

## RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DE MODELOS PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS Y FÍSICOS POR LOS ALUMNOS DE PRE UNIVERSITARIO

**MSc . Profesora asistente María Milagros Rengifo Guillart**

Universidad de Ciencias Pedagógicas “Frank País García.” -. Profesora asistente, imparte la asignatura de Física – Matemática que pertenece al proyecto ENFOCIEN con la línea de investigación enfoque integrador investigativo en la resolución de problemas.

[maria.rengifo@ucp.sc.rimed.cu](mailto:maria.rengifo@ucp.sc.rimed.cu).

**MSc . Profesor instructor. Juan José Guevara Nacles**

IPU Antonio Alomá Serrano-. Profesor instructor. Imparte la asignatura de Física que pertenece al proyecto ENFOCIEN con la línea de investigación enfoque integrador investigativo en la resolución de problemas.

Resumen.

En el trabajo se exponen los métodos y procedimientos para la solución de problemas matemáticos y físicos a partir de la construcción de modelos sobre la base de relaciones interdisciplinarias que potencian el aprendizaje de las ciencias. Los resultados obtenidos durante el proceso de investigación condujeron al grupo de trabajo a redimensionar las estrategias de aprendizaje sustentadas con enfoque investigador y creativo lo que se constituye en una variante didáctico-metodológica expresada en la integración creadora de la actividad y la comunicación de docentes y estudiantes. El impacto sociocultural de estos ejercicios conllevaron a una integración comunicativa entre las ciencias que conforman el currículo del Pre Universitario.

Palabras claves: interdisciplinarias, integración, problemas, enfoque investigativo integrador.

### INTRODUCCIÓN.

Todos aquellos que han tenido la experiencia de enseñar Matemática y la mayoría de aquellos que han tratado de aprenderla, deben coincidir seguramente en que resolver problemas en esta asignatura, es una traba para la mayoría de los estudiantes. De ahí la necesidad de ocuparse de la Didáctica para el tratamiento de los mismos.

- El enfoque investigativo integrador.
- La enseñanza de las ciencias básicas.
- La formulación y resolución de problemas como elemento esencial del enfoque investigativo integrador.
- El sistema de tareas integradoras investigativas.
- Las nuevas tecnologías de la informática y las comunicaciones.
- Las sociedades científicas, las ferias científico-culturales y los proyectos científicos.

## **ENSEÑANZA COMO ACTIVIDAD INVESTIGATIVA DIRIGIDA**



**POTENCIAR UN ENFOQUE INTEGRADOR DESDE  
DIVERSOS CONTEXTOS Y COMPONENTES**



**ENFOQUE INVESTIGATIVO INTEGRADOR**

### **Desarrollo:**

El enfoque investigativo integrador constituye una variante didáctico-metodológica expresada en la integración creadora de la actividad y comunicación de docentes y estudiantes, sustentada en elementos de investigación dirigida y participativa, que deviene en estilo de pensamiento y modo de actuación permanente y tiene como finalidad la contribución a la formación integral de los estudiantes, el perfeccionamiento constante del proceso pedagógico y la formación de los profesionales de la educación como resultado de la aplicación práctica de la lógica construcción-integración-creación. (Morasén, 2009)

Los problemas son importantes por las funciones que desempeñan en la enseñanza de la Matemática y de la Física, dichas funciones son: instructiva, educativa, desarrolladora y de control.

Desde el punto de vista instructivo, los problemas permiten formar en el alumno un sistema de conocimientos, capacidades, habilidades y hábitos matemáticos; fijándose de esa manera conceptos, teoremas y procedimientos de esta asignatura o de aquella. La educativa determina elementos formativos en la conducta, intereses, motivos y actitudes ante lo que debe transformar en su interacción comunicativa con el objeto, lo desarrollador se sustenta en las capacidades que se van desarrollando desde un lenguaje y pensamiento producto de la interacción dinámica producto de las imágenes, símbolos, figuras, palabras que se forman en la psiquis del estudiante en su interpretación de los fenómenos naturales y sociales que surgen en la naturaleza.

Entre pensamiento y lenguaje, desde el punto de vista fisiológico y cognitivo, adquirido por el alumno, una misma palabra puede tener diferentes significados, puede significar ( una imagen, un esquema, una figura), el problema de los significados de las operaciones en la solución de problemas en Física y Matemática, deben partir de la necesidad enfrentar la solución de dichos problemas simples o complejos teniéndose como premisa la comunicación entre el docente y el alumno.

El vocabulario operacional, expresado por la MSc Cecilia Tamayo Baró, en su tesis de Maestría refiere a los signos, símbolos, esquemas que se forman en la psiquis del estudiante al relacionarse con los entornos de la vida cotidiana, científica, teórica y práctica que le brinda la naturaleza y sus relaciones sociales e interpersonales, en la solución de problemas de Matemática – Física, el alumno descubre la materialidad de dichos símbolos, que van, pueden ir acompañado de un lenguaje articulado, de un pensamiento formado fenomenológicamente y de la práctica escolar bajo la comunicación del profesor.

La experiencia pedagógica y la investigación realizada no solo en Cuba, además en Venezuela, donde pudimos interactuar e intercambiar didáctica, comprobamos que existen muchas palabras que se utilizan como sinónimos (referida a un objetivo en cuestión) digamos en vez de bolas de cristal, ellos les dicen pichas.

Esta investigación parte de la premisa de que es necesario romper con esas clases donde el alumnos mantiene una actitud pasiva, sin intereses, compasivo, no motivado; se trata de preparar un sistema de problemas (abiertos) que le permitan a los estudiantes ir a la solución del problema a partir de los substratos que están presente en su formación, en sus conocimientos que han antecedido a la nueva búsqueda.

Se hace por tanto indelegable la función del profesor de prepararse constantemente y sistemáticamente, de buscar aplicaciones científicas y técnicas como resultado de los conocimientos adquirido por la humanidad y en currículo escolar.

El alumno debe sentir la necesidad de investigar nuevas soluciones y resolver aquellos problemas impuestos durante las clases de Matemática y Física. La comunicación afectiva e inteligente entre el alumno y el profesor juegan un papel decisivo en el desarrollo del conocimiento creador y desarrollador.

Por estas razones se entiende que el problema científico está dirigido a la preparación de los docentes de Matemática y Física para la aplicación del enfoque investigativo integrador y la modelación en la solución de problemas.

La muestra seleccionada corresponden al IPU “ de Santiago de Cuba.

La matrícula de 10<sup>mo</sup> grado es de 363 un universo que recibirá la aplicación de esta investigación , se inició en la primera semana de enero de 2011 para una muestra de 69 alumnos de los grupos 3 y 10 del décimo grado respectivamente, lo que representa un 19,0 % de dicha matrícula.

Diagnóstico inicial: Se realizaron 35 visitas a clases, esencialmente de problemas de Matemática y Física. Los resultados arrojados fueron los siguientes:

- Los problemas seleccionados no se elaboraban desde una perspectiva didáctica integradora vista desde el currículo del 10<sup>mo</sup> grado.
- Los problemas eran muy reproductivos, carecían de posibles esfuerzos mentales, poca creatividad para los alumnos en la búsqueda de las soluciones y los motivos e intereses por los alumnos se mostraban escasos.

Resultados actuales.

1. Los profesores de Matemática y de Física respectivamente, se han preparado con profundidad y tomado conciencia de la necesidad de aplicar nuevos modelos que motive la investigación y búsqueda individual o colectiva a la solución de problemas de Matemática y de Física.
2. Los alumnos de 10<sup>o</sup> 3 han resuelto ejercicios y problemas de Física en las clases de Matemática: dirigidos por la profesora en los que han construido gráficas (parábolas) y analizado sus resultados con enfoques físicos matemáticos.
3. Se emplean diversas literaturas por los alumnos en la búsqueda de solución de ejercicios y problemas, similares o diferentes, buscan maneras inteligentes de obtener un resultado de impacto científico, social y práctico.)
4. Los alumnos resuelven problemas partiendo de la integralidad de los conocimientos que constituyen el currículo de la asignatura Física 10<sup>mo</sup> grado razonando: conceptos, leyes y teorías de contenidos impartidos (conocimientos antecedentes y precedentes.) que los llevan a la solución del problema dentro del problema.

Resultados del diagnóstico inicial:

Grupos Examinados Matrícula	1er Examen Sin aplicación de los problemas	Después de la aplicación de los problemas
45	25	39
45	28	42

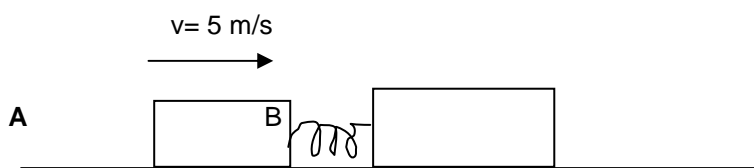
#### Impacto social de la aplicación del modelo.

1. Los alumnos resuelven problemas de Matemática y Física partiendo de presupuestos cognitivos de ambas ciencias.
2. Los alumnos resuelven problemas de Física en Matemática y viceversa por complejos que estos sean.
3. Se sienten interesados y buscan en diversas literaturas problemas semejantes o parecidos, enfrentando su solución.
4. Sienten que se han transformado en su conducta personal, se sienten más independientes del profesor, aunque reconocen y escuchan sus orientaciones y guía.
5. La familia reconoce que los hijos han crecido en nuevos saberes y se comportan socialmente de otra manera.

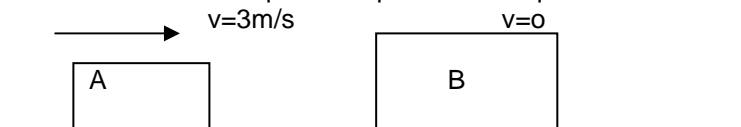
Ejemplo de estos tipos de problemas que forman parte del libro de texto y otros textos.

Ley de conservación de la cantidad de movimiento. Problemas del (1 al 22).

1. Un hombre de 100 Kg está sentado en una canoa de 40,0Kg y dispara una bala de 0,06 Kg con una escopeta de 2,50 Kg. Si la velocidad de salida del proyectil por la boca del arma es de 600 m/s, ¿Con qué velocidad retrocede la canoa?
2. Un cañón de 600 Kg está montado sobre ruedas. Si dispara una granada de 10 Kg con una velocidad de salida en la boca de 540 m/s y un ángulo de elevación de  $45^{\circ}$ , calcula la velocidad de retroceso del cañón?
3. Dos bloques A y B de masas 5 g y 10 g respectivamente, están unidos por un resorte comprimido y de masa despreciable. El sistema se mueve como un todo con una velocidad de 5m/s por una superficie horizontal sin fricción, como se muestra en la figura. Al liberarse el resorte, el bloque B incrementa su velocidad en 2 m/s. Calcula la velocidad que adquiere el bloque A después de liberarse el resorte?



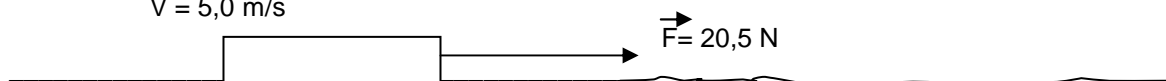
4. En la Figura se representan dos bloques A y B cuyas masas son 2 Kg y 4 Kg respectivamente. El bloque A se mueve por una superficie horizontal antes de chocar con el B. Si después del choque el bloque A rebota con una velocidad de 1 m/s, determina la velocidad del bloque B después del choque.



5. Un cuerpo de masa 30 Kg se encuentra sobre una superficie horizontal lisa y con él choca otro cuerpo de masa 50,5 Kg que posee una velocidad de 9 m/s, si después de dicho choque permanecen unidos.
  - a) Determina la velocidad de los cuerpos después de la interacción.

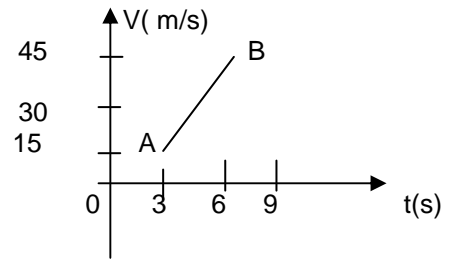
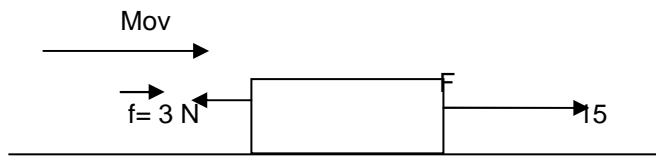
Leyes de Newton o leyes del movimiento:

1. Un bloque de 2,0 Kg se mueve por una superficie horizontal como muestra la figura. Se le aplica una fuerza de 20,5N hasta alcanza la velocidad indicada.
  - a) Determina la aceleración que adquiere el cuerpo si el coeficiente de rozamiento es de 0,2.
  - b) ¿Qué trabajo realiza la fuerza si partió del reposo..?



2. Sobre una carga, que resbala con rozamiento por una superficie plana horizontal, actúa una fuerza de 300N formando un ángulo de  $60^{\circ}$  con la horizontal.
  - a) ¿Qué trabajo realizará la fuerza al desplazarse el cuerpo a 5 m, si el movimiento transcurre a velocidad constante?
  - b) ¿Cuál es coeficiente de rozamiento de la carga contra el plano si su masa es igual a 31 Kg?
3. La figura representa la dirección y sentido de una fuerza aplicada sobre el cuerpo de masa 40 Kg, como resultado de la aplicación de dicha fuerza el cuerpo se desliza en la dirección indicada.

a) Determina el valor de la fuerza que actúa sobre él.



Retoman:

Leyes de Newton acerca del movimiento. (Las 3 leyes.)

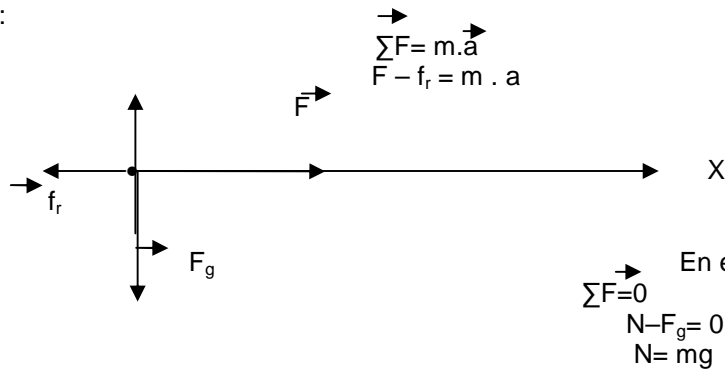
1. Diagrama de cuerpo aislado para interpretar. (Problema 7 Piden en el inciso b coeficiente de rozamiento.). Tienen que trabajar en Y, despejar la Normal(N) y sustituirla en X.

2. Soluciones:

1. Datos:

2.  $F = 20,5\text{N}$

$\mu = 0,2$



$$\sum F = m \cdot a$$

$$F - f_r = m \cdot a$$

$$a = \frac{F - f_r}{m}$$

$$\frac{F - \mu N}{m} = a$$

En el eje Y  $\sum F = 0$

$$N - F_g = 0$$

$$N = mg$$

$$\frac{20,5 \text{ Kg} - 4 \text{ Kg}}{2 \text{ Kg}} = 8,2 \text{ m/s}^2$$

Si la fuerza formara ángulo:

$$\sum F = m \cdot a$$

En el eje X (Eje del movimiento.)

$$F \cos \alpha - f_r = m \cdot a$$

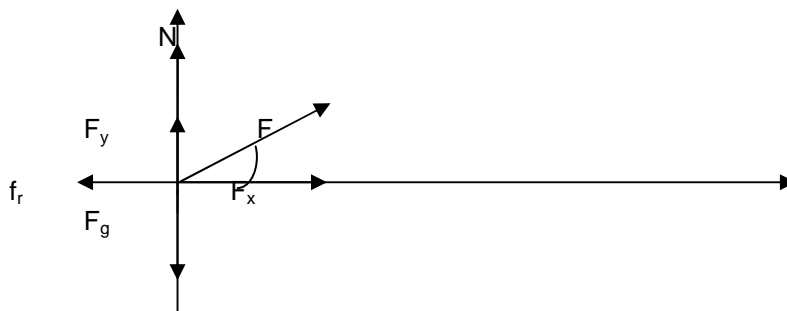
$$F \cos \alpha - \mu N = m \cdot a, \text{ pero } N = mg - F \sin \alpha$$

$$F \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha) = m \cdot a \text{ si su velocidad es constante } a = 0$$

$$(mg - F \sin \alpha)$$

$$\mu = \frac{F \cos \alpha - m \cdot a}{mg - F \sin \alpha}$$

El diagrama de fuerzas: Lo tienen diseñado en su psiquis como una imagen de figuras (vectores). Líneas y rayas.



En el análisis vectorial, ellos han creado formas de pensar y de orientarse en ese plano y lo realizan antes o al final del diseño. (Construyen su imagen.) Plantean yo soy el ingeniero de esta construcción.

0

b) Además el  $W = F \Delta S \cos \alpha$  como  $\cos 0^\circ$  y el  $S = \frac{V_f^2 - V_0^2}{2a}$

$$W = F \Delta S = 20,5 \text{ N} \cdot \frac{25 \text{ m}^2/\text{s}^2}{16,4 \text{ m/s}^2} = 31,4 \text{ J}$$

3. Trabajo y energía.

$$W = F \Delta S \cos \alpha, \quad F = ma \quad \text{y} \quad S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$V_f - V_0$$

En otros problemas  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

En el caso del 17, 18 19 y 20  $W = \Delta E_c$  y la  $E_{c0} = 0$ ;  $W = E_{cf}$

Si el  $W = F \Delta S \cos \alpha$ , y su valor resultara 500J

$E_{cf} = 500 \text{ J}$  y podría el alumno calcular  $V_f$ :

$$V_f = \frac{2(500)}{m}$$

$m = 100 \text{ Kg}$ : sustituir.

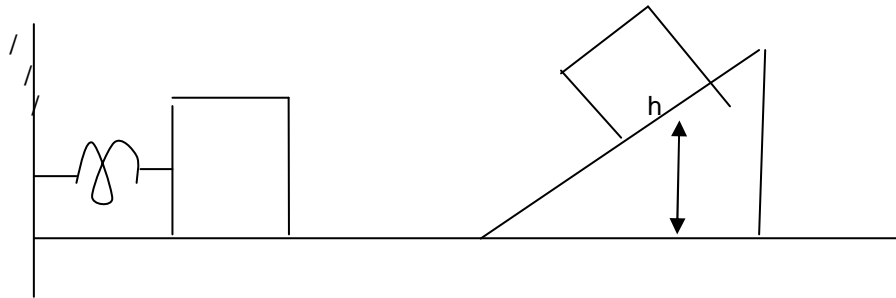
m

Problema

Un resorte tiene constante  $K = 10 \text{ N/m}$ . Un pequeño bloque de masa igual a  $0,1 \text{ Kg}$  se coloca junto a un resorte y, ejerciendo presión contra este, se acorta su longitud  $0,05 \text{ m}$ . Si entonces se suelta el bloque, el resorte recupera su longitud natural, poniendo al bloque en movimiento. Calcula:

- La velocidad que adquiere el bloque.
- La altura  $h$  a la ascenderá el bloque por el plano inclinado. Desprecia el rozamiento.

Esquema



Solución: El alumno valora:

- He resuelto este tipo de problema antes.
  - Es similar a otros.
  - Es más complejo.
  - Necesito emplear otros conocimientos ya recibos.
- Relacionan el trabajo de la fuerza elástica con el teorema de la energía cinética y la energía potencial.
- $E_{pe} = E_c$   
 $\frac{KX^2}{2} = \frac{m \cdot v^2}{2}$

Espejando V:

$$V = X \cdot \frac{\sqrt{k}}{m} \quad (\text{Raíz cuadrada de } K \text{ sobre } m) \quad v = 0,5 \text{ m/s}$$

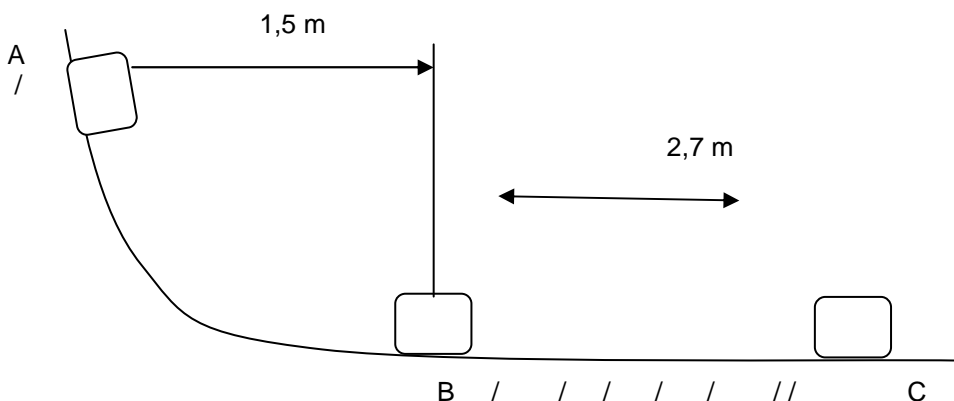
$$\frac{m \cdot v^2}{2} = mgh \quad \text{Despeja } h$$

$$h = \frac{V^2}{2g} \quad h = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

### Problema

Un bloque de 1 Kg se abandona, partiendo del reposo, en el punto A, sobre una pista curva constituida por un cuadrante de circunferencia de radio igual a 1,5 m. El cuerpo se desliza sobre la pista y alcanza el punto B con una velocidad de valor 3,6 m/s. A partir del B se desliza sobre una superficie horizontal una distancia de 2,7 m hasta llegar al punto C en el cual se detiene.

- ¿Cuál es el coeficiente cinético de rozamiento sobre la superficie horizontal.?
- ¿Cuál fue el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento mientras el cuerpo se deslizó de A a B.?



$$\begin{aligned} \sum F &= m \cdot a && \text{Escalarmente.} \\ -f &= m \cdot a \\ -\mu mg &= m \cdot a \\ \text{Pero } a &= \frac{v^2}{2\Delta S} \end{aligned}$$

$$\mu = \frac{v^2}{2g\Delta S} \text{ por lo tanto el coeficiente es de } 0,24$$

$$b.) E_{m_A} + W_{FNC} = E_{m_B}$$

$$W_f = E_{m_B} - E_{m_A}$$

$$W_f = \frac{m \cdot v^2}{2} = mgh \quad \text{factor común } m$$

$$W_f = m \left( \frac{v^2}{2} - gh \right) = -8,5 \text{ J.}$$

Resolvamos el término entre paréntesis aplicando una función cuadrática que se parece y dibujemos su gráfica al igual que el problema 31.

Estos problemas tienen un nivel de integración y nodos comunes con Matemática, los que se pueden convertir en redes de conocimientos para otras asignaturas.

Comienza una segunda etapa de búsqueda de problemas similares en otras literaturas.

Ejemplo en:

12 grado.

Raúl Portuondo.

Otros.

Selección de ejercicios de Física – Matemática.

Aplicaciones de funciones cuadráticas.

Al final les proponemos algunas aplicaciones de funciones cuadráticas de problemas de Físicas resueltos desde la Matemática.

De todos estos podemos ver que los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla.

### **Conclusiones.**

La interdisciplinariedad como proceso y filosofía de trabajo está sustentada en la investigación acción participativa - creadora de docentes y estudiantes aporta sustentos epistemológicos, metodológicos, psicopedagógicos y axiológicos al perfeccionamiento del modo de actuación de los profesores del Preuniversitario.

La interdisciplinariedad se muestra cuando se interpenetran los sistemas de saberes de las disciplinas y, aunque no se le puede interpretar como una suma de saberes disciplinarios, sí, no existe si no es a partir de la lógica interna de las propias disciplinas, en una relación dialéctica, que genera exigencias mayores o macroobjetivos y que deben ser los nuevos objetivos de la enseñanza media básica.

El trabajo metodológico es el espacio idóneo para el desarrollo de la interdisciplinariedad en el modo de actuación de los profesores como proceso de preparación permanente y enriquecimiento profesional y personal.

El estudio de la muestra seleccionada confirma que la interdisciplinariedad en su conexión comunicativa e investigativa integradora en la solución de problemas sencillos y complejos de Matemática - Física ha manifestado al nivel necesario en el modo de actuación de los profesores en correspondencia con las exigencias actuales en sus nuevos saberes.

La valoración positiva resultante de los métodos empleados para constatar las potencialidades de la investigación, permite considerarla como una vía acertada en la búsqueda de respuestas al reto que significa para estos profesores, en la mayoría de los casos formados en disciplinas particulares, el desarrollo de la interdisciplinariedad investigativa comunicativa integradora en su modo de actuación, en particular para la elaboración de tareas docentes.

### **BIBLIOGRAFIA:**

AGUIAR CHÍA, M. (1983): "Asimilación de la experiencia de la actividad creadora", en M. Aguiar y otros La asimilación de los contenidos de la enseñanza, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, pp. 12-13.

ARRIETA GALLASTEGUI, J (1993): ¿Qué fue de la Matemática Moderna? en Revista Signos. Teoría y Práctica en Educación Matemática, No. 3 Enero-Febrero, pp. 94-101.

\_\_\_\_\_ (1994): Las matemáticas en la Educación Secundaria , en Revista Signos. Teoría y Práctica en Educación Matemática, Nro. 13, Oct-Dic. Pp. 70-81.

\_\_\_\_\_ (1989): La resolución de problemas y la educación matemática. Hacia una mayor interrelación entre investigación y desarrollo curricular, en Revista Enseñanza de las Ciencias, Vol. 7, Nro. 1. Febrero.

CHIBÁS ORTIZ, F (1992): En torno a la creatividad y la dinámica grupal. Ed. Academia, La Habana

COLL, C y COLOMINA, R (1993): "Interacción entre los alumnos y aprendizaje escolar" en C, Coll ; J, Palacios ; A, Marchesi Desarrollo Psicológico y Educación II, Alianza Editorial, Madrid.

CONTRERAS, L. ( 1987): La resolución de problemas. ¿ Una panacea metodológica?, en Revista Enseñanza de las Ciencias, Vol. 5, Nro. 1, Febrero, pp. 49-52

DÍAZ GODINO, J y otros (1991): Área del conocimiento. Didáctica de las Matemáticas, Ed. Síntesis, Madrid.

EDGARDO BIANCHI, A (1990): Del aprendizaje a la creatividad, Ed. Braga, Buenos Aires, p.-279.

GUEVARA NACLES, Juan José (2009): Metodología para la elaboración de tareas docentes con enfoque integrador en las asignaturas de Matemática, Física, Química y Biología para el décimo grado. Tesis en opción al Título de Máster en Ciencias de la Educación. Santiago de Cuba

ORTIZ TORRES, Emilio (2009) Comunicación pedagógica y aprendizaje escolar.

RENGIFO GUILLART, María Milagros:( 2006) Problemas interdisciplinarios en el área de las Ciencias Exactas. Tesis en opción al Título de Máster en Ciencias de la Educación. Santiago de Cuba

TAMAYO BARÓ Cecilia (2009): Metodología para la elaboración de tareas docentes con el vocabulario operacional. Tesis en opción al Título de Máster en Ciencias de la Educación. Santiago de Cuba