ATLANTE
Cuadernos de Educación y Desarrollo
(2° Época)

Mayo 2016 - ISSN: 1989-4155

ALTERNATIVA METODOLÓGICA PARA CONTRIBUIR A LA VINCULACIÓN DE LA DISCIPLINA MATEMÁTICA CON ALGUNAS CARRERAS UNIVERSITARIAS

M. Sc. **Oscar Silvio Rodríguez Moya**.

oscarm@unica.cu

Dra. C. **Mirtha de la Caridad Numa Rodríguez**.

mirtha@unica.cu

Profesores de Matemática, UNIVERSIDAD "Máximo Gómez Báez", Ciego de Ávila, Cuba.

Para citar este artículo puede utilizar el siguiente formato:

Oscar Silvio Rodríguez Moya y Mirtha de la Caridad Numa Rodríguez (2016): "Alternativa metodológica para contribuir a la vinculación de la disciplina matemática con algunas carreras universitarias", Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo (mayo 2016). En línea: http://www.eumed.net/rev/atlante/2016/05/vinculacion.html

RESUMEN:

La enseñanza de la Matemática cobra cada día una nueva importancia, debe contribuir a que el estudiante se desarrolle con una visión del mundo que le favorezca la formación de un pensamiento creador, productivo y científico, permitiendo que pueda enfrentarse con éxito a su futura vida laboral. Para lograr este propósito, vincular en la medida de las posibilidades la Matemática como disciplina básica general con las restantes referidas a su profesión, es aspecto de medular importancia. En el presente trabajo se muestran las principales manifestaciones generales que impiden la articulación entre esta disciplina y algunas carreras universitarias que la reciben, sus causas fundamentales y se propone una estrategia metodológica que contribuya a lograrla.

ABSTRACT:

Mathematics Teaching takes every day a new importance , should contribute a queue develops student with a worldview that is favorable UN Training creative thinking , productive and Scientific, allowing it to successfully face their future life labor . To achieve esta v Purpose , linking bath The extent possible mathematics as General Basic discipline scammers of the remaining referred a Do profession, it is aspect of central importance . In this paper the main general manifestations that impede the articulation between esta discipline Some university courses la shown receiving , its root causes and a strategy that helps to achieve it is proposed.

PALABRAS CLAVES:

Derivada - razón de cambio - asignatura principal integradora-articulación – interdisciplinario.

KEY WORDS:

Derivatives - rate of change - inclusive - joint main subject – interdisciplinary.

INTRODUCCIÓN:

La formación de un profesional de perfil amplio exige que el egresado domine las bases de los conocimientos científicos y desarrolle habilidades para enfrentar su futura vida laboral. Para el logro de este cometido la formación matemática en el estudiante juega un rol medular, pues, entre otras cosas, "(…) la matemática representa el instrumento gnoseológico y metodológico más general y eficiente en la investigación de los fenómenos de cualquier ciencia, incluyendo las ciencias sociales" (Hernández, 2008:17). El pensamiento matemático, pensamiento modelador, creador, heurístico, se extiende cada vez más, volviéndose el pensamiento característico del hombre de ciencia en general.

Para las carreras de Ciencias Técnicas, en las que la Matemática es una herramienta imprescindible de trabajo, el egresado debe adquirir una cultura que implique la comprensión de esta ciencia desde el punto de vista de su desarrollo e historicidad, su método, la relación de esta con la Computación y la habilidad de **aplicar los conocimientos de modo creador a problemas técnicos y procesos tecnológicos de su especialidad.**

La Universidad de Ciego de Ávila, tiene entre otras, la alta responsabilidad de formar Ingenieros: Civiles, Mecánicos, Mecanizadores Agrícolas, Informáticos e Hidráulicos, carreras que exigen poner al servicio en las diferentes ramas los logros de la ciencia y la técnica, por lo que se demanda de la preparación de futuros egresados con altos conocimientos teóricos, hábitos y habilidades profesionales e investigativas y altamente comprometidos con el proceso revolucionario cubano. Estas carreras requieren en gran medida de una correcta formación matemática, de ahí que el perfeccionamiento de su enseñanza cobre singular importancia, para ello debe ser reestructurada de forma tal que se convierta en el medio a través del cual se formen representaciones para darle solución a sus tareas científicas y prácticas, siendo un profesional capacitado en correspondencia con las exigencias actuales del tiempo presente y futuro.

La Matemática es una disciplina fundamental dentro del ciclo básico de estas carreras, en la que se debe trabajar en función de que los estudiantes dominen, entre otros, los métodos principales del Cálculo Diferencial, del Cálculo Integral, de las Ecuaciones Diferenciales, del Álgebra Lineal, de la Geometría Analítica y de la Estadística Descriptiva e Inferencial. Su estudio constituye la base del pensamiento lógico y algorítmico, al aplicarlos se crea el hábito de ampliar por sí mismos sus conocimientos para que puedan llevar a cabo el análisis matemático de las tareas prácticas propias de su especialidad.

Sin embargo, con independencia de las intenciones que han estado presentes al momento de llevarse a cabo el perfeccionamiento de los programas de Matemática en los diferentes planes de estudio, aún subsisten una serie de dificultades en el proceso de enseñanza de esta ciencia, por lo que su aprendizaje en la mayoría de los casos es memorístico, reproductivo, lo que no permite alcanzar niveles productivos y creativos de la asimilación deseados.

Desde el punto de vista de los autores, aún existen dificultades en el currículum, entre las que se tienen:

- La aplicación de los programas directores y la integración de los componentes académico, laboral e investigativo aún no son los deseados.
- El trabajo que se realiza en la aplicación de los programas de estudio **no garantiza un adecuado trabajo interdisciplinario** de calidad en función del desarrollo de habilidades.
- El nivel de conocimientos y de desarrollo de habilidades básicas precedentes, al culminar una asignatura o una disciplina no es el adecuado.
- En la ejercitación no se aprovechan las potencialidades del contenido para lograr su desarrollo.

En particular, como aspectos específicos de la contribución de esta Disciplina a la formación de los futuros Ingenieros, distinguen los siguientes:

- Ampliar la madurez matemática y la capacidad de trabajo con la abstracción.
- Desarrollar habilidades para la comunicación y comprensión de propiedades y características matemáticas de magnitudes y formas en las variantes formal, gráfica, numérica y verbal.
- Contribuir a la conformación de una cultura científica general e integral actualizada.

- **Identificar, interpretar y analizar modelos matemáticos de procesos técnicos, económicos, productivos y científicos vinculados a la carrera, así como resolver los problemas de índole matemáticos a los que éstos conducen, utilizando** para ello los contenidos matemáticos que se estudian en la Disciplina, haciendo un uso eficiente de las técnicas modernas de cómputo y de los Asistentes Matemáticos.
- **Construya una sólida base de conocimientos, integrada y sistémica, que deje huella en su proceso de aprendizaje y le permita resolver problemas con los recursos y estrategias estudiadas.**
- **Aprenda a pensar y actuar de forma creadora.**

Para ello se requiere una concepción del modelo de enseñanza que tenga en cuenta:

- Una estructuración sistémica de los contenidos (conocimientos, habilidades, actitudes y sentimientos).
- Una enseñanza centrada en el estudiante como sujeto activo, constructor y reconstructor de su propio conocimiento y proceso de aprendizaje.
- **Una enseñanza a través y para la resolución de problemas vinculados a la carrera y a las otras disciplinas y asignaturas.**
- Una enseñanza desarrolladora dirigida a la educación de la personalidad del estudiante con una implicación personal activa, consciente y reflexiva que le provoque satisfacción, con la necesaria flexibilidad, independencia, perseverancia, y una actitud ante la vida responsable y autodeterminada que se proyecte con una perspectiva temporal mediata.

De acuerdo a lo anterior es necesario que los docentes trabajen en función de contribuir al logro de dichos aspectos. Es esencial investigar las diferentes **manifestaciones del problema**, **conocer sus causas** y posteriormente **establecer estrategias**, cuestiones que se desarrollan en el presente trabajo.

DESARROLLO:

Al llevar a cabo el análisis de los documentos estatales de planificación que rigen la formación de los ingenieros en las diferentes carreras, con especial énfasis en las de Ciencias Técnicas (plan de estudios de la carrera, programa de la disciplina Matemática y programas de asignaturas, entre otros), se obtuvieron como regularidades que a pesar de prestar atención a lo relacionado con la formación matemática a partir del encargo social, el desarrollo de habilidades, la evaluación del aprendizaje y **la articulación entre la disciplina básica general Matemática y las diferentes carreras**, todavía no se logra a un máximo de posibilidades.

Entre los objetivos instructivos actuales de la disciplina básica general Matemática para estas diferentes carreras pueden generalizarse los siguientes:

1. Resolver problemas aplicados sencillos y situaciones problémicas sencillas vinculadas a la carrera y que, al mismo tiempo, fundamenten la aplicación de los procedimientos matemáticos utilizados en su solución.
2. Interpretar y aplicar los conceptos y métodos matemáticos estudiados, a la solución de problemas y situaciones que se presentan en los núcleos centrales de las Disciplinas principales en los diferentes perfiles ingenieriles.
3. Desarrollar habilidades en la operatoria matemática de esta Disciplina, que se derivan de la aplicación de métodos, algoritmos y reglas a la solución de problemas aplicados y que le permitan alcanzar formas de pensamiento lógico, algorítmico y divergente, así como desarrollar su capacidad de razonamiento y de interpretación de fenómenos aleatorios y estocásticos.
4. Caracterizar, interpretar, comunicar y aplicar los conceptos y principales resultados de la Disciplina, mediante una correcta utilización del lenguaje matemático en sus formas analítica, gráfica, numérica y verbal, centrando la atención en los modelos matemáticos, como invariante esencial del conocimiento para estas carreras y nodo de articulación con las restantes asignaturas y Disciplinas.
5. Valorar los métodos estadísticos como herramientas útiles para diseñar, analizar y tomar decisiones en situaciones propias de la carrera, relacionadas con situaciones

propias de su modo de actuación, utilizando los métodos estadísticos para el muestreo, estimación de parámetros y la toma de decisiones.

Para dar cumplimiento a estos objetivos deben aprovecharse las potencialidades del sistema de conocimientos en función del desarrollo de habilidades, tenerse en cuenta los diferentes niveles de asimilación por el que debe transitar el alumno para la ejecución de la acción, los ejercicios deben ser generalizadores para poder enfrentarse a problemas variados de la realidad profesional, deben contribuir a la motivación en los estudiantes, existir una derivación lógica que permita vincularlos con problemáticas específicas de su campo de acción y esferas de actuación, la evaluación y el control deben llevarse a cabo desde una perspectiva que haga consciente al estudiante de los procesos que tienen lugar en la ejecución de la acción.

A juicio de los autores las **principales manifestaciones** que impiden la articulación entre la disciplina Matemática y estas carreras son:

- Desconocimiento de la utilidad de la Matemática en la solución de problemas contextualizados vinculados al campo de su perfil ingenieril.
- Insuficiente dominio de conceptos y teoremas que pueden ser aplicados a la solución de problemas ingenieriles.
- Dificultades para modelar problemas de la especialidad con el basamento matemático requerido.
- Análisis limitado para encontrar la solución del problema.
- Deficiente interpretación del resultado en correspondencia con el sentido físico y práctico e ingenieril.
- Resultados académicos bajos.

Se entiende que **las causas principales** son:

- Insuficiencias al solucionar problemas matemáticos contextualizados aplicados al perfil de su futura profesión. (En ocasiones es nula).
- Uso insuficiente de bibliografía.

A continuación se propone una **estrategia** que muestra ejemplos concretos teniendo en cuenta las principales acciones a desarrollar. (Los ejemplos son correspondientes a las carreras de ingeniería Civil e Hidráulica fundamentalmente).

Acciones a desarrollar:

1. **Que los profesores de la disciplina Matemática participen de conjunto con los profesores de la especialidad en las reuniones de las disciplinas y reuniones metodológicas de los colectivos de año para que de esta forma ganen en claridad acerca del tipo de problemas más frecuentes que se presentan en la carrera correspondiente.**
2. **Motivar al estudiante en la importancia que tiene la Matemática en la formación de un Ingeniero, en particular para la solución de los problemas de la especialidad. Todo ello puede lograrse ejemplificando el uso de las matemáticas en el proyecto y diseño de obras de gran envergadura de Cuba y del mundo.**
3. **Vincular los problemas a la solución de aquellos que se puedan presentar en las Asignaturas Principales Integradoras (API), las cuales tienen un eminente carácter teórico práctico. (En cada semestre se imparte una).**

   Ejemplo de vínculo con las API:

   - Aplicar las ecuaciones diferenciales ordinarias que se imparten en la Matemática III en 2do año para modelar el comportamiento elástico de las vigas de la estructura en la API : "Proyecto del Servicio Ingeniero de Topografía para Edificaciones y Modelación Mecánica de las Estructuras de las Facilidades Temporales" al obtener los desplazamientos elásticos en diferentes puntos de las vigas de hormigón armado o de acero, así como el momento flector, lo cual es necesario para el diseño estructural. Se recomienda Utilizar los Textos: Ecuaciones Diferenciales Elementales de L. M. Kells y Resistencia de Materiales de V. I. Feodosiev.
4. **Promover trabajos extraclases de conjuntos con asignaturas de la especialidad donde el estudiante resuelva problemas reales mediante el uso de las matemáticas. La evaluación de este tipo de actividad debe ser una discusión oral donde participen profesores de la especialidad.**

Por ejemplo en la asignatura Cálculo Diferencial e Integral I cuando se imparte el contenido correspondiente al diferencial de una función y las aproximaciones lineales se puede orientar un trabajo extraclase en el que los estudiantes deben confeccionar un problema de cálculo aproximado en el que se aplique este contenido, cuyo texto sea relacionado con su especialidad.

4.1 Promover, en la medida de lo posible, evaluaciones integradoras de la Matemática con otras asignaturas de la especialidad.

En el ejemplo anterior también se puede indicar la selección de tres a cinco palabras del vocabulario técnico (entiéndase de la carrera) y su correspondiente traducción al idioma inglés. En la discusión del trabajo también puede incorporarse el profesor de Inglés.

5. **Utilizar asistentes matemáticos u otros software profesionales que faciliten la solución de los problemas reales y la adecuada interpretación de los resultados. Por ejemplo: MathCad, ABAQUS (Basado en métodos numéricos como es el Método de Elementos Finitos).**
6. **Las preguntas de los exámenes deben ser en la mayor medida posible aplicadas a problemas de la especialidad, lo cual puede lograrse apoyándose en profesores de la especialidad. (No se trata de examinar los contenidos de ingeniería en la asignatura Matemática, deben ser problemas sencillos cuya solución esté en correspondencia con los objetivos del programa).**

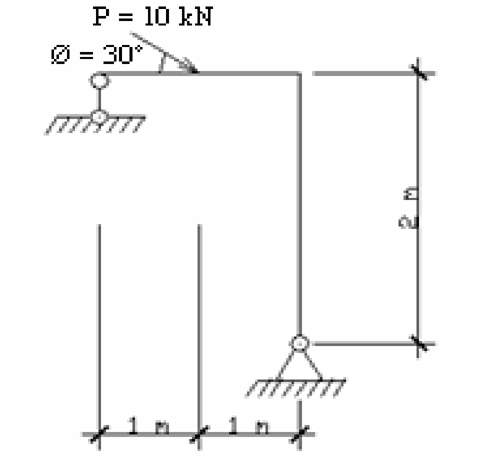
Ejemplo de examen en Álgebra Lineal:

UNIVERSIDAD DE CIEGO DE AVILA
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Primer Trabajo de Control Parcial de Algebra Lineal y Geometría Analítica
Carrera Ing. Civil, 1er año. CRD. Curso 2010-2011

Nombre:____. **Número:**________.

TEMARIO A

I. En la siguiente figura se muestra el pórtico de una estructura



a) Plantee el sistema de ecuaciones del equilibrio estático de la estructura. Resuelva dicho sistema para determinar las reacciones de apoyo aplicando uno de los métodos estudiados en clases. Tenga en cuenta hacer momento flector en el punto de aplicación de la carga P.

b) Que valor debe tomar el coeficiente k para que el sistema de ecuaciones siguiente tenga solución. Encuentre dicha solución.

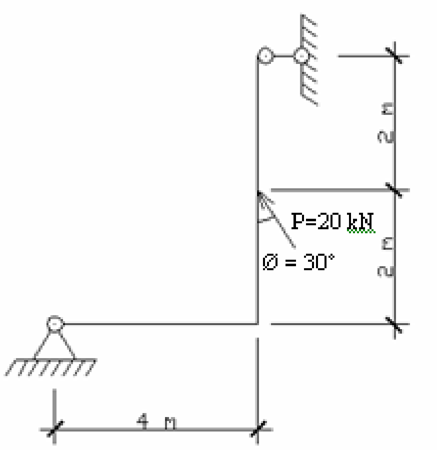
$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= -2 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 1 \\ 2x_2 + 3x_3 &= k \end{aligned}$$

UNIVERSIDAD DE CIEGO DE AVILA
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Primer Trabajo de Control Parcial de Algebra Lineal y Geometría Analítica
Carrera Ing. Civil, 1er año. CRD. Curso 2010-2011

Nombre:____. **Número:**________.

TEMARIO B

I. En la siguiente figura se muestra el pórtico de una estructura



a) Plantee el sistema de ecuaciones del equilibrio estático de la estructura. Resuelva dicho sistema para determinar las reacciones de apoyo aplicando uno de los métodos estudiados en clases. Tenga en cuenta hacer momento flector en el punto de aplicación de la carga P.

b) Argumente que valor deben tomar los coeficientes **j y k** para que el sistema:

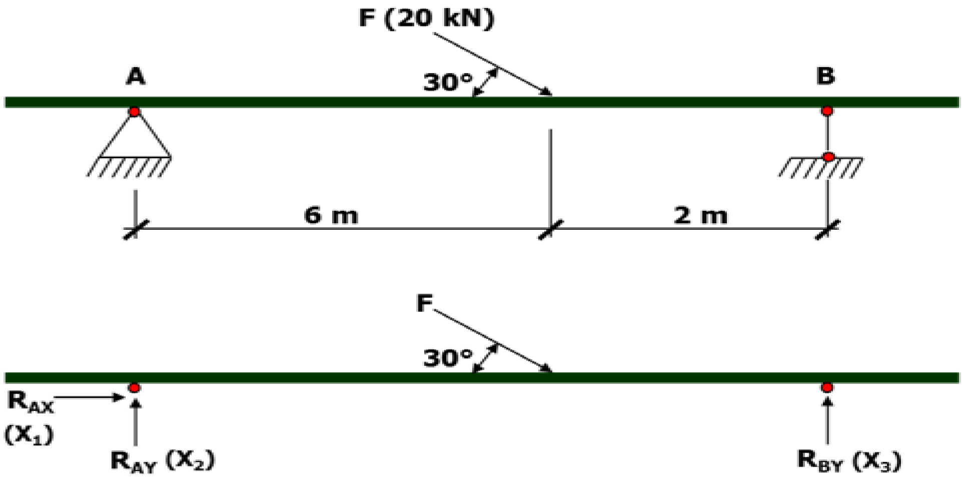
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 - kx_3 &= j \\ x_2 + x_3 &= 1 \end{aligned}$$

b.a) Sea incompatible
b.b) Sea indeterminado

7. Resolver problemas matemáticos contextualizados (aquellos donde se plantea una situación relacionada con una profesión determinada, que se expresa a través de un contenido, condiciones o planteamiento inicial y exigencias, y requiere de la acción del sujeto para transformarla. Los problemas matemáticos contextualizados también se denominan de aplicación o extramatemáticos) **vinculados con los contenidos de la especialidad** en los que la complejidad de estos debe ser gradual, a partir de problemas modelados y llegar a situaciones donde el estudiante modele el problema y aplique el método de solución

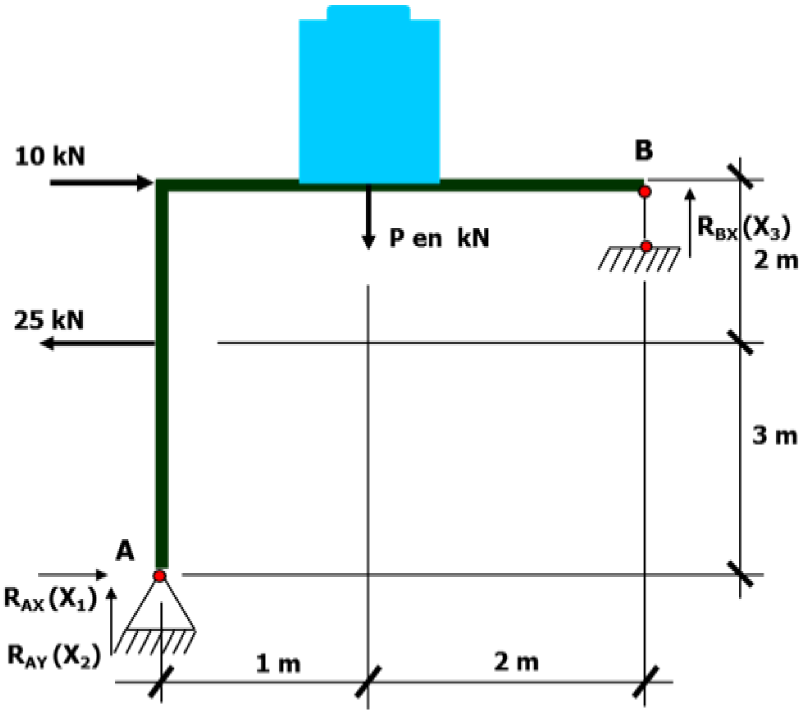
- **Ejemplos de aplicación en el Álgebra Lineal:**

Ejemplo 1: El equilibrio estático de la viga que se nuestra en la figura, la cual está articulada en un extremo y simplemente apoyada en el otro se puede modelar matemáticamente a través del siguiente sistema de ecuaciones lineales. Para obtener las reacciones de apoyo resuelva dicho sistema aplicando convenientemente uno de los métodos estudiados. Tenga en cuenta que la viga está cargada con una fuerza inclinada de 20 kN, la cual forma un ángulo de 30° con la horizontal.



$$\begin{aligned} x_1 \qquad\qquad &= -20\cdot\cos(30) \\ x_2 + \quad x_3 &= \quad 20\cdot \mathrm{sen}(30) \\ -6x_2 + 2x_3 &= \quad 0 \end{aligned}$$

Ejemplo 2: Se necesita construir una estructura aporticada como la que se muestra en la figura siguiente, para el soporte de un tanque de 5000 litros de capacidad. El mismo almacenará agua potable, cuya masa específica es 1 kg/l. Se necesitan conocer los valores de las cargas que llegan a los apoyos para realizar el diseño geotécnico y estructural de la cimentación. Apóyese en las leyes de la estática para modelar el sistema de ecuaciones lineales.



Acciones que debe desarrollar el profesor para la elaboración del ejercicio:

1. Dialogar con un especialista para definir el tipo de ejercicios de aplicación que se pudiera elaborar, acorde con el nivel del alumno hasta ese momento.
2. Consultar los textos de la especialidad o incluso de matemática, donde pudieran aparecer ejercicios de aplicación.
3. Estudiar el basamento teórico de la especialidad relacionado con el tipo de ejercicio a plantear.
4. Elaborar un algoritmo para la modelación y solución del ejercicio.

- **Ejemplos de aplicación en la asignatura Cálculo Diferencial e Integral I:**

Ejemplo 1. (Articulación entre la Determinación de las Fuerzas Internas de una Estructura y el Cálculo Diferencial).
Sea una viga de longitud (l) con apoyos en los extremos A y B sobre la que actúa una carga distribuida (q) en toda su longitud. Las reacciones que aparecen en los apoyos por ser una carga simétrica se pueden calcular por la expresión $R_A = R_B = \frac{ql}{2}$. Aplicando el método de las secciones se puede obtener la ley de variación (función) del momento $[M(z)]$ para diferentes puntos de la longitud de la viga:

$M(z) = \frac{ql}{2}z - \frac{qz^2}{2}$.

El valor de la fuerza cortante $[V(z)]$ o fuerzas perpendiculares al eje de la viga se obtienen por:

$V(z) = \frac{ql}{2} - qz$ que no es más que la derivada del momento; es decir, $V(z) = \frac{d}{dz}(M(z)) = \frac{d}{dz}\left(\frac{ql}{2}z - \frac{qz^2}{2} - qz\right) = \frac{ql}{2} - qz$.

A partir de estas expresiones se puede obtener para qué posición de la viga (z) se tendrá un valor máximo en el gráfico. Esta interrogante se puede resolver aplicando las derivadas al cálculo de extremos (máximos y mínimos) de funciones.

Ejemplo 2. (Articulación entre la Determinación de las Fuerzas Internas de una Estructura y el Cálculo Integral). Específicamente para determinar las características geométricas de las secciones se puede utilizar el cálculo integral:

Dada la sección transversal de una viga de sección rectangular se pueden calcular el centroide y el momento de inercia, que permiten conocer el grado de la respuesta del elemento a las deformaciones.

El centroide respecto al eje x se puede calcular por $y = \frac{momentoestático}{Área} = \frac{S}{A}$, donde $S = \int_0^h ydA$, que para una sección rectangular se calcula como $S = \int_0^h bydy = b\int_0^h ydy = b\frac{y^2}{2}\Big|_0^h = \frac{bh^2}{2}$, pero $bh = A$ por lo que $S = A\frac{h}{2}$ y la posición del centroide será $y = \frac{A\frac{h}{2}}{A} = \frac{h}{2}$.

Para aquellos casos donde la sección transversal tiene una forma irregular se hace más necesaria la utilización del cálculo integral. Veamos:

Para valorar la rigidez de una estructura; es decir, su respuesta ante la posible deformación se emplea el momento de inercia centroidal (I) que se calcula como $I = \int y^2 dA$.

Para una sección rectangular se tiene que:

$$I = \int_0^{h/2} by^2dy = b\int_0^{h/2} y_2dy = b\frac{y^3}{3}\Big]_0^{h/2} = \frac{b\left(\frac{h}{2}\right)^3}{3} = \frac{b\frac{h^3}{8}}{3} = \frac{bh^3}{24}$$

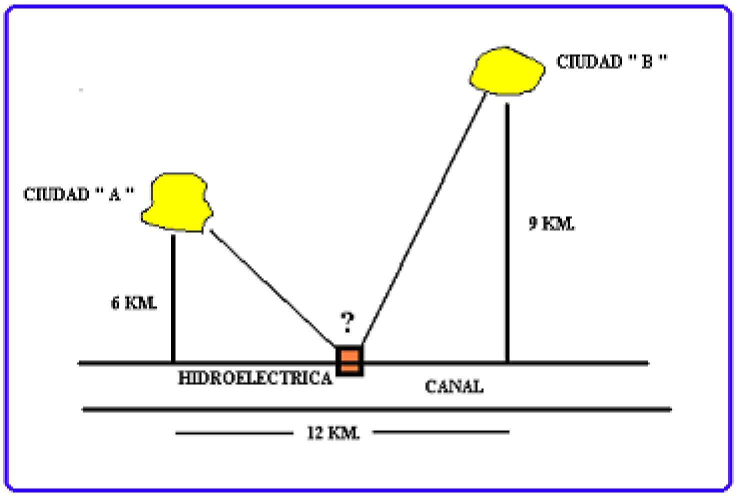
Para la sección completa:

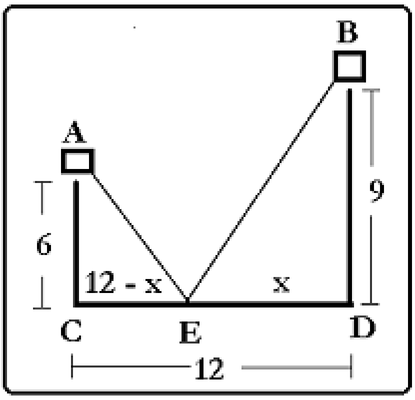
$$I = 2\frac{bh^3}{24} = \frac{bh^3}{12}$$

Ejemplo 3.

Aplicación de las derivadas en problemas de extremos condicionados (problemas de optimización):

Dos ciudades, A y B, están situadas respectivamente a 6 kilómetros y 9 kilómetros de un canal que corre en línea recta del cual van a obtener su provisión de agua, ambas de una misma estación de bombeo. ¿En qué punto de la orilla del canal debería colocarse la estación para que se usara la menor cantidad de tubería posible, si los puntos más cercanos del canal a A y B están a 12 kilómetros de distancia?





Ejemplo 4.

a) Si partimos de la latitud 0^0 y avanzamos en dirección oeste, podemos denotar con $T(x)$ la temperatura en el punto x en cualquier tiempo dado. Suponga que T es una función continua de x y demuestre que, en cualquier tiempo fijo, existen por lo menos dos puntos opuestos sobre el ecuador que tienen exactamente la misma temperatura.

b) ¿El resultado del inciso a) se cumple para puntos que estén sobre cualquier círculo sobre la superficie de la Tierra?

c) ¿El resultado del inciso a) se cumple para la presión barométrica y para la unidad sobre el nivel del mar?

Ejemplo 5.

Razones de cambio (derivadas) en las Ciencias Naturales y en las Ciencias Sociales.

5.1.1 En Física:

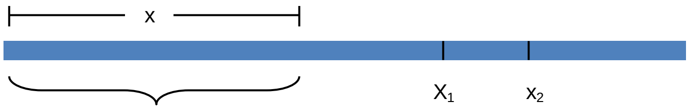
Si $s = f(t)$ es la función de posición de una partícula que se mueve en línea recta, entonces $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ representa la velocidad promedio en un período Δt, y $v = \frac{ds}{dt}$ representa la **velocidad** instantánea (la razón de cambio del desplazamiento con respecto al tiempo).

a) La ecuación que sigue da la posición de una partícula: $s = f(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$, donde t se mide en segundos y s en metros.

-Determine la velocidad en el instante t.
-¿Cuál es la velocidad después de 2 y 4 s?
-¿Cuándo está en reposo la partícula?
-¿Cuándo se mueve hacia adelante, es decir en dirección positiva?
-Dibuje un diagrama que represente el movimiento de la partícula.

-Determine la distancia total recorrida por la partícula durante los cinco primeros segundos.

b) Si una varilla o un trozo de alambre son homogéneos, entonces su densidad lineal es uniforme y se define como la masa por unidad de longitud $\left(\rho = \frac{m}{l}\right)$ y se mide en kilogramos por metro. Pero si la varilla no es homogénea, su masa medida desde el extremo izquierdo hasta un punto x es $m = f(x)$ como se muestra en la siguiente figura:



Esta parte de la varilla tiene masa f(x)

La masa de la parte de la varilla que se encuentra entre $x = x_1$ y $x = x_2$ se expresa con $\Delta m = f(x_2) - f(x_1)$, de modo que la densidad promedio de la sección es:

$$corrientep\,romedio = \frac{\Delta m}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Si hacemos que $\Delta x \to 0$, es decir $x_1 \to x_2$, calculamos la densidad promedio sobre un intervalo cada vez más pequeño. La densidad lineal ρ en x_1 es el límite de estas densidades promedios cuando $\Delta x \to 0$; es decir, la densidad lineal es la razón de cambio de la masa con respecto a la longitud. En forma simbólica:

$$\rho = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta x} = \frac{dm}{dx}$$

Así entonces, la densidad lineal de la varilla es la **derivada** de la masa con respecto a la longitud.

c) Hay corriente siempre que las cargas eléctricas se mueven. Por ejemplo si en un alambre hay electrones que cruzan una superficie plana, si ΔQ es la carga neta que pasa por esta superficie durante un período Δt, entonces la corriente promedio durante este intervalo se define como

Corriente promedio= $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q_2 - Q_1}{t_2 - t_1}$

Si tomamos el límite de esta corriente promedio sobre lapsos más y más breves, obtenemos lo que se llama corriente *I* en un instante dado t_1:

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

Por tanto, la corriente es la rapidez con que la carga fluye por una superficie. Se mide en unidad de carga por unidad de tiempo (a menudo coulombs por segundo, llamados amperes).

5.1.2 En Química:

a) Una reacción química genera una o más sustancias (llamadas productos) a partir de uno o más materiales de arranque (reactivos). Por ejemplo la ecuación:

$$2H_2 + O_2 \to 2H_2O$$

Indica que dos moléculas de hidrógeno y una de oxígeno forman dos moléculas de agua.
Consideremos la reacción:

$$A + B \to C$$

Donde A y B son los reactivos y C es el producto. La concentración de un reactivo A es el número de moles $6{,}022x10^{23}$ moléculas por litro y se denota con $[A]$. La concentración varía durante una reacción, de modo que $[A]$, $[B]$ y $[C]$ son funciones del tiempo (t). La velocidad promedio de reacción del producto C durante un período $t_1 \le t \le t_2$ es:

$\frac{\Delta[C]}{\Delta t}=\frac{[C](t_2)-[C](t_1)}{t_2-t_1}$, pero los químicos tienen más interés en la velocidad instantánea de reacción, la cual se obtiene tomando el límite de la velocidad promedio de reacción conforme conforme el intervalo $\Delta t \to 0$:

Velocidad instantánea de reacción = $\lim_{li\Delta t\to 0m}\frac{\Delta[C]}{\Delta t}=\frac{d[C]}{dt}$

Puesto que la concentración del producto aumenta a medida que la reacción avanza , la derivada $\frac{d[C]}{dt}$ será positiva, luego la velocidad de reacción de C es positiva. Sin embargo , las concentraciones de los reactivos disminuyen durante la reacción; por lo tanto, para que las velocidades de reacción de A y B sean números positivos, se ponen signos negativos delante de las derivadas $\frac{d[A]}{dt}$ y $\frac{d[B]}{dt}$. Dado que $[A]$ y $[B]$ disminuyen con la misma rapidez que $[C]$ crece, tenemos:

Velocidad instantánea de reacción = $\frac{d[C]}{dt}=-\frac{d[A]}{dt}=-\frac{d[B]}{dt}$

De modo más general, resulta que para una reacción de la forma $aA+bB\to cC+dD$, tenemos:

$$-\frac{1}{a}\frac{d[A]}{dt}=-\frac{1}{b}\frac{d[B]}{dt}=\frac{1}{c}\frac{d[C]}{dt}=\frac{1}{d}\frac{d[D]}{dt}$$

La velocidad de reacción se puede determinar con métodos gráficos. En algunos casos puede usarse la velocidad de reacción con el fin de hallar fórmulas explícitas para las concentraciones como funciones del tiempo.

5.1.3 En Economía:

Considérese $C(x)$ el costo total en que una compañía incurre al producir x unidades de cierto artículo. La función C se denomina función de costo. Si el número de artículos producidos se incrementa de x_1 hasta x_2, el costo adicional es $\Delta C=C(x_2)-C(x_1)$, y la razón promedio de cambio del costo es:

$$\frac{\Delta C}{\Delta x}=\frac{C(x_2)-C(x_1)}{x_2-x_1}=\frac{C(x_1+\Delta x)-C(x_1)}{\Delta x}$$

Los economistas llaman costo marginal al límite de esta cantidad, cuando $\Delta x\to 0$, es decir, la razón instantánea de cambio del costo con respecto al número de artículos producidos:

Costo marginal = $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta C}{\Delta x}=\frac{dC}{dx}$

5.1.4 En Biología:

Sea $n=f(t)$ el número de individuos de una población de animales o plantas en el tiempo t. El cambio del tamaño de la población entre los tiempos $t=t_1$ y $t=t_2$ es $\Delta n=f(t_2)-f(t_1)$, de modo que la tasa promedio de crecimiento durante el período $t_1\le t\le t_2$ es:

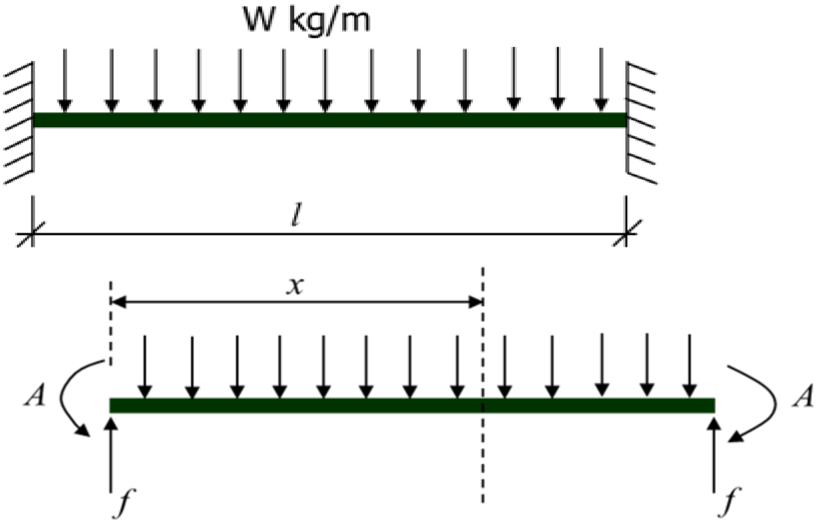
Tasa promedio de crecimiento = $\frac{\Delta n}{\Delta t}=\frac{f(t_2)-f(t_1)}{t_2-t_1}$

La tasa instantánea de crecimiento se obtiene a partir de esta tasa promedio al hacer que el período $\Delta t\to 0$:

Tas instantánea de crecimiento = $\lim_{\Delta t\to o}\frac{\Delta n}{\Delta t}=\frac{dn}{dt}$.

- **Ejemplo de la aplicación en las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias:**

Ejemplo 1: Una viga uniforme de longitud *l* en metros está empotrada en ambos extremos, y soporta una carga uniformemente distribuida de w kg/m. Hallar la ecuación de su curva elástica y su deformación máxima.



Como la viga está empotrada en los extremos, se tiene como condiciones de frontera:

$$y=0, \quad \frac{dy}{dx}=0 \quad cuando \quad x=0$$

$$y=0, \quad \frac{dy}{dx}=0 \quad cuando \quad x=l$$

Se conoce que la curva elástica satisface la siguiente ecuación diferencial:

$$EI\,\frac{d^2y}{dx^2}=M$$

Buscando la ecuación de momento flector de la viga se obtiene:

$$EI\,\frac{d^2y}{dx^2}=M$$

Sustituyendo la ecuación de momento flector en la ecuación diferencial se obtiene:

$$EI\,\frac{d^2y}{dx^2}\,A+f.x-w.\frac{x^2}{2}=M$$

Integrando en ambos miembros se obtiene:

$$y=A\cdot\frac{x^2}{2}+f\cdot\frac{x^3}{6}-w\cdot\frac{x^4}{24}+c_1\cdot x+c_2$$

Introduciendo las condiciones de frontera se obtiene:

$$l+f\cdot\frac{l^2}{2}-w\cdot\frac{l^3}{6}=0, \quad \frac{A\cdot l^2}{2}+\frac{f\cdot l^3}{6}-\frac{w\cdot l^4}{24}=0$$

o sea :

$$c_1=0, \quad c_2=0, \quad f=\frac{w\cdot l}{2}, \quad A=\frac{-w\cdot l^2}{12}$$

Sustituyendo c1, c2, f y A en la ecuación de y, se obtiene:

$$y=\frac{-w}{24EI}\left(x^2l^2-2x^3l+x^4\right) \quad y \ como \ \ flecha\ máxima \quad y_{x=l/2}=\frac{wl^4}{384EI}$$

Ejemplos de aplicación en Estadística:

Ejemplo 1.

En la construcción de los cimientos de uno de los puentes del pedraplén de Caibarién a Cayo Sta. María de la provincia de Villa Clara se necesita una resistencia media de 25 Mpa. El Ingeniero Ejecutor al frente de la obra realizó el pedido del suministro a la Planta Dosificadora-Mezcladora y orientó realizar un muestreo a cinco camiones hormigonera que llegaban a la obra con el objetivo de dar una estimación de la resistencia media del hormigón (f'_c en Mpa). Para ello se le tomaron, a cada camión, seis probetas cilíndricas de 15 x 30 cm para ser llevadas a la prensa en el laboratorio. El informe del laboratorio mostró los resultados que se agrupan en la tabla 1.

Tabla 1. Resultados de los ensayos.

25.2	**29.5**	**26.5**	**29.4**	**28.1**	**21.3**
24.8	**22.5**	**27.8**	**25.2**	**26.3**	**27.7**
26.4	**21.8**	**25.6**	**21.8**	**24.9**	**23.2**
25.7	23.2	24.5	22.7	29.4	24.8
28.4	**27.4**	**23.8**	**26.7**	**20.5**	**25.9**

a) Construya una tabla de frecuencias con todos sus componentes, agrupando los datos en cinco clases.
b) Calcule la mediana y la moda del conjunto de datos agrupados en la tabla de frecuencias.
c) De una estimación por intervalo con un nivel de confianza del 95 % para la resistencia media del hormigón que llega a la obra.

Ejemplo 2.

Se utilizan dos aditivos retardadores de fraguado “A” y “B”. Al utilizar el aditivo “A” en una parte de una mezcla de hormigón se obtiene una resistencia media para los 7 días de 25.5 Mpa. Posteriormente a la parte restante de la mezcla se añade una proporción del segundo aditivo y se seleccionan 16 probetas obteniéndose una resistencia media a la compresión de 27.5 Mpa. Considere que las resistencias de los hormigones se distribuyen normalmente. La varianza muestral (S2) obtenida fue de 3 Mpa. ¿Podemos afirmar con un nivel de significación 0.01 que ha variado significativamente la resistencia del hormigón al utilizar el segundo aditivo?

Ejemplo 3.

En la construcción de una explanación se está suministrando material de dos canteras. La cantera A aporta el 60 %, mientras que la B el resto. Se sabe que el 30 % del material que aporta la cantera A es un tanto arenoso, mientras que en la B lo es solo el 15 %.

a) ¿Qué probabilidad existe de que al desviar un camión aleatoriamente para la construcción de una obra aledaña, este no sea material arenoso?
b) ¿Qué probabilidad hay de que sea arenoso de la cantera “B”?

Ejemplo 4.

Se ha demostrado científicamente que la resistencia del hormigón a la compresión influye de manera directa en la capacidad resistente al esfuerzo cortante de las vigas de gran peralto, lo cual puede ser constatado en la tabla 2.

Tabla 2. Comportamiento de la capacidad resistente última al variar la resistencia del hormigón.

Probetas	Resistencia del hormigón (f'_c) (MPa)	Capacidad Resistente (V) (kN)

S-1	**20**	**151.42**
S-2	**25**	**178.45**
S-3	**30**	**199.76**
S-4	**31.5**	**203.22**

a) Obtenga una ley de correspondencia entre la capacidad resistente última al esfuerzo cortante y la resistencia del hormigón a la compresión.
b) Estime la capacidad resistente última de una viga con iguales características que tenga una resistencia del hormigón a la compresión de 28 MPa.

Ejemplo 5.

Ante la necesidad de ahorro del consumo de materiales componentes del hormigón, especialmente cemento, se hace necesario el estudio del comportamiento de la resistencia a compresión de las probetas de 10x20cm con el fin de aplicar el uso de esta última en nuestra provincia. Para ello se demostró experimentalmente la efectividad del uso de 100 probetas cilíndricas de 10 x 20cm en el cálculo de la resistencia a compresión de hormigones hidráulicos de la provincia de Ciego de Ávila durante el mes de enero del 2014.

25 26 30 42 44 84 7 52 12 45
52 41 54 28 27 77 2 24 65 32
25 41 54 21 69 36 3 9 29 25
62 54 65 28 27 24 39 5 63 23
27 25 26 30 42 44 28 27 77 2
28 52 41 54 52 12 45 12 63 23
65 41 54 21 24 39 5 21 69 36
32 25 26 30 42 44 28 27 28 27
21 5 41 54 28 27 77 2 24 54
14 62 54 65 28 27 24 39 5 63

a) Seleccionar una muestra aleatoria de 30 datos.
b) Probar si la distribución es aproximadamente normal (si son continuos) de Poisson (si son discretos).
c) Realizar un análisis descriptivo de una muestra, a partir de la construcción de las tablas, gráfico y medidas descriptivas estudiadas, y la interpretación de los resultados en relación con el problema planteado.
d) Plantee y realice la verificación de una prueba de hipótesis para la media, en correspondencia con el problema inicial e interprete el resultado.
e) Tradicionalmente en un laboratorio de resistencia de materiales de la especialidad de ingeniería civil se obtiene un promedio diario de 8 probetas analizadas durante 10 días. ¿Se podrá afirmar a un nivel de significación de 0.05 que el análisis de las probetas ha aumentado?
f) La composición de los materiales de las probetas de 10x20 cm analizados en un laboratorio de resistencia de materiales son los siguientes: cemento Portland=50%, agua=25%, áridos=10%. Se toma una muestra de 40 ml2 y se encuentra que hay 12 ml2 de cemento Portland, 6 ml2 de áridos y 20 ml2 de agua. Diga si se puede afirmar a un nivel de significación de 0.05 si la muestra cumple con la norma de calidad.
g) La siguiente tabla muestra la relación entre la variable edad y grado de satisfacción laboral de un laboratorio de resistencia de los materiales. Diga si se puede afirmar que el nivel de satisfacción depende de la edad a un nivel de significación de 0.01.
h)) Los siguientes datos representan la cantidad de calor que se emplea en la elaboración de las probetas de hormigón 10x20cm y el nivel de elasticidad de las

mismas. Determine si existe correlación lineal entre estas variables e interprete su valor

Cantidad de calor	10	13	16	19	10	19	22	25	37	8	7	31	25	13	28
Elasticidad	3	4	5	6	3	6	7	8	12	1	2	10	8	4	9

7. **Utilizar como bibliografía textos en los que se aborden ejemplos de cálculo relacionados con el perfil de la carrera. Utilizar además textos de la especialidad donde se aborden la solución de problemas reales con un sólido basamento matemático.**

Ejemplo de bibliografía recomendada:

- Ecuaciones Diferenciales Aplicadas de Murray R. Piegel de la Editorial Montaner y Simón, S. A. Barcelona, España. Este es un texto muy didáctico que aborda las EDO y EDP, así como sus aplicaciones.
- Ecuaciones Diferenciales Elementales de L. M. Kells de la Editorial Ediciones del Castillo, S. A. Marqués de Monteagudo, 16 – Madrid – 28, España. Este es un texto muy didáctico que también aborda las EDO y EDP, así como sus aplicaciones.

8. **Integrar a los profesores de Matemática a la tutoría de trabajos de diplomas conjuntamente con profesores de la especialidad.**
9. **Mantener la estabilidad de los profesores de Matemática en determinada carrera para que puedan familiarizarse más con la especialidad a la que le imparten su asignatura.**
10. **Conveniencia de tener en la disciplina al menos un especialista que imparta Matemática a la carrera. Sería una persona capacitada que conoce dónde aplicar en su especialidad los conceptos y métodos matemáticos.**

CONCLUSIONES:

1. La integración de profesores de Matemática y de la especialidad en la preparación de las asignaturas de la disciplina general Matemática contribuye a lograr niveles superiores de planificación, en correspondencia con los objetivos instructivos de la disciplina, logrando vincular los contenidos a la solución de problemas de la especialidad.
2. La solución de problemas contextualizados a la carrera en las actividades docentes de Matemática permite a los estudiantes apropiarse mejor del contenido, debido a que pueden apreciar la utilidad práctica de cada uno de los conceptos y métodos matemáticos, lo que hace que este adquiera un significado y una importancia para él.
3. Esta forma de impartir las asignaturas de Matemática contribuye desde esta ciencia básica a la formación del profesional y garantiza la base matemática requerida para resolver problemas reales cada vez más complejos en los que están presentes los componentes académico, laboral e investigativo.

BIBLIOGRÁFIA:

1. ÁLVAREZ, Carlos. 1989: Fundamentos teóricos de la dirección del Proceso Docente en la Educación Superior Cubana, Ed. Pueblo y Educación. La Habana.Cuba.
2. ÁLVAREZ, Carlos y otros: « Sobre el sistema de habilidades en una especialidad universitaria», *Revista Cubana de Física*. Vol. III. No. 1.pp 38-43.
3. ÁLVAREZ, M. 2004. Matemática Numérica, Ed. Félix Varela, Cuba,
4. BERMÚDEZ, Rogelio y Rodríguez, Maricela. 1996. Teoría y Metodología del aprendizaje, Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de la Habana, Cuba.
5. BRITO, H. Hábitos y Habilidades y Capacidades, 2004.Revista Varona, 13 : VI, jul.-dic.
6. DANÍLINA, N.I y N. S. 1985. Dubróvskaya: Matemática de Cálculo, Ed. Mir, Moscú,

7. GUERRA Bustillo, C y Ernesto Médez Acuña, Rolando Barrera Morera y Esteban Egaña Morales. 2004:Estadística,Ed Félix Varela, Cuba.
8. HERNÁNDEZ, H.). «La huella de la matemática en el pensamiento». MES, pág.2 (Material en soporte magnético.
9. KELLS,L.M. , 2005. Ecuaciones Diferenciales Elementales, Ed. Ediciones del Castillo, S. A. Marqués de Monteagudo, Madrid, España.
10. KISELIOV, M.y M. Krasnov y G. Makarenko.1985. Problemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Ed. Mir, Moscú.
11. MURRAY, R. Ecuaciones Diferenciales Aplicadas. 2005. Editorial Montaner y Simón, S. A. Barcelona, España.
12. STEWART ,J: Cálculo con Trascendentes tempranas. 2006 (4ta. Edición), Ed Félix Varela, La Habana, Cuba.
13. TIJONOV, A.N y A.A. Samarsky. 1988. Ecuaciones de la Física Matemática, Ed. Mir, Moscú,