UNA TEORÍA *NO* MONETARIA DE LA INFLACIÓN EN SRAFFA

por

Antonio Mora Plaza

UNA TEORÍA *NO* MONETARIA DE LA INFLACIÓN EN SRAFFA

Antonio Mora Plaza

Que pudiera tener una Sraffa una teoría de la inflación o que al menos pudiera desarrollarse a partir de su obra Producción de mercancías por medio de mercancías puede resultar sorprendente leyendo su obra. Es verdad que posteriormente a la obra del italiano se ha desarrollado teorías del crecimiento inspiradas en su obras, así como aspectos fiscales o del comercio internacional, pero nada referente al tema aludido. Las razones son varias: 1) Sraffa trabaja con valores físicos reales de las mercancías (hoy, bienes y servicios) y los precios que utiliza, aunque los llama de producción, son meras relaciones de intercambio. Su/s modelo/s económicos podría emplearse para estudiar una economía de trueque; 2) No interviene ningún sector financiero o, al menos, el sector financiero de la economía es un proveedor de servicios y préstamos, pero no influyen monetariamente ni crediticiamente en la relaciones de intercambio ni en la distribución de la renta, que es uno de los fines de su modelo; 3) no aparece explícitamente el sector público ni las autoridades monetarias como creadoras de dinero como prestamistas de últimas instancia.

Y sin embargo sí tiene Sraffa una teoría implícita y no monetaria de la inflación aunque el italiano no se diera cuenta o, simplemente, no le interesara. En el momento actual básicamente hay dos teorías monetarias: la derivada de la oferta monetaria, es decir, de la facilidad crediticia otorgada por los bancos centrales de los países -el BCE en la Unión Monetaria en Europa- y en su posibilidad de comprar títulos emitidos por los Estados o empresas privadas. Ambas son dos formas de préstamo. La inflación será posible o no si la tasa de crecimiento de la oferta monetaria por encima del aumento de la producción de un país; la otra corriente de la teoría convencional de la inflación se inscribe en los aumentos de la demanda agregada sin que la oferta pueda seguirla. En principio nada de esto se podría desprender o desarrollar en una visión rígida de la obra de Sraffa mencionada, aunque sería más fácil hacerlo a partir de esta segunda corriente de pensamiento mencionada sobre la inflación. Sin más comentarios al respecto, vamos a desarrollar las ecuaciones de definición del sistema de Sraffa para hacer así de entrada visibles las hipótesis de partida. Parte el italiano de la ecuación de definición de su sistema:

(1) $$PY = (1+r)PX + wL$$

con ***P*** como vector **1**x***n*** de precios, ***Y*** como matriz diagonal ***n***x***n*** de ***n*** productos finales, con ***r*** como tasa de ganancia, ***w*** como tasa de salarios y ***L*** como el vector **1**x***n*** de inputs de trabajo. Ahora se calcula la tasa máxima de ganancia que permite el sistema definido en (1) haciendo cero la tasa de salario y queda:

(2) $$PY = (1+g_M)PX$$

De ambas ecuaciones se obtiene:

(3) $$P = \frac{w}{g_M - r} \times LX^{-1}$$

La ecuación (3) representa una función crecientemente creciente porque las primera y segundas derivadas son positivas. Tiene además un punto de corte en el plano cartesiano salario-ganancia (***P-r***) tal como:

(4) $$P(r=0) = \frac{w}{g_M} \times LX^{-1}$$

Pues bien, lo más significativo para el tema que nos ocupa es que como puede observarse en (3), a medida que la tasa de interés ***r*** se acerca a la tasa máxima de ganancia g_M, los precios ***P*** aumentan; además lo hacen exponencialmente cuando ***r*** está muy cerca de g_M. En cambio, los salarios ***w*** también pueden aumentar los precios, pero lo hacen proporcionalmente. La diferencia es notable. Podríamos pues asimilar la inflación de Sraffa a una inflación de costes derivado del comportamiento de los empresarios tendente a mantener sus ingresos trasladando sus costes a los precios cuando ello implique aumentar la tasa de ganancia. Podemos exponerlo así:

(5) $$en \quad P = \frac{w}{g_M - r} \times LX^{-1} \quad si \quad r \rightarrow g_M \Rightarrow P \rightarrow \infty$$

Como se ve, esta posible teoría que se desprende de Sraffa a partir de este modelo tan sencillo es una inflación que puede ser verificada empíricamente o no porque tiene algunas características especiales. Con ello cumplimos el principio de *falsibilidad* de Popper que dice que una teoría científica para que pueda ser digna de tal adjetivo ha de ser posible que sea falsa. Yo añado que si ello no fuera posible no estaríamos ante una ley científica sino ante una definición o una mera conclusión de una mera definición. Estas características son: 1) la inflación esrafiana es no monetaria: 2) se deriva de un aumento de los precios como consecuencia del intento logrado de los empresarios de traslados sus deseos de ganancias a los precios, incluso aun cuando ello no venga causado por un aumento de los costes; 3) la inflación no se produce tanto por un aumento de las tasas de ganancias de los empresarios, sino que estos aumentos se aceleran cuando sus tasas de ganancia ya están *muy cerca* de las tasas máximas de ganancias, tasas máximas que son aquellas tasas teóricas que permitirían a los empresarios acaparar todo el excedente, es decir, hacer cero los salarios; 4) la transición de la estabilidad de precios a situaciones graves de inflación es lenta, pero cuando se produce es exponencial; 5) los supuestos aumentos de la inflación derivados del aumento de las tasas de ganancia no puede venir compensado por la consiguiente disminución de las tasas de salarios -de acuerdo con la relación inversa esrafiana entre ambas tasas- porque el efecto del aumento a consecuencia de la ganancia es *exponencial*, mientras que la consiguiente disminución de los salarios es sólo *proporcional*. En la economía moderna parecería que estos fenómenos no puedan darse por el grado de conocimiento que tienen las autoridades monetarias de los aspectos monetarios de la inflación. En parte ello es cierto y se trata de una conquista intelectual de primera magnitud. Quizá el problema de dilucidar o separar los aspectos monetarios de los no monetarios de la inflación es que ambos no se pueden separar de la realidad; también porque las dos teorías básicas de la inflación que hemos mencionado, es decir la monetarista y la keynesiana, o son meramente monetarias o necesitan de la trasmisión monetarista del comportamiento de los bancos centrales y de los bancos privados para dar su capacidad explicativa. No existe una teoría económica convencional no monetarista de la inflación. Sraffa nos da una posibilidad. Sigamos.

Hasta ahora hemos supuesto constante el resto de las variables que intervienen, pero no debemos limitarnos a ello por más que la hoja de papel o la pantalla del ordenador tenga -hasta ahora- sólo dos dimensiones. El hecho es que los precios en (3) también dependen de $\boldsymbol{LX}^{-1}$, que podemos considerarlo como la inversa de la relación capital/trabajo de las teorías convencionales del crecimiento, con lo que cuanto mayor sea o crezca esta relación, menos inflación, y cuanto menor, mayor inflación. ¿Y dónde está $\boldsymbol{Y}$, es decir, la matriz de productos finales? ¿O es que acaso estos productos no van a tener nada que ver con la inflación? Ello sería un desastre porque no puede ser indiferente a la inflación el movimiento creciente, decreciente o constante de la producción. Podemos contestar que $\boldsymbol{Y}$ sí está presente, porque la tasa máxima de ganancia $\boldsymbol{g}_{M}$ se ha obtenido a partir de la ecuación (1) haciendo cero los salarios. Ello nos ha dado la (2), donde podemos despejar la tasa máxima de ganancia y obtener:

(6) $$g_M = \frac{P(Y - X)I}{PXI}$$

El problema de esta ecuación es que no hemos podido deshacernos de los precios, pero aún así (6) nos dice que esta tasa máxima depende de los productos finales $\boldsymbol{Y}$ y de los medios de producción $\boldsymbol{X}$, ¡pero no depende de los inputs de trabajo! En el modelo de Sraffa, no obstante, si estamos en la producción simple, es decir, si $\boldsymbol{Y}$ y $\boldsymbol{X}$ dan lugar a una matriz de requerimientos $\boldsymbol{A}$ tal que $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{XY}^{-1}$ y ocurre que $\boldsymbol{A}$ es cuadrada, no negativa e irreducible, existe un autovalor mayor que cero -que es el mayor de los autovalores- que mantiene con $\boldsymbol{g}_{M}$ la relación $\boldsymbol{g}_{M}=(\mathbf{1}-\boldsymbol{u})/\boldsymbol{u}$. Es decir, se cumplen los requisitos del teorema de Perron-Froebenius. Si además $\boldsymbol{A}$ es productiva, $\boldsymbol{g}_{M}$ será menor que uno y con ello obtendremos $\boldsymbol{R}=\boldsymbol{g}_{M}$, siendo $\boldsymbol{R}$ la razón-patrón de Sraffa. Con ello tenemos una tasa máxima de ganancia que coincide con la razón-patrón, y que se ha obtenido independientemente de los precios, pero sí dependiente de $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{Y}$ y $\boldsymbol{X}$. Sin embargo, el caso de producción simple es un caso especial y su razón patrón es difícilmente extendible al caso de la producción conjunta, por lo que deberemos contentarnos en principio con las tasas máximas de ganancia para la teoría de la inflación *esrafiana* y abandonar más adelante este caso sencillo.

La dificultad es la de hallar la tasa máxima de ganancia en condiciones normales. Por (3) sabemos como aproximarla: aumentando la tasa de ganancia normal r a partir de un vector de precios ***P*** positivos hasta que estos se lancen al infinito. Entonces esa r será la tasa máxima. Es un avance notable para calcular este importante dato a falta -en general- de la razón-patrón porque no se pueda aplicar *Perron-Froebenius*. Existe, no obstante, otra forma de aproximación. Si en la ecuación que define el sistema (1) despejamos los precios queda:

(7) $$P = wLY^{-1}\left[I-(1+r)A\right]^{-1}$$

siendo ***A*** la matriz de requerimientos tal que $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{XY}^{-1}$. Si ahora comparamos la (7) con la (3) que traemos aquí:

(3) $$P = \frac{w}{g_M - r} \times LX^{-1}$$

vemos que podemos conjeturar (no deducir exactamente) que entre (3) y (7) debe haber alguna relación tal como:

(8) $$\frac{1}{g_M - r} \times X^{-1} = \tilde{n} \times Y^{-1}\left[I_d - (1+r)XY^{-1}\right]^{-1}$$

siendo ***ñ*** un factor de proporcionalidad e $\mathbf{I}_d$ la matriz diagonal de unos. Si ahora tomamos *la inversa* de ambos términos de la ecuación y tras operaciones elementales en ambos términos de la ecuación obtenemos:

(9) $$\boxed{g_M = \frac{1}{\tilde{n}}\left[(\tilde{n}-1)r + I_h X^{-1} Y I_v - n\right]}$$

siendo $\mathbf{I}_h$ el vector de uno $\mathbf{1}\mathrm{x}\boldsymbol{n}$ y $\mathbf{I}_v$ de unos también, pero $\boldsymbol{n}\mathrm{x}\mathbf{1}$. En el caso particular de que diéramos a ***ñ*** el valor de **1** quedaría:

(10) $$\boxed{g_M(\tilde{n}=1) = IX^{-1}YI - n}$$

La ventaja de la estimación o conjetura de la tasa máxima de ganancia es la de que no depende de los precios, a diferencia de la tasa máxima que se podría obtener de (3): sólo dependen de los productos finales $\boldsymbol{Y}$ y de los medios de producción $\boldsymbol{X}$; tampoco depende -y esto es notable- de los inputs de trabajo. En realidad (10) es una medida del excedente, porque cada uno de los elementos de $\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{Y}$ son cocientes del producto final (y total[1]) de una mercancía divida por la suma de esa misma mercancía de todos los sectores. Son por tanto homogéneas todas la sumas. Se puede comprobar en los anexos que si no hay excedente, es decir, si $\boldsymbol{Y}\mathbf{I}=\boldsymbol{X}\mathbf{I}$ para cada una de las mercancías (filas de ambas matrices), la tasa de ganancia máxima $\boldsymbol{g}_{\mathrm{M}}$ vale cero.

Cabe preguntarse porqué a Sraffa se le escapó o no prestó atención a esta posible teoría de la inflación que se desprende de su modelo, sobre todo cuando se generaliza. Una primera respuesta sería que escapaba a la esfera de sus preocupaciones; otra, que lo consideraba un fenómeno monetario, cosa nada alejada de sus investigaciones a raíz de sus trabajos en Italia sobre la banca italiana que tan extraordinaria impresión causó a Keynes y que fue, a la postre, uno de los motivos por lo que el inglés se quiso llevar -y se llevó- al italiano a su *Cambrigde* inglés. Pero existe una razón que se desprende de su modelo. Hemos dicho que si aumenta la tasa de ganancia puede llevar a la inflación -incluso a una hiperinflación- si $\boldsymbol{r}$ se aproxima a la tasa máxima de ganancia $\boldsymbol{g}_{\mathrm{M}}$. Pero ocurre también entonces que la tasa de salarios disminuirá por ese aumento de la tasa de ganancia. ¿Cómo quedará el resultado final sobre los precios? En el modelo *esrafiano* sólo existe razón-patrón en la producción simple, con los matices que hemos vistos sobre la matriz $\boldsymbol{A}$ de requerimientos. Podemos también obtener una razón-patrón para la producción conjunta esrafiana -que es muy particular- si llevamos la suma de los productos finales de cada mercancía a las diagonales de una matriz. Pero fuera de estos dos modelos no se ve la forma de calcular una razón-patrón. En estas condiciones, Sraffa demostró la siguiente relación entre tasa de salario y tasa de ganancia, con salarios pagados *post-factum*:

(11) $$r = (1 - w)R$$

[1] Si $\boldsymbol{Y}$ es diagonal, cada elemento de la matriz es el total del producto final de todos los sectores, porque además cada sector -en este modelo de producción simple- sólo produce una mercancía.

Si ahora despejamos de la tasa de salarios y la reemplazamos por la misma tasa en (3) se obtiene:

(12) $$P = \frac{R - r}{(g_M - r)R} \times LX^{-1}$$

En este modelo así planteado, si la tasa de ganancia máxima $\boldsymbol{g}_M$ y la razón-patrón ***R*** de Sraffa fueran la misma cosa, es decir, $\boldsymbol{g}_M = \boldsymbol{R}$, quedaría la ecuación:

(13) $$P = \frac{1}{R} \times LX^{-1}$$

¡y los precios no dependen de ninguna variable monetaria! Tan sólo de los inputs de trabajo ***L***, los medios de producción ***X*** y la razón-patrón ***R***, que depende a su vez de las dos variables anteriores y de los productos finales ***Y***. La ecuación (13) puede resultar desconcertante, porque indica que, dados ***L***, ***Y*** y ***X***, *sólo* existe un vector de precios compatible con el sistema, cuando en el modelo *esrafiano* los precios se determinan conocidos los salarios y las ganancias. Además, según esto, la inflación sería imposible. Y sin embargo, esto es lo que ocurre con la producción simple *esrafiana*. En este modelo hay dos sistemas de ecuaciones -la (11) y la (13)- que son independientes, porque su único nexo común es ***R***, es decir, la razón-patrón, que sólo depende de datos del sistema, como son ***L***, ***Y*** y ***X***, y no de las variables monetarias ***P***, ***w*** y ***g***. Por ello podemos decir que la inflación no monetaria en Sraffa se produce de forma natural en la producción conjunta y/o con diferenciación de bienes básicos y no básicos, y no puede existir en la producción simple tal como la presenta Sraffa. Ahí, en efecto, no hay razón-patrón. Ello implica que puede haber productos finales que no participen como medios; además, que una misma empresa produzca varios -o muchos- productos y que varias empresas puedan producir cada una por su cuenta un mismo producto. Con ello los precios ya no serán meras relaciones de intercambio -como ocurre en la producción simple[2]-, sino que comienzan a ser en, efecto, precios de producción, aunque no puedan asignarse costes unitarios a cada producto final por ser estos múltiples

[2] A pesar de que Sraffa los llama -en mi opinión erróneamente- *precios de producción*.

productos por empresa o proceso. Con la generalización de la producción simple se podrá ver mejor esta cuestión.

Generalización I

Todo esto lo podemos generalizar para ***n*** tasas de ganancia ***G***, para ***n*** tasas de salarios ***W*** y pagados pre-factum, como parece más natural. Queda entonces la ecuación de definición del sistema:

(13) $$PY = [LW + PX](1+G)$$

siendo ***G*** la matriz diagonal de ganancias, al igual que ***W***. Además, ***Y*** , es decir, la matriz de productos, la podemos tomar como diagonal para no abandonar la producción simple o no diagonal para tener en cuenta la producción conjunta *esrafiana*. Si en esta ecuación hacemos cero esta matriz de salarios con el fin de hallar las tasas máximas de ganancia (ahora en plural), queda:

(14) $$PY = PX(1+G_M)$$

donde $\boldsymbol{G}_M$ es la nueva matriz diagonal de tasas máximas de ganancia. Entre (11) y (12), eliminando ***PY***, sale:

(15) $$P = LW(1+G)(G_M - G)^{-1}X^{-1}$$

En (15) ya se ve de forma más natural la influencia de la tasa de ganancia sobre los precios en la matriz inversa de $\boldsymbol{G}_M$-***G***, y como -al igual que ocurría en el caso de la producción simple- a medida que las tasas de ganancia de cada mercancía $\boldsymbol{g}_{ij}$ (sólo para ***i***=***j***, porque para ***i***<>***j***, $\boldsymbol{g}_{ij}$=**0**) se acercan a su tasa máxima $\boldsymbol{g}_{Mi}$, la inflación se dispara. También comprobamos, en cambio, que los salarios tienen un efecto sólo proporcional sobre los precios.

Ahora despejamos los precios en la ecuación de definición del sistema (13) y obtenemos:

(16) $$P = LW(1+G)[Y - X(I+G)]^{-1}$$

Al igual que en el caso de la producción simple *esrafiana* anterior podemos *conjeturar* que entre (15) y (16) se da la siguiente proporción:

(17) $$\left[Y - X(I+G)\right]^{-1} = \tilde{n}(G_M - G)^{-1} X^{-1}$$

siendo ***ñ*** un escalar que expresa la proporcionalidad y que puede ser mayor o menor que uno. Si ahora tomamos la inversa en ambos lados de la igualdad y trasponemos términos queda:

(18) $$G_M = \frac{\tilde{n}-1}{\tilde{n}} \times G + \frac{1}{\tilde{n}} \times \left[X^{-1}Y - I_d\right]$$

donde $\mathbf{I}_d$ es la matriz diagonal de unos. Al igual que antes, muchas de estas tasas **-*n*** tasas- de ganancia máxima serán negativas, por lo que la conjetura mejorará si las sumamos todas para exigir *una tasa de ganancia máxima por mercancía*:

(19) $$G_M I = \frac{\tilde{n}-1}{\tilde{n}} \times GI + \frac{1}{\tilde{n}} \times \left[X^{-1}YI - I\right]$$

La tasa máxima del sistema económico en su conjunto[3] sería:

(20) $$IG_M I = \frac{\tilde{n}-1}{\tilde{n}} \times IGI + \frac{1}{\tilde{n}} \times \left[IX^{-1}YI - n\right]$$

donde hemos llamado $\mathbf{I}_h$ al vector horizontal de unos **1**x***n*** e $\mathbf{I}_v$ al vector vertical ***n***x**1**, también de unos. Se ve aquí más claro que en la producción simple la tasa máxima de ganancia es una medida del excedente, aunque no sea exactamente el excedente porque este vendría dado por:

(21) $$Excedente_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} x_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} x_{ij}} \quad para \quad i=1 \quad a \quad n$$

[3] En el caso de que diéramos el valor de **1** a ***ñ*** quedaría: $I_h G_M I_v = \left[I_h X^{-1} Y I_v - n\right]$

Puede aceptarse que la inflación que se desprende o puede desprenderse del modelo *esrafiano* no es incompatible con explicaciones monetaristas de la inflación; en cambio entraría probablemente en colusión con explicaciones no monetaristas que no hicieran responsable del aumento de los precios el comportamiento empresarial consistene en un aumento de las ganancias. ¿Cómo evitar estos aumentos? Pues mediante la competencia. En esto el modelo *esrafiano* no es diferente a la economía clásica, aunque Sraffa no tenga tampoco una teoría explícita de los mercados, pero de su obra se puede desprender una teoría *no marginalista* de la competencia. Por ello se preocupó desde el principio de la producción conjunta, a diferencia de los neoclásicos y marginalistas de su época[4], porque señala explícitamente el economista italiano la posibilidad de que dos o más empresas produzcan el mismo producto y no sólo que una empresa produzca muchos productos, para caracterizar este tipo de producción. Pero este es otro tema que abordaremos en otra ocasión.

Generalización II

Si ahora diferenciamos entre productos básicos y no básicos[5] como hace Sraffa, la ecuación de definición del sistema queda:

$$P_N Y_N + PY = \left[LW + PX\right](1+G) \qquad (22)$$

donde $\boldsymbol{P}_N \boldsymbol{Y}_N$ son los precios y productos finales no básicos, con $\mathbf{1}\times\boldsymbol{s}$ como la dimensión del vector de precios y $\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{n}$ como dimensión de la matriz no cuadrada bienes no básicos. El restos de las variables son las mismas que las vistas en la generalización anterior. De (22) se obtiene al hacer cero la matriz diagonal de tasas de salario $\boldsymbol{W}$:

$$P_N Y_N + PY = PX(1+G_M) \qquad (23)$$

4 Y de la actual, como he demostrado en otra parte de este libro. La producción conjunta -es decir, la habitual- se ha relegado a las revistas especializadas y artículos que sólo sirven para obtener doctorados y aumentar el curriculum.

5 Recordamos que vienes básicos son aquellos que entran como medio y como producto, minetras que los no básicos serían aquellos que se obtienen como producto pero que no se emplean como medio de producción. Podemos asimilar estos últimos a los bienes de consumo en la terminología actual. Valga esto como una primera aproximación, porque Sraffa en los capítulos sobre la producción conjunta se vio en la necesidad de especificar estos criterios.

De (22) y (23) sale como en el caso anterior:

(24) $$P = LW(1+G)(G_M - G)^{-1} X^{-1}$$

Y ahora entre las ecuaciones (23) y (24) sale:

(25) $$P_N = LW(1+G)(G_M - G)^{-1}(I + G_M - X^{-1}Y) Y_N^T (Y_N Y_N^T)^{-1}$$

En la (25) la única limitación -pero es importante- es la de que el rango de la matriz $\boldsymbol{Y}_N$ sea menor o igual que el rango de $\boldsymbol{Y}$ para evitar combinaciones lineales dependientes que hagan incalculable la inversa de $\boldsymbol{Y}_N$ por su traspuesta. Si comparamos la ecuación de precios de productos básicos en (24) con la de los no básicos en (25) vemos que estos últimos están sujetos a mayor variabilidad que los primeros merced al multiplicando implicado por la inversa de $\boldsymbol{Y}_N$. Al igual que en (24) tampoco se pueden garantizar precios positivos, por lo que será el propio empresario quien, como dice Sraffa, tendrá que elegir los procesos que impliquen precios positivos. Es verdad que el italiano no contempla la posibilidad de las subvenciones. Lo que no cambia respecto al modelo simple y la generalización anterior es el aserto de que si las tasas de ganancia $\boldsymbol{G}$ se acercan a las tasas de ganancia máximas $\boldsymbol{G}_M$, los precios aumentarían exponencialmente.

Anexo I

Tipos de ganancia máxima a partir de Sraffa

	sectores (productos)			sumas
	6	3	3	12
Y =	3	11	5	19
	3	5	10	18

	sectores (medios)			sumas
	2	3	7	12
X =	4	9	4	17
	7	1	6	14

inversa de X		
-0,166	0,037	0,169
-0,013	0,123	-0,066
0,196	-0,063	-0,020

	sectores			neto
	4	0	-4	0
(Y-X)I=	-1	2	1	2
	-4	4	4	4

	sectores				$\mathbf{G_m I}=X^{-1}Y\ I - I_d\ I$
	-0,379	0,751	1,379	1,751	**75,08%**
$\mathbf{G_m = X^{-1}\ Y}$ =	0,090	0,980	-0,090	0,980	**-1,99%**
	0,927	-0,206	0,073	0,794	**-20,60%**
	0,638	1,525	1,362	3,525	**52,5%**
$\mathbf{I}x\mathbf{G_m} = \mathrm{I}\ X^{-1}Y - \mathrm{I}\ x\ I_d$ =	**-36,2%**	**52,5%**	36,2%	52,5%	**$\mathbf{I\ G_m I}$**

Puede observarse en el ejemplo que aun cuando todos los sectores producen más de lo que gastan (neto), las tasas de ganancias máximas no necesariamente son positivas, aunque siempre lo sea la tasa general ($\mathbf{I}\boldsymbol{G}_M\mathbf{I}$=52,5%). La razón es la de que no sólo importa para el cálculo de la tasa de ganancia sectorial ($\boldsymbol{G}_M\mathbf{I}$) los sectores proveedores directos, sino los indirectos y las tasas de ganancia incorporadas a los precios de todos los sectores, directos e indirectos. Puede comprobarse también dando valores a la matriz de productos finales, que los resultados sectoriales (y global) de las tasas de ganancia máximas son iguales, tanto si estamos en la producción simple (matriz diagonal de ***Y***) como si estamos en la producción conjunta esrafiana (todos los elementos de ***Y*** tienen o pueden tener algún valor). Los resultados cambian si estamos en la producción conjunta no esrafiana (se diferencian en 2 matrices los bienes básicos de los no básicos). También puede comprobarse que si el producto neto es cero, es decir, que ***Y*I-*X*I=0**, las tasas máximas de ganancia valen cero (el total de las filas) de $\boldsymbol{G}_M\boldsymbol{I}$ valen cero, cosa que puede comprobarse en el siguiente cuadro:

Anexo II

Tipos de ganancia máxima a partir de Sraffa

	sectores (productos)			sumas
Y =	12	0	0	12
	0	17	0	17
	0	0	14	14

	sectores (medios)			sumas
X =	2	3	7	12
	4	9	4	17
	7	1	6	14

inversa de X		
-0,166	0,037	0,169
-0,013	0,123	-0,066
0,196	-0,063	-0,020

	sectores			neto
(Y-X)I=	10	-3	-7	0
	-4	8	-4	0
	-7	-1	8	0

	sectores			G_m I	$\mathbf{G_m I} = X^{-1}Y\,\mathrm{I} - \mathrm{I_d}\,\mathrm{I}$
$\mathbf{G_m} = X^{-1}Y$ =	-1,993	0,621	2,372	1,000	**0,00%**
	-0,159	2,090	-0,930	1,000	**0,00%**
	2,352	-1,073	-0,279	1,000	**0,00%**
	0,199	1,638	1,163	3,000	**0,0%**
$\mathrm{I}x\mathbf{G_m} = \mathrm{I}\, X^{-1}Y - \mathrm{I}\, x\, \mathrm{I_d}$ =	-80,1%	63,8%	16,3%	0,0%	$\mathbf{I\,G_m I}$

Puede observarse en este anexo que si no hay producto neto, las tasas de ganancia máximas por bienes y servicios $\boldsymbol{G}_{\mathrm{m}}\mathbf{I}$ son cero y, por ello, cero la *tasa máxima de ganancia global* $\mathbf{IG}_{\mathrm{m}}\mathbf{I}$.

Anexo III

Hay una posibilidad de concretar la ecuación para el cálculo de la tasa máxima de ganancia g_M al menos en la producción simple de Sraffa. Vamos a ver que depende de un detalle apenas sin importancia. Vamos a plantear el sistema de ecuaciones casi habitual de Sraffa

(AIII.1) $$PY = (1+r)PX + wL$$

(AIII.2) $$PY = (1+g_M)PX$$

(AIII.3) $$PYI = 1$$

(AIII.4) $$LI = 1$$

La diferencia con el sistema habitual es que hemos cambiado el numerario habitual ***PY*I-*PX*I=1** por el (AIII.3) . Ello va a impedir que la razón-patrón del sistema -que sigue existiendo porque es una propiedad de los supuestos sobre ***A***=***XY*-1** están en (1)- coincida con la tasa máxima de ganancia. A cambio, resolviendo el sistema de ecuaciones planteado se obtiene:

(AIII.5) $$P = \frac{w}{1+g_M} \times LX^{-1}$$

Del conjunto de los 4 sistemas de ecuaciones de definición del sistema sale la ecuación equivalente a la (11) de la razón-patrón de Sraffa:

(AIII.6) $$w = \frac{g_M - r}{1+g_M}$$

Si la (AIII.5) la pos-multiplicamos por ***Y*I** y teniendo en cuenta que ***PY*I**=**1** de acuerdo con (AIII.3) y (AIII.6) queda:

(AIII.7) $$g_M = LX^{-1}YI - 1$$

¡Y hemos hallado la tasa máxima de ganancia, que, como se ve en (AIII.7), es independiente de los precios! El vector de inputs de trabajo L sustituye al factor de proporcionalidad $\boldsymbol{\tilde{n}}$ de las ecuaciones (8) y (9), que no dejaban de ser unas conjeturas *ad hoc*, aunque con la lógica derivada del modelo de producción simple de Sraffa. Aquí no hay conjeturas. El problema es que el coste pagado para llegar a (AIII.6) ha sido muy alto: la tasa máxima de ganancia $\boldsymbol{g}_M$ ya no coincide con la razón-patrón de Sraffa $\boldsymbol{R}$.

Bibliografía

Afriat, S.: "Sraffa´s Prices", Universitá degli Studi di Siena, quaderni 474.
www.econ-pol.unisi.it/quaderni/474.pdf

Ahijado, M.: "Distribución, precios de producción y crecimiento", 1982, Centro de Estudios Universitarios Ramón Areces.

Bour, Enrique A.: "Marx y la teoría económica moderna", 2007
http://www.aaep.org.ar/anales/works/works2007/bour.pdf

Caballero, A. y Lluch, E.: "Sraffa en España", Investigaciones Económicas (2ª época, vol. X, n.º 2), 1986.

Dobb, M.: "Teoría del valor y de la distribución desde Adam Smith, edit. Siglo XXI editores.

Desai, M.: "Marxian Economic Theory", 1974 ["Lecciones de teoría económica marxista", 1977, edit. Siglo XXI].

Dobb, M.: "The Sraffa system and the critique of neoclassical theory of distribution", 1970.

Estrin, S. y Laidler, D: "Introduction microeconomics".

Fiorito, Alejandro: "La implosión de la economía neoclásica". Está en la red:
www.geocities.com/aportexxi/sraffa12.pdf

Foncerrada, Luis Antonio: "Sraffa y Böhm-Bawerk". Está en la red:
http://www.economia.unam.mx/secss/docs/tesisfe/FoncerradaPLA/tesis.pdf

Garegnani, P.: "El capital en la teoría de la distribución", 1982, ed. Oikos-Tau ("Il capitale nelle teorie delladistribuzone", 1982)

Gehrke, Ch.y Kurz, D.: "Sraffa on von Bortkiewicz". Está en la red:
http://www.newschool.edu/cepa/events/papers/050509_Bortkiewicz.pdf

Harcourt, G.C.: "Teoría del Capital" (*Some Cambridge controversies in the theory of capital, 1975*), apéndice al cap. 4, 1975, edit. Oikos-tau.

Heahtfield, D. F.: "Productions funtions".

Korsch, Karl; "Karl Marx", 1975, traducción de Manuel Sacristán, edit. Ariel.

Kurz, Pasinetti, Salvador y otros: "Piero Sraffa: The Man and the Scholar", Routledge, 2008.

Kurz D. Heinz; "Critical Essays on Piero Sraffa´s Legacy in Economics", 2000, Cambrigde University Press.

Lange, O., Taylor, F. M.: "On tthe Economic Theory of Socialism, 1938 [Sobre la teoría económica del socialismo, 1971, edit. Ariel]

Marx, Carlos: “El método en la Economía Política”, 1974, Ediciones Grijalbo, S.A.

Marx, Carlos: “El Capital”, en el FCE, traducción de Wenceslao Roces.

Meade, J.: “A neo Classical Theory of Economic Growth”, 1961.

Meek, R.: “Mr. Sraffa´s Rehabilitationof Classical Economics”, 1961.

Mendoza, Gabriel: “La transformación de valores en precios de producción”, 1997
http://www.izt.uam.mx/economiatyp/numeros/numeros/10/articulos_PDF/10_2_La_transformacion.pdf

Mora Plaza, A.: “Aspectos de la economía de Sraffa”, revista: Nómadas, n. 23, U. Complutense de Madrid, enlace: http://www.ucm.es/info/nomadas/23/antoniomora.pdf

Mora Plaza, A.: “Notas sobre la producción simple y conjunta a consecuencia de Sraffa:
http://redalyc.uaemex.mx/pdf/181/18112179020.pdf;

Mora Plaza, A.: “Sobre la transformación de valores a precios”:
http://www.eumed.net/ce/2009b/amp2.htm
http://revistas.ucm.es/cps/15786730/articulos/NOMA1010140379A.PDF

Mora Plaza, A.: “Notas sobre el teorema fundamental marxiano”
http://www.eumed.net/ce/2009b/amp.htm
http://econpapers.repec.org/article/ervcontri/y_3a2009_3ai_3a2009-10_3a22.htm

Morhisima, M.: “La teoría económica de Marx” (*Marx´s Economics, 1973*), 1977, pág. 15, edit. Tecnos.

Moseley, F.: “El método lógico y el problema de la transformación”.
http://www.azc.uam.mx/publicaciones/etp/num7/a8.htm

Murga, Gustavo: “Piero Sraffa”.
http://marxismo.cl/portal/index.php?option=com_content&task=view&id=100&Itemid=1

Nuti, D.: “Capitalism, Socialism and Sleady Growth”, 1970.

Okishio, N.: “A mathematical note on marxian theorems”, 1963.

Pasinetti. L.: “Critical of the neoclassical theory of growth and distribution”. Está en la red:
http://www.unicatt.it/docenti/pasinetti/pdf_files/Treccani.pdf

Pasinetti, L.: “Structural Change and Economic Growth: a theoretical essay on the dynamics of Wealth of Nations”, 1981, Cambridge University Press.

Pasinetti, L.: “Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth”, 1961/2.

Pasinetti, L.: “Switches of technique and the rate of return in Capital Theory”, 1969.

Pasinetti, L.: “Crecimiento económico y distribución de la renta” (“*Growth and Income Distribution*”, 1974), 1978, Alianza Editorial.

Pasinetti, L.: “Lecciones de teoría de la producción” (“Lezioni di teoria della produzioni”, 1975), 1983, FCE.

Peris i Ferrando, J.E: “Análisis de la resolubilidad de modelos lineales de producción conjunta”, 1987, en internet: http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/3829/1/Peris%20Ferrando,%20Josep.pdf

Potier, J.P.: “Piero Sraffa”, 1994, edicions Alfons Magnànim.

Ricardo, D.: “Principios de Economía Política y Tributación” (*On the Principles of Political Economy and Taxation,*), 1973, F.C.E.

Robinson, J.: “Ensayos críticos”, 1984, Ediciones Orbis.

Samuelson, Paul: “Understanding the Marxian notion of Exploitation”, 1971.

Sánchez Choliz, Julio: “La razón-patrón de Sraffa y el cambio técnico”, 1989, Investigaciones Económicas, 2ª época, Vol. XIII. ftp://ftp.funep.es/InvEcon/paperArchive/Ene1989/v13i1a7.pdf

Sargent, T.J.: “Teoría macroeconómica” (*Macroeconomic Theory, 1979*), 1988, Antoni Bosch editor.

Schefold, Bertram: *Mr. Sraffa on Joint Production*, 1971

Schumpeter, J. A.: “Historia del Análisis Económico” (*History of Economic Analisis*, 1954), 1971, Ediciones Ariel.

Segura, J.: “Análisis microeconómico”, pág. 88, 2004, Alianza editorial Tecnos.

Steedman, I.: “Marx, Sraffa y el problema de la transformación” (*Marx after Sraffa, 1977*), 1985, F.C.E.

Segura, J.: “Análisis microeconómico”, 2004, Alianza editorial Tecnos.

Solow, R.: “The interest rate and transition between techniques”, 1967.

Sraffa, Piero: “Produción de mercancías por medio de mercancías” (*Production of commodities by means commodities, 1960*), 1975, Oikos-Tau.
Ricardo, D.: “Principios de Economía Política y Tributación” (*On the Principles of Political Economy and Taxation,*), 1973, F.C.E.
Vegara, J. M.: “Economía política y modelos multisectoriales”,1979, edit. Tecnos.

Varios,: “Matemáticas avanzadas aplicadas a la Economía”, UNED, 2001.