



Enero 2017 - ISSN: 1989-4155

PROPUESTA METODOLÓGICA BASADA EN LOS CONOCIMIENTOS CIENTÍFICOS DE GEORGE POLYA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Flor Noemi Celi Carrión¹

Universidad Nacional de Loja (Ecuador)
florcitacelic@hotmail.com

Mónica Hinojosa Becerra²

Universidad Nacional de Loja (Ecuador)
monica.hinojosa@unl.edu.ec

Isidro Marín Gutiérrez³

Universidad Técnica Particular de Loja (Ecuador)
imarin1@utpl.edu.ec

Para citar este artículo puede utilizar el siguiente formato:

Flor Noemi Celi Carrión, Mónica Hinojosa Becerra y Isidro Marín Gutiérrez (2017): "Propuesta metodológica basada en los conocimientos científicos de George Polya para la resolución de problemas matemáticos", Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo (enero 2017). En línea: <http://www.eumed.net/rev/atlante/2017/01/george-polya.html>

Resumen

La investigación consistió en determinar la incidencia de la propuesta metodológica basada en el conocimiento científico de George Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos de un grupo de estudiantes. La investigación correspondió al tipo de investigación pre-experimental, ya que no se realizó comparación de grupos de investigación ni se contó con un grupo de control. Se realizaron dos mediciones sobre el mismo grupo antes y después de la aplicación de la propuesta metodológica. Se le aplicó dos pruebas: La pre-prueba que fue al inicio de la investigación y las post-prueba aplicada luego de la propuesta de aplicación metodológica de resolución de problemas de George Polya a una muestra significativa

¹ Dra. Flor Noemi Celi Carrión

Doctora en Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de Piura (Perú)
Docente-investigadora de la Universidad Nacional de Loja
Coordinadora de la Carrera de Físico Matemáticas
florcitacelic@hotmail.com

² Ph.D. Mónica Hinojosa Becerra

Universidad Nacional de Loja
Directora de carrera de Comunicación Social
monica.hinojosa@unl.edu.ec
Ciudad Universitaria "Guillermo Falconí Espinosa". La Argelia. Loja (Ecuador)

³ Ph.D. Isidro Marín Gutiérrez

Universidad Técnica Particular de Loja (UTPL)
Docente investigador
Campus Universitario
San Cayetano Alto s/n.
Apartado Postal: 11-01-608. Loja (Ecuador)
Correo electrónico: imarin1@utpl.edu.ec

tomando en cuenta los requerimientos de la investigación. Se aplicó un batería de cuatro cuestionarios estructurados, conformados por preguntas cerradas que permitieron validar el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. Se determinó que la aplicación de esta propuesta promovió un incremento notable en los promedios obtenidos por los estudiantes después de la aplicación de la propuesta.

Palabras clave:

Propuesta metodológica- conocimientos científicos de George Polya – problema - aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos.

Abstract

The research was to determine the incidence of methodological proposal based on scientific knowledge of George Polya learning of mathematical problem solving of a group of students. Research corresponded to the type of pre experimental research, since no comparison group research was conducted nor was it included a control group. Two measurements on the same group before and after application of the methodology were performed. Were administered two tests: The pre test was at the beginning of the investigation and posttest then applied the proposed methodological application troubleshooting of George Polya a significant sample taking into account the requirements of the investigation. A drummer four structured questionnaires, made up of closed questions that allowed validate learning mathematical problem solving was applied. It was determined that the application of the methodology based on scientific knowledge of George Polya promoted a notable increase in average earned by students after the implementation of the proposal.

Keywords:

Methodological proposal - George Polya scientific knowledge - problem solving learning math problems.

Résumé

La recherche est de déterminer l'incidence de la méthodologie proposée basée sur la connaissance scientifique de George Polya apprendre à résoudre des problèmes mathématiques d'un groupe d'étudiants. L'enquête a été effectuée par type pré-expérimentale de la recherche, car aucune recherche de groupe de comparaison a été réalisée et il avait un groupe de contrôle. Deux mesures sur le même groupe avant et après l'application de la méthode ont été effectuées. Il a été appliqué deux tests: Le pré-test était au début de l'enquête et post-test alors appliqué l'application méthodologique proposé dépannage George Polya Un échantillon significatif en tenant compte des besoins de l'enquête. Une batterie de quatre questionnaires structurés, constitué de questions fermées qui ont permis la validation apprentissage résolution de problèmes mathématiques appliquée. Il a été déterminé que la mise en œuvre de cette proposition a favorisé une augmentation significative de la moyenne obtenus par les étudiants après la mise en œuvre de la proposition.

Mots-clés:

proposition méthodologique- George Polya connaissances scientifiques - la résolution de problèmes d'apprentissage des problèmes de mathématiques.

1. Introducción

La investigación se fundamenta en una propuesta metodológica basada en los conocimientos científicos de George Polya para potencializar el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. Éste es concebido desde una dimensión en la que el estudiante debe hacer uso de sus experiencias y conocimientos adquiridos para aplicarlos a situaciones y contextos reales. Así se logra el desarrollo del razonamiento lógico, pensamiento analítico, reflexivo, crítico y creativo (Polya, 2014; Fernández, 2003).

Los insuficientes rendimientos de los estudiantes en matemáticas que se reflejan en la “prueba ser” aplicada por el gobierno de Ecuador se convierte en un indicador para el desarrollo de la propuesta tomando en consideración que es una opción fundamental para superar algunos problemas del aprendizaje de la matemática que se reflejan sobre todo en el aprendizaje de la

resolución de problemas matemáticos (Pérez Grave de Peralta, González López & Santos Pavón, 2013).

Por lo tanto la investigación constituye un aporte significativo debido a que la propuesta metodológica basada en el conocimiento científico de George Polya, se convierte en una alternativa viable y eficaz para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos (Polya, 1990). Es decir que con el uso del método antes mencionado se va a lograr el mejoramiento en la calidad de la enseñanza de la matemática en nuestro medio debido a que se comprobó que existe un mejoramiento significativo en el rendimiento de los estudiantes (Arnaiz Barrios & García Rodríguez, 2015). Después de la aplicación de la propuesta es necesario utilizarla en forma más amplia y sostenida, con el fin de lograr que los estudiantes se conviertan en entes capaces para enfrentar problemas educacionales frecuentes en nuestra realidad, como el bajo rendimiento, la falta de interés e incentivar al docente a supervisar sus deficiencias, entre otros (Romero Sánchez *et al*, 2015).

2. Metodología

El estudio se realizó bajo el enfoque pre-experimental ya que no se realizó comparación de grupos de investigación. Cabe recalcar que no se contó con un grupo de control por lo que no se realizó la asignación aleatoria, por lo tanto se realizaron dos mediciones sobre el mismo grupo antes y después de la aplicación de la propuesta. Se aplicaron dos pruebas: la pre-prueba que fue al inicio de la investigación y la post-prueba aplicada después de la propuesta de aplicación de la metodología de resolución de problemas matemáticos de George Polya para determinar el cambio existente (Hernández, Fernández y Baptista, 2010).

El estudio se realizó entre los meses de marzo y junio del 2013 a 34 estudiantes de 10º de Educación Básica del "ISTDAB" de la ciudad de Loja (Ecuador). El diseño de la investigación estuvo enmarcado en el pre-experimental en la forma de diseño de pre-prueba y post-prueba con un solo grupo de investigación. Al grupo se le aplicó una prueba previa a la aplicación de la propuesta metodológica de George Polya y otra prueba posterior. La finalidad fue medir las dimensiones de las variables y comparar los niveles alcanzados por los estudiantes en el desarrollo de problemas matemáticos.

A un grupo de estudiantes se les administró una prueba simultáneamente. Después recibieron el tratamiento. Se aplicó la metodología de resolución de problemas de George Polya tomando en cuenta cuatros pasos. De la misma forma en la post-prueba, se aplicó a los grupos el mismo experimento que se administró antes del ensayo para analizar los cambios producidos. Para efectos de aplicación estadística se tomaron en cuenta el siguiente diseño de investigación:

A los grupos de investigación se les aplicó una prueba inicial a la aplicación de la propuesta metodológica. Después se les aplicó la propuesta y finalmente se aplicó la prueba final:

G O1 X O2

G = Grupo de estudiantes.

X = Propuesta metodológica basada en el conocimiento científico de George Polya.

A los estudiantes se les aplicaron pruebas específicas para evaluar el proceso que siguen para la resolución de problemas matemáticos, tomando en cuenta los ejes de aprendizaje para el área de matemáticas de acuerdo a la proyección curricular vigente (Ávila Clavijo & Maxi Morales, 2015):

- La comprensión lectora (razonamiento).
- La selección del plan de trabajo (la demostración).
- La organización de las estrategias (la comunicación y las conexiones).
- La ejecución del plan de trabajo (la representación).

Los cuestionarios fueron sometidos a las pruebas de validez y confiabilidad aplicando la prueba Alfa de Cronbach. Para ello se determinó el grado de confiabilidad de los instrumentos a aplicar con una prueba piloto. El valor obtenido en la aplicación de dichas pruebas fue de 80%, por lo que se validaron los instrumentos y se concluyó que eran aplicables para cumplir con los objetivos de la investigación.

A continuación se presentan los resultados obtenidos con la aplicación de los cuestionarios diseñados para recabar información sobre las variables que se están estudiando. Para ello se utilizó una escala de calificación cuantitativa y cualitativa, según consta en el instructivo para la aplicación de evaluación estudiantil del Ministerio de Educación del Ecuador, en la Subsecretaría de apoyo, seguimiento y regulación de la Educación, cuya escala de validación tanto cualitativa como cuantitativa es como se detalla:

Tabla Nº 1. Escala cualitativa y escala cuantitativa

Escala cualitativa	Escala cuantitativa
Supera los aprendizajes requeridos	10
Domina los aprendizajes requeridos	9
Alcanza los aprendizajes requeridos	7 – 8
Está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos	5 – 6
No alcanza los aprendizajes requeridos	≤ 4

Fuente: elaboración propia.

Una vez recopilados los datos y contando con un banco de datos donde consta la información adecuada, el tratamiento estadístico de estos se realizó usando la estadística inferencial a través del uso de los estadígrafos adecuados para la presentación de los datos. Para la verificación y contrastación de hipótesis se utilizó la prueba de hipótesis para muestras dependientes (datos relacionados). Además fue de apoyo el uso de paquetes estadísticos, tales como Excel y SPSS 21.

3. Resultados

A continuación presentamos los resultados obtenidos de la investigación planteada, tomando en cuenta los objetivos planteados para el efecto.

Tabla Nº 2. Grupo de estudiantes en la aplicación del cuestionario: interpretar y comprender el problema

Estudiantes	Media	Varianza	Desviación estándar	T de Student
Pre – prueba	2,37	1,82	1,34	- 30,687
Post – prueba	7,82	1,92	1,38	

Fuente: elaboración propia.

Los valores de los estadígrafos descriptivos de los puntajes obtenidos en la aplicación de la pre-prueba y post-prueba se observa que la media del grupo obtenida en la pre-prueba y post-prueba (2,37 y 7,82). La varianza de los datos es numéricamente semejante así como la desviación estándar. Referente al análisis ($T = -30,687 < -1,96$) después de la aplicación de la propuesta aplicada a los estudiantes se mejoró considerablemente la primera fase o etapa del aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos como fue el de interpretar y comprender el problema. Esto resulta difícil de abordar pero que tiene una importancia capital sobre todo cuando los problemas a resolver no son de formulación estrictamente matemática.

Tabla Nº 3. Grupo de estudiantes en la aplicación del cuestionario: elaborar un plan de solución

Estudiantes	Media	Varianza	Desviación estándar	T de Student
Pre – prueba	3,32	1,30	1,14	- 30,59
Post – prueba	8,29	1,61	1,27	

Fuente: elaboración propia.

Los valores de los estadígrafos descriptivos de los puntajes obtenidos en la aplicación de la pre-prueba y post-prueba se observa que la media del grupo obtenida en la pre-prueba y post-prueba (3,32 y 8,29). La varianza de los datos es numéricamente parecida (1,30) en la pre-prueba y 1,61 en la post-prueba; así como la desviación estándar es de 1,14 y 1,27 respectivamente. Referente al análisis ($T = -30,59 < -1,96$) se puede manifestar que después de la aplicación de la propuesta aplicada a los estudiantes, se mejoró la segunda fase o etapa del aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. Estos problemas matemáticos eran el de elaborar un plan de solución. El planteamiento debía ser de manera flexible y recursiva, totalmente alejada del mecanicismo, imaginando el problema y su forma de resolución.

Tabla Nº 4. Grupo de estudiantes en la aplicación del cuestionario: aplicar una estrategia de solución

Estudiantes	Media	Varianza	Desviación estándar	T de Student
Pre – prueba	3,23	1,84	1,35	- 24,54
Post – prueba	7,91	2,14	1,46	

Fuente: elaboración propia.

Los valores de los estadígrafos descriptivos de los puntajes obtenidos en la aplicación de la pre prueba y post prueba se observa que la media del grupo obtenida en la pre prueba y post prueba (3,23 y 7,91), la varianza de los datos es numéricamente parecida (1,84) en la pre – prueba y 2,14 en la post – prueba así como la desviación estándar es de 1,35 y 1,46 respectivamente. Referente al análisis $T = -24,54 < -1,96$, se puede manifestar que luego de la aplicación de la propuesta aplicada a los estudiantes, se mejoró considerablemente la tercera fase o etapa del aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos, como es aplicar una estrategia de solución, que debe ser tomando en cuenta que el pensamiento no es lineal, que hay saltos continuos entre la elaboración del plan y su puesta en práctica, razón por la cual es necesario comprobar cada uno de los pasos y analizando si es correcto o no.

Tabla Nº 5. Grupo de estudiantes en la aplicación del cuestionario: verificar y generalizar los resultados

Estudiantes	Media	Varianza	Desviación estándar	T de Student
Pre – prueba	3,52	2,47	1,57	- 19,82
Post – prueba	7,68	2,97	1,72	

Fuente: elaboración propia.

Los valores de los estadígrafos descriptivos de los puntajes obtenidos en la aplicación de la pre prueba y post prueba se observa que la media del grupo obtenida en la pre prueba y post prueba (3,52 y 7,68), la varianza de los datos es numéricamente parecida 2,47 y 2,97 respectivamente así como la desviación estándar entre los datos pre – prueba y post – prueba es de 1,57 y 1,72 respectivamente. Referente al análisis $T = - 19,82 < - 1,96$, se puede manifestar que luego de la aplicación de la propuesta aplicada a los estudiantes, se mejoró considerablemente la cuarta fase o etapa del aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos, como es verificar y generalizar los resultados, que es una etapa importante en la vida diaria, porque supone la confrontación con el contexto del resultado obtenido por el modelo del problema que se realizado y su contraste con la realidad que se quería resolver.

Tabla Nº 6. Cuadro resumen de los promedios obtenidos en la aplicación de los 4 cuestionarios a los estudiantes para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos

Puntajes Cuantitativos	Pre – prueba				Post – prueba			
	1	2	3	4	1	2	3	4
10	0	0	0	0	9	19	9	6
9	0	0	0	0	34	38	36	34
7 – 8	1	0	3	3	66	65	68	73
5 – 6	5	18	16	33	10	3	11	9
≤ 4	120	108	107	91	7	1	2	4
Total	126	126	126	126	126	126	126	126
\bar{x}	2,37	3,32	3,23	3,52	7,82	8,29	7,91	7,68

$\bar{x}_1 = 3,11$	$\bar{x}_2 = 7,93$
$S_1 = 0,74$	$S_2 = 0,72$

$$\bar{X} = 4,82$$

$$S = 1,054$$

$$T = - 51,271$$

4. Prueba de hipótesis

H₁: La implementación de la propuesta metodológica basada en los conocimientos científicos de George Polya, incide significativamente en el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de décimo de Educación Básica del "ISTDAB" de la ciudad de Loja – Ecuador.

H₀: La implementación de la propuesta metodológica basada en los conocimientos científicos de George Polya, no incide significativamente en el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de décimo de Educación Básica del "ISTDAB" de la ciudad de Loja – Ecuador.

Estadísticamente:

$$H_0 : \mu_D = 0$$

$$H_1 : \mu_D \neq 0$$

Nivel de significación: $\alpha = 0.05$

4.1. Selección del nivel de significación

La decisión sobre la aceptación o el rechazo de las hipótesis estuvo sujeta a determinado error de muestreo, en este caso se considera un nivel de significación del 5%, el cual corresponde a la probabilidad de rechazar la hipótesis verdadera (H₁).

4.2. Cálculo del estadístico de prueba

El estadístico aplicado para el estudio fue la prueba de hipótesis fue la prueba T de Student para muestras relacionadas, por lo tanto se utilizó el siguiente algoritmo:

$$T = \frac{\bar{D}}{\hat{\sigma}_D / \sqrt{n}} \cong t$$

$$\text{Región de rechazo. } RC = \{T < t_{0,025} \text{ o } T > t_{0,025}\} = \{T < -2.145 \text{ o } T > 2.145\}$$

$$\text{Cálculos: } N = 126 \quad \bar{x}_1 = 0,3,11 \quad \bar{x}_2 = 7,93 \quad \bar{D} = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 4,82$$

$$S_D^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum D_i^2 - \frac{(\sum D_i)^2}{n} \right] = S_D = 1,054$$

Entonces el estadístico de prueba, toma el valor de:

$$T = \frac{\bar{D}}{S_D / \sqrt{n}} = -51,271$$

4.3. Decisión

Dado que el valor de $T = -52,271 < -1,96$, con un nivel del significancia del 0,05, entonces se rechaza la hipótesis de nula H₀. Es decir que existe evidencia suficiente para concluir que la propuesta metodológica basada en el conocimiento científico de George Polya aplicado por los investigadores actúa adecuadamente. Por lo tanto se comprueba la hipótesis alterna (H₁).

5. Discusión de resultados

Para interpretar de forma adecuada, precisa y completa los resultados que se han alcanzado es preciso partir determinando los datos obtenidos antes de ejecutar la propuesta metodológica basada en el conocimiento científico de George Polya (Santos, 2007). Luego estableceremos las comparaciones necesarias con estudios realizados en otros países para identificar sus semejanzas o diferencias (Arguedas, 2014).

Es necesario iniciar refiriendo que conforme se verificó en la sección de presentación de datos el aprendizaje de la resolución de problemas por parte de los estudiantes encuestados era deficiente en los inicios del año lectivo (Pineda Ballesteros & Landazábal Cuervo, 2015). Antes de aplicar la propuesta metodológica basada en los conocimientos científicos de George Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos los estudiantes no desarrollaban adecuadamente su razonamiento. El alumnado no se enfrentaba a situaciones nuevas. Tampoco se involucraban con las aplicaciones de las matemáticas. Ni aplicaban estrategias adecuadas para resolver problemas. Es decir, no aplicaban las cuatro fases principales para resolver un problema matemático (Pérez Gómez & Beltrán Pozo, 2015).

La primera alternativa según Polya es interpretar y comprender el problema. Los estudiantes analizados en primera instancia no tuvieron clara esta cuestión. Es decir, no pudieron resolver un problema si primeramente no lo podían comprender. Se debe leer con mucho cuidado y explorar hasta entender las relaciones dadas en la información proporcionada (García Retana, 2014).

En la segunda fase donde se tiene que elaborar un plan, los estudiantes debían buscar hasta encontrar las conexiones entre los datos y la incógnita o lo desconocido (Soto Morales, 2013). Para la elaboración del plan se requiere utilizar el ingenio y la creatividad como artificios que conduzcan a un final. Para tal fin lo ideal es elegir las operaciones e indicar la secuencia en la que se debe realizar. Pero el grupo de estudio no logró realizar correctamente las conexiones adecuadas. Los resultados deficientes demostrados en las tablas estadísticas así lo indican.

Para la tercera fase indicada por George Polya es necesaria la ejecución del plan de solución elaborado resolviendo las operaciones en el orden establecido, verificando paso a paso si los resultados están correctos. Se aplican también todas las estrategias, si es necesario se debe recurrir a los diagramas, tablas o gráficos para obtener varias formas de solución del problema (Cerdeira Rodríguez, 2014). Pero casi la mayoría de los estudiantes del grupo de investigación no lo lograron. Razón por la cual los resultados son deficientes en el logro de esta fase.

En la cuarta y última fase de la resolución de problemas que es verificar y generalizar los resultados. Requiere de un análisis de la solución obtenida, no solo en cuanto a la corrección del resultado sino usar diferentes estrategias para llegar a la solución correcta de modo que se verifique en el contexto original y que se generalice a otros nuevos contextos (Álvarez, 2012). De igual modo los estudiantes del grupo de investigación tenían puntaje deficiente en esta fase del aprendizaje de la resolución de problemas.

Según del Pino y Estrella (2012), en los resultados obtenidos en su investigación, un alto porcentaje de estudiantes cree que los problemas matemáticos se resuelven en poco tiempo si se conocen los procedimientos explicados por el docente o que aparecen en el libro de texto. Y también que sabiendo resolver los problemas explicados por el docente es posible resolver otros similares si solo se les cambian los datos a los problemas hechos en clase. Lo que se contraponen al método de resolución de problemas desarrollado por George Polya. Éste indica que se deben llevar a cabo cuatro fases y que además los problemas deben resolverse mediante la elaboración de una serie de preguntas y sugerencias que inducen necesariamente a los procesos de revisión y retrospectiva. En cuanto a la retrospectiva se aplica principalmente en la cuarta fase del método. Respecto a las preguntas, Polya sostiene que si se plantean a sí mismo dichas preguntas y sugerencias en forma adecuada éstas pueden ayudar a resolver el problema (Boscán Mielles & Klever Montero, 2012).

Según se puede observar en los resultados obtenidos en la aplicación de los cuestionarios a los estudiantes en el pre-test y post-test, se nota con claridad que el test resultó significativo. El grupo de trabajo alcanzó un nivel T elevado, comprobándose entonces que lo planteado por

George Polya sobre cómo resolver problemas matemáticos sí produce los cambios esperados en los estudiantes (Alzate Rodríguez *et al.*, 2013).

Bajo estas consideraciones se debe propiciar la aplicación del método de George Polya para lograr que el estudiante entienda y analice el problema. Que planifique una estrategia para resolver el problema; que organice los datos y el plan de resolución en un organizador de información, tomando en cuenta que resolver el problema implica entenderlo y analizarlo. Se está en la fase de análisis; al planificar, organizar los datos se refiere entonces a la fase de exploración y cuando se aplican las diferentes estrategias planeadas utilizando las operaciones pertinentes se está en la fase de ejecución. Finalmente la fase de comprobación se refiere a las estrategias que se ponen en juego a lo largo del proceso de aplicación de métodos y técnicas de enseñanza–aprendizaje adecuados que coadyuven a desarrollo de problemas matemáticos (González, 2004).

6. Conclusiones

El nivel de aprendizaje de la resolución de problemas de los estudiantes de décimo año de Educación General básica fueron muy bajos al inicio de la investigación. Antes de aplicar la metodología del conocimiento científico de George Polya la mayoría de ellos obtuvo un puntaje menor de 4. Estos bajos niveles se expresaban y explicaban en el escaso nivel de interpretación y comprensión del problema, elaboración de un plan de solución, aplicación de una estrategia de solución y verificación y generalización de los resultados.

En la aplicación del cuestionario “interpretar y comprender el problema”, el 95% de estudiantes obtuvo un puntaje inferior a 4. No alcanzaban los aprendizajes requeridos en la pre–prueba aplicada al inicio de la investigación. Después de la aplicación de la propuesta el 52% de estudiantes obtuvieron notas entre 7–8, lo que significa que alcanza los aprendizajes requeridos.

Referente al cuestionario “elaborar un plan de solución” el 86% de estudiantes obtuvieron un promedio inferior a 4 puntos y la valoración cualitativa es que no alcanzaban los aprendizajes requeridos antes de la aplicación de la propuesta. Después de la aplicación de la misma los promedios obtenidos tuvieron una mejora considerable. La mayoría de estudiantes (52%) lograron un promedio de 7–8 que cualitativamente corresponde a alcanzar los aprendizajes requeridos.

En la aplicación de la “estrategia de solución” el 85% de estudiantes no alcanzaban los aprendizajes requeridos (menos de 4 puntos) en la pre-prueba. Después de la aplicación de la propuesta planteada por los investigadores, que al momento de la aplicación del cuestionario de post-prueba el 54% de estudiantes logró un puntaje de 7–8. Lo cual implica que alcanzan los aprendizajes requeridos.

En la fase de “verificación y generalización de los resultados” los estudiantes en su mayoría (72%) no alcanzan los aprendizajes requeridos, tomando que cuenta que 91 de ellos obtienen un puntaje inferior a 4. Posteriormente se aplicó la propuesta de aplicación de la metodología y se logró que el 58% de estudiantes alcanzasen los aprendizajes requeridos en la aplicación del cuestionario de post-prueba.

Se observa una diferencia estadísticamente significativa en el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos antes y después de la aplicación de la propuesta. Se verificó que el grupo de investigación en la post-prueba obtuvo 7,93 de media y la diferencia de medias en la pre o post-prueba fue de 4,82. Siendo T calculada de -51,271, lo que significa que se comprueba la hipótesis planteada en donde se afirma que la implementación de la propuesta metodológica basada en los conocimientos científicos de George Polya, incide significativamente en el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes.

7. Agradecimientos

Agradecemos a la Universidad Nacional de Loja (UNL) y a la Universidad Técnica Particular de Loja (UTPL) por la ayuda prestada en la realización de la investigación. Y principalmente a los estudiantes de 10º de Educación Básica del “ISTDAB” de la ciudad de Loja (Ecuador).

Asimismo, agradecemos a los revisores del manuscrito las aportaciones realizadas en la elaboración del texto final.

8. Referencias bibliográficas

Álvarez, M. C. (2012). Modelos y heurística. *Lógoi*, (16).

Alzate Rodríguez, E.J., Montes Ocampo, J.W. y Escobar Escobar, R.M. (2013). Diseño de actividades mediante la metodología ABP para la Enseñanza de la Matemática. *Scientia et Technica* 18.3: 542-547.

Arguedas, V. (2014). George Pólya: el razonamiento plausible. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 12(2).

Arnaiz Barrios, I., & García Rodríguez, J. A. (2015). El desarrollo de habilidades matemáticas generalizadas. Las habilidades “resolver problemas matemáticos” y “demostrar proposiciones matemáticas”. *Educación y Sociedad*, 12(4), 1-10.

Ávila Clavijo, I. C., & Maxi Morales, J. V. (2015). *Técnicas para la recuperación de los conocimientos de los estudiantes en el área de matemáticas*. Universidad de Cuenca. Cuenca.

Boscán Mielles, M.M. y Klever Montero, K.L. (2012). Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Escenarios*, 10.2: 7-19.

Del Pino, G. & Estrella, S. (2012). Educación estadística: relaciones con la matemática. *Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educativa Latinoamericana*, 49(1), 53-64.

Fernández, J. (2003). *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos*. PRAXID. Bilbao.

García Retana, J. Á. (2014). El lenguaje ordinario: la clave para el aprendizaje de las matemáticas basado en problemas. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 15(1). DOI: <http://dx.doi.org/10.15517/aie.v15i1.17591>

González, F. (2004). Cómo desarrollar clases de matemática centrada en resolución de problemas. *Cuaderno de Educación*, (5).

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de Investigación Científica*. McGraw-Hill. México.

Pérez Gómez, Y. & Beltrán Pozo, M. (2015). ¿Qué es un problema en Matemática y cómo resolverlo? Algunas consideraciones preliminares. *Revista EDUSOL*, 11(34).

Pérez Grave de Peralta, R.E., González López, M. & Santos Pavón, R. (2013). Alternativa metodológica para favorecer la resolución de problemas matemáticos. *REFCaIE: Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa*, 1(1), 41-62.

Pineda Ballesteros, E. & Landazábal Cuervo, D. (2015). Los clubes de matemáticas apoyados con estrategias de representación del conocimiento, discusión argumentada y modelado estructural. *Revista de Investigaciones UNAD*, 9(2), 267-273.

Polya, G. (1990). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas. México.

Polya, G. (2014). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton University Press. Princeton.

Romero Sánchez, S., Rodríguez, I.M., Benítez, R., Romero, J. y Salas, I.M. (2015). La resolución de problemas como instrumentos para la modelización matemática: Ejemplos para la vida real. *Modelling in Science Education and Learning*, 8(2), 51-66.

Santos, L. (2007). *La resolución de problemas matemáticos*. Trillas. México.

Soto Morales, R. (2013). Algunas estrategias para bajar el índice reprobación en la materia de física. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, julio-diciembre (11). En <http://ride.org.mx/1-11/index.php/RIDESECUNDARIO/article/viewFile/686/671>