ISSN 1696-8360
http://www.eumed.net/ce/index.htm
Agosto 2007

EFECTOS MACROECONÓMICOS DE LA FINANCIACIÓN DEL GASTO PÚBLICO

IVÁN ALEJANDRO DURÁN DÍAZ[♦]
LINA MARÍA MONTOYA MADRIGAL[♥]
ANDRÉS RAMÍREZ HASSAN[∞]

Resumen: *En este trabajo se estudian los efectos macroeconómicos de la financiación del gasto público a través de la emisión de deuda, impuestos a los ingresos de capital o impuestos a los ingresos salariales, teniendo en cuenta las posibles externalidades positivas del gasto público sobre la productividad y el cambio tecnológico. Este análisis se realiza bajo el marco de un modelo estocástico, dinámico, microeconómicamente fundamentado y en equilibrio general. Se evidencia que las financiaciones con deuda pública o con impuestos a los ingresos de capital pueden ser expansivas, dados los supuestos del modelo, ya que ejercen un impacto positivo sobre la oferta laboral y sobre la producción, mientras que cuando la financiación se hace con impuestos a los ingresos salariales, tanto el trabajo como la producción caen.*
Palabras clave: *Financiación Gasto Público, Deuda Pública, Impuestos a las Ganancias de Capital, Impuestos a los Salarios*.

Abstract: *In this research we studied the macroeconomics effects associated with the government spending financing through public debt, taxes to capital earnings or taxes to labor earnings. In this context there is a positive externality due to government spending over productivity and technology. This study is done under a stochastic and dynamic model with microeconomic foundations in a general equilibrium environment. It is found that government financing with public debt or taxes to capital earnings may be expansive because it causes a positive effect over the labor supply and production, while government financing by taxes to labor earnings cause a fall to labor and production.*
Key words: *Government Spending Financing, Public Debt, Taxes to Capital Earnings, Taxes to Wage.*

[♦] Economista, Universidad EAFIT. Estudiante de Doctorado en Economía Aplicada, Western Michigan University, USA.
[♥] Economista, Universidad EAFIT. Analista Investigaciones Económicas, Suvalor S.A., en la actualidad está realizando la Maestría en Finanzas de la Universidad EAFIT.
[∞] Docente e investigador de la Universidad EAFIT. Economista y Magíster en Economía de la Universidad Nacional de Colombia, actualmente es estudiante activo de la Maestría en Finanzas de la Universidad EAFIT. Observaciones y comentarios pueden ser dirigidos a aramir21@eafit.edu.co.

INTRODUCCIÓN

La forma como interviene el estado en la economía y sus efectos sobre ésta han sido, y seguirán siendo, tema central de la ciencia económica. Sin embargo, a pesar del avance de la ciencia y de las herramientas matemáticas que sirven de soporte a las investigaciones económicas, aun no existe un consenso establecido sobre los efectos del gasto público y la forma de financiarlo.

Por muchos años la teoría keynesiana dominó el análisis al proponer que la financiación del gasto público por medio de deuda estimulaba la economía en el corto plazo, pero que tenía efectos negativos en el largo plazo al restringir los fondos disponibles para la inversión. Sin embargo, la introducción de la teoría de las expectativas racionales, en primera instancia por Muth (1961) y posteriormente por Lucas (1972), volcó la mirada hacia la teoría clásica de David Ricardo quien argumentaba que la financiación del déficit por medio de deuda o de impuestos no tiene efectos en el corto ni en el largo plazo (Argandoña, Gámez y Mochón, 1996). Esta teoría se conoce como la Equivalencia Ricardiana, cuyo apogeo en las décadas anteriores permitió el desarrollo de importantes métodos y modelos utilizados para probar dicho enunciado, entre los cuales sobresalen aplicaciones de tipo econométrico y de modelos estocásticos de equilibrio general. Posterior a este enfoque se establecen los mecanismos de transmisión de la financiación de los déficit públicos a través de la oferta agregada, corriente de pensamiento desarrollada por la teoría Neoclásica, la cual ubica como eje central los cambios en la productividad de los factores como consecuencia del gasto público.

El presente trabajo estudia los efectos macroeconómicos de la financiación del déficit público por medio de la emisión de deuda pública y de dos tipos de impuestos distorsionadores, uno sobre los ingresos laborales y otro sobre los retornos de capital. Para fundamentar este análisis y siguiendo a Ludvigson (1996), se desarrolla un modelo estocástico de equilibrio general, enmarcado en los lineamientos de la teoría neoclásica, que involucra una oferta laboral elástica. Este elemento permite que los agentes se comporten de manera racional ante cambios en la forma de financiación del déficit público sustituyendo intertemporalmente trabajo por ocio y reaccionando según la especificación de su función de utilidad condicionada al valor de su parámetro de aversión al riesgo. Además, el modelo incorpora una función de producción que incluye, en su determinación del nivel de tecnología, externalidades positivas provenientes del gasto público y del capital privado por medio de las cuales se trata de capturar el efecto positivo que sobre la productividad tienen los bienes públicos.
A partir del marco teórico establecido se realizan diversos ejercicios de simulación; específicamente se analizan los efectos de un aumento en el gasto público financiado totalmente con deuda, con impuestos a los ingresos de capital o con impuestos a los ingresos salariales.

Este trabajo está estructurado de la siguiente manera: en el Capítulo 1 se desarrolla el marco teórico en el cual se revisan los trabajos más importantes de la academia sobre el tema en cuestión; en el Capítulo 2 se presenta el modelo y sus principales propiedades y supuestos; en el Capítulo 3 se discuten las predicciones del modelo concernientes a la aplicación de diferentes políticas públicas; y en el Capítulo 4 se exponen las principales conclusiones de la investigación.

1. ESTADO DEL ARTE

Una forma ampliamente utilizada para probar las fluctuaciones de las variables económicas por cambios en las políticas publicas, son los modelos de crecimiento estocásticos. Prescott (1986) describe estos modelos como un paradigma para el análisis macroeconómico e indica que son los choques aleatorios en la tecnología los que explican las fluctuaciones en la producción. Sin embargo, Campbell (1994) establece que la utilidad de estos modelos no radica en esta fuente de variaciones sino en otro tipo de choques como el gasto público o impuestos distorsionadores.[1] Estos choques representan perturbaciones reales, en contraposición a las nominales o monetarias, ya que las tecnológicas influyen en la producción, dada cierta cantidad de insumos, y las compras del gobierno afectan las cantidades de bienes disponibles para el consumo privado. Además, estos modelos permiten variaciones en el nivel de empleo al permitir que la función de utilidad de los hogares dependa no sólo del nivel de consumo sino también de la cantidad de trabajo.

Algunos trabajos que han estudiado los efectos de la financiación del déficit público sobre la economía empleando modelos estocásticos son Baxter y King (1993), Dotsey (1994), Dotsey y Mao (1997), Ludvigson (1996) y McGrattan (1994).

En Baxter y King (1993) se encuentra que los cambios permanentes en el gasto del gobierno tienen efectos importantes en la producción en el largo plazo cuando son financiados con impuestos de suma fija. Este efecto también se puede ver en el corto plazo si la oferta laboral es muy elástica. Además, un choque permanente en el gasto implica un mayor efecto sobre la economía que un choque transitorio, teniendo más relevancia la financiación con impuestos que la magnitud del gasto propiamente dicha. Finalmente concluyen que si el gasto del gobierno aumenta la productividad del capital privado y del trabajo, las políticas públicas de inversión pueden tener efectos más importantes en el producto y en la inversión privada.

De acuerdo a Dotsey (1994), bajo la teoría existente, la respuesta de una reducción de impuestos distorsionadores sobre el ingreso de capital, es un aumento en el producto y en la inversión, siempre y cuando la mayor deuda pública sea pagada en el futuro mediante impuestos de suma fija. Sin embargo, en un modelo con oferta de trabajo inelástica, establece que las tasas menores de impuestos pagadas por déficit mayores financiados con deuda pública, conllevan a una reducción en la inversión y en la producción cuando el déficit es pagado en el futuro con impuestos sobre el capital o el ingreso y no mediante impuestos de suma fija. Esto se debe a que la tributación futura reduce el ahorro después de impuestos, desestimulando la formación de capital y sustituyendo consumo futuro por consumo presente.

El análisis hecho por Dotsey y Mao (1997) incorpora elementos mas realistas como la inclusión de la oferta laboral elástica, y continúa en la línea de evaluar los efectos de cambios en el gasto público y los impuestos distorsionadores cuando el gobierno no puede usar impuestos de suma fija para equilibrar su restricción intertemporal. A diferencia de otros resultados, estos autores encuentran que la deuda es no neutral; que los efectos expansivos del gasto público no son tan significativos y que los impuestos al capital presentan resultados contrarios a la intuición general, ya que aumentos en esta tasa pueden inducir a aumentos en la inversión cuando la relación deuda-PIB es muy alta o muy baja.

Ludvigson (1996) amplía el análisis de Dotsey (1994) introduciendo un parámetro de oferta laboral elástica, afirmando que si el agente está dispuesto a sustituir intertemporalmente horas de trabajo en respuesta a cambios en el salario real después de impuestos, esto sería un factor importante en la determinación del efecto sobre la inversión y el producto de un incremento de la deuda pública. En este trabajo se concluye que, aunque usualmente se ha creído que el aumento del déficit público desplaza en cierta medida la inversión (efecto *crowding-out*), una reducción de impuestos distorsionadores sobre el ingreso puede estimular la inversión, aún si los agentes prevén un aumento de los impuestos en el futuro. Sin embargo, este resultado depende de la elasticidad de la oferta laboral y del grado de persistencia del aumento de la deuda pública (política transitoria o permanente). Adicionalmente, la respuesta de la economía ante un aumento del gasto público

[1] Ver Aiyagari, Christiano y Eichenbaum (1992); Baxter y King (1993) y McGrattan (1994)

depende de su forma de financiación, ya que el uso de impuestos distorsionadores puede influir negativamente la producción, el consumo y la inversión. En contraste, el financiamiento de ese gasto mediante deuda, puede aumentar el producto y el consumo.

Finalmente, en McGrattan (1994) se estudian los efectos del consumo del gobierno y de los impuestos distorsionadores en contraste con el efecto del cambio tecnológico, en un modelo estocástico que no asume emisión de deuda pública. En contraposición a Prescott (1986), McGrattan (1994) afirma que el cambio tecnológico explica una proporción mucho menor de las fluctuaciones del ciclo económico. En el análisis de descomposición de varianza que realiza, calcula que el cambio tecnológico explica el 41% de las fluctuaciones de la producción en comparación con el 75% encontrado por Prescott; el consumo del gobierno explica el 28%, los impuestos a los ingresos laborales el 27% y los impuestos a los ingresos de capital el 4%. Adicionalmente, se encuentra que los impuestos al capital son más costosos que los impuestos al trabajo, desde el punto de vista del beneficio de los agentes.

2. EL MODELO

Siguiendo los lineamientos de la escuela Neoclásica, se desarrolla un modelo estocástico, dinámico, microeconómicamente fundamentado, dotado con agentes representativos provistos de expectativas racionales y cuyo horizonte de planeación es infinito. El contexto es una situación de mercado en donde las decisiones de los agentes participantes están condicionadas por la interacción del conjunto, lo cual implica que las soluciones están enmarcadas en un equilibrio general, donde la oferta laboral es elástica y la financiación del gasto público se hace a través de impuestos distorsionadores y de emisión de deuda pública. Una de las características relevantes del modelo es la utilización de dos tipos de impuestos, uno que grava los ingresos sobre los retornos de capital (τ_k) y otro los ingresos salariales (τ_w).[2] Al respecto de la función de utilidad del agente representativo, ésta incorpora el tiempo que el agente dedica al ocio $\left(1-N_t\right)$. La decisión óptima del agente de ofrecer trabajo, está afectada por un parámetro de elasticidad laboral (σ_n).

En el modelo, el gobierno tiene una restricción presupuestal intertemporal, la cual debe cumplir en todo momento. Además, se asume que las tasas impositivas y el gasto público están determinados exógenamente mediante un proceso autorregresivo de primer orden. Por último, la función de producción incorpora, en la determinación del nivel de tecnología, dos externalidades positivas provenientes del gasto público y del capital privado. Es así como se trata de capturar otro de los rasgos característicos del moderno enfoque de política económica de corte Neoclásico, en el cual, el gasto público no es neutral a la producción y el empleo,[3] ya que éste interviene en la provisión de bienes públicos que mejoran la productividad de los factores, modificando así los efectos de la política fiscal sobre las variables económicas.

2.1. El problema del consumidor

Las decisiones del consumidor se definen mediante la maximización de su función de utilidad en cada período *t*, la cual depende del consumo (C_t) y del tiempo dedicado al trabajo (N_t):

[2] Otros trabajos que utilizan esta distinción de los impuestos son Dotsey y Mao (1997), McGrattan (1994) y Ambler (2002).

[3] El mecanismo de transmisión de la política fiscal no es a través del multiplicador keynesiano, sino a través de la oferta agregada.

$$Max\ \mathrm{E_t}\sum_{i=o}^{\infty}\beta^i U\left(C_{t+i},1-N_{t+i}\right) \qquad (1)$$

s.a.

$$K_{t+1}=(1-\delta)K_t+Y_t-C_t-G_t \qquad (2)$$

Donde K_t, Y_t y G_t son el acervo de capital, la producción y el gasto público en el período *t*. La tasa de depreciación del capital está denotada por δ y β es el factor de descuento de la utilidad futura o de preferencia intertemporal.

$$U_t\left(C_t,1-N_t\right)=\ln C_t+\theta\frac{\left(1-N_t\right)^{1-\gamma_n}}{1-\gamma_n} \qquad (3)$$

Donde $\gamma_n \equiv {}^{1}\!/_{\sigma_n}$ es un parámetro de aversión al riesgo que se define como el inverso de la elasticidad de sustitución trabajo – ocio (σ_n). Este parámetro implica que cuando el agente es más elástico, estará más dispuesto a sustituir intertemporalmente trabajo por ocio.

2.2. El problema de la firma

La firma maximiza la siguiente función de beneficio:

$$Max\ \Pi_t=f\left(N_t,K_t,G_t\right)-W_tN_t-(r_t+\delta)K_t \qquad (4)$$

Donde f es una función de producción Cobb-Douglas que cumple las condiciones de Inada y es linealmente homogénea, implicando rendimientos constantes a escala; r_t es la tasa de interés o costo marginal del capital en el periodo *t* y W_t es el salario o costo marginal del trabajo.

La función f está definida de la siguiente manera:

$$f\left(N_t,K_t,G_t\right)=A_tN_t^{\alpha}K_t^{1-\alpha} \qquad (5)$$

Donde el parámetro de cambio tecnológico (A_t) presenta externalidades positivas provenientes del capital privado y del gasto público en unidades por trabajo. Este cambio tecnológico se describe en la ecuación (6).

$$A_t=\pi_t^{\alpha-\gamma-\varphi}\left(\frac{K_t}{N_t}\right)^{\gamma}\left(\frac{G_t}{N_t}\right)^{\varphi} \qquad (6)$$

Siendo $\pi_t=\pi_0\left(1+g\right)^t$ el componente exógeno del nivel de tecnología y donde g es la tasa de crecimiento de la economía en estado estacionario.

Introduciendo la ecuación (6) en (5) se obtiene la siguiente función de producción:

$$Y_t = \left(\pi_t N_t\right)^{\alpha-\gamma-\varphi} K_t^{1-\alpha+\gamma} G_t^{\varphi} \tag{7}$$

2.3. **El Problema del Gobierno**

El gobierno esta sujeto a una restricción presupuestal intertemporal descrita en la ecuación (8) y que refleja el comportamiento de la deuda pública.

$$D_{t+1} = \left(1 + r_{t+1}^{g}\right) D_t + G_t - \tau_{w,t} W_t N_t - \tau_{k,t} r_t K_t \tag{8}$$

donde D_t es la deuda pública en el periodo *t*, r_{t+1}^{g} es la tasa de interés que se paga por la deuda del gobierno, la cual se asume que se conoce con un periodo de anterioridad; $\tau_{w,t}$ y $\tau_{k,t}$ son las tasas impositivas que gravan los ingresos salariales y los retornos de capital, respectivamente. Esta ecuación asume que los choques sobre la deuda, provenientes del gasto y los impuestos, actúan con un periodo de rezago y que, por lo tanto, la deuda se mide al principio del periodo.

2.4. **Solución del problema de la firma y del consumidor**

Las condiciones provenientes de la maximización de la función de bienestar de la firma con respecto al capital (K_t) y al trabajo (N_t) son las siguientes:

$$r_t = \left(1 - \alpha + \gamma\right) \frac{Y_t}{K_t} - \delta \tag{9}$$

$$W_t = \left(\alpha - \gamma - \varphi\right) \frac{Y_t}{N_t} \tag{10}$$

La ecuación (9) y (10) son los productos marginales del capital y del trabajo, respectivamente, los cuales indican el precio que está dispuesto a pagar la firma por hacer uso de estos recursos productivos.

Resolviendo el problema del consumidor con respecto a K_{t+1}, D_{t+1} y N_t se obtienen las siguientes condiciones de primer orden (ver anexo):

$$\frac{1}{C_t} = \beta E_t \left[\frac{R_{t+1}}{C_{t+1}} \right] \tag{11}$$

$$\frac{1}{C_t} = \beta E_t \left[\frac{R_{t+2}^{g}}{C_{t+1}} \right] \tag{12}$$

$$\frac{C_t}{\left(1-N_t\right)^{\gamma_n}}=\frac{W_t\left(1-\tau_{w,t}\right)}{\theta} \tag{13}$$

donde,

$$R_{t+1}=1+r_{t+1}\left(1-\tau_{k,t+1}\right);\;\; R^g_{t+2}=1+r^g_{t+2} \tag{14}$$

Siendo la tasa de interés (r_t) y el salario (W_t) iguales a las remuneraciones del capital y al trabajo que están dispuestas a pagar las firmas por los factores productivos, tal como se estipula en las ecuaciones (9) y (10).

La condición de primer orden para el consumidor en la ecuación (11) se puede rescribir como $\frac{\partial U_t}{\partial C_t}\times\frac{\partial C_t}{\partial K_{t+1}}=-\beta E_t\left[\frac{\partial U_{t+1}}{\partial C_{t+1}}\times\frac{\partial C_{t+1}}{\partial K_{t+1}}\right]$. Esto quiere decir que la sustitución entre consumo presente y futuro depende de la interacción entre la utilidad marginal esperada del consumo futuro y el efecto marginal esperado de la acumulación de capital sobre este consumo futuro.[4] De esta forma, el consumidor estará dispuesto a disminuir su consumo presente sólo si el efecto marginal sobre la utilidad está compensado por un aumento esperado en la utilidad a causa de un mayor consumo futuro resultante del ahorro actual. En otras palabras, la condición óptima expresa el deseo de suavizar la senda temporal de consumo de los agentes, lo cual implica que las decisiones de consumo presente y futuro serán llevadas a cabo hasta el punto en el cual, el consumo actual sea similar al valor presente esperado del consumo futuro, el cual posee como factor de descuento la rentabilidad del ahorro neta de impuestos. La misma relación debe darse en la sustitución de consumo presente y futuro cuando el agente invierte en títulos de deuda pública, sólo que el factor de descuento pertinente es la rentabilidad al activo libre de riesgo (ecuación (12)).
Por último, la ecuación (13) refleja el intercambio intratemporal entre consumo y oferta de trabajo, lo cual implica que el efecto sobre la utilidad de aumentar el consumo dedicando más horas al trabajo, debe ser igual a la disminución en la utilidad por dedicar menos horas al ocio.[5] Si esta igualdad no se cumple, el agente siempre podrá aumentar su utilidad intercambiando consumo y ocio.

2.5. **Condiciones de estado estacionario**

En estado estacionario, el componente exógeno del nivel de tecnología, la producción, el capital, la deuda y el gasto público, crecen a una tasa constante g.[6] Por lo tanto:

---

[4] Este efecto de la acumulación de capital sobre el consumo futuro no es otra cosa que la ganancia proveniente de la tasa de interés que se paga sobre el capital, neta de impuestos. Es decir: $\frac{\partial C_{t+1}}{\partial K_{t+1}}=1+r_{t+1}\left(1-\tau_{k,t+1}\right)$

[5] Se debe tener en cuenta que $\frac{\partial C_t}{\partial N_t}=W_t$. Es decir, si los ingresos provenientes del trabajo se destinan al consumo, el aumento en el consumo será igual al salario devengado por unidad de tiempo trabajada.

[6] El modelo planteado asume que el crecimiento de la población es nulo, lo cual implica que el crecimiento de las variables en niveles es similar a la evolución de la tecnología, la cual crece exógenamente.

$$\frac{\pi_{t+1}}{\pi_t} = \frac{D_{t+1}}{D_t} = \frac{G_{t+1}}{G_t} = \frac{K_{t+1}}{K_t} = \frac{Y_{t+1}}{Y_t} = 1+g \qquad (15)$$

Dada esta condición en estado estacionario, se logran obtener las siguientes relaciones:

$$r = \left(1-\alpha+\gamma\right)\frac{Y}{K} - \delta \quad ; \quad \frac{Y}{K} = \frac{r+\delta}{1-\alpha+\gamma} \qquad (16)$$

$$W = \left(\alpha-\gamma-\varphi\right)\frac{Y}{N} \quad ; \quad \frac{Y}{N} = \frac{W}{\alpha-\gamma-\varphi} \qquad (17)$$

La ecuación (16) sugiere que la tasa de interés (r) es constante en estado estacionario, así como la razón producción–capital. De acuerdo a la ecuación (17), el salario (W) crece en estado estacionario a la tasa g .

Despejando al variable consumo de la ecuación de acumulación de capital -ecuación (2)-, se obtiene la relación constante consumo–capital:

$$\frac{C}{K} = \frac{r+\delta}{\left(1-\alpha+\gamma\right)}\left(1-\frac{G}{Y}\right) - \left(g+\delta\right) \qquad (18)$$

De forma similar se halla la relación consumo–producción en estado estacionario:

$$\frac{C}{Y} = 1 - \frac{1-\alpha+\gamma}{r+\delta}\left(g+\delta\right) - \frac{G}{Y} \qquad (19)$$

Finalmente, se utiliza la restricción presupuestal intertemporal del gobierno (ecuación (8)) para establecer la relación existente entre las tasas impositivas con la deuda y el gasto público como proporción de la producción:

$$\frac{D}{Y}\left[r\left(1-\tau_k\right) - g\right] + \frac{G}{Y} = \left(\alpha-\gamma-\varphi\right)\tau_w + \frac{r\left(1-\alpha+\gamma\right)}{r+\delta}\tau_k \qquad (20)$$

En la ecuación (20) se asume que, en estado estacionario, la tasa que se paga sobre la deuda pública (r^g) es igual a la tasa de interés de la economía después de impuestos ($r\left(1-\tau_k\right)$).

2.6. Solución del modelo

Siguiendo a Ludvigson (1996) y Campbell (1994), se log–linealiza el sistema de ecuaciones en diferencias no lineales resultantes del modelo para luego resolver el sistema con el método de coeficientes indeterminados. En el proceso de log–linealización se utilizan aproximaciones de Taylor de primer orden alrededor del estado estacionario de las ecuaciones del modelo, en el logaritmo de las variables relevantes.

La solución óptima del modelo corresponde a un sistema de ecuaciones lineales, en el cual las variables endógenas, en logaritmos, son el consumo, el trabajo, la producción, la tasa de interés y el salario en el periodo *t*, y el acervo de capital y la deuda pública en el periodo *t + 1*. Las variables exógenas, también en logaritmos, son el acervo de capital, el gasto público, la deuda pública y las tasas impositivas en el periodo *t.* Siguiendo a Romer (2001), este sistema de ecuaciones se presenta a continuación:

$$\tilde{C}_t = a_{ck}\tilde{K}_t + a_{cg}\tilde{G}_t + a_{cd}\tilde{D}_t + a_{c\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{c\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} \quad (21)$$

$$\tilde{N}_t = a_{nk}\tilde{K}_t + a_{ng}\tilde{G}_t + a_{nd}\tilde{D}_t + a_{n\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{n\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} \quad (22)$$

$$\tilde{Y}_t = a_{yk}\tilde{K}_t + a_{yg}\tilde{G}_t + a_{yd}\tilde{D}_t + a_{y\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{y\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} \quad (23)$$

$$\tilde{r}_t = a_{rk}\tilde{K}_t + a_{rg}\tilde{G}_t + a_{rd}\tilde{D}_t + a_{r\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{r\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} \quad (24)$$

$$\tilde{W}_t = a_{wk}\tilde{K}_t + a_{wg}\tilde{G}_t + a_{wd}\tilde{D}_t + a_{w\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{w\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} \quad (25)$$

$$\tilde{K}_{t+1} = a_{kk}\tilde{K}_t + a_{kg}\tilde{G}_t + a_{kd}\tilde{D}_t + a_{k\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{k\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} \quad (26)$$

$$\tilde{D}_{t+1} = a_{dk}\tilde{K}_t + a_{dg}\tilde{G}_t + a_{dd}\tilde{D}_t + a_{d\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{d\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} \quad (27)$$

Las variables con el símbolo (˜) denotan la diferencia entre el logaritmo de la variable y el logaritmo de su valor en estado estacionario. Los coeficientes asociados a las variables exógenas (a_{ij}) representan las elasticidades parciales de la variable endógena *i* con respecto a la exógena *j*, dada una desviación de ésta ultima respecto a su estado estacionario.

Finalmente, para resolver el modelo, se hallan los valores de las elasticidades en las ecuaciones (21) y (22) por medio del método de coeficientes indeterminados, los cuales dependen de los parámetros implícitos en el modelo. Estos valores determinan las demás elasticidades en las ecuaciones (23) a (27) (la solución detallada del modelo se presenta en el Anexo).

En la solución del modelo se asume, además, que las desviaciones del estado estacionario tanto del gasto público como de las tasas impositivas, siguen procesos autorregresivos de primer orden, así:

$$\tilde{G}_{t+1} = \rho_g\tilde{G}_t + \varepsilon_{g,t+1} \quad (28)$$

$$\tilde{\tau}_{k,t+1} = \rho_{\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + \varepsilon_{\tau_k,t+1} \quad (29)$$

$$\tilde{\tau}_{w,t+1} = \rho_{\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} + \varepsilon_{\tau_w,t+1} \quad (30)$$

donde se asume que las respectivas perturbaciones estocásticas (ε_t) son ruido blanco.

Por último, los valores calibrados en estado estacionario utilizados en la solución del modelo se muestran en la tabla 2.1:

Tabla 2.1 Parámetros en Estado Estacionario

α	γ	φ	δ *	g *	G/Y
0,800	0,100 §	0,080	0,025 ŧ	0,005	0,140
D/Y * ˡ	D/G	r *	τ_k	τ_w	N
2	14,286	0,017 ŧ	0,270	0,197	0,333

Fuente: § Posada y Gómez (2002) y cálculo de los autores resultado de la calibración del modelo.
* Valores en términos trimestrales.
ˡ Implica una relación de 0,5 en términos anuales.

Los valores en estado estacionario de la tabla 2.1 implican que la relación consumo–producción de la ecuación (19) es igual a 0,6457. Además, se garantiza que la igualdad de la ecuación (20) se cumple.

3. CHOQUES DE POLÍTICA

En este capítulo se analizan los efectos de la financiación del déficit generado por un aumento del 1% en el gasto público. En la tabla 3.1 se muestran las elasticidades del consumo, trabajo, producción y formación de capital cuando este aumento del 1% en el gasto público es financiado en su totalidad con deuda, con impuestos a los ingresos de capital (τ_k) o con impuestos a los ingresos laborales (τ_w). En cada escenario de la tabla se muestran las elasticidades cuando varían los parámetros de persistencia de los procesos que siguen las tasas impositivas (ρ_{τ_k} y ρ_{τ_w}) y el gasto público (ρ_g), o cuando varía la elasticidad de la oferta laboral (σ_n).

En la primera fila de cada escenario aparecen las elasticidades con respecto al déficit generado por un aumento en 1% en el gasto público cuando es financiado totalmente con deuda pública ($\psi_{\cdot d}$). Estos valores son exactamente iguales a las elasticidades de las diferentes variables con respecto al gasto público ($a_{\cdot g}$), ya que representan el efecto de un aumento del 1% en este rubro cuando ninguna de las demás variables exógenas varía, incluyendo τ_k y τ_w; pero la deuda si se ajusta de modo que la restricción intertemporal del gobierno se cumpla.

La segunda y la tercera fila de cada escenario contienen los efectos del aumento en el gasto público cuando se financia completamente con τ_k o τ_w, respectivamente. Estos valores no se obtienen directamente de la solución del modelo sino que se calculan como una combinación lineal de la elasticidad con respecto a un incremento en el gasto ($a_{\cdot g}$) y de la elasticidad con respecto a un aumento en τ_k o en τ_w ($a_{\cdot \tau_k}$ o $a_{\cdot \tau_w}$), dependiendo del caso analizado. Por ejemplo, la elasticidad de la producción respecto a un aumento del gasto financiado con τ_k, se deriva de la suma entre la elasticidad de la producción respecto al gasto (a_{yg}) y la elasticidad de la producción respecto a τ_k ($a_{y\tau_k}$) multiplicada por el cambio porcentual de τ_k ante un cambio porcentual del gasto.[7] Este último término, que se calcula con valores de estado estacionario, equivale, para el caso de un financiamiento con τ_k, a $\left[\frac{1}{r\tau_k}\times\frac{G}{Y}\times\frac{r+\delta}{1-\alpha+\gamma}\right]=4{,}2702$ y, para el caso de una financiación con τ_w, a $\left[\frac{1}{\tau_w}\times\frac{G}{Y}\times\frac{1}{\alpha-\gamma-\varphi}\right]=1{,}1472$. Por lo tanto, las elasticidades de la producción respecto a un aumento del gasto público financiado totalmente con τ_k o τ_w se obtienen de la siguiente forma:

$$\psi_{y\tau_k} = a_{yg} + a_{y\tau_k} \times \left[\frac{1}{r\tau_k}\times\frac{G}{Y}\times\frac{r+\delta}{1-\alpha+\gamma}\right]; \quad \psi_{y\tau_w} = a_{yg} + a_{y\tau_w} \times \left[\frac{1}{\tau_w}\times\frac{G}{Y}\times\frac{1}{\alpha-\gamma-\varphi}\right]$$

[7] $\psi_{y\tau_i} = \frac{\partial \ln y_t}{\partial \ln G_t} + \frac{\partial \ln y_t}{\partial \ln \tau_{i,t}} \times \frac{\partial \ln \tau_{i,t}}{\partial \ln G_t}$, donde $i = k,\ w$.

De manera similar se calculan las elasticidades de las demás variables con respecto a al incremento en el gasto financiado con τ_k o τ_w.

Tabla 3.1 Elasticidades asociadas a la financiación del gasto público vía deuda, tasa impositiva de las ganancias de capital y tasa impositiva de ganancias laborales. Estática comparativa.

	$\psi_{c\cdot}$	$\psi_{n\cdot}$	$\psi_{y\cdot}$	$\psi_{k\cdot}$
Escenario 1. $\sigma_n = \rho_g = \rho_{\tau_k} = \rho_{\tau_w} = 0,5$				
Deuda (d)	-0,0061	0,0624	0,1187	-0,0024
τ_k	0,0108	0,0502	0,1111	-0,0050
τ_w	-0,0189	-0,1321	-0,0019	-0,0181
Escenario 2. $\sigma_n = \rho_g = \rho_{\tau_k} = 0,5;\ \rho_{\tau_w} = 0,95$				
Deuda (d)	-0,0061	0,0624	0,1187	-0,0024
τ_k	0,0108	0,0502	0,1111	-0,0050
τ_w	-0,0539	-0,1067	0,0139	-0,0127
Escenario 3. $\sigma_n = \rho_g = \rho_{\tau_w} = 0,5;\ \rho_{\tau_k} = 0,95$				
Deuda (d)	-0,0061	0,0624	0,1187	-0,0024
τ_k	0,1510	-0,0514	0,0481	-0,0264
τ_w	-0,0189	-0,1321	-0,0019	-0,0181
Escenario 4. $\rho_g = \rho_{\tau_w} = \rho_{\tau_k} = 0,5;\ \sigma_n = 2$				
Deuda (d)	-0,0019	0,1300	0,1606	0,0030
τ_k	0,0143	0,1042	0,1446	-0,0006
τ_w	-0,0267	-0,2769	-0,0917	-0,0299
Escenario 5. $\sigma_n = \rho_{\tau_k} = \rho_{\tau_w} = 0,5;\ \rho_g = 0,95$				
Deuda (d)	-0,0435	0,0895	0,1355	0,0033
τ_k	-0,0266	0,0773	0,1279	0,0007
τ_w	-0,0563	-0,1050	0,0149	-0,0124
Escenario 6. $\sigma_n = \rho_g = \rho_{\tau_k} = \rho_{\tau_w} = 0,5;\ \varphi=0$				
Deuda (d)	-0,0175	0,0135	0,0094	-0,0166
τ_k	-0,0007	0,0006	0,0004	-0,0194
τ_w	-0,0325	-0,1913	-0,1339	-0,0352

Fuente. Cálculos de los autores.

En esta tabla se muestran las elasticidades del consumo, trabajo, producción y acumulación de capital, con respecto a un aumento en el gasto financiado con deuda, impuestos a los ingresos de capital (τ_k) o impuestos a los ingresos laborales (τ_w). En cada escenario se presentan las variaciones de estas elasticidades ante cambios en los parámetros de persistencia de los impuestos y del gasto público, de la elasticidad de la oferta laboral o de la externalidad del gasto sobre la producción.

De acuerdo a nuestro escenario base (Escenario 1, Tabla 3.1), cuando un déficit generado por un aumento del gasto en 1% es financiado completamente con deuda o a través de impuestos a los ingresos de capital (τ_k), se genera un impacto positivo sobre el empleo ($a_{ng} = \psi_{nd} > 0$; $\psi_{n\tau_k} > 0$), mientras que cuando es financiado con impuestos a la remuneración laboral, el efecto es contrario ($\psi_{n\tau_w} < 0$).

En primer lugar, un incremento en el gasto financiado con deuda hace que la producción aumente ($a_{yg} = \psi_{yd} > 0$), dada la externalidad positiva del gasto sobre la producción, y, en consecuencia, el salario también aumenta,[8] motivando a los agentes a ofrecer más trabajo ($a_{ng} = \psi_{nd} > 0$). Esto se debe a que el efecto sustitución, que hace que la oferta laboral aumente ante un incremento en el salario, domina sobre el efecto renta que, por el contrario, la hace disminuir.

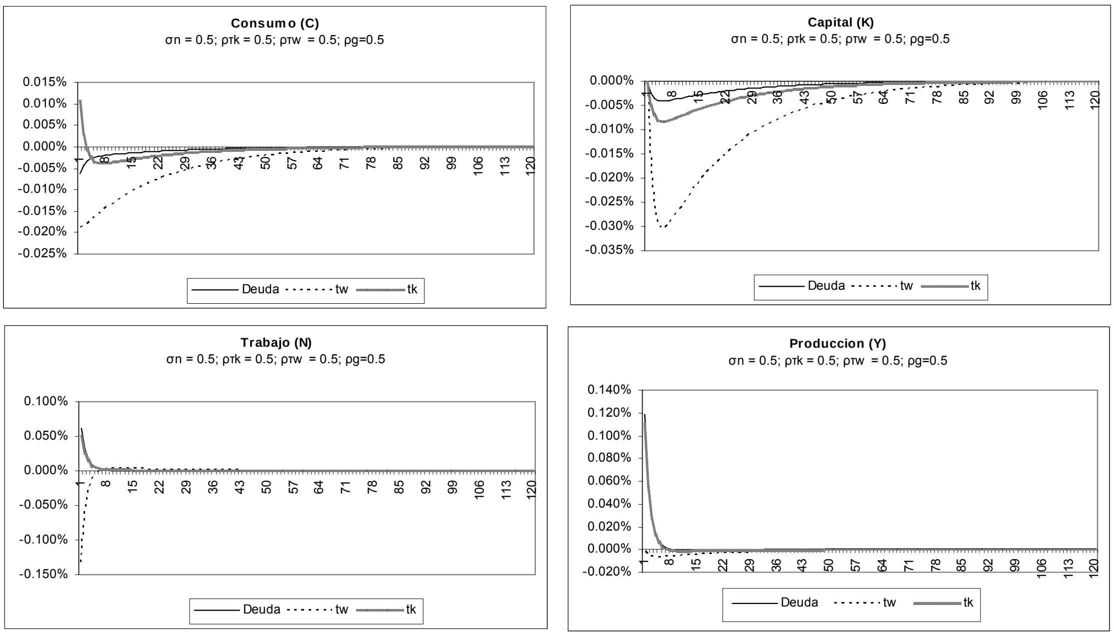
En segundo lugar, cuando el aumento en el gasto es financiado con τ_k, el efecto neto sobre la oferta laboral es positivo ($\psi_{n\tau_k} > 0$). Recordemos que esta elasticidad es el resultado de una combinación lineal entre la elasticidad del trabajo con respecto al gasto (financiado enteramente con deuda pública - a_{ng}) y la elasticidad con respecto a τ_k ($a_{n\tau_k}$). La primera arroja un efecto positivo sobre el trabajo, como se mencionó en el párrafo anterior, mientras que la segunda implica un efecto negativo de τ_k sobre el trabajo. Esta última elasticidad es, a su vez, resultado de un efecto renta que aumenta el trabajo, ya que el agente busca compensar su renta (impactada negativamente por la pérdida de rentabilidad del ahorro), y un efecto sustitución que se refleja en una disminución de la oferta laboral (asociada al desincentivo por la pérdida de rentabilidad de su esfuerzo). Nuevamente, el efecto sustitución domina sobre el efecto renta y de aquí que el signo de $a_{n\tau_k}$ sea negativo. Ahora, el hecho que el efecto neto de un gasto financiado totalmente con τ_k ($\psi_{n\tau_k}$) sea positivo, es el resultado de que a_{ng} sea mayor que el efecto del aumento necesario en τ_k para financiar el incremento en el gasto ($a_{n\tau_k} \times 4.2702$). Se debe tener presente que en gran parte este resultado obedece al papel de la externalidad positiva que ejerce el gasto público sobre la producción.

Por último, cuando el aumento en el gasto es financiado con τ_w, la elasticidad del trabajo es negativa ($\psi_{n\tau_w}$). En este caso, el efecto sustitución del aumento necesario en τ_w para financiar el incremento en el gasto ($a_{n\tau_w} \times 1.1472$), el cual desincentiva la oferta laboral, domina sobre el efecto positivo que tiene la financiación con deuda pública sobre el trabajo ($a_{ng} = \psi_{nd}$). El acontecimiento está asociado a la estructura productiva de la economía en cuestión y la gran pérdida relativa que evidencian los trabajadores ante perturbaciones positivas de la tasa impositiva.

La estructura productiva implica que haya, un aumento en la producción cuando el gasto es financiado con deuda o cuando es financiado con impuestos a los ingresos de capital, siendo más expansiva la primera que la segunda, pero hay una contracción cuando se financia con τ_w (ver gráfica 3.1).

Gráfico 3.1 Efecto de la financiación del gasto público. Evolución trimestral.

[8] Ver ecuación (10)



F

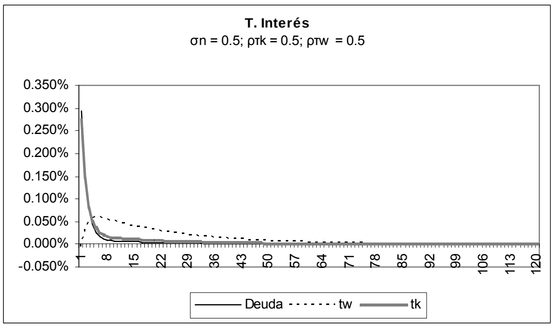
Fuente. Cálculos de los autores.

Con relación al consumo, cuando el gasto público es financiado con deuda hay una expulsión del consumo privado ($\psi_{cd} < 0$). Esto se debe a que, dada la emisión de deuda, la rentabilidad asociada a ésta se incrementa, lo cual implica que las ganancias del ahorro presente se eleven y que, por lo tanto, los agentes reducen su consumo presente. Además, el agente prevé racionalmente que esta nueva deuda implicará un aumento de los impuestos en el futuro, por lo que querrá sacrificar consumo presente para estabilizar su senda de consumo en el tiempo.

Ahora, cuando el mayor gasto es financiado con τ_k, el consumo aumenta ($\psi_{c\tau_k} > 0$), mientras que cuando es financiado con τ_w, disminuye ($\psi_{c\tau_w} < 0$). Con relación a τ_k, se debe a que el efecto positivo sobre el consumo del aumento necesario en τ_k para financiar el gasto ($a_{c\tau_k} \times 4.2702$) es mayor que el impacto negativo de una financiación con deuda (ψ_{cd}). Recordemos que el consumo es mayor ante incrementos en τ_k porque el agente privado desea consumir mas hoy para evadir el gravamen futuro a los ingresos provenientes de su ahorro presente. Con relación a τ_w, se explica porque el efecto negativo sobre el consumo del aumento necesario en este impuesto para financiar el gasto ($a_{c\tau_w} \times 1.1472$), refuerza el impacto negativo de una financiación con deuda (ψ_{cd}).

Por último, los efectos sobre la inversión de la financiación del gasto público con deuda, τ_k o τ_w son negativos ($\psi_{k\cdot} < 0$). Esto quiere decir que el aumento en el gasto genera un efecto expulsión de la inversión sin importar su forma de financiación, a pesar de que, en algunos casos, exista una expansión en el trabajo y en la producción. Esto es congruente con un incremento en la tasa de interés real de la economía que implica un incremento en la productividad marginal del capital y que obedece a una reducción del stock de capital, dada la hipótesis de rendimientos marginales decrecientes, (ver gráfico 3.2).

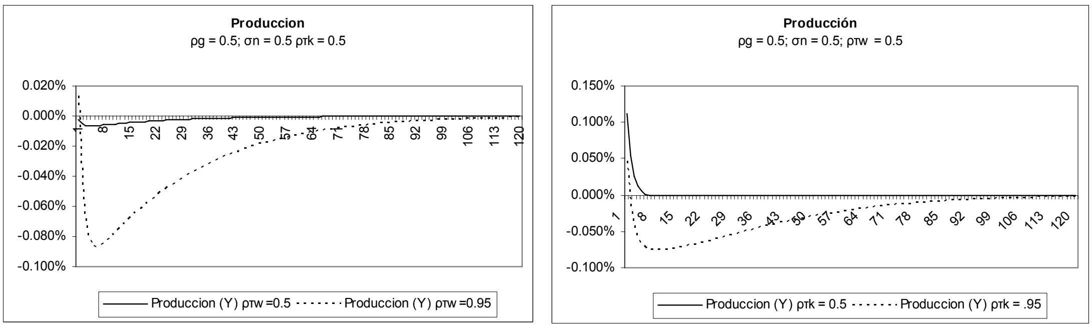
Gráfico 3.2 Efecto de la financiación del gasto público sobre la tasa de interés real. Evolución trimestral.



Fuente. Cálculos de los autores.

En los escenarios 2 y 3 de la tabla 3.1 se presentan las elasticidades cuando los impuestos son mas persistentes (ρ_{τ_w}, ρ_{τ_k} = 0,95). Cuando τ_w es más persistente, los agentes sustituyen en menor grado trabajo por ocio para tener más capacidad de ahorro y mantener estable su senda de ingreso después de impuestos. Por lo tanto, este menor efecto sobre la oferta laboral permite que predomine el efecto expansivo del aumento en el gasto y, como consecuencia, la producción aumenta instantáneamente ($\psi_{y\tau_w} > 0$); situación que no se observa cuando el impuesto laboral no es tan persistente. Sin embargo, el hecho que el impuesto sobre el salario perdure mas en el tiempo, se traduce en el mediano y largo plazo en un efecto recesivo mucho mayor que cuando no es tan persistente (ver gráfica 3.3). La capacidad de previsión de los agentes con respecto a la menor senda temporal del ingreso laboral futuro, los induce a reducir sustancialmente el consumo con miras a mantener una senda estable a través del tiempo de dicho rubro.

Gráfico 3.3.Ajuste de la producción ante un choque del 1% sobre el gasto público financiado con impuestos al salario (izquierda) y con impuestos a los ingresos de capital (derecha). Evolución trimestral.



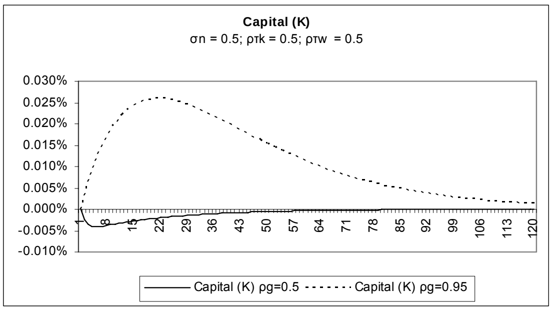
Fuente. Cálculos de los autores.

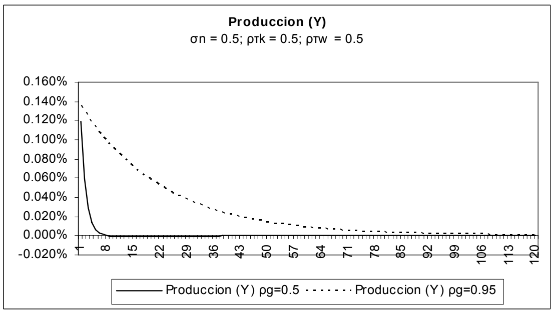
Cuando τ_k se hace mas persistente se presenta una contracción de la oferta laboral ($\psi_{n\tau_k} < 0$), por lo que la expansión en la producción es menor y la acumulación de capital en el siguiente periodo cae aún mas. En este caso, el efecto aun mas negativo de τ_k sobre el trabajo domina al efecto positivo del incremento en el gasto público, es decir, un incremento en el parámetro de persistencia de la política impositiva implica que el efecto sustitución domina sobre el efecto renta en las decisiones laborales de los agentes. Esto se debe a que la reducción de la rentabilidad del ahorro presente desincentiva de tal forma a los agentes que los induce a ofrecer menos horas laborales y a incrementar enormemente el consumo actual. Sin embargo, el hecho que la política sea más persistente hace que la producción caiga a partir del periodo siguiente y de una forma sostenida por un largo periodo de tiempo (ver gráfico 3.3).

En el escenario 4 se presentan los efectos de un aumento del gasto público cuando la oferta laboral es más elástica ante variaciones en el salario ($\sigma_n = 2$). Se observa que los efectos absolutos sobre el trabajo y la producción son mayores que cuando la oferta laboral es menos elástica, lo cual es lógico pues el agente privado está más dispuesto a realizar una sustitución mayor trabajo-ocio. Por esta razón, cuando el efecto sobre el trabajo y la producción es positivo (o sea, cuando se financia con deuda o con τ_k), se logra acumular capital en el periodo siguiente ($\psi_{kd} > 0$) si el aumento en el gasto se financia con deuda, o cae en una menor proporción si es financiado con τ_k . Se debe recordar que las decisiones de inversión de los agentes dependen de la tasa de interés real y de los ingresos disponibles; en el caso de la financiación vía deuda, el incremento de la producción es tal que los agentes deciden incrementar la inversión, pese al incremento en la tasa de interés real. Finalmente, cuando el efecto sobre el trabajo y la producción es negativo (financiación con τ_w), la formación de capital se disminuye aun mas, debido a la alta sensibilidad de los trabajadores.

Dado el caso en que el parámetro de persistencia del gasto - ρ_g - sea mayor (ver escenario 5 de la tabla 3.1) el efecto del gasto público sobre la economía es mas expansivo y a su vez expulsa mas consumo privado presente; dado el elevado parámetro de persistencia, los agentes prevén un menor ingreso disponible en el futuro, lo cual los induce a reducir su consumo presente con el propósito de conservar sendas estables. Además, la elevada deuda que se evidencia en el primer caso, implica un incremento significativo de la tasa de interés y por consiguiente una mayor rentabilidad del ahorro. El efecto expulsión sobre el consumo permite una mayor formación de capital, hasta el punto, inclusive, de no expulsar inversión privada cuando el aumento del gasto público es financiado con deuda o con impuestos a los ingresos de capital ($\psi_{kd},\ \psi_{k\tau_k} > 0$) (ver gráfico 3.4).

Gráfico 3.4 Ajuste de la producción y la inversión ante un choque del 1% en el gasto público financiado con deuda - Evolución trimestral





Fuente. Cálculos de los autores.

Finalmente, recordemos que el modelo incluye una externalidad positiva del gasto público sobre la producción. Ahora, si esta externalidad se elimina del modelo ($\varphi = 0$), el efecto positivo del gasto sobre la oferta laboral y la producción es menor que en los escenarios anteriores y acentúa la desacumulación de capital en el período siguiente (ver escenario 6 de la tabla 3.1). Además, se puede evidenciar una mayor expulsión de consumo privado dada la menor disponibilidad de ingresos.

CONCLUSIONES

En este trabajo se estudian los efectos macroeconómicos de la financiación del déficit público a través de la emisión de deuda pública y de impuestos distorsionadores, uno a los ingresos de capital y otro a los ingresos salariales, y teniendo en cuenta las posibles externalidades positivas del gasto público sobre la productividad y el cambio tecnológico. Específicamente se analizan los efectos de un aumento en el gasto público financiado totalmente con deuda, con impuestos a los ingresos de capital o impuestos a los ingresos salariales. Este análisis se realiza bajo el contexto de un modelo estocástico que permite variaciones en la elasticidad de la oferta laboral.

Se concluye que las financiaciones con deuda pública o con impuestos a los ingresos de capital pueden ser expansivas, dados los supuestos del modelo, ya que ejercen un impacto positivo sobre la oferta laboral y sobre la producción, mientras que cuando la financiación se hace con impuestos a los ingresos salariales, tanto el trabajo como la producción caen. Este resultado depende del grado de transitoriedad del aumento en las tasas impositivas, es decir, cuando este incremento es mas persistente, el efecto inmediato es una expansión de la producción, pero en los períodos siguientes el efecto se hace recesivo.

Adicionalmente, el aumento en el gasto del gobierno genera un efecto expulsión de la inversión privada sin importar como se financie, a pesar de que, en algunos casos, exista una expansión en el trabajo y en la producción, lo cual está asociado con un incremento en la tasa de interés real de la economía. Este resultado depende de la persistencia del incremento en el gasto público y del grado de elasticidad de la oferta laboral, pues cuando esta política es más persistente o la oferta laboral es más elástica, se puede lograr una acumulación de capital privado positiva, principalmente si se financia con deuda pública o con impuestos a los ingresos de capital, dado que el impacto positivo sobre el trabajo y la producción es de tal magnitud que los agentes deciden incrementar la inversión, así la tasa de interés real sea mayor.
También se observa que el incremento en el gasto público financiado con deuda o con impuestos al salario expulsa consumo privado, mientras que cuando es financiado con impuestos a los ingresos de capital el efecto sobre el consumo es positivo. Lo primero se debe a que las ganancias del ahorro presente son mayores ante el incremento en la tasa de interés y, por lo tanto, hay mayores incentivos para sustituir consumo presente por futuro. Lo segundo se explica porque el incentivo que tiene el agente privado a sustituir consumo futuro por presente y, de esta forma evitar el posterior gravamen a sus ahorros (en el caso que el choque sobre los impuestos a los ingresos de capital no sea transitorio), domina el efecto negativo que tiene el aumento del gasto del gobierno sobre el consumo actual.

Finalmente, se debe tener presente que los resultados anteriores están asociados a la estructura de la economía en cuestión y a la gran pérdida relativa que evidencian los trabajadores ante perturbaciones positivas en la tasa impositiva a los ingresos laborales. Además, parte de estos efectos obedecen al papel de la externalidad positiva que ejerce el gasto público sobre la producción. En el caso que esta externalidad se elimine, el efecto positivo del gasto del gobierno sobre la oferta laboral y la producción sería menor y se acentuaría la desacumulación de capital y la expulsión de consumo privado.

Algunas extensiones al presente trabajo que enriquecerían el análisis de los efectos de la financiación de los déficit públicos, abarcarían la implementación de distintos modelos de series de tiempo asociados al gasto público y a las tasas impositivas que permitieran políticas fiscales un poco más representativas del comportamiento del ente gubernamental en la realidad, similares a los implementados en Dotsey (1994) y Dotsey y Mao (1997). Además, como lo sugiere Ludvigson

(1996), se podría llevar a cabo un análisis extensivo relacionado con los efectos de la financiación del déficit público sobre el bienestar de los agentes privados, similar al elaborado por McGrattan (1994). Otras posibles extensiones estarían relacionadas con modificaciones al modelo estocástico, por ejemplo, introduciendo tenencias reales de dinero en la función de utilidad del consumidor y considerando el caso de una economía abierta.

BIBLIOGRAFÍA

AIYAGARY, R., CHRISTIANO, L. y EICHENBAUM, M. 1992. The output, employment and interest rate effects of government consumption. Journal of Monetary Economics. No. 33, pp. 73-96.

AMBLER, S. 2002. Optimal time consistent taxation with overlapping generations. Working Paper No. 111. Universidad de Quebeq, Montreal.

ARGANDOÑA, A., GAMEZ, C. y MONCHON, F. 1996. Macroeconomía Avanzada I. Madrid, España. Mc Graw Hill.

BARRO, R. y SALA-i-MARTIN, X. 1999. Economic Growth. Primera edición. MIT Press.

BAXTER, M. y KING, R. 1993. Fiscal Policy in General Equilibrium. American Economic Review. Vol. 83, No. 3, pp. 315-334.

CAMPBELL, J. 1994. Inspecting the Mechanism: An analytical approach to the stochastic growth model. Journal of Monetary Economics. No. 33, pp. 463-506.

DOTSEY, M. 1994. Some unpleasant supply side arithmetic. Journal of Monetary Economics. No. 33, pp. 507-524.

________ y MAO, C. 1997. The effects of fiscal policy in a neoclassical growth model. Working Paper No. 97-8. Federal Reserve Bank of Richmond.

LUCAS, R. 1972. Expectations and the Neutrality of Money. Journal of Economic Theory. No. 4, pp. 103 – 124.

LUDVIGSON, S. 1996. The macroeconomics effects of government debt in a stochastic growth model. Journal of Monetary Economics. No. 38, pp. 25-45.

McGRATTAN, E. 1994. The Macroeconomic effect of distortionary taxation. Journal of Monetary Economics. No. 33, pp. 573 – 601.

MUTH, J. 1961. Rational Expectations and the Theory of Price Movements. Econometrica. No. 39, pp. 315 – 334.

POSADA, C. E. y GÓMEZ, W. 2002. Crecimiento económico y gasto público: un Modelo para el caso colombiano. Borradores de Economía, No. 218. Banco de la República.

PRESCOTT, E. 1986. Theory ahead of business cycle measurement. Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review. No. 10, pp. 9-22.

ROMER, D. 2001. Advanced Macroeconomics. Segunda edición. New York, Estados Unidos. McGraw-Hill.

SIMON, C. y BLUME, L. 1994. Mathematics for Economists. Primera edición. New York, Estados Unidos. W. W. Norton & Company, Inc.

ANEXO

En este anexo se muestra la solución del modelo presentado en el capítulo 2. Se describe la técnica utilizada para aproximar las ecuaciones no lineales presentes en el modelo y la solución de las elasticidades.

A. Solución del problema del consumidor:

Tomando las ecuaciones (2), (7) y (8), se obtiene la siguiente restricción del consumidor:

$$C_t = (1-\delta)K_t - K_{t+1} + (\pi_t N_t)^{\alpha-\gamma-\varphi} K_t^{1-\alpha+\gamma} G_t^{\varphi} - D_{t+1} + R_{t+1}^{g} D_t - \tau_{w,t} W_t N_t - \tau_{k,t} r_t K_t \qquad \text{(A1)}$$

Dada la anterior restricción, se plantea la función de Bellman correspondiente al problema de maximización de este agente, utilizando como variables estado K_t y D_t:

$$V(K_t, D_t) = Max\left\{ \ln C_t + \theta \frac{(1-N_t)^{1-\gamma_n}}{1-\gamma_n} + \beta E_t V(K_{t+1}, D_{t+1}) \right\} \qquad \text{(A2)}$$

Introduciendo la ecuación (A1) en (A2) y derivando esta última con respecto a las variables control K_{t+1}, D_{t+1} y N_t, se obtienen las condiciones de primer orden planteadas en las ecuaciones (11), (12) y (13).

B. Proceso de log–linealización y solución del modelo:

En el proceso de loglinealización se toman logaritmos de las ecuaciones del modelo y se hallan aproximaciones de Taylor de primer orden para las expresiones resultantes alrededor del estado estacionario en el logaritmo de las variables relevantes. En este proceso se utilizan los resultados en estado estacionario de la sección 2.2.[9]

De la loglinealización de la ecuación (11), se obtiene la siguiente expresión:

$$-\tilde{C}_t = E_t\left[\tilde{Z}_{t+1}\right] \qquad \text{(A3)}$$

donde,

$$\tilde{Z}_{t+1} = \tilde{R}_{t+1} - \tilde{C}_{t+1} \qquad \text{(A4)}$$

Como se había definido anteriormente, las variables con el símbolo (˜) denotan la diferencia entre el logaritmo de la variable y el logaritmo de su valor en estado estacionario. Además, para obtener la ecuación (A3), se utiliza una propiedad de la distribución lognormal, utilizada en Ludvigson (1996), Campbell (1994) y Romer (2001). Esta propiedad sugiere que si una variable aleatoria X_t sigue una distribución lognormal, entonces, $\log(E_t X_{t+1}) \approx E_t \log(X_{t+1}) + (1/2) Var_t \log(X_{t+1})$.

[9] El proceso detallado de loglinealización se muestra en el capítulo 4 de Romer (2001). El lector también se puede referir al apéndice matemático de Barro y Sala-i-Martin (1999) y a Simon y Blume (1994).

Asumiendo que las variables de las ecuaciones (11) a (13) siguen una distribución conjunta lognormal y homoscedástica,[10] al tomar logaritmos de la ecuación (11), se obtiene que:

$$-\log\left(C_t\right)=\log\left(\beta\right)+E_t\left[\log\left(Z_{t+1}\right)\right]+1/2 Var\log\left(Z_{t+1}\right),\qquad Z_{t+1}=R_{t+1}/C_{t+1}$$

Y dado que β y $Var\log\left(Z_{t+1}\right)$ son constantes, la aproximación de Taylor de primer orden alrededor del estado estacionario de esta expresión en el logaritmo de C_t y Z_{t+1}, da como resultado la ecuación (A3).

Ahora, para obtener una expresión asociada a $\tilde{R}_{t+1}$, se loglinealiza la ecuación (14), utilizando, además, las ecuaciones (7) y (9). Y dado que la relación en (21) se cumple para cualquier periodo, las expresiones para $\tilde{R}_{t+1}$ y $\tilde{C}_{t+1}$ son las siguientes:

$$\tilde{R}_{t+1}=\xi_1\tilde{K}_{t+1}+\xi_2\tilde{N}_{t+1}+\xi_3\tilde{G}_{t+1}+\xi_4\tilde{\tau}_{k,t+1} \tag{A5}$$
$$\tilde{C}_{t+1}=a_{ck}\tilde{K}_{t+1}+a_{cg}\tilde{G}_{t+1}+a_{cd}\tilde{D}_{t+1}+a_{c\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t+1}+a_{c\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t+1} \tag{A6}$$

donde,

$$\xi_1=\frac{1}{R}\left[\left(\gamma-\alpha\right)\left(r+\delta\right)\left(1-\tau_k\right)\right];\qquad \xi_2=\frac{1}{R}\left[\left(\alpha-\gamma-\varphi\right)\left(r+\delta\right)\left(1-\tau_k\right)\right]$$
$$\xi_3=\frac{1}{R}\left[\varphi\left(r+\delta\right)\left(1-\tau_k\right)\right];\qquad \xi_4=-\frac{r\tau_k}{R}$$

Utilizando (A5), (A6) y (22) para resolver (A4) se obtiene la siguiente ecuación para $\tilde{Z}_{t+1}$:

$$\tilde{Z}_{t+1}=\gamma_1\tilde{K}_{t+1}+\gamma_2\tilde{G}_{t+1}+\gamma_3\tilde{D}_{t+1}+\gamma_4\tilde{\tau}_{k,t+1}+\gamma_5\tilde{\tau}_{w,t+1} \tag{A7}$$

donde,

$$\gamma_1=\xi_1+\xi_2 a_{nk}-a_{ck};\qquad \gamma_2=\xi_2 a_{ng}+\xi_3-a_{cg};\qquad \gamma_3=\xi_2 a_{nd}-a_{cd}$$
$$\gamma_4=\xi_2 a_{n\tau_k}+\xi_4-a_{c\tau_k};\qquad \gamma_5=\xi_2 a_{n\tau_w}-a_{c\tau_w}$$

Dada la ecuación (A7), lo que se necesita son expresiones para las variables endógenas $\tilde{K}_{t+1}$ y $\tilde{D}_{t+1}$, de modo que se puedan eliminar de esta ecuación.

La expresión para $\tilde{K}_{t+1}$ se obtiene log–linealizando la ecuación (2):

$$\tilde{K}_{t+1}=\lambda_1\tilde{K}_t+\lambda_2\tilde{N}_t+\lambda_3\tilde{G}_t+\lambda_4\tilde{C}_t \tag{A8}$$

---

[10] De acuerdo a Campbell (1994), el supuesto que las variables en la ecuaciones (11) a (13) sean conjuntamente lognormales y homoscedásticas es consistente con un choque lognormal y homoscedástico en la productividad y con la aproximación propuesta en este trabajo para resolver el modelo.

Donde,

$$\lambda_1 = \frac{1+r}{1+g}; \qquad \lambda_2 = \frac{(\alpha-\gamma-\varphi)(r+\delta)}{(1+g)(1-\alpha+\gamma)}; \qquad \lambda_3 = \frac{\left(\varphi - G/_{Y}\right)(r+\delta)}{(1+g)(1-\alpha+\gamma)};$$

$$\lambda_4 = 1-\lambda_1-\lambda_2-\lambda_3$$

De forma similar, se loglinealiza la ecuación (8) para expresar $\tilde{D}_{t+1}$ de la siguiente forma:

$$\tilde{D}_{t+1} = \phi_1\tilde{K}_t + \phi_2\tilde{N}_t + \phi_3\tilde{G}_t + \phi_4\tilde{\tau}_{k,t} + \phi_5\tilde{\tau}_{w,t} + \phi_6\left(\tilde{R}^g_{t+1} + \tilde{D}_t\right) \tag{A9}$$

Donde,

$$\phi_1 = -\frac{Y}{D}\left\{\frac{(1-\alpha+\gamma)(\alpha-\gamma-\varphi)\tau_w}{(1+g)} + \frac{(1-\alpha+\gamma)\tau_k}{(r+\delta)(1+g)}\Big[(r+\delta)(1-\alpha+\gamma)-\delta\Big]\right\};$$

$$\phi_2 = -\frac{Y}{D(1+g)}\Big[(\alpha-\gamma-\varphi)^2\tau_w + (1-\alpha+\gamma)(\alpha-\gamma-\varphi)\tau_k\Big];$$

$$\phi_3 = \frac{G}{D(1+g)} - \frac{Y}{D(1+g)}\Big[\varphi(\alpha-\gamma-\varphi)\tau_w + \varphi(1-\alpha+\gamma)\tau_k\Big];$$

$$\phi_4 = -\frac{(1-\alpha+\gamma)r\tau_k}{(r+\delta)(1+g)} Y/_{D};$$

$$\phi_5 = -\frac{(\alpha-\gamma-\varphi)\tau_w}{(1+g)} Y/_{D}; \qquad \phi_6 = \frac{1+r(1-\tau_k)}{(1+g)}$$

De las condiciones de primer orden (11) y (12), y por el supuesto de lognormalidad y homoscedasticidad, se tiene que $E_t\left(\tilde{R}^g_{t+2}\right) = E_t\left(\tilde{R}_{t+1}\right)$. Utilizando este resultado junto con las ecuaciones (28) a (30) para los procesos que siguen el gasto público y las tasas impositivas, al tomar esperanza en (A7), dados los resultados de (A8) y (A9), se llega a la siguiente expresión:

$$E_t\tilde{Z}_{t+1} = \gamma_{zk}\tilde{K}_t + \gamma_{zg}\tilde{G}_t + \gamma_{zd}\tilde{D}_t + \gamma_{z\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + \gamma_{z\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} \tag{A10}$$

Donde,

$$\gamma_{zk} = \gamma_1\lambda_1 + \gamma_6 a_{nk} + \gamma_1\lambda_4 a_{ck} + \gamma_3\phi_1 + \gamma_3\phi_6\xi_1;$$

$$\gamma_{zg} = \gamma_1\lambda_3 + \gamma_6 a_{ng} + \gamma_1\lambda_4 a_{cg} + \gamma_2\rho_g + \gamma_3\phi_3 + \gamma_3\phi_6\xi_3;$$

$$\gamma_{zd} = \gamma_6 a_{nd} + \gamma_1\lambda_4 a_{cd} + \gamma_3\phi_6;$$

$$\gamma_{z\tau_k} = \gamma_6 a_{n\tau_k} + \gamma_1\lambda_4 a_{c\tau_k} + \gamma_4\rho_{\tau_k} + \gamma_3\phi_4 + \gamma_3\phi_6\xi_4;$$

$$\gamma_{z\tau w} = \gamma_6 a_{n\tau_w} + \gamma_1\lambda_4 a_{c\tau_w} + \gamma_5\rho_{\tau_w} + \gamma_3\phi_5;$$

Y con $\gamma_6 = \gamma_1\lambda_2 + \gamma_3\left(\phi_2 + \phi_6\xi_2\right)$

Por último, utilizando el método de coeficientes indeterminados para resolver (A3), se obtienen las primeras cinco restricciones para determinar las elasticidades en (21) y (22):

$a_{ck} + \gamma_{zk} = 0$; $a_{c\tau_k} + \gamma_{z\tau_k} = 0$;

$a_{cg} + \gamma_{zg} = 0$; $a_{c\tau_w} + \gamma_{z\tau_w} = 0$;

$a_{cd} + \gamma_{zd} = 0$;

De igual forma, se loglinealiza la ecuación (13):

$$\tilde{C}_t + \sigma \tilde{N}_t = \left(1 - \alpha + \gamma\right) \tilde{K}_t + \varphi \tilde{G}_t - \frac{\tau_w}{1 - \tau_w} \tau_{w,t} \qquad \text{(A11)}$$

donde,

$$\sigma = \gamma_n \frac{N}{1 - N} + \left(1 - \alpha + \gamma + \varphi\right)$$

Igualando los coeficientes de las variables correspondientes en ambos lados de la ecuación (A11), se obtienen las otras cinco condiciones para hallar las elasticidades en (21) y (22):

$a_{ck} + \sigma a_{nk} - \left(1 - \alpha + \gamma\right) = 0$; $a_{c\tau_k} + \sigma a_{n\tau_k} = 0$;

$a_{cg} + \sigma a_{ng} - \varphi = 0$; $a_{c\tau_w} + \sigma a_{n\tau_w} + \frac{\tau_w}{1 - \tau_w} = 0$;

$a_{cd} + \sigma a_{nd} = 0$

Para resolver las elasticidades del modelo, cumpliendo con las diez condiciones no lineales planteadas anteriormente, se utilizo la función "fsolve" de Matlab, teniendo en cuenta, de acuerdo a Ludvigson (1996), que en la solución del sistema se obtuviera una raíz positiva para a_{ck} y una negativa para a_{rk}.

Finalmente, partiendo de las elasticidades en (21) y (22), se obtienen las ecuaciones loglinealizadas para la producción, tasa de interés y salario en *t*, y para la deuda pública y el capital en *t + 1*.

De la ecuación (7), se obtiene:

$$\tilde{Y}_t = a_{yk} \tilde{K}_t + a_{yg} \tilde{G}_t + a_{yd} \tilde{D}_t + a_{y\tau_k} \tilde{\tau}_{k,t} + a_{y\tau_w} \tilde{\tau}_{w,t} \qquad \text{(A12)}$$

donde,

$a_{yk} = \left(\alpha - \gamma + \varphi\right) a_{nk} + \left(1 - \alpha + \gamma\right)$; $a_{y\tau_k} = \left(\alpha - \gamma - \varphi\right) a_{n\tau_k}$

$a_{yg} = \left(\alpha - \gamma - \varphi\right) a_{ng} + \varphi$; $a_{y\tau_w} = \left(\alpha - \gamma - \varphi\right) a_{n\tau_w}$

$a_{yd} = \left(\alpha - \gamma - \varphi\right) a_{nd}$

Loglinealizando la ecuación (9), se logra la siguiente expresión para la tasa de interés:

$$\tilde{r}_t = a_{rk} \tilde{K}_t + a_{rg} \tilde{G}_t + a_{rd} \tilde{D}_t + a_{r\tau_k} \tilde{\tau}_{k,t} + a_{r\tau_w} \tilde{\tau}_{w,t} \qquad \text{(A13)}$$

donde,

$$a_{rk} = \frac{(-\alpha+\gamma)(r+\delta)}{r} + \frac{(\alpha-\gamma-\varphi)(r+\delta)}{r} a_{nk}\ ; \quad a_{rg} = \frac{\gamma(r+\delta)}{r} + \frac{(\alpha-\gamma-\varphi)(r+\delta)}{r} a_{ng}$$

$$a_{rd} = \frac{(\alpha-\gamma-\varphi)(r+\delta)}{r} a_{nd}\ ; \qquad a_{r\tau_k} = \frac{(\alpha-\gamma-\varphi)(r+\delta)}{r} a_{n\tau_k}\ ;$$

$$a_{r\tau_w} = \frac{(\alpha-\gamma-\varphi)(r+\delta)}{r} a_{n\tau_w}$$

De igual forma, se loglinealiza la ecuación (10):

$$\tilde{W}_t = a_{wk}\tilde{K}_t + a_{wg}\tilde{G}_t + a_{wd}\tilde{D}_t + a_{w\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{w\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} \tag{A14}$$

donde,

$$a_{wk} = (\alpha-\gamma-\varphi)a_{nk} + (1-\alpha+\gamma)\ ; \qquad a_{wg} = (\alpha-\gamma-\varphi-1)a_{ng} + \varphi\ ;$$

$$a_{wd} = (\alpha-\gamma-\varphi-1)a_{nd}\ ; \qquad a_{w\tau_k} = (\alpha-\gamma-\varphi-1)a_{n\tau_k}\ ;$$

$$a_{w\tau_w} = (\alpha-\gamma-\varphi-1)a_{n\tau_w}$$

Empleando la ecuación (A9) y el hecho que $E_t\left(\tilde{R}^g_{t+2}\right) = E_t\left(\tilde{R}_{t+1}\right)$, se halla la siguiente expresión para $\tilde{D}_{t+1}$:

$$\tilde{D}_{t+1} = a_{dk}\tilde{K}_t + a_{dg}\tilde{G}_t + a_{dd}\tilde{D}_t + a_{d\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{d\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} \tag{A15}$$

donde,

$$a_{dk} = \phi_1 + \phi_6\xi_1 + a_{nk}\left(\phi_2 + \phi_6\xi_2\right); \qquad a_{dg} = \phi_3 + \phi_6\xi_3 + a_{ng}\left(\phi_2 + \phi_6\xi_2\right);$$

$$a_{dd} = \phi_6 + a_{nd}\left(\phi_2 + \phi_6\xi_2\right); \qquad a_{d\tau_k} = \phi_4 + \phi_6\xi_4 + a_{n\tau_k}\left(\phi_2 + \phi_6\xi_2\right);$$

$$a_{d\tau_w} = \phi_5 + a_{n\tau_w}\left(\phi_2 + \phi_6\xi_2\right);$$

Finalmente, utilizando la ecuación (A8) se obtiene una expresión general para las desviaciones del estado estacionario del acervo de capital en el periodo *t + 1*:

$$\tilde{K}_{t+1} = a_{kk}\tilde{K}_t + a_{kg}\tilde{G}_t + a_{kd}\tilde{D}_t + a_{k\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{k\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} \tag{A16}$$

donde,

$$a_{kk} = \lambda_1 + a_{nk}\lambda_2 + a_{ck}\lambda_4\ ; \qquad a_{kg} = \lambda_3 + a_{ng}\lambda_2 + a_{cg}\lambda_4\ ;$$

$$a_{kd} = a_{nd}\lambda_2 + a_{cd}\lambda_4\ ; \qquad a_{k\tau_k} = a_{n\tau_k}\lambda_2 + a_{c\tau_k}\lambda_4\ ;$$

$$a_{k\tau_w} = a_{n\tau_w}\lambda_2 + a_{c\tau_w}\lambda_4$$