

SRAFFA Y LA FUNCIÓN SUBROGADA DE PRODUCCIÓN DE SAMUELSON: UNA PARADOJA

Antonio Mora Plaza

Uno de los artículos más famosos de Samuelson lleva el título en español “*Parábola y realismo en la teoría del capital: la función de producción sustituta*”¹. Samuelson, en vista de las críticas del Cambridge inglés, con Robinson a la cabeza y Sraffa entre bambalinas, decidió reconstruir esta función de producción sin usar “ningún concepto de capital agregado a la manera de Clark, sino sobre un análisis completo de numerosísimos bienes de capital físico”. Lo intentará mediante una llamada función de producción sustituta o subrogada construida a modo de metáfora o parábola, teniendo a mano el conjunto de técnicas o funciones de producción en un libro, una especie de *vademecum* de tecnologías de las que el empresario podría echar mano en cualquier momento. Si se supone, como hace Samuelson, proporciones fijas entre los factores, ambas condiciones determinan un conjunto de fronteras de producción a base de lineales rectas decrecientes en el espacio cartesiano de *salarios-ganancias*. Ello puede determinar un conjunto de puntos de corte, aunque no exista una relación biunívoca entre número de rectas y de cortes. Samuelson supone que una envolvente construida con estos puntos frontera se acercaría a una curva *isoproducto* de combinación de factores decreciente si estos puntos de corte son muy elevados, es decir, si el libro de las técnicas es abundante. Ha de suponerse un comportamiento empresarial que suponga que cuando está empleando una técnica, es decir, que la proporción en que emplea los factores es constante, se desliza por la recta correspondiente de frontera salarios-ganancia. Cuando llega a un punto de corte, al empresario le resulta indiferente en ese punto -pero sólo en ese punto- mantener la composición de factores y, por ello, seguir deslizándose por la misma recta, o bien puede ahora cambiar de técnica y lanzarse a una nueva experiencia con una combinación de factores distinta, pero que, a partir de entonces pueda, con el mismo nivel de salarios que pagaba antes, aumentar sus ganancias. Aparentemente puede hacerlo porque si notara que al cambiar de técnica no aumentara su nivel de ganancias con los mismos costes laborales anteriores, podría -esto es discutible- volver a la

¹ Parable and realism in the Capital Theory: The surrogate Production Function. Publicado en 1961.

técnica anterior. Este comportamiento, junto a las proporciones fijas de factores para cada técnica, asegura según Samuelson una función de combinación de factores cóncava y decreciente, y con la que se podría comparar la restricción de costes y precios de los factores, para así tener una forma de asignar factores según precios que suponga implícitamente una optimización de recursos. Esta es la idea de Samuelson si no interpreto mal su trabajo de 1961. Nada más agradable que rebatir a una inteligencia como la del más genuino representante de *la teoría de la síntesis*. En realidad representa la última trinchera, el último coletazo de la función de producción clásica. El artículo ha sido rebatido por muchos autores, entre otros por Pasinetti, Garegnani, Nuti, etc. Como este libro no intenta recopilar lo que otros han hecho, no diré nada de sus argumentos, pero intentaré ser lo más creativo posible para rebatir a Samuelson a partir de Sraffa. La paradoja que lleva el título del epígrafe se debe involuntariamente al mismo Sraffa. El italiano parte en su obra de la función de definición del sistema:

$$(1) \quad PY = (1 + r)PX + wL$$

Si ahora hacemos cero los salarios tenemos como siempre:

$$(2) \quad PY = (1 + g_M)PX$$

De (1) y (2) obtenemos:

$$(3) \quad P = \frac{w}{g_M - r} \times LX^{-1}$$

Si ahora pos-multiplicamos (3) por Y y tomamos como numerario $PYI=1$ y con $f=LX^{-1}YI$ queda

$$(4) \quad w = \frac{g_M}{f} - \frac{1}{f} \times r$$

Y (4) es una *función lineal* que relaciona salarios con la tasa de ganancia r , con la tasa máxima de ganancia g_M y con la función tecnológica f , dependiendo estas últimas de L, Y, X , es decir, de los inputs de trabajo, de los productos finales y de los medios de

producción. En definitiva, el sueño de Samuelson. Parecería pues que Sraffa ha facilitado el trabajo de Samuelson, lo cual sería no sólo una paradoja, sino un sarcasmo para las intenciones del genio italiano. Pero eso es porque hemos partido de la función (1) cuyo salarios se pagan *post-factum*. Si en lugar de eso se pagaran *pre-factum* la función (1), sin dejar de ser *esrafiana*, sería:

$$(5) \quad PY = (1 + r)[PX + wL]$$

y la ecuación equivalente a la (4) es ahora la (6):

$$(6) \quad w = \frac{g_M - r}{(1 + r)f}$$

que es una ecuación ¡convexa! porque su primera derivada es negativa, pero su segunda es positiva, es decir, es crecientemente decreciente. Si ahora confrontamos dos funciones de frontera de salarios como (6) que son a la vez dos funciones de producción queda:

$$(7) \quad \frac{g_{M1} - r}{f_1} = \frac{g_{M2} - r}{f_2}$$

Y (7) representa los puntos de corte de dos funciones de producción convexas como (6). Estos pueden ser dos, uno o ninguno. Además, la envolvente de múltiples funciones de tipo (6) dará o podrá dar lugar a una función ¡convexa en lugar de cóncava!, es decir, lo contrario de lo que pretendía Samuelson con su función subrogada. Dos puntos de corte supone el retorno de las técnicas, porque si esta función representa el libro de la técnicas de Samuelson -y con toda justeza puede representarlo al tener productos, medios, inputs de trabajo, salarios y ganancias-, un empresario o gestor podría, por ejemplo, estar en una técnica para salarios altos; ir bajando estos hasta encontrar un punto de cruce, es decir, otra técnica del libro, cambiar de técnica, seguir bajando los salarios y volverse a encontrar con la técnica primera, todos ello con el fin de maximizar las ganancias. El recorrido puede ser el inverso. De (7) se despeja la tasa de ganancia r y queda:

$$(8) \quad r = \frac{g_{2M} f_1 - g_{1M} f_2}{f_1 - f_2}$$

que nos los puntos de corte ante cualquier variación de L , Y , X a través de R_2 , R_1 , f_1 y f_2 . Por supuesto si no se dan estas variaciones sólo hay un punto de corte, que es lo que indica (8). Para que la tasa de ganancia sea positiva en (8) ha de cumplirse:

$$(9) \quad \frac{g_{2M}}{g_{1M}} < \frac{f_2}{f_1} > 1$$

o bien que se cumpla:

$$(10) \quad 1 > \frac{f_2}{f_1} < \frac{g_{2M}}{g_{1M}}$$

Las inecuaciones (9) y (10) representan las condiciones para que haya al menos un punto de corte.

El sueño de Samuelson de la función subrogada se ha evaporado con solo pasar de los salarios *post-factum* a los salarios *pre-factum*. En verdad que la función subrogada de Samuelson era muy endeble.

$$\begin{aligned}
 p_j y_j &= w l_j + (1+r) \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} \quad \text{desde } j=1 \text{ a } j=n \\
 p_j y_j &= (1+R) \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} \quad \text{desde } j=1 \text{ a } j=n \\
 \sum_{j=1}^n p_j y_j - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} &= 1 \\
 \sum_1^n l_j &= 1
 \end{aligned}$$

Bibliografía

Afriat, S.: "Sraffa's Prices", Università degli Studi di Siena, quaderni 474.

www.econ-pol.unisi.it/quaderni/474.pdf

Ahijado, M.: "Distribución, precios de producción y crecimiento", 1982, Centro de Estudios Universitarios Ramón Areces.

Bour, Enrique A.: "Marx y la teoría económica moderna", 2007

<http://www.aaep.org.ar/anales/works/works2007/bour.pdf>

Caballero, A. y Lluch, E.: "Sraffa en España", Investigaciones Económicas (2ª época, vol. X, n.º 2), 1986.

Dobb, M.: "Teoría del valor y de la distribución desde Adam Smith, edit. Siglo XXI editores.

Desai, M.: "Marxian Economic Theory", 1974 ["Lecciones de teoría económica marxista", 1977, edit. Siglo XXI].

Dobb, M.: "The Sraffa system and the critique of neoclassical theory of distribution", 1970.

Estrin, S. y Laidler, D.: "Introduction microeconomics".

Fiorito, Alejandro: "La implosión de la economía neoclásica". Está en la red:

www.geocities.com/aportexxi/sraffa12.pdf

Foncerrada, Luis Antonio: "Sraffa y Böhm-Bawerk". Está en la red:

<http://www.economia.unam.mx/secss/docs/tesisfe/FoncerradaPLA/tesis.pdf>

Garegnani, P.: "El capital en la teoría de la distribución", 1982, ed. Oikos-Tau ("Il capitale nelle teorie delladistribuzione", 1982)

Gehrke, Ch. y Kurz, D.: "Sraffa on von Bortkiewicz". Está en la red:

http://www.newschool.edu/cepa/events/papers/050509_Bortkiewicz.pdf

Harcourt, G.C.: "Teoría del Capital" (*Some Cambridge controversies in the theory of capital*, 1975), apéndice al cap. 4, 1975, edit. Oikos-tau.

Heathfield, D. F.: "Productions funtions".

Korsch, Karl; "Karl Marx", 1975, traducción de Manuel Sacristán, edit. Ariel.

Kurz, Pasinetti, Salvador y otros: "Piero Sraffa: The Man and the Scholar", Routledge, 2008.

Kurz D. Heinz; "Critical Essays on Piero Sraffa's Legacy in Economics", 2000, Cambridge University Press.

Lange, O., Taylor, F. M.: "On tthe Economic Theory of Socialism, 1938 [Sobre la teoría económica del socialismo, 1971, edit. Ariel]

Marx, Carlos: "El método en la Economía Política", 1974, Ediciones Grijalbo, S.A.

Marx, Carlos: "El Capital", en el FCE, traducción de Wenceslao Roces.

Meade, J.: "A neo Classical Theory of Economic Growth", 1961.

Meek, R.: "Mr. Sraffa's Rehabilitation of Classical Economics", 1961.

Mendoza, Gabriel: "La transformación de valores en precios de producción", 1997
http://www.izt.uam.mx/economiatyp/numeros/numeros/10/articulos_PDF/10_2_La_transformacion.pdf

Mora Plaza, A.: "Aspectos de la economía de Sraffa", revista: *Nómadas*, n. 23, U. Complutense de Madrid, enlace: <http://www.ucm.es/info/nomadas/23/antoniomora.pdf>

Mora Plaza, A.: "Notas sobre la producción simple y conjunta a consecuencia de Sraffa: <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/181/18112179020.pdf>;

Mora Plaza, A.: "Sobre la transformación de valores a precios":
<http://www.eumed.net/ce/2009b/amp2.htm>
<http://revistas.ucm.es/cps/15786730/articulos/NOMA1010140379A.PDF>

Mora Plaza, A.: "Notas sobre el teorema fundamental marxiano"
<http://www.eumed.net/ce/2009b/amp.htm>
http://econpapers.repec.org/article/ervcontri/y_3a2009_3ai_3a2009-10_3a22.htm

Morhisima, M.: "La teoría económica de Marx" (*Marx's Economics*, 1973), 1977, pág. 15, edit. Tecnos.

Moseley, F.: "El método lógico y el problema de la transformación".
<http://www.azc.uam.mx/publicaciones/etp/num7/a8.htm>

Murga, Gustavo: "Piero Sraffa".
http://marxismo.cl/portal/index.php?option=com_content&task=view&id=100&Itemid=1

Nuti, D.: "Capitalism, Socialism and Steady Growth", 1970.

Okishio, N.: "A mathematical note on marxian theorems", 1963.

Pasinetti, L.: "Critical of the neoclassical theory of growth and distribution". Está en la red:
http://www.unicatt.it/docenti/pasinetti/pdf_files/Treccani.pdf

Pasinetti, L.: "Structural Change and Economic Growth: a theoretical essay on the dynamics of Wealth of Nations", 1981, Cambridge University Press.

Pasinetti, L.: "Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth", 1961/2.

Pasinetti, L.: "Switches of technique and the rate of return in Capital Theory", 1969.

Pasinetti, L.: "Crecimiento económico y distribución de la renta" (*Growth and Income Distribution*, 1974), 1978, Alianza Editorial.

- Pasinetti, L.: "Lecciones de teoría de la producción" ("Lezioni di teoria della produzione", 1975), 1983, FCE.
- Peris i Ferrando, J.E.: "Análisis de la resolubilidad de modelos lineales de producción conjunta", 1987, en internet:
<http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/3829/1/Peris%20Ferrando,%20Josep.pdf>
- Potier, J.P.: "Piero Sraffa", 1994, edicions Alfons Magnànim.
- Ricardo, D.: "Principios de Economía Política y Tributación" (*On the Principles of Political Economy and Taxation*), 1973, F.C.E.
- Robinson, J.: "Ensayos críticos", 1984, Ediciones Orbis.
- Samuelson, Paul: "Understanding the Marxian notion of Exploitation", 1971.
- Sánchez Choliz, Julio: "La razón-patrón de Sraffa y el cambio técnico", 1989, Investigaciones Económicas, 2ª época, Vol. XIII.
<ftp://ftp.funep.es/InvEcon/paperArchive/Ene1989/v13i1a7.pdf>
- Sargent, T.J.: "Teoría macroeconómica" (*Macroeconomic Theory, 1979*), 1988, Antoni Bosch editor.
- Schefold, Bertram: *Mr. Sraffa on Joint Production*, 1971
- Schumpeter, J. A.: "Historia del Análisis Económico" (*History of Economic Analysis, 1954*), 1971, Ediciones Ariel.
- Segura, J.: "Análisis microeconómico", pág. 88, 2004, Alianza editorial Tecnos.
- Steedman, I.: "Marx, Sraffa y el problema de la transformación" (*Marx after Sraffa, 1977*), 1985, F.C.E.
- Segura, J.: "Análisis microeconómico", 2004, Alianza editorial Tecnos.
- Solow, R.: "The interest rate and transition between techniques", 1967.
- Sraffa, Piero: "Producción de mercancías por medio de mercancías" (*Production of commodities by means commodities, 1960*), 1975, Oikos-Tau.
- Ricardo, D.: "Principios de Economía Política y Tributación" (*On the Principles of Political Economy and Taxation*), 1973, F.C.E.
- Vegara, J. M.: "Economía política y modelos multisectoriales", 1979, edit. Tecnos.
- Varios.: "Matemáticas avanzadas aplicadas a la Economía", UNED, 2001.