V Congreso internacional virtual sobre La Educación en el Siglo XXI (marzo 2020)

MODELACIÓN MATEMÁTICA: UNA CAPACIDAD REQUERIDA EN LA FORMACIÓN PROFESIONAL DE INGENIEROS INDUSTRIALES EN MÉXICO Y LAS TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN Y COMUNICACIÓN COMO UNA HERRAMIENTA PARA SU APRENDIZAJE FUNDAMENTADO EN LA DIDÁCTICA Y EL CONSTRUCTIVISMO

Mtra. Silvia Melbi Gaona Jiménez
Universidad Autónoma de Querétaro
silvia.gaona.jimenez@hotmail.com

Dra. Sandra Luz Guerrero Ramírez
Universidad Autónoma de Querétaro
sandra.luz.guerrero@uaq.mx

Dra. Vanesa del Carmen Muriel Amezcua
Universidad Autónoma de Querétaro
vanesa.muriel@uaq.mx

Dra. Ma. Teresa García Ramírez
Universidad Autónoma de Querétaro
teregar@uaq.mx[1]

RESUMEN

En este trabajo se aborda la necesidad de desarrollar la capacidad de la modelación matemática en los ingenieros industriales en formación en México, potenciando sus habilidades cognitivas de evaluación, deducción, inducción, abstracción, interpretación y aplicación, de forma que sean capaces de resolver problemas de alta complejidad del mundo real. La modelación matemática generalmente aborda problemas abiertos, lo cual implica trabajar con supuestos y estimaciones, en escenarios de incertidumbre, con varias alternativas para llegar a las soluciones, no necesariamente únicas. Desde hace 20 años, México

1

Dra. Sandra Luz Guerrero Ramírez. Profesora investigadora de tiempo completo de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro. Tiene un doctorado en Gestión Tecnológica e Innovación. Tiene experiencia en Tecnologías de la Información y Multimedios. Es participante del proyecto “Uso de la gestión de la información (T.I.) y la Gestión del Conocimiento (G.C.) en la creatividad de los expertos de una industria automotriz”. Correo electrónico: sandra.luz.guerrero@uaq.mx

Dra. Vanesa del Carmen Muriel Amezcua. Profesora investigadora de tiempo completo de la Universidad Autónoma de Querétaro. Tiene un doctorado en educación, especialidad en comunicación. Ha sido coordinadora de Asuntos Académicos del Consejo Nacional para la Enseñanza y la investigación de las Ciencias de la Comunicación (CONEICC). Correo electrónico: vanesa.muriel@uaq.mx

Dra. Ma. Teresa García Ramírez. Ingeniera química en procesos, tiene una maestría en ciencias computacionales y un doctorado en Tecnología Avanzada. Profesora investigadora de tiempo completo de la Facultad de Informática de la Universidad Autónoma de Querétaro. Tiene experiencia en el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación. Correo electrónico: teregar@uaq.mx

Mtra. Silvia Melbi Gaona Jiménez. Tiene una maestría en Administración con especialidad en finanzas. Actualmente es alumna doctorante de la Facultad de Informática de la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ). Correo electrónico: silvia.gaona.jimenez@hotmail.com

tiene uno de los niveles educativos con mayor área de oportunidad, entre las naciones integrantes de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), según los resultados del Informe PISA (Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes), la prueba estandarizada internacional sobre educación. La más reciente evaluación en este sentido fue en el año 2018, los alumnos mexicanos no aprobaron en ninguna de los campos de ciencia, lectura o matemáticas. El promedio para México en ciencia fue de 419, en comparación con el promedio OCDE de 489, es decir 70 puntos abajo. El promedio en lectura para México fue de 420 en comparación con el promedio OCDE de 487, esto significa 67 puntos abajo. El promedio en matemáticas para México fue de 409 en comparación de 489 de la OCDE, lo cual implica 80 puntos abajo.

En este trabajo, en complemento de los referentes teóricos, se realizó un diagnóstico preliminar con el propósito de tener un referente empírico de desempeño. Se trabajó con una muestra de 29 estudiantes de ingeniería industrial de una universidad mexicana, dentro de un proceso metodológico que abarcará el diagnóstico, análisis, intervención y evaluación. Se valorará, de manera preliminar, la posibilidad de que las Tecnologías de Información pudieran coadyuvar para lograr un aprendizaje eficaz y eficiente de la modelación matemática que fortalezca el perfil de los egresados para una mejor inserción en el campo laboral, resolviendo problemas industriales reales.

PALABRAS CLAVE: modelación matemática, ingenieros industriales, capacidad intelectual, habilidades cognitivas.

ABSTRACT

This paper addresses the need to develop the capacity of mathematical modeling in industrial engineers being trained in Mexico, enhancing their cognitive skills of evaluation, deduction, induction, abstraction, interpretation and application, so that students be able to solve high complexity problems of the real world. Mathematical modeling generally addresses open problems, which involves to work with assumptions and estimates, in scenarios of uncertainty, with several alternatives in order to get the solution of the problem, not necessarily

unique. For 20 years, Mexico has one of the lowest educational performance among the members of the Organization for Economic Cooperation and Development (OECD), according to the results of the PISA (Program for International Student Assessment), the international standardized test on education. The most recent evaluation in this regard was in 2018, mexican students did not get a desirable performance in any of the fields of science, reading or mathematics. The average for Mexico in science was 419, compared to the OECD average of 489, 70 points below. The average in reading skills for Mexico was 420 compared to the OECD average of 487, this means 67 points below. The average in mathematics for Mexico was 409 compared to 489 for the OECD, which implies 80 points below.

In this work, in addition to the theoretical references, a preliminary diagnosis was done with the purpose of having a performance reference of a sample of 29 students of industrial engineering from a mexican university, in order to generate empirical data within a methodological process that will cover diagnosis, analysis, intervention and evaluation. It will be assessed, in a preliminary way, the possibility that Information Technologies could contribute to achieve an effective and efficient learning of mathematical modeling that strengthens the profile of graduates for a better insertion in the labor field, solving real industrial problems.

1.- INTRODUCCIÓN

La prueba PISA es un instrumento estandarizado que mide el nivel de rendimiento académico de los sistemas educativos de los países pertenecientes a la OCDE, entre los que se ubica México. Es bien conocido que de manera sistemática, el sistema educativo mexicano se ha desempeñado en las tres áreas evaluadas y, en específico, en matemáticas, por debajo de la media OCDE. Este hecho refleja directamente el nivel de rendimiento de los estudiantes que transitan de nivel medio superior a superior, que es en el cual se ubica este trabajo. Los instrumentos de evaluación de la prueba PISA consideran entre los reactivos, la capacidad de modelado matemático.

El modelado matemático es una capacidad requerida en el perfil de egreso de los ingenieros industriales en México y a nivel internacional. En la resolución tradicional de problemas matemáticos, generalmente se parte de problemas ficticios o descontextualizados y para su solución se aplican procedimientos y técnicas predefinidos y probados, para obtener una solución única. En contraste, el proceso de modelación matemática parte de problemas lo más reales posibles y no hay procedimientos predefinidos para su solución ni su implementación a la realidad.

En el caso de la modelación matemática puede haber una o varias soluciones y más de un método para solucionar el problema. La modelación matemática se aplica en áreas de la ingeniería industrial como administración de la producción, control estadístico de la calidad, toma de decisiones, investigación de operaciones, inventarios y almacenes, planificación y asignación de tareas, distribución y logística, entre otras.

2.- DESARROLLO

2.1 - CARACTERÍSTICAS DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

En la tabla 1 se comparan las características del enfoque de la modelación matemática respecto a la resolución tradicional de problemas matemáticos.

Tabla 1. Actividades de modelación matemática en comparación con actividades de resolución tradicional de problemas matemáticos

Actividades de modelación matemática	**Actividades de resolución tradicional de problemas matemáticos**
Contiene componentes genuinos y los utiliza de forma organizada	Pudiera tener ajustes que son irreales en la vida real
La configuración del problema es consistente con la vida real	No son vistos como problemas en realidad
El escenario de la acción ayuda a hacer referencia a los hallazgos en la vida real	Los problemas son hechos por la situación de una estructura matemática
Se abordan situaciones que pudieran enfrentarse en la vida real con alguna frecuencia	Se abordan problemas que generalmente no se hacen frente en la vida real
Profesores y estudiantes organizan la información de forma autónoma	Los problemas se construyen con el objetivo de conducir a una investigación
Profesores y estudiantes usan sus hallazgos de la vida real para crear un problema	Los estudiantes resuelven los problemas sólo por la motivación de resolverlos
Las soluciones encontradas pueden ser utilizadas en la realidad	Los estudiantes resuelven los problemas para estar listos para los exámenes, ignorando referencias de la vida real
Las respuestas a los problemas de modelado son realmente importantes, es fácil establecer conexiones con otras situaciones y problemas	Las soluciones pudieran no ser útiles en situaciones de la vida real
Los problemas pueden ser reutilizables y generalizables	Los problemas y sus respuestas son adecuados para circunstancias especiales exclusivamente

Nota. Traducción de inglés a español. Fuente: (Ashim y Sahin, 2019:254)

Como puede observarse, para el caso de la Modelación Matemática, hay una constante que es la vida real como contexto del problema y el hecho de que no son problemas terminados, sino reutilizables y generalizables, además de que no necesariamente hay una única solución, ni está predefinida.

La figura 1, que se muestra a continuación, es una propuesta de los elementos, proceso y habilidades cognitivas requeridas en el proceso de modelación matemática.

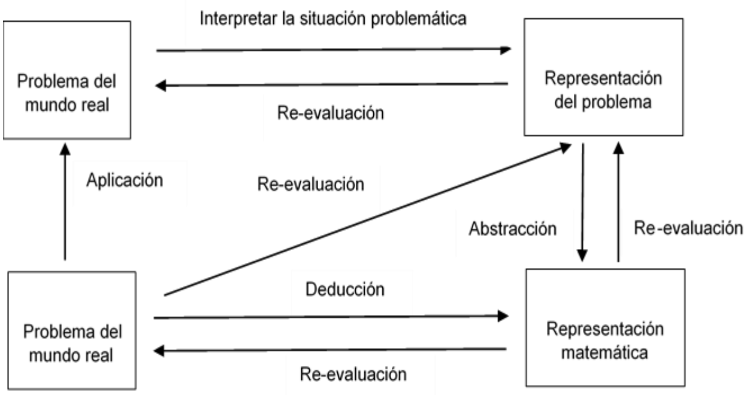

Figura 1. Un proceso general de modelación matemática
Nota.Traducción de inglés a español. Fuente: (Ashim y Sahin, 2019:253)

Evidentemente, en ambos casos, debe haber un proceso lógico coherente que respete teoremas, axiomas y postulados matemáticos. Un requerimiento del modelado matemático, adicional al enfoque tradicional es el trabajo con ciclos de modelado, pues el objetivo final no es resolver el problema, sino el desarrollo de habilidades cognitivas a través del proceso de modelado. Se espera que el estudiante genere propuestas de soluciones múltiples y que el docente realice intervenciones y retroalimente esas propuestas, para lo cual requiere de competencias docentes específicas como se muestra en la tabla 2.

> Las interacciones de los docentes con sus alumnos son importantes porque los alumnos son los modeladores de las lecciones, por lo tanto, las contribuciones de los estudiantes son indispensables en el modelado matemático. La participación de los estudiantes en las tareas genera muchas ideas matemáticas; esto requiere que los docentes tomen

decisiones sobre cómo abordar las ideas matemáticas de los estudiantes. (White, 2017:190) [2]

Tabla 2. Modelo de competencias docentes necesarias en la enseñanza de modelación matemática

Dimensión teórica	Ciclos de modelado Objetivos y perspectivas de modelado Tipos de tareas de modelados
Dimensión de tareas	Soluciones múltiples de tareas de modelado Análisis cognitivo de tareas de modelado Desarrollo de tareas de modelado
Dimensión de instrucción	Planeación de lecciones con tareas de modelado Ejecución de lecciones con tareas de modelado Intervenciones, apoyo y retroalimentación
Dimensión de diagnóstico	Reconocimiento de fases en el proceso de modelado Reconocimiento de dificultades y errores Marcación de tareas de modelado

Nota. Traducción de inglés a español. Fuente: (Borromeo, 2014:29) [3]

2.2 - ANTECEDENTES

En este apartado se abordan algunas aportaciones de autores que han experimentado y teorizado sobre la modelación matemática, su didáctica y su relación con las teorías del aprendizaje, en particular del constructivismo, que por su naturaleza, es compatible con la modelación matemática.

> La teoría de Brousseau es un marco educativo amplio, mientras que el ciclo de modelado se refiere a un conjunto específico de prácticas y contenidos matemáticos. Inicialmente, se aborda cómo el modelado promueve la participación de los estudiantes y los factores sociales relacionados que Brousseau denominó el contexto. Un segundo aspecto es la importancia de comprender las matemáticas conceptualmente, una visión coherente con el constructivismo general de Brousseau y, específicamente, su distinción de problemas didácticos en contraste con problemas adidácticos. Otro tercer aspecto son los obstáculos y dificultades que los maestros dicen que los estudiantes encuentran al

---

2 The teachers' interactions with their students is important because students are the modelers in a modeling lesson, thus student contributions are necessary in mathematical modeling. Students' participation in tasks generated many mathematical ideas; this required teachers to make decisions on how to address students' mathematical ideas.

> modelar debido a su expectativas y preparación previa, lo que Brousseau llama el contrato didáctico. (Huson, 2016:74) [4]

Brousseau (2013) fundamenta el proceso de enseñanza-aprendizaje de la modelación matemática en el constructivismo, sin embargo, no lo adopta ortodoxamente, sino que agrega varios conceptos como son la distinción de problemas didácticos de adidácticos, pues no todo problema real es pertinente para el proceso de la modelación matemática. También aporta el concepto de contrato didáctico con un rol participativo y responsable del estudiante y del docente para enfrentar los obstáculos que implica el aprendizaje de la modelación matemática, pues requiere de esfuerzo adicional considerable respecto a la resolución tradicional de problemas. Un tercer elemento es la institucionalización del enfoque de modelación matemática, pues Brousseau (2013) afirma que a pesar de que han habido avances científicos en la enseñanza de la modelación matemática, éstos no han permeado en la práctica, y menos aún, se aplican de manera sistemática e institucionalizada.

> Competencias, secuenciación curricular e institucionalización. Brousseau impugnó la afirmación constructivista radical de que la educación no requiere nada más que los estudiantes lidien con situaciones ricas en un contexto productivo. Sí, así es como se originan las nociones matemáticas y tienen sentido, pero luego deben practicarse y conformarse a convenciones, un proceso que él llamó institucionalización. (Huson, 2016:54) [5]

---

[4] This study's first research question is How well does Brousseau's theory of didactical situations align with our current understanding of the modeling cycle? Brousseau's theory is a broad educational framework, whereas the modeling cycle refers to a specific set of mathematical practices and content. The first is how modeling promotes student engagement and related social factors that Brousseau termed the milieu. The second theme is that applying mathematics to real world problems helps students understand mathematics conceptually, a view consistent with Brousseau's general constructivism and specifically with his distinction of didactical versus adidactical problems. Third are the obstacles and difficulties teachers say students encounter when modeling because of their expectations and prior preparation, what Brousseau calls the didactic contract.

[5] Competencies, curricula sequencing, and institutionalization. Brousseau contested the radical constructivist claim that education requires nothing more than that students grapple with rich situations in a productive milieu. Yes, that is the way mathematical notions originate and take meaning, but they must then be practiced and shaped to conventions, a process he called institutionalization.

También es posible ubicar en la literatura ejemplos de desarrollos de tecnología educativa basadas en la teoría del aprendizaje del constructivismo que se ejemplifica a continuación:

> Globaloria fue lanzada en 2006 por Idit Harel, un emprendedor de tecnología educativa y defensor del constructivismo. Como señalamos anteriormente, Harel completó su doctorado en el Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT) con Seymour Papert, estudiando los resultados de involucrar a los niños en el uso de la herramienta de programación Logo para crear herramientas de software para aprender matemáticas. Globaloria se basa en principios constructivistas, que incluyen la producción por parte de los alumnos de un dispositivo público computacional y significativo (por ejemplo, un juego), creado y compartido en un entorno de taller reflexivo de intervención guiada por pares y expertos. (Guzzetti y Lesley, 2016:245) [6]

Como puede observarse, esta tecnología educativa incorpora en su diseño elementos de la teoría constructivista del aprendizaje, el enfoque al aprendizaje de las matemáticas que es un área del conocimiento que exige predominantemente razonamiento lógico, es decir, la capacidad de establecer relaciones, deducciones e inducciones. El aprendizaje significativo, el aprendizaje lúdico, el desarrollo de procesos cognitivos como la reflexión, la intervención dirigida e intencionada de expertos y la intervención de pares, quizás menos formal y guiada.

Bukhardt (2014) es otro autor que ha realizado investigaciones sobre la modelación matemática basando sus propuestas en el constructivismo cuyos representantes principales son Piaget, Vygotsky, Ausubel y Bruner. El constructivismo se caracteriza principalmente por asociar el aprendizaje con la realidad con su complejidad, aprendizaje significativo dentro de un contexto,

---

[6] Globaloria was launched in 2006 by Idit Harel, an educational technology entrepreneur and advocate of constructionism. As we noted above, Harel completed her PhD at MIT with Seymour Papert, studying the outcomes of engaging children in the use of the Logo programming tool to create software tools for learning math. Globaloria is based on constructionist principles, that include learners’ production of a meaningful, computational public artifact (e.g., a game), created and shared in a reflective workshop environment of peer and expert-guided scaffolding.

proporciona entornos de aprendizaje en sustitución de instrucciones para tareas, exige pensamiento crítico y reflexivo sobre las experiencias de aprendizaje, lo cual implica metaconocimiento. También considera la construcción del aprendizaje de forma colaborativa a través de la socialización. El constructivismo plantea que el alumno debe ser responsable de su aprendizaje y tomar un rol activo, de forma que aprende, incorpora ese aprendizaje a sus experiencias y conocimiento previo y modifica sus estructuras mentales. Estas características son congruentes con la modelación matemática, sin embargo, ésta es aún más exigente. “Manejar problemas no rutinarios en el aula basados en el constructivismo presenta a los maestros desafíos sustanciales, tanto matemáticos como pedagógicos, que no se cumplen en un aula tradicional.” (Burkhardt, 2014:9) [7]

A continuación, se expone un resultado de la aplicación del modelado matemático y también una recomendación específica de trabajar la modelación matemática con fundamento en el constructivismo como teoría fundamental, trascendiendo un enfoque radical e incorporando las aportaciones sugeridas por Brousseau (2013), con su teoría de las situaciones didácticas.

> Creación de significado en contexto: modelado como vehículo. Los profesores valoran aplicaciones del mundo real de las matemáticas porque involucran y motivan a los estudiantes, y porque la experiencia de los estudiantes con el contexto del problema les ayuda a comprender los conceptos matemáticos. Los investigadores de modelos llaman a este punto de vista "modelar como vehículo". Brousseau puso el contexto del problema en el centro de aprendizaje, y se esforzó por configurar creativamente situaciones como estimulación. (Huson, 2016:120) [8]

> Al reflexionar sobre el camino que tomó esta investigación durante varios años, un punto clave fue la selección de la teoría de Guy Brousseau sobre

---

[7] Managing non-routine problems in the classroom based on constructivism presents teachers with substantial challenges, both mathematical and pedagogical, that are not met in a traditional classroom.

[8] Meaning making in context: modeling as vehicle. Teachers value real world applications of mathematics because they engage and motivate students, and because the students’ experience with the problem context helps them make sense of mathematical concepts. Modeling researchers call this viewpoint “modeling as vehicle.” Brousseau put problem context at the center of learning, and he took pains to creatively configure situations to stimulate.

> las situaciones didácticas como marco conceptual. Desde ese punto, La revisión de la literatura se volvió más centrada e interesante, y el desarrollo de la metodología. se volvió más productivo, particularmente preparándose para las entrevistas y, más tarde, el análisis de datos. (Huson, 2016:124) [9]

> El concepto de modelado matemático es especialmente considerado en el Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA). Es la piedra angular de las investigaciones internacionales que constituyen la estructura de las matemáticas. (Coşkun, 2017:20) [10]

La modelación matemática es una capacidad que es necesaria desarrollar en el estudiante desde los niveles elementales y, predominante, en los superiores y de posgrado, que constituyen la preparación para la inserción en el sector laboral. La enseñanza de la aplicación de las matemáticas a problemas del mundo real ha ganado la inclusión del modelado matemático en los estándares de la prueba internacional PISA. En otro orden, es una capacidad que se exige en el perfil de egreso de los ingenieros en general a nivel internacional, y de los ingenieros industriales en específico, por parte de los empleadores.

El modelado es difícil y complejo de enseñar y aprender e implica un ciclo iterativo de pasos que exige capacitación especial para los docentes y, que no necesariamente se aborda en los libros de texto.

Los docentes son actores cruciales en el modelado y es necesario aportar elementos para su capacitación y actualización en este campo, tanto en el aspecto disciplinar como pedagógico.

Dada la dificultad de aprender y enseñar el modelado matemático, se requiere explorar estrategias didácticas que permitan reducir esta dificultad y mejoren los resultados de aprendizaje esperado en los estudiantes. Es, en este

---

[9] Reflecting on the path this research took over several years, a key point was the selection of Guy Brousseau's theory of didactical situations as the conceptual framework. From that point, reviewing the literature became more focused and interesting, and developing the methodology became more productive, particularly preparing for the interviews and, later, data analysis.

[10] Mathematical modelling concept is especially about International Student Consideration Program (PISA); it is the keystone of international researches that constitute the structure of mathematics.

sentido, que las Tecnologías de Información pueden ser una herramienta que coadyuve al logro de éste.

En orden complementario, es necesario contar con instrumentos de evaluación específicos, objetivos y confiables para el modelado matemático y, que no necesariamente, coinciden con los instrumentos de evaluación tradicionales. Un último aspecto y, por demás, crucial, es cómo institucionalizar el proceso de enseñanza-aprendizaje del modelado matemático a nivel superior en las ingenierías, en las que, por definición, se tendrían que abordar problemas de aplicación a través de las matemáticas y el estudiante debería ser capaz de resolverlos con autonomía.

2.3 – DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Existe un problema de reprobación en el desarrollo de la capacidad de modelación matemática, para el cual se propone hacer uso de las Tecnologías de Información, con el fin de potenciar sus habilidades de análisis, síntesis, abstracción, conceptualización, creatividad y desarrollo procedimental, involucradas en dicha capacidad, que habilita al estudiante para resolver problemas del mundo real con autonomía.

> La modelación matemática es ampliamente estudiada en muchos países como Alemania, Turkía y Australia, y está convirtiéndose gradualmente en la investigación de primer plano en educación de las matemáticas en los Estados Unidos. Debido a la naturaleza nada familiar de la modelación, eventualmente es un reto para los profesores determinar exactamente cómo enseñar matemáticas a través de la modelación. (Been, A., 2016: 7) [11]

La modelación matemática exige que los estudiantes resuelvan problemas complejos del mundo real de forma autónoma y el profesor intervenga de manera específica, a partir de las propuestas de éstos.

---

[11] Mathematical modeling is well-researched in many countries such as Germany, Turkey, and Australia, and is gradually making its way to the foreground of mathematics education research in the United States. Due to the unfamiliar nature of modeling, it is sometimes challenging for teachers to determine exactly how to teach mathematics via modeling

> La noción de la modelación como dar a los estudiantes la autonomía de resolver problemas, que le den sentido a las matemáticas de forma propia y las tareas sean vistas como “actividades independientes en las cuales los estudiantes resuelven un problema por ellos mismos”. El elemento a ser enfatizado es la independencia, la cual es importante de forma tal que las tareas hacen alusión a situaciones del mundo real, donde se espera que los estudiantes tomen decisiones acerca de la forma más apropiada de resolver un problema (Stender y Kaiser, 2015:1255) [12]

En la prueba PISA 2018, la OCDE evaluó a un total de 1 millón 480,904 estudiantes mexicanos de 15 años. Una parte de estos estudiantes transita hacia la universidad, que es el nivel en el que se ubica este estudio. México ha estado en los niveles más bajos desde el año 2000, en términos de aprendizaje en las áreas de matemáticas, ciencia y lectura. Según este estudio, en 2018, México obtuvo un nivel de desempeño de 420 puntos en lectura, 409 en matemáticas y 419 en ciencia, en comparación con los promedios respectivos de la OCDE para cada área de 487, 489 y 489.

En términos relativos, 35% de los estudiantes de la muestra mexicana no alcanzó un mínimo de competencia en las 3 áreas evaluadas, 44% se ubicó en el nivel mínimo de competencia y 1% obtuvo resultados de alto desempeño (nivel 5 o 6). Analizando los resultados obtenidos por los 36 miembros de la OCDE, además de Colombia, que se encuentra en proceso de incorporación, México se ubicó dentro de los últimos tres lugares de desempeño, como se puede observar en la figura 2. Estonia obtuvo los máximos desempeños, logrando 523 puntos en lectura, 523 en matemáticas y 530 en ciencia, seguida por Canadá, Finlandia, Irlanda y Corea.

---

[12] The notion of modeling as giving students the autonomy to solve problems and make sense of the mathematics in their own way and tasks should be seen as “independent activities in which students solve a problem on their own”. The element to be emphasized is independence that is important so that the tasks resemble real-world situations, where students are expected to make choices about the most appropriate way to approach a problem.

Figura 2. Resultados de desempeño de la prueba PISA 2018 de la OCDE
Fuente: (OCDE citado por Molina, 2019). Recuperado de
https://www.eleconomista.com.mx/politica/Prueba-PISA-2018-Mexico-mantiene-los-mismos-bajos-niveles-en-aprendizaje--20191203-0048.html

2.4- METODOLOGÍA

Inicialmente se revisaron planes de estudio de Ingeniería Industrial (I.I.), Ingeniería Industrial y de Sistemas (I.I.S) , Ingeniería Industrial y Manufactura (I.I.M.) e ingeniería en Tecnologías de Manufactura (I.T.M.) de algunas instituciones públicas y privadas de nivel superior en México. Todas tienen el nombre oficial de Ingeniería Industrial con excepción del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM) con nombre oficial de Ingeniería Industrial y de Sistemas (IIS), la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL) con nombre de Ingeniero Industrial Administrador (IIA), La Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ) con nombre oficial de Ingeniería Industrial y de Manufactura (IIM) y la Universidad Politécnica de Guanajuato (UAG) con nombre de programa educativo de Ingeniería en Tecnologías de Manufactura (ITM).

Tabla 3. Asignaturas de matemáticas en planes de estudio de ingeniería industrial en algunas instituciones de educación superior en México. ** Privadas

Institución de Educación Superior	Álgebra Lineal	Cálculo Diferencial	Cálculo Integral	Probabilidad y Estadística	Ecuaciones Diferenciales	Investigación de Operaciones
**Instituto Tecnológico Autónomo de México (ITAM) ** **	Álgebra Lineal I (2 Sem)	Cálculo Diferencial e Integral I (2 Sem)	Cálculo Diferencial e Integral II y III (3 y 4 Sem)	Probabilidad (4 Sem)	Cálculo Diferencial e Integral III (4 Sem)	Modelado y Optimización I y II (5 y 6 Sem)
**Universidad Iberoamericana (IBERO) ** **	Álgebra Lineal (2 Sem)	Cálculo I y Taller (1 Sem)	Cálculo II (2 Sem)	Probabilidad y Estadística (3Sem)	Cálculo III (3 Sem)	Investigación de Operaciones I y II (4 y 5 Sem)
**Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM) ** **	Modelación matricial (2 Sem)	Modelación de la Ingeniería y Ciencias (1 Sem)	Modelación Matemática Fundamental (1 Sem)	Análisis estadístico de datos (4 Sem)	Modelación Matemática Intermedia (2 Sem)	Modelación de procesos mediante álgebra lineal (3 Sem)
Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM)	Álgebra Lineal (2sem)	Cálculo Diferencial (1sem)	Cálculo integral (2sem)	Probabilidad y Estadística (4sem)	Ecuaciones diferenciales (3sem)	Investigación de operaciones I y II (6 y 7Sem)
Universidad Autónoma Metropolitana (UAM)	-----	Cálculo Diferencial (Tronco general (TG))	Cálculo Integral (TG)	Probabilidad y Estadística (TG)	Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (TG)	Investigación de Operaciones I y II (Tronco básico profesional)
Instituto Politécnico Nacional (IPN)	----	Cálculo Diferencial (Nivel I)	Cálculo Integral (Nivel I)	Probabilidad (Nivel I) Estadística (Nivel I)	Métodos Matemáticos de la Ingeniería (Nivel II)	Programación Lineal Aplicada (Nivel II)
Universidad Autónoma de Estado de Morelos (UAEM)	Algebra lineal (2 Sem)	Cálculo diferencial (1 Sem)	Cálculo integral (2 Sem)	Probabilidad y estadística I Y II (1 y 2 Sem)	Ecuaciones diferenciales (3 Sem)	Investigación de operaciones I y II (6 y 7 Sem)
Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL)	Algebra lineal (1 Sem)	Cálculo diferencial e integral (2 Sem)	Cálculo diferencial e integral (2 Sem)	Probabilidad y estadística (5 Sem)	Ecuaciones diferenciales (4 Sem)	Investigación de Operaciones. Modelos Determinísticos (4 Sem)
Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ)	Algebra lineal (1 Sem)	Cálculo diferencial (1 Sem)	Cálculo integral (2 Sem)	Probabilidad y estadística (1 Sem)	Ecuaciones diferenciales (3 Sem)	Investigación de operaciones (10 Sem)
Instituto Tecnológico de Cuautla (ITC)	Algebra lineal (3 Sem)	Cálculo diferencial (1 Sem)	Cálculo integral (2 Sem)	Probabilidad y Estadística (2 Sem) Estadística inferencial I y II (3 y 4 Sem)	-----	Investigación de operaciones I y II (4 y 5 Sem)
Instituto Tecnológico de Querétaro (ITQ)	Álgebra lineal (4 Sem)	Cálculo diferencial (1 Sem)	Cálculo integral (2 Sem)	Estadística inferencial I y II (4 y 5 Sem)	-----	Investigación de operaciones I y II (5 y 6 Sem)
Universidad Politécnica de Tulancingo (UPT)	Álgebra lineal (1 Cuat)	Cálculo Diferencial e Integral (1 Cuat)	Cálculo Diferencial e Integral (1 Cuat)	Probabilidad y estadística (2 Cuat)	Ecuaciones diferenciales (3 Cuat)	Investigación de operaciones (5 Cuat)
Universidad Politécnica de Guanajuato (UPG)	Álgebra Lineal (1 Sem)	Cálculo Diferencial (2 Cuat)	Cálculo Integral (3 Cuat)	Probabilidad y Estadística (2 Cuat)	Matemáticas para Ingeniería I y II (4 y 5 Cuat)	Investigaciones de operaciones (8 Cuat)

Las primeras 3 instituciones de la tabla tienen financiamiento privado y el resto tienen financiamiento público. Se identificaron asignaturas de matemáticas que se cursan en el primer y segundo ciclos académicos principalmente y que constituyen un fundamento importante, amplio y sólido de ciencias básicas para el desarrollo de la capacidad de modelación matemática (ver tabla 3).

En la mayoría de los planes de estudio se incluye álgebra lineal, cálculo diferencial, cálculo integral, probabilidad y estadística y ecuaciones diferenciales o sus equivalentes, como ciencias básicas que son cursadas entre el primero y el cuarto cuatrimestre o semestre, según la estructura del programa. En todas estas asignaturas la modelación matemática está presente. Investigación de operaciones no es catalogada como ciencia básica, sino de aplicación de éstas. Junto con otras asignaturas de los planes de estudios como Teoría de Decisiones, Administración de la Producción, Modelación/Gestión de la Cadena de Valor, Simulación o Programación Lineal Aplicada, Simulación, entre otras, son susceptibles de enseñarlas y aprenderlas con modelación matemática. Como puede observarse, es una asignatura que tiene mayor variabilidad respecto al cuatrimestre o semestre en el que se cursa, yendo desde el tercero al décimo cuatrimestre o semestre. Posteriormente se procedió a la generación de evidencia empírica a través de un diagnóstico de campo.

Para iniciar a generar datos empíricos y una potencial hipótesis de investigación, se trabajó con una muestra de 29 estudiantes de ingeniería industrial que ya habían cursado las asignaturas de matemáticas de ciencias básicas con los nombres tradicionales o sus equivalentes, contenidas en la tabla 4, con los desempeños promedio y desviaciones estándar mostrados en sus reportes de calificaciones.

Tabla 4. Nivel de desempeño promedio
en asignaturas previas de matemáticas
y su desviación estándar (escala 0 a 100)

Asignaturas cursadas previamente	**Promedio**	**Desviación estándar**
Probabilidad y estadística o equivalente	75.5	10.21
Cálculo diferencial o equivalente	73.1	11.98
Cálculo integral o equivalente	80.3	12.39
Álgebra lineal o equivalente	85.5	8.27
Ecuaciones diferenciales o equivalente	75.9	16.59
Promedio	**78.06**	**11.88**

Se diseñó una evaluación diagnóstica integrada por 3 problemas de modelación matemática con 51 reactivos que debieron ser resueltos sin calculadora ni ningún otro dispositivo tecnológico. Los problemas fueron de dos variables para que pudieran resolverse por métodos gráficos o analíticos indistintamente, dependiendo de la decisión que tomara cada estudiante de forma autónoma e independiente.

Los reactivos fueron organizados con base en los niveles cognitivos de Bloom para facilitar su análisis. Puede observarse de la figura que 39 de 51 reactivos (76.47%) corresponden a los 3 niveles cognitivos más altos de la taxonomía, que sería lo esperado en nivel superior (ver figura 3).

NIVELES COGNITIVOS	REACTIVOS
COMPRENDER	3
APLICAR	9
ANALIZAR	9
EVALUAR	18
CREAR	12
TOTAL	51

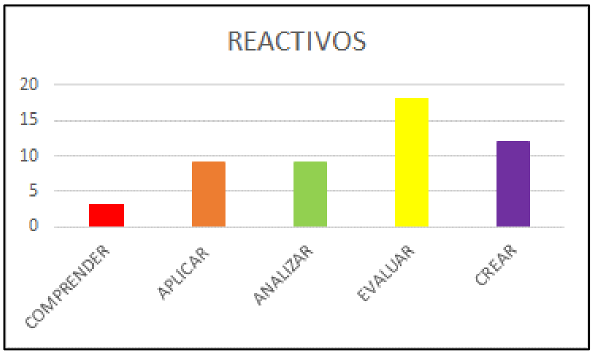

Figura 3. Número de reactivos por nivel cognitivo

Los tiempos asignados a cada problema fueron determinados con base en cronometraciones promedio de solución de profesor en minutos y segundos (6m12s, 6m13s y 6m08s respectivamente), multiplicados por un factor de 5 y redondeados a la alza para aplicación a los alumnos, quedando en 35 minutos por problema para tiempo-alumno. En caso de que un alumno terminara antes del tiempo programado para cada problema, debía esperar para trabajar con el siguiente problema. Se revisaron y socializaron las instrucciones y condiciones con los alumnos previamente, sin reducir el tiempo real para cada problema. Los alumnos sólo dispusieron de lápiz, goma, sacapuntas y hojas para resolver el instrumento de diagnóstico.

3.- RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Analizando las calificaciones oficiales de los 29 elementos de la muestra en los 5 cursos de matemáticas previamente tomados (probabilidad y estadística, cálculo diferencial, cálculo integral, álgebra lineal y ecuaciones diferenciales o sus equivalentes) se observa que la media aritmética global es de 78.06/100, con desviación estándar de 11.88, es decir, tomando una desviación estándar, el 68.2% de los elementos de la muestra tiene un desempeño dentro del intervalo [66.18,89.94]. El promedio global de 78.06 puede interpretarse relativamente bueno tratándose de cursos de matemáticas y aún más, el límite superior de 89.94 que considera la media aritmética más una desviación estándar. Si se toma como referencia la media aritmética menos una desviación estándar se tiene un límite de desempeño promedio global mínimo de 66.18. En términos porcentuales, 84.1% de la muestra analizada tendría una calificación igual o superior a este mínimo.

Respecto a los resultados obtenidos de la aplicación de la evaluación diagnóstica de modelación matemática, se observa que 97% de los elementos de la muestra tuvieron un desempeño por debajo de 46.7/100. Sólo un elemento de la muestra obtuvo 86.1/100. El 59% está por debajo de un desempeño de 20/100, y el 83% por debajo de 30/100. Estos resultados son coincidentes con los emitidos por la OCDE para México en PISA de 2000 a 2018.

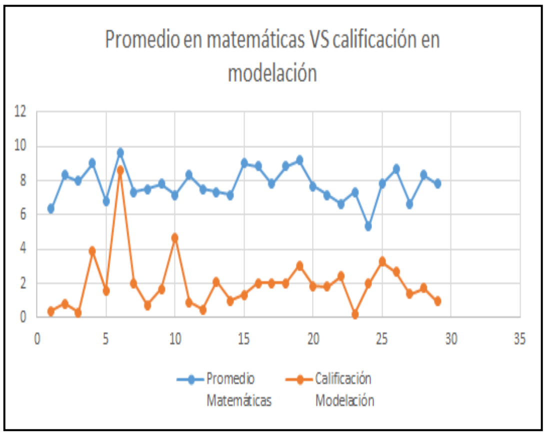

Figura 4. Promedio en cursos de matemáticas tomados previamente comparados con promedio en evaluación diagnóstica de modelación matemática.
** Multiplicar por factor 10, para escala [0,100]

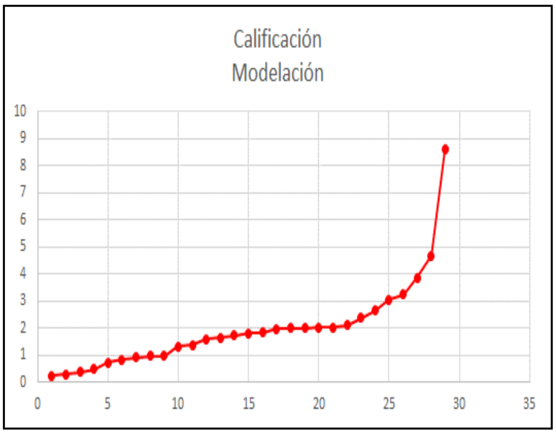

Figura 5. Calificación en evaluación diagnóstica de modelación matemática ordenada de menor a mayor
** Multiplicar por factor 10, para escala [0,100]

El problema planteado en los resultados de PISA a nivel medio superior parecieran no ser privativos de ese nivel, sino que pudieran presentarse a nivel superior, considerando que para estar en este último, los estudiantes debieron transitar previamente por nivel medio superior (ver figuras 4 y 5).

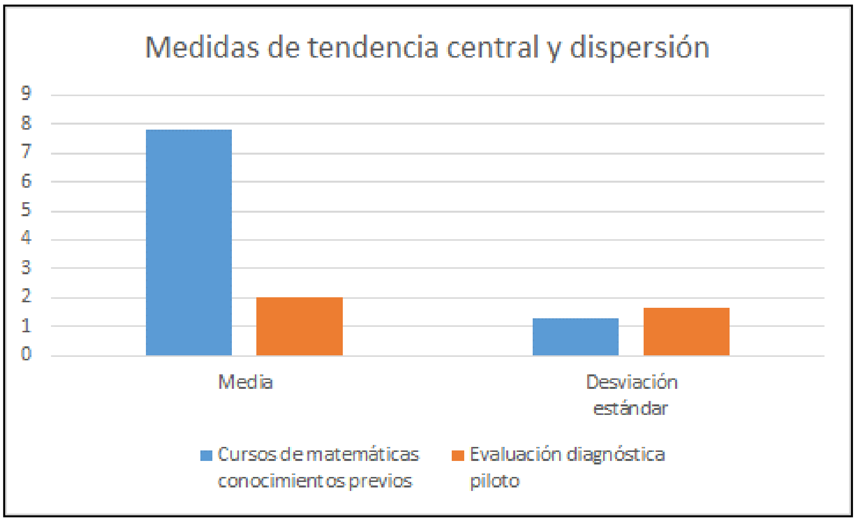

Figura 6. Medidas de tendencia central y de dispersión del desempeño en cursos previos de matemáticas comparadas con el desempeño de la evaluación diagnóstica

Estas medidas de tendencia central y de dispersión contrastan diametralmente con las obtenidas en la evaluación diagnóstica con promedio de 1.996 y desviación estándar de 1.65, es decir, el 68.2% tiene una calificación en escala de 0 a 100, dentro del intervalo [3.5, 36.4] (ver figura 6).

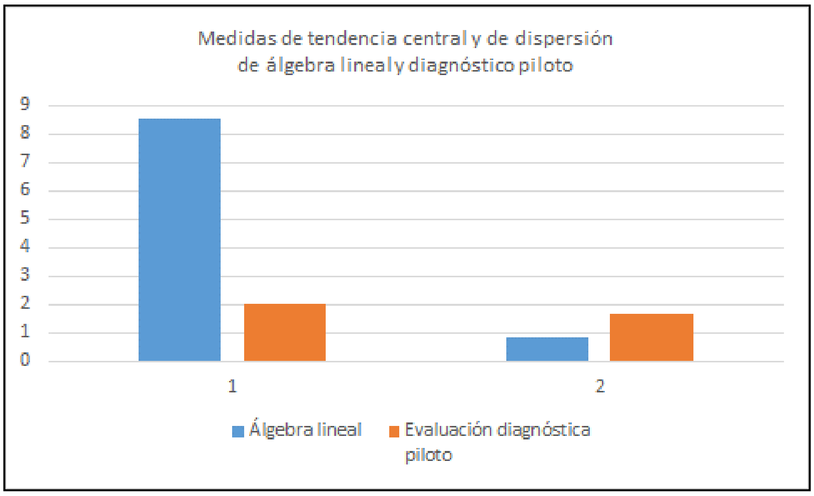

Figura 7. Medidas de tendencia central y de dispersión del desempeño en álgebra lineal comparadas con el desempeño de la evaluación diagnóstica

Si el comparativo se hace entre álgebra lineal, la asignatura crítica para resolver la evaluación diagnóstica, este contraste es aún mayor. Las medidas de tendencia central y de dispersión para álgebra lineal son respectivamente 85.5 y 8.27, lo cual implica que el 68.2% tiene una calificación en escala de 0 a 100, dentro del intervalo [77.2, 93.7] (ver figura 7).

Con base en las gráficas y datos de las tablas, no se observa una correlación positiva entre el desempeño individual en la evaluación diagnóstica y el promedio individual en los cursos previos de matemáticas de cada elemento de la muestra, excepto para uno de ellos. La misma situación se presenta si se considera el desempeño promedio como grupo.

Si el análisis se hace con respecto a los niveles cognitivos, se observa que el 76.3% de los reactivos de la evaluación diagnóstica se ubican en los niveles cognitivos 4 o superior. Los desempeños en los niveles cognitivos son, de menor a mayor, evaluar 17.4/100, analizar 19.3/100, crear 20.2/100, aplicar 24.7/100 y comprender, de nivel 2, 35.9/100. El desempeño promedio global de la muestra piloto es de 23.5/100 y la desviación estándar promedio global es de 23.8/100. Puede observarse que la desviación estándar para los 4 niveles de orden mayor excede en valor absoluto al nivel de desempeño (ver figuras 8 y 9).

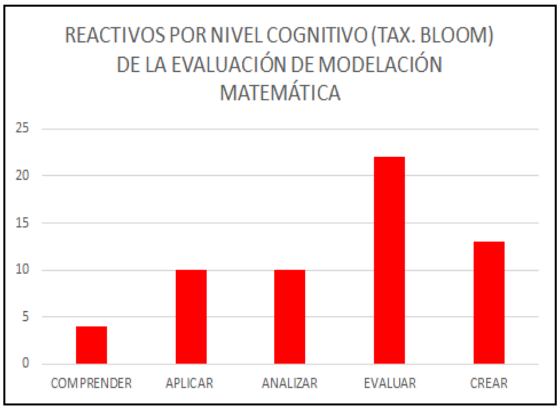

Figura 8. Reactivos por nivel cognitivo con base en la taxonomía de Bloom

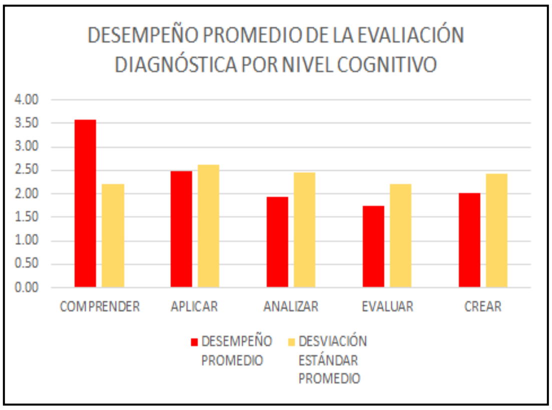

Figura 9. Desempeño promedio de la evaluación diagnóstica con base en los niveles cognitivos de la taxonomía de Bloom

Lo mismo sucede con la desviación estándar promedio global, en comparación con el desempeño promedio global. Estos datos refuerzan la existencia del problema planteado, pero más aún, reflejan condiciones de variabilidad significativa en la variable de desempeño. Esta característica, en términos de control estadístico de calidad del proceso, significa que éste está fuera de control, es decir, se tendría que intervenir tanto en el desempeño promedio como en la estabilización del proceso. Puede observarse en las gráficas que los desempeños más bajos ocurren en los niveles cognitivos de mayor orden, esto significa que las capacidades desarrolladas están muy limitadas a órdenes inferiores como memoria y comprensión y el desarrollo de niveles superiores manifiesta limitaciones significativas reflejadas en bajo desempeño.

Los resultados obtenidos sugieren analizar y, en su caso, someter a comprobación los siguientes aspectos, entre otros posibles :

- La necesidad de aumentar el tamaño de muestra de estudio y hacer los diagnósticos que se sugieran necesarios
- El cumplimiento, lo más posible, de criterios estadísticos de confiabilidad de la muestra como son su representatividad y aleatoriedad
- El análisis del enfoque didáctico que están teniendo los cursos de ciencia básica de matemáticas y su contribución al desarrollo de la capacidad de modelación matemática
- El análisis de los instrumentos de evaluación utilizados en los cursos previos y en la evaluación diagnóstica con el fin de determinar su validez y confiabilidad
- Determinar qué niveles cognitivos se están desarrollando en los cursos de ciencia básica y su impacto en el desarrollo de la capacidad de modelación matemática
- Investigar si la triada Tecnologías de Información y Comunicación + Didáctica + Constructivismo pudieran contribuir al desarrollo de la capacidad de modelación matemática con eficacia y, sería deseable, con eficiencia
- Determinar en qué medida el software/lenguaje licenciado o libre pudiera contribuir a un mejor aprendizaje de la modelación matemática
- Determinar en qué medida se pueden diseñar instrumentos de evaluación que cumplan con estándares de calidad internacional y

objetividad, que garanticen el aprendizaje en los tiempos oficialmente establecidos escolarmente y sean congruentes con el ciclo reiterativo del aprendizaje de la modelación matemática, mucho más exigente que la Resolución de Problemas, dentro del contexto del aprendizaje de las matemáticas

REFERENCIAS

Ashim, B. y Sahin, A. (2019): "Mathematical Modeling: An Important Tool for Mathematics Teaching". En revista *International Journal of Research and Analytical (IJRA)*, *6*(2), 252-256. Disponible en https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED594778.pdf. Consultado en 10/01/20 a las 22:50

Been, A (2016): "Teacher views of mathematical modeling" (Disertación doctoral, The University of Arizona). De la base de datos de ProQuest Dissertations and Theses. (Proquest No. 10149417)

Borromeo, R. (2014): "Mathematical modeling – The teachers´ responsibility". En revista Proceedings of Conference on Mathematical Modeling at Teachers College of Columbia University, 26–31.

Brousseau, G., Brousseau, N., y Warfield, V. (2013): "Teaching fractions through situations: A fundamental experiment". Springer, New York, NY.

Burkhardt, H. (2014): "Curriculum design and systemic change. In Y. Li & G. Lappan (Eds.)". En revista *Mathematics curriculum in school education* (13-34). doi:10.1007/978-94-007-75602

Coşkun, H. (2017): "Mathematical modelling research in Turkey: A content analysis study". En revista *Educational Research and Reviews*, *12*(1), 19-27. doi:10.5897/ERR2016.3077

Huson, C.J. (2016): "Mathematical Modeling from the Teacher´s Perspective" (Disertación doctoral, Columbia University). De la base de datos de ProQuest Dissertations and Theses. (Proquest No. 10107561)

Instituto Politécnico Nacional (IPN): Plan de estudios de Ingeniería Industrial. Disponible en https://www.ipn.mx/assets/files/ofertaEducativa/mapa-curricular/superior/escolarizado/UPIICSA-P-2010-Ingenier%C3%ADa-Industrial.pdf. Consultado en 5/03/20 a las 20:30.

Instituto Tecnológico Autónomo de México (ITAM): Plan de estudios de Ingeniería Industrial. Disponible en https://industrial.itam.mx/es/1/paginas/plan-de-estudios-14 . Consultado en 5/03/20 a las 20:35.

Instituto Tecnológico de Cuautla (ITC): Plan de estudios de Ingeniería Industrial. Disponible en http://itcuautla.edu.mx/images/itc/INDUSTRIAL.pdf. Consultado en 5/03/20 a las 20:30.

Instituto Tecnológico de Querétaro (ITQ): Plan de estudios de Ingeniería Industrial. Disponible en http://www.itq.edu.mx/cepad/reticulaind.pdf. Consultado el 5/03/20 a las 20:40.

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM): Plan de estudios de Ingeniería Industrial y de Sistemas. Disponible en https://tec.mx/es/innovacion-y-transformacion/ingeniero-industrial-y-de-sistemas. Consultado en 5/03/20 a las 20:45.

Molina, H. (2019, diciembre 3): "Prueba PISA 2018: México mantiene los mismos bajos niveles en aprendizaje". El economista. Disponible en https://www.eleconomista.com.mx/politica/Prueba-PISA-2018-Mexico-mantiene-los-mismos-bajos-niveles-en-aprendizaje--20191203-0048.html. Consultado en 12/03/20 a las 8:50.

Stender, P. y Kaiser, G. (2015): "Scaffolding in complex modelling situations". En revista *ZDM Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik, 47*(7), 1255-1267.

Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL): Plan de estudios de Ingeniero Industrial Administrador. Disponible en https://www.uanl.mx/oferta/ingeniero-industrial-administrador/ . Consultado en 5/03/20 a las 20:50.

Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ): Plan de estudios de Ingeniería Industrial y de Manufactura. Disponible en https://www.uaq.mx/index.php/carreras/licenciaturas/fi/ingenieria-industrial-y-de-manufactura. Consultado en 5/03/20 a las 20:55.

Universidad Autónoma del Estado de Morelos (UAEM): Plan de estudios de Ingeniería Industrial. Disponible en https://www.uaem.mx/admision-y-oferta/nivel-superior/ingenieria-industrial.php. Consultado en 5/03/20 a las 21:00.

Universidad Autónoma Metropolitana (UAM): Plan de estudios de Ingeniería Industrial. Disponible en https://www.uam.mx/licenciaturas/pdfs/5_13_Lic_en_Ingenieria_Industrial_AZC.pdf . Consultado en 5/03/20 a las 21:05.

Universidad Iberoamericana (IBERO): Plan de estudios de Ingeniería Industrial. Disponible en https://ibero.mx//files/PLAN_IDEAL_2501_INGENIERIA_INDUSTRIAL.pdf. Consultado en 5/03/20 a las 21:10.

Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM): Plan de estudios de Ingeniería Industrial. Disponible en https://www.ingenieria.unam.mx/programas_academicos/licenciatura/industrial.php. Consultado en 5/03/20 a las 21:15.

Universidad Politécnica de Guanajuato (UPG): Plan de estudios de Ingeniería en Tecnologías de Manufactura. Disponible en https://upgto.edu.mx/ingenieria-manufactura/. Consultado en 5/03/20 a las 21:20.

Universidad Politécnica de Tulancingo (UPT): Plan de estudios de Ingeniería Industrial. Disponible en http://www.upt.edu.mx/Contenido/OfertaEducativa/Profesional/II/IngIndustrial.html. Consultado en 5/03/20 a las 21:25.

White, E.A. (2017): “The mathematics in mathematical modeling”. (Disertación doctoral, Montana State University). De la base de datos de ProQuest Dissertations and Theses. (Proquest No. 10682119)