Tecnos.

Moseley, F.: "El método lógico y el problema de la transformación".
http://www.azc.uam.mx/publicaciones/etp/num7/a8.htm

Murga, Gustavo: "Piero Sraffa".
http://marxismo.cl/portal/index.php?option=com_content&task=view&id=100&Itemid=1

Nuti, D.: "Capitalism, Socialism and Sleady Growth", 1970.

Okishio, N.: "A mathematical note on marxian theorems", 1963.

Pasinetti. L.: "Critical of the neoclassical theory of growth and distribution". Está en la red: http://www.unicatt.it/docenti/pasinetti/pdf_files/Treccani.pdf

Pasinetti, L.: "Structural Change and Economic Growth: a theoretical essay on the dynamics of Wealth of Nations", 1981, Cambridge University Press.

Pasinetti, L.: "Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth", 1961/2.

Pasinetti, L.: "Switches of technique and the rate of return in Capital Theory", 1969.

Pasinetti, L.: "Crecimiento económico y distribución de la renta" ("*Growth and Income Distribution*", 1974), 1978, Alianza Editorial.

Pasinetti, L.: "Lecciones de teoría de la producción" ("Lezioni di teoria della produzioni", 1975), 1983, FCE.

Peris i Ferrando, J.E: "Análisis de la resolubilidad de modelos lineales de producción conjunta", 1987, en internet:
http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/3829/1/Peris%20Ferrando,%20Josep.pdf

Potier, J.P.: "Piero Sraffa", 1994, edicions Alfons Magnànim.

Ricardo, D.: "Principios de Economía Política y Tributación" (*On the Principles of Political Economy and Taxation,*), 1973, F.C.E.

Robinson, J.: "Ensayos críticos", 1984, Ediciones Orbis.

Samuelson, Paul: “Understanding the Marxian notion of Exploitation”, 1971.

Sánchez Choliz, Julio: “La razón-patrón de Sraffa y el cambio técnico”, 1989, Investigaciones Económicas, 2ª época, Vol. XIII.
ftp://ftp.funep.es/InvEcon/paperArchive/Ene1989/v13i1a7.pdf

Sargent, T.J.: “Teoría macroeconómica” (*Macroeconomic Theory, 1979*), 1988, Antoni Bosch editor.

Schefold, Bertram: *Mr. Sraffa on Joint Production*, 1971

Schumpeter, J. A.: “Historia del Análisis Económico” (*History of Economic Analisis*, 1954), 1971, Ediciones Ariel.

Segura, J.: “Análisis microeconómico”, pág. 88, 2004, Alianza editorial Tecnos.

Steedman, I.: “Marx, Sraffa y el problema de la transformación” (*Marx after Sraffa, 1977*), 1985, F.C.E.

Segura, J.: “Análisis microeconómico”, 2004, Alianza editorial Tecnos.

Solow, R.: “The interest rate and transition between techniques”, 1967.

Sraffa, Piero: “Produción de mercancías por medio de mercancías” (*Production of commodities by means commodities, 1960*), 1975, Oikos-Tau.

Ricardo, D.: “Principios de Economía Política y Tributación” (*On the Principles of Political Economy and Taxation,*), 1973, F.C.E.

Vegara, J. M.: “Economía política y modelos multisectoriales”,1979, edit. Tecnos.

Varios,: “Matemáticas avanzadas aplicadas a la Economía”, UNED, 2001.