ATLANTE
Cuadernos de Educación y Desarrollo
(2º Época)

LA FORMACIÓN INICIAL DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO EN LOS ESTUDIANTES INGRESANTES EN LOS CURSOS DE INGENIERÍA: INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA CON BASE EN EL ENFOQUE HISTÓRICO-CULTURAL

MSc. Manuel Chimbungo Tiago
Universidad José Eduardo dos Santos (UJES) - Angola
mbignelo@hotmail.com
Dr. Ademir Damazio
Universidad de Extremo Sul Catarinense - Brasil
add@unesc.net

RESUMEN

Se presenta una propuesta de un conjunto de tareas referentes a la enseñanza de la matemática básica, con base en los fundamentos pedagógicos de Davídov, que tiene como objetivo tributar al proceso de apropiación de los conceptos matemáticos necesarios a los estudiantes ingresantes a los cursos de Ingeniería del Instituto Superior Politécnico de la Universidad José Eduardo dos Santos, en Angola. El problema de estudio se expresa en la diferencia entre el nivel de conocimiento real de la matemática básica, de esos estudiantes, y el nivel requerido por las disciplinas iniciales de matemática de ese curso. Para la elaboración de la propuesta tomamos como base los presupuestos relativos al abordaje pedagógico con fundamentos en el Enfoque Histórico-Cultural. Entre otros autores, se cita: Vigotsky, sobre el concepto de Zona de Desarrollo Proximal (ZDP); Leontiev, con relación a la actividad humana; Davídov, con su modo de organización de la enseñanza de la matemática para los años escolares iniciales. Esos autores tienen como premisa que la enseñanza es base para el desarrollo del pensamiento teórico del estudiante por medio de la apropiación de los conceptos científicos. Tales presupuestos fueron referencia para la elaboración de tareas que contemplan la apropiación de conceptos de la matemática básica de los estudiantes de referencia. En la organización de enseñanza, tomamos por principio la posibilidad de constituir, entre los alumnos, una ZDP que posibilite la apropiación teórica de tal conocimiento. El conjunto de tareas contempla los componentes de la estructura de la actividad de estudio, propuesta de Davídov: necesidad, tarea de estudio, acciones, tareas particulares y operación. La tarea de estudio dirigida a la finalidad de obtención de conceptos de matemáticas básica con respecto a la relación entre magnitudes y variables, que son centrales para el Cálculo Diferencial e Integral. La referida tarea de estudio propuesta contempla cuatro acciones: análisis inicial de los datos, construcción del modelo, materialización y extrapolación. La misma tarea de estudio y las cuatro acciones de estudio son una síntesis de las seis acciones de la propuesta de Davídov, dirigida para niños.

Palabras Clave: Tarea de estudio, Matemática Básica, Ingeniería Informática, Enfoque Histórico Cultural, actividad.

1. LA TAREA Y LAS ACCIONES DE ESTUDIO EN LA OBRA DE DAVÍDOV

Para Davídov (1982) la correcta organización de la actividad de estudio referente a la Matemática es aquella que tiene como finalidad llevar el estudiante al desarrollo del pensamiento teórico por medio de la apropiación de los conceptos científicos de la referida disciplina. Para eso, la organización de la enseñanza debe ser coherente con su finalidad, o sea, con sus tareas y acciones de estudio correspondientes con sus necesidades. Esas incitan a los estudiantes a la problematización de la situación planteada, a un proceso dinámico, que tiene como finalidad, someter al estudiante a procesos investigativos y reflexivos (Davídov, 1988).

Según Rosa y Damazio (2013) “la enseñanza de la matemática propuesta por Davídov y sus colaboradores tiene como finalidad principal hacer que los estudiantes, al finalizar la enseñanza fundamental, tengan conocimiento pleno de la concepción de número real”.

Se añade el hecho de que la enseñanza propuesta por Davídov y sus colaboradores, aporta a la resolución de un problema epistemológico presente en el campo de la educación matemática: superar el divorcio existente entre las áreas de aritmética, álgebra y geometría, presentes en la enseñanza de la matemática escolar (Rosa, Damazio, 2013).

Como toda actividad, el aprendizaje y la enseñanza también poseen sus estructuras constituyentes básicas, las cuales son: necesidad, motivo, objetivo, finalidad, acciones y operaciones. Davídov (1988) añade que, unida a la finalidad de la actividad de estudio, existe la tarea de estudio. Considera que la célula de una determinada actividad es su tarea, por constituirse por la unidad indisoluble entre el objetivo y las condiciones de su realización. Añade: Este hecho fue reconocido por Rubinstein y Leontiev. Interpretaron el significado de la tarea de la misma forma: una tarea es una unidad de una meta (objetivo) y las condiciones para alcanzar esta meta. Establecer una tarea para un individuo es establecer una meta a ser alcanzada en condiciones específicas, (Davídov, 1999: 1). Si alteramos las condiciones, la tarea también se altera, mientras que el objetivo permanece. El cumplimiento de una tarea solo es posible por medio de determinadas acciones (Davídov, 1999). Por tanto, la tarea de estudio expresa las metas y problemas por resolver y las acciones de estudios demuestran los pasos para cumplimiento de la referida tarea. Para ello, define seis acciones de estudio articuladas a la referida tarea de estudio:

- Transformación de los datos de la tarea con el fin de descubrir la relación universal del objeto estudiado;
- Modelación de la relación distinguida en forma objetual, gráfica o por medio de letras;
- Transformación del modelo de la relación para estudiar sus propiedades en “forma pura”;
- Construcción del sistema de tareas particulares a ser resueltas por un procedimiento general;
- Control sobre la realización de las acciones anteriores;
- Evaluación de la asimilación del procedimiento general como resultado de la solución de la tarea de estudio dada. (Davídov, 1988: 181).

2. PROPUESTA DE TAREAS PARA LOS ESTUDIANTES DE NUEVO INGRESO EN EL CURSO DE INGENIERÍA DE INFORMÁTICA Y COMPUTADORAS

¿Es válido adoptar un modo de organización de enseñanza diseñado para la enseñanza elemental como referencia para una propuesta dirigida a suplir necesidades conceptuales de estudiantes que ingresan en la enseñanza superior?

La hipótesis es que la posibilidad existe, una vez que, en términos conceptuales matemáticos, los referidos estudiantes requieren apropiaciones pertinentes de la educación básica. Además, otro presupuesto es que una organización de enseñanza no puede atender solo éste o aquel nivel de escolaridad, si no al proceso formativo como un todo. Además, hay algo peculiar, general, en la Matemática que Davídov (1982) entiende que sea lo relacionado con la magnitud, que debe permear todas las tareas y acciones de estudio, independiente del año escolar de la educación básica. La referida concepción general de la matemática también es admitida por Caraça (1951) y Aleksandrov (1991).

Lo importante es que se observe en el contenido de las tareas los conceptos matemáticos dirigidos al desarrollo del pensamiento teórico. Son pocos los estudiantes en cuestión con este trabajo, que traen el referido contenido y su consecuente pensamiento teórico. Los estudiantes en el inicio del curso de Ingeniería en Informática y Computadoras, presentan apenas nociones de números, predominantemente de los naturales y sus respectivas operaciones, una concepción que Rosa (2012), ejemplariza como empírica, es decir, considerando cantidades discretas, apenas perceptibles por los órganos de los sentidos.

Los estudiantes que ingresan en el Curso de Ingeniería Informática y Computadoras aún se confunden en cuestiones de aritmética. Todavía les falta un camino a recorrer con relación al desarrollo del pensamiento, a fin de entender los conceptos del Cálculo Diferencial e Integral o de otras disciplinas del currículo de enseñanza superior.

Ese camino también pasa por la organización de una enseñanza que actúe directamente sobre sus potencialidades, que no vaya más allá de sus capacidades y, también, no se quede solo en la base del conocimiento y desarrollo de pensamiento en la etapa en el que se encuentra en ese momento. Una enseñanza que promueva esas posibilidades, según Vigotsky (1993) es la que posibilita la constitución de la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), o sea, exprese las condiciones intelectuales alcanzadas y que se den las condiciones para resolver un problema sin ayuda, pero también las capacidades de solución de otras situaciones más complejas que aún requiere orientación de quien ya superó esa etapa.

Según Vigotsky (1993) el individuo no se apropia de un nuevo conocimiento sin una estructura, un fundamento de aprendizaje previo. Además, para el autor, el individuo no puede transponer un recurso de aprendizaje sin algún conocimiento anterior cognitivamente relacionado, a fin de articular y promover las bases para la nueva elaboración.

Davídov (1988) dice que la realización de tareas debidamente organizadas es lo que posibilita la constitución de posibilidades más complejas en los estudiantes. Sin embargo, debe prever la participación orientadora del maestro, donde considere las potencialidades, las posibilidades de apropiación de conocimiento y desarrollo del pensamiento.

Los componentes de la propuesta en conformidad con el punto de vista de Davídov de organización de la enseñanza, que son: necesidad, tarea de estudio, acciones de estudio y tareas particulares.

Figura 1: Esquema de la propuesta

Fuente: Elaborado por el autor

2.1 Necesidad

Un estudiante en el curso de ingeniería, al adentrarse en el primer año del curso, se enfrenta con la exigencia de dominios conceptuales matemáticos de los que aún no se ha apropiado. Eso crea en los estudiantes una necesidad, la de aprender aquellos conceptos matemáticos que le darán las condiciones para apropiaciones de los nuevos contenidos en el nivel del curso superior. Sin embargo, las cuestiones que se presentan son: ¿Quién auxiliará a los estudiantes a aprender los referidos conceptos? Si son ellos mismos, entonces no es un equívoco la afirmación de que no tendrán la base matemática que se está exigiendo. Si colocamos la responsabilidad en los estudiantes, habría que cerciorarse que ellos tengan condiciones para tal. Sin embargo, si adoptamos el principio de que tal necesidad solo puede ser atendida por una organización de la enseñanza que proponga otro modo en que ellos puedan envolverse en la actividad de estudiar los conceptos, hasta entonces no apropiados. Entre en escena, en ese momento, el concepto vigotskiano de ZDP. Al final, el estudiante fue aprobado en el examen de acceso al curso superior, lo que indica su potencial intelectual en desarrollo. Sin embargo, para alcanzar el nivel necesario, requiere sumergirse en un proceso escolar que lo auxilie, pues solo no tendría las condiciones para ello.

2.2 Tarea de estudio

Basado en los diagnósticos de las deficiencias conceptuales de matemática básica de los estudiantes y en las necesidades requeridas por el curso, se comprende cual es la tarea de estudio: dirigirse a la obtención de conceptos que no domina de matemática básica con respecto a la relación entre magnitudes y variables, que son centrales para el Cálculo Diferencial e Integral. Además, desarrollarían el pensamiento conceptual pertinente a las demás disciplinas del área. Por extensión, se favorezca el proceso de modelación de problemas que caracterizan básicamente todas las demás disciplinas curriculares del curso. Ese proceso de modelación es el que caracteriza también la mayor parte de los objetivos de la matemática en el curso de Ingeniería Informática y Computadoras. Los estudiantes aún se encuentran incapaces de resolver problemas simples que deben ser modelados en soluciones matemáticas.

Las relaciones entre magnitudes y variables se constituyen en la esencia de todos los conceptos que se desarrollarán en las tareas particulares. Ellas se presentarán como idea para la apropiación de los conceptos: 1) número real (y sus singularidades: natural, entero, racional e irracional); 2) funciones (polinomiales, exponencial, logarítmica, trigonométricas). El estudio de las relaciones y funciones son básicas, pues "de manera simplificada" define el Cálculo Diferencial e Integral (Medeiros, 2012: 65). Por supuesto, es en esa disciplina que los ingresantes se topan con la necesidad de conceptos de matemáticas básica. El concepto de función abarca las relaciones presentes en la matemática más básica, sirve de base para el cálculo diferencial e integral (matemática superior del primer año), que trata del estudio general de las relaciones y funciones, y por su vez, conserva los principios de la matemática de un nivel mucho más elevado. La organización de la referida tarea de estudio, optimiza el desarrollo del pensamiento conceptual matemático de los estudiantes, para que tengan condiciones de cursar las disciplinas del curso superior.

Ese punto de vista es sostenido, también, por una idea de Davídov (1982), que es: una propuesta de enseñanza que pretenda colocar el estudiante en actividad de estudio para que se apropie del conocimiento en su más alto nivel, debe reducir el divorcio entre los campos de la matemática (aritmética, álgebra y geometría).

En ese ámbito el contenido de la base conceptual de la propuesta (concepto de función) se debe refrendar en principios de la lógica dialéctica que por ser el contenido concebido con ese objetivo, unido al método apropiado de enseñanza, expresado en las tareas particulares, que crean las posibilidades para que los estudiantes desarrollen el pensamiento teórico (Davídov, 1982).

En ese sentido, Caraça (1951:139) expresa que el "concepto de función permite establecer una correspondencia entre las leyes matemáticas y las leyes geométricas, entre las expresiones analíticas y los lugares geométricos".

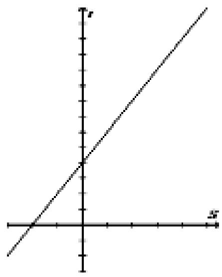
¿Pero, de qué se trata el concepto de función que hace la articulación entre álgebra y geometría y tiene base en la lógica dialéctica?

La definición se singulariza con relación a la vinculación entre matemática y geometría. Por eso, Caraça (1951) distingue dos modos de definir función:

1) Definición analítica como siendo "un conjunto de operaciones de modo tal que, por medio de ellas, se pueda hacer corresponder a cada valor **a** de **x** un valor **b** de **y**" (Caraça, 1951:130). Por ejemplo: $y = 2x+4$.

2) Definición geométrica, como un conjunto de puntos, imagen geométrica, o representación geométrica de la función **y(x).** En el caso, de $y = 2x+4$, su representación geométrica es:

Figura 2: Representación gráfica



Fuente: Elaborado por el autor

De ese modo, álgebra y geometría se divorcian y es que Caraça (1951:139) explica: Para establecer tal correspondencia no hay más que, a cada expresión analítica, hacer corresponder aquel lugar que define la misma función que ella. La expresión analítica, o, mejor, la igualdad (y = expresión analítica) se llama ecuación del lugar que le corresponde. O sea, $y = 2x + 4$ es la ecuación del gráfico anterior.

2.3 Las acciones de estudio

Según Davídov (1985), es por medio de las acciones de estudios que los escolares reproducen tanto, cuando se apropian de los modelos de procedimientos pertinentes al desarrollo de las tareas, como de los métodos generales para determinar las debidas condiciones para la ejecución. Ellas se presentan tanto en el plano objetual como en el nivel mental.

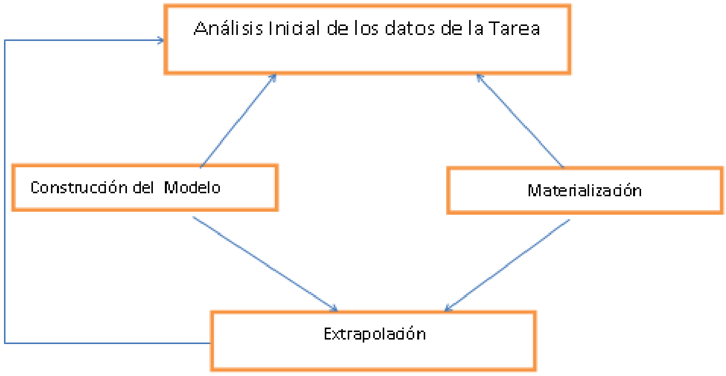
Si se trata de alumnos adultos con una trayectoria escolar, presuponemos la posibilidad del desarrollo de cuatro acciones a continuación enumeradas, con la orientación del maestro prescrita en cada tarea:

- Análisis inicial de las situaciones (tareas particulares) con vista a la aclaración de los datos de la tarea con la finalidad de establecer la relación esencial de los conceptos en estudio. Se trata de la determinación de sus regularidades y características esenciales.
- La construcción del modelo (abstracción), que establezca la relación entre las magnitudes y las variables, o que explicite el procedimiento matemático de síntesis de un determinado concepto.
- La materialización del modelo, esto es, extrapolación para otras situaciones y adjunción de nuevas posibilidades conceptuales. Se trata de comprobar su efectividad.
- Extrapolación para nuevas situaciones conceptuales que generan nuevo resultado.

Esas acciones fueron establecidas con base a aquellas propuestas por Davídov (1982) y Lima (2012). Esas acciones no presentan un procedimiento mecanizado, como es el adoptado por la enseñanza vigente en Angola, en el cual el maestro desarrolla más una lista de procedimientos estancados y dirigidos a situaciones particulares, que acciones que colocan el estudiante en momentos reflexivos.

Ellas se sintetizan en el esquema a continuación.

Figura 3: Síntesis esquemática de las acciones de estudio



Fuente: Adaptación de Lima (2012)

2.4 Tareas particulares

Las tareas particulares consisten, fundamentalmente, en la solución de problemas, algunas veces planeadas por el maestro, otras por los estudiantes. Serán desarrolladas, en clase, con ayuda del maestro, o extra clase lo que ocurrirá individualmente y en equipos.

2.5 Operaciones

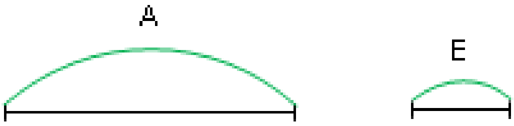
En la teoría de la actividad, operación es el modo de ejecución de una tarea particular. Siendo así, depende de las condiciones objetivas que se presentan al individuo (Leontiev, 2010). En este estudio, las operaciones se refieren al modo en que los estudiantes desarrollarán las tareas particulares. Por eso, ocurrirán en el proceso y dependen del tipo de la especificidad y características de cada tarea particular, lo que no son posibles algunas especificaciones generales.

3. TAREAS PARA EL DESARROLLO DEL CONCEPTO DE NÚMERO Y OPERACIONES

3.1 Tarea referente al modelo universal del concepto de número.

¿La longitud del segmento **A** es igual a la longitud del segmento **E**?

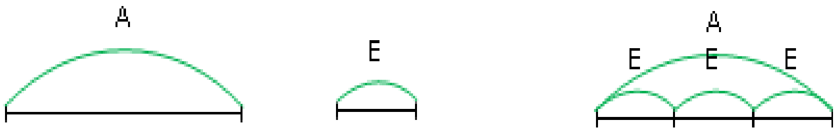
Figura 4: Representación de los segmentos



Fuente: Rosa (2012)

Dada la obviedad inicial de repuesta negativa, se pregunta: ¿La longitud **A** es igual a cuántas veces la longitud **E**? Eso requiere tanto la relación entre las dos magnitudes en cuanto al aspecto cuantitativo del número (resultado de la medición). El estudiante deberá sobreponer **E** en **A** como en la ilustración abajo:

Figura 5: Representación de los segmentos



Fuente: Rosa (2012)

Donde normalmente se alcanza la igualdad A = 3E (Rosa, 2012).

De acuerdo con Rosa (2012: 156): La magnitud **A**, tomado **E** como unidad de medida, mide tres. O sea, la propiedad numérica de la magnitud **A** es tres, se considerando **E** como unidad de medida.

Se encuentra entonces la fórmula de la relación de multiplicidad entre magnitudes: **A = nE**. En que **A** es la magnitud a ser medida, **E** la unidad y **n** el número que representa la medida (Rosa, 2012). Se comienza a establecer la generalización que lleva a la modelación o a la construcción del modelo.

Según Rosa (2012), la misma tarea se transforma en otra en que se busca la solución por la operación inversa, con base en la relación de divisibilidad, dirigida por la siguiente pregunta-guía:

¿Si la magnitud **A** al ser dividida en partes iguales a **E**, cuántas partes serán en el total? La respuesta es traducida en el modelo genérico: **n** que, para aquella situación específica, singular, será igualmente tres.

El todo (magnitud **A**) puede ser dividido en tres partes iguales a **E**. Se procede, entonces, a la modelación prevista en la segunda acción de estudio propuesta por Davídov, de la cual se componen las acciones de la propuesta. El modelo abstracto del concepto teórico de número es expresado por dos fórmulas que se complementan mutuamente: **n** y **A = nE**. En lo referido, el número se presenta como propiedad numérica de la magnitud, desde la relación de una magnitud con la otra tomada como unidad.

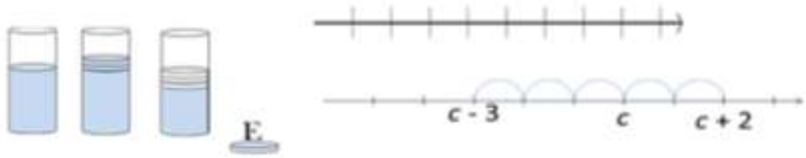
Las tres áreas de la matemática se relacionan de forma interdisciplinar conforme la propuesta de Davídov. En la presente tarea, la magnitud **A**, que será medida y, **E** unidad de medida son representadas por segmentos de recta. Esa relación de cuántas veces la unidad de medida cabe en **A** se expresa de forma general como **A = nE**, fórmula algebraica, y por último, la formula general tiene su singularidad en el caso particular, el problema ligado a un campo numérico, y aquí el número n = 3, es la aritmética.

3.2 Tarea que cambia la relación todo/parte caracterizadora de la adición y substracción.

Hay tres recipientes con un determinado volumen de líquido y, también, una unidad de medida **E**. El volumen del primer recipiente mide **C**.

a) Se pasó para el segundo recipiente el volumen **C** más dos unidades **E** de líquido. Localizar, en la recta, el valor del volumen de líquido del segundo recipiente.
b) Se pasó para el tercer recipiente el volumen **C** y se retiraron tres unidades. Localizar, en la recta, el valor del volumen del tercer recipiente.

Figura 6: Interrelación entre adición y substracción



Fuente: Rosa (2012)

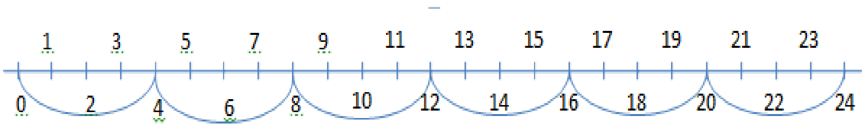
3.3 Tarea referente al concepto de división

Determinar la medida del volumen (K) del líquido de un recipiente. Para la medición, transferir el líquido de ese recipiente, para otro de misma forma, tamaño y volumen. Hay dos recipientes menores de capacidades distintas, de los cuales, el menor corresponde con el volumen **A** (medida básica) y el mayor con el volumen **C** (medida intermediaria).

Un estudiante de otra clase hizo la medición y enseguida la representación del resultado en la saeta, a continuación, o sea, la cantidad de medida básica **A** (unidades) 24 veces en **K**.

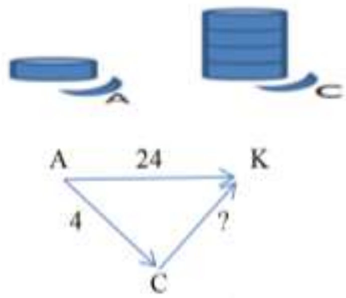
$$A \xrightarrow{24} K$$

Cuestiones:
a) ¿Cuál es la posibilidad del uso del recipiente de volumen (C) para la referida medición?
b) ¿Cuántas veces **A** cabe en **C**?
c) ¿Si adopta **C** cómo medida (medida intermediaria), cuántas veces ella cabe en **K**?
d) Represente en el esquema todo el procedimiento.
Es de destacar, que según Rosa, Damazio y Crestani (2014) esa tarea muestra como el concepto de división es tratado en la propuesta de Davídov.
e) ¿Cuál es la operación para encontrar la cantidad de cuánto **C** cabe en **K**?
f) Representar la respuesta en la recta numérica (Rosa, Damazio, Crestani, 2014).



Sigue el cuestionamiento, cual es la cantidad de medidas intermediarias en **K**, representada con (?), en el esquema ilustrativo:

Figura 7: Situación referente al concepto de división.



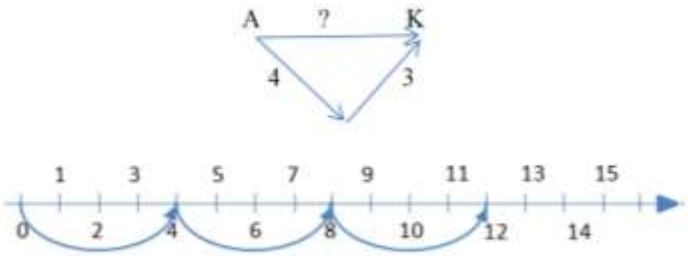
Fuente: Rosa, Damazio y Crestani (2014).

Como conclusión, el maestro informa que, el procedimiento de determinar la cantidad de unidades de medidas intermediarias (C), se llama división. En el caso en cuestión, (24) es el dividendo, (4) el divisor, el número de veces que el divisor cabe en el dividendo, corresponde al cociente (6).

3.4 Tarea referente al concepto de multiplicación y su relación con la división

Encontrar la cantidad de medidas básicas de **A** que cabe en **K**, cómo ilustra el esquema de la figura siguiente. ¿Cuál es la operación necesaria? Representar el movimiento en la recta.

Figura 8: Tarea representativa del concepto de multiplicación



Fuente: Rosa, Damazio e Crestani (2014)

El movimiento realizado en la recta numérica, para encontrar esa medida, tiene el sentido inverso al movimiento que explica el concepto de división. El punto de partida para la operación de multiplicación fue el cero (0), porque el valor del todo, que en la operación de la división era punto de partida, ahora es desconocido. Después de la realización del procedimiento en la recta numérica, los estudiantes completan el número doce (12) en el esquema - total de unidades de medidas básicas.

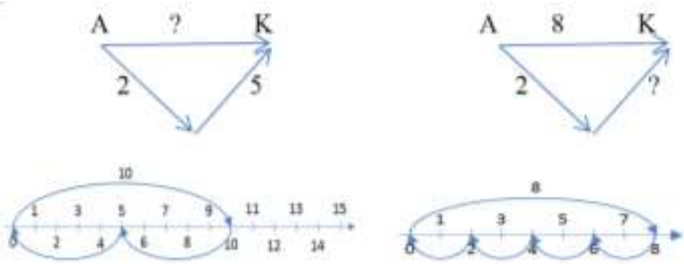
3.5 Tarea que incluye la relación entre división y multiplicación

Dadas las operaciones, 5 x 2, 8 ÷ 2 (Rosa, 2014):

a) ¿En 5 x 2, qué significa el 5 y el 2?
b) Y, en 8 ÷ 2, ¿cuál es el significado de 8 e de 2?
c) Representar en el esquema y resolver las operaciones.
d) Represente cada operación en la recta numérica.
e) Hacer una síntesis de los procedimientos e indicar la diferencia

Con la finalidad de demostrar la relación existente entre las dos operaciones (división y multiplicación), el profesor proponen otra tarea: dados los registros, 5 x 2, 8 ÷ 2, ¿si es para determinar el producto o cociente? (Rosa, 2014)

Figura 9: Esquema multiplicación y división. Representación en la recta



Fuente: Adaptación desde Rosa, Damazio y Crestani (2014)

Las operaciones inversas son, respectivamente, C ÷ A = B y C ÷ B = A.

En la operación de multiplicación, las agrupaciones son formados desde el punto cero (0) en dirección al total, el producto. En la división ocurre el inverso: las agrupaciones inician del total de unidades de medidas básicas (producto) en dirección al punto cero (0). Esta última posibilita la determinación de la cantidad de unidades de medidas intermediarias, el cociente (Rosa, Damazio y Crestini, 2014).

3.6 Tarea referente al concepto de número fraccionario

Observar la figura (10) y responder con justificaciones las preguntas siguientes: ¿Cuántas veces la longitud de un segmento $\overline{CD}$, cabe en la longitud del segmento $\overline{AB}$? (Amorim, 2007).

Figura 10: Representación de los segmentos de recta AB y CD

A _._._._._._._._._._._ B

C _._._ D

Fuente: Amorim (2007)

Ocurre entonces la necesidad de la creación de un nuevo conjunto, los números racionales. Caraça (1951). De la necesidad de relacionar las dos magnitudes, o sea, medir, es que surge el nuevo campo numérico. Es un salto de pensamiento matemático (Amorim, 2007).

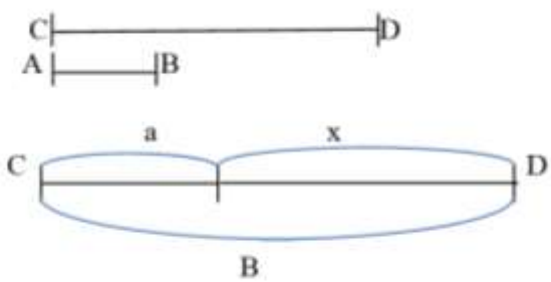
3.7 Tarea que introduce el número fraccionario en el modelo universal

Siendo $\overline{AB}$ de medida **a** y la longitud $\overline{CD}$ de medida **b**, se pregunta:

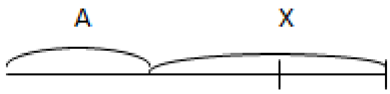
a) ¿Cuál es la diferencia entre las medidas de las dos longitudes?
b) Representar el valor de la medida de la diferencia, por **x**, en la recta.
c) ¿Cuál es el valor de **b** si consideramos como un todo constituido de las partes **a** y **x**? (a + x = b o b – x = a) (Rosa, 2014).
d) ¿En la medida **a** cuántas veces cabe la **b**? (a=1/3 b)
e) En la medida **x** cuántas veces cabe la b? x=2/3 b.
f) Represente esos números en la recta.

Teniendo en consideración la tarea precedente, la presente se refiere a la introducción de concepto de fracción, y para eso, parte del problema que consiste en medir dos magnitudes de la misma naturaleza usando una como unidad de medida de la otra. Ejemplo que Rosa et al, (2013) presenta, parte del presupuesto que para medir o comparar la longitud de dos segmentos AB y CD se coloca uno sobre el otro, de modo que los dos extremos coincidan, como en la figura,

Figura 11: Número fraccionario en la relación parte/todo



¿Se pregunta, en la medida **a** caben cuántas veces la **b**? La respuesta consiste en la subdivisión de la unidad de medida **b** en un cierto número de partes iguales, cuántas son necesarias, hasta que los extremos de una de las partes de **b** estén marcados exactamente en los extremos del segmento de medida **a**. Que en el caso específico de esa tarea resulta en que, a=1/3 b y x=2/3 b. Como a continuación se ilustra:



Adaptación, Rosa et Al (2013)

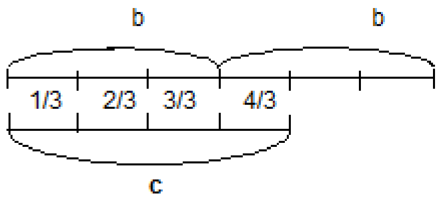
De acuerdo con Rosa et al (2013), desde la relación universal del concepto de número en el campo de los reales a/b=c, fue posible determinar representación singular 1/3 de la medida de la longitud de $\overline{AB}$ por medio de una particularidad, la unidad de medida b.

3.8 Tarea para el caso en el que la parte o la relación está fuera de los límites de la unidad.

Para el caso en el que la parte, o la relación está fuera de los límites de la unidad, se procede de manera diferente, pero siempre con el auxilio de la recta.

Medimos el segmento **b** con el segmento **c**, con el auxilio de la recta. (Figura 12) (Rosa et al, 2013).

Figura 12: Relación entre las medidas c y b



Fuente: Rosa et al (2013)

En la recta numérica, verificamos que **c** es mayor que **b**. Además que c= 4/3 b o c/b=4/3.

3.9 Tarea referente al concepto de ecuación del 1º grado, con las operaciones de adición y substracción.

Reescribir las ecuaciones (x – k = p, a + x = c), con los valores aritméticos trece (13) y seis (6).

¿Las igualdades x – k = p y a + x = c, corresponden a una ecuación? ¿Por qué?

Para ser una ecuación es necesario poseer el símbolo de igualdad y la incógnita. Tanto x – k = p como a + x = c tratase de una ecuación, interpretada en situaciones diferentes (Rosa et al, 2014).

En la presente tarea, Davídov y colaboradores contemplan la analogía de la ecuación en su forma algebraica, inter-relacionada con la geométrica y aritmética, (Rosa et. al, 2014), siempre presentadas en la relación dialéctica entre ellas.

Si se trata de la operación de substracción, al reducir una parte del todo, el resultado será igual a la otra parte, o sea, de **x** se substrae **k** para lograr el resultado **p**. En el caso del movimiento inverso, las partes juntas resultan en el todo, así, **k** y **p** son partes y **x** es el todo. Como **k** y **p** son las partes, no importa el orden en el que son presentados.

Para primera ecuación hay dos formas de solución, pues, como **x** representa el todo, los valores de 13 y 6, pueden representar tanto a **k** como a **p**, aleatoriamente, las partes (Rosa et al, 2014). Para calcular el valor desconocido del todo (**x**), se hace necesario juntar las partes trece (13) y seis (6), conforme la ilustración siguiente:

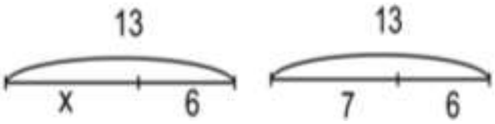
Figura 13: Solución esperada para la ecuación x – k = p.

x – k = p	x – k = p
x – 13 = 6	x – 6 = 13
x = 13 + 6	x = 6 + 13
x = 19	x = 19

Fuente: Rosa et al (2014).

La segunda igualdad (a + x = c), en la relación todo-partes, se resuelve de forma diferente, según Rosa et al (2014), en este caso, visto como la operación de adición, se sabe que el todo es mayor que la parte y, por representar tal operación, el todo es presentado después de la igualdad. Si las partes juntas resultan en el valor del todo, de ellas es el valor desconocido **x**. Para determinarla, se tiene a la otra parte (a) y al todo (c). Así, si el todo y una de las partes son conocidos, para determinar la otra parte se hace necesario substraer la parte conocida del todo. Entonces, para utilizar los valores aritméticos trece (13) y seis (6), en la igualdad en referencia, se hace necesario un análisis cuidadoso de la relación todo-partes.

Figura 14: Esquema *todo* e *partes* da equação a + x = c



Fuente: Rosa et al (2014)

El esquema anterior trae como respuesta el número siete, ese número agregado a seis resulta en trece, el todo. Como en el siguiente esquema:

$$a + x = c$$
$$6 + x = 13$$
$$x = 13 - 6$$
$$x = 7$$

3.10 Tarea enfocada en el concepto de ecuación incluyendo las cuatro operaciones básicas (adición, substracción, multiplicación y división).

Encontrar el valor de la incógnita en las siguientes ecuaciones. Es de destacar que esas tareas son antecedidas por otras en que el foco son los números relativos (positivos y negativos).

$$x + 178 = 356$$
$$x + 356 = 178$$
$$x \,.\, 178 = 356$$
$$x \,.\, 356 = 178$$

Retomamos la tarea anterior para decir que la imposibilidad en disponer los valores (13 y 6) aleatoriamente en la segunda ecuación, es consecuencia del hecho de que, en ese caso, trabajamos con el conjunto de los naturales. En la presente tarea, el foco continúa siendo el concepto de ecuación, sin embargo, las operaciones realizadas para encontrar el valor numérico de la incógnita, consisten en la substracción y en la división.

Las ecuaciones de las cuestiones a, c y d son resueltas según Gorbov et al (2006), por medio de los conceptos de parte y todo. En ese contexto, en la primera ecuación el todo corresponde a 356, y las partes son representadas por x y 178. Para Rosa (2012), al tener el valor del todo (356) y de una de las partes (178), la otra parte (x), se obtiene del resultado de la substracción: 356 – 178:

$$x + 178 = 356$$
$$x = 356 - 178$$
$$x = 178$$

Diferentemente de la primera ecuación, la segunda, aborda la imposibilidad de su resolución por la relación parte-todo, dado que cualquier valor positivo agregado a 356 resulta en un valor mayor y, consecuentemente, no igual al todo (178). Siendo así, surge la necesidad de introducción del conjunto de los números relativos (Caraça, 1951) pues solamente el número relativo negativo (-178), satisface la condición de igualdad en la ecuación en análisis. Conforme el esquema:

$$x + 356 = 178$$
$$x = 178 - 356$$
$$x = -178$$

Las próximas ecuaciones, c y d, recurren a una diferente operación aritmética (división), como medio para su resolución. La división consiste en encontrar la cantidad de veces que la medida intermediaria cabe en el total de medidas básicas. Teniendo en consideración la propiedad conmutativa de esa operación (Rosa, Damazio y Crestani, 2014). La ecuación en los apartados c y d, son reescritas de la siguiente forma: c) 178 . x = 356; d) 356 . x = 178.

Para que encontremos los valores correspondientes a la incógnita x, en ambas ecuaciones, recurrimos a la división. En lo que se refiere a la ecuación: 178. x = 356, procedemos como sigue:

$$178.\ x = 356$$
$$x = 356/178$$
$$x=2$$

En ese caso, interpretamos que las partes sean 178 y x, y a su vez, 356 el todo.

En la última ecuación, encontramos la imposibilidad de expresar la incógnita x, como un número entero, o sea, el divisor (cantidad de medidas intermediarias) no cabe un número exacto de veces en el dividendo (total de medidas básicas). Por consecuencia, surge la necesidad de la creación de un nuevo conjunto (Amorim, 2007). Siendo así, el cociente de la división, que corresponde a la incógnita x en la ecuación d, se expresa como x=178/356.

3.11 Tarea que introduce la necesidad del número irracional.

- Dibujar un cuadrado y medir la diagonal tomando por unidad un segmento de medida igual al lado.

Relativo al surgimiento del conjunto de los números racionales, Rosa (2012) cita a Aleksandrov (1976), para decir "que el desarrollo histórico del concepto de número racional, desde la relación mutua de la aritmética y de la geometría, fue solo la primera etapa".

- Recurra al Teorema de Pitágoras para auxiliarse en la identificación del valor de la longitud de la diagonal del cuadrado, tomando como unidad de medida a su lado.

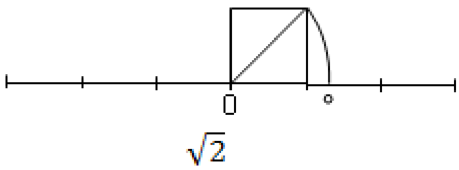
- Representar el valor de la longitud de la diagonal en la recta.

Para Rosa (2012) existen segmentos de recta inconmensurables, "esto es, segmentos de recta para quiénes no hay unidad de medida común". Como el ejemplo representado por la figura (15), donde la diagonal de un cuadrado en que los segmentos de los lados son considerados como una unidad.

Después de la tentativa de efectuar la medición por parte de los estudiantes, constatan que no hay una unidad de medida común entre el lado unitario del cuadrado y su diagonal. O sea, no hay ningún número racional que corresponda la esa medida o a tal comparación. En ese momento es que el maestro informa a los estudiantes que para expresar la medida en referencia (diagonal del cuadrado) desde su lado, o sea, tomado como unidad, fue necesario que los matemáticos creasen nuevos números más generales que los racionales, los irracionales, se da un salto cualitativo utilizando la misma categoría de la dialéctica negación de la negación, que permite la extrapolación para casos relacionados.

- Construir una ecuación que envuelva ese valor y resolver por procedimientos algebraicos y representación geométrica en la recta.

Figura 15: Posible representación en la reta de la medida de la diagonal



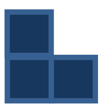
Fuente: Rosa (2012)

4. TAREAS REFERENTES AL CONCEPTO DE FUNCIÓN

4.1 Tarea que envuelve el concepto de función del primer grado.

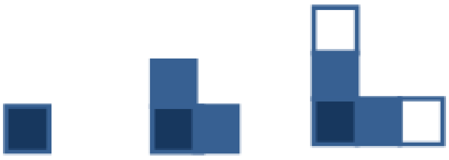
Para el concepto de función del primer grado, las tareas básicas concernientes con una enseñanza fundamentada en la perspectiva Histórico-Cultural es la propuesta de Duarte (2011), de dónde extraemos esa tarea.

- Considerar como unidad (u): 
- Comparar el término de origen (u) con el primer término.
- ¿En la figura del primer término, al término de origen fueron aumentadas cuántas veces una unidad?

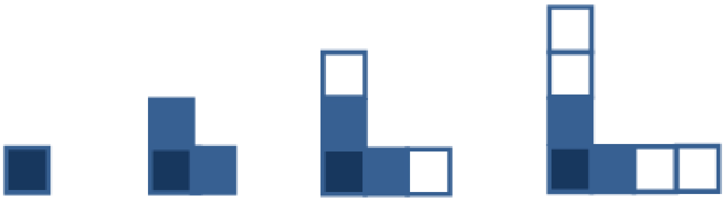
Término de origen 1er término

- Construir la figura del segundo término.
- ¿En la figura del segundo término, al término de origen fueron aumentadas cuántas veces dos unidades?



Origen 1er término 2do término

- Construir la figura del tercer término.
- ¿En la figura del tercer término, al término de origen fueron aumentadas cuántas veces tres unidades?



Origen 1er término 2do término 3er término

- Analizar la secuencia y completar la tabla a continuación. (Observación: al ser propuesto, a los alumnos, la tabla tendrá apenas la primera línea rellenada, para constituirse en una forma de orientación).

Tabla 1: Tarea concepto de función

Término (magnitud/variable independiente)	Nº de unidad (magnitud/variable dependiente)	Expresión aritmética
0	1	1 + 2. 0
1	3	1 + 2.1
2	5	1 + 2.2
3	7	1 + 2.3
⋮	⋮	⋮
X	Y	1 + 2.x
Modelo algébrico:	y = 1 + 2.x	

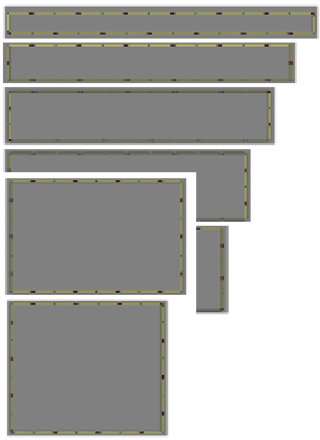
Fuente: Elaborado por el autor

- Construir el gráfico de puntos, en el plano cartesiano.

4.2 Tarea que interrelaciona función polinomial de primero y segundo grado.

Situación de análisis: Un niño construyó todas las figuras rectangulares posibles que tengan 28 unidades de perímetro, considerando el palillo como unidad, conforme la secuencia, a continuación:

Figura 16: Concepto de función del Primer grado



Fuente: Archivo GPMAHC

-Observar la secuencia de figuras y crear procedimientos aritméticos, algebraicos y geométricos para contestar el siguiente cuestionario:

- ¿De todos los rectángulos de perímetro de 28 unidades, cuál es el de mayor área?

Para dar respuesta a esa interrogante, el alumno deberá recibir orientaciones del maestro para que desarrolle diversos modos que llevan al mismo fin. Algunos de ellos como los que siguen:

a) Por conteo multiplicativo, con base en la generalización, A= b x h:
RECTÁNGULO 1: $13U^2 = 13 \times 1U^2$
RECTÁNGULO 2: $24U^2 = 12 \times 2U^2$
RECTÁNGULO 3: $33U^2 = 11 \times 3U^2$
RECTÁNGULO 4: $40U^2 = 10 \times 4U^2$
RECTÁNGULO 5: $45U^2 = 9 \times 5U^2$
RECTÁNGULO 6: $48U^2 = 8 \times 6U^2$
RECTÁNGULO 7: $49U^2 = 7 \times 7U^2$ a = b x h

b) Desarrollar un modo generalizado para el perímetro, con relación a la situación en análisis:
RECTÁNGULO 1: 28= 13+ 13+ 1+ 1
RECTÁNGULO 2: 28= 12+ 12+ 2+ 2
RECTÁNGULO 3: 28= 11+ 11+ 3+ 3
RECTÁNGULO 4: 28= 10+ 10+ 4+ 4
RECTÁNGULO 5: 28= 9+ 9+ 5+ 5
RECTÁNGULO 6: 28= 8+ 8+ 6+ 6
RECTÁNGULO 7: 28= 7+ 7+ 7+ 7
P = b + b + h + h
P = 2x (b + h)
28= 2x (b +h)
Dividiendo los dos miembros de la ecuación por 2: 14= b + h
Separando h: h = 14 – b

c) Lograr la relación área/base:
a = b x h pero h = 14 - b
a = b x (14-b)
$a = 14b - b^2$
Obtención de las áreas atribuyendo los posibles valores:

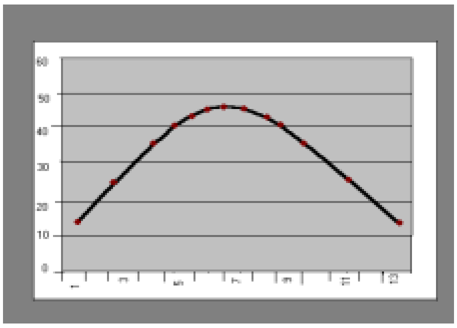
Figura 17: Concepto de función cuadrática

b	A
b	$14.b - b^2 = A$
1	$14.1 - 1^2 = 13$
2	$14.2 - 2^2 = 24$
3	$14.3 - 3^2 = 33$
4	$14.4 - 4^2 = 40$
5	$14.5 - 5^2 = 45$
6	$14.6 - 6^2 = 48$
7	$14.7 - 7^2 = 49$
8	$14.8 - 8^2 = 48$
9	$14.9 - 9^2 = 45$
10	$14.10 - 10^2 = 40$
11	$14.11 - 11^2 = 33$
12	$14.12 - 12^2 = 24$
13	$14.13 - 13^2 = 13$

Fuente: Archivo GPEMAHC

El área por la representación gráfica como el punto de máximo de la curva

Figura 18: Punto máximo de la función



Fuente: Archivo GPEMAHC

d) El área máxima lograda por la coordenada del vértice

$$bv = \frac{-14}{2 \cdot (-1)} = 7$$

$$A\,(7)\;=\;14.7-7^2\;=\;49$$

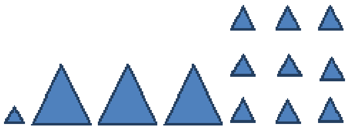
e) Para pronóstico de la función derivada

$A = 14b - b^2$	$A\,(7) = 14.7 - 7^2$
$A' = 14 - 2b$	$A\,(7) = 98 - 49$
$14 - 2b = 0$	$A\,(7) = 49$
$2b = 14$	
$b = 14 : 2$	
$b = 7$	

4.3 Tarea que interrelaciona las nociones de función exponencial y logarítmica.

- Complete la secuencia con más de tres términos.

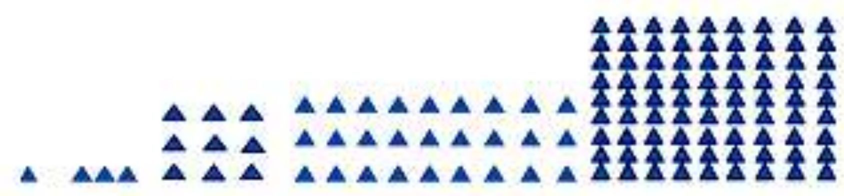
Figura 19: Concepto de potenciación



Fuente: Archivo GPEMAHC

- Coloque la cantidad de unidad (triángulo) bajo cada agrupación (término). (La situación esperada es a que sigue).

Figura 20: Concepto de Potenciación



1 3 9 27 81

Fuente: Archivo GPEMAHC

- Trasformar, si posible, cada número de la secuencia de números en multiplicación. (La situación esperada es la que sigue): 1 3 3 x 3 3 x 9 3 x 27

- Transformar, si posible, cada multiplicación, en multiplicación de mismos factores. (La situación esperada es a que sigue): 1 3 3 x 3 3 x 3 x 3 3 x 3 x 3 x 3

- Transformar secuencia en potencia de misma base. (La situación esperada es a que sigue). Para tanto se lanza a pregunta guía, en cada producto desde 81:

- ¿Cuántas veces el factor 3 se repite en 3 x 3 x 3 x 3? (Conclusión: 4)
- ¿Cuántas veces el factor 3 se repite en 3 x 3 x 3? (Conclusión: 3)
- ¿Cuántas veces el factor 3 se repite en 3 x 3? (Conclusión: 2)
- ¿Cuántas veces el factor 3 se repite en 3? (Conclusión: 1)
- ¿Cuántas veces el factor 3 se repite en 1? (Conclusión: 0)

Así, la secuencia se transforma en:

3^0 3^1 3^2 3^3 3^4

- Establecer la relación entre la posición del término y cantidad de unidad (triángulos). Los estudiantes serán orientados para construir y analizar el cuadro, a continuación, para representar esa singularidad en el modelo general, o sea: $T\;=\;3^M$

Figura 21: Potenciación

MONTES (M)	T (TRIÂNGULOS)
0 (MONTE DE REFERÊNCIA)	$1 = 3^0$
1	$3 = 3^1$
2	$9 = 3^2$
3	$27 = 3^3$
4	$81 = 3^4$
5	$243 = 3^5$
⋮	⋮
M	$T = 3^M$

Fuente: Archivo GPEMAHC

- Preguntas guías referentes a la función exponencial: ¿Cuántos triángulos tiene tal monte (término)?
Ejemplo: ¿Cuántos triángulos tiene el 4º monte?
Anotación matemática:

$$T = 3M$$

$$T = 34 = 81$$

- Preguntar de modo inverso (logaritmo): ¿Cuál es el monte (término) qué tiene tantos triángulos?
Ejemplo: ¿Cuál es el monte qué tiene 81 triángulos? (Conclusión: el cuarto)
Notación matemática: $\log_3 81 = 4$
En términos de función, $M = log_3 T,\ para,\ T = 81$

$$T = 81 \rightarrow M = log\ _3 81 \leftrightarrow 81 = 3M, 34 = 3M \rightarrow M = 4.$$

CONSIDERACIONES FINALES

El contenido de la propuesta, modelada en la lógica dialéctica, tiene como finalidad llevar el estudiante al desarrollo del pensamiento teórico de la matemática básica. Siendo así, es mucho más coherente con los objetivos previstos en los planes del gobierno angolano, relativo al papel de la educación para el desarrollo pleno de sus ciudadanos, de lo que la enseñanza realmente práctica en sus escuelas. Éstas desarrollan en el estudiante una visión de hombre y mundo divorciado de la superficialidad nefasta con que es abordado la enseñanza (Luckesi, Passos, 2012).

El objetivo ha sido el de presentar algunas tareas particulares, en la perspectiva de la enseñanza desarrolladora, con base en la lógica dialéctica, con el presupuesto de que ellas son pertinentes para la superación de las diferencias entre el conocimiento matemático real de los estudiantes y el conocimiento requerido por las disciplinas de Matemáticas del primer año del curso de Ingeniería Informática y Computadoras.

BIBLIOGRAFÍA

ALEKSANDROV, A. D. Visión general de la Matemática. In: **La matemática:** su contenido, métodos y significado. Reimpresión. Madrid: Alianza Universidad, 1991.

AMORIM, M. P. **Apropriação de Significados do Conceito de Numero Racional: um enfoque histórico cultural**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Extremo Sul Catarinense. Criciúma, 2007.

CAI. **Educação em Angola: Reforma Educativa uma reforma que precisa ser reformada urgentemente.** Disponível em: <http://www.circuloangolano.com/?p=27624>. Acessado em: 26 de Agosto de 2014, 06: 22.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1951.

DAMAZIO, A. O processo de elaboração do conceito de potenciação de números fracionários: uma abordagem histórico-cultural. **Boletim de Educação Matemática**, 2011. v. 24, n. 38, p. 219–243. . Acesso em: 5 ago. 2014.

DAMAZIO, A.; ROSA, J. E. Educação matemática: possibilidades de uma tendência histórico-cultural. **Revista Espaço Pedagógico**, v. 20, n. 1. 4 out. 2013.

DAMAZIO, A.; ROSA, J. E.; SILVA E. J. O ensino do conceito de número em diferentes perspectivas. **Educação Matemática Pesquisa. Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática.**. v. 14, n. 1. 2012.

DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Habana: Pueblo y Educación, 1982.

______. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación psicológica teórica y experimental**. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

______. O que é a atividade de estudo. **Revista Escola Inicial**, 1999. n.7.

DAVÍDOV, V. V. Desarrollo psíquico en el escolar pequeno. In: PETROVSKI, A. V. (Org.). **Psicologia evolutiva y pedagógica.** 2. ed. Moscú: Progreso, 1985. p. 80-119.

DAVÍDOV, V. V.; MARKOVA, A. El desarrollo del pensamiento en la edad escolar. *In*: SHUARE, M. (Org.). **La Psicologia Evolutiva y Pedagógica em la URSS: Antología**. Moscou: Editorial Progresso, 1987.

LEONTIEV, A. N. **Actividad, conciencia, personalidad.** La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.

LEONTIEV, A. N. (Org.). **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone Editora, 2010.

LIMA, A.D.V. **La investigación Pedagógica: otra mirada**. Habana: Pueblo e Educación, 2012.

LUCKESI, C. PASSOS, E. **Introdução à filosofia: aprendendo a pensar.** São Paulo: Cortez, 2012.

MEDEIROS, V. Z. et al. Pré-Calculo. São Paulo: Cebgage Learneng, 2012.

ROSA, J. E. et al.Relações entre as proposições para o ensino do conceito de fração com base no ensino tradicional e na Teoria Histórico-Cultural.***REVEMAT*****. e ISSN 1981-1322**. Florianópolis (SC), v. 08, *Ed. Especial* (dez.), p. 227-245, 2013.

ROSA, J. E. DA. **Proposições de davydov para o ensino de matemática no primeiro ano escolar**.Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal do Paraná - UFPR, Curitiba , 2012.

ROSA, J. E**. O desenvolvimento de conceitos na proposta curricular de matemática do Estado de Santa Catarina e na abordagem Histórico-Cultural.** Dissertação (Mestrado em Educação: linha de pesquisa Educação Matemática). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

ROSA, J. E. DAMAZIO, A. CRESTANI, S. Os conceitos de divisão e multiplicação nas proposições de ensino elaboradas por Davydov e seus colaboradores.**Educ. Matem. Pesq**., São Paulo, v.16, n.1, pp. 167-187, 2014

VIGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Editora Papirus, 1984.

______. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VYGOTSKY, Lev. **Pensamento e linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 1993.

VITÓRIO, S. M.; DAMAZIO, A. Avaliação do ensino de matemática: uma leitura a partir da teoria histórico-cultural. **Roteiro. UNESC**, v. 37, n. 02, dez. 2012.