INDICE L Y COMPONENTE DE DESIGUALDAD DE ATKINSON APLICADO A COLOMBIA

William Gilberto Delgado Munévar[1]
Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca
Bogotá - Colombia
wgdelgado@unicolmayor.edu.co

Resumen

El siguiente escrito tiene como objetivo realizar la exposición de técnicas de medición de desigualdad con el propósito de generar en el lector una mejor comprensión de la dinámica de estudio de la pobreza, desigualdad y covergencia social, a partir del estudio de la segunda medida de desigualdad propuesta por Theil (1967) con base en la teoría de la información también denominada índice L y el componente de desigualdad desarrollado por Atkinson (1970) sobre el bienestar social analizando resultados Gini para Colombia.

La sensibilidad del índice de desigualdad, las transferencias regresivas se comparan con el índice Gini en este informe. El estudio muestra cómo se estima la desigualdad dentro de los estratos bajo el índice L y se calcula en función de tablas de distribución de frecuencia.

Finalmente, se analiza la distribución del ingreso en Colombia en los años 2017- 2018, mostrando la importancia de utilizar diferentes medias desigualdad para capturar de mejor forma a los cambios en la distribución de los ingresos y se logra establecer diferencias y regularidades entre el índice L y el Gini a partir de casos puntuales en donde las tendencias pueden ser contrastadas con la situación en un área geográfica específica.

Palabras clave: Índice L, pobreza, desigualdad, diversidad y convergencia.

Abstract

The following paper aims to present the inequality measurement techniques with the purpose of generating in the reader a better understanding of the dynamics of study of poverty, inequality and social coverage, from the study of the second measure of inequality proposed by Theil (1967) based on the information theory also called the L index and the inequality component developed by Atkinson (1970) on social welfare, analyzing Gini results for Colombia.

The sensitivity of the inequality index, regressive transfers are compared with the Gini index in this report. The study shows how inequality is estimated within the strata below the L index and is calculated using frequency distribution tables.

[1] PhD. Economía (UNAM-México). PhD. (C) Educación. MSc. in Environmetal Economics: MSc en Desarrollo Rural. Especialista en Gerencia Financiera. Economista. Consultor PNUD; Investigador y docente universitario.

Finally, the distribution of income in Colombia in the years 2017-2018 is analyzed, showing the importance of using different inequality means to better capture the changes in income distribution and it is possible to establish differences and regularities between the L index and the Gini based on specific cases where trends can be contrasted with the situation in a specific geographic area.

Key words: L index, poverty, inequality, diversity and convergence.

1. Introducción

Este escrito pretende realizar la exposición de técnicas de medición de desigualdad con el propósito de generar en el lector una mejor comprensión de la dinámica de estudio de la pobreza, desigualdad y covergencia social. Se tomará como punto de referencia los trabajos de Gini (1912), Theil (1967) y Atkinson (1970), para realizar un comparativo de medidas de desigualdad generalmente usadas en la medición del ingreso y su distribución entre la población.

Este artículo se centra en aspectos metodológicos y prácticos de las transferencias regresivas de la renta, el índice de redundancia R, la estimación de desigualdad por estratos y el coeficiente de Gini. Las aplicaciones son numerosas y se pueden consultar autores como Kuznets (1955); Foster (1988); Bosch, Escribano y Sánchez (1989); Lambert (1993) y Duclos (2004); a partir de datos microeconómicos Rothschild y Stiglitz (1973); Cuadrado Roura (1991) y Smeeding (2002).

La condición Pigou-Dalton como función de bienestar social afirma que todos los individuos en igualdad de condiciones deberían preferir asignaciones equitativas como principio simétrico de equilibrio, pero cuando se realizan mediciones de desigualdad se encuentra que los individuos no se ven afectados por las transferencias entre personas que están y permanecen por debajo de 92. decil (o entre personas que están y permanecen por encima de 92. decil).

Por esta razón suelen emplearse otro tipo de relaciones mucho mas convenientes como el indicador de Gini en donde la población se divide en grupos (según la región de residencia, sector o nivel de educación, por ejemplo) y puedes descomponer la desigualdad total en una parte relacionada con las diferencias entre grupos y una parte relacionada con la desigualdad dentro de los grupos.

Sin embargo, existe una medida de desigualdad ampliamente usada para lograr descomponer el movimiento de la renta entre la población y es la propuesta por Theil (1967), basado en la teoría de la información.

Considere una población con N personas cuyos ingresos están indicados por $x_i = (i = 1, \dots, n)$. Si μ se considera el ingreso promedio, la participación de i-ésima persona en ingresos totales es

$$y_i = \frac{x_i}{n\mu}$$

Dado por

$$R = \Sigma y_i \ln \quad i$$

Se verifica cuando se cumple $0 \leq R \leq \ln n$, con

R = 0 cuando $x_i = \mu \qquad i$

R = ln n, cuando toda la renta es apropiada por una sola persona

Sea μ_ω el promedio geométrico de los ingresos x_i, con factores de ponderación y_i, es decir

$$\ln \mu_\omega = \Sigma y_i \ln x_i \quad (1)$$

Resultando entonces

$$R = \ln \frac{\mu_\omega}{\mu} \quad (2)$$

Tenga en cuenta que el valor de esta medida de desigualdad se ve afectado por la base del logaritmo, es habitual y recomendable utilizar logaritmos naturales.

Theil sugiere el nombre "redundancia" a su índice, sin embargo, es realmente una medida de desigualdad y se conoce como el índice de Theil.

$$T = 1 - \quad \{-R\} (3)$$

El doble de la medida de desigualdad es la fracción de la población (ϕ), quién estaría sin ingresos después de un proceso de socialización parcial según el Theil, es decir, partimos de una redistribución del ingreso, manteniendo el valor de la medida de desigualdad original, de manera que el ingreso sea igualitariamente distribuido por una parte $(1 - \phi)$ de la población, dejando el resto sin ningún ingreso (Ramos 1990, citando a Souza, 1977).

Theil (1967) también propuso otra medida: la desigualdad basado en la teoría de la información, dada por

$$L = \frac{1}{n}\sum \frac{1}{i} \quad (4)$$

Donde μ_g es la media geométrica de las rentas x_i, entonces

$$L = \ln\frac{\mu}{\mu_g} \quad (5)$$

Cuando todas las rentas son iguales, tenemos L=0. Pero no existirá límite superior para el valor de L. Cuando una de las rentas tiende a cero, L tiende al infinito. Esta medida de desigualdad no está definida cuando una o más rentas son iguales a cero y por lo tanto no define su serie dual. Por analogía con (3), podemos definir

$$H = 1 - \exp\{-L\}, \qquad 0 \leq H < 1 \quad (6)$$

A partir de (5) y (6) se establece

$$H = 1 - \frac{\mu_g}{\mu} \quad (7)$$

Luego de la publicación de Theil y su índice L, Atkinson (1970) propone un nuevo índice de desigualdad basado en una medida de bienestar social. Atkinson admite que la utilidad marginal de la renta de cada persona es inversamente proporcional a x_i^{ε}, con $\varepsilon > 0$ y que el nivel de bienestar social es producto de una función aditivamente separable y simétrica de los ingresos individuales. Hay un índice Atkinson diferente para cada valor de ε.

Para el caso particular de $\varepsilon = 1$, la función de utilidad es

$$U(x_i) = \qquad i$$

y el índice de Atkinson es

$$A(\varepsilon = 1) = 1 - \frac{\mu_g}{\mu} \quad (8)$$

En términos del desarrollo realizado por Atkinson, la relación es

$$\frac{\mu_g}{\mu} = 1 - A(\varepsilon = 1) \quad (9)$$

Así entonces, se indica la proporción del ingreso total que sería suficiente para producir el mismo bienestar social si hubiera una distribución equitativa de ingresos.

Comparando (7) y (8) se logra verificar que $H = A \ (\varepsilon = 1)$. Como H es una transformación monotónica de L, se concluye que una segunda propuesta de Theil y el índice de Atkinson para $\varepsilon = 1$, en esencia, la misma medida de desigualdad, como lo señala Cobas (2008). Por esta razón algunos autores suelen llamar al indicador L el índice Theil-Atkinson, entendiendo que este es un punto de superposición entre las propuestas de Theil (1967), inspirado en la teoría de la información y la familia de medidas de desigualdad desarrollada independientemente por Atkinson (1970) basado en una medida de bienestar social.

2. Sensibilidad de las transferencias regresivas de renta

Vamos a pensar que los ingresos se encuentran en orden ascendente, es decir

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \cdots \leq x_i \ldots \leq x_j \ldots \leq x_n$$

Sea θ un valor arbitrariamente pequeño que se resta de ingreso x_i, con $x_j > x_i$, que caracteriza una transferencia regresiva de ingresos, lo que provoca un aumento en ($\triangle G$, $\triangle R$ y $\triangle L$) en medidas de desigualdad que obedecen a la condición Pigou-Dalton, como G,R y L, logrando demostrar que

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{\triangle R}{\theta} = \frac{1}{\;} \quad \frac{x_j}{x_i} \tag{10}$$

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{\triangle L}{\theta} = \frac{1}{\eta}\left(\frac{1}{x_i} - \frac{1}{x_j}\right) = \frac{x_j - x_i}{x_i x_j} \tag{11}$$

Si las transferencias de renta no cambian las posiciones de x_i y x_j, en la serie ordenada, encontramos

$$\frac{\triangle G}{\theta} = \frac{2}{\eta^2 \mu}(j - i) \tag{12}$$

Para comparar la sensibilidad de R, L y G y las transferencias regresivas a diferentes niveles de renta, se considera tres transferencias alternativas:

a) Una persona con ingresos $x_i = 0{,}5$ de un salario minimo legal vigente (SMLV) y otra con una renta de $x_j = 1$ salarios mínimos legales vigentes (SMLV)

b) Una persona con ingresos $x_i = 1$ de un salario mínimo legal vigente (SMLV) y otra con una renta de $x_j = 2$ salarios mínimos legales vigentes (SMLV)

c) Una persona con ingresos $x_i = 10$ de un salario mínimo legal vigente (SMLV) y otra con una renta de $x_j = 20$ salarios mínimos legales vigentes (SMLV)

En las transferencias regresivas, la relación entre el nivel de renta de los individuos involucrados siempre es el mismo. Si la cantidad transferida (8) es bastante pequeña no cambia las posiciones de Xi y Xj en la serie ordenada de renta.

Como la relación Xj / Xi es siempre igual a 2, entonces, de acuerdo con (10), el efecto sobre R es el mismo para las transferencias (a), (b) o (C). Si la relación X j / Xi es fija, las sensibilidades de R a las transferencias regresivas no dependen del nivel de ingresos de las personas involucradas.

Basado en (11) parece que los efectos de las transferencias (b) y (c) en L son, respectivamente, 2 y 20 veces más pequeñas que el efecto de la transferencia (a). Se puede decir que L es más sensible a transferencias entre personas relativamente pobres.

Para el índice de Gini, como se muestra en la expresión (12), la influencia de la transferencia regresiva depende de j -i, es decir, de la diferencia entre las posiciones, en la serie ordenada de ingresos, de las dos personas involucradas.

Considerando los datos del Departamento Nacional de Estadística (DANE) de 2019, refiriéndose a las personas económicamente activas, los valores de j - i para las transferencias (a), (b) y (c) son, respectivamente, USD $123, $490 y $2450. El índice de Gini es relativamente más sensible a los cambios en el rango con densidad de alta frecuencia. Si estamos comparando transferencias con Xj / Xi constante, el efecto en el índice de Gini varía directamente densidad de frecuencia en relación con el logaritmo de ingresos.

3. Descomposición del índice de redundancia R y el índice de desigualdad L

En vista de lo que se desarrollará en la siguiente sección, vamos a presente aquí la descomposición de R y L en dos partes: una que se refiere a la desigualdad entre grupos de una población y otra que se refiere desigualdad dentro de los grupos.

Considere una población dividida en k grupos y sea x_{hi}, la renta de la i-ésima persona del grupo h-ésimo es ($h = 1, \dots, k$; $i = 1, \dots, n_h$). Sea $N = \sum n_h$ o el número total de individuos. De esta manera, la participación de una persona en el ingreso total es

$$y_{hi} = \frac{x_{hi}}{N \mu}$$

La participación del individuo h-ésimo en la población y en el ingreso total son, respectivamente

$$\pi_h = \frac{n_h}{N}$$

$$Y_h = \frac{1}{N\mu} \sum_i x_{hi} = \sum_i y_{hi}$$

$$R = \Sigma_h \Sigma_i \, y_{hi} \qquad y_{hi}$$

Se logra comprobar

$$R = R_e + \sum Y_h R_h \quad (13)$$

donde R_e es la redundancia entre grupos, dada por

$$R_e = \sum Y_h \quad \frac{Y_h}{\pi_h} \quad (14)$$

R_h es la redundancia dentro del grupo h-ésimo, dada por

$$R_h = \Sigma_i \frac{n_{hi}}{Y_h} k \quad Y \frac{n_{hi}}{h} \quad (15)$$

Para el índice Theil-Atkinson, la desigualdad total es

$$L = \frac{1}{N} \Sigma_h \Sigma_i \quad \frac{1}{hi} \quad (16)$$

Donde

$$L_e = \sum \pi_h \quad \frac{\pi_h}{Y_h} \quad (17)$$

Refiriéndose a una desigualdad entre grupos

$$L_h = \frac{1}{\eta_h} \Sigma_i \quad \frac{Y_h}{\eta_h Y_{hi}} \quad (18)$$

En la expresión (13) se observa que la parte de la redundancia total con respecto a la desigualdad dentro de los grupos es un promedio ponderado de dos grupos, con factores de ponderación iguales a la participación de cada uno en ingreso total (Y_h).

En la expresión (16), por otro lado, parece que los L_h están ponderados por la participación de cada grupo en la población (π_h). El índice de Theil-Atkinson (L) es menos sensible que el índice redundancia (R) a cambios en la desigualdad dentro de grupos de altos ingresos, lo que confirma una de las conclusiones de la sección anterior.

Pyatt (1980) señala que una redistribución del ingreso entre grupos, elimina la diferencia entre grupos manteniendo divergencia dentro de cada uno de ellos y reduciendo L en el valor de L_e ,pero la reducción de R generalmente será diferente de R_e, esto porqué la redistribución, además de eliminar R_e, modificará los factores de ponderación Y_h.

Veamos otra forma de poner el problema resaltado por Pyatt. Imagine que, para una población dividida en grupos, los ingresos de todas las personas en uno de los grupos se multiplican por una constante En el caso de la medida L, esto cambia solo el valor de L_e, ya que π_h y L_h permanece igual. En el caso del índice de redundancia esto altera tanto R_e como el promedio ponderado de las redundancias dentro de los grupos ($\sum Y_h R_h$), porque el Y_h es modificado. Esto no descalifica a R como una buena medida de desigualdad. Está claro, por otro lado, que un investigador puede preferir el índice L o el índice R por considerar extraño que el promedio ponderado de las desigualdades dentro de los grupos se vea afectado por una redistribución entre grupos, manteniendo constante la desigualdad dentro de cada grupo.

4. Estimación de la desigualdad por estratos cálculo del índice L

Los datos disponibles para el cálculo de las medidas de desigualdad consisten en el número de personas (o familias), ingresos totales y estrato. En este caso es aconsejable calcular una medida de la desigualdad de distribución incorporando estimaciones de desigualdad dentro de cada estrato.

Uno de los métodos utilizados es asumir que la distribución del ingreso dentro de los estratos con límite superior finito tiene función de densidad lineal y que en el último estrato, sin límite superior finito, la distribución Pareto eficiente con dos parámetros. Para aplicar este método se hace necesario interpolar los percentiles en el cálculo del índice de Gini y la redundancia se describen en Hoffmann (1979 y 1984).

Para el cálculo de L, vamos a admitir la existencia de estrato (a,b), una función de renta media μ y una función de densidad poblacional

$$f(x) = \alpha + \qquad (19)$$

Definido en

$$\lambda = \frac{\mu - a}{b - a} \qquad (20)$$

Para $f(x) \geq 0$ en el intervalo (a,b) deberíamos tener $1/3 \leq \lambda \leq 2/3$. El procedimiento a seguir en el caso de que esa condición no logre ser satisfecha lo describe Hoffmann (1984).

Dados los valores de a, b, e, μ podemos calcular λ, $\theta = b - a$

$$\beta = \frac{6(2\lambda - 1)}{\theta^2} \qquad (21)$$

$$\alpha = \frac{1}{\theta} - \frac{\beta}{2}(a + b)$$

Para una distribución continua

$$L = \int \left(\frac{\mu}{\chi} \right) f(x) = \ln E(x) - E(\quad) \quad (22)$$

Teniendo una distribución con función de densidad lineal obtenemos

$$L = \quad - \quad \theta\left(\frac{1}{} \quad 2 +\right) \quad \left(\frac{1}{\theta} - \quad 2 +\right) 1 - \quad \left(\frac{}{2} a + \frac{\theta}{2}\right) \quad (23)$$

Cuando el último estrato no tiene límite superior finito, asumimos que dentro de ese estrato se encuentra la distribución de Pareto con dos parámetros, cuya función de distribución es

$$F(x) = 1 - \left(\frac{a}{}\right)^{\alpha} \quad (24)$$

La media de esa distribución es

$$\mu = \frac{}{\alpha - 1}$$

Recordando (22) se puede deducir que el índice Theil-Atkinson para la distribución de Pareto es

$$L = \frac{\mu}{a} + \frac{a}{\mu} - 1 \quad (25)$$

Usando las proporciones de la población y el ingreso en cada estrato, podemos a través de (17), calcular L_e . Entonces, a partir de los límites de los estratos y las rentas promedio en cada estrato, podemos estimar el valor del índice dentro de cada estrato, utilizando las expresiones (23) y (25). Finalmente, obtenemos el valor de L para la distribución completa a través de (16).

Por lo general, el límite inferior del primer estrato es cero, lo que hace imposible aplicar inmediatamente (23) para estimar la desigualdad dentro de este estrato, entonces

$$\lim_{a \to 0} L \left(\quad - \frac{b}{\theta} \quad + 1 \right) \quad 2 \quad (26)$$

Esta expresión debe usarse, en lugar de (23), para estimar desigualdad dentro del primer estrato, cuando su límite inferior es igual a cero. Otra forma de obtener una estimación de L se basa en el cálculo del valor máximo dentro de cada

estrato, para el estrato con intervalo [a, b) y media μ el valor máximo del índice

L es

$$L = (1 - \lambda) \frac{\mu}{a} \quad \frac{\mu}{b} \quad (27)$$

$$l = \frac{b}{b-a} \, \bar{a} + \frac{}{b-a} \, \bar{b} \qquad (28)$$

Si el ultimo estrato no tiene límite superior finito, utilizamos

$$\lim_{b \to \infty} L = \frac{\mu}{a} \qquad (29)$$

Usando las medidas de máxima desigualdad dentro de cada uno de los estratos, dados por (27) y (29), obtenemos, a través de (16) el valor de L para distribución completa. Finalmente, de acuerdo con la regla propuesta por Cowell y Mehta (1982), calculamos

$$L = \frac{2}{3} L_e + \frac{1}{3} L \qquad (30)$$

5. Estimación de la desigualdad mediante el índice L y Gini para Colombia

Existe una gran variedad de medidas de distribución del ingreso. Los análisis presentados en este documento giran en torno del coeficiente de Gini y del índice de Theil-Atkinson,por tratarse de medidas de desigualdad sensibles a las transferencias de renta al interior de los diferentes grupos poblacionales. Las medidas de desigualdad presentadas tienen en cuenta las unidades geográficas propias del país, partiendo de la división urbano/rural, pasando por regiones y llegando a departamentos y ciudades.

En la tabla 1 se puede observar los ingresos y gastos de los hogares a nivel nacional, 23 ciudades y sus áreas metropolitanas, cabeceras municipales y otros con respecto a promedios nacionales, índice L y coeficiente de Gini para Colombia en el año 2018.

En la distinción geográfica se incorpora el concepto de cabeceras y otros, buscando con esto obtener una distinción clara entre lo urbano y rural. Los ingresos y gastos promedio de las cabeceras y áreas metropolitanas superan aquellos que presentan otros territorios, lo que permite explicar la diferencia en ingresos y gastos entre las cabeceras y el total nacional.

Tabla 1. Desigualdad, índice L y Gini Colombia 2018

	Ingreso per cápita hogares			Ingreso ocupados			Gasto per cápita hogares		
	Ingreso relativo	Theil-tkinson (L)	Gini	Ingreso relativo	Theil-tkinson (L)	Gini	Ingreso relativo	Theil-tkinson (L)	Gini
Nacional	1,000	0,628	0,556	1,000	0,506	0,517	1,000	0,621	0,563
23 ciudades	1,385	0,568	0,532	1,293	0,490	0,487	1,366	0,604	0,542
Cabeceras	1,172	0,570	0,521	1,146	0,477	0,478	1,181	0,582	0,524
Otros	0,462	0,603	0,431	0,506	0,371	0,446	0,436	0,379	0,463

Fuente: Tabulaciones realizadas con datos Dane, 2020

Aunque la pobreza en Colombia se presenta mayoritariamente en las zonas rurales, para los casos de ingreso y gasto de hogares la desigualdad es significativamente menor en la zona rural que en la urbana y el total nacional.

Ahora, también se observa una menor dispersión cuando se analizan solo las grandes ciudades, cabeceras municipales o áreas metropolitanas en lugar de la muestra nacional. Esto permite evidenciar una mayor homogeneidad entre los habitantes de la ciudad en caso contrario al análisis de las diferencias urbano-rural.

En lo que respecta al comportamiento del indicador Gini –que mide la desigualdad, Colombia se presenta como el segundo país con mayor inequidad de América Latina después de Honduras y el séptimo país a nivel del mundo. Este indicador ha sido calculado para 23 ciudades principales y sus áreas metropolitanas a partir de distintas medidas de ingreso y gasto. Las ciudades con desigualdad alta mantienen su tendencia histórica, lo que no sorprende si se tiene en cuenta que allí se concentra la riqueza del país. La tabla 2 permite observar el coeficiente Gini por ciudad, cabeceras, total 13 ciudades mas grandes del país. Las ciudades que presentan una mayor concentración de la riqueza fueron Bogotá con 0,504, Rioacha 0,529 y Quibdó 0,528; en tanto aquellas que presentaron menor coeficiente de Gini en el año 2018 fueron: Pereira con 0,416, Bucaramanga A.M con 0,432 e Ibagué con 0,435.

Tabla 2. Indice de GINI por ciudades
Colombia 2018

N	CIUDADES	COEFICIENTE DE GINI		
		2017	2018	Diferencia
1	Riohacha	0,524	0,529	0,005
2	Quibdó	0,531	0,528	-0,003
3	Total nacional	0,508	0,517	0,009
4	Bogotá	0,498	0,504	0,006
5	Cabeceras	0,488	0,497	0,009
6	13 ciudades y A.M.	0,477	0,487	0,01
7	Florencia	0,474	0,485	0,011
8	Popayán	0,486	0,484	-0,002
9	Pasto	0,47	0,479	0,009
10	Otras cabeceras	0,469	0,478	0,009
11	Villavicencio	0,452	0,477	0,025
12	Medellín	0,464	0,474	0,01
13	Neiva	0,453	0,465	0,012
14	Cali	0,46	0,463	0,003
15	Santa Marta	0,467	0,463	-0,004
16	Sincelejo	0,443	0,46	0,017
17	Tunja	0,463	0,458	-0,005
18	Armenia	0,452	0,457	0,005
19	Cartagena	0,449	0,452	0,003
20	Montería	0,463	0,451	-0,012
21	Valledupar	0,461	0,45	-0,011
22	Manizales	0,455	0,446	-0,009
23	Centros poblados y r.	0,456	0,446	-0,01
24	Barranquilla	0,44	0,443	0,003
25	Cúcuta	0,426	0,44	0,014
26	Ibagué	0,429	0,435	0,006

Fuente: Tabulaciones realizadas con datos: Dane, 2020

6. Conclusiones

Colombia es el segundo país de América Latina con mayor desigualdad en la renta. Este proceso de desigualdad ha sido explicado, por la concentración de riqueza en ciudades capitales grandes, brechas interdepartamentales, niveles de inversión pública en regiones particulares frente a heterogeneidades económicas, sociales y laborales en cada región del país. Por esta razón comprender la distribución del ingreso como elemento importante de la desigualdad a nivel nacional y regional es bastante importante.

La descomposición planteada por el índice R y el índice L favorecen la comparativa de datos frente al coeficiente de Gini, se logran observar pequeñas diferencias entre la heterogeneidad en el nivel en que las fuentes de ingreso han influenciado los cambios en la desigualdad en Colombia, para el año 2018.

Finalmente, este ejercicio empírico permite establecer diferencias y regularidades entre el índice L y el Gini a partir de casos puntuales en donde las tendencias pueden ser contrastadas con la situación en un área geográfica específica.

7. Bibliografía

Atkinson, A. B. (1970) “On the measurement of inequality”, Journal of Economic Theory, 3, 244-263

Bosch, A.; Escribano, C. & Sánchez, I. (1989) Evolución de la Desigualdad y la Pobreza en España. Estudio Basado en las Encuestas de Presupuestos Familiares 1973-74 y 1980-81. Instituto Nacional de Estadística.

Cobas, Á. T. (2008). Desigualdad y nivel económico en los países de la UE-15. Análisis empírico basado en el ECHP (1994-2001). Revista Galega de Economía, 17(1).

Cowel!, F. A. & Mehta, F. 1982. "The estimation and interpolation of inequality measures." Review of Economic Studies 49: 273-290.

Cuadrado Roura, J. R. (1991) “Las disparidades regionales en la Comunidad Europea y en España”, De Economía Pública, 12, 3, 107-122.

Duclos, J.Y.; Araar, A. (2004): Poverty and Equity: Measurement, Policy and Estimation with DAD. (Documents and Theoretical Manuals). Université Laval. (Disponible en http://132.203.59.36:83/).

Foster, J.E.; Shorrocks, a.F. (1988): “Inequality and Poverty Orderings”, European Economic Review, núm. 32, pp. 654-662.

Gini, C. (1912) “Variabilità e mutabilità, contributo allo studio delle distribuzioni e relazioni statistiche”, Studi Economico-Giuridici dell’ Universiti di Cagliari, 3, part 2, 1-158.

Kuznets, S. (1955): “Economic Growth and Income Inequality”, The American Economic Review, vol. XLV, núm. 1, pp. 1-28.

Hoffmann, R 1979. "Estimación de la desigualdad dentro de los estratos en el cálculo del índice de Gini y la redundancia". Economic Research and Planning 9: 719-738.

Hoffmann, R (1984). "Estimación de las medidas de desigualdad y concentración a partir de observaciones agrupadas". Revisión de Econometría 4: 5-21.

Lambert, P.J. (1993): The Distribution and Redistribution of Income. A Mathematical Analysis. 2ª ed. Manchester: Manchester University Press.

Pyatt, G., Chen, CN y Fei, J. (1980). La distribución del ingreso por componentes del factor. La revista trimestral de economía, 95 (3), 451-473.

Ramos, L. R. A. (1990). Interpretando variações nos índices de desigualdade de Theil. Pesquisa e Planejamento Econômico, 20(3).

Rothschild, M.; Stiglitz, J.E. (1973): “Some Further Results on the Measurement of Inequality”, Journal of Economic Theory, núm. 6, pp. 188-204.

Smeeding, T.M.; Rainwater, L. (2002): Comparing Living Standards Across Nations: Real Incomes at the Top, the Bottom and the Middle. (Discussion Paper, 120). Social Policy Research Centre (SPRC).

Souza, J. de 1977. Estatística Econômica e Social. Rio de Janeiro: Campus.

Theil, H. (1967) Economics and Information Theory, Amsterdam, North-Holland