



**FOLLETO DE EJERCICIOS DE SISTEMAS Y MODELOS
DETERMINISTICOS DE INVENTARIOS PARA LAS CIENCIAS
ECONÓMICAS**

MSc. Omar Nápoles Peña

Facultad de Ciencias Técnicas. Universidad de Las Tunas.

omarnp@ult.edu.cu

RESUMEN

El presente trabajo titulado “Folleto de ejercicios de Sistemas y Modelos determinísticos de inventarios para las Ciencias Económicas” tiene como objetivo acometer su aplicación a problemas de índole económico que se manifiestan en la práctica. Es de vital importancia en los momentos actuales para los futuros profesionales que desempeñaran su labor en el campo de la economía dominar la administración científica del inventario. El contenido de este texto se apoya en numerosos ejemplos que permiten la comprensión de los modelos y de los métodos de solución. El presente Folleto constituye una contribución al fortalecimiento de esa formación profesional que necesitan nuestros educandos.

PALABRAS CLAVES: Sistemas, Modelos, Economía, Métodos, Administración científica e Inventario.

ABSTRACT

This paper entitled "Prospectus exercise Systems and deterministic inventory models for Economics" aims to undertake its application to problems of an economic nature that occur in practice.

It is of vital importance at the present time for future professionals who carry out their work in the field of mastering scientific inventory management economy. The content of this text is supported by numerous examples which allow an understanding of the models and solution methods. This Prospectus constitutes a contribution to strengthening the training they need our students.

KEYWORDS: Systems, Models, Economics, Methods, scientific and Inventory Management.

Introducción

El presente Folleto de ejercicios surgió con la intención de desarrollar una herramienta que sirva como material de apoyo para la docencia. En concreto, la herramienta desarrollada trata de ser de utilidad tanto para el profesor en forma de material de apoyo a la hora de impartir sus clases como para el alumno a la hora de estudiarse los contenidos en la asignatura. Para facilitar al estudiante la teoría y práctica del tema en cuestión, se ha elaborado un material de estudio conformado por un sistema de conceptos, ejemplos resueltos y ejercicios propuestos sobre la optimización y gestión del subsistema de inventarios.

En su elaboración, cada punto particular tiene un orden de prioridad de ideas, donde en cada sección se numeran los contenidos, para expresar en forma corta cada concepto o punto particular y para poder tener puntos referenciales al realizar ejercicios prácticos de los contenidos. Cumpliendo con el objetivo que se expone, se parte de los elementos teóricos y luego se aborda un ejemplo práctico de cada contenido ó caso particular de la administración científica del inventario.

Esta forma de presentación pretende facilitar la lectura de contenidos y hacer notar la secuencia entre la teoría y la práctica. El desarrollo del material de la asignatura, se hace considerando la Investigación de Operaciones como una ciencia administrativa basada en el enfoque científico, para resolver problemas y proporcionar ayuda para la toma de decisiones. Basado en el enfoque gerencial que brinda la Investigación de Operaciones para futuros Economistas y en medio del proceso de perfeccionamiento de nuestro modelo económico es por lo que se ha elaborado el presente folleto de estudio para alumnos de las ciencias económicas.

Esta es una de las técnicas menos empleadas en nuestras Empresas y se estudia con el objetivo de que los futuros economistas sepan optimizar los niveles de inventarios óptimos para garantizar el eficiente ciclo económico y de rentabilidad tanto económica como financiera en la entidad.

Es uno de los temas más complejos en la asignatura Investigación de Operaciones y dado por las dificultades que confrontan los estudiantes de ambas modalidades de estudio al no disponer en su totalidad de una adecuada bibliografía, se ha elaborado este Folleto que permitirá lograr un mayor fortalecimiento en el proceso de enseñanza aprendizaje y en la formación de un profesional más capacitado para enfrentar los nuevos retos en aras de ser un ente activo en el perfeccionamiento de nuestro modelo económico.

Desarrollo

Tanto el inventario, como las cuentas por cobrar, presentan una proporción significativa de los activos en la mayoría de las empresas que requieren de inversiones sustanciales. Por ello, las prácticas administrativas que den como resultado minimizar el porcentaje del inventario total, pueden representar grandes ahorros en dinero.

OBJETIVOS

El objetivo de los modelos de inventarios es presentar algunos métodos que ayuden a lograr una buena administración en los inventarios y una relación eficiente de ellos con la Administración Financiera.

CONCEPTOS BÁSICOS DE INVENTARIO

Los inventarios son un puente de unión entre la producción y las ventas en una empresa manufacturera el inventario equilibra la línea de producción si algunas máquinas operan a diferentes volúmenes de otras, pues una forma de compensar este desequilibrio es proporcionando inventarios temporales o bancos. Los inventarios de materias primas, productos semiterminados y productos terminados absorben la holgura cuando fluctúan las ventas o los volúmenes de producción, lo que nos da otra razón para el control de inventarios. Estos tienden a proporcionar un flujo constante de producción, facilitando su programación.

Los inventarios de materia prima dan flexibilidad al proceso de compra de la empresa. Sin ellos en la empresa existe una situación “de la mano a la boca”, comparándose la materia prima estrictamente necesaria para mantener el plan de producción, es decir, comprando y consumiendo.

VENTAJAS DE UN SISTEMA DE INVENTARIO

Con el la empresa puede realizar sus tareas de producción y de compra economizando recursos, y también atender a sus clientes con mas rapidez, optimizando todas las actividades de la empresa. Sin embargo, se presenta una desventaja: el costo de mantenimiento; ya que se debe considerar el costo de capital, el costo de almacenaje, el costo de oportunidad causando por inexistencia, y otros.

Tanto el inventario, como las cuentas por cobrar, deben incrementarse hasta donde el resultado de ahorro sea mayor que el costo total de mantener un inventario adicional. La eficiencia del proceso de un sistema de inventarios es el resultado de la buena coordinación entre las diferentes áreas de la empresa, teniendo como premisas sus objetivos generales.

CONTROL DE INVENTARIOS

La eficiencia del control de inventarios puede afectar la flexibilidad de operación de la empresa. Dos empresas esencialmente idénticas, con la misma cantidad de inventario, pero con grandes diferencias en los grados de flexibilidad de sus operaciones, pueden tener inventarios desbalanceados, debido básicamente a controles ineficientes de estos. Ello ocasiona que en determinado momento se encuentren con abundancia de alguna materia y carezcan de otra.

Finalmente, estas deficiencias tienen efectos negativos en la utilidad. En otras palabras, la ineficacia del control de inventarios para un nivel dado de flexibilidad afecta el monto de las inversiones que requieren, es decir, a menor eficiencia en el sistema de control de inventarios, mayor la necesidad de inversión. Consecuentemente, las altas inversiones en inventarios tendrán un impacto adverso en la utilidad de la empresa.

Expuesta la importancia de un sistema de control de inventarios cabe mencionar estos objetivos generales:

- Minimizar la inversión en el inventario.
- Minimizar los costos de almacenamiento.
- Minimizar las pérdidas por daños, obsolescencia o por artículos perecederos.
- Mantener un inventario suficiente par que la producción no carezca de materias primas, partes y suministros.
- Mantener un transporte eficiente de los inventarios, incluyendo las funciones de despacho y recibo.
- Mantener un sistema eficiente de información del inventario.
- Proporcionar informes sobre el valor del inventario a contabilidad.
- Realizar compras de manera que se pueden lograr adquisiciones económicas y eficientes.
- Hacer pronósticos sobre futuras necesidades de inventario.

No es posible alcanzar todos estos objetivos; en su consecución se debe hacer ciertas concesiones. Hay varias condiciones que impiden el logro de estos objetivos. Más bien que representar problemas que pueden ser solucionados, estas condiciones siempre están presentes y tienden a frustrar el control efectivo del inventario.

El constante cambio en la relación de oferta - demanda frustra el control efectivo del inventario.

FACTORES DE COSTO EN EL CONTROL DEL INVENTARIO

El objetivo primordial del control del inventario es tener la cantidad apropiada de materia prima u otros materiales y productos terminados en el lugar adecuado, en el tiempo oportuno y con el menor costo posible. Los costos excesivos en inventarios pueden ser por malas decisiones en el establecimiento de un sistema. Los factores de costo en el control de inventario son:

COSTO DE COMPRA O INVERSIÓN

El costo de compra (c) es el precio unitario de un artículo este fue adquirido de fuente externa o proveedor, y debe ser registrado en nuestro costo de inventario como tal. Igualmente, si el bien es fabricado en planta deberán incluirse sus costos de producción y registrarse como un artículo que se vende a consumidor final.

COSTO DE ADQUISICIÓN O DE TRÁMITE, O COLOCACIÓN DE PEDIDOS

Este costo de colocación o trámite de pedidos (co), se origina por los gastos de la emisión de la orden de compra a un proveedor, o por los costos de la orden de producción en planta.

Estos costos varían en razón directa al número de órdenes colocadas, y no con el tamaño o monto de la orden.

COSTOS DE MANTENER INVENTARIO

El costo de tener o mantener el inventario en almacenes (Ch ó Cs) comprende diferentes conceptos como los de almacenaje, depreciación de bodegas y equipo o renta de estos, impuestos, seguros, desperdicio, obsolescencia, manejo, etc.

COSTOS DE TENER INVENTARIO POR FALTA DE OPORTUNIDAD

Estos costos pueden tener su origen en faltantes externos cuando a un cliente no se le puede surtir una orden ocasionando órdenes pendiente, disminución en las ventas y pérdida de prestigio comercial, o internos cuando un departamento dentro de la organización no cuenta con materiales o artículos ocasionando pérdidas de producción, retraso en las fechas de entrega.

Clasificación de los modelos de inventarios

Los modelos de inventarios pueden agruparse en dos grandes categorías:

1. Modelos de cantidad fija de reorden.
2. Modelos de período fijo de reorden.

La naturaleza del problema de inventario consiste en hacer y recibir pedidos de determinados volúmenes, repetidas veces y a intervalos determinados. Una política de inventario responde las siguientes preguntas.

- ¿Cuanto se debe ordenar?

Esto determina el lote económico (EOQ) al minimizar el siguiente modelo de costo:

(Costo total del inventario) = (Costo de compra) + (costo de preparación + Costo de almacenamiento) + (costo de faltante).

Todos estos costos se deben expresar en términos del lote económico deseado y del tiempo entre los pedidos.

- El costo de compra se basa en el precio por unidad del artículo. Puede ser constante, o se puede ofrecer con un descuento que depende que depende del volumen del pedido.
- El costo de preparación ó de pedido representa el cargo fijo en el cual se incurre cuando se hace un pedido. Este costo es independiente del volumen del pedido
- El costo de almacenamiento representa el costo de mantener suficientes existencias en el inventario. Incluye el interés sobre el capital, así como el costo de mantenimiento y manejo
- El costo de faltante es la penalidad en la cual se incurre cuando nos quedamos sin existencias. Incluye la pérdida potencial de ingresos, así como el costo mas subjetivo de la pérdida de la buena voluntad de los clientes.
- ¿Cuándo se deben colocar los pedidos?

Depende del tipo de sistema de inventario que tenemos. Si el sistema requiere una revisión periódica (por ejemplo, semanal o mensual), el momento para hacer un nuevo pedido coincide con el inicio de cada periodo. De manera alternativa, si el sistema se basa en una revisión continua, los nuevos pedidos se colocan cuando el nivel del inventario desciende a un nivel previamente especificado, llamado el punto de reorden.

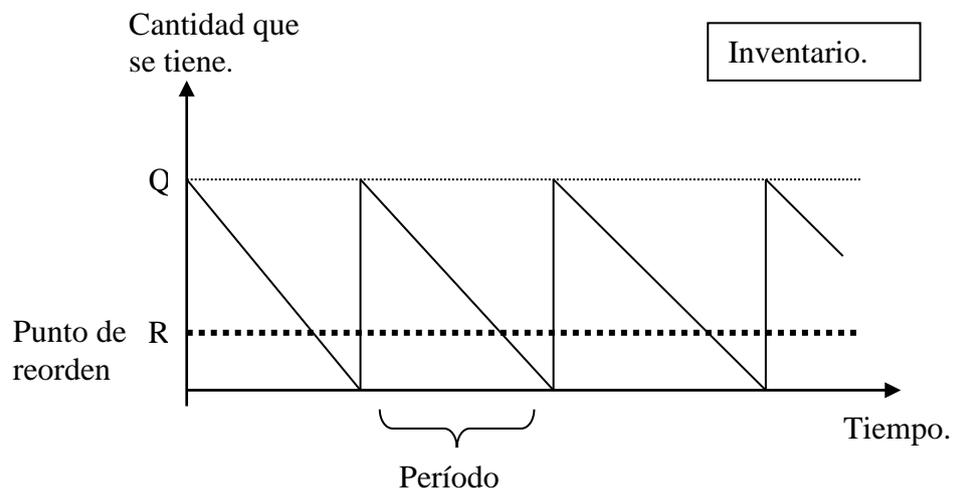
Modelo de lote económico (EOQ)

El modelo de lote económico es un modelo de cantidad fija de reorden. Con este tipo de modelo es necesario determinar la cantidad fija que se debe ordenar cada vez y un punto de reorden que indique cuándo se debe hacer el pedido. Para simplificar el análisis se harán las siguientes suposiciones:

1. La demanda es uniforme. (constante y continua)
2. El abastecimiento se recibe todo junto, no en partes (global)
3. El tiempo de entrega es constante.
4. Todos los costos son constantes.

El EOQ es un modelo muy antiguo que data de 1915, fecha en que F. W. Harris lo desarrolló, y se aplica ampliamente.

Un enfoque común para desarrollar los modelos de inventario es obtener una expresión matemática para los costos totales y después buscar el mínimo. Para hacer esto es necesario conocer el abastecimiento, el inventario promedio y los costos. Así el comportamiento de estos a través del tiempo, puede graficarse de la siguiente forma:



Los únicos costos que vamos a considerar son el costo de ordenar y el costo de almacenamiento. Así:

$$\text{Costo total de inventario} = \text{costo de ordenar} + \text{costo de conservación}$$

En general se usa un año de operación como el período de análisis del inventario. Se pondrá todo en base anual, aunque puede usarse cualquier período (semana, mes, día). Observando primero el costo de ordenar:

$$\text{Costo anual de ordenar} = \text{número de órdenes} * \text{costo de una sola orden}$$

Si la demanda total anual es D unidades por año y se están ordenando Q unidades cada vez, entonces:

$$\text{Número de órdenes por año} = \frac{D}{Q}$$

Si C_0 representa el costo de dólares de una orden:

$$\text{Costo anual de ordenar} = \frac{D}{Q} C_0$$

Ahora considérese el costo anual de conservación. Este sería:

$$\text{Costo anual de mantener} = \text{Inventario promedio} \times \text{Costo de conservación/unidad/año}$$

Supóngase que se pueden combinar los costos de almacenamiento, obsolescencia y capital invertido en un solo costo de conservación de inventario C_h . Queda la tarea de determinar el nivel de inventario promedio.

$$\text{Costo anual de conservación} = \frac{Q}{2} \cdot C_h$$

Ahora puede expresarse el costo total como:

$$\text{Costo anual de inventario} = \frac{D}{Q} \cdot C_0 + \frac{Q}{2} \cdot C_h .$$

Los costos totales se minimizan cuando la cantidad que se ordena cada vez es:

$$Q = \sqrt{\frac{2DC_0}{C_h}}$$

Esta fórmula da la cantidad óptima que se debe ordenar cada vez que se hace un pedido. ¿Qué pasa con el punto de reorden? Como se supuso que el tiempo de entrega es constante, solo se tiene que igualar el punto de reorden y la demanda que ocurrirá durante el período de entrega. Esto se llama demanda del tiempo de entrega, matemáticamente:

Si L = tiempo de entrega en días.
 D = demanda anual.
 R = punto de reorden.

Entonces: $R = \frac{DL}{365}$ Unidades

La única advertencia que debe hacerse es que la demanda y el tiempo de entrega tienen que estar en la misma escala de tiempo.

Ejemplo

Considérese un fabricante que necesita 2000 partes pequeñas durante el próximo año. El costo de las unidades es de \$5.00 cada una. Se tienen disponibles en la localidad con un tiempo de entrega de una semana, pero el costo de ordenar para el fabricante es de \$5,00 por orden. El costo de conservación es de \$1,50 al año por almacenamiento, más el 10% por unidad por año por el costo de oportunidad del capital. ¿Cuántas unidades debe ordenar el fabricante con el fin de minimizar los costos totales de inventario?

Solución

De los datos del problema se tiene:

$$D = 2000 \text{ unidades por año.}$$

$$C_o = \$ 5.00 \text{ por unidad.}$$

$$C_h = \% 1.50 + (10\%) (\$5.00) = \$2.00 \text{ por unidad por año}$$

Aplicando la ecuación:

$$Q = \sqrt{\frac{2DC_o}{C_h}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot 2000 \cdot 5}{2}}$$

$$Q = 100 \text{ unidades/orden}$$

El punto de reorden es:

$$R = \frac{DL}{365} = \frac{7 \cdot 2000}{365} = 38 \text{ unidades}$$

Entonces, la política será ordenar 100 unidades siempre que el inventario baje a 38. El costo total anual será:

$$\begin{aligned}\text{Costo anual de inventario} &= \frac{D}{Q} \cdot C_0 + \frac{Q}{2} \cdot C_h \\ &= \frac{2000}{100} \cdot 5 + \frac{100}{2} \cdot 2 \\ &= \$ 200\end{aligned}$$

$$\text{Número de órdenes: } \frac{D}{Q} = \frac{2000}{100} = 20 \text{ órdenes/año.}$$

$$\text{Días entre órdenes: } \frac{365}{\text{número de órdenes}} = 18 \text{ días/órdenes.}$$

Casos especiales del Modelo EOQ

EOQ con reabastecimiento uniforme y sin deficit

El inventario de bienes terminados de un fabricante no se abastece de golpe con una cantidad global. Los bienes llegan uno a uno conforme salen de la línea de ensamble. De hecho, el reabastecimiento es uniforme como lo es la demanda supuesta por el modelo EOQ. La tasa de reabastecimiento debe ser mayor que la tasa de demanda; de otra manera, no habría inventario.

Durante el período de reabastecimiento, el inventario crece con una tasa igual que las diferencias entre las tasas de demanda y de abastecimiento. El nivel de inventario máximo se alcanza después de un tiempo t , es decir:

$$\text{Inventario máximo} = (S - D) t$$

En donde:

- D = tasa de demanda (unidades / año)
- S = tasa de abastecimiento (unidades / año)
- t = período de reabastecimiento (años)

Entre los períodos de reabastecimiento, el inventario decrece con una tasa D de demanda. Sea T el período para ordenar: se sabe que el período de reabastecimiento es igual que la cantidad que se demanda, o sea:

$$S \cdot t = D \cdot T$$

$$T = \frac{DT}{S}$$

Recuérdese que:

$$T = \frac{Q}{D}$$

$$t = \left(\frac{D}{S}\right) \cdot \left(\frac{Q}{D}\right) = \frac{Q}{S}$$

Entonces,

$$\text{Nivel de inventario máximo} = (S - D) \cdot t = (S - D) \cdot \frac{Q}{S} = Q \left[1 - \frac{D}{S}\right]$$

Ahora se continuará con los costos totales. Los costos de reordenar anuales son los mismos que en el modelo básico. Los costos anuales de conservación están basados en el inventario promedio; este promedio es la mitad de la altura. Entonces:

$$\text{Costo anual de conservación} = \frac{1}{2} Q \cdot \left[1 - \frac{D}{S}\right] \cdot C_h$$

Así el costo anual de conservación se convierte en:

$$\text{Costo total de inventario} = \frac{D}{Q} \cdot C_o + \frac{1}{2} \cdot Q \cdot \left[1 - \frac{D}{S}\right] C_h$$

Usando el cálculo puede demostrarse que la cantidad óptima debe ordenarse está dada por:

$$Q = \sqrt{\frac{2DC_o}{C_h \left[1 - \frac{D}{S}\right]}}$$

Ejemplo:

Recuérdese el ejemplo de la conferencia anterior del EOQ con:

D = 2000 unidades por año.

C_o = \$ 5.00 por unidad.

C_h = % 1.50 + (10%) (\$5.00) = \$2.00 por unidad por año

Supóngase que el abastecimiento es uniforme con una tasa de 4000 unidades por año. Entonces:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot 2000 \cdot 5}{2 \left[1 - \frac{2000}{4000}\right]}} = 141 \text{ u/orden}$$

Y

$$\text{Costo anual de inventario} = \frac{2000}{141} \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 141 \cdot \left[1 - \frac{2000}{4000}\right] \cdot 2 = \$141.00/\text{año}$$

Es interesante comparar estos resultados y los obtenidos cuando el reabastecimiento es global. Con el abastecimiento es uniforme, se hacen pedidos más grandes y los costos son menores. La razón es que durante el período de reabastecimiento algunas unidades que se reciben se distribuyen de inmediato para satisfacer la demanda. Esto reduce los costos de conservación.

EOQ con faltantes

Si los clientes aceptan que haya faltantes, es decir, que su pedido se satisfaga después, cuando no se tiene un artículo en almacén, entonces la venta no se pierde. Bajo esta condición, el inventario puede reducirse. En el límite no se tendría ningún inventario. Se supondrá entonces que a cada unidad faltante se le asocia un costo agregado por faltantes. Los costos anuales de inventario comprenderán ahora los costos de ordenar, los de conservación y los de faltantes. Se supondrá también que los abastecimientos son globales. Se deben determinar dos cantidades: Q y el inventario máximo $I_{\text{máx}}$. No se describirá cómo se derivan los resultados, pero estos son:

$$Q = \sqrt{\frac{2DC_0}{C_h k}} \quad I_{\text{máx}} = kQ$$

$$CT = \frac{D}{Q} \cdot C_0 + \frac{1}{2} \cdot Q \cdot C_h \cdot k^2 + \frac{1}{2} \cdot Q \cdot C_s (1 - k)^2$$

$$k = \frac{C_s}{C_h + C_s}$$

C_s = costo por faltantes (\$ /unidad)
 $I_{\text{máx}}$ = nivel de inventario máximo (unidades)

En donde:

Según el factor k, puede observarse que, al tiempo que el costo por faltantes sobrepasa el costo de conservación, k tiende a la unidad, lo cual reduce los faltantes. Si los costos de conservación y por faltantes son iguales, entonces $k = \frac{1}{2}$ y la mitad de todas las unidades se surtirán después, es decir, serán faltantes.

Ejemplo

Continuando con el mismo ejemplo, sea \$2.00 el costo por faltantes por unidad, entonces:

$D = 2000$ unidades por año.
 $C_o = \$ 5.00$ por orden.
 $C_h = \$2.00$ por unidad por año
 $C_s = \$2.00$ por unidad que falta

Sustituyendo en las ecuaciones:

$$k = \frac{2}{2+2} = 0.5$$

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot 2000 \cdot 5}{2 \cdot 0.5}} = \sqrt{20000} = 141 \text{ unidades}$$

$$I_{\text{máx}} = 0.5 \cdot 141 = 70.5 \text{ ó } 71 \text{ unidades}$$

$$\text{Costo anual.} = \frac{2000}{141} \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 141 \cdot 2 \cdot (0.5)^2 + \frac{1}{2} \cdot 141 \cdot 2(1 - (0.5))^2$$

$$\begin{aligned} \text{Costo anual de inventario} &= (2000/141)(5) + \frac{1}{2}(141)2(0.5)^2 + \frac{1}{2}(141) 2 (1-0.5)^2 \\ &= 70.5 + 70.5 \\ &= \$141/\text{Año} \end{aligned}$$

EOQ descuento por cantidad con faltantes

El descuento en la compra de una cantidad grande. Puede ser que el costo de tener un inventario adicional quede más que compensado reduciendo el costo de compra. La forma más directa de saber si se deben ordenar cantidades grandes es comparar el aumento en los costos de inventario con el ahorro en el costo de compra. No se necesitan fórmulas nuevas; simplemente se aplican las que ya se describieron. Esto puede hacerse de la siguiente manera:

1. Encuéntrese el EOQ con el precio base. Nótese que, si el EOQ es mayor que la cantidad mínima descuento, el problema está resuelto. Simplemente se calcula otra vez el EOQ con el precio de descuento y se ordena esta cantidad. Si no:
2. Calcúlese el costo anual de inventario y el costo anual de compra suponiendo el precio base.
3. Calcúlese el ahorro en el costo anual de compra con el precio de descuento.
4. Suponiendo que se ordena la cantidad mínima de descuento, calcúlese el aumento en el costo anual de inventario. Compárese esto con el ahorro anterior y selecciónese la opción de menor costo.

Si resulta que la opción de descuento es menos costosa se debe recalculer el EOQ, con el precio de descuento para comprobar si se debe pedir más que la cantidad mínima.

Ejemplo

Supóngase que el proveedor del ejemplo del modelo básico del EOQ ofrece un 5% de descuento si se ordenan 200 unidades o más. El ahorro en el precio de compra es:

Precio base: costo total de compra = \$5 * 2000 = \$10000.

Precio de descuento: precio total de compra = \$5 (0.95) (2000) = \$9500

Ahorro = \$500

Ahora se compara el costo anual de inventario. Primero, con el precio base, se encontró que el EOQ era

$$Q = \sqrt{\frac{2DC_o}{C_h}} = \sqrt{\frac{[2(2000)(5)]}{2}} = 100 \text{ unidades/orden}$$

$$\begin{aligned}
\text{Costo anual de inventario} &= (D/Q) C_o + (Q/2) C_h \\
&= (2000/100)5 + (100/2)2 \\
&= \$200/\text{año}
\end{aligned}$$

Si se acepta el descuento, el tamaño de la orden debe ser por lo menos 200, es decir, $Q \geq 200$. También el costo de conservación quedará afectado ya que:

$$C_h = 1.50 + 0.1(\text{precio}) = 1.50 + 0.1(5)(0.95) = \$1.975$$

Con $Q = 200u$ /orden

$$\begin{aligned}
\text{Costo anual de inventario} &= (2000/200)5 + (200/2)1.975 \\
&= \$247.50/\text{año}
\end{aligned}$$

Nótese que el costo de ordenar decrece, pero el costo de conservación aumenta. El aumento neto del costo de inventario es:

$$\begin{array}{r}
\$247.50 \\
\hline
-200 \\
\hline
\$ 47.50 \text{ costo aumentado}
\end{array}$$

Como esto es mucho menos que \$500 de ahorro en el costo de compra, se debe aumentar la cantidad de la orden para obtener un descuento.

Se debe llevar a cabo todavía un paso más: se recalcula el EOQ con el costo de conservación menor, basado en el precio de descuento:

$$Q = \sqrt{\frac{2DC_o}{C_h}} = \sqrt{\frac{[2(2000)(5)]}{1.975}} = 100.6 \text{ uds/orden}$$

Como esta cantidad todavía es menor que la cantidad mínima de descuento, no hay ahorro al ordenar más de 200 unidades.

Modelo de período fijo de reorden

Con los modelos de período fijo de reorden se determina un intervalo fijo óptimo para llevar a cabo las revisiones del inventario. Entonces, cada vez que se hace un pedido se ordena la diferencia entre algún máximo y la cantidad que se tiene. Se harán las mismas cuatro suposiciones que se hicieron para el modelo EOQ. Bajo estas suposiciones se encontrará que el modelo de período fijo de reorden óptimo es el mismo que el modelo EOQ que se encontró antes, excepto que este recibe el nombre de período fijo de reorden (EOI).

Intervalo económico de reorden

El inventario disminuye en respuesta de la demanda. Cuando se hace la revisión se coloca un pedido por la diferencia entre M (el máximo) y la cantidad que se tiene. Al recibirse, el inventario se restablece en su máximo. La primera tarea es encontrar el intervalo óptimo de reorden.

Sabiendo que $T = D/Q$, entonces:

$$\begin{aligned}\text{Costo anual de inventario} &= (D/TQ) C_o + (TD/2) C_h \\ &= (C_o / T) + (TD/2) C_h\end{aligned}$$

Este costo se minimiza cuando el período de reorden es:

$$T = \sqrt{(2 C_o) / D C_h}$$

En donde:

D = demanda anual en unidades.

T = intervalo económico de reorden en años.

C_o = costo de ordenar por orden.

C_h = costo de conservación por unidad por año.

Para completar el modelo es necesario encontrar M. Este se conoce como el punto hasta el que se ordena. Este nivel depende del tiempo de entrega. Lógicamente, las revisiones periódicas se deben programar con tiempo suficiente para permitir que se haga un pedido y que se reciba antes de quedarse sin artículos en el almacén. Esto significa que M debe ser igual que la cantidad que se usa a través de un período más una cantidad igual que la demanda del tiempo de entrega. Entonces:

$$M = TD + LD = D(T + L)$$

En donde:

D = demanda anual en unidades.

T = intervalo económico de reorden en años.

L = tiempo de entrega en años.

Ejemplo

Volviendo al mismo ejemplo tenemos que:

$D = 2000$ unidades por año.

$C_o = \$ 5.00$ por orden.

$C_h = \$2.00$ por unidad por año

$L = 7$ días.

$$T = \sqrt{(2 C_o) / D C_h}$$

Aplicando la ecuación:

$$T = \sqrt{(2 (5)) / 2000(2)}$$

Convirtiendo el resultado en días:

$$365T = 365(0.05) = 18 \text{ días}$$

El punto hasta el que se ordena es:

$$M = D(T+L)$$

$$M = (2000) [0.05+(7/365)]$$

$$M = 138 \text{ unidades}$$

En el ejemplo anterior se encontró un EOQ de 100 unidades y un punto de reorden de 38. El punto hasta el que se ordena es el mismo que la suma de estos dos valores. Como se mencionó antes los modelos EOQ y EOI son idénticos bajo las suposiciones realizadas. Se les ha dado diferentes nombres, porque se aplican de manera distinta.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1-Una empresa de conformación de metales consume material de acero a una razón constante de 1000 toneladas por mes. El costo de mantener una tonelada en inventario es de \$1.00 por mes y el costo de ordenar un pedido es de \$80.00 pesos la orden. Si la tonelada de acero cuesta \$200.00 , determine:

- Tamaño óptimo del lote.
- Costo total de inventario anual.
- Número de pedidos al año.
- ¿En cuánto se incrementará el costo total anual de inventario si el tamaño óptimo del lote es de 700 toneladas por orden?
- ¿Sí el proveedor nos oferta la posibilidad de que por cada pedido de 800 toneladas el nos hace un descuento al precio de compra de un 10%, estaría la empresa en condiciones de aceptar la oferta del vendedor?

2-La empresa del MICONS necesita mensualmente para las obras de la Batalla de Ideas en la provincia de Las Tunas 200 toneladas de materiales de la construcción. El costo de compra de cada tonelada es de \$400.00, la empresa por cada pedido que realiza gasta alrededor de \$50.00. Los costos de conservación de los materiales es de \$10.00 la tonelada en cada mes. Determine:

- Tamaño óptimo del lote.
- Número de pedidos al año.
- Costo total de inventario anual.
- ¿En cuánto se incrementará el costo total anual de inventario si el tamaño óptimo del lote es de 100 toneladas por orden?
- ¿Sí el proveedor nos oferta la posibilidad de que por cada pedido de 300 toneladas el nos hace un descuento al precio de compra de un 20%, estaría la empresa en condiciones de aceptar la oferta del vendedor?

3- Una empresa necesita 5000 productos en el semestre, para ello ha realizado un contrato con otra empresa. Los productos se envían por embarques a la empresa contratante, el costo de cada embarque es de \$20.00, los costos de inventario son de \$10.00 por unidad semestral. Sí cada producto cuesta \$ 5.00, determine:

- Tamaño óptimo del lote.
- Número de pedidos al año.
- Costo total de inventario anual.
- ¿En cuánto se incrementará el costo total anual de inventario si el tamaño óptimo del lote es de 150 productos por orden?
- ¿Sí el proveedor nos oferta la posibilidad de que por cada pedido de 200 productos el nos hace un descuento al precio de compra de un 40%, estaría la empresa en condiciones de aceptar la oferta del vendedor?

4-Una empresa del SIME elabora los ejes que necesita para el ensamblaje de determinado equipo .Para el ensamblaje se necesitan 40 ejes por día, el costo estimado de compra es de \$5.00 por eje y el costo de almacenamiento es de \$0.50 por eje- día. Cada vez que se realiza los pedidos de estos ejes se incurre en un costo de \$60.00, determine:

- Tamaño óptimo del lote.
- Número de pedidos al año.
- Costo total de inventario anual.

d) ¿En cuánto se incrementará el costo total anual de inventario si el tamaño óptimo del lote es de 150 ejes por orden?

e) ¿Sí el proveedor nos oferta la posibilidad de que por cada pedido de 300 ejes el nos hace un descuento al precio de compra de un 50%, estaría la empresa en condiciones de aceptar la oferta del vendedor?

5- Un fabricante de autos necesita durante un año 200 componentes para la fabricación del mismo, la fábrica tiene una capacidad para abastecerse de 400 componentes al año. El costo de conservación es de \$4.00 la unidad/año, mientras el costo por embarque es de \$50.00. El tiempo de entrega es de una semana. Determine:

a) El tamaño de los embarques.

b) Calcule el Inventario Máximo.

c) Calcule el costo total de inventario.

6- Un fabricante de bicicletas necesita durante un año 14000 componentes para la fabricación del mismo, la fábrica tiene una capacidad para abastecerse de 20000 componentes al año. El costo de conservación es de \$15.00 la unidad, mientras los costos por embarque son de \$25.00 la unidad al año. El tiempo de entrega es de una semana. Determine:

a) El tamaño de los embarques y la frecuencia de los envíos.

b) Calcule el punto de reorden.

c) Calcule el costo total de inventario.

7- Un fabricante de muebles necesita durante un mes 1000 piezas para la fabricación del mismo, la fábrica dispone de una capacidad de 7200 piezas en un semestre para ello los costos de conservación oscilan por un valor de \$30.00 por unidad al año y los costos por pedido son de \$40.00 por unidad al año. Determine:

a) El tamaño óptimo del lote.

b) El inventario máximo.

c) El costo total anual de inventario y la frecuencia con que se realizan los pedidos.

d) ¿Cuánto se incrementa el costo total por unidad de tiempo si el tamaño máximo permisible es de 250 unidades?

8- Un taller confecciona vestidos a partir de rollos de tela. Estos se compran a un suministrador externo que entrega un lote completo cada vez que recibe una orden. Los rollos de tela se demoran en llegar al taller un día a partir del momento en que se piden. El taller consume 10000 rollos al año para la confección de los vestidos, se sabe que la falta de rollos origina un gasto de \$ 5.00 por rollo al año. El costo de conservación es de \$ 10.00 por rollo al año, mientras el costo por hacer una orden es de \$60.00.

a) ¿Cuántos rollos de tela se deben solicitar en cada orden para minimizar los costos totales?

b) ¿Cuál será la máxima cantidad de rollos que tendrá el taller de inventario?

c) Calcule la probabilidad de ruptura del inventario.

d) Calcule el costo total anual de inventario.

9- Una empresa suministra motores Diesel a una planta ensambladora de camiones, que necesita 25 motores al día. La planta estima que la falta que la falta de un motor produce pérdidas de \$ 10.00 por día y que el costo de mantener un motor un mes (30 días) en inventario es de \$ 15.00. El costo de hacer una orden de cualquier cantidad es de \$ 260.00.

Para esta situación determine:

- a) Cuántos motores deben pedirse en cada orden.
- b) Qué frecuencia debe tener las órdenes.
- c) ¿Resultaría conveniente para la planta no permitir déficit?

10- Una entidad suministra piezas de repuesto a una empresa ensambladora que necesita 10000 unidades al año, los costos de embarques oscilan por valor de \$ 100.00, los costos de almacenamiento por unidad de producto al año es de \$60.00, mientras la probabilidad de ruptura del inventario es de 0.5. Para esta situación determine:

- a) Cuántas piezas se deben pedir en cada orden.
- b) Calcule el inventario máximo.
- c) Qué frecuencia debe tener las órdenes.
- d) ¿Resultaría conveniente para la planta no permitir déficit?

11- Los almacenes centrales pertenecientes al Mincin desean determinar el óptimo de los pedidos que se solicitan con vista a darle respuesta a la demanda de los clientes. La demanda actual de los clientes oscila como promedio en 110000 unidades al año. La probabilidad de ruptura del inventario es igual a 0.5. Los costos de conservación son de \$10.00 por unidad al mes y los costos por cada orden de \$75.00 semestral por unidad. Para esta situación determine:

- a) Cuántas unidades se deben pedir en cada orden.
- b) Calcule el inventario máximo.
- c) Qué frecuencia debe tener las órdenes.
- d) ¿Resultaría conveniente para la planta permitir déficit?

12- Una empresa suministra motores Diesel a una planta ensambladora de camiones, que necesita 25 motores al día. La planta estima que la falta de un motor produce pérdidas de \$ 10.00 por día, El costo de hacer una orden de cualquier cantidad es de \$ 260.00 Para esta situación determine:

- a) Costo total anual.
- b) ¿Resultaría conveniente para la planta no permitir déficit?

13- Un fabricante de autos necesita durante un año 200 componentes para la fabricación del mismo, la fábrica tiene una capacidad para abastecerse de 400 componentes al año. El costo de conservación es de \$4.00 la unidad/año, mientras el costo por embarque es de \$50.00. El tiempo de entrega es de una semana. Determine:

- a) Período óptimo de reorden
- b) Calcule el Valor Máximo de inventario.
- c) Calcule el costo total de inventario.

14- Una empresa de conformación de metales consume material de acero a una razón constante de 1000 toneladas por mes. El costo de mantener una tonelada en inventario es de \$0.40 por mes y el costo de ordenar un pedido es de \$8.00 pesos la orden .Si la tonelada de acero cuesta \$200.00, y los tiempos de entrega se realizan cada 36 días determine:

- a) Período óptimo de reorden
- b) Valor Máximo del inventario
- c) ¿En cuánto se incrementará el costo total anual de inventario si el período óptimo de reorden es de 0,30 años/ordenes?

15- Los almacenes centrales pertenecientes al Mincin desean determinar el óptimo de los pedidos que se solicitan con vista a darle respuesta a la demanda de los clientes. La demanda actual de los clientes oscila como promedio en 800 unidades al año. La tasa de ruptura del inventario es igual a 0.5. Los costos de conservación son de \$8.00 por unidad por semestre y el costo por cada orden es de \$50.00. Para esta situación:

- a) ¿Cuántas unidades se deben pedir en cada orden?
- b) Calcule el Inventario Máximo.
- c) El Costo total anual de inventario.

16- Una compañía productora de neumáticos produce un tipo de neumático llamado F-XR4 para autos medianos. La demanda anual en su centro de distribución es de 20800 neumáticos por año. Los costos de transporte, recepción e inspección son de \$2600 cada vez que un embarque de neumáticos es solicitado en el centro de distribución. El costo anual de manejo de los neumáticos en inventario es de \$ 4,00 por neumático. El tiempo de entrega es de 6 días y la compañía trabaja 320 días en el año.

- a) Determinar el tiempo óptimo entre embarque de neumáticos.
- b) Calcule el costo total de inventario.
- c) El costo total mínimo del inventario.
- d) Valor Máximo de inventario.
- e) Si usted fuera el gerente de la compañía productora de neumáticos y existe la opción de cambiar la ubicación de su centro de distribución, lo cual podría reducir los costos de transporte, recepción e inspección a \$1900 por pedido, pero se incrementaría el costo de almacenamiento a \$4,50 por neumático por año. ¿Debería usted cambiar la ubicación de su centro de distribución en base a los costos de inventario?

17- Una empresa que almacena y vende un producto A desea determinar cuál es el lote óptimo que tiene que comprar al proveedor. La empresa determinó que el costo de emisión de un pedido es de \$30 y el costo de mantener el producto almacenado es de \$20. La demanda para el producto es razonablemente constante en el tiempo, y el pronóstico de demanda anual de 19200 unidades. Cuando una orden es emitida para el producto, la orden entera es inmediatamente entregada a la empresa por el proveedor. La empresa opera 6 días a la semana, más algunos domingos, o aproximadamente 320 días al año. La probabilidad de ruptura del inventario es 0,5. Determinar lo siguiente:

- a) Lote óptimo de compra.
- b) Costo total mínimo del inventario.
- c) Inventario Máximo.
- d) El tiempo entre pedidos.

18- Una empresa desea analizar la posibilidad de producir un artículo, utilizado para una línea de ensamblaje, o comprarlo a un proveedor. Si la compañía produce el artículo incurrirá en un costo de \$20.00 cada vez que se emita una orden de producción. El volumen de producción es de 100 unidades por día. Si lo compra a un proveedor, incurrirá en un costo de \$15 cada vez que realice un pedido. El costo de mantener el artículo en existencia, ya sea que lo compre o lo produzca, es \$0,02 por día. El uso que hace la compañía del artículo se estima en 26000 unidades anuales. La compañía opera 320 días al año.

a) Determine si la empresa debe comprar o producir el artículo. Justifique su respuesta.

19- Una empresa necesita 500 productos al año, para ello ha realizado un contrato con otra empresa. El costo de ordenar es de \$200.00, el costo de adquisición por unidad de producto es de \$ 5.00, el costo de almacenamiento es de \$5.00 por unidad trimestral. Los lotes de productos se entregan a la semana. Determine

a) En que momento se debe de solicitar un pedido.

b) Si $Q= 125$ unidades por orden. ¿En cuánto se incrementaría el costo anual de inventario?

20- Una empresa que almacena y vende un producto A desea determinar cual es el lote óptimo que tiene que comprar al proveedor. La empresa determinó que el costo de emisión de un pedido es de \$30 y el costo de mantener el producto almacenado es de \$20. La demanda para el producto es razonablemente constante en el tiempo, y el pronóstico de demanda anual de 19200 unidades. Cuando una orden es emitida para el producto, la orden entera es inmediatamente entregada a la empresa por el proveedor. La empresa opera 6 días a la semana, más algunos domingos, aproximadamente 320 días al año. Determinar lo siguiente:

a) Lote óptimo de compra.

b) Costo total mínimo del inventario.

c) El número de pedidos óptimo por año.

d) El tiempo entre pedidos.

21- Una vez concluido la terminación de la conductora de Varadero para brindar el servicio de agua a la población se necesitará de la entrega de Cloro por parte de INRH. Se espera que una vez puesta en funcionamiento se necesitaran en el semestre como promedio 3200 ton del preciado componente químico. Cada vez que se realice un pedido se incurrirá en un costo valorado en \$50.00. El costo anual de conservación representa el 16% del costo de pedido, a la Empresa le cuesta cada tonelada de cloro \$40.00. La probabilidad de ruptura del inventario es de 0.5. Se espera que trabaje la conductora 320 días al año. Como administrativo de la entidad determine:

a) Costo total anual de inventario de Cloro.

b) ¿Cuál será la máxima cantidad de toneladas de cloro que tendrá la conductora?

c) ¿Qué tiempo transcurrirá entre un pedido y otro?

d) ¿Cuál es el déficit de cloro que tendrá la conductora?

22- Un fabricante de autos necesita durante un semestre 1600 componentes para la fabricación del mismo, la fábrica tiene una capacidad para abastecerse de 4000 componentes al año. La tasa anual de almacenaje es de 0.15. Al fabricante le cuesta cada componente \$160.00 y el costo de oportunidad del capital está valorado en un 10%. Cada vez que se emite una orden se incurre en un costo de \$50.00. El tiempo de entrega es de 2 días y la fábrica trabaja 200 días al año. Calcule:

a) Costo total anual de inventario.

b) ¿Cuál será la máxima cantidad de componentes que tendrá la fábrica?

- c) ¿En qué nivel del inventario se debe hacer un pedido?
- d) ¿Qué tiempo transcurrirá para alcanzar la máxima cantidad de componentes?

23-Una empresa del SIME elabora los ejes que necesita para el ensamblaje de determinado equipo. Para el ensamblaje se necesitan 9000 ejes por cuatrimestre, el costo de escasez unitario es de \$ 12.00. Cada vez que se realizan los pedidos de estos ejes se incurre en un costo de \$40.00, la probabilidad de ruptura del inventario es de 0.5. Cada eje le cuesta a la empresa \$10.00. Determine:

- a) Costo anual de inventario.
- b) ¿Cuál será la máxima cantidad de ejes que tendrá la empresa?
- c) ¿Qué tiempo transcurrirá entre un pedido y otro?
- d) ¿Cuántos pedidos se realizarán en el año?

24- Una Empresa de conformación de metales consume material de acero a una razón constante de 11250 toneladas por trimestre. El costo de oportunidad del capital está valorado al 10%, cada tonelada de material de acero le cuesta a la Empresa \$100.00. La tasa anual de almacenaje es de 0.05. Cada vez que se emite una orden se incurre en un costo de \$25.00. La Entidad tiene una capacidad para abastecerse de 112500 toneladas al año. El tiempo de entrega es de 6 días y la Entidad trabaja 180 días al año. Determine:

- a) Costo total anual de inventario.
- b) ¿Cuál será la máxima cantidad de metales de acero que tendrá la Empresa?
- c) ¿En qué nivel del inventario se debe hacer un pedido?
- d) ¿Qué tiempo transcurrirá entre un pedido y otro?

25- Una Empresa suministra Neumáticos a una planta ensambladora de autos, que necesita 300 neumáticos trimestralmente. La planta estima que la falta de un neumático produce pérdidas de \$ 4.80 por unidad. El costo de hacer una orden de cualquier cantidad es de \$ 10.00. Se conoce que la probabilidad de ruptura del inventario es igual a 0.5. Para esta situación determine:

- a) Costo total anual de inventario.
- b) Inventario máximo.
- c) Sí se compraran en cada orden 200 neumáticos. ¿Cuál sería el incremento del costo total?

Formulario

Modelo EOQ GLOBAL

$$Q = \sqrt{\frac{2DCo}{Ch}}, \quad R = \frac{DL}{\theta}, \quad r = \frac{D}{Q}, \quad T = \frac{Q}{D}\theta, \quad CT = \frac{D}{Q}Co + \frac{Q}{2} * Ch, \quad Ch = (a + i) * Ca$$

Modelo EOQ Abastecimiento Uniforme

$$Q = \sqrt{\frac{2DCo}{Ch \left(1 - \frac{D}{S}\right)}} \quad \text{Imáx} = Q \left(1 - \frac{D}{S}\right), \quad CT = \frac{D}{Q}Co + \frac{Q \left(1 - \frac{D}{S}\right)}{2} * Ch, \quad R = \frac{DL}{\theta}, \quad r = \frac{D}{Q}, \quad T = \frac{Q}{D}\theta$$

$$t_1 = \frac{Q}{S}\theta, \quad t_1 = \frac{\text{Imáx}}{S - D}\theta, \quad t_2 = T - t_1, \quad t_2 = \frac{\text{Imáx}}{D}\theta$$

Modelo EOQ con déficit

$$Q = \sqrt{\frac{2DCo}{ChK}}, \quad \text{Imáx} = QK, \quad CT = \frac{D}{Q}Co + \frac{Q}{2} * Ch * k^2 + \frac{Q}{2} * C_s * (1 - k)^2,$$

$$k = \frac{C_s}{C_s + C_p}, \quad P = 1 - K, \quad d = Q * P, \quad d = \text{Imáx} - Q, \quad R = \frac{DL}{\theta}, \quad r = \frac{D}{Q}, \quad T = \frac{Q}{D}\theta,$$

Modelo EOI de Intervaloeconómico de pedido

$$T = \sqrt{\frac{2Co}{ChD}}, \quad M = D * (T + L), \quad CT = \frac{Co}{T} + \frac{TD}{2} * Ch$$

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Álvarez-Buylla Valle, Mercedes. Modelos económicos matemáticos II parte 2. Editorial Félix Varela. La Habana, 2006. pp. 421- 441.
- [2] Charles A.G, Watson, J.H. Métodos cuantitativos para la toma de decisiones en administración. Parte 1ra y 2da. Editorial Félix Varela. La Habana, 2005. pp.402-430.
- [3] Colectivo de autores. UH. Editorial Félix Varela. La Habana. 2013. Capitulo 6 Pág 252- 304.
- [4] Hillier, F.S. y Lieberman, G.J. Introducción a la Investigación de Operaciones. Tercera parte. Editorial Félix Varela, La Habana.2005. pp. 756
- [5] Nápoles Peña, Omar. Optimización de la gestión de inventarios en la Sucursal Cimex de Las Tunas. Tesis en opción al título de Máster en Contabilidad Gerencial . 2009.
- [6] Rizo Lorenzo, Eimyn. Perfeccionamiento de la gestión de inventarios en la empresa Materiales de construcción de Las Tunas. Tesis en opción al título de Máster en finanzas. 2006.
- [7] Sistemas y modelos de inventarios. Santiago Parra. La Habana 1993.pág 59-69, 73-82.

Bibliografía Digital en Internet

- [1] <http://www.investigacion-operaciones.com/>