



Administración Financiera I

García Santillán Arturo

ADMINISTRACIÓN FINANCIERA I

Por:

*Arturo García Santillán*¹

Serie

Libros y Manuales: Finanzas, Contaduría y Administración
Unidad Multidisciplinaria: CIEA

Libros de Texto: 05/2010

¹ Investigador de tiempo completo. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores del CONACYT (Nivel I) UCC. Campus Calasanz agarcias@aix.ver.ucc.mx
Sitio Web <http://garciasantillan.com/> <http://eumed.net/col/ags-cv.htm>

Este *e-book*

“Administración Financiera I”

Tiene licencia creative commons



Atribución-No Comercial-Sin Derivadas 3.0 Unported

Tu eres libre de:



copiar, distribuir, comunicar y ejecutar públicamente la obra

Bajo las siguientes condiciones:



Atribución. Debes reconocer y citar la obra de la forma especificada por el autor o el licenciante.



No Comercial. No puedes utilizar esta obra para fines comerciales.



Sin Derivadas. No puedes alterar, transformar o generar una obra derivada a partir de esta obra.

- Al reutilizar o distribuir la obra, tienes que dejar bien claro los términos de la licencia de esta obra.
- alguna de estas condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor
- Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.

- Puedes en esta licencia internacional o cualquier de las licencias locales de esta obra.
- alguna de estas condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor
- Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.



© 2014 Creative Commons. Todos los derechos reservados.

Consideración

Como una rama de la Administración y las Finanzas, la administración financiera aporta una serie de técnicas tendientes al manejo eficiente de los recursos monetarios de las empresas. Es claro que la función del administrador además de manejar el aspecto financiero, es precisamente la de administrar todos los recursos (humano, material, tecnológico y financiero), ya que mediante la gestión eficiente la empresa podrá alcanzar los propósitos que persigue y que se definen en su razón de ser y hacia donde quieren llegar, refiriéndonos específicamente a la misión y visión de la organización.

Con esta consideración, Administración Financiera I es una primera invitación al estudio de la administración y las finanzas, con un enfoque muy básico para que el alumno, que empieza a cursar los primeros semestres de su formación académica, pueda irse adentrando al campo del conocimiento que un administrador en el ejercicio profesional debe tener, esto es, conocimientos sobre el proceso administrativo, conocer el valor del dinero en el tiempo y el análisis de la información financiera, entre otros campos de acción del administrador financiero.

Esta obra se pone a su consideración, sin pretender con ello generar mayor conocimiento que el ya existente. La recopilación de la información que integra cada capítulo no es producto de investigación como tal, desde luego que no es evidencia empírica que busque replicar alguna teoría, todo parte de la revisión de obras de grandes escritores que han sido fuente de inspiración en la formación académica de quien suscribe esta obra, ejemplo de ello son grandes investigadores como: el Dr. Guillermo Pastor, Ing. José Luis Villalobos, Prof. César Aching Guzmán, Dr. Cristóbal del Río González, Dr. Alfredo Pérez Harris, Dr. Abraham Perdomo Moreno y desde luego los clásicos: Brealey, Brigham, Terrey, Weston, Koontz, Van Horne, Díez de Castro y Mascareñas por citar sólo algunos.

Aprovecho para comunicarles que ya se está trabajando en el segundo libro, al cual se le denominará Administración Financiera II, en donde se profundizará más en la parte teórica de los capítulos 1 y 2; del capítulo 3 sobre matemáticas financieras se prepara una edición especial, la que integrará en cada tema un considerable número de ejercicios resueltos y que han sido acumulados a lo largo de estos años en que me han confiado la impartición de la materia en las licenciaturas y posgrado; el capítulo 4 se extenderá hacia tópicos de capital de trabajo y otros más dentro de las finanzas corporativas de la empresa, para finalmente concluir con un capítulo 5 al que se le ha denominado Presupuestos.

Como dato adicional, cabe aclarar que el estilo dado a este documento refiriéndome a las imágenes, a los colores en texto y tablas, a los tipos de letra con diversos contrastes, a los cuadros utilizados, las portadas de algunos simuladores de cálculo financiero en el caso específico del capítulo III, y otras características propias de este *e-book*, tienen la finalidad de hacer más llamativa la lectura del mismo, buscando estar en consonancia con las encuestas que se han realizado dentro de la población estudiantil, las que dan a conocer que los jóvenes prefieren que los libros estén llenos de magia y color.

Finalmente no me resta más que agradecer el interés que esta obra pueda despertar entre los usuarios de la información: estudiantes, profesores, particulares y en fin, todo aquel lector que se tome un tiempo para consultar este *e-book* y como siempre les digo, este libro es una propuesta la cual no pretende suplir a ninguna obra de las ya existentes, todo lo contrario, se busca sumar y dar algo por todo lo que hemos recibido.

De los errores u omisiones, el único responsable es su servidor

Hasta pronto.

El autor

2010

Conmemoración del Centenario de la Revolución y Bicentenario de la
Independencia de MEXICO.

PRÓLOGO

Es para mí un honor prologar el libro que, sobre Administración Financiera, ha tenido a bien escribir el Dr. Arturo García Santillán quien siempre me ha distinguido con su amistad y me ha confiado el prólogo de una de sus obras. Digo que es un honor para una servidora porque conozco la trayectoria del Dr. García Santillán, la cual está repleta de logros, buenas intenciones y proyectos, los cuales se han ido cristalizando y acumulando a lo largo de su amplia experiencia profesional y como investigador.

Son ya varios libros escritos por el Doctor García los que preceden a esta obra, mismos que han tenido muy buena aceptación. No es la primera vez que el Dr. García ha echado mano de las TIC's como una herramienta de vanguardia para la transmisión del conocimiento, este libro "Administración Financiera I" es muestra de ello y es, como el mismo lo dice en la introducción de la obra, una primera invitación para el estudio de tópicos relativos a la Administración y a las Finanzas con un lenguaje claro que no deja lugar a dudas o a imprecisiones, tal y como debe ser una obra que busca ser reconocida por la comunidad académica como un valioso material de apoyo para todas las personas que incursionan en el fascinante mundo de las finanzas y la administración.

"Administración Financiera I" es un libro en el que, el autor y sus colaboradores nos regalan una profusión de ejemplos y ejercicios que se van desarrollando paso a paso sin más pretensión que ser realmente comprendidos por las personas que lo consulten, los tópicos tratados en cada uno de los capítulos fueron cuidadosamente seleccionados por el autor.

En los dos primeros capítulos el autor aborda aspectos generales de la administración y el proceso administrativo de una manera muy didáctica. El tercer capítulo está dedicado a las matemáticas financieras y temas desde interés simple hasta gradientes, pasando por interés compuesto, valor del dinero en el tiempo, etc. apoyados con una profusión de ejercicios con los cuales el autor hace gala de sus conocimientos en la materia, acompañándolos de baterías de ejercicios para resolver que servirán de reforzamiento de los conocimientos adquiridos, sin olvidar los anexos donde se encuentra la solución de todos ellos, elemento que aporta seguridad al alumno de la resolución correcta de los mismos.

En el último capítulo, no por eso el menos importante, comienza a analizar "el mundo" de la administración financiera y con lo que nos muestra en él, nos deja ampliamente interesados en lo que su ya en ciernes próxima obra podrá ofrecernos. Sólo me resta decir que felicito al autor por aportar sus conocimientos en favor de las nuevas generaciones... ¡Enhorabuena!

Dra. Ma. Cristina Soto Ibáñez
Investigadora UCC

Agradecimiento



*A Dios por estar en mi corazón,
y ser fuente de inspiración*

*A:
Rosalba, Valeria y Viridiana
Mis tres amores y la razón de mi vida*

*Ma. De Lourdes y Arturo
Mis padres, por darme la vida y el ejemplo de trabajo.*



Reconocimiento

Especial reconocimiento a mis colaboradoras (es) en esta obra:

En la sección de matemáticas financieras, han sido incluidos ejercicios resueltos de un grupo de excelentes alumnas (os) de las carreras de Administración de Empresas y Administración de Empresas Turísticas de la Universidad Cristóbal Colón

En la impartición de la materia, permanentemente colaboraron en el diseño de simuladores y materiales didácticos, así como en la solución de algunos de los ejercicios que en el capítulo III y en la sección de anexos en el banco de datos se incluyen.

Karina Real Martínez (LAE)

María Teresa Du Solier Grinda (LAET)

Miroslava de la O Sulvarán (LAET)

Manuela Deschamps Espinoza de los Monteros (LAE)

Alejandro Deschamps Espinoza de los Monteros (LAE)

María del Mar Pallán Chávez (LAE)

Rosario Lago Deschamps (LAET)

UNIVERSIDAD CRISTOBAL COLON

Campus Calasanz

Carr. Veracruz-Medellín s/n Col. Puente Moreno, Boca del Río, Ver.,

Tel. (01 229) 9230170 al 76 Ext. 2060 y 2069

<http://dgip.ver.ucc.mx>

<http://dgip.ver.ucc.mx/CENTROS/CIEA/CIEA.htm>.

Diseño de Portada

Julio César Hernández Rivera

Centro de Cómputo Académico UCC, Campus Calasanz

Como citar este libro:

García Santillán A., (2010) “Administración Financiera I” Edición electrónica. Texto completo en www.eumed.net/ ISBN: En trámite
Registro en la Biblioteca Nacional de España No. En trámite

All right reserved ©2010 por *Arturo García Santillán*

Índice

	Pág.
Contraportada	1
Licencia	2
Introducción	3
Prólogo	5
Dedicatoria y agradecimientos	6
Serie, filiación, cita	8
Índice	9
Capítulo I Aspectos generales de la administración	13
1.- La administración en la empresa	13
1.1.- Definición nominal	13
1.2.- Definición etimológica	13
1.3.- Definiciones existentes por autores	15
1.4.- Finalidad de la administración	17
1.4.1.- Su objeto	17
1.4.2.- Su finalidad	17
1.5.- Características e importancia de la administración	18
1.5.1.- Características	18
1.5.2.- Importancia	20
Capítulo II El proceso administrativo	22
2.1.- Introducción	22
2.2.- Modelo propuesto	22
2.2.1.- Planeacion (planning)	23
2.2.1.1.- Concepto	23
2.2.1.2.- Características	23
2.2.2. Organización (organization)	30
2.2.2.1.- Concepto	30
2.2.2.2.- Características	30
2.2.3.- Dirección-liderazgo (leadership)	34

2.2.3.1.- Concepto	34
2.2.3.2.- Características	34
2.2.4.- Control (control)	40
2.2.4.1.- Concepto	40
2.2.4.2.- Características	40
Capítulo III Matemáticas Financieras: Valor del dinero en el tiempo	50
3.1.- Interés simple	50
3.1.1.- Conceptos básicos y ejercicios	50
3.1.2.- Como calcular el monto (valor futuro)	55
3.1.3.- Valor presente	60
3.1.4.- Ecuaciones de valores equivalentes con interés simple	61
Ejercicios para resolver	73
3.2.- Interés compuesto	75
3.2.1.- Conceptos básicos y ejercicios	75
3.2.2.- Valor presente y futuro	85
3.2.3.- Tasas de rendimiento y descuento	88
3.2.4.- Tasas de interés	91
3.2.4.1- Tasa real	92
3.2.4.2.- Ejercicios	95
3.2.4.3.- Tasas equivalentes	97
3.3.- Valor presente y descuento	100
3.4.- Inflación	101
3.5.- Anualidades	103
3.5.1.- Ordinarias	104
3.5.1.1.- Variables que se utilizan en este apartado	104
3.5.1.2.- Procedimiento	104
3.5.1.3.- Ejercicios resueltos	108
3.5.2.- Anticipadas	113
3.5.2.1.- Variables que se utilizan en este apartado	113

3.5.2.2.- Procedimiento	113
3.5.2.3.- Ejercicios resueltos	117
3.5.3.- Diferidas	124
3.5.3.1.- Variables que se utilizan en este apartado	124
3.5.3.2.- Procedimiento	125
3.5.3.3.- Ejercicios resueltos	125
3.5.4.- Generales	132
3.5.4.1.- Variables que se utilizan en este apartado	132
3.5.4.2.- Procedimiento	133
3.5.4.3.- Ejercicios resueltos	135
3.6.- Amortizaciones	142
3.6.1.- Conceptos básicos	142
3.6.2.- Procedimiento	142
3.6.3.- Ejercicios resueltos	143
3.7.- Fondos de amortizaciones	148
3.7.1.- Conceptos básicos	148
3.7.2.- Procedimiento	148
3.7.3.- Ejercicios resueltos	149
3.8.- Gradientes	153
3.8.1.- Variables que se utilizan en este apartado	154
3.8.2.- Gradientes aritméticos y su procedimiento	155
3.8.3.- Gradientes geométricos y su procedimiento	160
3.8.4.- Gradiente aritmético-geométrico	169
Capítulo IV Fundamentos de administración financiera	173
4.1.- Introducción	173
4.2.- Concepto de administración financiera	175
4.3.- Análisis de la teoría financiera	176
4.4.- Características	176
4.4.1.- Como fase de la administración general	177
4.4.2.- Recopilación de datos	178

4.4.3.- Análisis financiero	180
4.4.3.1.- Métodos de análisis	180
4.4.3.2.- Descripción de los métodos	182
4.4.3.3.- Razones financieras simples	185
4.4.3.3.1.- Clasificación de las razones simples	186
4.4.3.4.- Razones estándar	194
4.4.3.4.1.- Clasificación de las razones estándar	197
4.4.3.5.- Razones bursátiles	199
4.4.3.5.1.- Clasificación de los múltiplos bursátiles	199
4.4.3.6.- Método de tendencias	207
4.4.3.7.- Método de aumentos y disminuciones	210
4.4.3.8.- Método de análisis de precios	213
Bibliografía	215
Anexos	217

CAPITULO I

ASPECTOS GENERALES DE LA ADMINISTRACIÓN

I. LA ADMINISTRACIÓN

1.1. Definición



LA ADMINISTRACIÓN ES UN PROCESO DISTINTIVO QUE CONSISTE EN PLANEAR, ORGANIZAR, DIRIGIR Y CONTROLAR, DESEMPEÑANDO TAREAS PARA EL LOGRO DE OBJETIVOS, MEDIANTE LOS RECURSOS HUMANOS, MATERIALES, INTELECTUALES, TECNOLOGICOS Y MONETARIOS DE LA EMPRESA.

1.2. DEFINICIÓN ETIMOLÓGICA

La palabra Administración, se forma del prefijo:

Ad= hacia

Ministratio= esta a su vez viene de “minister, vocablo compuesto de “minus”, comparativo de inferioridad, y del sufijo “ter”, que sirve como término de comparación.

La etimología de “minister” es pues diametralmente opuesta a la de “magister”, de “magis”, comparativo de superioridad, y de “ter”

Si “magister” (magistrado), indica una función de preeminencia o autoridad, el que ordena o dirige a otros en una función.

“minister” expresa lo contrario: o sea subordinación u obediencia.- el que realiza una función bajo el mando de otro; el que presta un servicio al otro.....

De ello se puede resumir entonces, la idea de lo que es ADMINISTRACIÓN

LA ADMINISTRACIÓN SE REFIERE A UNA FUNCIÓN QUE SE DESARROLLA BAJO EL MANDO DE OTRO, DE UN SERVICIO QUE ES PRESTADO.....

SERVICIO Y SUBORDINACIÓN
SON LOS ELEMENTOS PRINCIPALES QUE SE OBTIENEN.



POR CONSIGUIENTE LA ADMINISTRACIÓN, Es el conjunto sistemático de reglas, para lograr la máxima eficiencia en las formas de estructurar y manejar un organismo social. (Perdomo, 2004)

1.3. Algunas definiciones de autores:

E.F.L. BRECH. “Es un proceso social que lleva consigo la responsabilidad de planear y regular en forma eficiente las operaciones de una empresa, para lograr un propósito dado.”

J.D. MONEY. Es el arte o técnica de dirigir e inspirar a los demás, con base en un profundo y claro conocimiento de la naturaleza humana.”

PETERSON & PLOWMAN. “Una técnica por medio de la cual se determinan, clasifican y realizan los propósitos y objetivos de un grupo humano particular”

KONNTZ & O'DONNELL. La dirección de un organismo social, y su efectividad en alcanzar sus objetivos, fundada en la habilidad de conducir a sus integrantes”.

G. P. TERRY. “Consiste en lograr un objetivo predeterminado, mediante el esfuerzo ajeno.”

F. TANNENBAUM. “El empleo de la autoridad para dirigir, organizar y controlar a subordinados responsables y consiguientemente a los grupos que ellos comandan), con el fin de que todos los servicios que se prestan sean debidamente coordinados en el logro de los objetivos de la empresa.”

HENRY FAYOL. La define “Administrar es prever, organizar, mandar, coordinar y controlar “

LOURDES MUNCH GALINDO. “es un proceso a través del cual se coordinan los recursos de un grupo social con el fin de lograr la máxima eficiencia, calidad y productividad en el logro de los objetivos.”

CON ESTOS ELEMENTOS, ES FACTIBLE DEFINIR A LA ADMINISTRACIÓN COMO.....

“EL PROCESO FORMAL DE PLANEAR Y ORGANIZAR, EJERCIENDO PARA ESTOS EFECTOS UN LIDERAZGO DE DIRECCIÓN Y CONTROL, QUE NOS PERMITAN OBTENER LOS RESULTADOS DESEADOS POR CONDUCTO DE OTROS”



O bien.....



La función de lograr que las cosas se realicen por medio de otros y así obtener resultados, para la toma de decisiones.

1.4. LA FINALIDAD DE LA ADMINISTRACIÓN

- 1.4.1. El Objeto.- Es indiscutible que quién realiza por sí mismo una función no merece ser llamado administrador. Pero desde el momento que delega en otros, (**siempre y cuando estas funciones que realizan se lleven a cabo en un organismo social, dirigiendo y coordinando lo que los demás realizan**) comienza a recibir el nombre de administrador.

- 1.4.2. La Finalidad.- La administración busca en forma directa, la obtención de resultados de máxima eficiencia en la coordinación, y sólo a través de ella se aprovecharan los recursos de la empresa. Como por ejemplo:
 - a.- Recursos materiales
 - b.- Recursos financieros
 - c.- Recursos humanos (o factor humano)
 - d.- Recursos Técnicos

El buen administrador, no lo es precisamente por que sea un buen contador, economista, abogado etc., sino más bien por sus cualidades y técnicas que posee específicamente para coordinar a todos esos elementos o recursos que se mencionaron anteriormente, de una manera más eficiente.

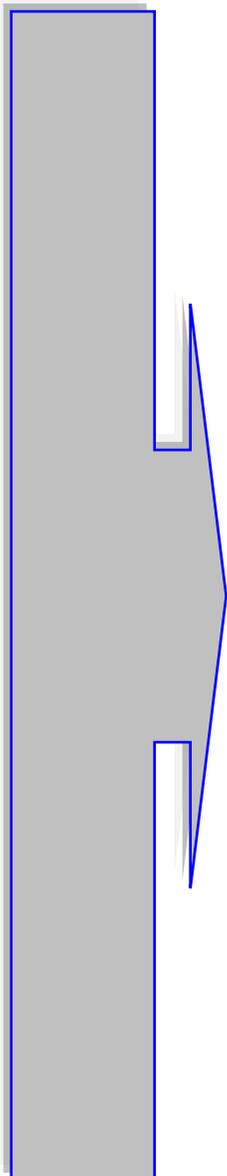
Por lo anterior se considera, que la coordinación es la esencia de la Administración, toda vez que abarca:

- A).- La acción de quién está administrando
- B).- La actividad misma que resulta de la Administración, o en lo que ésta se traduce; ya sea para dirigir planes, organizar y controlar de una manera coordinada, que permita la obtención de los objetivos trazados.
- C).- Pero sobre todo, tratándose de lo que tiene naturaleza práctica, (como ocurre en la administración), el fin debe ser a juicio de los expertos, decisivo. Es por esto, que al hablar de los términos, dirección, manejo, cooperación etc. Parecen insuficientes, ya que solamente se consideran medios o instrumentos para obtener la coordinación.

Recuerda: No se coordina para dirigir, se dirige para coordinar

1.5. CARACTERÍSTICAS E IMPORTANCIA DE LA ADMINISTRACIÓN

1.5.1. CARACTERÍSTICAS



A).- SU UNIVERSALIDAD.- ESTO ES, LA ADMINISTRACIÓN SE DA DONDE QUIERA QUE EXISTA UN ORGANISMO SOCIAL, YA QUE EN ÉL SIEMPRE EXISTIRÁ UNA COORDINACIÓN SISTEMÁTICA DE MEDIOS.

B).- SU ESPECIFICIDAD.- TODA VEZ QUE LA ADMINISTRACIÓN, SIEMPRE SE ACOMPAÑA DE FENÓMENOS DE DISTINTA ÍNDOLE, DENTRO DE LA EMPRESA SE ESPECIFICAN FUNCIONES ECONÓMICAS, CONTABLES, JURÍDICAS, PRODUCTIVAS ETC. QUE DEBEN SER COORDINADAS SISTEMÁTICAMENTE, PARA LA OBTENCIÓN DE LOS RESULTADOS ESPERADOS.

C).-SU UNIDAD TEMPORAL.- AUNQUE SE DISTINGUEN; ETAPAS, FASES Y ELEMENTOS DEL FENÓMENO ADMINISTRATIVO, ESTE ES ÚNICO Y POR LO MISMO EN TODO MOMENTO DE LA VIDA DE LA EMPRESA SE ESTARÁN DANDO, EN MENOR O MAYOR GRADO, YA SEA TODOS O LA MAYOR PARTE DE LOS ELEMENTOS ADMINISTRATIVOS.

.D).- SU UNIDAD JERÁRQUICA.- TODOS LOS QUE TENGAN CARÁCTER DE JEFES O EJECUTIVOS EN JEFE DENTRO DE UN ORGANISMO SOCIAL, PARTICIPARÁN EN DISTINTOS GRADOS O MODALIDADES DE LA MISMA ADMINISTRACIÓN

Ahora se describen algunas características que permiten entender mejor el significado de la Administración y su naturaleza única (Terry, 1993)

1).- LA ADMINISTRACIÓN SIGUE UN PROPÓSITO.- se refiere al logro de algo específico, como un objetivo

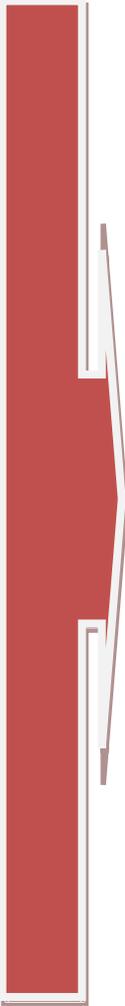
2).- LA ADMINISTRACIÓN HACE QUE LAS COSAS SUCEDAN.- Los gerentes centran su atención y sus esfuerzos en producir acciones exitosas.

3).- LA ADMINISTRACIÓN SE LOGRA POR, CON Y MEDIANTE LOS ESFUERZOS DE OTROS.- Para participar en la administración, se debe abandonar la tendencia de ejecutar todo uno mismo

4).- LA EFECTIVIDAD ADMINISTRATIVA REQUIERE EL USO DE CIERTOS CONOCIMIENTOS, APTITUDES Y PRÁCTICA.- Existe una gran diferencia entre lograr que los vendedores vendan y saber como lograr vender. Se requiere la habilidad y el conocimiento de quién ejercerá la administración para llevarla a cabo y saber como llevarla a cabo, es decir el conocimiento innato.

5).- LA ADMINISTRACIÓN ES UNA ACTIVIDAD, NO ES UNA PERSONA O GRUPO DE PERSONAS.- La administración no es gente, es una actividad igual a la de caminar, nadar etc.

6).- LA ADMINISTRACIÓN ES AYUDADA, NO REEMPLAZADA POR LA COMPUTACIÓN.- La computadora es una herramienta muy valiosa en el campo de la administración, permite tener una visión más amplia al gerente, así mismo le permite agudizar sus percepciones proporcionando información para la toma de decisiones clave en la empresa.



7).- LA ADMINISTRACIÓN ESTA ASOCIADA USUALMENTE CON LOS ESFUERZOS DE UN GRUPO.- La empresa cobra vida para alcanzar determinados objetivos, los que se logran con mayor facilidad con un grupo de personas y no con una sola persona

8).- LA ADMINISTRACIÓN ES UN MEDIO NOTABLE PARA EJERCER UN VERDADERO IMPACTO EN LA VIDA HUMANA.- La administración influye en su ambiente, si un gerente así lo desea, puede hacer mucho para mejorar el medio en el que se desarrolla y el de sus colaboradores.

9).- LA ADMINISTRACIÓN ES INTANGIBLE.- La llaman la fuerza invisible, su presencia queda evidenciada en los resultados obtenidos a través de los esfuerzos de todos.

10).-LOS QUE PRACTICAN LA ADMINISTRACION NO SON NECESARIAMENTE LOS PROPIETARIOS.- Administrador y Propietario no son forzosamente la misma persona. Aunque en ocasiones si lo son.

1.5.2. SU IMPORTANCIA

La administración, es tan indispensable en la vida de todo organismo social, por todo lo que aporta, y que hace que se puedan lograr más fácilmente los objetivos trazados por las personas, organismos y todo aquel que la ejerza para la consecución de sus metas.

CONSIDERACIONES,

SOBRE LA IMPORTANCIA DE LA ADMINISTRACIÓN:

1.- La administración se da dondequiera que exista un organismo social, aunque lógicamente sea más necesaria, cuanto mayor y más complejo sea éste.

2.- El éxito de un organismo depende de su buena administración, y sólo a través de ésta, de los elementos materiales, humanos, tecnológicos, financieros, se logrará obteniendo desde luego, los beneficios esperados dentro del ente social.

3.- Para las grandes empresas, la administración técnica o científica es indiscutible y obviamente esencial, ya que por su magnitud y complejidad simplemente no podrían actuar si no fuera a base de una administración sumamente técnica. En ellas es quizás, donde la función administrativa puede aislarse mejor de las demás.



4.- Para las empresas medianas y pequeñas, quizá su única posibilidad de competir con otras, es tal vez en el mejoramiento de su administración, es decir, obtener una mejor coordinación de sus elementos, maquinaria, mercado, calificación de mano de obra, etc., en los que indiscutiblemente, son superadas por sus grandes competidoras.

5.- La elevación de su productividad, (preocupación quizá la de mayor importancia actualmente) en el campo económico social, depende de la adecuada administración de las empresas, ya que si cada célula de esa vida económica y social es eficiente y productiva, la sociedad misma, formada por ellas, tendrá que serlo.

CAPITULO II

EL PROCESO ADMINISTRATIVO

2. DISEÑO DE UN PROCESO ADMINISTRATIVO

2.1. INTRODUCCIÓN

Es muy importante mencionar, que todas las propuestas hechas a través del tiempo, por todos aquellos grandes precursores de la Administración, resultan interesantes, ya que cada uno de ellos aporta diversas ideas que desde luego son válidas y acertadas para poner en práctica en cualquier organismo.

Ahora bien, con base en ese bagaje teórico, se puede implementar un modelo de.....Proceso Administrativo..... que sea susceptible de llevar en cualquiera unidad económica, social, cultural, etc., de acuerdo a las siguientes etapas.

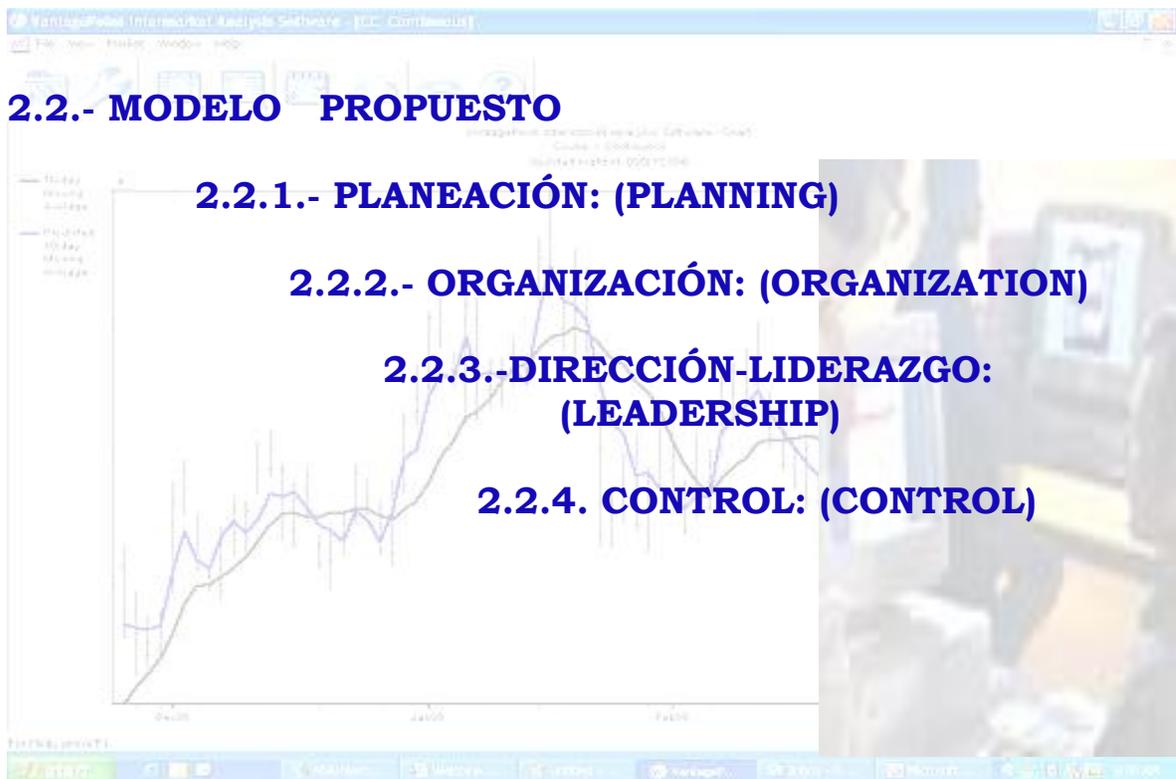
2.2.- MODELO PROPUESTO

2.2.1.- PLANEACIÓN: (PLANNING)

2.2.2.- ORGANIZACIÓN: (ORGANIZATION)

2.2.3.- DIRECCIÓN-LIDERAZGO:
(LEADERSHIP)

2.2.4. CONTROL: (CONTROL)



2.2.1. PLANEACIÓN (Planning)

2.2.1.1. CONCEPTO

La planeación es un proceso que comienza por fijar objetivos, define estrategias, políticas y planes detallados para alcanzarlos, establece una organización para la instrumentación de las decisiones e incluye una revisión del desempeño y mecanismos de retroalimentación para el inicio de un nuevo ciclo de planeación:

2.2.1.2. CARACTERÍSTICAS

Naturaleza de la planeación y de los objetivos

La planeación implica seleccionar misiones y objetivos y las acciones para cumplirlos. Requiere de la toma de decisiones, esto es, la elección entre cursos futuros de acción alternativos.

Planeación y control están estrechamente interrelacionadas

Existen muchos tipos de planes, como propósitos, misiones, objetivos, metas, estrategia, políticas, procedimientos, reglas, programas y presupuestos. Una vez al tanto de las oportunidades, un administrador planea racionalmente a través del establecimiento de los objetivos, la realización de supuestos (premisas) sobre las condiciones presentes y futuras, la detección y evaluación de cursos de acción alternativos y la selección de un curso a seguir. Después, debe trazar planes de apoyo y elaborar un presupuesto.

Estas actividades deben efectuarse tomando en cuenta la totalidad de las circunstancias. **(Es decir, todos los eventos que se presenten en dicho proceso de planeación)** Los planes a corto plazo deben coordinarse, por supuesto, con los planes a largo plazo.

Los objetivos son los puntos terminales que se persiguen por medio de las actividades. De ser posible deben ser verificables o cuantificables al final del período, para determinar si se les cumplió o no. Forman una jerarquía, la cual se extiende desde los propósitos y misiones corporativos hasta las metas individuales. Los administradores pueden determinar más adecuadamente el número de objetivos que deben fijarse en forma realista al analizar la naturaleza de su puesto, para saber cuánto pueden hacer y cuánto deben delegar. En todos los casos deben conocer la importancia relativa de cada una de sus metas.



Administración por objetivos

La administración por objetivos (APO) ha sido ampliamente usada para la evaluación del desempeño y la motivación de los empleados, aunque en realidad se trata de un sistema de administración.

El proceso de la APO consiste en el establecimiento de objetivos en el nivel más alto de la organización, la precisión de las funciones específicas de los responsables del cumplimiento de ellos y el establecimiento y modificación de los objetivos de los subordinados. Se puede fijar metas tanto para administradores de línea como para el personal ejecutivo. Las metas pueden ser cualitativas o cuantitativas.

Entre otros beneficios, la APO resulta en una mejor administración, además que obliga a los administradores a precisar la estructura de sus organizaciones, alienta el compromiso personal con los objetivos propios y permite el desarrollo de controles efectivos.

Algunas de sus desventajas son; la ocasional incapacidad de los administradores de explicar a sus subordinados la filosofía de la APO (la cual enfatiza el autocontrol y la autodirección) y de ofrecerles pautas para el establecimiento de objetivos. Además, por si mismas, las metas son difíciles de establecer, tienden a reducirse al corto plazo y pueden resultar inflexibles a pesar de la ocurrencia de cambios en las circunstancias. Finalmente, en el afán de determinar objetivos que se puedan verificar, los individuos corren el riesgo de exagerar la importancia de las metas cuantificables.

Estrategias, políticas y premisas de planeación

Existen varias definiciones de estrategia. Una de ellas muy completa, es que la estrategia consiste en la determinación del propósito y los objetivos básicos a largo plazo de una empresa y en la adopción de los recursos de acción y la asignación de recursos necesarios para el cumplimiento de esas metas. Las políticas son enunciados o interpretaciones generales que orientan las ideas de los administradores en la toma de decisiones. Tanto estrategias como políticas sirven de guía a los planes.

Constituyen la estructura de los planes y sientan las bases para el desarrollo de tácticas y otras actividades administrativas. **(Todas estas, creadas por la misma organización)**

El modelo de planeación estratégica muestra el funcionamiento de este proceso. En él se identifican los elementos básicos del proceso y se indica la relación entre ellos. La matriz TOWS * es un moderno instrumento para el análisis de las amenazas y oportunidades de las condiciones externas y de la relación de éstas con las fortalezas y debilidades (internas) de la organización. (Koontz & Weilrich, 1998)

T = threats (amenazas)
O = opportunity (oportunidades)
W = weaknesses (debilidades)
S = strengths (fortalezas)

La matriz de portafolio* es un instrumento para la asignación de recursos, por medio del cual se establece un vínculo entre la tasa de crecimiento de la industria y su posición competitiva relativa (medida a través de su participación de mercado)

Importantes estrategias y políticas deben desarrollarse en áreas tales como crecimiento, finanzas, organización, personal, relaciones públicas, productos o servicios y comercialización. Las estrategias componen una jerarquía, la cual va del nivel empresarial al de negocios y de éste al nivel funcional.

El profesor Porter identificó tres estrategias competitivas genéricas, relativas al liderazgo en costos generales, la diferenciación y el enfoque.

Para la efectiva instrumentación de las estrategias, los administradores deben comunicar tanto éstas como las premisas de planeación a todos aquellos necesitados de conocerlas y comprobar que los planes contribuyan a las estrategias y metas a los que responden.

Asimismo, deben revisar las estrategias regularmente, desarrollar estrategias de contingencia y cerciorarse de que la estructura organizacional de la empresa se ajusta al programa de planeación. Finalmente, deben hacer del aprendizaje acerca de la planeación e instrumentación de estrategias, un proceso permanente.

Las premisas de planeación son las condiciones que se prevén a futuro. Incluyendo supuestos o pronósticos sobre las condiciones futuras previsibles. Unos de los métodos de pronóstico es la técnica Delphi, desarrollada por RAND Corporation.



Dentro de la Planeación encontramos la Toma de decisiones

La toma de decisiones es la selección de un curso de acción entre varias alternativas; constituyendo por lo tanto la esencia misma de la planeación. Los administradores deben tomar decisiones sobre la base de la racionalidad limitada, o acotada. Esto es, deben tomarlas a la luz de todo lo que pueden saber de una situación, aunque esto no equivalga a todo lo que sería ideal que supieran.

El término “satisfaciente” suele emplearse para describir la elección de un curso de acción satisfactorio en determinadas circunstancias.

Dado que casi siempre se dispone de alternativas (muchas, por lo general) para el curso de acción, los administradores deben restringir su atención a aquellas que consideran los factores limitantes. Estos son los factores que obstruyen el cumplimiento de un objetivo. Después, las alternativas se evalúan en términos de factores cuantitativos y cualitativos.

Otras técnicas para la evaluación de alternativas son el análisis marginal y un análisis de costo – beneficio. La experiencia, la experimentación, la investigación y el análisis forman parte en la selección de una alternativa.

Hay decisiones programadas y no programadas. Las primeras son aptas para problemas estructurados o rutinarios.

Son especialmente los administradores de nivel inferior y los empleados en general quienes toman este tipo de decisiones. Por el contrario, las decisiones no programadas se aplican a problemas no estructurados ni rutinarios, por lo general son responsabilidad de los administradores de alto nivel.

Entre los métodos modernos para la toma de decisiones destacan el análisis de riesgo (que consiste en la asignación de probabilidades matemáticas a los resultados de decisiones) y los árboles de decisión (por medio de los cuales se describen gráficamente los puntos de decisión, acontecimientos aleatorios y probabilidades de varios cursos de acción).

Los factores que determinan la importancia de una decisión son las dimensiones del proyecto, la flexibilidad o inflexibilidad de los planes, la certidumbre o incertidumbre de metas y premisas, el grado en que es posible medir las variables y el impacto sobre las personas.

La creatividad, que es la capacidad de desarrollar nuevas ideas, es importante para la administración eficaz. La innovación es el uso de estas ideas.

El proceso creativo se compone de cuatro fases sobrepuestas:

- 1) Exploración inconsciente.
- 2) Intuición
- 3) Discernimiento
- 4) Formulación lógica.

Dos de las técnicas más comunes para favorecer la creatividad son la lluvia de ideas y la sinéctica. (Alex F. Osborn y William J. Gordon)

****La técnica “Delphi” representa un intento por obtener pronósticos tecnológicos más precisos y significativos. Desarrollada por Olaf Helmer y su grupo de colaboradores en Rand Corporation, esta técnica posee un alto grado de respetabilidad y aceptación científica**

- 1.- Se selecciona un grupo de expertos en un área en particular, por lo general tanto de dentro como fuera de la organización.**
- 2.- Se solicita a los expertos la realización (en forma anónima para evitar mutuas influencias) de un pronóstico sobre lo que creen que ocurrirá, y cuando, en diversas áreas de nuevos descubrimientos y adelantos.**
- 3.- Se recopilan las respuestas, y los resultados combinados son presentados a los miembros del grupo.**
- 4.- Con base en esta información (pero aún en condiciones de anonimato), se elaboran nuevas estimaciones del futuro.**
- 5.- Este proceso puede repetirse varias veces.**
- 6.- Una vez que comienza a perfilarse la convergencia de opiniones, los resultados pueden usarse como un pronóstico aceptable**

Brevemente se describe: **la lluvia de ideas** es una de las técnicas más conocidas para facilitar la creatividad, la cual **fue elaborada por Alex F. Osborn**, a quien se le ha llamado el **“padre de la lluvia de ideas”**.

El propósito de este método es favorecer la resolución de problemas mediante el hallazgo de nuevas e insólitas soluciones. Lo que se busca en una sesión de lluvia de ideas es justamente una multiplicación de ideas.

Reglas a seguir:

- 1.- No criticar ninguna regla.
- 2.- Mientras más extremosas sean las ideas, mejor.
- 3.- Alentar la cantidad de ideas producidas.
- 4.- Estimular el progresivo mejoramiento de las ideas.

SINECTICA: Originalmente conocida como técnica de Gordon (**William J. Gordon**), se refiere a la selección cuidadosa de los miembros del equipo sinéctico, según sus aptitudes para la resolución de un problema, el cual puede involucrar a toda la organización.

El líder del grupo desempeña un importante papel en la aplicación de este método, de hecho, solo él conoce la naturaleza específica del problema. Su función consiste en estrechar y dirigir cuidadosamente la discusión sin revelar el problema de que se trata. El principal motivo de ello es impedir que el grupo llegue a una solución prematura.



Este sistema supone una compleja serie de interacciones para el surgimiento de una solución, frecuentemente la invención de un nuevo producto.



2.2.2. ORGANIZACIÓN (ORGANIZATION)

2.2.2.1. CONCEPTO

ES EL ESTABLECIMIENTO DE RELACIONES EFECTIVAS DE COMPORTAMIENTO ENTRE PERSONAS, DE MANERA QUE PUEDAN TRABAJAR JUNTAS CON EFICIENCIA Y QUE DE ESTA MANERA PUEDAN OBTENER UNA SATISFACCIÓN PERSONAL AL HACER SUS TAREAS SELECCIONADAS BAJO CONDICIONES AMBIENTALES, CON EL FIRME PROPÓSITO DE ALCANZAR UNA META O UN OBJETIVO.

(Munch Galindo)

2.2.2.2 CARACTERÍSTICAS

El término “organización” tiene muchos usos. La organización formal es la estructura intencional de funciones. La organización informal es una red de relaciones personales y sociales no establecida ni requerida por la autoridad formal pero que surge espontáneamente. El término “tramo de administración” se refiere al número de personas que un administrador puede supervisar efectivamente.

Un tramo de administración amplio resulta en un número reducido de niveles organizacionales, mientras que un tramo estrecho resulta en muchos niveles. No puede hablarse de un número definido de personas a las que un administrador pueda supervisar siempre eficazmente; tal número depende de varios factores subyacentes. Entre ellos se encuentran el grado requerido y poseído de capacitación de los subordinados, la claridad de la delegación de la autoridad, la claridad de los planes, el uso de normas para el cumplimiento de objetivos, el ritmo del cambio, la efectividad de las técnicas de comunicación, el grado necesario de contacto personal y el nivel organizacional implicado.

Emprendedores internos y emprendedores externos concentran su atención en la innovación y la creatividad. Es responsabilidad de los administradores crear el ambiente necesario para la promoción del espíritu emprendedor.

Los pasos de la función de organización son la formulación de objetivos principales y de objetivos secundarios, políticas y planes de apoyo para alcanzar los fines (lo que, en sentido estricto corresponde a la planeación); la identificación y clasificación de actividades; la agrupación de estas actividades; la delegación de autoridad, y la coordinación tanto de las relaciones de autoridad como de información.



La agrupación de actividades y personas en departamentos hace posible la expansión organizacional. La departamentalización puede realizarse por números simples, tiempo, función empresarial, territorio y geografía, tipo de clientes y proceso o equipo requerido. Clases relativamente nuevas de departamentalización son la agrupación organizacional por productos, la organización matricial o de rejilla, la organización por proyectos y la unidad estratégica de negocio (UEN). Las estructuras organizacionales para el ámbito global pueden variar enormemente, desde la existencia de un departamento de exportaciones en las oficinas generales de una compañía hasta el agrupamiento por regiones, pasando por muchas otras variantes. Además, las compañías también pueden aplicar dos o más modalidades de agrupación organizacional funcional, en una región.

No existe una modalidad única de organización; la determinación del patrón más adecuado depende de los diversos factores presentes en una situación dada. Estos factores incluyen el tipo de labores por realizar, la manera que deben desarrollarse las tareas, el tipo de personas involucradas, la tecnología, las personas por atender y otras consideraciones internas y externas. En todo caso la selección de un patrón de departamentalización específico debe efectuarse de tal manera que sea posible cumplir eficaz y eficientemente con los objetivos organizacionales e individuales.

Para el cumplimiento de esta meta suele requerirse de la combinación de diversas modalidades de departamentalización.

Dentro de la organización encontramos que existen diferentes bases de poder. El poder puede ser legítimo, producto de la experiencia, referente, de recompensa o coercitivo. El empowerment permite que la gente tome decisiones sin solicitar la autorización de sus superiores.

Existen también varias formas de conceptualizar línea y staff. Por lo general, lo que caracteriza a línea y staff son las relaciones no las personas o departamentos. La autoridad de línea es la relación en la que un superior ejerce supervisión directa sobre sus subordinados, la relación de staff consiste a su vez en el ofrecimiento de asesoría y consejos.

La autoridad funcional es el derecho a controlar procesos, prácticas y políticas selectas u otros asuntos de departamentos ajenos al propio. Se trata de una pequeña tajada de la autoridad del administrador de línea y por lo tanto se le debe emplear lo menos posible.



Disponer de personal de staff brinda ciertos beneficios, aunque también limitaciones, como el riesgo de debilitar la autoridad de línea y la ausencia de responsabilidad de parte de los empleados de staff. Existe también la posibilidad de hacer propuestas imprácticas y defragmentar la unidad de mando.

Otro concepto importante es el de la descentralización, la tendencia a dispersar la autoridad para la toma de decisiones. La centralización consiste en cambio, en la concentración de la autoridad. Puede adoptar la forma de concentración geográfica, centralización departamental o tendencia a restringir la delegación de toma de decisiones.

El proceso de delegación de autoridad supone determinar los resultados por alcanzar, asignar tareas, delegar autoridad para el cumplimiento de esta y atribuir a los individuos la responsabilidad sobre los resultados.

La delegación de autoridad, un arte en sí misma. Está sujeta a la influencia de las actitudes personales. Existen algunas sugerencias prácticas que pueden ayudar a los administradores a evitar la incorrecta práctica de la delegación.

La descentralización se ve influida a su vez por muchos otros factores, que los administradores deben tomar en cuenta al determinar el grado de delegación de autoridad. Autoridad previamente descentralizada puede recentralizarse. El equilibrio es la clave para una descentralización apropiada.

Organizar implica desarrollar una estructura intencional de funciones para el desempeño eficaz. Muchos errores de organización pueden evitarse si primeramente se planea la organización ideal para el cumplimiento de metas y después se hacen modificaciones en función del factor humano y otros factores situacionales. En la planeación de la organización se identifican las necesidades de integración del personal y se cuenta con la posibilidad de atacar las deficiencias en este campo.

Se detecta asimismo, la duplicación de esfuerzos, la falta de autoridad en las líneas de autoridad y comunicación y sobre todo la obsolescencia de algunos procedimientos. Una organización eficaz mantiene flexibilidad y se adapta a cambios en sus condiciones.

Para la mayor eficacia de las labores de personal de staff es importante enseñar las relaciones de autoridad, hacer que el personal de línea escuche al de staff y mantener a éste debidamente informado. Adicionalmente la eficacia demanda que el personal de staff elabore recomendaciones íntegras y que la utilización de éste se convierta en un modo de vida organizacional.

Los conflictos en las organizaciones pueden reducirse mediante el uso de organigramas y descripciones de funciones. La organización mejora cuando se imparte enseñanza sobre su naturaleza y se reconocen tanto la organización informal como la red natural de relaciones.

Además las empresas eficaces desarrollan y cultivan una cultura organizacional apropiada.

2.2.3. DIRECCIÓN-LIDERAZGO (leadership)

2.2.3.1. CONCEPTO

LA DIRECCIÓN ES EL PROCESO CONSISTENTE EN INFLUIR EN LOS INDIVIDUOS PARA QUE CONTRIBUYAN AL CUMPLIMIENTO DE LAS METAS ORGANIZACIONALES Y GRUPALES. LAS PERSONAS ASUMEN DIFERENTES PAPELES, Y NO EXISTEN PERSONAS PROMEDIO. AL TRABAJAR EN FAVOR DE LAS METAS, UN ADMINISTRADOR DEBE TOMAR EN CUENTA LA DIGNIDAD DE LAS PERSONAS EN SU INTEGRIDAD.

“HAROLD KOONTZ & HEINZ WEIHRICH”

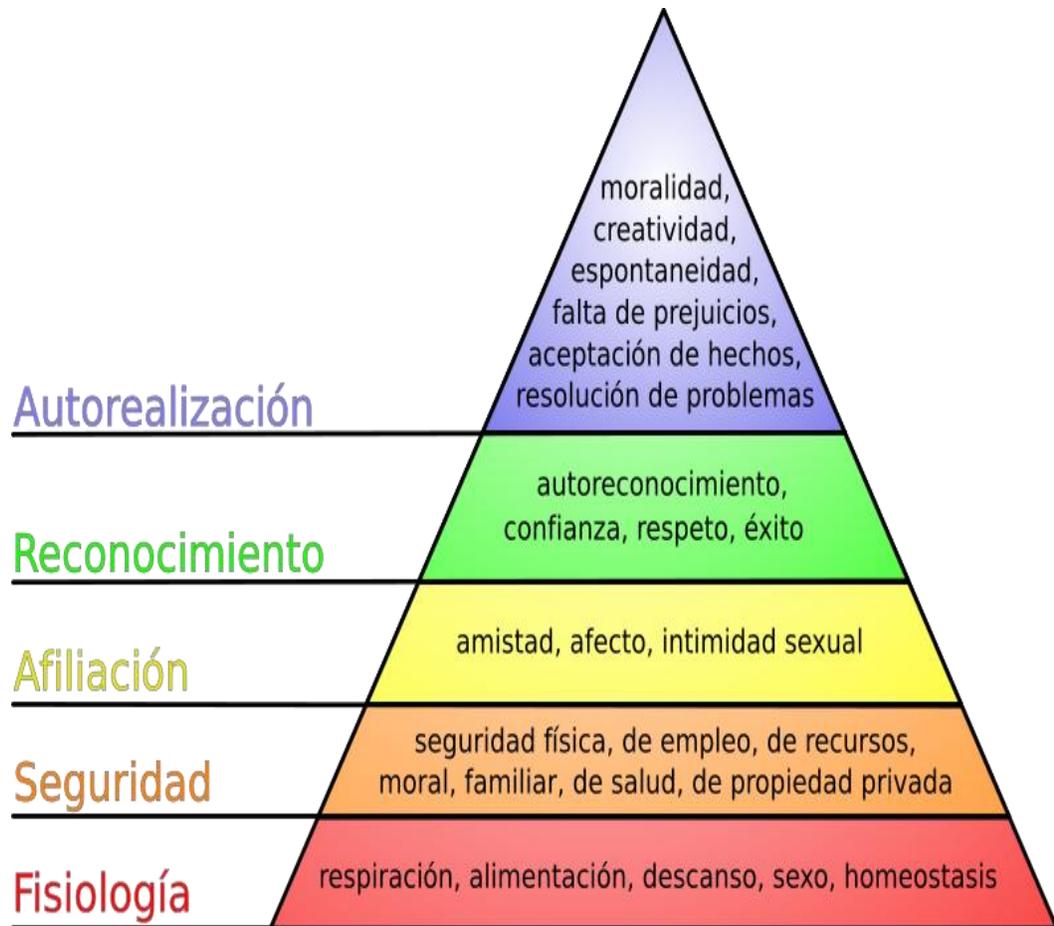
2.2.3.2. CARACTERÍSTICAS

La motivación no es un concepto simple; alude en realidad a diversos impulsos, deseos, necesidades, anhelos y otras fuerzas.

Los administradores motivan al procurar condiciones que induzcan a los miembros de las organizaciones a contribuir en beneficio de éstas.

Existen distintas visiones y supuestos sobre la naturaleza humana. McGregor llamo teoría X y teoría Y a sus conjuntos de supuestos sobre las personas.

La teoría de Maslow sostiene a su vez que las necesidades de orden menor (necesidades fisiológicas) hasta la necesidad de mayor orden (la necesidad de autorrealización) forman parte esencial de la vida del ser humano.



Fuente: Tomado de Salazar (2007): Consultado en Wikipedia http://es.wikipedia.org/wiki/Imagen:Pir%C3%A1mide_de_Maslow.svg#file

De acuerdo con la teoría de dos factores de Herzberg, existen dos grupos de factores motivantes:

Uno de ellos está integrado por insatisfactores relativos al contexto de trabajo (circunstancias, condiciones). La ausencia de estos factores da como resultado insatisfacción.

El otro grupo lo componen los satisfactores o motivadores, relativos al contenido del trabajo.

La teoría motivacional de la expectativa de Vroom postula que los individuos se sienten motivados a alcanzar una meta si creen que ésta es valiosa y pueden comprobar que sus actividades contribuirán a su consecución.

El modelo de Porter y Lawler posee numerosas variables. De acuerdo a ello, el desempeño está en su esencia, en función de la capacidad, la percepción de la tarea requerida y el esfuerzo. Éste se ve influido por el valor de las recompensas y la percepción de la probabilidad de que el esfuerzo merezca una recompensa. El cumplimiento del desempeño se relaciona a su vez con las recompensas y la satisfacción.

La teoría de la equidad se refiere al juicio subjetivo de los individuos sobre lo justo de la recompensa recibida por sus insumos en comparación con las recompensas de los demás. La teoría del reforzamiento, creada por Skinner, establece que a las personas les motiva el elogio de su conducta deseable, y que deben participar en la fijación de sus metas y recibir retroalimentación regular con los elogios y el merecido reconocimiento por su desempeño. La teoría de McClelland se basa en la necesidad de poder, la necesidad de asociación y la necesidad de logro.

Son técnicas motivacionales especiales el uso del dinero, el aliento a la participación y la elevación de la calidad de la vida laboral (CVL). El enriquecimiento de puestos persigue un mayor interés y significado de las labores. Aunque en ciertos casos se ha tenido éxito en su aplicación, no deben desestimarse ciertas limitaciones de este método.

La complejidad de la motivación impone un enfoque de contingencia en el que se tomen en cuenta los factores del entorno, entre ellos el ambiente organizacional.

El liderazgo es el arte o proceso de influir en las personas para que contribuyan voluntaria y entusiastamente al cumplimiento de metas grupales. Para serlo, el líder requiere de seguidores.

Existen varios enfoques para el estudio del liderazgo, los cuales van desde el enfoque de rasgos hasta el de contingencias. En uno de esos enfoques se establece una distinción entre tres estilos: autocrático, democrático o participativo y liberal.

En la rejilla administrativa se identifican dos dimensiones: **la preocupación por la producción y la preocupación por las personas.**

Con base en estas dimensiones se determinan cuatro estilos extremos y uno “intermedio”.

1.- El liderazgo también puede ser concebido como continuo. En uno de los extremos de este continuo, el administrador posee un alto grado de libertad, mientras que los subordinados disponen de uno muy limitado. En el otro extremo, la libertad del administrador es muy reducida, y muy amplia la de los subordinados.

2.- Otro enfoque del liderazgo, sustentado en el supuesto de que los líderes son producto de situaciones dadas, se centra en el estudio de las situaciones. En el enfoque de contingencias de Fiedler se toman en cuenta el poder que su puesto le otorga al líder, la estructura de las tareas y las relaciones entre el líder y los miembros del grupo. La conclusión es que ningún estilo de liderazgo es mejor que otros y que los administradores pueden tener éxito si se encuentran en la situación adecuada. El enfoque del camino-meta del liderazgo señala que los líderes más eficaces son los que contribuyen a que sus subordinados cumplan tanto las metas de la empresa como sus metas personales.

Los líderes transaccionales aclaran funciones y tareas, erigen una estructura y ayudan a sus seguidores a cumplir objetivos. Los líderes transformacionales articulan una visión, inspiran a los demás y transforman la organización. Los conceptos de liderazgo transformacional y carismático son similares.

3.- Un comité es un grupo de personas a las que, como grupo, se les encomienda un asunto. Los comités pueden ser de línea o administrativos, formales o informales, permanentes o temporales sirven para conseguir la deliberación y criterios grupales, impedir que una persona acumule excesiva autoridad y presentar las opiniones de diferentes grupos. Se les emplea también para coordinar departamentos, planes y políticas, así como para compartir información. Es probable que en ocasiones un administrador no posea en su totalidad la autoridad necesaria para tomar una decisión. Así, la autoridad se agrupa a través de comités. Además, éstos suelen incrementar la motivación al permitir que los individuos participen en el proceso de toma de decisiones. No obstante, a veces se les utiliza para posponer una decisión o impedir la acción.

4.- Los comités también ofrecen ciertas desventajas: pueden ser costosos; sus acciones pueden resultar en compromisos del “mínimo común denominador”, sus discusiones pueden generar indecisión y poseen la tendencia a ser autodestructivos cuando una persona domina las reuniones. Otro de sus inconvenientes es la dispersión de la responsabilidad, ya que ninguna persona en lo particular asume la responsabilidad de una decisión. Además, un reducido grupo de miembros de un comité puede insistir en que se acepte su injustificado punto de vista contra la voluntad de la mayoría.

Un ejecutivo plural, como un consejo de administración, es un comité con autoridad para tomar decisiones administrativas. La autoridad de los consejos de administración varía ampliamente. Aunque por lo general participan en la formulación de estrategias y la elaboración de políticas, la instrumentación de éstas suele recaer en los administradores.



Para que un comité opere eficazmente es preciso determinar su autoridad, elegir el número de integrantes más adecuado, seleccionar cuidadosamente a sus miembros, destinarlo únicamente al asunto que corresponda, nombrar a un presidente eficaz, llevar y hacer circular minutas y emplearlo sólo cuando sus beneficios excedan a sus costos.

Un comité es un tipo de grupo; otro es, por ejemplo, un equipo. En el caso de los equipos autodirigidos, los miembros del grupo poseen las habilidades necesarias para la realización de casi la totalidad de ciertas tareas.

El experimento de Asch demostró el impacto de la presión grupal hacia la conformidad. El grupo de enfoque es un tipo de grupo especial para la obtención de respuestas de los clientes, el público o los empleados.

Antes de proceder al uso de acciones grupales, una organización debe considerar las ventajas y desventajas de los grupos.

Entra en juego también la comunicación como la transferencia de la información de un emisor a un receptor, el cual debe comprenderla.

El proceso de la comunicación empieza con el emisor, quien codifica una idea que envía en forma oral, escrita, visual o de otra especie al receptor. El receptor decodifica el mensaje y obtiene una interpretación de lo que el emisor desea comunicar.

Esto puede resultar a su vez en cierto cambio o acción. Sin embargo el proceso de la comunicación puede verse interrumpido por "ruido", esto es, por todo aquello que entorpece la comunicación. En una organización los administradores deben disponer de la información necesaria para la correcta realización de sus labores. La información no solo debe fluir en sentido descendente o ascendente por la estructura organizacional, sino también horizontal y diagonalmente.

La comunicación debe efectuarse por escrito, pero la mayor parte de la información se comunica oralmente. Además los individuos también se comunican a través de gestos y expresiones faciales.

La comunicación se ve entorpecida por barreras y fallas en el mismo proceso, conocer estas barreras, aplicar una auditoría de comunicación y poner en práctica las sugerencias para la comunicación, facilitan no solo la comprensión, sino también la administración.

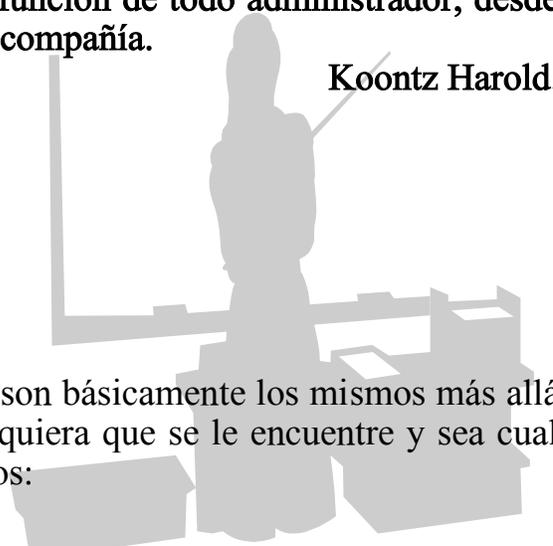
Los medios electrónicos pueden mejorar la comunicación, como lo ilustran las teleconferencias y la aplicación de computadoras, dos de los muchos métodos para el manejo de la creciente cantidad de información en las organizaciones.

2.2.4. CONTROL (control)

2.2.4.1. CONCEPTO

La función administrativa del control es la medición del desempeño a fin de garantizar el cumplimiento de los objetivos de la empresa y de los planes ideados para alcanzarlos. Es una función de todo administrador, desde el presidente hasta los supervisores de la compañía.

Koontz Harold.



2.2.4.2. CARACTERÍSTICAS

Las técnicas y sistemas de control son básicamente los mismos más allá del que sea el objeto del control. Dondequiera que se le encuentre y sea cual sea su objeto, el control implica tres pasos:

- 1) Establecimiento de normas
- 2) Medición del desempeño con base a esas normas y
- 3) Corrección de las variaciones de normas y planes, aunque todas ellas tengan puntos críticos.

El control administrativo suele ser percibido como un sistema de retroalimentación simple, similar al termostato doméstico común. Sin embargo, sin importar qué tan rápido se disponga de información sobre lo que ocurre, existen demoras inevitables en el análisis de desviaciones, desarrollo de planes para la puesta en práctica de acciones correctivas e instrumentación de estos programas.

Para combatir estos rezagos en el control, se ha propuesto que los administradores empleen un método de control con corrección anticipante (**acciones correctivas y preventivas**) y no depender exclusivamente de la retroalimentación simple.

El control con corrección anticipante requiere el modelo de un diseño de un proceso o sistema y la vigilancia de insumos con el propósito de detectar futuras desviaciones en los resultados respecto a las normas y planes, para que de esta manera los administradores dispongan de tiempo para aplicar acciones correctivas.

Para que los controles sean funcionales, deben ajustarse especialmente a:

- 1) Planes y puestos
- 2) Administradores en lo individual
- 3) Las necesidades de eficiencia y eficacia, para ser eficaces los controles deben diseñarse estos, para señalar excepciones en los puntos críticos, ser objetivos, ser flexibles, adecuarse a la cultura organizacional, ser económicos e inducir acciones correctivas.

Una amplia variedad de instrumentos y técnicas se han empleado hasta ahora para facilitarles el control a los administradores. En general, estas técnicas son en primera instancia instrumentos de planeación, de modo que ilustran el hecho de que los controles deben ser el reflejo de los planes. Algunos de estos instrumentos han sido usados desde hace mucho tiempo por los administradores; otros como la presupuestación variable y la presupuestación en base cero, son derivaciones de la presupuestación tradicional.

La técnica de evaluación y revisión de programas (PERT) representa una generación más reciente de instrumentos de planeación y control, enfocados a la administración.

El presupuesto es uno de los recursos de planeación más antiguos. La presupuestación es la formulación de planes en términos numéricos para un período futuro dado.

Existen varios tipos de presupuestos:

- 1) presupuestos de egresos y gastos,
- 2) presupuestos de tiempo, espacio, materiales y productos,
- 3) presupuestos de gastos de capital,
- 4) presupuestos de efectivo.

Los presupuestos entrañan varios riesgos, aunque el mayor de ellos, (la inflexibilidad) puede evitarse en gran medida con el uso de presupuestos

variables. Estos son presupuestos diseñados para sufrir modificaciones en la medida que varíe el volumen de producción, a fin de que los gastos puedan dividirse en las partidas que varían con mayor frecuencia; como el volumen de ventas o alguna otra medida de producción. También mediante la existencia de presupuestos alternativos o complementarios es posible obtener flexibilidad.

La presupuestación se vuelve más precisa que la presupuestación base cero, en la que los programas se dividen en paquetes.

Los costos de cada paquete se calculan a partir de una base de cero para que el control presupuestal pueda ser efectivo en la práctica, los administradores no pueden perder de vista que los presupuestos son un instrumento que por ningún motivo puede reemplazar a la administración.

Entre los recursos tradicionales del control no presupuestal están los datos estadísticos y su análisis, los informes y el análisis especial, la auditoría operacional y la observación personal.

Una de las técnicas de planeación y control es el análisis de redes de: “tiempo eventos”. La técnica de evaluación y revisión de programas es una versión más desarrollada de las gráficas de Gantt, las cuales fueron diseñadas para mostrar, en forma de gráficas de barras, lo que se debe hacer y cuando llevar a cabo un programa. PERT es también una versión mejorada de la presupuestación con puntos de referencia en la que las cosas por hacer se dividen en piezas identificables y controlables llamadas “puntos de referencia”.

Cuando los puntos de referencia se unen para formar una red y se identifica el tiempo requerido para concluir cada punto de referencia, de ello resulta una red PERT de “tiempos eventos”. Con base en las secuencias de eventos y el tiempo requerido para ellos es posible determinar la ruta crítica, la secuencia de mayor duración sin tiempo de inactividad.

El sistema de información gerencial (MIS) es un sistema formal para la recopilación, integración, comparación, análisis y dispersión de información interna y externa de la empresa de forma oportuna, eficaz y eficiente.



Las computadoras se usan ampliamente en la actualidad. Su impacto en las funciones de los administradores de diversos niveles organizacionales difiere. La tecnología de la información ofrece muchos retos.



Hay administradores que se resisten a usar computadoras, aunque los avances tecnológicos alientan su empleo.

Las computadoras también han contribuido a la telecomunicación, medio por el cual una persona puede trabajar en su casa con una minicomputadora que está enlazada a la computadora de la empresa.

Las redes de cómputo de uso creciente, vinculan a estaciones de trabajo entre sí con computadoras más grandes y equipo periférico. La revolución de Internet brinda nuevas y muy interesantes oportunidades tanto a empresas como a individuos.

La productividad es una de las mayores preocupaciones de los administradores. Implica medición, paso esencial del proceso de control. La medición de la producción de los trabajadores manuales es mucho más sencilla que la de los trabajadores intelectuales, como los administradores.

Sin embargo, la productividad administrativa es importante, especialmente para organizaciones que operan con alta competitividad.

La administración de la producción se refiere a las actividades necesarias para la fabricación de productos; también puede incluir operaciones de compras, almacenamiento, transporte y otras.

La administración de operaciones tiene un significado semejante, pues hace referencia a las actividades necesarias para producir y entregar lo mismo un servicio que un bien físico.

La planeación y diseño de un producto y su producción suele implicar siete o más pasos. ** Las compañías pueden disponer entre seis tipos de disposiciones físicas de producción.*

Esto es:

A.-Planeación, diseño y producción del producto: **

- 1.- Generación de ideas de productos, previa investigación de las necesidades de los clientes, analizando diversas alternativas.

- 2.- Selección del producto, con base en diversas consideraciones (análisis comercial y económico, y estudio de factibilidad general).
- 3.- Elaboración de un diseño preliminar mediante la evaluación de varias alternativas, tomando en cuenta los requerimientos de confiabilidad, calidad y mantenimiento.
- 4.- Determinación de una decisión definitiva por medio del desarrollo, prueba y simulación de los procesos para comprobar su efectividad.
- 5.- Decisión acerca de las instalaciones con que cuenta la empresa, si son adecuadas o no, o si requiere de instalaciones nuevas o remodeladas
- 6.- Selección del proceso para la fabricación del producto; consideraciones de la tecnología y métodos disponibles.
- 7.- Después de diseñado el producto, determinación del tipo de disposición física de las instalaciones a utilizar, planeación del sistema de producción y programación de las diversas actividades por realizar.

B.- Tipos de disposición física del producto:

- 1.- Establecer la disposición física en el orden en que el producto se produce o ensambla.

Ejemplo: una línea de ensambles de camiones puede disponerse de tal forma que una vez integrados al bastidor los ejes delantero y trasero, se procede a la instalación de la dirección, el motor, la dirección etc.

- 2.- Disponer el sistema de producción de acuerdo con el proceso empleado.

Ejemplo: En un hospital se siguen pasos específicos; admisión, tratamiento, facturación del servicio y alta.

- 3.- Disposición física (también llamada disposición fija), consiste en el acomodo del producto en un lugar para su ensamble.

Ejemplo: Ensamble de productos excesivamente grandes y voluminosos, grandes prensas y máquinas para la explotación de minas a cielo abierto y barcos.

4.- La disposición física del producto, se establece de acuerdo con la naturaleza del proyecto.

Ejemplo la construcción de un puente o túnel es normalmente un proyecto ocasional diseñado para responder a requerimientos geográficos específicos.

5.- El proceso de producción se organiza para facilitar la venta de los productos.

Ejemplo: Un supermercado acostumbra ubicar los alimentos básicos, lejos de las cajas registradoras. De este modo, los clientes tienen que atravesar largos pasillos en dirección al departamento de lácteos, por lo que se espera que puedan seleccionar otros artículos.

6.- Diseño del proceso para facilitar el almacenamiento o movimiento de los productos. El almacenamiento es costoso, de manera que un diseño eficaz y eficiente puede mantener un bajo nivel de costos de almacén.

Para operar el sistema, las funciones administrativas de la organización, integración del personal y dirección, deben ejercerse con eficacia. El control supone un sistema de información basado en las computadoras.

Entre los instrumentos aplicados para el incremento de la productividad de las operaciones están la planeación y control del inventario, el sistema de inventario justo a tiempo, el recurso a proveedores externos, la investigación de operaciones, las redes “tiempo eventos”, la ingeniería de valor, la simplificación del trabajo, los círculos de calidad, la administración de la calidad total, la manufactura esbelta y diversos métodos con apoyo de computadoras.

Muchos controles generales son de carácter financiero. El control de pérdidas y ganancias es uno de los tipos de control. Otra técnica de control general es el presupuesto de capital **(es el cálculo y la comparación del rendimiento de la inversión.)** Este método se basa en la idea de que las utilidades no deben considerarse una medida absoluta, ya que solamente son un rendimiento del capital empleado en un segmento de la empresa.

Los administradores disponen de dos enfoques básicos para llevar a cabo la función del control. El más usual de ellos, el control directo, consiste en el desarrollo de normas del desempeño deseado y la posterior comparación con el desempeño real. El procedimiento normal es rastrear la causa de un resultado insatisfactorio hasta las personas responsables del él y conseguir que corrijan sus prácticas.

El otro enfoque, es el control preventivo, por medio del cual se intenta impedir desviaciones negativas respecto de las normas, mediante la implementación de acciones estratégicas que lleven a cabo los administradores de todos los niveles, esto es, aplicar eficazmente los pasos de la administración.

El principio de control preventivo establece que cuanto más alta sea la calidad de los administradores y sus subordinados, serán menos necesarios los controles directos.

Los supuestos en los que se basa el control preventivo son:

- 1) que los administradores calificados cometan un mínimo de errores,
- 2) que los fundamentos de la administración pueden ser útiles para el desempeño,
- 3) que es posible evaluar la aplicación de los fundamentos de la administración.

Para dar un robustecimiento a estos controles:

Existen dos tipos de auditorías.

La auditoría administrativa que regula la calidad de la administración y de su calidad como sistema.

La auditoría interna sirve para evaluar las operaciones de una organización y sólo indirectamente el sistema administrativo.

Es indudable que las funciones de los administradores están sufriendo un período de cambio y aplicación. El desarrollo de nuevos conocimientos y la exigencia por parte de fuerzas sociales hacia los administradores, que de no cambiar constantemente se corre el riesgo de que se vuelvan completamente obsoletos para el cumplimiento de sus tareas.

Muchos factores pueden influir para evitar esta posibilidad; por ejemplo, el deseo de los administradores de aprender, la aceleración de programas de desarrollo administrativo, una planeación más eficaz de la innovación, mejores métodos de evaluación y premiación del desempeño administrativo, una información más adecuada y un mayor énfasis en la investigación, desarrollo e inventiva administrativa.

El enfrentamiento de estos desafíos demanda urgentemente mayor liderazgo intelectual en la administración.

De lo expuesto en capítulos anteriores sobre todo el control administrativo se desprenden ciertos elementos esenciales, o verdades básicas, llamados principios, estos están diseñados para recalcar aspectos del control considerados como de esencial importancia.

Propósito y naturaleza del control

Principios:

C1.- Principio de propósito del control. Es garantizar el éxito de los planes mediante la detección de desviaciones con respecto a ellos y la disposición de una base para emprender acciones destinadas a corregir desviaciones indeseables tanto potenciales como reales.

C2.- Principio de los controles dirigidos a futuro.- A causa de los rezagos del sistema total de control, cuanto más se base este sistema en un sistema de control en la corrección anticipante, en lugar de la simple retroalimentación de información, mayores oportunidades tendrán los administradores para percibir, antes de que ocurran desviaciones indeseables respecto de los planes y para emprender a tiempo acciones destinadas a prevenir dichas desviaciones

C3.- Principio de responsabilidad de control. La responsabilidad básica sobre el ejercicio de control, recae en el administrador encargado del desempeño de los planes particulares implicados.

C4.- Principio de eficiencia de los controles. Las técnicas y métodos de control son eficientes si sirven para detectar y aclarar la naturaleza y causas de las desviaciones respecto de los planes con un mínimo de costos u otras consecuencias inesperadas.

C5.- Principio de control preventivo.- Cuanto mayor sea la calidad de los administradores en un sistema administrativo, menos necesidad habrá de controles directos.

Estructura de control.

Los siguientes principios tienen como finalidad demostrar que los sistemas y técnicas de control pueden diseñarse en tal forma, que contribuyan a elevar la calidad del control administrativo.

C6.- Principio de reflejo de planes. Mientras más claros, completos e integrados sean los planes y mejor sean diseñados (los controles a fin de que sean el reflejo de esos planes), más eficazmente responderán éstos a las necesidades de los administradores.

C7.- Principio de adecuación organizacional. Cuanto más clara, completa e integrada sea una estructura organizacional y mejor sea el diseño de los controles a fin de que reflejen el punto de la estructura organizacional en el que recae la responsabilidad sobre las acciones, tanto más facilitarán los controles la corrección de desviaciones respecto de los planes.

C8- Principio de individualización de los controles. Entre más comprensibles sean las técnicas e información de control para los administradores que en lo individual deben utilizar, más se les usará y más resultarán en un control eficaz.

Proceso de control

Siendo como lo es en gran medida, (cuestión de técnica), el control descansa fundamentalmente en el arte de la administración, en la habilidad práctica para resolver situaciones específicas. Sin embargo, la experiencia ha demostrado que ciertos principios al respecto pueden aplicarse en prácticamente cualquier instancia.

C9.- Principio de normas. El control eficaz requiere normas objetivas, precisas y adecuadas.

C10.- Principio de control de puntos críticos. El control eficaz implica especial atención a los factores críticos para la evaluación del desempeño con base en los planes, los administradores se deben concentrar en los factores que son los que hacen que una acción se da en forma constante y que así podremos saber como está la situación de la empresa.

C11.- Principio de excepción. Mientras más concentren los administradores sus esfuerzos de control en excepciones significativas más eficientes serán los resultados de sus controles.

C12.- Principio de flexibilidad de los controles. Para que los controles sigan siendo eficaces a pesar de fallas o de cambios imprevistos en los planes, se requiere flexibilidad en su diseño.

C13.- Principio de acción. El control sólo se justifica si las desviaciones respecto de los planes son corregidas mediante una planeación, organización, integración del personal y dirección adecuada.

CAPITULO III

TEMAS SOBRE MATEMATICAS FINANCIERAS

3.1.- INTERÉS SIMPLE

3.1.1.- Conceptos básicos y ejercicios:

NOTAS DEL TEMA:

Cuando el interés se paga sólo sobre el capital prestado, se le conoce como interés simple y se emplea en préstamos a corto plazo.

Componentes:

Capital prestado (capital o principal)

Suma del interés y capital prestado (monto)

El tiempo acordado (plazo)

El importe adicional que se paga (interés, se expresa en %)

Interés = Capital x Tasa de interés x Número de períodos

La notación puede variar entre autor y autor: Por ejemplo:

Villalobos (2003) cita $I = Cin$ ó $I = (C*i*n)$,

Pastor, (1999) refiere $I = P*i*n$

Lo importante es el significado de cada variable, por lo que utilizaremos la siguiente fórmula:

$I = Pin$	$I = P \cdot i \cdot n$	Donde: I = interés ganado P = capital i = tasa de interés n = plazo
-----------	-------------------------	--

De la fórmula anterior, se pueden despejar las variables que se requieran conocer. Ejemplo de ello, para el capital prestado será necesario despejar de la fórmula de interés simple.

El capital (P) → $P = \frac{I}{(i)(n)}$

La tasa de interés ↑ $i = \frac{I}{(P)(n)}$

El período → $n = \frac{I}{(P)(i)}$

Como visualizar estas formulas en un Simulador Financiero diseñado en Excel (Para descargar ejemplos: <http://www.garciasantillan.com/> Sección DESCARGA DE SIMULADORES:

Para determinar el Interés ganado:

$$I = P \cdot i \cdot n = P \cdot i \left(\frac{m}{n} \right)$$

	Anual	Mes
I =	\$750.00	\$750.00
P =	\$15,000.00	
i =	5.00%	
n =	1	12
m =		12
m/n =		1

Para determinar el Capital:

$$P = \frac{I}{in} = \frac{I}{i \left(\frac{m}{n} \right)}$$

	Anual	Mes
I =	\$750.00	
P =	\$15,000.00	\$15,000.00
i =	5.00%	
n =	1	12
m =		12
m/n =		1

Para determinar la Tasa de Interés:

$$i = \frac{I}{Pn} = \frac{I}{P \left(\frac{m}{n} \right)}$$

Para determinar el período:

$$n = \frac{I}{Pi} = \frac{I}{P \left(\frac{i}{m} \right)}$$

	Anual	Mes
I =	\$750.00	
P =	\$15,000	
i =	5.00%	5.00%
n =	1	12
m =		12
m/n =		1

	Anual	Mes
I =	\$750.00	
P =	\$15,000	
i =	5.00%	
n =	1	12
m =		12
m/n =		1

Otro ejemplo de un simulador que se puede descargar en: <http://www.garciasantillan.com/> Sección
 DESCARGA DE SIMULADORES: <http://sites.google.com/site/educacionvirtualucc/> ∞
<http://www.arturogarciaucc.mx.gs/>

INTERÉS SIMPLE

$$I = P * i * n$$

ó

$$I = P * i * (m / n)$$

Anual

$$P = \frac{I}{i * n}$$

Mensual

$$P = \frac{I}{i * (m / n)}$$

Anual

$$i = \frac{I}{P * n}$$

Mensual

$$i = \frac{I}{P * (m / n)}$$

$$n = \frac{I}{P * i}$$

Datos		Datos		Datos		Datos		Datos	
Para cálculos en años		Para cálculos en meses		Para cálculos en años		Para cálculos en meses			
P=	133,333	P=	228,571	i=	15%	i=	15%	n=	1
i=	20,000	i=	20,000	P=	15,000	P=	15,000	P=	15,000
j=	15%	j=	15%	P=	100,000	P=	171,429	P=	100,000
n=	1	m=	7	n=	1	m=	7	i=	15%
		n=	12	n=	12				

NOTACIÓN

Donde:

- I = Interés generado
- P = Capital
- i = Tasa de interés (en %)
- n = Tiempo (No. periodos)
- m = N°. Meses

*Nota: Introducir los datos en las celdas en blanco

Ejemplo a partir de los siguientes datos:

Determine el interés que genera un capital de \$125,550.50 en tres meses con una tasa nominal del 7.8%

$$I = Pin \quad I = P * i * n$$

$$I = Pin \quad I = \$125,550.50 * 0.078 * (1/4)$$

$$I = \$2,448.23$$

ó

$$I = Pin \quad I = \$125,550.50 * 0.078 * (90/360)$$

$$I = \$2,448.23$$

Nota: n = puede ser transformada en segundos, minutos, horas, días, semanas, meses, años

52

Importante: La fórmula puede ser manipulada por nosotros, siguiendo un orden lógico y congruente, esto es, meses de 30.41 días, años de 360 ó 365 días, horas, minutos, segundos, etc.

Ahora **P**:

$$P = I / in \quad P = \$2,448.23475 / (0.078*(1/4))$$

$$P = \$125,550.50$$

$$P = I / in \quad P = \$2,448.23475 / (0.078*(90/360))$$

$$P = \$125,550.50$$

Ahora **i**:

$$i = I / Pn \quad i = \$2,448.23475 / (125,550.50*(1/4))$$

$$i = \$2,448.23475 / (31,387.625)$$

$$i = 0.078 * 100 = 7.8\%$$

$$i = I/Pn \quad P = \$2,448.23475 / (125,550.50*(90/360))$$

$$i = 7.8\%$$

Ahora **n**:

$$n = I / Pi \quad n = \$2,448.23475 / (\$125,550.50*0.078)$$

$$n = \$2,448.23475 / (9792.939)$$

$$n = 0.25 \quad \text{ó } 1/4 \quad \text{ó } 3 \text{ meses}$$

Otro ejemplo:

Supongamos que una persona necesita pedir un pequeño préstamo para poder pagar un pedido al proveedor porque no le alcanza con lo que tiene en ese momento, así que pide a una caja popular un préstamo por \$50,000.00 a pagar a tres meses con una tasa del 18% anual.

Así que aplicamos nuevamente la fórmula, quedando de la siguiente manera:

$$I = (50,000) (.18) (3/12)$$

$$I = (50,000) (.18) (.25)$$

$$\mathbf{I = \$2,250.00}$$



Lo cual quiere decir que una persona que pide un préstamo en las condiciones recreadas en el ejemplo, estará pagando un interés de \$2,250.00 al paso de los tres meses y al final la persona pagará \$52,250.00 para liquidar su préstamo a la caja popular.

El interés simple es utilizado en operaciones para préstamos a corto plazo o inversiones en donde los plazos no son mayores a un año. Este tipo de cálculo se utiliza para saber cuánto será el interés que pagaremos o recibiremos al final de un período determinado y en donde no se incluye la capitalización.

(Realmente es poco utilizado en la práctica, ya que se utiliza mayormente la fórmula de interés compuesto, lo que se traduce en capitalizaciones)

¿Cómo trabajar esta fórmula en un simulador previamente diseñado en Excel para realizar cálculos?

Operaciones en el simulador financiero:



Resultado

→

FORMULA PRINCIPAL → $I = P * i * n$

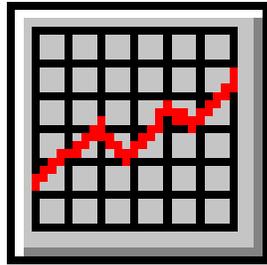
$I = P * i * n$	$P = I / in$	$n = I / P * i$	$i = I / P * n$
Obtener I	Obtener P	Obtener n	Obtener i
I: 2250	P: 50000	n: 3.000000	i: 0.18
P: 50000	I: 2250	I: 2250	n: 3
i: 0.18000	n: 3	P: 50000	P: 50000
n: 3	i: 0.18	I: 0.18	I: 2250

LITERALES:
P = principal o capital
i = tasa de interes nominal
n = periodo en meses
I = Interés cobrado durante el periodo

Menu →

**es posible auxiliarse con la pagina de anexos para conversiones de tasas o periodos
***La tasa debe ser correspondiente al periodo a transcurrir

3.1.2.- Cómo calcular el monto (valor futuro)



Lo que veremos a continuación será cómo determinar cuánto pagaremos o recibiremos en total al término de un período de tiempo determinado. A este total final lo llamaremos de ahora en adelante monto y lo identificaremos con la letra (S) para el manejo y sustitución en las fórmulas correspondientes.

Sabemos que con frecuencia se requiere calcular el monto (S) de un préstamo (inversión), por lo que es conveniente contar con una fórmula. Sabemos que el monto es la suma del principal más el dividendo o interés generado, entonces:

$$S = P + I$$

Utilizando la fórmula del interés simple, tenemos que

$$S = P + Pin$$

FACTORIZANDO TENEMOS LA SIGUIENTE FÓRMULA:

$$S = P (1 + in)$$

Se divide entre los días que conforman el interés ordinario (anual), este último lo podemos manejar con base en 360 o 365 días. Incluso en meses (12 = 1 año)

NOTA IMPORTANTE:

Es común que las operaciones comerciales y financieras estén determinadas por fechas y no en meses o años. Para el cálculo del interés, en estos casos se requiere determinar el número de días que lo conforman. Identificado los días (t), se pueden utilizar dos formas diferentes de expresar el plazo.

$$\frac{(t)}{360}$$

y

$$\frac{(t)}{365}$$

Esta expresión, sirve para calcular el interés ordinario

Esta expresión, sirve para calcular el interés exacto

En la práctica, el interés ordinario es el que más utilidad tiene, tanto en lo comercial como en lo financiero (sistema bancario). De hecho el interés exacto tiene una mayor utilización en operaciones de comercio internacional, así como pago de deuda entre países (Pastor, 1999).

Ejemplo:

Para adquirir una mercancía, cierto comerciante acuerda con el fabricante pagar de contado el 50%, y el resto a un mes y medio después. Cuando debe pagar para liquidar el saldo, si el interés que le cobran es del 25% anual y el importe de la mercancía es de \$32,500.00

Podemos calcular primero el interés y sumarlo al principal. Sin embargo es preferible utilizar la fórmula directa del monto, por lo que queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 S &= P(1+in) = \$16,250.00(1+(0.25*(1.5/12))) \\
 &= \$16,250.00(1+(0.25*0.125)) \\
 &= \$16,250.00(1+0.03125) \\
 &= \$16,250.00(1.03125) \\
 &= \mathbf{\$16,757.8125}
 \end{aligned}$$

Para efectos prácticos, solo tomaremos el referente del interés ordinario $\frac{(i)}{360}$

Con esta consideración, ahora debemos transformar las fórmulas de Interés y Monto, quedando de la siguiente forma:

$$\begin{array}{cc}
 \textbf{Interés} & \textbf{Monto} \\
 I = \frac{Pit}{360} & S = P \left[1 + \frac{it}{360} \right]
 \end{array}$$

Veamos otro ejemplo:

Usted compra a su proveedor \$30,000.00 en mercancía para su tienda abarrotera, pagando \$12,000.00 de contado a la entrega del pedido y el resto a pagar en 4 meses con un interés del 13.5% anual. ¿Cuánto deberá pagar a su proveedor para liquidar su deuda?

Aplicando la fórmula tenemos que:

$$S = \$18,000.00 (1 + ((.135)(4/12)))$$

$$S = \$18,000.00 (1 + ((.135)(.333333)))$$

$$S = \$18,000.00 (1 + .045)$$

$$S = \$18,000.00 (1.045)$$

$$\mathbf{S = \$18,809.99.00 \text{ redondeando } \$18,810.00}$$

Analizando el escenario anterior tenemos que, por los \$18,000.00 que le quedamos a deber al proveedor, al cabo de 4 meses con una tasa de interés del 13.5%, deberemos pagar la cantidad de \$18, 809.99 para liquidar nuestra deuda.

Operaciones en el simulador financiero:



VALOR PRESENTE		VALOR FUTURO	
$P = S / (1+in)$		$S = P (1+in)$	
$P = S / [1+(i*t/360)]$		$S = P[(1+(i*t/360))]$	
P	<input type="text" value="0"/>	S	<input type="text" value="18810"/>
S	<input type="text"/>	P	<input type="text" value="18000"/>
i	<input type="text"/>	i	<input type="text" value="0.135"/>
n	<input type="text"/>	n	<input type="text" value="4"/>
t	<input type="text"/>	t	<input type="text"/>

Literales:
P = Valor presente de la deuda
S = Valor futuro de la deuda
i = interes nominal (anual)
n = periodo en meses
t = periodo en dias

Menu

Es importante hacer un paréntesis en este punto para explicar que es común que las operaciones comerciales y financieras estén determinadas en fechas y no en meses o años. Por lo que, si vamos a realizar una de estas operaciones tenemos que convertir el plazo (n) en los días que se determinen. **(360 INTERÉS ORDINARIO Y 365 INTERÉS EXACTO)**

Para esto debemos dividir los días que identificaremos con la letra (t) aplicando la siguiente fórmula,

$$\frac{(t)}{360} \text{ INTERÉS ORDINARIO}$$

Fórmula:

$$S = P \left[1 + \frac{it}{360} \right]$$

Ejemplo:

La empresa refresquera "Jarochito" le vende \$5,000.00 en producto, dándole de plazo 7 días para pagar su pedido, si el interés que le aplica la empresa es del 30%. ¿Cuánto tendrá que pagar para liquidar su deuda con "Jarochito"?

Aplicando la fórmula tenemos que,

$$S = \$5,000.00 \left[1 + \frac{(.30)(7)}{360} \right] \quad S = \$5,000.00 \left[1 + \frac{2.1}{360} \right]$$

$$S = \$5,000.00 [1 + .0058333] \quad S = \$5,000.00 [1.0058333]$$

$$S = \$5,029.16$$

Como podemos observar en el problema anterior, el plazo (n) está determinado como 7 días en los cuales se deberá liquidar la deuda contraída con el proveedor refresquero, por lo que el resultado de multiplicar la tasa de interés por el plazo se divide entre la base del interés ordinario (360) para determinar la conversión del plazo en días. Al final debemos pagar \$5,029.16 para liquidar nuestra deuda.

Operaciones en el simulador financiero:



Ahora analicemos otro caso:

Un empresario del ramo comercial dedicado a la venta de productos lácteos y salchichonería en los últimos 4 meses ha visto el incremento en las ventas del queso fresco que él mismo elabora en su establecimiento, por desgracia no puede satisfacer dicha demanda porque su capacidad productiva es limitada, por lo cual decide cotizar una maquinaria que incrementará su producción en un 200%, es decir tendría 2 veces más producto al adquirir dicho equipo. El precio de la maquinaria en el mercado no varía mucho, así que el decide comprársela a un proveedor que le vende el equipo en \$40,000.00 al contado, y a crédito con una tasa de interés del 21% a pagar en 12 meses.

Bien, lo primero que debemos determinar son las condiciones del escenario, las cuales quedarían de la siguiente manera:

Escenario 1

De contado
 Inversión: \$40,000.00
 Ventas \$10,000 al mes
 Incremento de ventas a \$20,000



Escenario 2

A crédito
 Inversión: \$40,000.00
 Ventas \$10,000 al mes
 Incremento de ventas a \$20,000
 Interés 21%
 Plazo 6 meses



De la fórmula del Monto se sabe que **S=P (1+in)** y el Valor Futuro es **VF=P(1+in)**

EL RESULTADO:

$$S = \$40,000.00 (1 + ((.21)(6/12))) \quad S = \$40,000.00 (1 + ((.21)(.5)))$$

$$S = \$40,000.00 (1 + .105) \quad S = \$40,000.00 (1.105) \quad \mathbf{S = \$44,200.00}$$

Al final de los 12 meses el empresario deberá pagar por el equipo adquirido un total de \$44,200 tal como lo muestra aplicando la fórmula del **Valor Futuro** que básicamente es la misma que la del Monto.

A partir de estos resultados el empresario puede tomar una decisión.

Operaciones en el simulador financiero:



3.1.3.- Valor presente

a) Cuando queremos liquidar la deuda antes de la fecha acordada:

Pero... ¿Qué sucedería si pasados 4 meses después de adquirida la maquinaria a crédito el incremento en las ventas nos da la capacidad de pagar el equipo anticipadamente? Entonces, ¿Cuánto tendríamos que pagar por el equipo?

Para resolver la pregunta anterior debemos aplicar una nueva fórmula para determinar el **Valor Presente** de nuestra deuda.

$$P = \frac{S}{1 + in}$$

Entonces sustituyendo lo datos del problema anterior tenemos que:

$$P = \frac{S}{1 + in} \quad P = \frac{\$44,200}{1 + 0.19 * 2/12} \quad P = \frac{\$44,200}{1.035000} = \$42,705.31$$

Para entender mejor el caso anterior debemos marcar una línea de tiempo imaginaria que nos ayude a comprender la manera de plantear la solución



Si pagamos nuestro equipo 2 meses antes debemos descontar los intereses que no se generarán en esos meses, por lo que el pago anticipado queda en **\$42,705.31** teniendo un descuento de **\$1,494.69**

Operaciones en el simulador financiero:



b) Cuando no podemos pagar en la fecha acordada

Ahora demos al problema inicial un giro inesperado, planteando que pasaría si las ventas no resultan como lo esperado y a pesar de tener mayor capacidad de producción las ventas caen drásticamente advirtiéndolo no poder pagar el equipo en el plazo acordado.

La flexibilidad de las matemáticas financieras para adaptarse a situaciones cambiantes en el ámbito comercial nos permite hacer proyecciones y trazar los escenarios posibles para hacerles frente si se llegaran a presentar. Por lo que, en este caso le mostraremos al proveedor, ---dadas las circunstancias planteadas---, como renegociar la deuda para que las partes pierdan lo menos posible, esto es, que ambos obtengan el beneficio mutuo que el esquema matemático propuesto, pudiera generarles. Así, con este nuevo escenario nos lleva a plantear un modelo matemático que permita satisfacer este requerimiento entre las partes, por lo que ahora abordaremos el tema de:

3.1.4. Ecuaciones de valores equivalentes con interés simple:



Para renegociar una deuda tenemos que aplicar una fórmula que calcule en cuántos pagos vamos a distribuir la deuda original y cuánto pagaremos bajo este nuevo esquema de pago. Nuevamente tomamos el referente de Pastor (1999) para considerar los siguientes pasos en la renegociación.

1. Determinar una fecha a la cual podamos comparar las operaciones a realizar la cual llamaremos **fecha focal**.
2. Calcular el valor de la deuda a esa fecha con la fórmula del **Valor Esquema Original**.
3. Calcular con base a esa fecha focal las opciones de pago al proveedor.
4. Por último determinar cuánto es el monto de cada pago renegociado a través de la fórmula del **Valor Nuevo Esquema**.

La notación con Interés simple se describe en la siguiente tabla:

Tabla 1: Notación con interés simple

Anterior a la fecha focal	$S_1(1 + in_1)$	Coincide con la fecha focal	S_2	Posterior a la fecha focal	$\frac{S_3}{(1 + in_3)}$
---------------------------	-----------------	-----------------------------	-------	----------------------------	--------------------------

Tabla 2: Notación con interés simple y

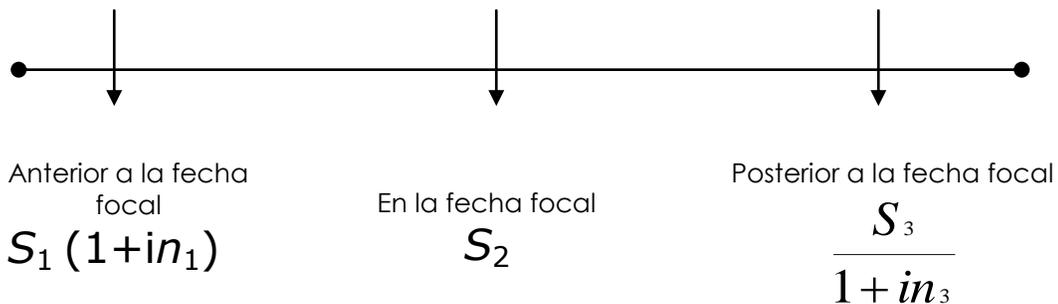
Fecha de pago	Valor	Fecha de pago	Valor	Fecha de pago	Valor
Anterior a la fecha focal	$S_1(1 + in_1)$	Coincide con la fecha focal	S_2	Posterior a la fecha focal	$\frac{S_3}{(1 + in_3)}$
Con una notación alterna					
Anterior a la fecha focal	$S_{1_{aff}}(1 + in_1)$	Coincide con la fecha focal	$S_{2_{ff}}$	Posterior a la fecha focal	$\frac{S_{3_{pff}}}{(1 + in_3)}$
	$S_{1_{aff}}(1 + \frac{it}{360_1})$		$S_{2_{ff}}$		$\frac{S_{3_{pff}}}{(1 + \frac{it}{360_3})}$

Fuente: Elaborado con datos de Pastor (1999)



Sugerencia para resolver los ejercicios:

Antes de definir las opciones de pago hagamos nuestra línea de tiempo



Con frecuencia es necesario reemplazar una deuda, por una serie de deudas o simplemente una deuda o grupo de deudas por otra deuda y otro conjunto de deudas. En fin, pareciera un juego de palabras, pero en resumen, se trata de sustituir deuda "X" por otra deuda "Y"

Considere el ejemplo de una empresa que adeuda \$280,000.00 para pagar en seis meses. La tasa de interés es del 18% anual. ¿Cuánto debe pagar la empresa, si el pago lo hace tres meses antes del vencimiento?

Representemos con "X", **el pago que realizará la empresa, entonces "X" es el valor presente de la deuda, dos meses antes del vencimiento.** De la fórmula de valor presente tenemos:

$$x = \frac{280,000.00}{1 + 0.18 * \frac{3}{12}} = \$267,942.58$$

Con los mismos datos, pero ahora calcule el importe de la deuda, en caso de que **la empresa lo pague tres meses después de su vencimiento?**

$$X = 280,000 \left[1 + 0.18 * \frac{3}{12} \right] = \$292,600.00$$

Retomemos el ejercicio de la pág. 59

Información a considerar:

- La maquinaria es adquirida en marzo
- La deuda originalmente se pagaba en septiembre (6 meses después)
- Dado que no vamos a poder pagar en septiembre fijamos nuestra fecha focal en junio (todo en el mismo año)

La propuesta al proveedor sería:

- Primer pago 1 mes antes de la fecha focal (mayo)
- Segundo pago en la fecha focal (junio)
- Tercer pago 4 meses después de la fecha focal



El primer paso es encontrar el valor de la deuda a la fecha focal:

$$VE_o = \frac{S}{1 + in_1} \quad V.Esq.original = \frac{44,200.00}{1 + 0.21 * \frac{3}{12}} = \frac{44,200.00}{1.0525}$$

$$VE_o = \$41,995.24$$

Operaciones en el simulador financiero:



1. Determinar el valor del esquema original de la deuda:

Ingresar las deudas contraídas que se quieran renegociar		Ingresar las fechas en meses en los cuales se cumplirá la deuda	
1er deuda	\$ 44,200.00	7ma deuda	
2da deuda		8va deuda	
3er deuda		9na deuda	
4ta deuda		10ma deuda	
5ta deuda		11va deuda	
6ta deuda		12va deuda	
Ingresar el interés NOMINAL correspondiente a la deuda		$V.Esq.original = \frac{S}{1 + in_1} + \frac{S}{1 + in_2} + \dots + \frac{S_n}{1 + in_n}$	
1er deuda	0.21	7ma deuda	
2da deuda		8va deuda	
3er deuda		9na deuda	
4ta deuda		10ma deuda	
5ta deuda		11va deuda	
6ta deuda		12va deuda	
		R= \$ 41,995.25	
		Menu	

* se puede convertir el periodo de días a meses en la sección de anexos

El siguiente paso es determinar el factor para pagar la deuda en partes iguales:

$$VE_n = S_1(1 + in_1) + S_2 + \frac{S_3}{1 + in_3}$$

$$VE_n = S_1(1 + 0.21 * \frac{1}{12}) + S_2 + \frac{S_3}{1 + 0.21 * \frac{4}{12}}$$

$$VE_n = x(1.0175) + 1 + \frac{1}{1.07}$$

$$VE_n = x(1.0175 + 1 + .934579439)$$

$$VE_n = x(2.952079439)$$

El siguiente paso es dividir el factor que encontramos entre el valor de la deuda original:

$$\$41,995.29 = x(2.952079439)$$

$$x = \frac{\$41,995.29}{2.952079439} = \$14,225.66$$

El resultado de la división es lo que tendremos que pagar al proveedor como resultado de la renegociación de la deuda en tres partes equivalentes de **\$14,225.66**.



Operaciones en el simulador financiero:

1. Determinar el valor del esquema original de la deuda: 

Ingresar las deudas contraídas que se quieran renegociar

1er deuda	\$ 44,200.00	7ma deuda	
2da deuda		8va deuda	
3er deuda		9na deuda	
4ta deuda		10ma deuda	
5ta deuda		11va deuda	
6ta deuda		12va deuda	

Ingresar las fechas en **meses** en los cuales se cumpliría la deuda

1er deuda	3	7ma deuda	
2da deuda		8va deuda	
3er deuda		9na deuda	
4ta deuda		10ma deuda	
5ta deuda		11va deuda	
6ta deuda		12va deuda	

* se puede convertir el periodo de días a meses en la sección de anexos

Ingresar el interés **NOMINAL** correspondiente a la deuda

1er deuda	0.21	7ma deuda	
2da deuda		8va deuda	
3er deuda		9na deuda	
4ta deuda		10ma deuda	
5ta deuda		11va deuda	
6ta deuda		12va deuda	

$$V. Esq. original = \frac{S}{1+in_1} + \frac{S}{1+in_2} + \dots + \frac{S_n}{1+in_n}$$

R= \$ 41,995.25

 **ESQUEMA NUEVO**



2. Determinación del nuevo esquema de pagos 

Ingresar los periodos en **meses** que transcurren antes de la fecha focal acordada

1				
---	--	--	--	--

* cada recuadro corresponde a un periodo diferente.

Ingresar los periodos en **meses** que transcurren después de la fecha focal acordada

4				
---	--	--	--	--

** en caso de tener el periodo en días, se pueden convertir en la página llamada anexos.

Ingresar la tasa de interés que el proveedor le cobrará

Ingresar el valor de la deuda en la fecha de la renegociación

Desea hacer un pago en la fecha focal escogida? Si / No

Digite 1 para Si, 0 para No

$$V Nuevo- Esq. = S_1 + \frac{S_2}{1+in_2} + \frac{S_3}{1+in_3} + \frac{S_4}{1+in_4} + \dots + \frac{S_n}{1+in_n}$$

valor de los pagos = \$ 14,225.65

Factor

 esquema original

Menu 

Otro caso

Suponga usted que una empresa tiene un adeudo de \$50,000.00 que deberá pagar en dos meses y medio y otro pagará por \$90,000.00 que debe saldar en 4 meses y medio. Su proveedor (en este caso su acreedor) acepta que la deuda total sea saldada en cuatro pagos iguales. El primero al momento de la renegociación, otro al siguiente mes, otro a los dos meses y el último pago en cuatro meses. ¿Cuál debe ser el monto justo de estos cuatro pagos, considerando que la tasa de interés vigente es del 18% anual?

Primer paso: encontrar el valor de las operaciones en una misma fecha para poder compararlas. (*Esta sería la fecha focal o fecha de valuación*). El valor presente de los pagos originales es la suma de los valores presentes de cada uno y la fecha focal es 2.5 y 4.5 meses previo al vencimiento de los pagos, ahora se tiene que:

$$VE_o = \frac{S}{1+in_1} + \frac{S}{1+in_2} \quad VE_o = \frac{50,000}{1+0.18 * \frac{2.5}{12}} + \frac{90,000}{1+0.18 * \frac{4.5}{12}}$$

$$= \frac{50,000}{1.0375} + \frac{90,000}{1.0675} = \$48,192.77 + 84,309.14 = \$132,501.91$$

Para la renegociación (fecha focal elegida), los pagos quedarían: el primero de inmediato, el segundo un mes después, otro a los dos meses y el último a los cuatro meses. Se sugiere que denotemos cada pago por "X" en el nuevo esquema, por lo que queda de la siguiente forma:

$$V.Nuevo..Esq = S_1 + \frac{S_2}{1+in_2} + \frac{S_3}{1+in_3} + \frac{S_4}{1+in_4}$$

$$V.Nuevo..Esq = x + \frac{x}{1+0.18 * \frac{1}{12}} + \frac{x}{1+0.18 * \frac{2}{12}} + \frac{x}{1+0.18 * \frac{4}{12}}$$

$$V.Nuevo..Esq = x + \frac{x}{1.015} + \frac{x}{1.03} + \frac{x}{1.06}$$

$$= x \left(1 + \frac{1}{1.015} + \frac{1}{1.03} + \frac{1}{1.06} \right)$$

$$= x(1 + .9852216749 + .9708737864 + .9433962264) = x(3.899491688)$$

Las "X"
transformarlas
en 1

Ahora bien..... Para que el monto de los nuevos pagos sea justo, traemos el valor presente del esquema original y algebraicamente planteamos una ecuación equivalente, en los siguientes términos:

$$\$132,501.91 = x(3.899491688)$$

Se despeja la
"X"

Quedando de la siguiente manera:

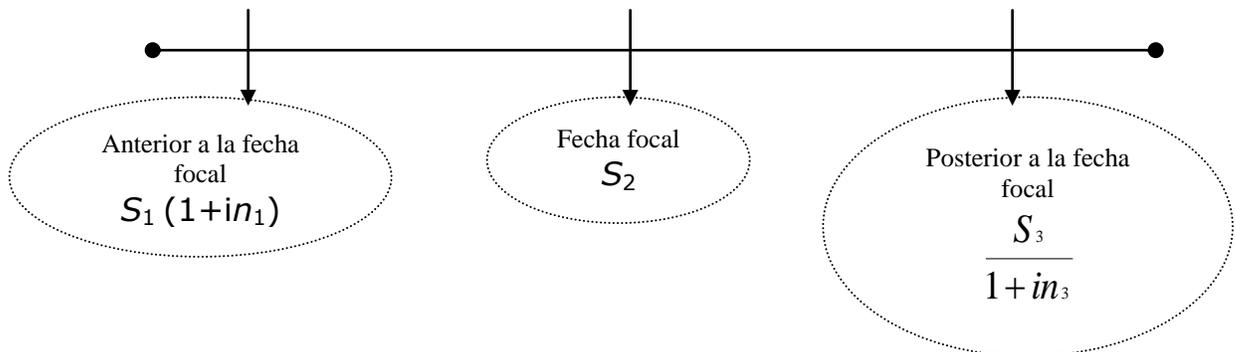
$$x = \frac{132,501.91}{3.899491688} = \$33,979.28$$

Que pasa si la misma operación, ahora se realiza, considerando la misma valuación de la deuda, pero ahora se realiza: el primer pago dos meses antes de la fecha focal, el siguiente pago un mes antes de la fecha focal, el tercero en la fecha focal, y el último 4 meses posteriores a la fecha focal:

Recuerda que.....

Fecha del pago	Valor
Anterior a la fecha focal	$S_1 (1+in_1)$
Coincide con la fecha focal	S_2
Posterior a la fecha focal	$\frac{S_3}{1+in_3}$

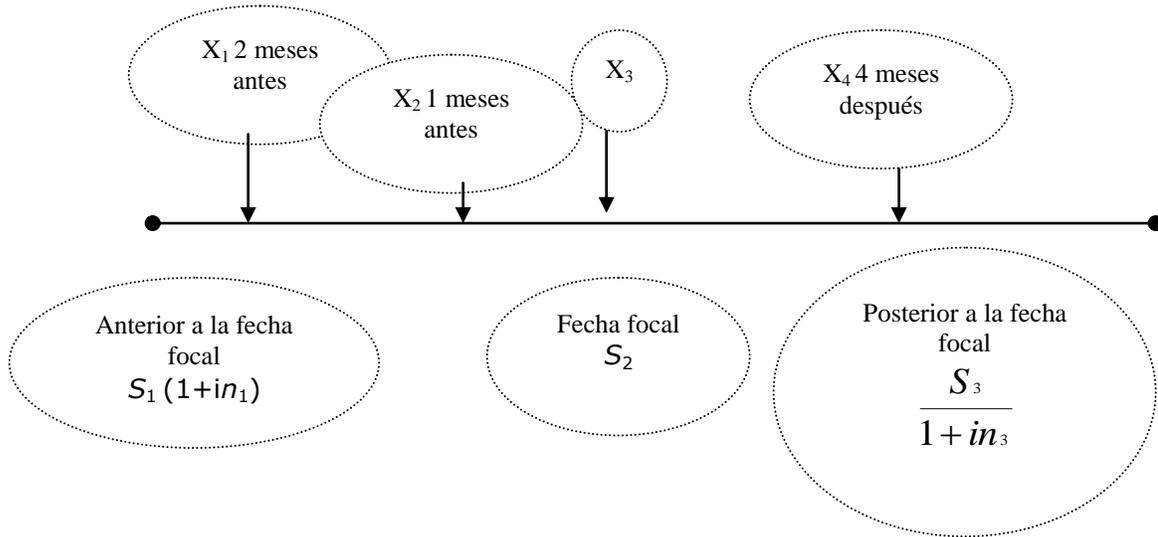
En una línea del tiempo se vería de la siguiente manera:



El ejemplo se representaría de la siguiente forma:

Datos: el primer pago se hace dos meses antes de la fecha focal, el siguiente pago un mes antes de la fecha focal, el tercero en la fecha focal, y el último 4 meses posteriores a la fecha focal: (**tasa del 18% anual**)

Su línea de tiempo es:



$$VE_n = S_1(1+in_1) + S_2(1+in_2) + S_3 + \frac{S_4}{1+in_4}$$

$$VE_n = S_1(1+0.18*\frac{2}{12}) + S_2(1+0.18*\frac{1}{12}) + S_3 + \frac{S_4}{1+0.18*\frac{4}{12}}$$

$$VE_n = x(1.03) + 1.015 + 1 + \frac{1}{1.06}$$

$$VE_n = x(1.03 + 1.015 + 1 + .9433962264)$$

$$VE_n = x(3.988396226)$$



Ahora la ecuación de valores equivalentes es:

$$\$132,501.91 = x(3.988396226)$$

$$x = \frac{132,501.91}{3.988396226} = \$33,221.85$$

ACTIVIDADES PARA REFORZAMIENTO DE LOS TEMAS VISTOS EN ESTE CAPÍTULO:



VUELVASE UN PROFESOR REVISANDO LOS SIGUIENTES EJEMPLOS Y EN SU CASO CORRIJALOS:
 Enviar sus comentarios al autor:
agarcias@ucc.mx

De la Base de datos de Pastor (1999), tenemos los siguientes ejercicios (verifique que estén calculados correctamente)

1.- ¿Cuál es el interés simple en un préstamo a tres meses de \$18,000.00 al 26.8% anual?

Respuesta:

P = 18000
 i = 26.8% Anual
 n = 3 Meses (90/360 = .25)
 I = ?

$$I = Pin$$

$$I = 18000 * .268 * .25$$

$$I = 18000 * .067$$

$$I = \$1,206.00$$

2.- ¿Cuál es el monto que deberá pagar una persona que recibe un préstamo de \$15,000.00 con una tasa de interés del 22.4% anual a un plazo de dos meses?

P = 15000
 i = 22.4 % Anual
 n = 2 Meses (60/360 = .166)
 I = ?

$$I = Pin$$

$$I = 15000 * .224 * .166$$

$$I = 15000 * .037$$

$$I = \$557.76$$

$$S = P + I$$

$$S = 15000 + 557.76$$

$$S = \$15,557.76$$

3.- Determine el saldo promedio durante septiembre de una cuenta de cheques si el 1 de octubre se le abonó un interés de \$68.98 y si la tasa de interés que pagó el banco en este mes fue del 9.65%

P = ?
 i = 9.65 % Anual
 n = 1 Meses (30/360 = .083)
 I = 68.98

$$P = I / in$$

$$P = 68.98 / (.0965 * .083)$$

$$P = 68.98 / .008$$

$$P = \$8,622.53$$

4.- Determine la tasa de interés anual que pagó el banco durante octubre si a una cuenta de cheques con un saldo promedio en octubre de \$8,673.56 se le abonó un interés de \$58.47.

P = 8673.56
 i = ?
 n = 1 Meses (30/360 = .083)
 I = 58.47

$$i = I / Pn$$

$$i = 58.47 / (8673.56 * .083)$$

$$i = 58.47 / 719.90$$

$$i = .081 = 8.1\%$$

5.- Determine el interés que recibe una cuenta de cheques el 1 de agosto si el saldo promedio del mes de julio fue de \$6,259.05 y la tasa de interés anual en este período fue del 8.45%.

P = 6259.05
 i = 8.45% Anual
 n = 1 Meses (30/360 = .083)
 I = ?

$$I = Pin$$

$$I = 6259.05 * .0845 * .083$$

$$I = 18000 * .00701$$

$$I = \$43.89$$

6.- Una persona compra una sala el 9 de mayo que tiene un valor de contado de \$3,800.00. Paga un enganche de \$2,300.00 y conviene pagar \$1,600.00 el 23 de julio para liquidar el saldo. ¿Qué tasa de interés simple pagó?

P = 3800 - 2300 = 1500
 i = ?
 S = 1600
 n = 75 días (75/360 = .208)
 I = 100

$$i = I / Pn$$

$$S = P + I$$

$$I = S - P$$

$$I = 1600 - 1500$$

$$I = 100$$

$$i = 100 / (1500 * .208)$$

$$i = 100 / 312$$

$$i = .324 = 32.4\%$$

7.- El 17 de marzo un plomero pide un préstamo de \$4,500.00 a su suegro para la compra de material y herramientas necesaria para una obra. Determina el monto que debe pagar el plomero a su suegro el 4 de julio para liquidar la deuda si ambos acordaron el pago de un interés anual simple del 9%.

P = 4500
 i = 9% Anual
 n = 79 días (79/360 = .219)
 I = ?

$$I = Pin$$

$$I = 4500 * .09 * .219$$

$$I = 88.87$$

$$S = P + I$$

$$S = 4500 + 88.87$$

$$S = \$4,588.87$$

8.- Un agricultor recibe un préstamo para compra de semillas de \$12,400.00 el 16 de mayo y acepta pagar un interés anual simple del 31.8%. ¿Cuál es el plazo máximo del préstamo si estima que una vez levantada la cosecha y separado sus utilidades contara con \$13,800.00 para saldar la deuda?

$P = 12400$
 $i = 31.8\%$ Anual
 $n = ?$
 $I = S - P = 13800 - 12400$
 $I = 1400$

$$n = I / Pi$$

$$n = 1400 / 12400 * .318$$

$$n = 1400 / 3943.2$$

$$n = .355 * 360$$

$$n = 127.81 \text{ días}$$

9.- Al recibir mercancía un comerciante sólo paga el 50% del valor de ella, mientras que el 50% restante lo salda a 45 días pagando un interés del 8.5% anual simple.

- a) Determine el monto del pago que debe hacer el comerciante para liquidar un pedido que tiene un valor de \$5670.

$P = 5670$ 50% = 2835
 $i = 8.5\%$ Anual
 $n = 45 \text{ días} = 45/360 = .125$
 $I = ?$

$$S = P(1 + in)$$

$$S = P(1 + in)$$

$$S = 2835 (1 + (.085 * .125))$$

$$S = 2835 * 1.0106$$

$$S = \$2,865.12$$

Comprobar:

$$I = Pin$$

$$I = 2835 * .085 * .125$$

$$I = 30.12$$

$$S = P + I$$

$$S = 2835 + 30.12$$

$$S = \$2,865.12$$

- b) Para liquidar otro período el comerciante pago un monto total de \$3,890.91. determine el valor total del pedido.

$P = ?$
 $i = 8.5\%$ Anual
 $n = 45 \text{ días} = 45/360 = .125$
 $S = 3890.91$

$$P = S / (1 + in)$$

$$P = S / (1 + in)$$

$$P = 3890.91 / (1 + [.085 * .125])$$

$$P = 3890.91 / 1.0106$$

$$P = \$3,850.098$$

Comprobar:

$$I = Pin$$

$$I = 3850.098 * .085 * .125$$

$$I = 40.9$$

$$S = P + I$$

$$S = 3850.098 + 40.9$$

$$S = \$3,891.005$$

10.- La tasa de interés mensual que cobra cierta tarjeta de crédito es del 3.344%

A) Determine el interés que se le carga a un tarjetahabiente que tuvo un saldo promedio mensual sujeto a cargos financieros de \$ 5678.98

$P = 5678.98$
 $i = 3.344\%$ Mensual
 $n = 1$ Mes
 $I = ?$

$$I = Pin$$

$$I = Pin$$
$$I = 5678.98 * .0334 * 1$$
$$I = \$189.67$$

B) ¿Cuál fue el saldo promedio mensual sujeto a cargos financieros de un tarjetahabiente al que se le cobró un interés de \$185.68?

$P = ?$
 $i = 3.344\%$ Mensual
 $n = 1$ Mes
 $I = 185.68$

$$P = I / in$$

$$P = 185.68 / (.0334 * 1)$$
$$P = 185.68 / .0334$$
$$P = \$5,559.281$$

EJERCICIOS PARA RESOLVER:

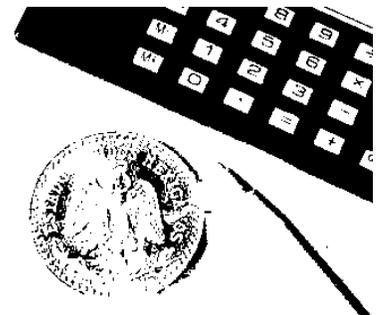
INTERÉS SIMPLE

1. Determine el interés que genera un capital de \$ 105,000.00 en 5 meses con una tasa nominal del 3%. (compruébelo)

2. Determine el interés que genera un capital de \$ 310,000.00 en 7 meses con una tasa nominal del 8%. (compruébelo)

3. Encontrar el monto final de los siguientes pagos:

$P = \$ 400\,000.00$ 40% al contado y 60% a crédito
 $n = 4.5$ meses (135 días)
 $i = 20\%$ (compruébelo)



4. Determinar el monto y luego despeje sus demás literales:

$P = \$ 200\,000.00$ 25% al contado y 75% a crédito $n = 5$ meses (150 días) $i = 20\%$
VALOR PRESENTE Y VALOR FUTURO

1. Obtenga el valor presente de un pago final de \$60,500.00 que se hará dentro de 45 días con una tasa del 15%

2. Encuentre el valor futuro de un adeudo que el día de hoy importa \$75,400.00 por el cual nos cobrarán una tasa del 6% para pagar dentro de un mes.

ECUACIONES DE VALORES EQUIVALENTES

1. La deuda original es de \$125,000.00 a pagar en 2 pagos: uno en 3 meses por \$65,000.00 y otro en 5 meses por \$60,000.00 por los cuales nos cobran un interés del 20%, como sabemos que no se podrán liquidar le proponemos al proveedor liquidarle en 5 pagos iguales, uno en la fecha focal acordada, otro un mes después, otro pago dos meses después, el siguiente tres meses después y el último cuatro meses después, el proveedor acepta y nos respeta la tasa de interés cobrada hasta entonces, para establecer el nuevo esquema de pagos.

2. Determine el valor original de una deuda de 450 mil pesos por la cual se realizaría el primer pago dando 44.44% dentro de 3 meses, y el segundo pago del 66.66% 5 meses después, cobrando una tasa del 15%, y el valor de la renegociación con el proveedor si se hacen 4 pagos, el primero en la fecha de la negociación, el segundo 2 meses después, el 3ro 4 meses después y el 4to 6 meses después y se nos cobra una nueva tasa del 18%



La solución de estos ejercicios, en la sección de anexos

3.2.- INTERÉS COMPUESTO

3.2.1. Conceptos básicos y ejercicios: Recuerda que la metodología para el cálculo del interés compuesto es similar al interés simple. En todo momento se trabajará con la expresión $(1+i)$, $(1+i*n)$Lo que hace diferente este tema, es desde luego la capitalización de las tasas y el incremento de “P” en “n” tiempo con “i” tasa.

Supongamos que ahorraste \$150,000.00 a una tasa del 10% anual (0.83% mensual, o sea 0.0833), a un plazo de un mes. En teoría, tomamos la fórmula del monto del interés simple, quedando de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} S &= P(1 + in) = 150,000(1 + 0.00833 * 1) \\ &= 150,000(1.00833) = \$151,249.50 \end{aligned}$$

Supongamos, que nuevamente se quiere invertir la misma cantidad a otro mes y con la misma tasa. Desde luego, sin retirar el interés, de lo contrario caemos en el interés simple y de lo que trata este tema es del interés compuesto.

Entonces tenemos que:

$$\begin{aligned} S &= P(1 + in) = 151,249.50(1 + 0.0833 * 1) \\ &= 151,249.50 * (1.00833) * 1 = \$152,509.408 \end{aligned}$$

El inversionista, nuevamente desea invertir otro mes y con la misma tasa, el importe de su capital. **(Se continúa con el mismo procedimiento anterior.)**

Se imagina que una persona quiera estar calculando 100, 200 o 300 meses..... Es por ello que el interés compuesto, viene a proporcionar una forma simple de poder capitalizar cada uno de los meses en que se desea estar invirtiendo.

Es por ello, que tomando la formula de interés simple, integramos las capitalizaciones. Esto es, el interés ganado en una inversión se integra al capital, denominando a esto, la capitalización, y al período en que el interés puede convertirse en capital se le llama período de capitalización.

Como se visualiza con un simulador en Excel

INTERÉS COMPUESTO (CON CAPITALIZACIONES)



Descripción

$$S = P(1 + i)^n$$

Donde : $n = \frac{m}{n}$

$$P = \frac{S}{(1 + i)^n}$$

$$i = 1 - \left(\frac{S^{(1/n)}}{P}\right)$$

$$n = \frac{(\log S - \log P)}{\log(1 + i)}$$

Instrucciones

Variables	Valores
S =	
P =	\$ 150,000.00
i =	10.00%
Capitalización	mensual
Tasa de interes del periodo	0.83%
n =	2.00
Resultado	
S =	\$152,510.42

Nomenclatura:

- S = Monto obtenido
- P = Capital o principal
- i = Tasa de interés anual aplicable
- n = Plazo de la inversión (años, meses, días, etc...)



La diferencia en el resultado, es por el redondeo de la tasa (.008 ó .008333)

Otro ejemplo de un simulador que se puede descargar en:

<http://www.garciasantillan.com/>

Sección DESCARGA DE SIMULADORES:

<http://sites.google.com/site/educacionvirtualucc/>

ó <http://www.arturogarciaucc.mx.gs/>



Prof. 7/5

En la práctica financiera, los períodos de capitalización más comunes son los mensuales, trimestrales, semestrales y anuales, aunque no por ello, se excluya a los bimestrales y cuatrimestrales. El Sistema Financiero Mexicano (Al igual que el internacional), opera con instrumentos de deuda e inversión, cuyos plazos son de: 7, 14, 28, 91 o 182 días.

Resumiendo: el interés compuesto, lo utilizaremos en operaciones a largo plazo, y a diferencia del interés simple (el interés simple no se capitaliza), el interés generado en cada período se incluye al capital.

Para comprender mejor, resolvamos un ejercicio simple con ambos métodos (interés simple e interés compuesto)

Datos: $P = \$100,000.00$ $i = 15\%$ anual $n =$ dos meses

Con interés simple

$$S = P(1 + in)$$

$$S = 100,000\left(1 + \frac{0.15}{12} * 2\right)$$

$$S = 100,000(1.025) = \$102,500.00$$

Puedes comprobar, calculando el interés de un mes, y posteriormente, calcular el segundo, y coincide con el resultado obtenido en el interés compuesto (101,250 y 102,515.625)

Con interés compuesto

$$S = P(1 + i)^n$$

$$S = 100,000(1 + 0.0125)^2$$

$$S = 100,000(1.02515625) = \$102,515.63$$

NOTE LA DIFERENCIA

NOTA IMPORTANTE:

EL CAPITAL NO PERMANECE FIJO A LO LARGO DEL TIEMPO, ESTE SE INCREMENTA, ASÍ COMO EL INTERÉS QUE GENERA LA INVERSIÓN, DE IGUAL FORMA AUMENTA EN CADA CAPITALIZACIÓN.

Así, si denotamos por “ i ” a la tasa de interés por el período de capitalizaciones, el monto del capital invertido después de “ n ” períodos de capitalización es

$$S = P(1 + i)^n$$

En esta fórmula, la tasa de interés se especifica por el período de capitalización. En la práctica financiera, lo más común es expresar la tasa de interés de forma anual e indicando el período de capitalización. Ejemplo de ello, podemos decir que tenemos una tasa del 18% anual capitalizable mensualmente. O la misma tasa del 18% capitalizable semestralmente, trimestralmente, bimestralmente.

CUANDO LA TASA DE INTERÉS SE EXPRESA DE MANERA ANUAL, SE REFIERE A LA TASA NOMINAL, de ahí la necesidad de dividir la tasa anual por el tipo de capitalización en el ejercicio.

Ejemplo de ello tenemos: Si la tasa anual es del 12% y las capitalizaciones son:



Diario	12%/360 ó 12%/365 (interés ordinario o interés exacto)
Semanal	12%/52.1428571 semanas = 0.23013699
Quincenal	12%/24.33333 quincenas = 0.4931507
Mensual	12/12= 1% ó .01
Bimestral	12/6 = 2% ó .02
Trimestral	12/4 = 3% ó .03
Cuatrimestral	12/3= 4% ó .04
Semestral	12/2= 6% ó .06

Cuando la tasa de interés se especifica nominalmente, se tiene

$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$$

En donde “ i ” es la tasa nominal, “ m ” el tipo de capitalización por año y “ n ” el número de capitalizaciones que comprende el plazo de la inversión.

Pero, ¿Qué fórmula debemos utilizar?



$$S = P(1 + i)^n \quad \text{ó} \quad S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$$

EJERCICIOS:

Desarrolle los siguientes casos (con ambos procedimientos)

P: \$100,000.00 i: 14% anual capitalizable mensualmente n: plazo de la inversión 3 años m: mensual .14/12= 0.01166667	P: \$100,000.00 i: 14% anual capitalizable trimestralmente n: plazo de la inversión 3 años m: trimestral .14/4= 0.035
---	---

De esta forma tenemos:

Capitalizable mensualmente (se incluye directamente la tasa mensual):

$$S = P(1 + i)^n$$

$$S = 100,000(1 + 0.0116666)^{36} \quad S = \$100,000(1.5182666) \quad \$151,826.66$$

Ahora con la fórmula del monto compuesto, se tiene

$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n \quad S = 100,000\left(1 + \frac{0.14}{12}\right)^{36} \quad S = \$151,826.66$$

Capitalizable trimestralmente (se incluye directamente la tasa trimestral):

$$S = P(1 + i)^n \quad S = 100,000(1 + 0.035)^{12} \quad S = 100,000(1.035)^{12}$$

$$S = 100,000(1.511068) \quad S = \$151,106.80$$

Ahora con la fórmula del monto compuesto, se tiene

$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n \quad S = 100,000\left(1 + \frac{0.14}{4}\right)^{12} \quad S = 100,000(1.511068)$$
$$S = \$151,106.80$$

Como podrán ver, es lo mismo sólo que dependerá como lo desees representar..... Todos esto cálculos son demasiado simples

Visualicemos un ejemplo más: La compañía “XFGT”, adeuda \$345,786.80 de un préstamo que recibió a 6 meses, tasado a una “*i*” nominal del 21.35%, capitalizable mensualmente. ¿Qué monto debe liquidar al vencimiento?

$$i = .2135/12 = 0.01779166667$$

$$S = P(1 + i)^n \quad S = P(1.01779166667)^6 \quad S = P(1.111612297)$$

$$S = \$384,380.86$$

Ahora otro ejemplo, que muestre mayor complejidad: Una persona (que se siente un galán) invierte \$20,000.00 a una tasa del 15% capitalizable bimestralmente, como sabe que el dinero lo ocupará, hasta pasados 1250 días, fecha en que se casará, lo invierte a 1246 días. El planteamiento, es muy simple, además que la formula se puede representar de la siguiente forma.

Con interés ordinario 360:
$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n = \left(\frac{t}{360} * m\right)}$$

Con interés exacto 365:
$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n = \left(\frac{t}{365} * m\right)}$$

Si *n* es el plazo de la inversión, y *m* es la capitalización, es necesario adecuar la ecuación, a los datos requeridos: **(tomaremos el interés ordinario)**

$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n = \left(\frac{t}{360} * m\right)}$$

↑
Calcular la tasa bimestral

$$S = P\left(1 + \frac{0.15}{6}\right)^{n = \left(\frac{1246}{360} * 6\right)}$$

↑
Calcula el periodo de la inversión, en bimestres

$$S = \$20,000.00(1 + 0.025)^{n = (20.76666667)} \quad S = 20,000.00(1.669932581)$$

$$S = \$33,398.65$$



Pasados los 1250 días que se diera de plazo para casarse, al galán del ejemplo anterior lo dejaron plantado en la Iglesia, por lo que ya no hubo bodorrio. Con dolor en pecho y totalmente consternado, decide invertir la cantidad de \$33,398.65 en pagarés a 14 días capitalizable en el mismo tiempo. Sus asesores financieros del grupo de la Maestría en Administración estiman que la tasa de interés nominal de los pagarés se mantendrá en el 15% anual. ¿En cuanto tiempo triplicara su inversión, para ver si corre con mejor suerte, en eso que denominamos “matrimonio”?

Donde:

i = tasa nominal

i_p : tasa de los pagarés a 14 días

P : inversión

n : plazo

Primeramente calculemos la tasa nominal de los pagarés (*interés ordinario*).

$$i_p : i * \frac{t}{360} \quad i_p : 15 * \frac{14}{360} \quad i = 0.5833333 \text{ Cada 14 días}$$

Así: $P(1+i)^n = P(1+0.0058333)^n = P(1.0058333)^n$

Entonces la inversión se triplica cuando el monto de la inversión, esté dado por $3P$. Para ello, se debe despejar n

$$P(1+i)^n = 3P$$

$$P(1+0.0058333)^n = 3P$$

$$(1.0058333)^n = 3$$

Al pasar P al lado derecho, se cancela

AHORA APLICAMOS LOGARITMOS

$$\text{Log}((1.0058333)^n) = \text{Log}(3) \quad \text{Si } \log(x^b) = b\log(x)$$

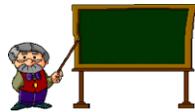
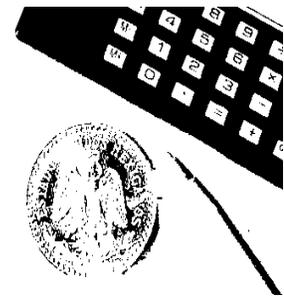
Entonces:

$$n\log(1.0058333) = \log(3)$$

Pasa dividiendo

$$n = \frac{\log(3)}{\log(1.0058333)} \quad n = \frac{0.4771212547}{0.0025260226183} \quad \mathbf{188.8824159}$$

El galán requiere de 188.8824159 períodos de 14 días para que su inversión se triplique. Algo así como 7.345427261 años, ó 2644.35 días, 63464.49 horas, 3'807,869.49 minutos, 228'472,169.5 segundos..... Y le podemos seguir, lo que mejor debemos hacer es sugerirle, que cancele la idea de casarse y se vaya de monje.



Sólo por curiosidad... ¿Cómo podremos comprobar lo dicho anteriormente?

$S = ?$

i = tasa nominal

i_p : tasa de los pagarés a 14 días

P : inversión

n : plazo

$$i_p : 15 * \frac{14}{360}$$

$$S = 33,398.65(1 + 0.0058333)^{1888824159}$$

$$S = 33,398.65(2.999999999999)$$

$$S = \$100,195.9497 \text{ (o sea } \$33,398.65 + \$33,398.65 + \$33,398.65 = \$100,195.95)$$

COMO UNA NOTA:

LOGARITMOS COMUNES Y NATURALES

En teoría se sabe que los valores posibles para la base de un logaritmo son ilimitados: para nuestro caso utilizaremos los más usuales, los de base 10 y los de base e . El de base e es igual a 2.71828. En la calculadora financiera se evalúan con ambas bases. Para la base 10 con la tecla **Log** y los de base e con la tecla **Ln** los primeros son logaritmos comunes o decimales, mientras que los segundos, son conocidos como logaritmo natural o neperiano.

Su expresión es la siguiente:

$$\text{Log}_{10}(x) = \text{Log}(x) \quad \text{y} \quad \text{Log}_e(x) = \text{Ln}(x)$$

EJERCICIOS PARA RESOLVER:

INTERÉS COMPUESTO

1. Andrés y Silvana acaban de tener a su primer hijo. Es una niña llamada Luciana. Andrés ese mismo día abre una cuenta para Luciana con la cantidad de \$3'000,000.00. ¿Qué cantidad habrá acumulado Luciana para la edad de 8 años, si el banco les ofrece un interés del 6%, capitalizable trimestralmente?
2. Manuelito de 8 años recibió un cheque de su abuelo por \$3,000.00 el día que ganó un concurso de natación. Pasó el tiempo y Manuelito olvido que había depositado ese dinero. A sus 26 años decide retirar lo acumulado. ¿Cuánto habrá acumulado en su cuenta Manuelito, si inicialmente le dieron una tasa del 12% con capitalización mensual y así continuo hasta el final?
3. Los señores Borja se pelearon; y la Sra. para aplacar su furia decidió ir de compras y adquirió una bolsa Fendi de la temporada recién salida en abril a \$5,689.45. El Sr. Borja, decide no pagar la tarjeta durante 4 meses para darle una lección a su mujer. Si el banco cobra un interés mensual de 3.344%.
¿Cuál será su saldo al mes de agosto?
4. Susana decide regalarle un coche a su hija que cumple 17 años. Y acuerda pagar un enganche de \$65,000.00 y saldar el resto en otro pago de \$58,000 tres meses después. Si 56 días antes de la fecha de vencimiento del adeudo de los \$58,000, Susana recibe una grande herencia y decide abrir un pagare a 28 días, ¿Qué cantidad debe depositar para que el monto final cubra exactamente los \$58,000 que adeuda si la tasa de interés anual es del 11.571%?
5. El Sr. Humberto Secchi quiere hacer 2 viajes para celebrar los 15 años de sus hijas respectivamente; con valor de \$25,000.00 cada uno. Para ello abre dos cuentas de ahorro, una para el viaje a Argentina que será con Alicia que actualmente tiene 11 años y 10 meses y la otra para el Crucero por el Caribe que será con Valeria quien tiene 9 años y 3 meses. El banco le va a brindar un interés anual del 14.8% capitalizable mensualmente.
¿Cuánto debe depositar en cada cuenta?
6. a) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de \$1,000 al 13% anual capitalizable trimestral?
b) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de \$1,000 al 13% anual capitalizable mensualmente?

- c) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de \$5,000 al 13% anual capitalizable mensualmente?
- d) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de \$1,000 al 6.5% anual capitalizable mensualmente?
7. a) ¿En cuánto tiempo una inversión de \$1,000 al 13% anual capitalizable trimestralmente alcanza los \$3,500?
- b) ¿En cuánto tiempo una inversión de \$1,000 al 13% anual capitalizables mensualmente alcanza los \$3,500?
- c) ¿En cuánto tiempo una inversión de \$1,000 al 6.5% anual capitalizable mensualmente alcanza los 3,500?



La solución de estos ejercicios, en la sección de anexos

3.2.2. VALOR PRESENTE Y VALOR FUTURO

El Valor Futuro no es otra cosa, que el valor que tendrá una inversión en un tiempo posterior (del presente al futuro).

$$VF_{inv} = VP_{inv} (1+i)^n$$

Donde:

VP_{inv} : Valor actual de la inversión

n : número de años de la inversión

i : tasa de interés anual expresada en tanto por uno

VF_{inv} : Valor futuro de la inversión

Aumenta, a medida que aumenta la tasa y el tiempo.

Suponga una inversión de 150,000, a 3 años con una tasa del 7.8%:

$$VF_{inv} = 150,000 (1.078)^3 = \underline{\underline{\$187,908.98}}$$

Se capitaliza en períodos anuales

Se capitaliza mensualmente

Con capitalización mensual

$$VF_{inv} = 150,000 (1 + i/12)^n \quad VF_{inv} = 150,000 (1 + 0.078/12)^{36}$$

$$VF_{inv} = 150,000 (1.0065)^{36} \quad VF_{inv} = 150,000 (1.262688) = \underline{\underline{\$189,403.20}}$$

El Valor Presente es el valor que tendrá una inversión futura en el presente, o sea hoy. (Del futuro al presente)

Misma notación, pero ahora la fórmula es:

$$VP_{inv} = \frac{VF_{inv}}{(1+i)^n} \quad VP_{inv} = \frac{187,908.98}{(1.078)^3} \quad VP_{inv} = \frac{187,908.98}{(1.252726552)} \quad VP_{inv} = \$150,000.00$$

Capitalización mensual

$$VP_{inv} = \frac{VF_{inv}}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n} \quad VP_{inv} = \frac{189,403.20}{\left(1 + \frac{0.078}{12}\right)^{36}} \quad VP_{inv} = \frac{189,403.20}{(1.262688)} \quad VP_{inv} = \$150,000.00$$

El VP_{inv} será mayor cuando menor sean i y n .



Recordando que los logaritmos son números artificiales, creados para simplificar las operaciones

Para calcular el número de períodos, tenemos los siguientes datos:
Suponga una inversión de 150,000, a 3 años con una tasa del 7.8%:

Con logaritmos neperianos: $\text{Log}_e(x) = \text{Ln}(x)$

$$n = \frac{\text{Ln}VF_{inv} - \text{Ln}VP_{inv}}{\text{Ln}(1+i)} \quad n = \frac{\text{Ln}187,908.98 - \text{Ln}150,000.00}{\text{Ln}(1.078)} \quad n = \frac{12.14371298 - 11.91839057}{(0.07510747249)}$$

$$n = \frac{0.22532241}{(0.07510747249)} \quad n = 2.999999901 \quad \mathbf{n = 3}$$

Con logaritmos base 10: $\text{Log}_{10}(x) = \text{Log}(x)$

$$n = \frac{L_{10}VF_{inv} - L_{10}VP_{inv}}{L_{10}(1+i)} \quad n = \frac{L187,908.98 - L150,000.00}{L(1.078)} \quad n = \frac{5.273947535 - 5.176091259}{0.03261876085}$$

$$n = \frac{0.097856276}{0.03261876085} \quad n = 2.999999799 \quad \mathbf{n = 3}$$

Otro ejemplo:

Determine el plazo necesario, para que una inversión de \$150,000.00 alcance los \$191,423.50 pesos si la tasa de interés es del 14.5% semestral.

(Con logaritmos base 10) $\text{Log}_{10}(x) = \text{Log}(x)$

$$n = \frac{L_{10}191,423.50 - L_{10}150,000}{L_{10}(1 + 14.5/2)} \quad n = \frac{5.281995253 - 5.176091259}{0.0303973008}$$

$$n = \frac{5.281995253 - 5.176091259}{0.0303973008} \quad n = \frac{0.105903994}{0.0303973008}$$

$$n = 3.483993355 \quad (\text{Tres semestres y fracción})$$

Comprobación:

$$\mathbf{VF_{inv} = VP_{inv} (1+i)^n}$$

Entonces tenemos

$$\mathbf{VF_{inv} = 150,000(1+0.0725)^{3.483993355}}$$

$$\mathbf{VF_{inv} = 150,000(1.276156668) \quad VF_{inv} = \$191,423.50}$$

Resulta muy similar, ¿no cree Ud...?

Mismo ejemplo con un simulador:

Determine el plazo necesario, para que una inversión de \$150,000.00 alcance los \$191,423.50 pesos si la tasa de interés es del 14.5% semestral.

(Con logaritmos base 10) $\text{Log}_{10}(x) = \text{Log}(x)$

$n = 3.483993355$ (Tres semestres y fracción)

LOGARITMO

FORMULA

$$n = \frac{\log M - \log C}{\log(1 + i)}$$

MENÚ

DATOS A INTRODUCIR		ANUAL	SEMESTRAL	CUATRIMESTRAL	TRIMESTRAL	BIMESTRAL	MENSUAL	DIAS
Periodo :	n =	1.800920281	3.483993335	5.166200918	6.848181014	10.21190841	20.30261677	605.5499492
Monto	M =	\$ 191,423.50	191423.5	191423.5	191423.5	191423.5	\$ 191,423.50	\$ 191,423.50
Capital	C =	150000	150000	150000	150000	150000	150000	150000
Tasa de interés	i =	14.500%	7.25%	4.83%	3.63%	2.42%	1.208%	0.040%

SITUACION:

Mismo resultado

Ejercicios para recordar: (resuélvalos)

a).- ¿En cuánto tiempo una inversión de \$1,000.00 al 13% anual capitalizable trimestralmente alcanza los \$3,500.00?

b).- ¿En cuánto tiempo una inversión de \$10,000.00 al 13% anual capitalizable mensualmente alcanza los \$35,000.00?

c).- ¿En cuánto tiempo una inversión de \$1,000.00 al 6.5% anual capitalizable mensualmente alcanza los \$5,000.00?

3.2.3. TASAS DE RENDIMIENTO Y DESCUENTO

- Conceptos básicos y ejercicios:

La tasa de interés se refiere: A la valoración del costo que implica la posesión de dinero producto de un crédito. Rébito que causa una operación, en cierto plazo, y que se expresa porcentualmente respecto al capital que lo produce. Es el precio en porcentaje que se paga por el uso de fondos financiados².

LA TASA DE RENDIMIENTO SE REFIERE A LA TASA QUE EL INVERSIONISTA ESPERA OBTENER DE SUS INVERSIONES, CLARO ESTÁ, ANTES DE LA CARGA TRIBUTARIA.

Si buscamos los componentes que son base para la determinación de la tasa de rendimiento que ofrecen los instrumentos de inversión, podríamos decir: que la tasa de rendimiento debiera exceder a la tasa de mercado en proyectos de riesgo.



DEBIERA CONSIDERARSE ENTRE OTRAS COSAS: la tasa real, la inflación acumulada en el lapso de tiempo de la inversión, el grado de riesgo:

Como función lineal, situaríamos a la tasa de rendimiento como:

$$Tr = [i + i_f + p_l + p_r +)\beta$$

Esta pudiera ser una fórmula para determinar una tasa de rendimiento acorde a la inversión.

Donde:

T_r = tasa de rendimiento

i = interés real

i_f = inflación acumulada

p_l = prima de liquidez

p_r = prima de riesgo

β = beta del activo

Sin embargo en las operaciones activas y pasivas que llevan a cabo las instituciones financieras, éstas, sólo toman la tasa de referencia que el Banco de México autoriza para tal efecto.

² Disponible en Website <http://www.definicion.org/tasa-de-interes> [consultado el 300107]

En resumen, la tasa de rendimiento es el premio que se espera recibir, mientras que la tasa de descuento se refiere a un índice de rendimiento utilizado para descontar flujos futuros de efectivo a su valor actual (presente).

Veamos el caso de los Cetes

El Cete puede calcularse de dos maneras:

A partir de su tasa de rendimiento:

Teorema (1)

$$P_{cete} = \frac{V_{nom}}{\left(1 + \frac{i_{rt} * t}{360}\right)}$$

Donde:

P_{cete} = Precio del Cete (8 decimales)

V_{nom} = Valor nominal del Cete

i_{rt} = Rendimiento anual (tasa)

t = Plazo en días del Cete

O a partir de su tasa de descuento.

$$i_d = \frac{i_{rt}}{\left(1 + \frac{i_{rt} * t}{360}\right)}$$

Donde:

i_d = Tasa de descuento

i_{rt} = Rendimiento anual (tasa)

t = Plazo en días del Cete

Se despeja i_{rt}

Teorema (2)

$$i_{rt} = \frac{i_d}{\left(1 - \frac{i_d * t}{360}\right)}$$

Si se sustituye el teorema 2 en 1..... Se obtiene el teorema 3

$$P_{cete} = V_{nom} * \left(1 - \frac{i_d * t}{360}\right)$$

Ejemplo de ello, lo podemos situar en el cálculo del siguiente paquete:

Un inversionista adquiere Cetes con un rendimiento anual del 14.7%. La colocación esta fechada el 31 de Marzo del 2006 y la fecha de vencimiento es el 28 de abril del mismo año (28 días por madurar el valor nominal de 10.0000).

Recordemos que los Cetes se adquieren a descuento en los mercados primario y secundario.

Se solicita calcular el valor de adquisición

a): calcular el principal a través de i_{rt}

b): calcular el precio a partir de i_d

c): calcular el precio a partir del teorema 3

$$P_{cete} = \frac{V_{nom}}{\left(1 + \frac{i_{rt} * t}{360}\right)} \quad P_{cete} = \frac{10}{\left(1 + \frac{0.147 * 28}{360}\right)} \quad P_{cete} = \frac{10}{(1.01143333333)} =$$

\$9.886959104 (a)

$$i_d = \frac{i_{rt}}{\left(1 + \frac{i_{rt} * t}{360}\right)} \quad i_d = \frac{0.147}{\left(1 + \frac{0.147 * 28}{360}\right)} \quad i_d = \frac{0.147}{(1.01143333333)} =$$

0.1453 » 14.53% (b)

Con la tasa de descuento (14.53%) se calcula el precio del Cete en su adquisición.

Su valor par, hasta su maduración (\$10.00), por eso es que se compra a descuento

$$P_{cete} = V_{nom} * \left(1 - \frac{i_d * t}{360}\right) \quad P_{cete} = 10 * \left(1 - \frac{0.1453 * 28}{360}\right)$$

$$P_{cete} = 10 * (1 - 0.0113011111) \quad P_{cete} = 10 * (0.9886988889) =$$

9.886988889 (c)

3.2.4. TASAS DE INTERÉS

- Conceptos básicos y ejercicios:

Tasa nominal y tasa efectiva: La tasa nominal es la tasa pasiva sin capitalizar. La tasa efectiva es la que resulta de capitalizar la tasa nominal, la cual depende de los períodos de capitalización (diario, semanal, mensual, semestral o anual).



Veamos en la siguiente tabla un ejercicio de forma comparada

Tasa nominal y efectiva con distintos períodos de capitalización			
Capitalización mensual (n=12)		Capitalización semestral (n=2)	
Tasa nominal anual	Tasa efectiva anual	Tasa nominal anual	Tasa efectiva anual
6.00	6.1678	6.00	6.0900
9.00	9.3807	9.00	9.2025
12.00	12.6825	12.00	12.3600
15.00	16.0755	15.00	15.5624
18.00	19.5618	18.00	18.8100
24.00	26.8242	24.00	25.4400
27.00	30.6050	27.00	28.8225
30.00	34.4889	30.00	32.2500
33.00	38.4784	33.00	35.7225
36.00	42.5761	36.00	39.2400

La Tabla 1 muestra la variación en las tasas nominales y efectivas para distintos períodos de capitalización.

La relación entre la tasa nominal y la tasa efectiva se muestra en la Fórmula 1.

$$TE = \left[\left(1 + \frac{Tn}{m} \right)^n - 1 \right] * 100 \quad \text{Fórmula 1}$$

En donde:

TE = Tasa efectiva

Tn = Tasa nominal

n = Número de períodos de capitalización

m = capitalización

También se puede calcular de la siguiente manera:

Si f es la tasa efectiva, i la tasa de interés por el período de capitalización y por m al número de períodos (Pastor, 1999).

Entonces:

$$f = (1 + i)^m - 1 \quad \text{Fórmula 1.A}$$

Ejemplo

Calcule la tasa efectiva anual si se tiene una tasa nominal mensual del 12%. En este caso sustituyendo en la **Fórmula 1** se tiene que:

$$TE = \left[\left(1 + \frac{0.12}{12} \right)^{12} - 1 \right] * 100 = 12.68\%$$

Con la fórmula 1.A

$$f = (1 + i)^m - 1 \quad f = (1 + 0.01)^{12} - 1 \quad f = 0.1268250301$$

Ejemplo

Calcule la tasa efectiva anual si se tiene una tasa nominal semestral del 36%.

En este caso sustituyendo en la **Fórmula 1** se tiene que:

$$TE = \left[\left(1 + \frac{0.36}{2} \right)^2 - 1 \right] * 100 = 39.24\%$$

Ahora otro Ejemplo

Calcule la tasa efectiva anual si se tiene una tasa nominal diaria del 0.09%. En este caso sustituyendo en la **Fórmula 1** se tiene que:

$$TE = \left[\left(1 + \frac{0.009}{360} \right)^{360} - 1 \right] * 100 = 0.90405083\%$$

3.2.4.1. Tasa real

Representa la utilidad neta de una inversión de capital en una entidad financiera. Es decir, la tasa real es el rendimiento por encima de la inflación que se paga o se recibe en operaciones financieras. Está determinada en función de la tasa efectiva y de la tasa inflacionaria, tal y como se muestra en la **Fórmula 2**.

$$TR = \left[\frac{TE - TI}{1 + TI} \right] * 100 \text{ **Fórmula 2**}$$

En donde: TR = Tasa real, TE = Tasa efectiva, TI = Tasa inflacionaria

REALICEN LA SIGUIENTE ACTIVIDAD EN CLASE PARA FOMENTAR LA PARTICIPACIÓN DEL ALUMNO.

Desarrollar los siguientes Ejercicios:



Calcule las tasas efectivas de las tasas nominales de la siguiente Tabla:

Tasa nominal y efectiva con distintos períodos de capitalización			
Capitalización mensual		Capitalización quincenal	
Tasa nominal anual	Tasa efectiva anual	Tasa nominal anual	Tasa efectiva anual
1.00		1.00	
2.00		2.00	
3.55		3.55	
14.78		14.78	
18.68		18.68	
24.50		24.50	
26.00		26.00	



Ahora con:

Capitalización bimestral (n=6)

Capitalización trimestral (n=4)

Tasa nominal y efectiva con distintos períodos de capitalización			
Capitalización bimestral		Capitalización trimestral	
Tasa nominal anual	Tasa efectiva anual	Tasa nominal anual	Tasa efectiva anual
1.00		1.00	
2.00		2.00	
3.55		3.55	
14.78		14.78	
18.68		18.68	
24.50		24.50	
26.00		26.00	

SIGUIENTE EJERCICIO: Calcule la Tasa Real de las siguientes tasas efectivas

Considere una Inflación anual del 3.5% para todos los casos...
(Sólo para fines didácticos)

$$\uparrow TR = \left[\frac{TE - TI}{1 + TI} \right] * 100$$

Fórmula 2

En donde: TR = Tasa real, TE = Tasa efectiva, TI = Tasa inflacionaria

Capitalización mensual (n=12)		
Tasa nominal anual	Tasa efectiva anual	Tasa Real
6.00	6.1678	Ejemplo resuelto
9.00	9.3807	
12.00	12.6825	
15.00	16.0755	
18.00	19.5618	



Desarrollo de un ejemplo:

$$TR = \left[\frac{TE - TI}{1 + TI} \right] * 100 \quad TR = \left[\frac{0.061678 - 0.035}{1 + 0.035} \right] * 100 \quad TR = \left[\frac{0.026678}{1 + 0.035} \right] * 100 = 2.577584541$$

Resultado:

Capitalización mensual (n=12)		
Tasa nominal anual	Tasa efectiva anual	Tasa Real
6.00	6.1678	2.5776



3.2.4.2.- EJERCICIOS: Ahora considere una inflación mensual estimada durante el año del 0.5% (resuelva los ejercicios de la tabla)

Tasa nominal, efectiva y real					
Capitalización bimestral			Capitalización trimestral		
Tasa nominal anual	Tasa efectiva anual	Tasa real	Tasa nominal anual	Tasa efectiva anual	Tasa real
14.78	¿?	¿?	14.78		
18.68			18.68		
24.50			24.50		
26.00			26.00		

EJERCICIO RESUELTO DE EJEMPLO:

Tasa nominal anual del 14.78%

Primeramente se calcula la Tasa efectiva, para ello se requiere conocer la tasa bimestral.

$$(14.78/12)*2=2.463333 \text{ bimestral } \text{ ó } \underline{.1478/6= 2.463333}$$

Formula:
$$TR = \left[\frac{TE - TI}{1 + TI} \right] * 100$$

En donde:

- TE = Tasa efectiva,
- TN = Tasa nominal,
- m= capitalización,
- n= períodos de capitalización

$$TE = \left[\left(1 + \left(\frac{.1478}{6} \right)^6 - 1 \right) * 100 \right] \quad TE = \left[(1.02463333)^6 - 1 \right] * 100$$

$$TE = \left[(1.15720652) - 1 \right] * 100 = 15.720652\%$$

Ahora se calcula la Tasa real

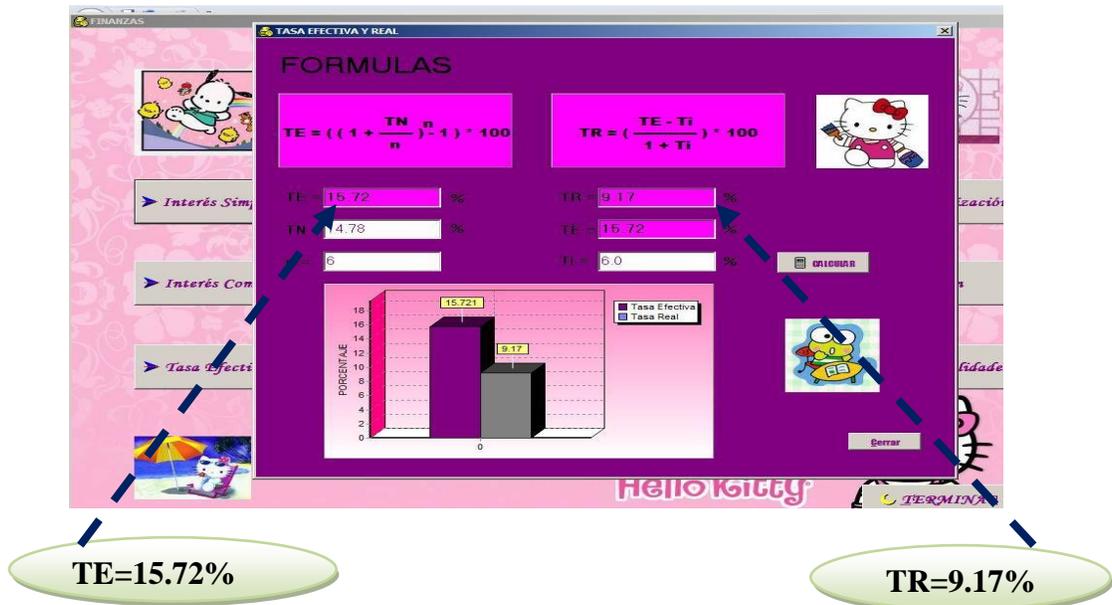
En donde:

- TR = Tasa real?,
- TE = Tasa efectiva 15.720652,
- TI = Tasa Inflacionaria 0.5% mensual * 12=6% anual

$$TR = \left[\frac{TE - TI}{1 + TI} \right] * 100 \quad TR = \left[\frac{.15720652 - .06}{1 + 0.06} \right] * 100$$

$$TR = \left[0.09170426 \right] * 100 = 9.170426\%$$

Como visualizar este cálculo en un simulador financiero:



Finalmente se tiene

Tasa nominal, efectiva y real			
Capitalización bimestral	Tasa nominal anual	Tasa efectiva anual	Tasa real
	14.78%	15.72%	9.17%

Este simulador, tiene descarga gratuita en:

<http://www.arturogarciaucc.mx.gs/> sección descargas y fue desarrollado por alumnas de la Maestría en Administración en la UCC

Practicando Mate-financiera con Kitty



3.2.4.3. TASAS EQUIVALENTES

En teoría, las tasas de interés con períodos distintos de capitalización son equivalentes, si en el largo plazo generan el mismo rendimiento. La tasa de interés es equivalente a su tasa efectiva asociada, porque ambas generan similares ganancias. En la práctica financiera y comercial, con frecuencia se hace necesario calcular la tasa equivalente, a partir de períodos de capitalización diferentes (Pastor, 1999).

Veamos un caso:

Banco de la ilusión: ofrece el 14.2% anual capitalizable mensualmente



Banco de las transas: ofrece el 15.0% anual capitalizable trimestralmente



El problema que se le viene al Banco de la ilusión es..... Que sus clientes le están cancelando sus cuentas, para irse con el Banco de las transas.... pudiera ser traición, pero no.....

**¡Debemos cuidar nuestro dinero!
... ¿no cree Usted?**



Como resolver este problema Pastor (1999), sugiere utilizar el procedimiento de las tasas efectivas. Es por ello, que calculamos la tasa efectiva del “Banco de las transas” que es nuestra competencia directa.

Para ello, podemos utilizar las siguientes fórmulas

$$TE = \left[\left(1 + \frac{0.15}{4}\right)^4 - 1 \right] * 100 = 15.8650415$$

ó

$$f = (1+i)^m - 1 \quad f = (1+0.0375)^4 - 1 \quad f = 0.158650415$$

Entonces como el primer Banco ofrece una tasa del 14.2% capitalizable mensualmente, ahora debemos encontrar la tasa que capitalizable mensualmente, rinde la tasa efectiva del 15.865% cuya capitalización es trimestral

Con ello se daría respuesta a la pregunta... ¿Qué tasa anual capitalizable mensualmente, debe pagar el Banco A, que le permita igualar los rendimientos del Banco B?

Ahora nos damos a la tarea de encontrar la tasa requerida, o sea, la tasa nominal que capitalizable mensualmente, sea equivalente a la tasa efectiva del 15.865%, ésta última, correspondiente a la tasa anual del 15% capitalizable trimestralmente que ofrece el Banco B

Los datos son:

Como tasa nominal (i), se toma la tasa efectiva (i_e) y a partir de la fórmula del monto compuesto:

$$S = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n \quad \text{Ahora tenemos que} \quad 1.15865 = \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12}$$

Despejemos i elevando a la potencia en que se desea capitalizar la tasa equivalente.

$$\left(1 + \frac{i}{12}\right) = (1.15865)^{1/12} \quad \text{Esto nos da.....} \quad (1.15865)^{0.083333333333}$$

$$(1.012346896)$$

Si la unidad esta sumando..... Pasa restando y queda la siguiente expresión:

$$\frac{i}{12} = 0.012346896$$

$$i = 12 * 0.012346896 = 0.148162752$$

Ahora hay que sugerirle al Banco de la ilusión que ofrezca una tasa anual capitalizable mensualmente de por lo menos 14.82% (redondeada), que es equivalente a la tasa nominal del 15% capitalizable trimestralmente, y equivalente a su tasa efectiva del 15.865%

Otra alternativa que presenta el Dr. Pastor, para identificar tasas equivalentes, a partir de las tasas nominales que ofrecen los bancos que se comparan es:

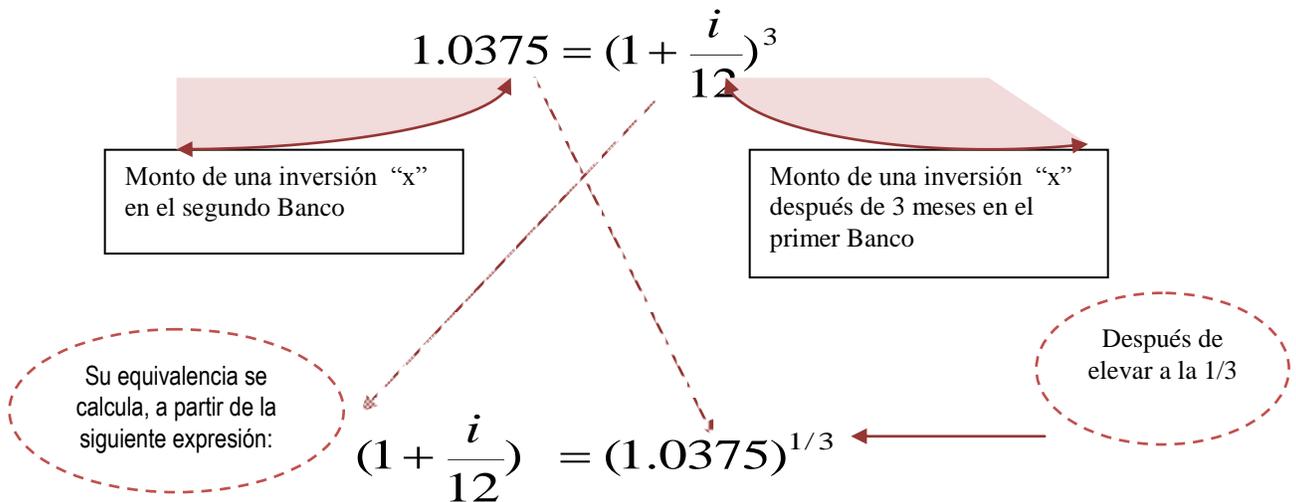
- a).- igualar los rendimientos de ambas tasas en el plazo más reciente en el que puedan coincidir.
- b).- No se requiere calcular tasa efectiva
- c).- Ubicar las capitalizaciones que ofrecen los bancos.... (**Es común que sea a 28 días, mensual, trimestral**)

Con lo anterior, entonces ahora debemos determinar las tasas

i_1 = tasa nominal para el primer banco (en este ejemplo es igual a $i/12$)

i_2 = tasa nominal del segundo banco (en este ejemplo es igual a $15/4 = 3.75\%$)

Con estos datos debemos satisfacer la siguiente ecuación



Tenemos que es = 1.012346926

Al igual que la primera alternativa: Se le resta la unidad y se multiplica por 12 y nuevamente tenemos una tasa equivalente del 14.816% $(1-1.012346926*12)$

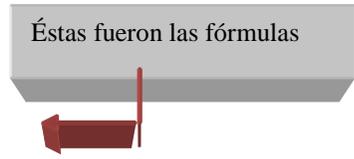
Si con todo esto, los clientes siguen cancelando sus cuentas, entonces deberán preocuparse los funcionarios del Banco y replantear su estrategia para cuidar a sus clientes.

3.3. VALOR PRESENTE y DESCUENTO COMPUESTO

Creerán que es un tema que ya quedo visto, efectivamente en este capítulo en el punto 3.1. Interés Simple, se comento sobre el tema en cuestión, sólo que ahora se estudiará el valor presente compuesto, su descuento e inflación.

Recordando: en la primera unidad, se analizaron problemas de valor presente en supuestos casos de corto plazo y que están basados en el interés simple.

$$P = \frac{S}{1 + in} \quad \text{y} \quad P = \frac{S}{1 + \frac{it}{360}}$$



Ahora bien, cuando la fecha de pago del adeudo es mayor, se utiliza la fórmula de valor presente utilizando interés compuesto. Así, en resumen podemos decir que el valor presente de una inversión que se pagará en el futuro, es el capital necesario que tenemos que invertir a una tasa “x” y a una fecha determinada, para cubrir un capital futuro.

Un empresario obtuvo un préstamo de Nacional Financiera a una tasa de interés muy baja. Ocho meses antes de la fecha en que debe pagar dicha cantidad, consigue un contrato que le da utilidades suficientes para pagar esa cantidad los \$248,000.00 que le prestaron. Considerando que el préstamo se acordó a tasas muy bajas, el empresario decide invertir el dinero necesario y que le permita pagar la deuda contraída, para ello busca un banco que le ofrece el mayor rendimiento, 14% anual capitalizable mensualmente. La pregunta es... ¿Cuánto debe invertir hoy (ocho meses antes) a la tasa del 14%, de tal manera que pueda pagar los \$248,000.00 en la fecha de vencimiento de su deuda?

Si P es la inversión inicial, después de ocho meses el capital crece a:

$$S = P \left(1 + \frac{i}{m} \right)^n \quad S = P \left(1 + \frac{0.14}{12} \right)^8$$

Si se desea que el monto sea \$248,000.00, entonces tenemos que satisfacer la siguiente ecuación:

$$S = P \left(1 + \frac{0.14}{12} \right)^8 \quad 248,000 = P \left(1 + \frac{0.14}{12} \right)^8$$

$$S = P(1 + 0.011666)^8 \quad S = P(1.011666)^8 \quad S = P(1.097234)$$

Se despeja P ↗

$$P = \frac{248,000}{1.097234} = \$226,022.89$$

Con esta cantidad invertida, a los ocho meses habrá acumulado los \$248,000.00 que le prestó Nacional Financiera

En resumen..... Podemos decir que, a la diferencia entre el valor del monto que se requiere para saldar una deuda y su valor actual neto o presente, le denominaremos **descuento compuesto**.

S es el monto de la deuda, i a la tasa de interés por el período de capitalización, n al número de períodos de capitalización que se anticipan y P es el valor presente de la deuda:

$$S = P(1 + i)^n$$

Despejamos P y tenemos:

$$P = \frac{S}{(1 + i)^n}$$

Valor presente
compuesto

$$P = \frac{S}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n}$$

Cuando la tasa de interés se expresa nominalmente y el número de capitalizaciones por año es m

3.4. INFLACIÓN

Esta variable explica el cambio del valor del peso, en el tiempo. Es decir, en períodos de inflación alta, nos pasa a perjudicar nuestro bolsillo y caso contrario cuando la inflación es baja no se reciente tanto, aunque también afecta pero en otros porcentajes. En la práctica, todo negocio requiere ser analizado con la inclusión de todas las variables macro y micro que pudiesen afectarnos. Ante esto, *La Tasa de Inflación* constituye una medida para evaluar el valor de la moneda en determinado período.

Ejemplo de ello: Una inflación anual del 10% eleva en promedio el precio de un bien de “x” cantidad a “1.10x” entre un período y otro (de un año al siguiente).

Así, si el precio actual de un producto es “y” pesos, entonces el año anterior en promedio sería de $y/1.10$. Pastor (1999) señala un error que es muy común en la práctica, ya que se pensaría que el año anterior, el valor de 100 pesos, era de 90. El verdadero significado es, que lo que hoy vale 100, hace un año hubiera sido de $100/1.10 = 90.90909091$ (comprobando $90.90909091 * 1.10\% = 100.00$)

Supongamos que en dos años la inflación continúa siendo del 10%. Hoy pagamos “x” pesos y en un año 1.10x pesos, en dos años $1.09(1.09x)=(1.09)^2x$

Su equivalencia sería, que lo que hoy nos cuesta “y” pesos, hubiéramos pagado $y/1.10$ pesos y hace dos años debimos haber pagado:

$$\frac{y}{1.10} = \frac{y}{1.10 * 1.10} = \frac{y}{(1.09)^2}$$

Así, aplicando el factor de acumulación y el tiempo, en resumen podemos decir que:

Lo que hoy cuesta “X” pesos, con el tiempo “n” costará $x(1+i)^n$

Lo que hoy cuesta “Y” pesos, habría costado $\frac{y}{(1+i)^n}$

Veamos un ejemplo muy “nice”,

¿En cuánto tiempo se podría reducir el poder adquisitivo de la moneda a la mitad, si la tasa de inflación anual promedio es del 15%? (sólo es un ejemplo, no se asusten).

Esto en lenguaje coloquial sería, en que tiempo lo que hoy vale x pesos costará 2x pesos.

Despeja n de la ecuación $x(1+i)^n=2x$ además sustituye $i = 0.15$ y si divides por x llegamos a

$$(1.15)^n = 2$$

Recordemos que en las ecuaciones en las que se tiene que despejar el exponente, se requiere utilizar logaritmos, de ahí que ahora tenemos:

$$\text{Log}((1.15)^n) = \text{log}(2) \quad \text{entonces} \quad \text{Log}((1.15)^n) = n \cdot \text{log}(1.15)$$

Entonces

$$n = \frac{\text{log}(2)}{\text{log}(1.15)} = \frac{0.3010299957}{0.06069784035} = 4.959$$

Algo así como 4.959 años (casi cinco), el poder adquisitivo de la moneda será como de la mitad, o sea 1 peso, valdrá .50 centavos, desde luego si la inflación promedio fuera del 15% anual..... Lo bueno es que sólo es un ejemplo....

3.5. ANUALIDADES

Definición: Se refiere a una serie de flujos normalmente de un mismo monto y períodos iguales. Pueden ser abonos o pagos y lo más importante, no necesariamente deben ser de periodicidad anual, sino mensual, quincenal, bimestral etc.

Al tiempo que transcurre entre un pago (o abono) y otro, se refiere al intervalo de pago o intervalo de abono según sea el caso que se desee calcular. Y el tiempo del contrato o convenio, se refiere al plazo de la anualidad, esto es, el rango de tiempo que transcurre entre el primer y último de los pagos o abonos

De tal forma, podríamos entender a la Anualidad o Renta: como el pago periódico que se realiza en un lapso de tiempo, considerando una tasa de interés y una capitalización en cuyo caso se fija al inicio de la firma del convenio.

Un ejemplo clásico de convenio es cuando adquirimos un automóvil, aquí ya sabemos cuándo principia y cuándo termina el plazo que nos dan para liquidar nuestro auto. *¿No es así?*



Tipos: En la literatura se pueden encontrar diversas clasificaciones de anualidades, pero centremos el tema en la siguiente clasificación:

- Ordinarias o Vencidas
- Anticipadas
- Diferidas
- Generales

3.5.1. ORDINARIAS



Son aquellas anualidades que son utilizadas con mayor frecuencia en la actividad financiera y comercial. También son conocidas como anualidades ciertas, simples e inmediatas.

Las características de éste tipo de anualidades son:

- Los pagos o abonos se realizan al final de cada intervalo de pago
- Se conoce desde la firma del convenio, las fechas de inicio y término del plazo de la anualidad
- Las capitalizaciones coinciden con el intervalo de pago
- El plazo inicia con la firma del convenio

3.5.1.1. Variables que se utilizan en este apartado:

VPN: Valor Presente Neto (de un conjunto de pagos o abonos)

VF ó M: Valor Futuro o Monto (de la suma de unos pagos o abonos)

A ó Rp: Anualidad o Renta periódica (cuota uniforme o anualidad)

m: Capitalización (por su tipo de capitalización, mensual, bimestral etc., la tasa se divide entre el tipo de capitalización: ejemplo de ello si tenemos una tasa nominal del 12% capitalizable mensualmente = (12%/12)

i: Tasa de Interés (la tasa que integra el factor de acumulación o descuento $1+i$)

n: Tiempo



ACLARACION: Para no generar confusión en lo referente a la tasa, la representación i/m , se refiere a la tasa nominal que se divide entre el número de meses dependiendo la capitalización. Ejemplo si nos dan una tasa del 12% nominal capitalizable mensualmente, sabemos que debemos dividir $12/12=1\%$ POR LO ANTERIOR El lector podrá encontrar indistintamente la tasa en su forma i ó en su forma i/m .

3.5.1.2. Procedimiento:

Para calcular monto de una serie de pagos, el pago periódico, la tasa y el tiempo, utilizaremos las siguientes fórmulas:

$$\text{Su monto: } VF = Rp \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} \quad \text{ó} \quad M = A \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i}$$

Cuando las tasas de interés cambian en el lapso del tiempo, se buscara el VF de la anualidad de la siguiente forma: Calculando VF_1, VF_2, VF_n , esto es, cuantas veces cambie la i , la fórmula se modifica en los siguientes términos.

Para una primera tasa $VF = Rp \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i}$, después

$$VF_2 = VF_1(1 + \frac{i}{m})^n + Rp \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} \text{ y así sucesivamente}$$

$$VF_n = VF_n(1 + \frac{i}{m})^n + Rp \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i}$$

La Anualidad o Renta Periódica:

$$Rp = \left[\frac{VF}{(1 + \frac{i}{m})^n - 1} \right] \frac{i}{i} \quad \text{ó} \quad A = \left[\frac{M}{(1 + \frac{i}{m})^n - 1} \right] \frac{i}{i}$$

Su valor presente:

$$VPN = Rp \frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{i} \quad \text{Se despeja} \quad Rp = \frac{VPN}{\frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{i}}$$

Para calcular el tiempo "n" en valor futuro

$$VF = Rp \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} \quad Rp \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} = VF \quad \text{Pasa dividiendo } Rp$$

$$\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} = \frac{VF}{Rp} \quad \text{La } i \text{ pasa multiplicando} \quad (1 + \frac{i}{m})^n - 1 = \left[\left(\frac{VF}{Rp} \right) * i \right] \text{ y}$$

la unidad pasa sumando $(1 + \frac{i}{m})^n = \left[\left(\frac{VF}{Rp} \right) * i \right] + 1$ ahora aplicamos

logaritmos $\log((1 + \frac{i}{m})^n) = \log\left[\left(\frac{VF}{Rp}\right) * i\right] + 1$ y se despeja

$$n = \frac{\text{Log}\left[\left(\frac{VF}{Rp}\right) * i\right] + 1}{\text{Log}\left(1 + \frac{i}{m}\right)} \quad \text{así de simple}$$

Para calcular el tiempo “-n” en valor presente neto

De la fórmula $VPN = Rp \frac{1 - (1 + i/m)^{-n}}{i/m}$ tenemos que $\frac{VPN * i/m}{Rp} = 1 - (1 + i/m)^{-n}$

Para despejar $-n$ $(1 + i/m)^{-n} = 1 - \left[\frac{NPV * i/m}{Rp} \right]$ Así obtenemos

$Log((1 + i/m)^{-n}) = Log(1 - \left[\frac{NPV * i/m}{Rp} \right])$ Ahora se tiene la expresión

$$-n = \frac{Log(1 - (\frac{NPV * i/m}{Rp}))}{Log(1 + i/m)}$$

Si obtenemos un resultado con decimales: ejemplo 5.78 esto quiere decir que son 5 pagos de una cantidad “x” y 1 pago por la diferencia.

Para ello se trae a valor presente el importe de los pagos:

$VPN = Rp \frac{1 - (1 + i/m)^{-n}}{i/m}$ Para conocer el valor del sexto pago tenemos:

$$VPN \text{ _de _la _deuda} = VPN \text{ _de _los _pagos} + \frac{x}{(1 + i/m)^n}$$

Al despejar “x” El VPN de la deuda pasa restando al VPN de los pagos y la diferencia se multiplica por el factor de acumulación $(1+i)$ con exponente $n+1$: esto es, n (numero de pagos) más el último pago (1). Para el caso que utilizamos de 5.78 pagos, entonces sería $5+1=6$ ($n=6$)

$$x = (1 + i/m)^6 * (VPN_{deuda} - VPN_{pagos})$$

Para calcular la tasa de interés "i"

En Valor Futuro o Monto

Del monto $VF = Rp \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i}$ tenemos que $Rp \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} = VF$ Rp pasa

dividiendo al lado derecho $\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} = VF/Rp$ y para calcular i , se hace al tanteo,

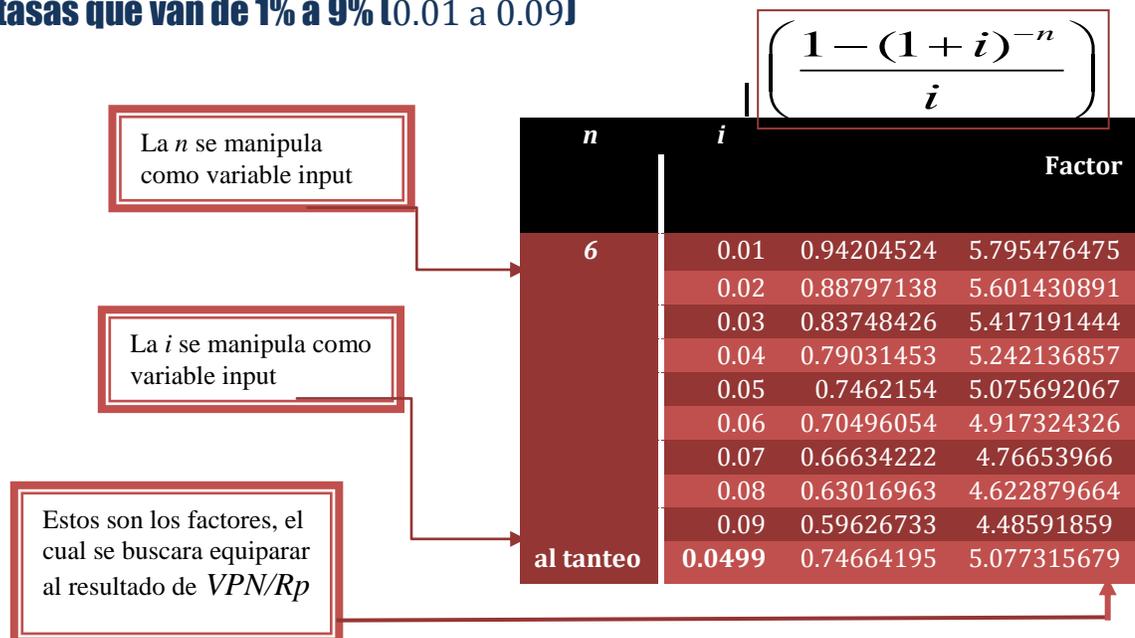
equiparando el factor resultante de VF/Rp

En Valor Presente Neto

Del valor presente $Rp = \frac{VPN}{\frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{i}}$ despejamos $\frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{i} = VPN/Rp$ y para

calcular i , se hace al tanteo, equiparando el factor resultante de VPN/Rp

En ambos casos se sugiere tener elaborada una tabla proforma, con valores de tasas que van de 1% a 9% [0.01 a 0.09]



3.5.13. Ejercicios Resueltos:

Anualidad ordinaria:

El Sr. Pérez ha decidido crear un fondo para su hijo, el pequeño Martín, el cual podrá disponer íntegramente el día de su graduación Universitaria. Para ello, comienza depositando \$200.00 al final de cada mes, dando inicio cuando su hijo Martín, cumplió un año y hasta el día de su cumpleaños número 23. Durante los primeros 10 años la cuenta le paga un interés de 12% anual capitalizable mensualmente. Los siguientes 10 años pago un interés de 15% anual capitalizable mensualmente y los últimos 2 años pago un interés del 18% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál es la suma que recibirá Martincito cuando cumpla 23 años?

*Recuerde que Martín ya tenía un año cuando se abrió la cuenta, por lo tanto se cuentan solamente 22 años para llegar a su cumpleaños número 23.

Utilizamos la fórmula del monto de un conjunto de abonos (cuotas uniformes):

- Durante los primeros 10 años pagó un interés de:

$$M = A \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}} \quad M = 200 \frac{(1 + \frac{.12}{12})^{120} - 1}{\frac{.12}{12}} \quad M = 200230.0386 = \$46,007.72$$

- Durante los siguientes 10 años pagó un interés de:

$$VF_2 = VF_1 (1 + \frac{i}{m})^n + Rp \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}} \quad VF_2 = \$46,007.72 (1 + \frac{.15}{12})^{120} + 200 \frac{(1 + \frac{.15}{12})^{120} - 1}{\frac{.15}{12}} =$$

$$VF_2 = \$46,007.72(4.44021) + 200(275.2168) = \$259,327.29$$

- Durante los últimos 2 años acumuló:

$$VF_3 = VF_1 (1 + \frac{i}{m})^n + Rp \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}$$
$$VF_3 = \$259,327.29 (1 + \frac{.18}{12})^{24} + 200 \frac{(1 + \frac{.18}{12})^{24} - 1}{\frac{.18}{12}} =$$
$$VF_3 = \$259,327.29(1.42950) + \$200.00(28.63352)$$
$$VF_3 = \$376,435.06$$

Esta es la suma que recibirá Gabriel el día de su cumpleaños número 23. Esto menos el total de depósitos $\{(120 + 120 + 24) * 200 = 52,800\}$ es igual al interés acumulado durante los 22 años, que fue de = \$323,635.06

AHORA DESARROLLEMOS UN EJERCICIO PARA CONOCER LA TASA DE INTERÉS “i”.

Primero calculamos el monto que logra acumular una persona que realiza un determinado número de depósitos y con ello, comprobamos la operación despejando la “i”



Supongamos que un ama de casa ahorra \$100.00 al final de cada mes durante 60 meses, habiendo recibido una tasa de interés del 15% anual con capitalización mensual (15/12=1.25%). ¿Cuánto logro acumular en su cuenta?

De la fórmula del monto tenemos

$$M = A \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} \quad \text{Luego} \quad M = 100 \frac{(1 + \frac{.15}{12})^{60} - 1}{.15/12}$$

$$M = 100 \frac{(2.10718) - 1}{0.0125} \quad M = \$8,857.45$$

Ahora calculamos la “i” como variable desconocida

Con los datos del ejemplo anterior tenemos:

$$M = A \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} \quad \text{Se pasa dividiendo la cuota uniforme}$$

$$M/A = \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} \quad \text{que es lo mismo que} \quad \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} = M/A$$

$$\text{Ahora se tiene} \quad \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} = \$8,857.45 / \$100.00 \quad \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} = 88.5745$$

Aquí debemos buscar en tablas, una tasa que aproxime el factor 88.5745 que estamos buscando

<i>n</i>	<i>i</i>	$\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i}$		
	0.01	81.6696699	Monto	\$ 8,857.45
60	0.02	114.051539	Anualidad	\$ 100.00
	0.03	163.053437	Factor	88.5745
	0.04	237.990685		
	0.05	353.583718		
	0.06	533.128181		
	0.07	813.520383	TASA	Factor
	0.08	1253.2133	1.25	88.57450776
	0.09	1944.79213		
Tanteo	0.0125	88.5745078		

De esta forma se comprueba.

Como se puede observar el factor que arroja el monto y la anualidad es el mismo que el factor que arroja la tasa del 0.0125 ó 1.25%

Ejercicio de valor presente neto

Supongamos que una persona desea adquirir una pantalla de plasma mediante 30 pagos iguales de \$30.00 vencidos. Si la tasa de inflación que permanecerá vigente durante todo el lapso de tiempo es del 0.5% mensual, entonces ¿Cuál es el precio de contado de dicha pantalla?

De la fórmula del valor presente tenemos que:

$$\begin{aligned}
 VPN &= Rp \frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{i} \quad VPN = 30.00 \frac{1 - (1 + 0.005)^{-30}}{0.005} \quad VPN = 30.00 \frac{1 - (1.005)^{-30}}{0.005} \\
 VPN &= 30.00 \frac{1 - (0.86102973)}{0.005} \quad VPN = 30.00 \frac{0.13897027}{0.005} \\
 VPN &= 30.00(27.794054) \quad VPN = \$833.82
 \end{aligned}$$

Es tan solo un ejemplo: las pantallas de plasma cuestan más \$\$\$.....

Ahora comprobamos, despejando la “i” como variable desconocida

Del Valor Presente de una anualidad $Rp = \frac{VPN}{\frac{1 - (1 + i/m)^{-n}}{i}}$ despejamos “i”,

quedando la siguiente expresión $\frac{1 - (1 + i/m)^{-n}}{i} = VPN/Rp$

$$\frac{1 - (1 + i/m)^{-n}}{i} = 833.82/30 \qquad \frac{1 - (1 + i/m)^{-n}}{i} = 27.794$$

Aquí debemos buscar en tablas, una tasa que aproxime el factor 27.794 que estamos buscando

<i>n</i>	<i>i</i>	$\left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right)$	
30	0.01	0.74192292	25.80770822
	0.02	0.55207089	22.39645555
	0.03	0.41198676	19.60044135
	0.04	0.30831867	17.2920333
	0.05	0.23137745	15.37245103
	0.06	0.17411013	13.76483115
	0.07	0.13136712	12.40904118
	0.08	0.09937733	11.25778334
	0.09	0.07537114	10.27365404
al tanteo	0.005	0.86102973	27.79405397
VPN		\$833.82	27.79403333
R		\$30.00	
TASA			27.79405397
0.005			

De esta forma se comprueba.

Como se puede observar el factor que arroja la división entre el monto y la anualidad, es el mismo que el factor que arroja la tasa del 0.005 ó 0.5%

Ahora comprobamos, despejando la "n" como variable desconocida

Tomamos el ejemplo del ama de casa que ahorró \$100.00 al final de cada mes durante "n" meses, habiendo recibido una tasa de interés del 15% anual con capitalización mensual (15/12=1.25%) y cuyo monto ascendió a la cantidad de \$8,857.45. ¿Cuál fue el plazo de esta operación?

De la fórmula del monto, se despeja "n", ahora tenemos la siguiente

expresión:
$$n = \frac{\text{Log}\left(\left(\frac{VF}{Rp}\right)^*i + 1\right)}{\text{Log}\left(1 + \frac{i}{m}\right)}$$

La solución es:

$$n = \frac{\text{Log}\left(\left(\frac{8,857.45}{100}\right)^*0.0125 + 1\right)}{\text{Log}(1.0125)} \quad n = \frac{\text{Log}\left((88.574)^*0.0125 + 1\right)}{\text{Log}(1.0125)}$$

$$n = \frac{\text{Log}\left(1.10718125\right) + 1}{\text{Log}(1.0125)} = \frac{\text{Log}(2.10718125)}{\text{Log}(1.0125)} = \frac{0.32370189}{0.00539503} = 59.9999963 = 60$$

Como podrán ver, el resultado de 60 (abonos uniformes), corresponde al tiempo que estuvo ahorrando el ama de casa para poder obtener el monto de \$8,857.45 del ejercicio resuelto de la pág. 109

Y así, podemos seguir desarrollando ejercicios tratando de despejar las variables que componen cada teorema, como un ejercicio para reforzamiento del tema. Ahora continuamos con las anualidades anticipadas.

3.5.2. ANTICIPADAS



Son aquellas anualidades que son utilizadas con menor frecuencia en la actividad financiera y comercial. Esto es, toda vez que los pagos se hacen por anticipado, salvo que el deudor (en caso de alguna compra a plazos) desee liquidar por adelantado sus pagos. Ahora bien, en el caso de una cuenta de depósitos (pudiera ser un fideicomiso), estos se hacen a inicio del convenio y así sucesivamente hasta el final del convenio. También son conocidas como anualidades ciertas, simples e inmediatas.

Las características de este tipo de anualidades son:

- El plazo inicia con la firma del convenio
- Las capitalizaciones coinciden con el intervalo de pago
- Los pagos o abonos se realizan al inicio de cada intervalo de pago
- Se conoce desde la firma del convenio, las fechas de inicio y término del plazo de la anualidad

3.5.2.1. Variables que se utilizan en este apartado:

VPN: Valor Presente Neto (de un conjunto de pagos o abonos)

VF ó M: Valor Futuro o Monto (de la suma de unos pagos o abonos)

A ó Rp: Anualidad o Renta periódica (cuota uniforme o anualidad)

m: Capitalización (por su tipo de capitalización, mensual, bimestral etc., la tasa se divide entre el tipo de capitalización: ejemplo de ello si tenemos una tasa nominal del 12% capitalizable mensualmente = $(12\%/12)$)

i: Tasa de Interés (la tasa que integra el factor de acumulación o descuento $1+i$)

n: Tiempo

3.5.2.2. Procedimiento:

Para calcular monto de una serie de pagos, el pago periódico, la tasa y el tiempo, utilizaremos las siguientes fórmulas:

$$\text{Su monto: } VF = Rp(1+i) \frac{(1+\frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}} \quad \text{ó} \quad M = A(1+i) \frac{(1+\frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}$$

Al igual que en las anualidades ordinarias, cuando las tasas de interés cambian en el lapso del tiempo, se buscará el VF de la anualidad de la siguiente forma:

Calculando VF_1, VF_2, VF_n ó M_1, M_2, M_n esto es, cuantas veces cambie la “ i ”, la fórmula se modifica en los siguientes términos:

Para una primera tasa $VF = Rp(1+i) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i}$, después

$$VF_2 = VF_1(1 + \frac{i}{m})^n + Rp(1+i) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} \text{ y así sucesivamente}$$

$$VF_n = VF_n(1 + \frac{i}{m})^n + Rp(1+i) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i}$$

La Anualidad o Renta Periódica:

$$Rp = \frac{VF}{(1+i) \left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} \right]} \quad \text{ó} \quad A = \frac{M}{(1+i) \left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} \right]}$$

Para calcular el tiempo "n" en el valor futuro o monto de una anualidad anticipada

De la fórmula del monto $M = A(1+i/m) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i}$ ó Valor futuro

$VF = Rp(1+i/m) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i}$ seleccionamos la que utilizaremos.

Para este ejercicio tomamos el valor futuro $VF = Rp(1+i/m) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m}$ que es lo

mismo que $Rp(1+i) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} = VF$ Ahora pasa dividiendo Rp quedando la

expresión como: $(1+i/m) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} = \frac{VF}{Rp}$. Posteriormente la i pasa

multiplicando $(1+i/m)(1 + \frac{i}{m})^n - 1 = \left[\left(\frac{VF}{Rp} \right) * i/m \right]$ y la unidad pasa

sumando $(1+i/m)(1 + \frac{i}{m})^n = \left[\left(\frac{VF}{Rp} \right) * i/m \right] + 1$

Ahora aplicamos logaritmos $\log((1+i/m)(1+i/m)^n) = \log\left[\left(\frac{VF}{Rp}\right) * i/m\right] + 1$ y

se despeja n , quedando la siguiente expresión $n = \frac{\text{Log}\left[\left(\frac{VF}{Rp}\right) * i/m\right] + 1}{\text{Log}\left((1+i/m)(1+i/m)\right)}$

Así de simple.

Para calcular el tiempo “ n ” en valor presente neto de una anualidad anticipada

De la fórmula $VPN = Rp(1+i/m) \frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m}$ tenemos que $\frac{VPN * i/m}{Rp} = (1+i/m)(1-(1+i/m)^{-n})$ Para despejar $-n$ $(1+i/m)(1+i/m)^{-n} = 1 - \left[\frac{NPV * i/m}{Rp}\right]$

Así obtenemos $\text{Log}\left((1+i/m)(1+i/m)^{-n}\right) = \text{Log}\left(1 - \left[\frac{NPV * i/m}{Rp}\right]\right)$ Ahora se

tiene la expresión $-n = \frac{\text{Log}\left(1 - \left(\frac{NPV * i/m}{Rp}\right)\right)}{\text{Log}\left(1 + \frac{i}{m}\right)}$

Si obtenemos un resultado con decimales: ejemplo 5.78 esto quiere decir que son 5 pagos de una cantidad “ x ” y 1 pago por la diferencia.

Para ello se trae a valor presente el importe de los pagos:

$VPN = Rp(1+i/m) \frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m}$ Para conocer el valor del sexto pago tenemos:

$VPN \text{ de la deuda} = VPN \text{ de los pagos} + \frac{x}{(1+i/m)^n}$

Al despejar “ x ” el VPN de la deuda pasa restando al VPN de los pagos y la diferencia se multiplica por el factor de acumulación $(1+i)$ con exponente $n+1$: esto es, n (numero de pagos) más el último pago (1). Para el caso que utilizamos de 5.78 pagos, entonces sería $5+1=6$ ($n=6$)

$x = (1+i/m)^6 * (VPN_{deuda} - VPN_{pagos})$

Para calcular la tasa de interés "i"

En Valor Futuro o Monto

Del monto $VF = Rp(1 + \frac{i}{m})^n - \frac{i}{m}$ tenemos que $Rp(1 + \frac{i}{m})^n - \frac{i}{m} = VF$

Rp pasa dividiendo al lado derecho $(1 + \frac{i}{m})^n - \frac{i}{m} = \frac{VF}{Rp}$ y para calcular

i , se hace al tanteo, equiparando el factor resultante de VF/Rp

En Valor Presente Neto

Del valor presente $Rp = \frac{VPN}{(1 + \frac{i}{m})^n - \frac{i}{m}}$ despejamos el conjunto

$(1 + \frac{i}{m})^n - \frac{i}{m} = \frac{VPN}{Rp}$ y para calcular i , se hace al tanteo, equiparando el

factor resultante de dividir: VPN/Rp

En ambos casos se sugiere tener elaborada una tabla proforma, con valores de tasas que van de 1% a 9% (0.01 a 0.09)

Ver ejemplo a continuación

n	i	factor 1	factor 2	$(1 + i) \left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right)$	
6	0.01	1.01	0.94204524	5.79547647	5.853431
	0.02	1.02	0.88797138	5.60143089	5.713459
	0.03	1.03	0.83748426	5.41719144	5.579707
	0.04	1.04	0.79031453	5.24213686	5.451822
	0.05	1.05	0.7462154	5.07569207	5.329476
	0.06	1.06	0.70496054	4.91732433	5.212363
	0.07	1.07	0.66634222	4.76653966	5.100197
	0.08	1.08	0.63016963	4.62287966	4.992710
	0.09	1.09	0.59626733	4.48591859	4.889651
al tanteo	0.01735	1.01735	0.90194	5.651871	5.749931

La n se manipula como variable input

La i se manipula como variable input

3.5.2.3. Ejercicios

Resolvamos el siguiente ejercicio:

Cada 56 días el contador de la empresa Apolo, S.A. de C.V., deposita \$15,500.00 en pagarés como una medida de previsión para liquidar algún compromiso futuro de la empresa. La tasa nominal ordinaria es del 9% ¿Qué cantidad tendrá acumulada en el pagaré número 17, de seguir depositando normalmente cada 56 días dicha cantidad?

La solución:

Si la tasa es del 9 nominal ordinaria y los depósitos se hacen cada 56 días, entonces calculamos la tasa de la siguiente forma: $i = \frac{0.09 * 56}{360}$ $i = 0.014$

$$M = 15,500.00(1 + 0.014) \frac{(1.014)^{17} - 1}{0.014} \quad M = 15,500.00(1.014) \frac{(1.26661677) - 1}{0.014}$$

$$M = 15,500.00(1.014) \frac{(.26661677)}{0.014} \quad M = 15,500.00(1.014)(19.0440552)$$
$$M = \$299,315.42$$

Ahora supongamos que el contador de la empresa Apolo, sigue realizando los mismos depósitos con la misma frecuencia e importe, pero ahora le mejoran la tasa nominal ordinaria quedando en 12%, siempre y cuando reinvierta la cantidad acumulada hasta el momento. ¿Qué cantidad acumularía hasta el pagaré número 30? (consecutivo).

Primeramente debemos considerar que los primeros 17 pagarés se depositaron a una tasa diferente, así que a partir del pagaré 18 y hasta el 30, faltarían 13 períodos de 56 días.

La fórmula a utilizar es la siguiente: $M_2 = M_1(1 + \frac{i}{m})^n + A(1+i) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}$

La solución:

Si la tasa es del 12 nominal ordinaria y los depósitos se hacen cada 56 días, entonces calculamos la tasa de la siguiente forma: $i = \frac{0.12 * 56}{360}$

$$i = 0.01866667$$

$$M_2 = 299,315.42(1.01866667)^{13} + 15,500.00(1.01866667) \frac{(1.01866667)^{13} - 1}{0.01866667}$$

$$M_2 = 299,315.42(1.01866667)^{13} + 15,500.00(1.01866667) \frac{(1.01866667)^{13} - 1}{0.01866667}$$

$$M_2 = 299,315.42(1.27179542) + 15,500.00(1.01866667) \frac{(1.27179542) - 1}{0.01866667}$$

$$M_2 = 299,315.42(1.27179542) + 15,500.00(1.01866667)(14.5604662)$$

Esta es la cantidad que acumularía hasta el pagaré número 30

$$M_2 = 380,667.98 + 229,900.06 = \$610,568.04$$

La Anualidad o Renta Periódica:

$$Rp = \frac{VF}{(1+i) \left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} \right]} \quad \text{ó} \quad A = \frac{M}{(1+i) \left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i} \right]}$$

Para conocer el valor de la anualidad o renta periódica a partir de un monto, podremos utilizar la fórmula del Monto o Valor Futuro, despejando la A ó Rp , según sea la notación que utilicemos:

Para probar este teorema, utilizaremos los datos del ejercicio anterior relativos al primer momento del monto.

$$M = \$299,315.42$$

$$i = 9\% \text{ nominal ordinaria}$$

$$A = ? \text{ Cada 56 días}$$

$$n = 17$$

La solución es:

$$A = \frac{299,315.42}{\left(1 + \frac{0.09 * 56}{360}\right) \left[\frac{(1 + \frac{.09 * 56}{360})^{17} - 1}{.09 * 56 / 360} \right]} \quad A = \frac{299,315.42}{(1.014) \left[\frac{(1.014)^{17} - 1}{0.014} \right]}$$

$$A = \frac{299,315.42}{(1.014) \left[\frac{(1.26661677) - 1}{0.014} \right]} \quad A = \frac{299,315.42}{(1.014)(19.0440552)} = \frac{299,315.42}{19.310672} = \$15,500.00$$

Su valor presente:

De la fórmula del *Valor Presente Neto* de una serie de cuotas uniformes

$$VPN = Rp(1+i/m) \frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{i/m} \quad \text{Se despeja} \quad Rp = \frac{VPN}{(1+i/m) \frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{i/m}}$$

Para probar este teorema, utilizaremos los siguientes datos:

Se tiene la opción de adquirir un auto en 12 meses con pagos iguales, sólo que deben ser anticipados. El precio de contado de dicho vehículo es de \$187,000.00 que incluye seguro, comisión de apertura de crédito y todo lo que conlleva esta operación. Para ello queda estipulada una tasa de interés del 2.8% mensual.

Ahora se desea conocer el importe de los pagos mensuales iguales

$Rp = ?$ $VPN = \$187,000.00$, $i = 2.8\%$ mensual ordinaria (i/m solo si la tasa es anual)
 $n=12$

$$\text{La comprobación es: } Rp = \frac{VPN}{(1+i/m) \frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{i/m}}$$

$$Rp = \frac{187,000.00}{(1.028) \frac{1 - (1.028)^{-12}}{0.028}} \quad Rp = \frac{187,000.00}{(1.028) \frac{1 - 0.71793086}{0.028}} \quad Rp = \frac{187,000.00}{(1.028) \frac{0.28206914}{0.028}}$$
$$Rp = \frac{187,000.00}{(1.028)(10.0738977)} \quad Rp = \frac{187,000.00}{10.3559668} = \$18,057.22$$

El resultado son 12 pagos de \$18,057.22 que dan un total de \$216,686.64 el cual ya incluye los intereses generados.

Ahora bien, si fuera el caso que la agencia de autos ofreciera el mismo auto en 12 pagos mensuales de \$18,057.22, la pregunta ahora sería: ¿Cuál es el precio máximo de contado que el cliente podría pagar, considerando una inflación mensual estimada del 0.6%

Ahora se desea conocer el valor presente neto de los 12 pagos mensuales iguales

$VPN = ?$, $i = 0.6\%$ mensual ordinaria, $n=12$, $Rp = \$18,057.22$

La comprobación es:

$$VPN = Rp(1+i) \frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{i} \quad VPN = 18,057.22(1.006) \frac{1 - (1.006)^{-12}}{.006}$$

$$VPN = 18,057.22(1.006) \frac{1 - (0.93073111)}{.006} \quad VPN = 18,057.22(1.006) \frac{0.06926889}{.006}$$

$$VPN = 18,057.22(1.006)(11.5448147) \quad VPN = 18,057.22(11.6140836)$$

$$VPN = \$209,718.06$$

Como podrán notar, las cantidades resultantes difieren una de otra, esto obedece a lo siguiente:

1.- En el ejercicio en donde se calcula el importe de los pagos (Rp), se incluye el interés del 2.8% mensual lo que hace que el importe del automóvil se eleve a \$216,686.64

2.- En el cálculo del vapor presente neto de los pagos, partimos del supuesto de que la Agencia de Autos, ofreciera dicho vehículo a 12 pagos de \$18,057.22, entonces tendríamos que traer a valor presente el importe de cada uno de estos pagos, y determinar un VPN del total de los mismos y con ello, conocer el precio máximo de contado que en ese esquema, debiera pagar el cliente

3.- Debemos considerar que para fines académicos, y para poder probar matemáticamente las fórmulas, es que se utilizaron los mismos datos, pero como recordarán, en los datos iniciales quedó establecido que el auto tiene un precio de lista de \$187,000.00 y es con este precio, que finalmente usted podría adquirir el auto, o mejor aún, no compre nada y mejor ahorre su dinero.

Resolvamos un ejercicio de Anualidad anticipada: (a partir de VPN)

Considere el caso de una persona que adquiere para su hogar un equipo hidroneumático el cual incluye la instalación. El importe de contado de la operación es de \$114,500.00, pero éste es adquirido en 12 pagos iguales de \$21,500.00 a partir de haber firmado el contrato. Ahora la pregunta es: ¿Cuál fue la tasa de interés mensual que se pagó por dicho equipo?

$$Rp = 21,500.00 \quad VPN = \$114,500.00 \quad i = ? \quad n = 12$$

La solución es:

De la fórmula del valor presente, sabemos que: $VPN = Rp(1 + i/m) \frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{i/m}$

$$Rp(1 + i/m) \frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{i/m} = VPN \quad (1 + i/m) \frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{i/m} = \frac{VPN}{Rp} \quad \text{entonces}$$

$$(1 + i/m) \frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{i/m} = \frac{114,500}{21,500} \quad (1 + i/m) \frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{i/m} = 5.325581395$$

Al tanteo con una tabla en Excel (de la fórmula del valor presente neto de una anualidad anticipada)

<i>n</i>	<i>i</i>	factor 1	factor 2	$(1 + i) \left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right)$	
6	0.01	1.01	0.94204524	5.79547647	5.853431239
	0.02	1.02	0.88797138	5.60143089	5.713459509
	0.03	1.03	0.83748426	5.41719144	5.579707187
	0.04	1.04	0.79031453	5.24213686	5.451822331
	0.05	1.05	0.7462154	5.07569207	5.329476671
	0.06	1.06	0.70496054	4.91732433	5.212363786
	0.07	1.07	0.66634222	4.76653966	5.100197436
	0.08	1.08	0.63016963	4.62287966	4.992710037
	0.09	1.09	0.59626733	4.48591859	4.889651263
	al tanteo	0.05329	1.050001	0.746211	5.075676

NPV	\$	114,500.00	5.325581395
R	\$	21,500.00	

TASA 5.329464703
0.0532

Como se puede observar, el factor resultante ***VPN/Rp*** es similar al factor que arroja la fila denominada "al tanteo", con una tasa del 0.0532 ó 5.32%

Ahora resolvamos un ejercicio de Anualidad anticipada: (a partir de VF)

Considere el caso de una persona que ahorró \$150,000.00, habiendo realizado 50 depósitos mensuales anticipados de \$2,500.00

Ahora la pregunta es: ¿Cuál fue la tasa de interés mensual promedio que obtuvo?

$$A = 2,500.00 \quad VPN = \$150,000.00 \quad i = ? \quad n = 50$$

La solución es: $(1 + \frac{i}{m}) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} = VF/A$ $(1 + \frac{i}{m}) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} = 150,000.00 / 2,500.00$

$$(1 + \frac{i}{m}) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} = 150,000.00 / 2,500.00 \quad (1 + \frac{i}{m}) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} = 60$$

Al tanteo con una tabla en Excel (de la fórmula del valor futuro o monto de una anualidad anticipada)

<i>n</i>	<i>i</i>	factor 1	factor 2	$(1 + \frac{i}{m}) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m}$	
50	0.01	1.01	1.64463182	64.4631822	65.10781401
	0.02	1.02	2.69158803	84.5794015	86.27098948
	0.03	1.03	4.38390602	112.796867	116.1807733
	0.04	1.04	7.10668335	152.667084	158.773767
	0.05	1.05	11.4673998	209.347996	219.8153955
	0.06	1.06	18.4201543	290.335905	307.7560589
	0.07	1.07	29.4570251	406.528929	434.9859545
	0.08	1.08	46.9016125	573.770156	619.6717689
	0.09	1.09	74.3575201	815.083556	888.4410765
al tanteo	0.0069787700	1.006979	1.415845	59.587154	60.00299871

VF	\$	150,000.00	60.00000000
A	\$	2,500.00	

TASA **60.00299871**
0.006978770

La tasa promedio que obtuvo fue de 0.0069787700 ó 0.697877%

Ahora comprobemos esta operación: **De la fórmula del monto:**

$$VF = Rp \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n \frac{\frac{i}{m}}{\frac{i}{m}} \quad \text{se tiene que}$$

$$M = 2,500(1.00697877) \frac{(1.00697877)^{50} - 1}{.00697877}$$

$$M = 2,500(1.00697877) \frac{(1.41584504) - 1}{.00697877}$$

$$M = 2,500(1.00697877)(59.5871537)$$

$$M = 2,500(60.0029987) \quad M = \$150,007.50$$

La diferencia de \$7.50 se debe al manejo de los dígitos

3.5.3. DIFERIDAS



Son poco utilizadas este tipo de anualidades, aunque cabe resaltar que en la actividad comercial, con frecuencia son utilizadas para vaciar los inventarios, esto es, cuando las empresas quieren rematar su mercancía de temporada, o simplemente por que cambiarán de modelos, surgen las ofertas de “compre ahora y pague después”.

Ciertamente resulta atractivo este plan para los clientes ya que de momento no desembolsan cantidad alguna y por otra parte, empiezan a pagar meses después de haber adquirida la mercancía.

Las características de este tipo de anualidades son:

- Se conoce desde la firma del convenio, las fechas de inicio y término del plazo de la anualidad
- Las capitalizaciones coinciden con el intervalo de pago
- El plazo da comienzo en una fecha posterior al de inicio del convenio

3.5.3.1. Variables que se utilizan en este apartado:

VPN: Valor Presente Neto (de un conjunto de pagos o abonos)

VF ó M: Valor Futuro o Monto (de la suma de unos pagos o abonos)

A ó Rp: Anualidad o Renta periódica (cuota uniforme o anualidad)

m: Capitalización (por su tipo de capitalización, mensual, bimestral etc., la tasa se divide entre el tipo de capitalización: ejemplo de ello si tenemos una tasa nominal del 12% capitalizable mensualmente = $(12\%/12)$)

i: Tasa de Interés (la i que integra el factor de acumulación o descuento $(1+i)$)

n: Tiempo en valor futuro

-n: Tiempo en valor presente

k = diferimiento (tiempo en que se difiere el pago) utilizado en valor presente



NUEVAMENTE SE HACE LA ACLARACION: Para no generar confusión en lo referente a la tasa, la representación i/m , se refiere a la tasa nominal que se divide entre el número de meses dependiendo la capitalización. Ejemplo si nos dan una tasa del 12% nominal capitalizable mensualmente, sabemos que debemos dividir $12/12=1\%$ POR LO ANTERIOR El lector podrá encontrar indistintamente la tasa en su forma i ó en su forma i/m .

3.5.3.2 Procedimiento:

Para calcular el monto de una serie de pagos o abonos, el pago periódico, la tasa y el tiempo, utilizaremos las siguientes fórmulas:

En anualidad diferida, se toma de la fórmula de la anualidad ordinaria:

Determinamos su monto: $VF = Rp \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m}$ ó $M = A \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m}$

La Anualidad o Renta Periódica:

$$Rp = \frac{VF}{\left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} \right]} \quad \text{ó} \quad A = \frac{M}{\left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} \right]}$$

Su valor presente:

$$VPN = Rp \frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m} (1 + \frac{i}{m})^{k-1}} \quad \text{Se despeja} \quad Rp = \frac{VPN}{\frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m} (1 + \frac{i}{m})^{k-1}}}$$

3.5.3.3. Ejercicios

Ejemplo para cálculo del monto:

Hoy que es 27 de Febrero del 2009, un empleado de gobierno se propone ahorrar a partir del siguiente año, el bono que le otorgan por honestidad y buen servicio (*es solo un ejemplo*) que le entregan en la segunda quincena de cada mes, mismo que asciende a \$580.00 La cuenta de ahorro le ofrece el 15% nominal capitalizable mensualmente. La pregunta ahora es: ¿Cuánto logrará acumular este singular personaje al 1º de enero del 2011?

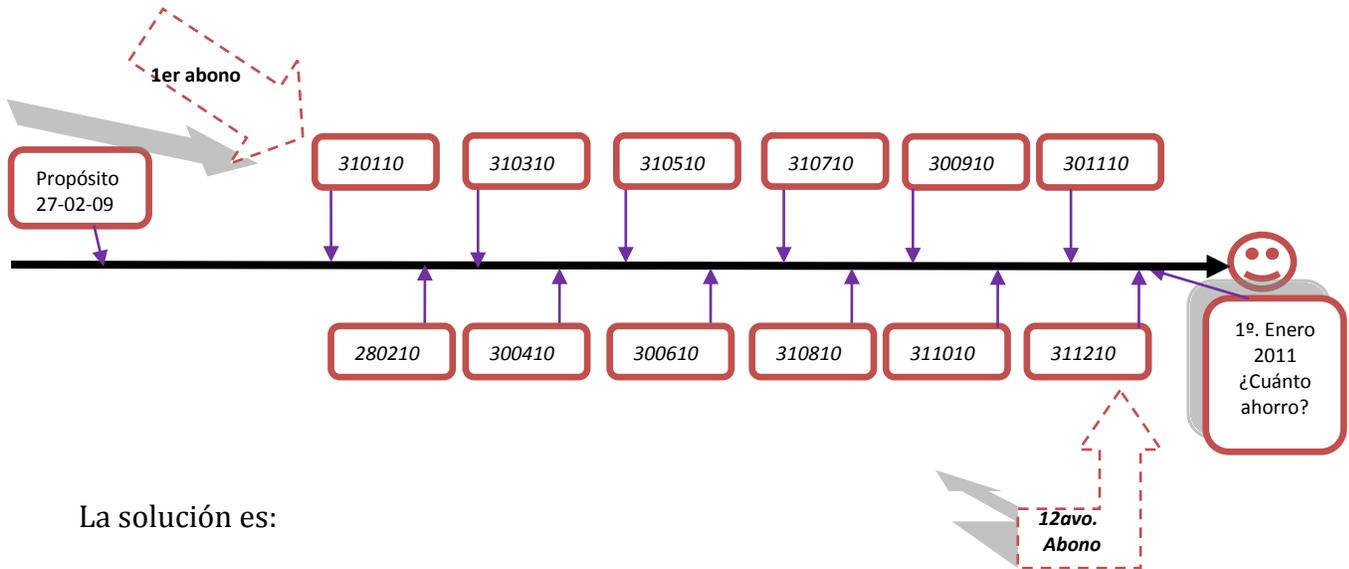
Veamos este caso de manera muy particular para poder entender la naturaleza de la anualidad diferida. En el ejemplo se señala que el 27 de febrero del 2009, el empleado toma la decisión de ahorrar a partir del siguiente año. **Lo anterior refiere que empezará a depositar a partir del año 2010.**



Ahora bien, el bono que recibe, es en la segunda quincena de cada mes, lo cual permite suponer que a final del mes de enero del 2010 se realizará el primer depósito y así sucesivamente.

Finalmente la pregunta que se busca responder sobre cuanto tendrá acumulado al 1º de enero del 2011, nos permite suponer que realizará 12 depósitos ($n=12$).

Visualicemos la siguiente línea de tiempo:



La solución es:

De la fórmula del monto tenemos que: $M = A \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i / m}$

$$M = 580.00 \frac{(1 + \frac{.15}{12})^{12} - 1}{.15/12} \quad M = 580.00 \frac{(1.0125)^{12} - 1}{0.0125} \quad M = 580.00 \frac{(1.16075452) - 1}{0.0125}$$

$$M = 580.00 \frac{.16075452}{0.0125} \quad M = 580.00(12.8603614) \quad M = \$7,459.00$$

Con los mismos datos, ahora comprobamos el valor de la anualidad:

$$A = \left[\frac{M}{\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i / m}} \right] \quad A = \left[\frac{\$7,459.00}{\frac{(1 + \frac{.15}{12})^{12} - 1}{.15/12}} \right] \quad A = \left[\frac{\$7,459.00}{\frac{(1.0125^{12} - 1)}{0.0125}} \right]$$

$$A = \left[\frac{\$7,459.00}{1.16075452 - 1} \right] \quad A = \left[\frac{\$7,459.00}{.16075452} \right] \quad A = \frac{\$7,459.00}{12.8603614} \quad A = \$579.999 = \$580.00$$

Para calcular el tiempo "n" en el monto compuesto

$$M = A \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} \quad A \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} = M \text{ Pasa dividiendo } A \quad \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} = \frac{M}{A}$$

La i/m pasa multiplicando $(1 + \frac{i}{m})^n - 1 = [(M/A) * i/m]$ y la unidad pasa sumando

$$(1 + \frac{i}{m})^n - 1 = [(M/A) * i/m] + 1 \quad \text{Ahora aplicamos logaritmos}$$

$$\log((1 + \frac{i}{m})^n) = \log([(M/A) * i/m] + 1) \quad \text{y se despeja} \quad n = \frac{\text{Log}([(M/A) * i/m] + 1)}{\text{Log}(1 + \frac{i}{m})}$$

Con los mismos datos, ahora comprobamos el tiempo:

$$n = \frac{\text{Log}([(7,459/580) * .15/12] + 1)}{\text{Log}(1 + \frac{.15}{12})} \quad n = \frac{\text{Log}[(12.8603448) * 0.0125] + 1}{\text{Log}(1.0125)}$$

$$n = \frac{\text{Log}|0.16075431| + 1}{\text{Log}(1.0125)} \quad n = \frac{\text{Log}1.16075431}{\text{Log}1.0125} \quad n = \frac{0.0647403}{0.00539503} = 11.9999856 = 12$$

Ejercicio de valor presente de una anualidad diferida

Ejercicio:

Con los siguientes datos calcule el VPN de una anualidad diferida:

Se adeudan \$100,000.00 los cuales deben ser liquidados en 12 pagos mensuales iguales, el primero de ellos 6 meses después de la firma del convenio. Se pacta una tasa del 1.5 mensual

De la fórmula del valor presente:

$$VPN = Rp \frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m} (1 + \frac{i}{m})^{k-1}} \quad \text{Se despeja} \quad Rp = \frac{VPN}{\frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m} (1 + \frac{i}{m})^{k-1}}}$$

$$Rp = \frac{100,000.00}{\frac{1 - (1.015)^{-12}}{0.015(1.015)^{6-1}}} \quad Rp = \frac{100,000.00}{\frac{1 - (0.83638742)}{0.015(1.077284)}} \quad Rp = \frac{100,000.00}{\frac{0.16361258}{0.01615926}}$$

$$Rp = \frac{100,000.00}{10.1250043} = \$9,876.54$$

Con los datos del ejercicio anterior, comprobar el tiempo [-n]

Para calcular el tiempo “-n” en valor presente neto tenemos que:

De la fórmula $Rp = \frac{VPN}{\frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m} (1 + \frac{i}{m})^{k-1}}}$ transformamos la expresión en:

$$\frac{VPN * (\frac{i}{m})(1 + \frac{i}{m})^{k-1}}{Rp} = 1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n} \text{ y así obtenemos: } (1 + \frac{i}{m})^{-n} = 1 - \frac{VPN * (\frac{i}{m})(1 + \frac{i}{m})^{k-1}}{Rp}$$

Aplicamos logaritmos para calcular: $Log((1 + \frac{i}{m})^{-n}) = Log(1 - \frac{VPN * (\frac{i}{m})(1 + \frac{i}{m})^{k-1}}{Rp})$

$$-n = \frac{Log(1 - \frac{VPN * (\frac{i}{m})(1 + \frac{i}{m})^{k-1}}{Rp})}{Log(1 + \frac{i}{m})} \quad -n = \frac{Log(1 - \frac{100000.00 * (0.015)(1.015)^{6-1}}{9876.54})}{Log(1.015)}$$

$$-n = \frac{Log(1 - \frac{1615.93}{9876.54})}{Log(1.015)} \quad -n = \frac{Log(1 - 0.16361256)}{Log(1.015)} \quad -n = \frac{Log(0.83638744)}{Log(1.015)}$$

$$-n = \frac{-0.0775925}{0.006466042} = -11.999799 = -12 \quad \text{De esta forma queda comprobado el resultado}$$

Para calcular la tasa de interés “i” en monto compuesto de anualidad diferida

En Valor Futuro o Monto

Del monto $M = A \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m}$ tenemos que $A \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} = M$ A pasa dividiendo al lado derecho $\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} = M/A$ y para calcular i/m , se hace al tanteo, equiparando el factor resultante de M/A

Con los mismos datos, ahora comprobamos la tasa promedio mensual obtenida:

Al tanteo con una tabla en Excel (de la fórmula del monto de una anualidad diferida)

$$\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} = \$7,459.00 / 580.00 \qquad \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} = 12.8603448$$

n	i	$\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m}$
	0.01	12.682503
12	0.02	13.4120897
	0.03	14.1920296
	0.04	15.0258055
	0.05	15.9171265
	0.06	16.8699412
	0.07	17.8884513
	0.08	18.9771265
	0.09	20.1407198
Tanteo	0.0125	12.8603614

Monto	\$ 7,459.00
Anualidad	\$ 580.00
Factor	12.8603448

TASA	Factor	12.86036142
0.0125		

La tasa promedio que obtuvo fue de 0.0125 ó 1.25% mensual



Ahora desarrollamos el tema del valor presente de la anualidad diferida:

De la fórmula: $VPN = Rp \frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m} (1 + \frac{i}{m})^{k-1}}$ Se despeja $Rp = \frac{VPN}{\frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m} (1 + \frac{i}{m})^{k-1}}}$

Ejemplo para calcular el valor presente:

La agencia Automotriz “El Carrito Veloz” tiene en oferta un convertible que arranca el suspiro de más de una bella dama. El precio de contado de este modesto auto que tiene una serpiente al frente es de \$850,000.00 o un atractivo plan de financiamiento del 40% de enganche y el resto en 15 modestas mensualidades iguales con una tasa promedio mensual del 1.5%. Además ofrece que el primer pago se haga al vencimiento del tercer mes, una vez que se haya dado el enganche y desde luego, haber recibido este veloz cobra.



La pregunta es:

¿Qué cantidad debe pagar mensualmente por esta preciosidad de cobra?

Entonces del precio de contado de \$850,000.00 el 40% de enganche son: \$340,000.00, la diferencia que se adeuda es de \$510,000.00

La solución es:

De la fórmula: $510,000 = Rp \frac{1 - (1.015)^{-15}}{0.015(1.015)^{3-1}}$ Se despeja $Rp = \frac{\$510,000.00}{\frac{1 - (1.015)^{-15}}{0.015(1.015)^{3-1}}}$

$$Rp = \frac{\$510,000.00}{\frac{1 - (0.7998515)}{0.015(1.015)^2}} \quad Rp = \frac{\$510,000.00}{1 - 0.7998515} \quad Rp = \frac{\$510,000.00}{0.2001485} \quad Rp = \frac{\$510,000.00}{12.9517662}$$

$Rp = \$39,376.87$ Este es el importe de las modestas mensualidades

Para calcular la tasa de interés “i” en valor presente de una anualidad diferida

(Con los datos anteriores)

De la fórmula $\frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m}(1 + \frac{i}{m})^{k-1}} = VPN/Rp$ $\frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m}(1 + \frac{i}{m})^{k-1}} = 510,000.00/39,376.87$

$$\frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m}(1 + \frac{i}{m})^{k-1}} = 12.9517658$$

Al tanteo con una tabla en Excel (de la fórmula del valor presente de una anualidad diferida)

Comprobación:

<i>n</i>	<i>i</i>	factor 1	factor 2	$\frac{1 - (1 + \frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m}(1 + \frac{i}{m})^{k-1}}$
15	0.0100	0.1386505	0.01020	13.59186
	0.0200	0.2569852	0.02081	12.35031
	0.0300	0.3581380	0.03183	11.25265
	0.0400	0.4447355	0.04326	10.27957
k	0.0500	0.5189829	0.05513	9.41466
	0.0600	0.5827349	0.06742	8.64387
	0.0700	0.6375539	0.08014	7.95520
	0.0800	0.6847583	0.09331	7.33837
3	0.0900	0.7254619	0.10693	6.78452
	0.0150	0.2001485	0.01545	12.95177
	al tanteo			

NPV	\$	510,000.00	12.95176585
R	\$	39,376.87	

TASA 12.952

0.0150

La tasa promedio que obtuvo fue de 0.015 ó 1.5% mensual

3.5.4. GENERALES



Entramos a una modalidad de anualidades que por sus características particulares, son utilizadas con menor frecuencia en la actividad financiera y comercial. Esto es, los pagos o abonos no coinciden con la capitalización, de ahí que tengamos que calcular tasas equivalentes.

Las características de este tipo de anualidades son:

- El plazo inicia con la firma del convenio o apertura de cuenta de ahorros o inversión (en su caso)
- Las capitalizaciones no coinciden con el intervalo de pago
- Se conoce desde la firma del convenio, las fechas de inicio y término del plazo de la anualidad

Con estas consideraciones, ¿qué hacer entonces cuando la tasa que se nos otorga, no coincide con la capitalización?

En el desarrollo de este tema, se dará respuesta a esta interrogante:

3.5.4.1. Variables que se utilizan en este apartado:

VPN: Valor Presente Neto (de un conjunto de pagos o abonos)

VF ó M: Valor Futuro o Monto (de la suma de unos pagos o abonos)

A ó Rp: Anualidad o Renta periódica (cuota uniforme o anualidad)

m: Capitalización (por su tipo de capitalización, mensual, bimestral etc., la tasa se divide entre el tipo de capitalización: ejemplo de ello si tenemos una tasa nominal del 12% capitalizable mensualmente = $(12\%/12)$)

n: Tiempo

\bar{i} : Tasa de Interés equivalente (la tasa que integra el factor de acumulación o descuento $(1 + \bar{i})$:



RECUERDE: En la representación i/m , se refiere a la tasa nominal que se divide entre el número de meses dependiendo la capitalización. **POR LO ANTERIOR** El lector podrá encontrar indistintamente la tasa en su forma i ó en su forma i/m .

3.5.4.2. Procedimiento:

Para calcular el monto o valor futuro de una serie de pagos o abonos, el pago periódico, la tasa y el tiempo, utilizaremos las siguientes fórmulas:

$$\text{Su monto: } VF = Rp \frac{(1 + \frac{\bar{i}}{m})^n - 1}{\frac{\bar{i}}{m}} \quad \text{ó} \quad M = A \frac{(1 + \frac{\bar{i}}{m})^n - 1}{\frac{\bar{i}}{m}}$$

Siguiendo el mismo esquema que las anualidades ordinarias, recordaremos que es muy probable que las tasas de interés cambien en el lapso del período, ante ello debemos realizar cálculos parciales utilizando tasas equivalentes para: VF_1 , VF_2 , VF_n , conforme cambien las tasas, de acuerdo a la siguiente notación:

$$\text{Para una primera tasa } VF_1 = Rp \frac{(1 + \frac{\bar{i}}{m})^n - 1}{\frac{\bar{i}}{m}}, \text{ para una siguiente tasa}$$

$$VF_2 = VF_1 (1 + \frac{\bar{i}}{m})^n + Rp \frac{(1 + \frac{\bar{i}}{m})^n - 1}{\frac{\bar{i}}{m}} \quad \text{y así sucesivamente}$$

$$VF_n = VF_n (1 + \frac{\bar{i}}{m})^n + Rp \frac{(1 + \frac{\bar{i}}{m})^n - 1}{\frac{\bar{i}}{m}}$$

La Anualidad o Renta Periódica:

$$Rp = \left[\frac{VF}{(1 + \frac{\bar{i}}{m})^n - 1} \cdot \frac{\bar{i}}{m} \right] \quad \text{ó} \quad A = \left[\frac{M}{(1 + \frac{\bar{i}}{m})^n - 1} \cdot \frac{\bar{i}}{m} \right]$$

Su valor presente:

$$VPN = Rp \frac{1 - (1 + \frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\frac{\bar{i}}{m}} \quad \text{Se despeja} \quad Rp = \frac{VPN}{\frac{1 - (1 + \frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\frac{\bar{i}}{m}}}$$

Para calcular el tiempo “n” ó “-n”

$$VF = Rp \frac{(1 + \frac{\bar{i}}{m})^n - 1}{\bar{i}} \quad Rp \frac{(1 + \frac{\bar{i}}{m})^n - 1}{\bar{i}} = VF \quad \text{Pasa dividiendo } Rp$$

$$\frac{(1 + \frac{\bar{i}}{m})^n - 1}{\bar{i}} = \frac{VF}{Rp} \quad \text{La } i \text{ pasa multiplicando} \quad (1 + \frac{\bar{i}}{m})^n - 1 = \left[\left(\frac{VF}{Rp} \right) * \bar{i} \right]$$

y la unidad pasa sumando $(1 + \frac{\bar{i}}{m})^n = \left[\left(\frac{VF}{Rp} \right) * \bar{i} \right] + 1$ ahora aplicamos

logaritmos $\log((1 + \frac{\bar{i}}{m})^n) = \log\left[\left(\frac{VF}{Rp}\right) * \bar{i} + 1\right]$ y se despeja

$$n = \frac{\text{Log}\left[\left(\frac{VF}{Rp}\right) * \bar{i} + 1\right]}{\text{Log}\left(1 + \frac{\bar{i}}{m}\right)} \quad \text{así de simple}$$

Para calcular la tasa de interés “i equivalente”

En Valor Futuro o Monto

Del monto $VF = Rp \frac{(1 + \frac{\bar{i}}{m})^n - 1}{\bar{i}}$ tenemos que $Rp \frac{(1 + \frac{\bar{i}}{m})^n - 1}{\bar{i}} = VF$ Rp pasa dividiendo

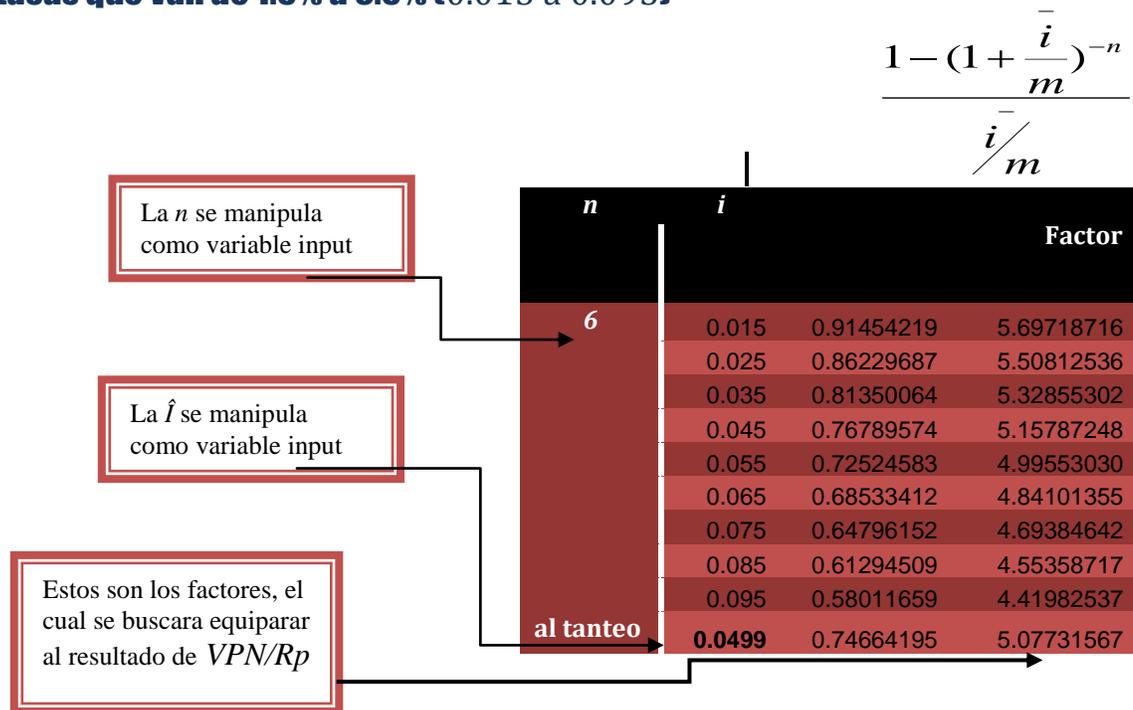
al lado derecho $\frac{(1 + \frac{\bar{i}}{m})^n - 1}{\bar{i}} = \frac{VF}{Rp}$ y para calcular i , se hace al tanteo, equiparando el factor resultante de VF/Rp

En Valor Presente Neto

Del valor presente $Rp = \frac{VPN}{\frac{1 - (1 + \frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}}}$ despejamos $\frac{1 - (1 + \frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}} = \frac{VPN}{Rp}$

y para calcular i equivalente, se hace al tanteo, equiparando el factor resultante de VPN/Rp

En ambos casos se sugiere tener elaborada una tabla proforma, con valores de tasas que van de 1.5% a 9.5% (0.015 a 0.095)



3.5.4.3. Ejercicios

Resolvamos un ejercicio de Anualidad general:

Consideramos el caso de una persona que vende calzado por catálogo y considerando sus ventas es acreedora a un incentivo bimestral de \$250.00. A partir de estén premio decide aperturar una cuenta de ahorro la cual le ofrece una tasa de interés del 1.5% capitalizable mensualmente, con la salvedad que debe incrementar el saldo de la misma, con una cantidad similar al de apertura y con la frecuencia en que recibirá su incentivo. Además no podrá retirar de su saldo vigente, cantidad alguna al menos durante el primer año.

Si dicha persona sigue al pie de la letra las instrucciones, ahora la pregunta es: ¿Cuánto acumulará la vendedora de calzado al cabo de 3 años siguiendo este esquema de ahorro?

Utilizamos la fórmula del monto de un conjunto de abonos (cuotas uniformes):

$$M = A \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n - 1}{\frac{i}{m}}$$

Posterior a ello, considerar los siguientes aspectos:

a.- En primer término debemos identificar la tasa equivalente a la tasa capitalizable que ofrece la cuenta de ahorros. Si tenemos una tasa mensual de 1.5% mensual con capitalización igual, entonces debemos calcular una tasa bimestral que sea equivalente.

b.- Determinar el número de depósitos que se realizarán en tres años.

c.- Trazar una línea de tiempo para visualizar la frecuencia de los depósitos

Solución:

a.- Para determinar la tasa equivalente, tomamos la expresión $TE = \left[\left(1 + \frac{i}{m} \right)^n - 1 \right] * 100$
 Como la tasa que se nos da, esta referenciada mensualmente, entonces ahora tenemos que la tasa del 1.5% mensual, es equivalente a: $TE = \left[(1.015)^2 - 1 \right] * 100$ $TE = 3.0225$ *bimestral*

De donde sale la tasa del 3.0225% bimestral:

Del factor de acumulación $(1+i)^n = (1+.015)^2 + (1+.015)^{2*2}$ *el múltiplo es 2*

Para nuestro ejemplo tendríamos que:

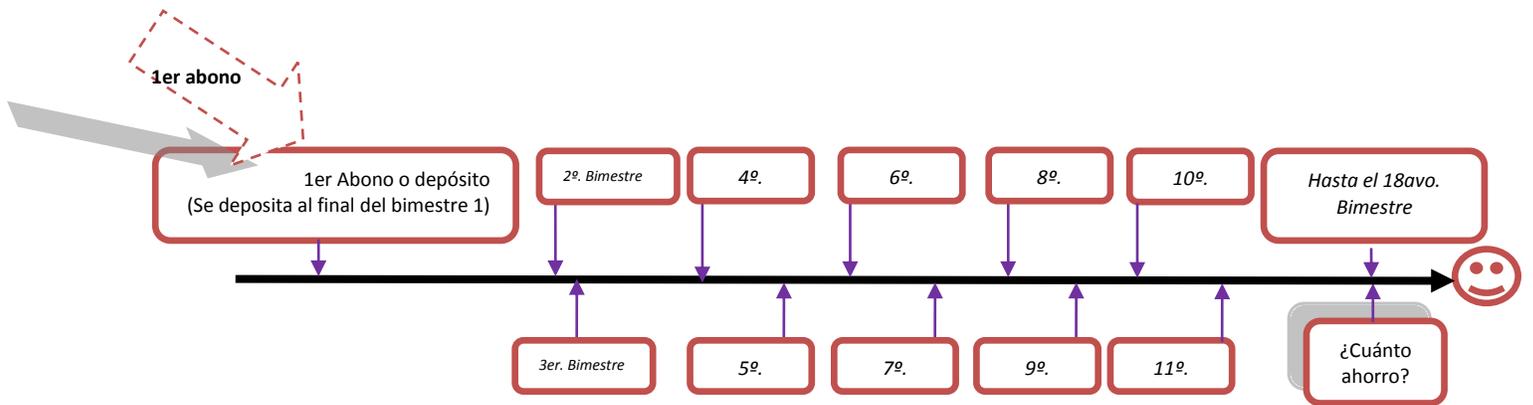
$$250(1.015)^2 + 250[(1.015)^2]^2 + 250[(1.015)^2]^3 \dots\dots\dots + 250[(1.015)^2]^n$$

Entonces: $TE = (1.015)^2 = 1.030225$, es la tasa bimestral equivalente a la tasa del 1.5% mensual

b.- Si son seis bimestres por año, entonces en tres años son 18 bimestres (6*3), lo que es igual a 18 abonos o depósitos iguales en la cuenta de inversión o ahorro.

Cada depósito se multiplica por su factor de acumulación y se eleva a la potencia según el tiempo acumulado, siendo al final del último depósito, el que no acumulará interés alguno, ya que no devenga ningún interés. Si vemos la siguiente expresión, el primer depósito no acumula interés, hasta que se realiza el siguiente depósito que acumula un bimestre de intereses devengados y el segundo depósito ahora no genera interés alguno y así sucesivamente. $250 + 250(1.015)^2 + 250(1.015)^4 + \dots\dots\dots 250(1.015)^{2n}$

c.- La línea de tiempo:



La solución entonces es:

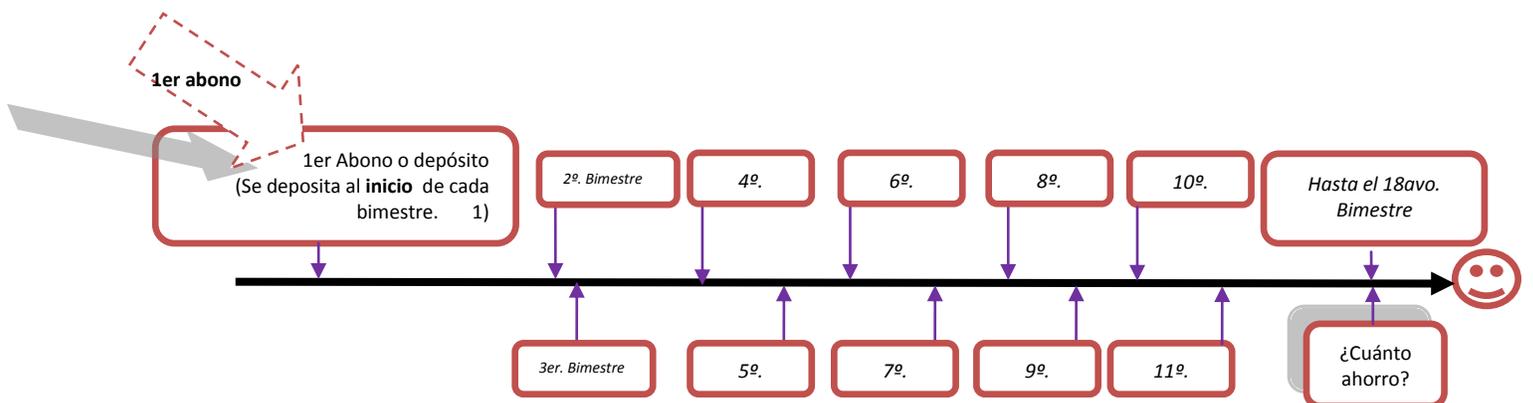
$$M = A \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n - 1}{\frac{i}{m}} \quad M = 250.00 \frac{(1.030225)^{18} - 1}{0.030225} \quad M = 250.00 \frac{(1.70913954) - 1}{0.030225}$$

$$M = 250.00 \frac{.70913954}{0.030225} \quad M = 250.00(23.4620195) \quad M = \$5,865.50$$

Este es el monto que acumulará la vendedora de calzado, al cabo de 3 años siguiendo el esquema de ahorro aquí descrito.

Si fuera el mismo caso, pero ahora el esquema cambia, los depósitos se realizan al inicio de cada período. Entonces debemos asumir que tiene un comportamiento de anualidad anticipada:

La línea de tiempo se representa de la siguiente forma:



La solución es:

De la fórmula del monto de una anualidad anticipada general sabemos que:

$$M = A \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}} \quad M = 250.00(1.030225)^{18} \frac{(1.030225)^{18} - 1}{0.030225}$$

$$M = 250.00(1.030225)^{18} \frac{(1.70913954) - 1}{0.030225} \quad M = 250.00(1.030225)^{18} \frac{.70913954}{0.030225}$$

$$M = 250.00(24.171159)$$

$$M = \$6,042.79$$

Este es el monto que acumulará la vendedora de calzado, al cabo de 3 años siguiendo el esquema de ahorro con depósitos anticipados.

Cuando se tiene que tomar una decisión ante diferentes escenarios



Ejercicio: Supongamos que para cubrir el importe del seguro de su flamante Mercedes, una ejecutiva de importante empresa refresquera, se encuentra ante la disyuntiva siguiente:

a.- Pagar por adelantado el seguro de su auto, esto es, de contado debe cubrir la cantidad de \$17,430.00

b.- Tomar la opción de liquidarlo en pagos vencidos semestrales o trimestrales, asumiendo un gravamen financiero del 2.5% mensual para el primer esquema y del 1.15% mensual para el otro esquema.



La pregunta es: ¿Cuándo debe pagar esta bella ejecutiva, en cada uno de los escenarios planteados?

La solución es:

De la fórmula del monto de una anualidad anticipada general sabemos que:

$$M = A\left(1 + \frac{\bar{i}}{m}\right) \frac{\left(1 + \frac{\bar{i}}{m}\right)^n - 1}{\bar{i}/m}$$

Para conocer el valor de cada pago, ahora se

sustituye A (*abono-anualidad*) por Rp (*pago periódico*), y se modifica el factor de $\frac{\left(1 + \frac{\bar{i}}{m}\right)^n - 1}{\bar{i}/m}$ por $1 - \frac{\left(1 + \frac{\bar{i}}{m}\right)^{-n}}{\bar{i}/m}$, resultando:

$$M = Rp\left(1 + \frac{\bar{i}}{m}\right) \frac{1 - \left(1 + \frac{\bar{i}}{m}\right)^{-n}}{\bar{i}/m}$$

esta es la expresión de inicio.

Para el desarrollo del ejercicio, primero tenemos que convertir las tasas de referencia, en sus tasas equivalentes de acuerdo al período de capitalización:

Tasa de referencia	Procedimiento	Resultado: tasa equivalente
2.5% mensual para el plan semestral	$TE = [(1.025)^6 - 1] * 100$	15.969%
1.15% mensual para el plan trimestral	$TE = [(1.0115)^3 - 1] * 100$	3.4898%

Escenario b.- Pagos semestrales

$$\$17,430.00 = Rp(1.15969) \frac{1 - (1.15969)^{-2}}{0.15969} \quad \$17,430.00 = Rp(1.15969) \frac{1 - (0.74356027)}{0.15969}$$

$$\$17,430.00 = Rp(1.15969) \frac{0.25643973}{0.15969} \quad \$17,430.00 = Rp(1.15969)(1.6058253)$$

$$\$17,430.00 = Rp(1.86225) \quad Rp = \frac{17,430.00}{1.86225954} \quad Rp = \$9,359.59$$

Escenario b.- Pagos trimestrales

$$\$17,430.00 = Rp(1.034898) \frac{1 - (1.034898)^{-4}}{0.034898} \quad \$17,430.00 = Rp(1.034898) \frac{1 - (.087178584)}{0.034898}$$

$$\$17,430.00 = Rp(1.034898) \frac{0.12821416}{0.034898} \quad \$17,430.00 = Rp(1.034898)(3.67396878)$$

$$\$17,430.00 = Rp(3.8021829) \quad Rp = \frac{17,430.00}{3.8021829} \quad Rp = \$4,584.21$$

Resumen:

Contado	\$17,430.00
Escenario b: 2 pagos semestrales anticipados de \$9,359.59	\$18,719.18
Escenario b: 4 pagos trimestrales anticipados de \$4,584.21	\$18,336.84

Si la ejecutiva invierte los \$17,430.00 los primeros tres meses y luego a los 6 meses considerando una tasa intermedia del 1.5% mensual

$$S = P(1+i)^n \quad S = 17,430(1.015)^3 \quad S = 17430(1.045678) = \$18,226.17$$

$$S = P(1+i)^n \quad S = 17,430(1.015)^6 \quad S = 17430(1.093443) = \$19,058.72$$

Que le convendría a la ejecutiva: ¿Pagar de contado?, ¿invertirlo los primeros 3 o 6 meses?

Ejemplo:

El importe de lo que pagaría de contado en caso de que lo tuviera disponible, invertido a 6 meses le podría generar un monto de:	\$19,058.72
Escenario b: 2 pagos semestrales anticipados de \$9,359.59	-\$9,359.59
Le restan	\$9,699.13
Esa misma cantidad la invierte otros 6 meses y cubre el segundo pago y además le queda alguna utilidad. $S = \$9,699.13(1.015)^6$	\$10,605.45
Diferencia superavitaria descontando el pago que falta cubrir	\$906.32

Así pueden seguir los cálculos y tomar la mejor decisión, aunque debiera mejor vender ese carro..... no lo cree usted?

Ahora finalizaremos este tema, con la comprobación de la tasa. Para ello utilizaremos los mismos datos

De la opción b: con el esquema de pagos semestrales el importe de cada pago es de \$9,359.59 y un valor neto de \$17,430.00 que representa el importe del seguro, la pregunta es ahora: ¿Qué tasa mensual le fue cargada en su adeudo?

De la fórmula del Monto $M = Rp(1 + \frac{\bar{i}}{m}) \frac{1 - (1 + \frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}/m}$ se transforma en VPN y

cambiamos la notación a: $VPN = Rp(1 + \frac{\bar{i}}{m}) \frac{1 - (1 + \frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}/m}$ entonces ahora tenemos

que $Rp(1 + \frac{\bar{i}}{m}) \frac{1 - (1 + \frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}/m} = VPN$ pasa dividiendo el pago periódico (Rp) al lado

derecho $(1 + \frac{\bar{i}}{m}) \frac{1 - (1 + \frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}/m} = VPN/Rp$ $(1 + \frac{\bar{i}}{m}) \frac{1 - (1 + \frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}/m} = \$17,430.00 / 9,359.59$ $(1 + \frac{\bar{i}}{m}) \frac{1 - (1 + \frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}/m} = 1.86226106$

Ahora recurrimos a una tabla en Excel que previamente habremos diseñado, para ensayar con diferentes valores:

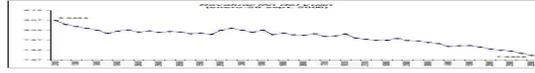
n	\bar{i}	$\frac{1 - (1 + \frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}/m}$	
6	0.01	0.98029605	1.970395059
	0.02	0.96116878	1.941560938
	0.03	0.94259591	1.913469696
	0.04	0.92455621	1.886094675
	0.05	0.90702948	1.859410431
	0.06	0.88999644	1.833392666
	0.07	0.87343873	1.808018168
	0.08	0.85733882	1.783264746
	0.09	0.84167999	1.759111186
	al tanteo	0.0488800	0.90896758

NPV	\$17,430.00	1.862	
R	\$ 9,359.59		
TASA	1.862		
0.0489			

La comprobación es ahora:

$(1 + \frac{\bar{i}}{m})^2 = 1.048999$ Elevando ambos lados a 1/2 $(1 + \frac{\bar{i}}{m}) = (1.048999)^{1/2}$
obtenemos: 1.025, que es lo mismo a 2.5%

3.6. AMORTIZACIONES



3.6.1. CONCEPTOS BÁSICOS

En el ámbito de las finanzas y el comercio el concepto amortización está asociado a deuda, es decir, se refiere al pago gradual que se realiza para liquidar un adeudo proveniente generalmente de algún préstamo o crédito. En la actividad financiera es común que las empresas y las personas busquen financiamiento o crédito, sea para capitalizarse o para la adquisición de bienes (activos). El financiamiento o crédito adquirido debe reembolsarse en un plazo que previamente haya quedado establecido, sea en cuotas uniformes periódicas vencidas o anticipadas, o con cuotas que se incrementan de manera proporcional, en cantidad o de manera porcentual, aunque este tema lo analizaremos en el apartado de Gradientes (geométricos y aritméticos).

3.6.2. Procedimiento:

Para calcular el importe de las cuotas periódicas, debemos utilizar la fórmula del valor presente de un pago vencido (Rp)

$$NPV = Rp \frac{1 - (1 + i/m)^{-n}}{i/m}$$

Para conocer el valor de Rp el valor de la deuda

pasa dividiendo al factor resultante de $\frac{1 - (1 + i/m)^{-n}}{i/m}$ por lo que la expresión

ahora es:

$$Rp = \frac{NPV}{\frac{1 - (1 + i/m)^{-n}}{i/m}}$$

Recordemos que la expresión i/m la utilizamos para el caso en que se tenga que calcular la tasa que habrá de capitalizarse, esto es, cuando se tiene una tasa nominal (*anual*) del 12% y su capitalización es mensual, entonces se debe tomar (12/12).

3.6.3. Ejercicio:

Supongamos los siguientes datos:

Se adeudan \$250,000.00, los cuales serán liquidados en 10 pagos iguales vencidos, considerando una tasa nominal del 12%.

De la fórmula $NPV = Rp \frac{1 - (1 + i/m)^{-n}}{i/m}$ tenemos que $Rp = \frac{NPV}{\frac{1 - (1 + i/m)^{-n}}{i/m}}$

Donde:

NPV = Valor presente de la deuda

Rp = el pago periódico

i = la tasa de interés

m = la capitalización

$-n$ = el tiempo o número de pagos

Entonces:

$$Rp = \frac{250,000}{\frac{1 - (1 + .12/12)^{-10}}{.12/12}} \quad Rp = \frac{250,000}{\frac{1 - (1.01)^{-10}}{.01}} \quad Rp = \frac{250,000}{\frac{1 - (0.90528695)}{.01}}$$

$$Rp = \frac{250,000}{9.47130453} \quad Rp = \$26,395.52$$

Se diseña una tabla de amortización:

TABLA DE AMORTIZACIÓN					
TOTALES	\$263,955.19	\$250,000.00	\$13,955.19	\$1,145,519.14	
n:	PAGO MENSUAL	Pago a capital	Pago de intereses	Capital restante	Pago para liquidar
1	\$26,395.52	\$23,895.52	\$2,500.00	\$226,104.48	\$252,500.00
2	\$26,395.52	\$24,134.47	\$2,261.04	\$201,970.01	\$228,365.53
3	\$26,395.52	\$24,375.82	\$2,019.70	\$177,594.19	\$203,989.71
4	\$26,395.52	\$24,619.58	\$1,775.94	\$152,974.61	\$179,370.13
5	\$26,395.52	\$24,865.77	\$1,529.75	\$128,108.84	\$154,504.36
6	\$26,395.52	\$25,114.43	\$1,281.09	\$102,994.41	\$129,389.93
7	\$26,395.52	\$25,365.58	\$1,029.94	\$77,628.83	\$104,024.35
8	\$26,395.52	\$25,619.23	\$776.29	\$52,009.60	\$78,405.12
9	\$26,395.52	\$25,875.42	\$520.10	\$26,134.18	\$52,529.70
10	\$26,395.52	\$26,134.18	\$261.34	\$0.00	\$26,395.52

También puede ser representado de la siguiente forma:

10	pagos de	\$26,395.52
	Monto total	\$263,955.19
	Capital total	\$250,000.00
	Interés total	\$13,955.19
	IVA TOTAL	\$2,093.28

no.	pago	interés	amortización	saldo (deuda)	IVA de intereses
				\$ 250,000.00	15%
1	\$26,395.52	\$2,500.00	\$23,895.52	\$226,104.48	\$375.00
2	\$26,395.52	\$2,261.04	\$24,134.47	\$201,970.01	\$339.16
3	\$26,395.52	\$2,019.70	\$24,375.82	\$177,594.19	\$302.96
4	\$26,395.52	\$1,775.94	\$24,619.58	\$152,974.61	\$266.39
5	\$26,395.52	\$1,529.75	\$24,865.77	\$128,108.84	\$229.46
6	\$26,395.52	\$1,281.09	\$25,114.43	\$102,994.41	\$192.16
7	\$26,395.52	\$1,029.94	\$25,365.58	\$77,628.83	\$154.49
8	\$26,395.52	\$776.29	\$25,619.23	\$52,009.60	\$116.44
9	\$26,395.52	\$520.10	\$25,875.42	\$26,134.18	\$78.01
10	\$26,395.52	\$261.34	\$26,134.18	\$0.00	\$39.20

Ahora supongamos que el arreglo entre deudor y acreedor cambia de términos. El acreedor decide que deben ser pagos iguales de \$45,000.00 por lo que ahora la pregunta es:

¿Cuántos pagos se deben hacer?, y ¿cuál es el importe del último pago, cuya diferencia sería el saldo final previo a liquidar el adeudo?

De la fórmula $NPV = Rp \frac{1 - (1 + i/m)^{-n}}{i/m}$ tenemos que $\frac{NPV * i/m}{Rp} = 1 - (1 + i/m)^{-n}$

Sus valores son: $\frac{250,000.00 * .12/12}{45,000.00} = 1 - (1 + .12/12)^{-n}$ Para despejar “-n” traemos el factor

de acumulación: $(1 + i/m)^{-n} = 1 - \left[\frac{NPV * i/m}{Rp} \right]$ esto es $(1 + .12/12)^{-n} = 1 - \left[\frac{250,000.00 * .12/12}{45,000.00} \right]$

Así obtenemos $Log((1 + i/m)^{-n}) = Log(1 - \left[\frac{NPV * i/m}{Rp} \right])$ que es lo mismo que:

$Log((1 + .12/12)^{-n}) = Log(1 - \left[\frac{250,000.00 * .12/12}{45,000.00} \right])$ Despejar -n: $-n = \frac{Log(1 - (\frac{NPV * i/m}{Rp}))}{Log(1 + i/m)}$

$$-n = \frac{\text{Log}\left(1 - \left(\frac{250,000.00 * .12/12}{45,000.00}\right)\right)}{\text{Log}\left(1 + .12/12\right)} \quad -n = \frac{\text{Log}(1 - 0.05555556)}{\text{Log}(1.01)} \quad -n = \frac{\text{Log}(1 - 0.05555556)}{\text{Log}(1.01)}$$

$$-n = \frac{\text{Log}0.94444444}{\text{Log}1.01} \quad -n = \frac{-0.0248236}{0.00432137} \quad -n = -5.74437792$$

El valor presente de los pagos sería entonces:

$$NPV = \$45,000.00 \frac{1 - (1 + .12/12)^{-5}}{.12/12} = \$218,404.41$$

Para conocer el valor del sexto pago tenemos

$$\$250,000.00 = \$218,404.41 + \frac{x}{(1.01)^6}$$

Despejar "x" de $\$250,000.00 = \$218,404.41 + \frac{x}{(1.01)^6}$

Ahora tenemos: $x = (1.01)^6 * (\$250,000.00 - \$218,404.41)$
 $x = (1.06152015) * (\$31,595.59) \quad x = \$33,539.36$

El resultado es: 5 pagos de \$45,000.00 y 1 de \$33,539.36

Veamos otro ejercicio:

Veamos el caso de una empresa que adquiere una camioneta de reparto por un valor de \$180,000.00 y acuerda con el distribuidor pagar en seis abonos mensuales iguales, el primero de ellos con vencimiento un mes después de la firma del convenio de compraventa. Cuál es el importe de cada uno de los pagos si la tasa de interés que cobra el distribuidor es del 2% mensual. (24% nominal)

Primer paso: Sabemos que el monto de los pagos se determina empleando la fórmula del valor presente de una anualidad ordinaria, entonces tenemos que:

De la fórmula $NPV = Rp \frac{1 - (1 + i/m)^{-n}}{i/m}$ tenemos que $Rp = \frac{NPV}{\frac{1 - (1 + i/m)^{-n}}{i/m}}$

$$180,000.00 = Rp \frac{1 - (1 + .24/12)^{-6}}{.24/12} \quad Rp = \frac{180,000.00}{\frac{1 - (1.02)^{-6}}{.02}} \quad Rp = \frac{180,000.00}{5.60143089}$$

$Rp = \$32,134.6.$

Comprobación por tabla de amortización

Tabla de Amortización Simulada				
Cantidad del Préstamo		\$180,000.00	Período	6 meses
Tasa de Interés	24%	Pago Mensual		\$32,134.65
Mes	Pago	Interés	Amortización	Saldo
1	\$32,134.65	\$3,600.00	\$28,534.65	\$151,465.35
2	\$32,134.65	\$3,029.31	\$29,105.34	\$122,360.01
3	\$32,134.65	\$2,447.20	\$29,687.45	\$92,672.56
4	\$32,134.65	\$1,853.45	\$30,281.20	\$62,391.36
5	\$32,134.65	\$1,247.83	\$30,886.82	\$31,504.54
6	\$32,134.65	\$630.09	\$31,504.54	\$0.00
Total de Intereses		<u>\$12,807.88</u>		

Ahora deseamos conocer el importe del saldo insoluto al finalizar el mes m

La fórmula aplicable es:

$$S_{do}I = VPN \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n - Rp \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n - 1}{\frac{i}{m}}$$

Con los datos del ejercicio anterior, resolver lo siguiente:

Cuál es el saldo insoluto al finalizar el mes 4, de una deuda por \$180,000.00 la cual venía siendo liquidada con pagos parciales de \$32,134.65

$$S_{do}I = \$180,000.00\left(1 + \frac{.24}{12}\right)^4 - \$32,134.65 \frac{\left(1 + \frac{.24}{12}\right)^4 - 1}{\frac{.24}{12}}$$

$$S_{do}I = \$180,000.00(1.02)^4 - \$32,134.65 \frac{(1.02)^4 - 1}{.02}$$

$$S_{do}I = \$180,000.00(1.08243216) - \$32,134.65 \frac{(1.08243216) - 1}{.02}$$

$$S_{do}I = \$180,000.00(1.08243216) - \$32,134.65(4.121608)$$

$$S_{do}I = \$194,837.79 - \$132,446.43$$

$$S_{do}I = \$62,391.36$$

Como se puede observar, el saldo de \$62,391.36 que muestra la tabla de amortización al final del mes 4, coincide con el resultado de la fórmula.

Para practicar:

Puede acceder al siguiente link para trabajar en línea simulando con algunos ejercicios

<http://www.solucion.com/loancalculator1.asp>

3.7. FONDOS DE AMORTIZACIONES



3.7.1. CONCEPTOS BÁSICOS

Habiendo estudiado las amortizaciones en el punto anterior, ahora presentamos el modelo matemático para constituir un “Fondo de Amortización”. Señalábamos que las amortizaciones son utilizadas en el ámbito de las finanzas y el comercio para calcular el pago gradual de una deuda, ya que sabemos que en la actividad financiera es común que las empresas y las personas busquen financiamiento o crédito, sea para capitalizarse o para la adquisición de bienes (activos). Ahora el punto podría ser a la inversa, es decir, cuando tenemos una obligación en el corto o largo plazo, podemos empezar ahorrando gradualmente hasta reunir el importe deseado, claro está, con sus respectivos rendimientos. Es aquí cuando la figura del “Fondo de Amortización” se hace necesaria.

3.7.2. Procedimiento:

Para calcular el monto que se desea obtener en el tiempo “ n ” a una tasa “ i ” es necesario conocer el importe de los depósitos o abonos periódicos, por lo que debemos utilizar la fórmula del monto de la anualidad ordinaria si los depósitos los hacemos al final de mes:

$$\text{Su monto: } VF = Rp \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} \quad \text{ó} \quad M = A \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m}$$

En su caso si los depósitos se hacen a principio de mes, se utiliza la fórmula del monto de la anualidad anticipada:

$$\text{Su monto: } VF = Rp(1 + \frac{i}{m}) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} \quad \text{ó} \quad M = A(1 + \frac{i}{m}) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m}$$

Recordemos que la expresión i/m la utilizamos para el caso en que se tenga que calcular la tasa que habrá de capitalizarse, esto es, cuando se tiene una tasa nominal (*anual*) del 12% y su capitalización es mensual, entonces se debe tomar (12/12).

3.7.3. Ejercicio:

Supongamos los siguientes datos:

La empresa AGSSA tendrá que realizar un pago por \$527,500.00 el día 31 de diciembre del 2011 por concepto de liquidación de pasivos contraídos previamente, y será en una sola exhibición. Tal monto ya incluye el cargo financiero que acordaron por el financiamiento de las mercancías.

Para ello la empresa toma la decisión de establecer un fondo de ahorro mensual a finales del mes de Marzo del 2010, a efecto de poder acumular la cantidad señalada.

De las opciones de tasa de rendimiento que le han ofrecido, destaca la del 9% nominal capitalizable mensualmente, por lo que ahora la pregunta pertinente es: ¿Qué cantidad debe depositar a fin de mes para acumular el monto deseado?

De la fórmula de la anualidad ordinaria tenemos que: $M = A \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i / m}$

Donde:

M = Monto deseado

i = la tasa de interés nominal

m = la capitalización

n = el tiempo o número de depósitos

$$A = \text{el abono o deposito mensual } A = \frac{M}{\frac{(1 + i / m)^n - 1}{i / m}}$$

Se despeja A: para conocer el importe de cada depósito

Resolvemos con la fórmula

$$A = \frac{\$527,500.00}{\frac{(1 + .09/12)^{22} - 1}{.09/12}} \quad A = \frac{\$527,500.00}{\frac{(1 + .0075)^{22} - 1}{.0075}} \quad A = \frac{\$527,500.00}{\frac{(1.17866722) - 1}{.0075}} \quad A = \frac{\$527,500.00}{\frac{(.17866722)}{.0075}}$$

$$A = \frac{\$527,500.00}{23.8222961} \quad A = \$22,143.12 \quad \text{Este es el importe de cada depósito}$$

Solución utilizando un simulador en Excel

FONDO DE AMORTIZACIÓN			
M	\$527,500.00		
A	\$22,143.12	Tasa	
i/m	9.00%	Anual	
n	22		
		$M = A \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m} \text{ despeje A}$ $A = \frac{M}{\frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m}}$ 	
FONDO DE AMORTIZACIÓN			
TOTALES	\$487,148.68	\$40,351.32	\$527,500.00
Período	Abono periódico	Interés generado	Saldo
1	\$22,143.12	\$0.00	\$22,143.12
2	\$22,143.12	\$166.07	\$44,452.32
3	\$22,143.12	\$333.39	\$66,928.83
4	\$22,143.12	\$501.97	\$89,573.92
5	\$22,143.12	\$671.80	\$112,388.84
6	\$22,143.12	\$842.92	\$135,374.88
7	\$22,143.12	\$1,015.31	\$158,533.32
8	\$22,143.12	\$1,189.00	\$181,865.44
9	\$22,143.12	\$1,363.99	\$205,372.55
10	\$22,143.12	\$1,540.29	\$229,055.97
11	\$22,143.12	\$1,717.92	\$252,917.01
12	\$22,143.12	\$1,896.88	\$276,957.01
13	\$22,143.12	\$2,077.18	\$301,177.30
14	\$22,143.12	\$2,258.83	\$325,579.26
15	\$22,143.12	\$2,441.84	\$350,164.22
16	\$22,143.12	\$2,626.23	\$374,933.58
17	\$22,143.12	\$2,812.00	\$399,888.70
18	\$22,143.12	\$2,999.17	\$425,030.99
19	\$22,143.12	\$3,187.73	\$450,361.84
20	\$22,143.12	\$3,377.71	\$475,882.67
21	\$22,143.12	\$3,569.12	\$501,594.92
22	\$22,143.12	\$3,761.96	\$527,500.00

Ahora resolvamos el ejercicio considerando los mismos datos, sólo que los depósitos se hacen al principio de cada mes:

De la fórmula de la anualidad anticipada: $M = A(1 + \frac{i}{m}) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m}$

despejamos A y obtenemos: $A = \frac{M}{(1 + i/m) \frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m}}$

Se resuelve: $A = \frac{\$527,500.00}{(1 + .09/12) \frac{(1 + .09/12)^{22} - 1}{.09/12}}$ $A = \frac{\$527,500.00}{(1 + .0075) \frac{(1 + .0075)^{22} - 1}{.0075}}$

$A = \frac{\$527,500.00}{(1.0075) \frac{(1.0075)^{22} - 1}{.0075}}$ $A = \frac{\$527,500.00}{(1.0075) \frac{(1.17866722) - 1}{.0075}}$ $A = \frac{\$527,500.00}{(1.0075) \frac{(.17866722)}{.0075}}$

$A = \frac{\$527,500.00}{(1.0075)(23.8222961)}$ $A = \frac{\$527,500.00}{(1.0075)(23.8222961)}$ $A = \frac{\$527,500.00}{(24.0009633)}$

$A = \$21,978.28$ Este es el importe de cada depósito

Solución utilizando un simulador en Excel

FONDO DE AMORTIZACIÓN			
M	\$527,500.00		
A	\$21,978.29	Tasa	
i/m	9.00%	Anual	
n	22		
		$M = A(1 + i/m) \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{i/m}$ <p>despeje A</p> $A = \frac{M}{(1 + i/m) \frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m}}$	

FONDO DE AMORTIZACIÓN

TOTALES	\$483,522.38	\$ 43,977.75	\$ 527,500.13
Período	Abono periódico	Interés	Saldo
1	\$21,978.29	164.84	\$22,143.13
2	\$21,978.29	\$330.91	\$44,452.33
3	\$21,978.29	\$498.23	\$66,928.85
4	\$21,978.29	\$666.80	\$89,573.94
5	\$21,978.29	\$836.64	\$112,388.87
6	\$21,978.29	\$1,007.75	\$135,374.92
7	\$21,978.29	\$1,180.15	\$158,533.36
8	\$21,978.29	\$1,353.84	\$181,865.48
9	\$21,978.29	\$1,528.83	\$205,372.60
10	\$21,978.29	\$1,705.13	\$229,056.02
11	\$21,978.29	\$1,882.76	\$252,917.07
12	\$21,978.29	\$2,061.72	\$276,957.08
13	\$21,978.29	\$2,242.02	\$301,177.38
14	\$21,978.29	\$2,423.67	\$325,579.34
15	\$21,978.29	\$2,606.68	\$350,164.31
16	\$21,978.29	\$2,791.07	\$374,933.67
17	\$21,978.29	\$2,976.84	\$399,888.80
18	\$21,978.29	\$3,164.00	\$425,031.09
19	\$21,978.29	\$3,352.57	\$450,361.95
20	\$21,978.29	\$3,542.55	\$475,882.79
21	\$21,978.29	\$3,733.96	\$501,595.04
22	\$21,978.29	\$3,926.80	\$527,500.13

Ejercicios para resolver:

Redacte al menos 5 casos para cada uno de estos temas, considerando diferentes tasas y capitalizaciones, tiempos e importes deseados.

Resuélvalos.....



3.8. GRADIENTES

Siguiendo el tema de Anualidades, se abre este otro tema denominado Gradientes, de cuya definición podemos partir:

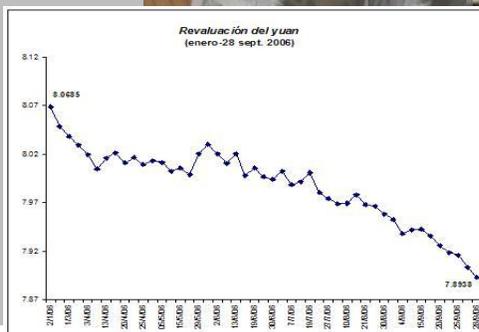
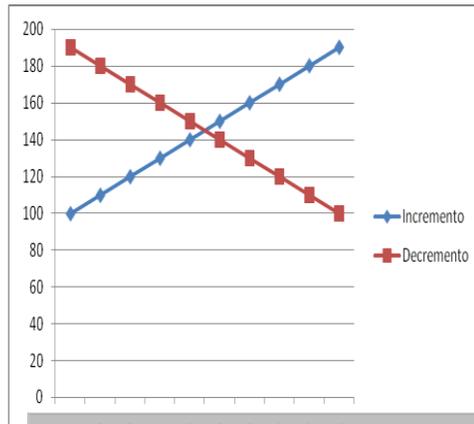
Definición: Se refiere a una serie abonos o pagos que aumentan o disminuyen (en \$ ó %), sea para liquidar una deuda o en su defecto para acumular un determinado fondo de ahorro que puede ser a corto, mediano o largo plazo, incluso a perpetuidad.

Para clarificar mejor aún el concepto, visualicemos un ejemplo con los flujos de efectivo que genera un proyecto de inversión: por su misma naturaleza éstos tienden a aumentar en *cantidad* o en *porcentaje* constante cada período.

Del gradiente que aumenta un porcentaje, tenemos el caso de los flujos de efectivo que crecen o disminuyen en determinado porcentaje por el efecto de la inflación constante por período.

En ingeniería financiera o ingeniería económica se le conoce con el nombre de “*Gradiente*”.

De tal forma que también podemos identificarla como la renta variable, y cuyo intervalo de pagos distintos se hace en intervalo de pagos iguales.



LA CLASIFICACIÓN DE ESTE TIPO DE RENTAS PERIÓDICAS VARIABLES ES:

- **Anualidad ó Rentas periódica con gradiente aritmético:** La cuota periódica varía en progresión aritmética ($A + g_a$ ó $Rp + G_a$).
- **Anualidad ó Rentas periódica con gradiente geométrico:** La cuota periódica varía en progresión geométrica ($A * g_a$ ó $Rp * G_g$).

Las características de este tipo de anualidades con gradientes aritméticos y geométricos son:

- Los pagos o abonos distintos se realizan al final de cada intervalo de pago (aunque puede ser anticipado o prepagable).
- Se conoce desde la firma del convenio, las fechas de inicio y término del plazo de la anualidad o renta periódica
- Las capitalizaciones coinciden con el intervalo de pago
- El plazo inicia con la firma del convenio

3.8.1. Variables que se utilizan en este apartado:

M_{ga} ó VF_{ga} : Valor Futuro o Monto de una serie de cuotas con gradiente: aritmético o geométrico (de la suma de unos pagos o abonos)

A ó Rp : Anualidad o Renta periódica (cuota uniforme o anualidad)

VA_{ga} : Valor actual del conjunto de rentas periódicas

i : Tasa de Interés nominal (la tasa que integra el factor de acumulación o descuento $1+i$)

m : Capitalización (por su tipo de capitalización, mensual, bimestral etc., la tasa se divide entre el tipo de capitalización: ejemplo de ello si tenemos una tasa nominal del 12% capitalizable mensualmente = $(12\%/12)$)

n : Tiempo

G_a = Es el gradiente aritmético

G_g = Es el gradiente geométrico

Rp_1 = Anualidad o Renta periódica número 1



ACLARACIÓN: Para no generar confusión en lo referente a la tasa, la representación i/m , se refiere a la tasa nominal que se divide entre el número de meses dependiendo la capitalización. Ejemplo si nos dan una tasa del 12% nominal capitalizable mensualmente, sabemos que debemos dividir $12/12=1\%$ POR LO ANTERIOR El lector podrá encontrar indistintamente la tasa en su forma i ó en su forma i/m .

3.8.2. GRADIENTES ARITMÉTICOS

De manera particular el gradiente aritmético (G_a) o uniforme es una serie de cuotas periódicas ó flujos de caja que aumenta o disminuye de manera uniforme. Los flujos de efectivo (cuotas) cambian en la misma cantidad entre cada período. A esto se le llama *gradiente aritmético*.

La notación para la serie uniforme de cuotas:

- El gradiente (G_a) es una **cantidad** que aumenta o disminuye (puede ser positivo o negativo).
- Rp : es la cuota periódica 1.
- La representación i/m , se refiere a la tasa nominal que se divide entre el número de meses dependiendo la capitalización.
- n : tiempo (número de cuotas periódicas)



Las fórmulas generalmente utilizadas para las anualidades con gradiente aritmético vencidos o pospagables son:

Para conocer el Valor Actual se tiene la siguiente fórmula:

$$VA = \left[\left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m} \right) \left[\frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m} \right] - \frac{n * g_a}{i/m} \right] (1 + i/m)^{-n}$$

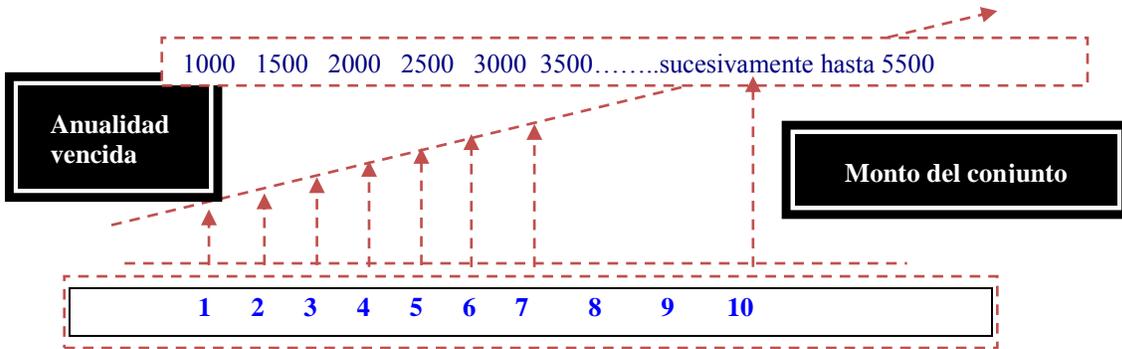
Para conocer el valor futuro tenemos que:

$$M_{ga} = \left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m} \right) \left[\frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m} \right] - \frac{n * g_a}{i/m}$$

Ejemplo:

Cuando se desea conocer el monto de una serie de abonos o rentas vencidas que crecen $g_a = \$500.00$ entonces podemos señalar que las cuotas periódicas de una renta variable vencida con gradiente aritmético crecen \$500.00 con respecto a la cuota anterior.

Como se visualiza en una línea de tiempo si fueran 10 cuotas



Supongamos el ejercicio anterior con los siguientes datos:

- Se desea conocer el importe total de las 10 cuotas vencidas, las que crecen en forma aritmética a razón de $G_i=500.00$ con una tasa nominal del 20% capitalizable mensualmente.

$Rp_1 = \$1000.00$

$G_a = \$500.00$

$n = 10$

$i/m = .20/12$ (tasa de interés nominal capitalizable en m periodos por año)

De la forma tradicional del valor futuro de un monto compuesto se sabe que:

$M = P_1(1 + i/m)^n$ y si tenemos más cuotas, la expresión ahora es:

$M = P_1(1 + i/m)^n + P_2(1 + i/m)^n$ y así sucesivamente formando una progresión.

Para el ejemplo anterior tenemos:

$M = 1000.00(1 + .20/12)^9 + 1500.00(1 + .20/12)^8 +5500.00 = \Sigma$

$M = 1000.00(1.01666667)^9 + 1500.00(1.01666667)^8 +5500.00 = \Sigma$

$M = \$34,314.08$

En Excel podría ser relativamente fácil solucionarlo

<i>Rp</i>	<i>i/m</i>	<i>n</i>	
\$ 1,000.00	0.01666667	9	\$ 1,160.40
\$ 1,500.00	0.01666667	8	\$ 1,712.06
\$ 2,000.00	0.01666667	7	\$ 2,245.33
\$ 2,500.00	0.01666667	6	\$ 2,760.65
\$ 3,000.00	0.01666667	5	\$ 3,258.47
\$ 3,500.00	0.01666667	4	\$ 3,739.23
\$ 4,000.00	0.01666667	3	\$ 4,203.35
\$ 4,500.00	0.01666667	2	\$ 4,651.25
\$ 5,000.00	0.01666667	1	\$ 5,083.33
\$ 5,500.00	0.01666667	0	\$ 5,500.00
			Σ \$ 34,314.08

Con la fórmula del Monto de un conjunto de rentas variables vencidas con gradiente aritmético se resuelve con la siguiente fórmula:

$$M_{ga} = (Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}) \left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}} \right] - \frac{n * g_a}{i/m}$$

Así tenemos:

$$M_{ga} = (\$1,000.00 + \frac{500.00}{.20/12}) \left[\frac{(1 + .20/12)^{10} - 1}{.20/12} \right] - \frac{10 * 500.00}{.20/12}$$

$$M_{ga} = (\$1,000.00 + \frac{500.00}{0.01666667}) \left[\frac{(1 + 0.01666667)^{10} - 1}{0.01666667} \right] - \frac{10 * 500.00}{0.01666667}$$

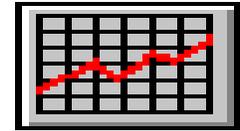
$$M_{ga} = (\$1,000.00 + 29999.99) \left[\frac{(1.179738793) - 1}{0.01666667} \right] - 299999.99$$

$$M_{ga} = (\$30999.99) [10.7843254] - \$299,999.99$$

$$M_{ga} = \$34,313.07$$

La diferencia es por el manejo de los dígitos

El resultado coincide con el cálculo en Excel



AHORA PARA CALCULAR EL VALOR ACTUAL DEL CONJUNTO DE RENTAS PERIÓDICAS CON GRADIENTE ARITMÉTICO:

DE LA FÓRMULA DE VALOR PRESENTE $VP = \frac{M}{(1 + \frac{i}{m})^n}$ Por lo que

para calcular el valor actual del conjunto de rentas periódicas con gradiente

aritmético sería: $VA_{ga} = \frac{M_{ga}}{(1 + \frac{i}{m})^n} = \frac{\$34,313.07}{(1 + \frac{.20}{12})^{10}} = \$29,085.31$

de ___forma___analítica

$$VA = \frac{1000}{1+i} + \frac{1500}{(1+i)^2} + \frac{2000}{(1+i)^3} + \frac{2500}{(1+i)^4} + \frac{3000}{(1+i)^5} + \frac{3500}{(1+i)^6} + \frac{4000}{(1+i)^7} + \frac{4500}{(1+i)^8} + \frac{5000}{(1+i)^9} + \frac{5500}{(1+i)^{10}} = \$29,086.17$$

En Excel:

<i>Rp</i>	<i>i/m</i>	<i>n</i>	
\$1,000.00	0.01666667	1	\$983.61
\$1,500.00	0.01666667	2	\$1,451.22
\$2,000.00	0.01666667	3	\$1,903.24
\$2,500.00	0.01666667	4	\$2,340.05
\$3,000.00	0.01666667	5	\$2,762.03
\$3,500.00	0.01666667	6	\$3,169.54
\$4,000.00	0.01666667	7	\$3,562.95
\$4,500.00	0.01666667	8	\$3,942.61
\$5,000.00	0.01666667	9	\$4,308.86
\$5,500.00	0.01666667	10	\$4,662.05
		Σ	\$29,086.17

Utilizando la fórmula del Valor Actual presente del conjunto de rentas periódicas vencidas con gradiente aritmético A, tenemos que:

$$VA_{ga} = \left[\left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m} \right) \left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}} \right] - \frac{n * g_a}{\frac{i}{m}} \right] (1 + \frac{i}{m})^{-n}$$

Resolvemos:

$$VA_{ga} = \left[\left(1000.00 + \frac{500.00}{.20/12} \right) \left[\frac{(1 + .20/12)^{10} - 1}{.20/12} \right] - \frac{10 * 500.00}{.20/12} \right] (1 + .20/12)^{-10}$$

$$VA_{ga} = \left[\left(1000.00 + \frac{500.00}{0.01666667} \right) \left[\frac{(1.01666667)^{10} - 1}{0.01666667} \right] - \frac{10 * 500.00}{0.01666667} \right] (1.01666667)^{-10}$$

$$VA_{ga} = \left[\$30,999.94 \left[\frac{(1.17973879) - 1}{0.01666667} \right] - \$299,999.94 \right] (0.84764526)$$

$$VA_{ga} = [\$30,999.94[10.7843252] - \$299,999.94](0.84764526)$$

$$VA_{ga} = [\$34,313.49](0.84764526) \quad VA_{ga} = \$29,085.67$$



Resuelva los siguientes ejercicios:

1.- Calcular el monto de una serie de cuotas periódicas mensuales vencidas, en donde la primera renta es de \$750.00 y las subsecuentes se incrementan 150.00 cada una de ellas. Considere la tasa del 22% nominal anual capitalizable mensualmente.

2.- Para liquidar una deuda con un proveedor, se acordó liquidar en cuotas trimestrales vencidas durante 3 años, siendo la primera cuota de 15,000.00 y se incrementará 2,500.00 las subsecuentes cuotas vencidas. Para ello se acordó un interés nominal del 25% capitalizable trimestralmente. Por lo que la pregunta es: ¿Cuál es el valor del adeudo?



Ejercicios para resolver:

Redacte al menos 5 casos de rentas periódicas vencidas con gradiente aritmético, considerando diferentes tasas y capitalizaciones.

Resuélvalos.....

3.8.3. GRADIENTES GEOMÉTRICOS

La otra modalidad de gradiente, es precisamente el gradiente geométrico (G_g) o serie de cuotas (rentas) periódicas ó flujos de caja que aumenta o disminuye en porcentajes constantes en períodos consecutivos de pago, en vez de aumentos constantes de dinero. Los flujos de efectivo (cuotas) cambian en el mismo porcentaje entre cada período. A esto se le llama *gradiente geométrico*.

La notación que utilizaremos:

- El gradiente (G_g) es el **porcentaje** que aumenta o disminuye cada cuota (puede ser positivo o negativo).
- R_{p1} : es la cuota periódica 1.
- La representación i/m , se refiere a la tasa nominal capitalizable y la frecuencia de los pagos.
- n : tiempo-plazo en años (número de cuotas periódicas)

Para conocer el valor actual y valor futuro, las fórmulas a utilizar son distintas dependiendo si la razón de la progresión (G_g) coincide con el factor $(1+i/m)$

$$\text{Si } (1 + \frac{i}{m}) \neq G_g: \quad M_{g_g} = R_1 \left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - (1 + G_g)^n}{\frac{i}{m} - G_g} \right], \quad A = R_1 \left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - (G_g)^n}{(1 + \frac{i}{m})^n (1 + \frac{i}{m} - G_g)} \right]$$

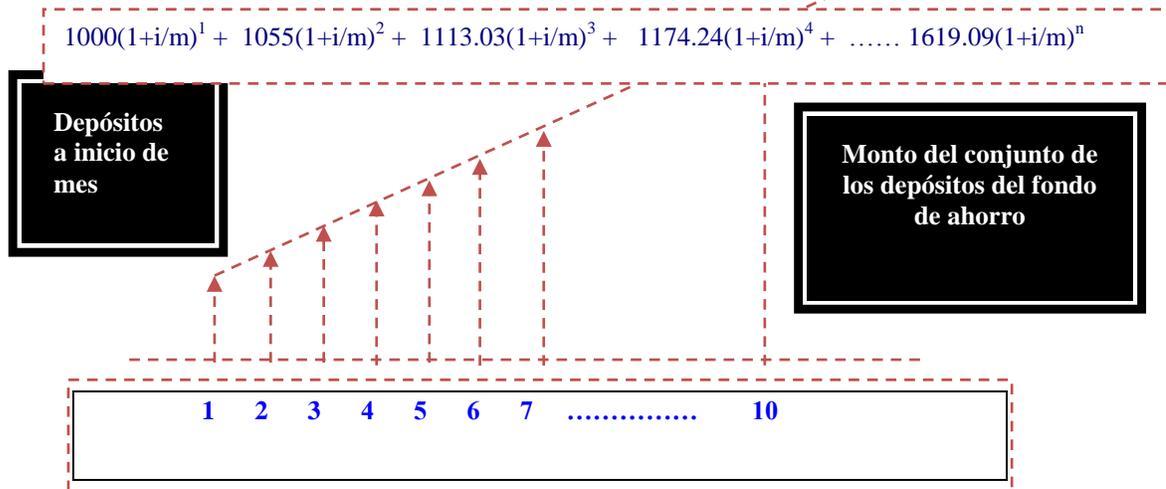
$$\text{Si } (1 + \frac{i}{m}) = G_g \quad M_{g_g} = nR_1(1 + \frac{i}{m})^{n-1} \quad A = \frac{nR_1}{1 + \frac{i}{m}}$$

Ejemplo:

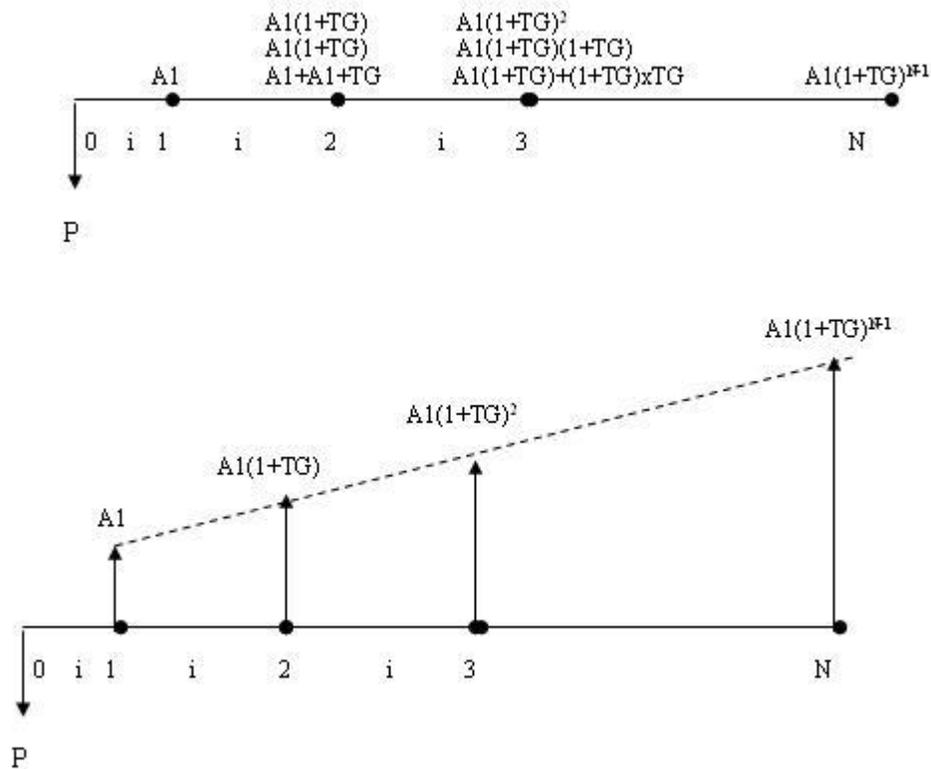
Supongamos que se desea conocer el monto acumulado de un fondo de inversión constituido por 10 depósitos mensuales que crecen a una tasa del G_g : 5.5% siendo el importe del primer depósito \$1,000.00.

¿Cómo se visualiza en una línea de tiempo si fueran 10 cuotas depositadas a inicio de mes?

Cuotas anticipadas (prepagables) con Gg:



Otros autores (Villalobos, 2001) sugieren TG: como el gradiente geométrico



De la fórmula: Si $(1 + \frac{i}{m}) \neq Gg$:
$$Mg_g = Rp \cdot 1 \cdot (1 + \frac{i}{m}) \left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - (1 + Gg)^n}{\frac{i}{m} - Gg} \right],$$

Donde:

$$Rp = \$1000.00$$

$$Gg = 5.5\%$$

n = número de cuotas 10

$i/m = .20/12 = 0.01666667$ (tasa de interés nominal capitalizable en m períodos por año)

$$Mg_g = 1,000.00 \cdot 1 \cdot (1 + .20/12) \left[\frac{(1 + .20/12)^{10} - (1 + 0.055)^{10}}{.20/12 - 0.055} \right]$$

$$Mg_g = 1,000.00 \cdot 1 \cdot (1.01666667) \left[\frac{(1.01666667)^{10} - (1 + 0.055)^{10}}{.01666667 - 0.055} \right]$$

$$Mg_g = 1,000.00 \cdot 1 \cdot (1.01666667) \left[\frac{(1.17973879) - 1.70814446}{0.01666667 - 0.055} \right]$$

$$Mg_g = 1,000.00 \cdot 1 \cdot (1.01666667) \left[\frac{-0.52840567}{-0.03833333} \right]$$

$$Mg_g = 1,000.00 \cdot 1 \cdot (1.01666667) [13.7844969]$$

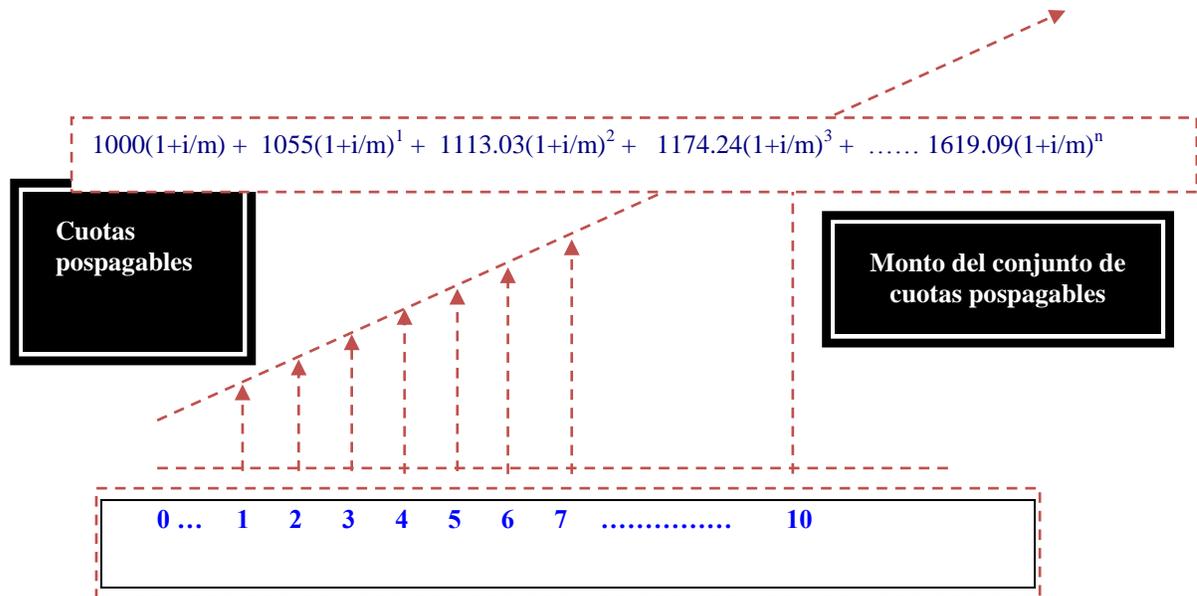
$$Mg_g = 1,000.00 \cdot 1 \cdot (14.0142386)$$

$$Mg_g = \$14,014.24$$

En Excel podría ser relativamente fácil solucionarlo

Anticipados			
Rp	i/m	n	
\$1,000.00	0.01666667	10	\$1,179.74
\$1,055.00	0.01666667	9	\$1,224.22
\$1,113.03	0.01666667	8	\$1,270.38
\$1,174.24	0.01666667	7	\$1,318.28
\$1,238.82	0.01666667	6	\$1,367.99
\$1,306.96	0.01666667	5	\$1,419.56
\$1,378.84	0.01666667	4	\$1,473.09
\$1,454.68	0.01666667	3	\$1,528.63
\$1,534.69	0.01666667	2	\$1,586.27
\$1,619.09	0.01666667	1	\$1,646.08
\$12,875.35		Σ	\$14,014.24

Si fueran cuotas pospagables (vencidas) con G_g :



De la fórmula: Si $(1 + \frac{i}{m}) \neq G_g$:
$$Mg_g = Rp_1(1 + \frac{i}{m}) \left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - (1 + G_g)^n}{\frac{i}{m} - G_g} \right],$$

Se modifica

Si $(1 + \frac{i}{m}) \neq G_g$:
$$Mg_g = Rp_1 \left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - (1 + G_g)^n}{\frac{i}{m} - G_g} \right],$$

Mismos datos:

$Rp_1 = \$1,000.00$

$G_g = 5.5\%$

$n =$ número de cuotas 10

$i/m = .20/12 = 0.01666667$ (tasa de interés nominal capitalizable en m períodos por año)

$$Mg_g = 1,000.00 \cdot 1 * \left[\frac{(1 + \frac{.20}{12})^{10} - (1 + 0.055)^{10}}{\frac{.20}{12} - 0.055} \right]$$

$$Mg_g = 1,000.00 \cdot 1 * \left[\frac{(1.01666667)^{10} - (1 + 0.055)^{10}}{.01666667 - 0.055} \right]$$

$$Mg_g = 1,000.00 \cdot 1 * \left[\frac{(1.17973879) - 1.70814446}{0.01666667 - 0.055} \right]$$

$$Mg_g = 1,000.00 * \left[\frac{-0.52840567}{-0.03833333} \right]$$

$$Mg_g = 1,000.00 [13.7844969]$$

$$Mg_g = \$13,784.50$$

En Excel:

Vencidos			
<i>Rp</i>	<i>i/m</i>	<i>n</i>	
\$1,000.00	0.01666667	9	\$1,160.40
\$1,055.00	0.01666667	8	\$1,204.15
\$1,113.03	0.01666667	7	\$1,249.55
\$1,174.24	0.01666667	6	\$1,296.67
\$1,238.82	0.01666667	5	\$1,345.56
\$1,306.96	0.01666667	4	\$1,396.29
\$1,378.84	0.01666667	3	\$1,448.94
\$1,454.68	0.01666667	2	\$1,503.57
\$1,534.69	0.01666667	1	\$1,560.26
\$1,619.09	0.01666667	0	\$1,619.09
\$12,875.35		Σ	\$13,784.50

Ejercicio de Valor Actual de Rp :

Para obtener un monto de \$14,014.24, ¿cuál debe ser el importe de la primera de 10 cuotas periódicas ($n=10$) que aumentan en forma creciente en un 5.5 % y con una tasa de interés del 20% nominal capitalizable mensualmente?: Resuélvalo en su formato de cuotas prepagables y pospagables

$$\text{Si } (1 + \frac{i}{m}) \neq Gg: \quad Mg_g = Rp_1 (1 + \frac{i}{m}) \left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - (1 + Gg)^n}{\frac{i}{m} - Gg} \right],$$

Prepagables (anticipadas)

$$\$14,014.24 = Rp_1 (1 + .20/12) \left[\frac{(1 + .20/12)^{10} - (1 + 0.055)^{10}}{.20/12 - 0.055} \right]$$

$$\$14,014.24 = Rp_1 (1.01666667) \left[\frac{(1.01666667)^{10} - (1 + 0.055)^{10}}{.01666667 - 0.055} \right]$$

$$\$14,014.24 = Rp_1 (1.01666667) \left[\frac{(1.17973879) - 1.70814446}{0.01666667 - 0.055} \right]$$

$$\$14,014.24 = Rp_1 (1.01666667) \left[\frac{-0.52840567}{-0.03833333} \right]$$

$$\$14,014.24 = Rp_1 (1.01666667) [13.7844969]$$

$$Rp_1 g = \frac{\$14,014.24}{14.0142386}$$

$$Rp_1 = \$1,000.00$$

Mismo caso, pero ahora si fueran cuotas pospagables (vencidas)

Para obtener un monto de \$13,784.50, ¿cuál debe ser el importe de la primera de 10 cuotas periódicas ($n=10$) que aumentan en forma creciente en un 5.5 % y con una tasa de interés del 20% nominal capitalizable mensualmente?:

$$\$13,784.50 = Rp_1 * \left[\frac{(1 + .20/12)^{10} - (1 + 0.055)^{10}}{.20/12 - 0.055} \right]$$

$$\$13,784.50 = Rp_1 * \left[\frac{(1.17973879) - 1.70814446}{0.01666667 - 0.055} \right]$$

$$\$13,784.50 = Rp [13.7844969]$$

$$Rp_1 = \frac{\$13,784.50}{13.7844969}$$

$$Rp_1 = \$1,000.00$$

Si deseamos conocer ahora el plazo, tenemos que despejarlo de la fórmula del monto de una serie de cuotas con gradiente geométrico prepagables:

$$\text{Si } (1 + i/m) \neq G_g: \quad M_{g_g} = Rp_1(1 + i/m) \left[\frac{(1 + i/m)^n - (1 + G_g)^n}{i/m - G_g} \right],$$

entonces

$$\frac{M_{g_g}}{Rp_1(1 + i/m)} = \left[\frac{(1 + i/m)^x - (1 + G_g)^x}{i/m - G_g} \right]$$

El denominador del conjunto derecho pasa multiplicando a la izquierda

Se obtiene :

$$\frac{M_{g_g}}{Rp_1(1 + i/m)} * (i/m - G_g) = \left[(1 + i/m)^x - (1 + G_g)^x \right]$$

El gradiente pasa sumando a la izquierda

Ahora se tiene que satisfacer la siguiente ecuación

$$(1 + G_g)^x - (1 + i/m)^x - \left[\frac{M_{g_g}}{Rp_1(1 + i/m)} * (i/m - G_g) \right] = 0$$

Desarrollemos un ejercicio con los mismos datos que hemos venido utilizando en este tema:

$$M_{g_g} = \mathbf{\$14,014.24}$$

$$Rp_1 = \$1,000.00$$

$$G_g = 5.5\%$$

n = número de cuotas "x"

$i/m = .20/12 = 0.01666667$ (tasa de interés nominal capitalizable en m períodos por año)

De la fórmula:

$$(1 + G_g)^x - (1 + i/m)^x - \left[\frac{M_{g_g}}{Rp_1(1 + i/m)} * (i/m - G_g) \right] = 0$$

Se tiene que satisfacer la siguiente ecuación:

$$(1.055)^x - (1 + .20/12)^x - \left[\frac{14,014.24}{1,000.00(1 + .20/12)} * (.20/12 - 0.055) \right] = 0$$

A prueba y error utilizamos para “x”= 9, 11 respectivamente y obtenemos:

$$(1.055)^9 - (1.01666667)^9 - [13.7844532 * (-0.03833333)] = 0$$

$$(1.619094273) - (1.160398809) - 0.528403993 = 0.0697085$$

$$(1.055)^{11} - (1.01666667)^{11} - [13.7844532 * (-0.03833333)] = 0$$

$$(1.802092404) - (1.19940111) - 0.528403993 = -0.0742873$$

Los resultados sugieren que entre 9 y 11 puede estar el plazo, por lo que diseñamos en Excel una herramienta para simular con varias opciones de “x”:

$$(1 + G_g)^x - (1 + i/m)^x - \left[\frac{Mg_g}{Rp_1(1 + i/m)} * (i/m - G_g) \right] = 0$$

DATOS:

Mgg:	14014.24
Rp1:	1000
i/m:	.20/12
x:	
Gg:	5.50%
Prueba y error	
x:	9.997

Desarrollo de la fórmula en Excel

$(Mgg/(Rp1*1+i/m))$	$((i/m)-Gg)$	$(Mgg/(Rp1*1+i/m)* ((i/m)-Gg))$	
13.7844532	-0.03833333	-0.528403993	
$(1+i/m)$	n		
1.01666667	9.997	1.179680294	
1.055	9.997	1.707870114	0.00021417

El valor de n=9.997, que redondeado al número entero es 10

$$(1.055)^{10} - (1.01666667)^{10} - [13.7844532 * (-0.03833333)] = 0$$

$$(1.708144458) - (1.179738793) - 0.528403993 = 0.000001672$$

El resultado es concordante con el ejercicio en donde se calculó el monto

Donde:

$$Rp_i = \$1,000.00$$

$$G_g = 5.5\%$$

$$n = \text{número de cuotas } 10$$

$$i/m = .20/12 = 0.01666667 \text{ (tasa de interés nominal capitalizable en } m \text{ períodos por año)}$$

$$Mg_g = 1000.00 \mathbf{1}_{\mathbf{1}} \left(1 + \frac{.20}{12}\right) \left[\frac{(1 + \frac{.20}{12})^{10} - (1 + 0.055)^{10}}{\frac{.20}{12} - 0.055} \right]$$

$$Mg_g = 1000.00 \mathbf{1}_{\mathbf{1}} (1.01666667) \left[\frac{(1.01666667)^{10} - (1 + 0.055)^{10}}{.01666667 - 0.055} \right]$$

$$Mg_g = 1000.00 \mathbf{1}_{\mathbf{1}} (1.01666667) \left[\frac{(1.17973879) - 1.70814446}{0.01666667 - 0.055} \right]$$

$$Mg_g = 1000.00 \mathbf{1}_{\mathbf{1}} (1.01666667) \left[\frac{-0.52840567}{-0.03833333} \right]$$

$$Mg_g = 1000.00 \mathbf{1}_{\mathbf{1}} (1.01666667) [13.7844969]$$

$$Mg_g = 1000.00 \mathbf{1}_{\mathbf{1}} (14.0142386)$$

$$Mg_g = \$14,014.24 \text{ Este resultado es su comprobación}$$

3.8.4. GRADIENTE ARITMÉTICO-GEOMÉTRICO

¿Cómo poder mezclar el gradiente aritmético y geométrico en el desarrollo de un caso?:



Supongamos que para construir la Escuela de Medicina, la Universidad Cristóbal Colón se ha propuesto constituir un fondo con 10 depósitos mensuales con aumentos crecientes de \$350,000.00 cada una de las cuotas. La tasa de interés que le ofrecen es del 25% con capitalización mensual y el importe del primer depósito ascendió a \$3'500,000.00. La pregunta es: ¿Cuánto acumulará al final de la última cuota?

El monto acumulado de esta serie aritmética y geométrica esta dado por la siguiente expresión:

$$Mg_{ag} = (1 + \frac{i}{m})(MA_{ant} + MG_g)$$

$$\text{Donde: } MA_{ant} = A_1 \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}} \quad \text{y} \quad MG_g = G_g \left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - (n * i) - 1}{(\frac{i}{m})^2} \right]$$

Se fusionan las expresiones MA_{ant} y MG_g obteniendo la siguiente fórmula:

$$Mg_{ag} = (1 + \frac{i}{m}) \left[(A_1 \frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}) + G_g \left(\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - (n * i) - 1}{[\frac{i}{m}]^2} \right) \right]$$

Su nomenclatura:

Mg_{ag} = El monto acumulado del gradiente aritmético-geométrico

MA_{ant} = El monto acumulado de la anualidad anticipada

MG_g = El monto acumulado de la anualidad anticipada

A_1 : la primera cuota

n : el número de cuotas

i : es la tasa nominal (normalmente es anual)

i/m : La tasa capitalizable

G_g : El gradiente geométrico

La solución entonces es ahora:

Los Datos son:

Mg_{ag} = El monto acumulado del gradiente aritmético-geométrico

MA_{ant} = El monto acumulado de la anualidad anticipada

Rp_1 : la primera cuota

n : el número de cuotas

i/m : La tasa capitalizable

Gg: El gradiente geométrico

$$MG_{ag} = \left(1 + \frac{.25}{12}\right) \left[3.5 \frac{(1 + \frac{.25}{12})^{10} - 1}{\frac{.25}{12}} + .35 \frac{(1 + \frac{.25}{12})^{10} - (10/12 * .25) - 1}{\left[\frac{.25}{12}\right]^2} \right]$$

$$MG_{ag} = 1.020833333 * \left[3.5 \frac{(1.020833333)^{10} - 1}{0.020833333} + .35 \frac{(1.020833333)^{10} - (.833333333 * .25) - 1}{(0.020833333)^2} \right]$$

$$MG_{ag} = 1.020833333 * \left[3.5 \frac{(1.228990215) - 1}{0.020833333} + .35 \frac{(1.228990215) - (0.208333333) - 1}{0.000434028} \right]$$

$$MG_{ag} = 1.020833333 * \left[3.5(10.99150386) + .35 \left[\frac{0.020656882}{0.000434028} \right] \right]$$

$$MG_{ag} = 1.020833333 * [38.47026351 + 16.65770988]$$

$$MG_{ag} = 1.020833333 * [55.12797339]$$

$$MG_{ag} = 56.2764781 = \$56'276,472.81$$

En Excel:

Anticipados			
A	i/m	n	
\$3,500,000.00	0.020833333	10	\$4,301,465.77
\$3,850,000.00	0.020833333	9	\$4,635,048.83
\$4,200,000.00	0.020833333	8	\$4,953,224.72
\$4,550,000.00	0.020833333	7	\$5,256,483.38
\$4,900,000.00	0.020833333	6	\$5,545,301.14
\$5,250,000.00	0.020833333	5	\$5,820,141.14
\$5,600,000.00	0.020833333	4	\$6,081,453.60
\$5,950,000.00	0.020833333	3	\$6,329,676.20
\$6,300,000.00	0.020833333	2	\$6,565,234.38
\$6,650,000.00	0.020833333	1	\$6,788,541.67
\$50,750,000.00		Σ	\$56,276,570.81
	Resultado	factor 1	factor 2
i/m	0.020833333		
n	10	38.47035679	16.65771258
A:	3.5		
Unidad	1	Resultados	
i	0.25	MA	38.47035679
d	0.35	MG	16.65771258
i/m	0.020833333	Mgag:	55.12806937
Valor de G	0.35		56.27657081
Para el factor 2: n/12	0.833333333		\$ 56,276,570.81
(i/m)2	0.000434028		

Ejercicios para resolver

- Calcular el monto de una serie de cuotas periódicas mensuales vencidas, en donde la primera renta es de \$5,750.00 y las subsecuentes se incrementan 450.00 cada una de ellas. Considere la tasa del 29.4% nominal anual capitalizable mensualmente.
- De un conjunto de 30 cuotas vencidas que generan un interés del 17.5% capitalizable bimestralmente, ¿cuál es el monto que acumulan si crecen a razón de $G_{\bar{a}}=100.00$?
- La Nucleoeléctrica japonesa, Japan Corporation, desea ampliar las instalaciones de su planta en Cancún y para ello se ha propuesto constituir un fondo con 40 depósitos mensuales con aumentos crecientes de \$850,000.00 dls., cada una de las cuotas. La tasa de interés que le ofrecen es del 19.65% con capitalización mensual y el importe del primer depósito ascendió a \$5'500,000.00 de dls. La pregunta es: ¿Cuánto acumulará al final de la última cuota?
- Para obtener un monto de \$123,784.50, ¿cuál debe ser el importe de la primera de 30 cuotas periódicas ($n=10$) que crecen en forma creciente en un 15.5 % y con una tasa de interés del 12% nominal capitalizable mensualmente?: Resuélvalo en su formato de cuotas pospagables.
- Para obtener un monto de \$124,514.24, ¿cuál debe ser el importe de la primera de 30 cuotas periódicas ($n=30$) que crecen en forma creciente en un 15.5.% y con una tasa de interés del 12% nominal capitalizable mensualmente?: Resuélvalo en su formato de cuotas prepagables y pospagables
- Se desea conocer el importe total de las 20 cuotas vencidas que crecen en forma aritmética a razón de $G_{\bar{a}}=1,500.00$ con una tasa nominal del 18% capitalizable mensualmente.
- Supongamos que se desea conocer el monto acumulado de un fondo de inversión constituido por 100 depósitos mensuales que crecen a una tasa del $G_{\bar{g}}: 8.5\%$ siendo el importe del primer depósito \$11,570.00.
- Un deudor acordó con su proveedor liquidar su deuda en cuotas bimestrales vencidas durante dos años. La primera de dichas cuotas es por \$12,500.00 y las subsecuentes se incrementarán \$350.00 Para ello se acordó un interés nominal del 25% capitalizable mensualmente. Ahora la pregunta es: ¿Cuál es el valor del adeudo?

CAPITULO IV

FUNDAMENTOS DE ADMINISTRACIÓN FINANCIERA

4. FUNDAMENTOS DE ADMINISTRACIÓN FINANCIERA

4. I. INTRODUCCIÓN

El *administrador financiero* desempeña un papel dinámico en el desarrollo de una empresa moderna, aunque ésto no ha sido siempre así. A mitad de siglo XX, dichos profesionales básicamente reunían los fondos y administraban la posición en efectivo de la empresa, y eso era casi todo.

En la década de los cincuenta, el incremento en la aceptación de los conceptos del valor presente provocó que los administradores financieros ampliaran sus responsabilidades y se interesarán en la selección de los proyectos de capital.

En la actualidad los factores externos tienen un impacto cada vez mayor en el administrador financiero. La elevada competencia corporativa, los cambios tecnológicos, la volatilidad en las tasas de interés y en la inflación, la incertidumbre económica mundial y las inquietudes éticas sobre ciertos negocios financieros deben tratarse sobre una base prácticamente diaria.

Más aún, éstos requieren gran flexibilidad, con el fin de hacer frente al cambio constante. Sencillamente, *“la antigua forma de hacer las cosas”* no es lo bastante buena en un mundo donde las formas antiguas pronto quedan obsoletas o en desuso. De esta manera el administrador financiero debe ser capaz de adaptarse al entorno siempre cambiante, si es que su empresa tiene intenciones de sobrevivir.

Cuando se ejerce la actividad de estrategia financiero o administrador financiero dentro de una entidad, (*sea esta privada o simplemente del sector público*) el profesional del ramo deberá observar lo siguiente:

- Su capacidad de adaptación al cambio,
- Planear con eficiencia la cantidad apropiada de fondos a utilizar en la empresa
- Supervisar la asignación de estos fondos y de obtener los mismos, para poder obtener éxito en la empresa o en su defecto en la economía general.

A medida que los fondos obtenidos sean mal asignados, se retrasará el crecimiento de la economía, y en una era de necesidades económicas insatisfechas y de escasez esto podría resultar en un detrimento mayor del que se pudiera tener en la actualidad. La distribución eficiente de los recursos en una economía es fundamental para el crecimiento óptimo de la misma, también es vital para asegurar que la población obtenga el más alto grado posible de satisfacción de sus deseos, mediante la efectiva obtención y asignación de los fondos, de ahí que:

**EL ADMINISTRADOR FINANCIERO CONTRIBUYE A
GENERAR RIQUEZA EN LA EMPRESA, A LA VITALIDAD Y
AL CRECIMIENTO DE LA ECONOMIA EN GENERAL**

4.2. CONCEPTO DE ADMINISTRACIÓN FINANCIERA

“Fase de la Administración General, mediante la cual se recopilan datos significativos, analizan, planean, controlan y evalúan, para tomar decisiones acertadas y alcanzar el objetivo natural de maximizar el capital contable de la Empresa”. (Perdomo, 1993)

“La Administración Financiera está interesada en la adquisición, financiamiento y administración de los activos, con una meta global en mente. Así, la función de decisión de la administración financiera puede dividirse en tres grandes áreas; la decisión de inversión, financiamiento y administración de activos”. (Van Horne & Wachowicz: 1998)

DECISIÓN DE INVERSIÓN	DECISIÓN DE FINANCIAMIENTO	DECISIÓN DE ADMINISTRACIÓN DE ACTIVOS
<p><i>Es la más importante de las decisiones. Comienza con determinar la cantidad de activos que necesita la empresa para mantener una estructura de activos idónea.</i></p>	<p>La segunda en importancia. El administrador financiero se dedica a diseñar la composición del pasivo que resulte más adecuada a la empresa. Justificar por que tiene deudas tan altas, si son las adecuadas o en su defecto si se está apalancando excesivamente.</p> <p>Una vez que se ha decidido la mezcla de financiamiento, el administrador financiero debe determinar la mejor alternativa para adquirir esos fondos que necesita la empresa.</p> <p>Entender los procedimientos para obtener préstamos a corto o largo plazo, o la negociación de una venta de bonos o acciones en los mercados primarios bursátiles.</p>	<p>La tercera decisión más importante en la empresa. Una vez que se han adquirido los activos y se ha suministrado el financiamiento apropiado, se deben administrar con eficiencia los activos, ya que el administrador financiero tiene diversos grados de responsabilidad sobre los activos existentes.</p> <p>Tiene mayor responsabilidad en activos circulantes que en los fijos.</p>

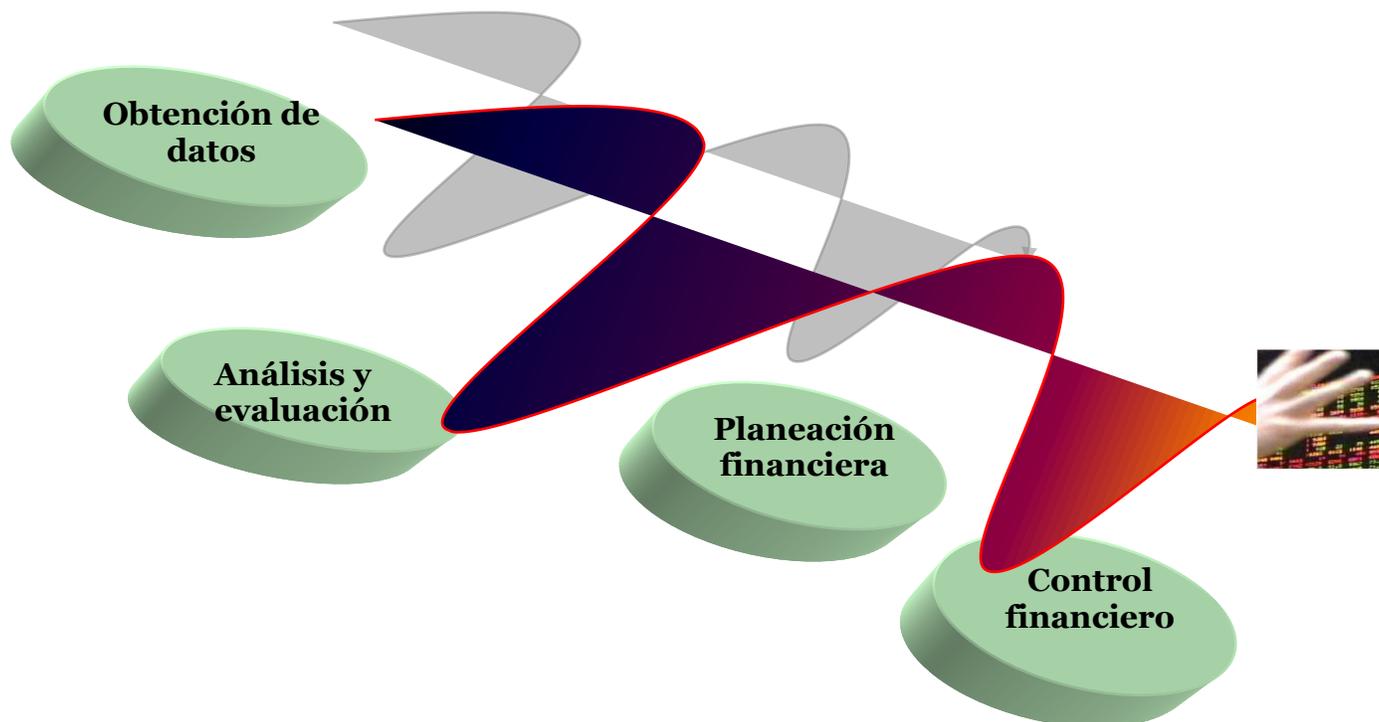
4.3. ANÁLISIS DE LA TEORÍA FINANCIERA

Ahora identificaremos la actuación del estratega financiero, dentro de la función financiera en el campo profesional, al interior de las empresas. En este punto además se señala el propósito, la naturaleza de la teoría financiera en el ámbito empresarial, se señalan perspectivas y campos de acción, se precisan objetivos y metas, se identifica la importancia de la función financiera: en la contabilidad, en los costos, en los recursos humanos y desde luego en el área de inversiones y financiamiento como campo estratégico que permita el equilibrio económico de la entidad.

De igual forma en este capítulo, se estudian las técnicas y herramientas para la toma de decisiones que permita alcanzar nuestros objetivos y metas. Con todo lo expuesto en estos apartados, se intenta describir el trabajo que desarrolla el profesional de las finanzas.

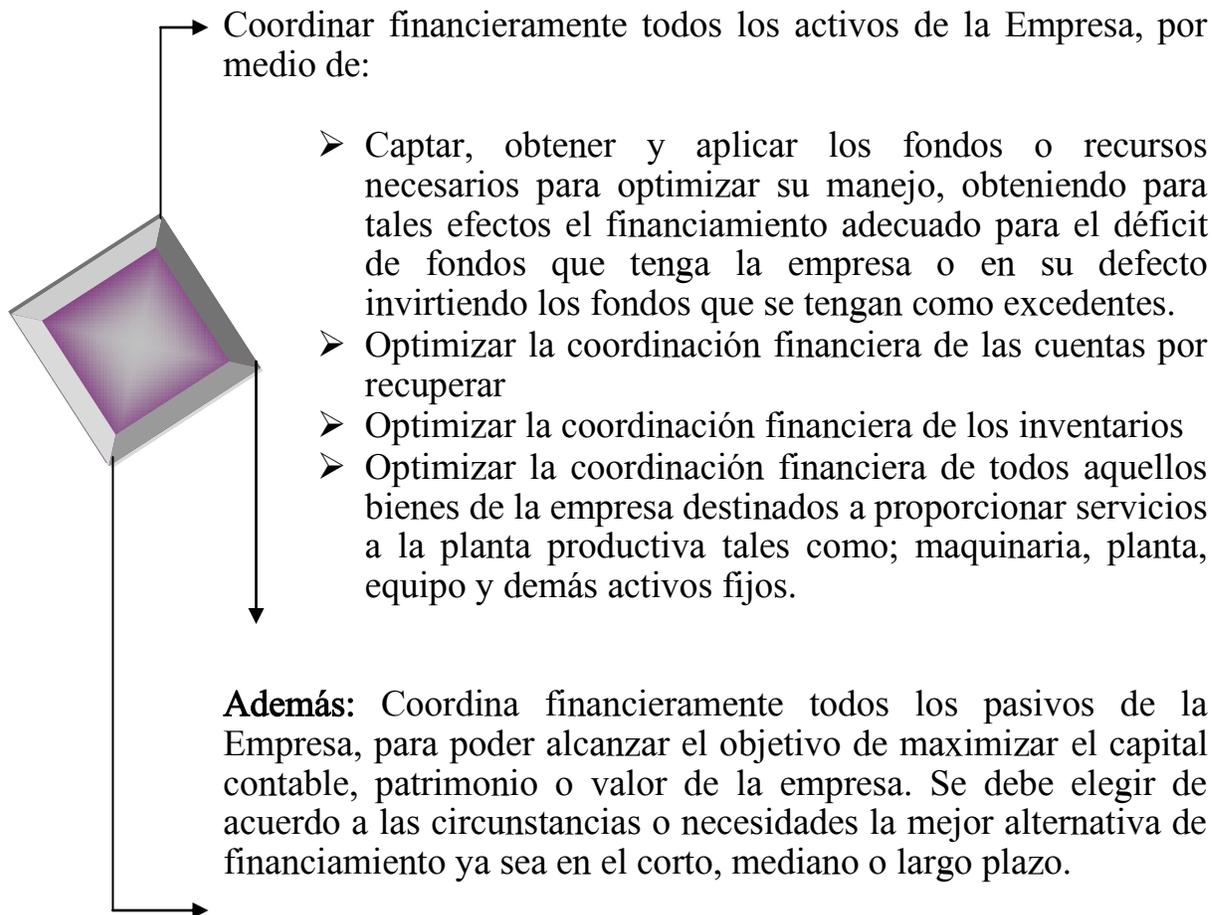
4.4. CARACTERÍSTICAS

La administración financiera se puede conceptualizar de acuerdo a sus características y elementos, a saber, Perdomo plantea un esquema que parte desde la obtención de información significativa (relevante) para el estudio financiero, hasta la fase del control:



4.4.1. COMO RAMA DE LA ADMINISTRACIÓN GENERAL

Efectivamente podemos decir que la *Administración Financiera*, es una fase o aplicación de la *Administración General*. Dentro de sus funciones está primeramente:



Por último: Coordina financieramente los resultados de las unidades económicas (empresas) es, además, una manera de poder incrementar las utilidades o rendimientos en la empresa, sería por la optimización de los costos de producción, por los gastos de operación o cualquier erogación que en su momento se requiriera cubrir.

Aparte tendríamos que incrementar las ventas, aplicando una fuerza adicional a la comercialización de nuestros productos.

Para dar cumplimiento a lo anterior, se debe observar lo siguiente:

- ❖ El uso correcto de fondos internos y externos
- ❖ Las utilidades retenidas de varios períodos (**si las hubiese**)
- ❖ El valor del dinero en el tiempo con o sin inflación (**indexar y deflactar**)
- ❖ Proyectos de inversión de riesgo alto o de bajo riesgo (**previa valuación de proyectos de inversión**)
- ❖ Tasas de crecimiento (**en la industria**)

Algunas sugerencias que pueden favorecer el incremento del capital o patrimonio en la maximización del valor de la empresa.

- ❖ En primer lugar, se debe aumentar los activos o cualquier tipo de valor en bienes de la empresa.
- ❖ En seguida se recomienda, disminuir las deudas y compromisos lo más que se pueda. No apalancarse de más
- ❖ Después se recomienda, aumentar las utilidades y aportaciones o capitalizar las utilidades retenidas de ejercicios anteriores no decretando dividendos, hasta que podamos consolidar la estructura financiera de la empresa. Esto último favorece la cultura de reinversión de utilidades.
- ❖ Por último y si se desea, se pueden combinar las anteriores sugerencias.

4.4.2. RECOPIACIÓN DE DATOS

Definiendo el término, podemos decir:

Se refiere al procedimiento que lleva a cabo el administrador financiero, en la búsqueda, recopilación y codificación de los datos (insumo de información). En investigación financiera se le denomina “Obtención de la información” la que una vez procesada, constituye una fuente sólida para la toma de decisiones. La validez de la información, es la validez de la decisión que de ella emane.

Es la primera técnica de la administración financiera, con la cual empieza a trabajar el administrador financiero. Es decir, sirve de acopio en una base de datos que ayuda en la aplicación de las demás técnicas de la administración financiera, tales como análisis, planeación, control y toma de decisiones. La información debe llegar a tiempo para poder analizar, planear y controlar para la correcta toma de decisiones, ya que de lo contrario, si los datos significativos no se obtienen en el momento oportuno carecen de valor. La información que se recabe, debe ser confiable, para poder fundamentar en lo posible la toma de decisiones acertadas.



LAS CARACTERÍSTICAS DE LA INFORMACIÓN (DATA BASE)

La recopilación de datos significativos que sirven de base para el análisis, planeación, control y toma de decisiones acertadas, se pueden resumir en:

OPORTUNIDAD	Deben recopilarse en tiempo
CONFIABILIDAD	Que sean dignos de confianza
SELECTIVIDAD	Los datos requeridos, deben ser aquellos que se necesitan
RELEVANCIA	Se destacará lo que es importante y se desechará lo que no es
INTEGRIDAD	Deben ser completos, en cuanto a antecedentes, datos y elementos de juicio
COMPRESIBILIDAD	Deben ser sencillos, con terminología no-técnica, para poder analizar, planear y controlar y tomar decisiones acertadas
ACCESIBILIDAD	Deben ser alcanzables

Fuente: Elaborado con datos de Perdomo (1993)

4.4.3. ANÁLISIS FINANCIERO

Técnica de medición que utiliza el Administrador Financiero para evaluar la información contable, económica y financiera en un momento determinado. Normalmente tiene que haber sucedido, es por ello que se refiere a información económica pasada. De igual forma esta técnica conlleva a la toma de decisiones que permitan alcanzar las metas y objetivos fijados.

4.4.3.1. Métodos de Análisis:

Los métodos de análisis financiero se consideran como los procedimientos utilizados para simplificar, separar o reducir los datos descriptivos y numéricos que integran los estados financieros, con el objeto de medir las relaciones en un solo período y los cambios presentados en varios ejercicios contables. (<http://www.wikilearning.com>)

Análisis Vertical:

-  **1.- Porcientos integrales**
-  **2.- Razones Simples, Estándar y Bursátiles**

Análisis horizontal

-  **Aumentos y Disminuciones**

Análisis Histórico

-  **Análisis de tendencias Absolutas [\$] Relativas [%] y Mixtas {\$ y %}**

Análisis de Precios

-  **Valores de Renta Fija**
-  **Valores de Renta Variable**
-  **Carteras de Inversión**

Cuando se lleva a cabo el análisis financiero, es recomendable seguir un criterio que establezca, **que es lo que se desea analizar** y en consecuencia, **que técnica debe utilizar.**

ANALIZAR | TÉCNICA



La recomendación anterior, se fundamenta en la teoría de diversos autores en la materia, aunado a la práctica común que ejercemos en el campo de las finanzas, mismo hecho que se analizará en secciones posteriores.

4.4.3.2. Descripción de los métodos:

Algunas características inherentes a cada “Método de Análisis”, que ayudan a la correcta toma de decisiones, se describen a continuación.

Porcientos integrales: Permite identificar la proporción que guarda cada elemento con respecto al total.

El total es el 100% y cada parte constituye un porcentaje relativo con respecto a ese total.

Este método nos permite entonces, poder identificar la proporción que guarda cada una de las cuentas con respecto al total del rubro como sería en este caso un estado de posición financiera, de resultados de operación e incluso la conformación de una cartera de inversiones en los mercados de capitales.

Su notación es la siguiente:

$$\text{Porcientos Integrales} = \left(\frac{\text{cifraparcial}}{\text{cifrabase}} \right) * 100$$

O bien

$$\text{factor}_{\text{constante}} = \left(\frac{100}{\text{cifra}_{\text{base}}} \right) * \text{cifra}_{\text{parcial}}$$

Situemos el ejemplo de un Estado Financiero

Datos:

Caja 100.00, Bancos 50.00, Inventarios 26.00, Equipo de oficina 200.00, Equipo de transporte 100.00, Depreciaciones -30.00, Gastos de instalación 150.00, amortizaciones -15.00:

Determinar la estructura de los Activos, el Monto total que éstos representan, el porcentaje relativo de cada rubro (circulante, fijo, diferido), así como de las cuentas específicas con respecto al total de su rubro.

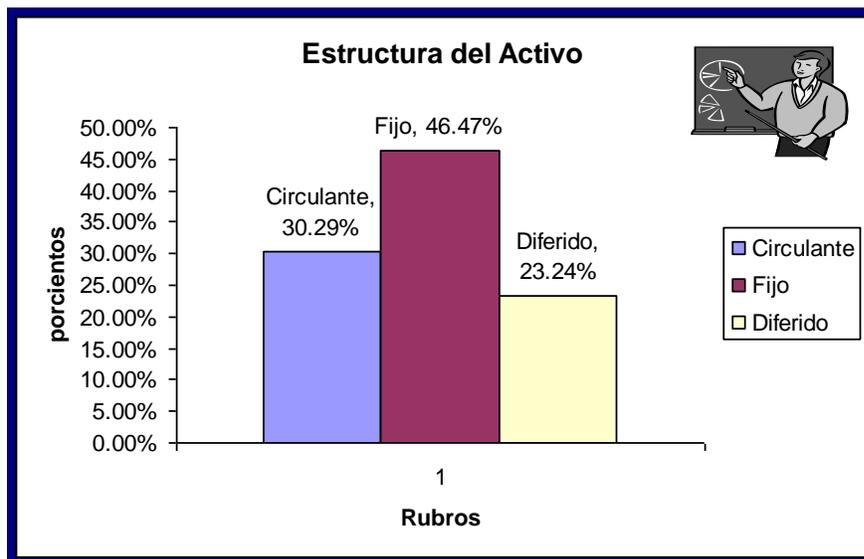
Solución:

Activos	\$	\$	%
Circulante			
Caja	\$ 100.00		17.21%
Bancos	\$ 50.00		8.61%
Inventarios	\$ 26.00		4.48%
Suma		\$ 176.00	30.30%
Fijos			
Equipo de Oficina	\$ 200.00		34.42%
Equipo de Transporte	\$ 100.00		17.21%
Depreciaciones	-\$ 30.00		-5.16%
Sumas		\$ 270.00	46.47%
Diferidos			
Gastos de Instalación	\$ 150.00		25.82%
Amortizaciones	-\$ 15.00		-2.58%
Sumas		\$ 135.00	23.24%
	Suma Activo	\$ 581.00	100%

La suma de los parciales es igual al total por cada rubro.

La suma de cada rubro, es igual al 100%

Su representación gráfica:



Otro ejemplo:

Supongamos que tenemos en un portafolio de inversión la cantidad de \$14,718.56 la cual esta integrada por varias acciones:

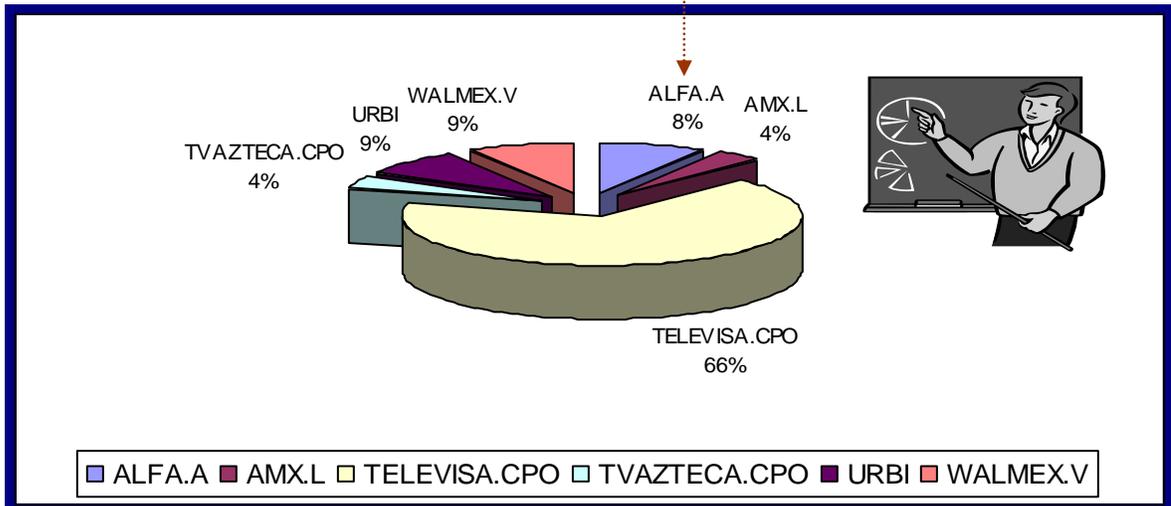
Determinar mediante el método de porcentos integrales, la conformación de la cartera y su gráfica.

Inversión en acciones		Miles de \$	%
ALFA, S.A.B. DE C.V.	ALFA.A	1,253.56	8.516866
AMERICA MOVIL, S.A.B. DE C.V.	AMX.L	562.00	3.818308
GRUPO TELEVISA, S.A.	TELEVISA.CPO	9,847.00	66.901925
TV AZTECA, S.A. DE C.V.	TVAZTECA.CPO	548.00	3.723190
URBI DESARROLLOS URBANOS, S.A.DE C.V.	URBI	1,254.00	8.519855
WAL - MART DE MEXICO, S.A. DE C.V.	WALMEX.V	1,254.00	8.519855
Total		\$14,718.56	100.00%

Para cada caso tenemos:
$$PorcientosIntegrales = \left(\frac{cifraparcial}{cifrabase} \right) * 100$$

Ejemplo: Alfa S.A. de C.V.

$$PorcientosIntegrales = \left(\frac{1,253.56}{14,718.56} \right) * 100 = 8.51686578$$



4.4.3.3. Razones financieras simples.

Se define como la dependencia que existe al comparar geoméricamente las cifras de dos o más conceptos que integran el contenido de los estados financieros de la empresa.

Siendo la razón, un sinónimo de magnitud, entonces se refiere a la magnitud de la relación existente entre dos cifras que se comparan.

De tal forma tenemos que aritméticamente una cantidad es incrementada (+) o disminuida (-) mediante sumas y restas respectivamente. De igual forma una cantidad puede ser representada por un factor con respecto al total y su frecuencia (/), (*) mediante multiplicaciones y divisiones respectivamente.

El Activo Fijo de \$450,500.00 es disminuido por las depreciaciones en cantidad de \$50,000.00.

Su representación es:

$$450,500.00 - 50,000.00 = 350,500.00 \quad (\text{es la razón aritmética})$$

$$\text{Que es lo mismo a } 350,500.00 + 50,000.00 = 450,500.00$$

$$450,500.00 / 50,000.00 = 9.01 \quad (\text{es su razón geométrica})$$

$$\text{Que es lo mismo a } 9.01 * 50,000.00 = 450,500.00$$

En ambos casos se identifican dos variables: el que antecede y el que le sucede (**antecedente** y **consecuente**)



4.4.3.3.1. Clasificación de las razones simples: De acuerdo a Perdomo (1993) éstas se clasifican en:

A).- POR LA NATURALEZA DE LAS CIFRAS:

- Razones Estáticas
- Razones Dinámicas
- Razones Estático - Dinámicas
- Razones Dinámico - Estáticas

B).- POR SU SIGNIFICADO O LECTURA

- Razones Financieras
- Razones de Rotación
- Razones Cronológicas

C).- POR SU APLICACIÓN Y OBJETIVOS

- Razones de Rentabilidad
- Razones de Liquidez
- Razones de Actividad
- Razones de Solvencia y Endeudamiento
- Razones de Producción
- Razones de Mercadotecnia

Su definición:



Razones Estáticas son, cuando el antecedente y consecuente o numerador y denominador, emanan o proceden de estados financieros estáticos, como la Posición Financiera.

Razones Dinámicas son, cuando el antecedente y consecuente o numerador y denominador, emanan de un estado financiero dinámico, como el Estado de Resultados.

Razones Estático – Dinámicas son, cuando el antecedente corresponde a conceptos y cifras de un estado financiero estático y el consecuente, emana de conceptos y cifras de un estado financiero dinámico.



Razones Dinámico – Estáticas son, cuando el antecedente corresponde a conceptos y cifras de un estado financiero dinámico, y el consecuente corresponde a un estado financiero estático.

Razones Financieras, son aquellas que se leen en dinero, o mejor dicho en pesos \$

Razones de Rotación, son aquellas que se leen en alternancias (número de rotaciones o vueltas al círculo comercial o industrial).

Razones Cronológicas, son aquellas que se leen en días o unidades de tiempo, o sea, se pueden expresar en días, horas, minutos, etc.

Razones de Rentabilidad, son aquellas que miden la utilidad de la empresa.

Razones de Liquidez, son aquellas que estudian la capacidad de pago en efectivo o en documentos cobrables de la empresa.

Razones de Actividad, son aquellas que miden la eficiencia de las cuentas por cobrar y por pagar, así como la eficiencia del consumo de materiales de producción, ventas, activos, etc.

Razones de Solvencia y Endeudamiento, son aquellas que miden la porción de activos financiados por deudas de terceros, miden de igual manera la habilidad para cubrir intereses de la deuda y los compromisos inmediatos.

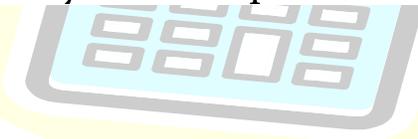
Razones de Producción, son aquellas que miden la eficiencia del proceso productivo, la eficiencia de la contribución marginal, así como los costos y capacidad de las instalaciones etc.

Razones de Mercadotecnia, son aquellas que miden la eficiencia del departamento de comercialización o mercados, del departamento de publicidad o todo lo inherente a la mercadotecnia.

El uso de estas razones (*indicadores financieros*), favorece la correcta toma de decisiones, tanto en la evaluación de las inversiones, en la detección de fallas y las desviaciones observadas, todo ello para formar un juicio con respecto a la situación financiera de la empresa.

Los estados financieros constituyen la radiografía en términos económicos de la empresa. Esto proporciona información tan amplia como el analista financiero lo requiera, aplicando para estos efectos un número ilimitado de razones simples, algunas tal vez sin utilidad o significado práctico, otras a lo mejor sin ninguna utilización o aplicación aparentemente justificada, pero lo que sí es importante es que el administrador financiero o analista financiero debe tener sentido común o criterio para determinar el número de razones simples que tengan significado práctico, para de esta manera poder establecer lo que en el párrafo anterior se plantea.

El uso de software especializado para el cálculo de estos indicadores, viene a constituir una herramienta sólida de apoyo, así como el diseño mediante hoja de cálculo en Excel. En ambos casos el beneficio se traduce en la optimización de los tiempos y en lo amplio de las pruebas.



Para ello se ha diseñado un software para el análisis financiero, mismo que podrá ser descargado gratuitamente desde la plataforma de la **Euromediterranean network**.

<http://eumed.net/>

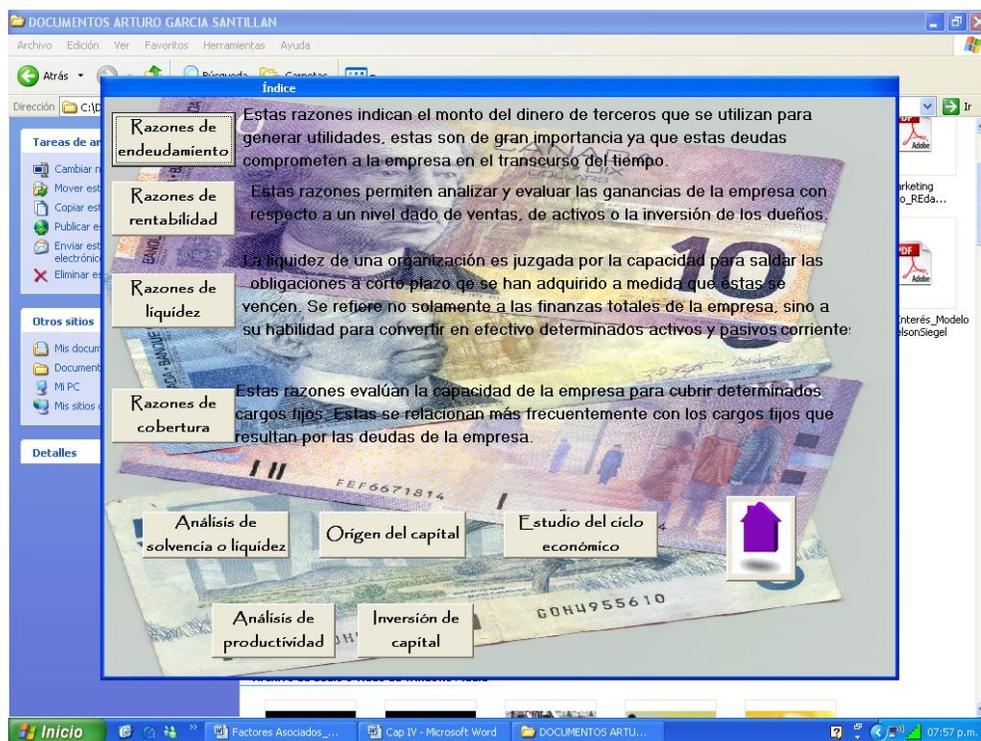
Explicaciones multimedia

<http://eumed.net/coursecon/ppp/index.htm>

O de igual forma puede solicitarlo al autor del libro al correo agsposgrados@yahoo.com



Configurar la pantalla en: 1024 * 768 pixeles para una optima resolución:



EJEMPLO:

_ **Nombre de la razón:**
Razón del Capital de Trabajo.

_ **FORMULA:**

$$R.C.T. = \frac{\text{ACTIVO CIRCULANTE}}{\text{PASIVO CORTO PLAZO}}$$

La empresa "X", presenta las siguientes cifras en su Estado de Posición Financiera.

Activos líquidos (circulantes)		Pasivo Circulante	
Efectivo en Caja y Bancos	1,374	Proveedores	1,350
Clientes	2,046	Acreedores diversos	1,800
Inventarios	1,500	Documentos x pagar	500
Inversión en Valores Realizables	500	Suma circulante	3,650
Suma circulante	5,420		

Solución:

¿Cual es la razón del capital en trabajo?
¿Cuál es el capital neto de trabajo?

$$RCT = \left(\frac{\sum a.c.}{\sum p.c.p.} \right) \quad RCT = \left(\frac{5,420}{3,650} \right) \quad RCT = 1.4849315$$

$$CNT = \left(\sum A.C. - \sum P.C.P. \right) \quad CNT = (\$5,420 - \$3,650) \quad CNT = (\$1,770)$$

En ambos casos resulta práctico el resultado, ya que por un lado tenemos una razón que nos dice que de cada peso que la empresa debe, cuenta con al menos 1.48 en sus activos circulantes. Y el capital neto de trabajo es la diferencia aritmética entre el primero (activo circulante) y el segundo (pasivos a corto plazo)

Es común que se utilice esta razón para determinar la capacidad de pago de la empresa en el corto plazo. En el contexto financiero, se ha hecho muy común aceptar como óptima, a la razón de 2 a 1 o sea que por cada peso que la empresa debe, esta tiene dos pesos para cubrir sus obligaciones en el corto plazo. Estas obligaciones van de las deudas con proveedores o acreedores, incluso hasta los impuestos a cargo de la empresa.

Dato importante que debemos considerar es, que en el estudio financiero más avanzado, nos obliga a determinar con mayor rigidez nuestra liquidez en el corto plazo, siendo esta la comparación de nuestro activo circulante 100% disponible en efectivo (con esto excluimos inventario, cuentas por cobrar) contra el total de obligaciones a corto plazo) denominada como la prueba ácida.



Nota: Es importante mencionar que por sí sola, ninguna razón es suficiente para efectos del análisis financiero, al contrario, se hace necesario someter los estados financieros a una serie de estudios, aplicando las razones que nos permitan visualizar un panorama general de la empresa, para la correcta toma de decisiones.

Las razones simples más usuales y su propósito, se describen a continuación:

RAZONES	FÓRMULAS	OBJETIVOS
A. FINANCIERAS (SE MIDEN Y SE LEEN EN PESOS)		
Del capital de trabajo RCT	Activo Circulante / Pasivo Circulante	Medida para cubrir compromisos en el futuro cercano.
Del margen de seguridad Severa o prueba del ácido RMS	Capital de trabajo/pasivo Circulante	Medida de las inversiones de Acreedores y Propietarios.
De protección al pasivo c. RPPC	Activo rápido/Pasivo Circulante	Medida del índice de solvencia inmediata.
Del capital inmovilizado RCI	Capital Contable/Pasivo Circulante	Medida de protección de propietarios de acreedores.
De protección al Capital S. RPCS	Activo Fijo Tangible/Capital Contable	Medida del origen de las inversiones de activo fijo.
Del índice de Rentabilidad RIR	Superávit/Capital Social	Mide la política en el reparto de dividendos.
De liquidez o disponible RL	Utilidad neta/Capital Contable Inicial	Mide el rendimiento sobre la inversión de accionistas.
De endeudamiento RE	Caja y Bancos/Pasivo Circulante	Mide el índice de liquidez inmediata
	Pasivo Total/Activo Total	
B. DE ROTACIÓN (se miden y leen en pesos)		
De clientes RRC	Ventas netas/clientes	Mide la eficiencia en el manejo del crédito a clientes.
De proveedores RRP	Compras netas/promedio de prov. Mat. Consumidos/prom. De inv. De materiales.	Mide la eficiencia en el uso del crédito de proveedores.
De inventario de materiales RRIM	Costo de producción/promedio de inv. De prod. en p.	Mide la eficiencia en el uso de inventarios de materiales.
De invent. de prod. en Proc. RRIPP	Costo de ventas/prom. De inv. De prod. term.	Mide la eficiencia en el departamento de producción.
De invent. de prod. term. RRPT	Ventas netas/promedio del activo fijo	Mide la eficiencia en el uso de inventarios de productos terminados o mercancías en los comercios.
De la Planta RRP		Mide la eficiencia en la utilización de su activo fijo.
C. CRONOLÓGICAS. (SE MIDEN Y LEEN EN DÍAS)		
Plazo medio de cobros PMC	360 días/rotación de clientes	Mide en días, la eficiencia del crédito a clientes.
Plazo medio de pagos PMP	360 días/rotación de proveedores	Mide en días, la eficiencia del uso del crédito.
Plazo medio de ventas PMV	360 días/rotación de inv. de prod. terminado.	Mide en días, la eficiencia del uso de inventarios de prod. terminados.
Plazo “. de consumo mat. PMCM	360 días/rotación de inv. de prod. en proceso.	Mide en días, la eficiencia del uso de inventario de materiales.
Plazo Medio de producción PMP		Mide en días, la eficiencia del departamento de producción.
D. RENTABILIDAD.		
Utilidad por acción	Utilidad neta/número de acciones	Medir la rentabilidad por acción
Inventario de los Accionistas	Utilidad neta/capital contable inicial	Medir la rent. de inversión accionistas
Margen neto de utilidad	Utilidad neta/ventas netas	Medir la facilidad de convertir las ventas en utilidad.
Inversión total	Utilidad de operación/activos totales	Medir la rentabilidad sobre activos total

Fuente: Tomado de Perdomo (1993)

E. LIQUIDEZ		
Disponible Capital de trabajo Severa o del ácido	Caja y bancos/pasivo circulante Activo circulante/pasivo circulante Activo circulante-inventarios/pasivo circulante.	Medir el índice de liquidez disponible Medir la habilidad para cubrir compromisos inmediatos.
Posición defensiva	Activo circulante/inventarios x 360 /costo total.	Medir el índice de solvencia inmediata.
Margen de seguridad	Capital de trabajo/pasivo circulante	Medir la habilidad para cubrir costos inmediatos. Medir las inversiones de acreedores y propietarios.
F. ACTIVIDAD		
Rotación de cartera o clientes Rotación de proveedores	Prom. Clientes x 360/vtas. Contado Prom. Proveedores x 360/compras a crédito.	Medir la eficiencia en el manejo del crédito de clientes. Medir la eficiencia en el uso del crédito de proveedores.
Rotación de inventarios de materiales	Prom. Inv. de mat. X 360/consumo de materiales	Medir la eficiencia en el consumo de materiales.
Rotación de inv. de prod. en proc.	Prom. Inv. de prod. en proc. X 360/costo de producción	Medir la eficiencia de la producción.
Rotación de inv. de prod. terminados	Prom. de inv. de prod. terminados x 360/costo de ventas	Medir la eficiencia en las ventas a crédito y al contado.
Rotación de Activos Totales	Ventas netas/activos totales promedio	Medir la eficiencia general en el uso de activos.
Rotación de Activos fijos	Ventas netas/activos fijos promedio	Medir la eficiencia en el uso de activos fijos.
G. SOLVENCIA Y ENDEUDAMIENTO		
Endeudamiento Cobertura financiera	Pasivo total/Activo total	Medir la porción de activos financieros por deuda.
Cobertura efectiva	Utilidad antes de provisiones/costos financieros. Utilidad antes de provisiones/costos financieros	Medir la habilidad para cubrir intereses. Medir la habilidad para cubrir compromisos inmediatos.
H. PRODUCCIÓN		
Eficiencia del proceso productivo	Costo Variables de producción/precio de venta de la produc.	Medir la eficiencia del proceso productivo.
Eficiencia de la contribución marginal	Costos fijos de producción/precio de venta de la producción.	Medir inventarios en relación a ventas.
Capacidad de las instalaciones	Activos fijos de producción/precio de venta de la producción.	Medir costos y la capacidad de las instalaciones.
I. MERCADOTECNIA		
Rendimiento de la función de Mkt.	Contribución de MKT/activos de MKT	Ventas-costo directo-costo de MKT
Costo de la función de MKT.	Costo de MKT/ventas netas	Equipo de distribución + inventarios de prod. term. + Clientes.
Rotación de la función de MKT.	Ventas netas/activos identificables con la función.	Costos de almacenamiento, distribución, promoción, descuentos, admón. de ventas, cuentas incobrables.
Efectividad de la publicidad	Publicidad de ejercicio anterior/ventas de este ejercicio.	Activos tales como ctas. por cobrar, vehículos de venta y distribución, artículos terminados, etc. Efectividad de la publicidad en relación a ventas.

Fuente: Tomado de Perdomo (1993)

4.4.3.4. RAZONES ESTANDAR

Este método sirve para determinar la relación de dependencia resultante de la comparación geométrica de los promedios de las cifras de dos o más cuentas de los estados financieros.

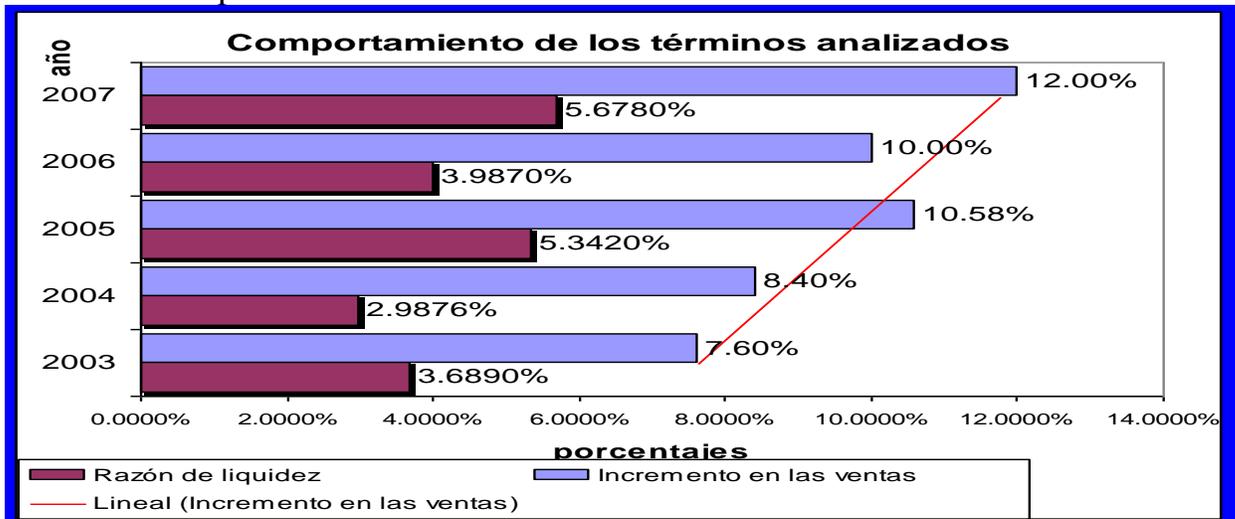
De lo anterior se desprende, que la razón estándar es similar al promedio de una serie de cifras o razones simples de la misma empresa a una misma fecha o período las cuales emanan de los estados financieros de dicha empresa. O en su defecto puede ser el promedio de una serie de razones simples de los estados financieros a una misma fecha o período, pero de distintas empresas que se dedican a la misma actividad.

Veamos un ejemplo:

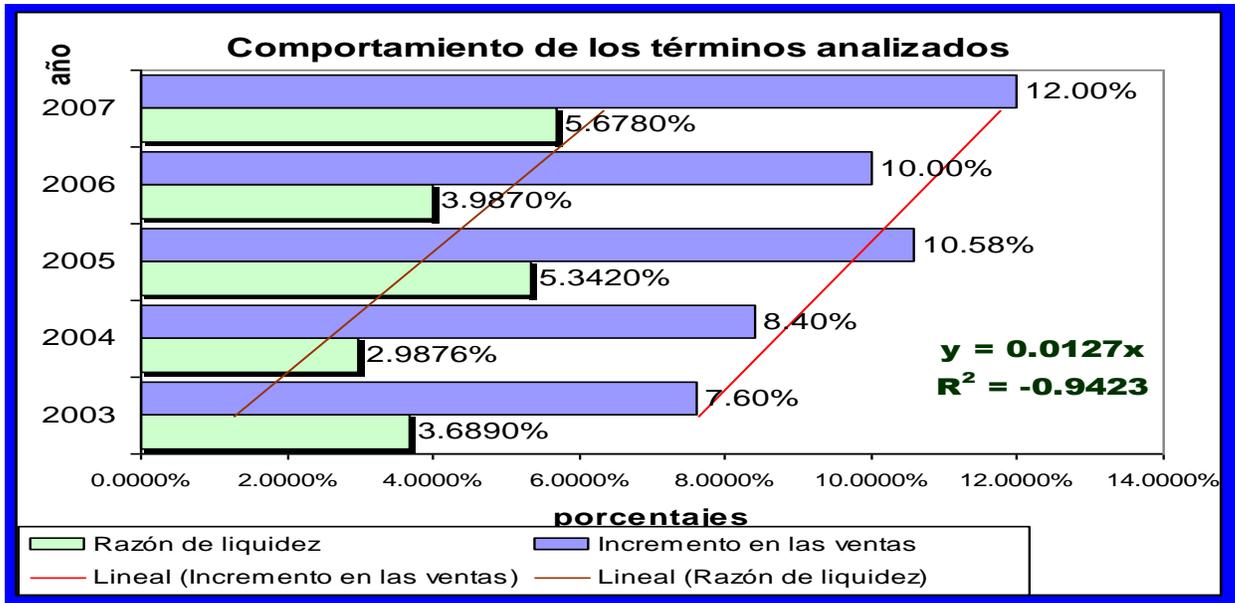
Durante los últimos cinco años el sector de servicios ha mostrado un crecimiento en las ventas del: 7.6% en el 2003, 8.4% en el 2004, 10.58% en el 2005 y en los ejercicios 2006 y 2007 su comportamiento fue del 10 y 12% respectivamente. (Comparativo de ventas)

De igual forma la razón de liquidez con la que operaba este sector, según estudios de fuentes bancarias que atendieron las solicitudes de financiamiento de este sector específico fue de: 3.689, 2.9876, 5.342, 3.987 y 5.678 durante los años del 2003 al 2007 respectivamente.

Su representación con: gráfica de tendencias y con el promedio aritmético simple



Fuente: elaboración propia



Promedio aritmético simple:

años	%> Vtas.	razón de liquidez
2003	8%	3.689%
2004	8%	2.988%
2005	11%	5.342%
2006	10%	3.987%
2007	12%	5.678%
Σ	49%	22%
	5	5
	9.8%	4.4%
$P.A.S. = \left(\frac{\sum t}{n} \right)$	$P.A.S. = \left(\frac{22\%}{5} \right)$	$P.A.S. = 4.4\%$
$P.A.S. = \left(\frac{\sum t(\%vtas.)}{n} \right)$	$P.A.S. = \left(\frac{49\%}{5} \right)$	$P.A.S. = 9.8\%$

Fuente: elaboración propia

Donde:

P.A.S.: promedio aritmético simple

Σt : sumatoria de los términos analizados

n: número de términos

Cuando se lleva a cabo un análisis de esta naturaleza, se recomienda llevar a cabo el número de razones que el administrador financiero considere necesarias, para poder fundamentar su estudio. Esto es, no existe un número determinado de pruebas que se tengan que analizar para poder emitir un juicio sobre la situación económica financiera de la empresa.

El desarrollo de este método, estará en función de lo que el analista desee evaluar.

Supongamos un ejemplo en el que la empresa evaluada, desea incursionar en la comercialización de un determinado producto (*adicional al que viene operando normalmente*) y desea conocer el comportamiento del mercado con respecto a su competencia.

Un paso importante es identificar, quien es su competencia. Otro dato sería el crecimiento de ese sector, en función del indicador IGAE³, probablemente se desee conocer el porcentaje de utilidad que dicho producto viene generando, el porcentaje de utilidad marginal, etc.

Así con estos indicadores se pueden analizar varios períodos con respecto al mismo concepto. Los comparativos entre los conceptos estudiados, pueden representarse mediante gráficas de tendencias



Con este ejemplo podemos concluir entonces que el número de razones estándar podría ser ilimitado, pero depende del criterio del analista o administrador financiero, el determinar cuáles son de su utilidad y cuáles no tienen sentido práctico.

³ Índice General de la Actividad Económica

4.4.3.4.1. Clasificación de las razones estándar:

Estas razones financieras (estándar), las podemos clasificar bajo la siguiente estructura:

Desde el punto de vista del origen de las cifras

Por su origen: Internas y Externas

Por su naturaleza: estáticas, dinámicas, estático-dinámicas y dinámico-estáticas

Su descripción:

- ♥ **Las razones estándar internas**, son aquellas que se obtienen con los datos acumulados de varios estados financieros, a distintas fechas y períodos de una misma empresa.
- ♥ **Las razones estándar externas**, son las que se obtienen con los datos acumulados de varios estados financieros a la misma fecha o período pero que se refieren a distintas empresas, claro está, del mismo giro o actividad.
- ♥ **Las razones estándar estáticas**, corresponden a aquellas mediante las cuales las cifras corresponden a estados financieros estáticos. **(Ejemplo. Estado de Posición Financiera)**
- ♥ **Las razones estándar dinámicas**, corresponden a aquellas mediante las cuales las cifras corresponden a estados financieros dinámicos. **(Ejemplo: Estado de Resultados de Operación)**
- ♥ **Las razones estándar estático-dinámicas**, corresponden a las cifras en donde el antecedente se obtiene de estados financieros estáticos, y el consecuente se obtiene del promedio de cifras de estados financieros dinámicos.
- ♥ **Las razones estándar dinámico-estáticas**, corresponden a las cifras en donde el antecedente se obtiene de estados financieros dinámicos, y el consecuente se obtiene del promedio de cifras de estados financieros estáticos.

REQUISITOS PARA EL CÁLCULO DE RAZONES MEDIAS O ESTANDAR

(INTERNAS)

- ♥ Reunir estados financieros recientes de la misma empresa.
- ♥ Obtener cifras o razones simples que servirán de base para las razones medias.
- ♥ Confeccionar una cédula de trabajo (hoja de Excel) que integre las cifras o las razones anteriores por el tiempo que considere conveniente el analista financiero.
- ♥ Calcular razones medias por conducto de :
 - ♥ Promedio aritmético simple
 - ♥ Mediana
 - ♥ Moda
 - ♥ Promedio geométrico
 - ♥ Promedio armónico

REQUISITOS PARA EL CÁLCULO DE LAS RAZONES MEDIAS O ESTANDAR

(EXTERNAS)

- ♥ Reunir cifras o razones simples de estados financieros de empresas que están dedicadas a la misma actividad, esto es que sus productos sean muy similares.
- ♥ Que las empresas se localicen geográficamente en la misma región.
- ♥ Que las políticas de venta y crédito sean muy similares.
- ♥ Que los métodos de registro, contabilidad y valuación, sean relativamente similares o uniformes.
- ♥ Que las cifras que corresponden a estados financieros dinámicos muestren aquellos meses en los cuales las empresas en estudio, se encuentren en una racha relativamente buena o mala
- ♥ Que las empresas que suministran la información financiera, sean financieramente solventes.
- ♥ Confeccionar una cédula o papel de trabajo que contenga las cifras o razones simples de los datos anteriores.
- ♥ Eliminar aquellas cifras o razones simples, que no estén muy acordes o que se encuentren muy dispersas en función a las demás.
- ♥ Calcular las razones medias utilizando de preferencia:
 - ♥ Promedio aritmético simple
 - ♥ Mediana
 - ♥ Moda
 - ♥ Promedio geométrico
 - ♥ Promedio armónico

4.4.3.5. RAZONES BURSÁTILES

Se refiere al cálculo de la dependencia o relación existente entre dos o más conceptos de los estados financieros. La comparación geométrica nos lleva a determinar un múltiplo entre los valores analizados. Normalmente sirve para evaluar estados financieros de empresas que cotizan en bolsa.

A este tipo de razones se les conoce en el ámbito bursátil como múltiplos, las cuales se detallan a continuación como otra herramienta más del administrador financiero, que utilizará en el estudio previo a la solicitud de algún tipo de financiamiento que la empresa demande.



Fuente: Tomada de <http://www.que.es/ultimas-noticias/economia/201005062030-bolsa-mexico-abre-alza-leve.html> [10-05-2010]

4.4.3.5.1. Clasificación de los Múltiplos bursátiles

Su notación:

$$M_{cot} = \frac{P_{cot_unitario}}{U_{anual}}$$

Donde:

M_{cot} = múltiplo de cotización de la acción
 P_{cot} = precio de cotización unitario (acción)
 U_{anual} = utilidad del ejercicio (12 meses)

EJEMPLO:

La cotización de la acción de la empresa “**Minsa**” es de \$21.00 dls., y la utilidad que generó la acción en los últimos 12 meses fue de \$3.38 dls.

$$M_{cot} = \frac{P_{cot_unitario}(21.00dls)}{U_{anual}(3.38dls.)}$$

De ello obtenemos un factor de 6.2130, lo que representa que el valor de la acción de Minsa cuando se compra, ésta paga el equivalente a 6.21 veces la utilidad actual de la empresa.

MÚLTIPLO DE COTIZACIÓN ESTIMADO

De forma análoga, cuando se desea calcular el Múltiplo estimado de cotización, la expresión toma la siguiente forma:

$$M_{est} = \frac{P_{cot_unitario}}{U_{est}}$$

CON LOS DATOS DEL MISMO EJEMPLO

La cotización de la acción de la empresa “**Minsa**” es de \$21.00 y la utilidad estimada en los últimos 12 meses es de \$4.18., por consiguiente su M_{est}

$$M_{est} = \frac{P_{cot_unitario}(21.00dls)}{U_{est}(4.18dls)}$$

= 21 / 4.18 = 5.0239, esto quiere decir, que cuando se compra una acción de esta empresa se esta pagando 5 veces la utilidad actual de la empresa.

De ello obtenemos un factor de 5.0239, lo que representa que el valor de la acción de Minsa cuando se compra, esta paga el equivalente a 5 veces la utilidad actual de la empresa. (Estimado)

MÚLTIPLO VALOR EN LIBROS

EJEMPLO:

La cotización de la acción de la empresa “x” es de \$21.00 y el valor en libros de la acción es de 10 dls., por consiguiente, la expresión toma la siguiente forma:

$$M_{vl} = \frac{P_{unitario_acción}}{V_l} \quad M_{vl} = \frac{P_{unitario_21.00dls}}{V_l_10.00dls.}$$

Por consiguiente su $M_{vl} = 21 / 10. = 2.1$ esto quiere decir, que cuando se compra una acción de esta empresa se esta pagando 2.1 veces el valor en libros actual de la empresa

MÚLTIPLO DE SOLIDEZ

Con el capital contable de la empresa que es la emisora de las acciones, ahora se puede determinar su múltiplo de solidez. Esto es, determinar la palanca financiera que genera la emisión de las acciones con respecto a su patrimonio.

$$M_s = \frac{Pvo_x_acciones}{CC}$$

EJEMPLO:

La empresa emisora tiene una deuda por 5 millones de pesos (recursos ajenos), asimismo cuenta con un capital contable de 12.5 millones de pesos:

$$M_s = \frac{Pvo_5millones}{12.5millones}$$

Por consiguiente su $M_s = 5 / 12.5 = 0.4$, esto quiere decir que la empresa debe \$0.40 de pasivos (recursos ajenos) por cada 1.00 de capital propio (recursos propios)

MÚLTIPLO DE PRODUCTIVIDAD DE LOS ACTIVOS TOTALES

Con respecto a la productividad de los activos, ahora podemos calcular su múltiplo, a partir del resultado de su operación, esto es, la utilidad antes de los impuestos y el pago de utilidades a los trabajadores con respecto a los activos totales.

$$M_{pA} = \frac{U_{op} - (ISR, PTU)}{\sum \text{Activos}}$$

EJEMPLO:

La empresa emisora tiene una utilidad operativa antes de impuestos por 25 millones de pesos, asimismo su estructura de activos asciende a la cantidad de 100 millones de pesos (considerar una tasa del 28% de ISR y 10% PTU):

$$M_{pA} = \frac{U_{op} 25 - (7 + 2.5)}{\sum \text{Activos}_{100}}$$

Por consiguiente su $M_{pA} = 25 - (7+2.5) / 100 = 0.25$, esto quiere decir que la empresa obtiene 0.155 de utilidad antes de I.S.R. y P.T.U., por cada peso de productividad de sus activos. (Por lo tanto puede hacer frente a sus compromisos)

OTROS MÚLTIPLOS QUE PUEDEN SER IDENTIFICADOS A PARTIR DE LA INFORMACIÓN PLASMADA EN LOS ESTADOS FINANCIEROS SON:

Múltiplo o razón de:	Notación
Costo financiero sobre deuda	$M_{cf/d} = \frac{\sum I_{pagados}}{\sum Pasivos}$
Costo financiero sobre ventas	$M_{cf/v} = \frac{\sum I_{pagados}}{\sum Vtas_totales}$
Rentabilidad en ventas	$M_{rv} = \frac{U_{net}}{\sum Vtas_totales}$
Rentabilidad sobre el patrimonio	$M_{rCC} = \frac{U_{net}}{CC}$
Utilidad por acción	$M_{r_{x_accion}} = \frac{U_{net}}{Paquete_accionario}$
Costo financiero sobre utilidad operacional	$M_{cf/ut.op} = \frac{\sum I_{pagados}}{\sum Ut_operacional}$
Rentabilidad de los activos de operación (fijos)	$MpA_f = \frac{U_{op} - (ISR, PTU)}{\sum Activos_fijos}$
Rentabilidad de los activos del capital en trabajo (circulantes)	$MpA_c = \frac{U_{op} - (ISR, PTU)}{\sum Activos_circulantes}$
Rentabilidad de los activos de operación (diferidos)	$MpA_d = \frac{U_{op} - (ISR, PTU)}{\sum Activos_diferidos}$

EJEMPLO Costo financiero sobre deuda

La empresa emisora tiene un pasivo total de 5 millones de pesos, y suponiendo que pagó intereses en el ejercicio por 1.2 millones de pesos, su costo financiero sobre deuda es de $1.2 \div 5 = 0.24$, esto quiere decir que la empresa paga \$0.24 por cada peso de deuda.

EJEMPLO Costo financiero sobre ventas

La empresa emisora tiene VENTAS NETAS totales por 250 millones de pesos, y suponiendo que pagó intereses en el ejercicio por 2.8 millones de pesos, su costo financiero sobre ventas es $2.8 \div 250 = 0.0112$, esto quiere decir que la empresa paga \$0.0112 por cada peso de VENTAS NETAS.

EJEMPLO Rentabilidad en ventas

La empresa emisora tiene una utilidad de 25 millones de pesos, asimismo realizó ventas en el ejercicio por 250 millones de pesos, por consiguiente su rentabilidad en ventas = $25 \div 250 = 0.10$, esto quiere decir que la empresa obtiene \$0.10 de utilidad por cada peso de ventas que realice.

EJEMPLO: Rentabilidad del Capital –Contable (patrimonio)

Supongamos que la empresa emisora tiene una utilidad neta de 25 millones de pesos, y suponiendo que cuenta con un capital contable en el ejercicio por 12.5 millones de pesos, su rentabilidad con respecto al patrimonio es = $25 \div 12.5 = 2$ esto quiere decir que la empresa obtiene \$2.0 de utilidad neta por cada peso invertido.

EJEMPLO: Rentabilidad por acción

La empresa emisora tiene una utilidad neta de 25 millones de pesos, y el capital social suscrito es de 12.5 millones de pesos, mismos que se amparan con acciones nominativas de 100 cada una, siendo en total 125,000 acciones, por consiguiente su rentabilidad por acción es = $25 \div 125,000 = 0.0002$, esto quiere decir que la empresa emisora obtiene \$0.0002 de utilidad por cada acción.

EJEMPLO: Múltiplo de Coste financiero sobre Utilidad operacional.

La empresa emisora tiene una utilidad antes de ISR Y PTU de 25 millones de pesos, y suponiendo que pagó intereses en el ejercicio por 2.8 millones de pesos, su MÚLTIPLO DE INTERESES SOBRE UTILIDAD = $2.8 \div 25 = 0.112$, esto quiere decir que la empresa paga \$0.112 por cada peso de utilidad antes de ISR Y PTU

SI DESEAMOS CONOCER LOS MÚLTIPLOS ESPECÍFICOS DE CADA TIPO DE ACTIVOS

Con respecto a la productividad de los activos, ahora podemos calcular su múltiplo, a partir del resultado de su operación, esto es, la utilidad antes de los impuestos y el pago de utilidades a los trabajadores con respecto a los activos: fijos, circulantes y diferidos

$$MpA_f = \frac{U_{op} - (ISR, PTU)}{\sum \text{Activos}_{fijos}}$$

$$MpA_c = \frac{U_{op} - (ISR, PTU)}{\sum \text{Activos}_{circulantes}}$$

$$MpA_d = \frac{U_{op} - (ISR, PTU)}{\sum \text{Activos}_{diferidos}}$$

A manera de resumen: La finalidad que se persigue con este método de valuación, es la misma que el método de razones simples y estándar, el de valorar los diferentes indicadores financieros que permitan al analista o estratega financiero tomar decisiones apropiadas y que desde luego se beneficie la empresa en la obtención de esos recursos que en su momento demande. *(Para los diferentes proyectos de expansión o de inyección de liquidez)*

CUADRO DE RAZONES BURSÁTILES

NOMBRE	FÓRMULA	OBJETIVOS
MÚLTIPLO CONOCIDO DE COTIZACIÓN	$\frac{\text{PRECIO DE COTIZACIÓN DE LA ACCIÓN}}{\text{UTILIDAD CONOCIDA ÚLTIMOS 12 MESES}}$	MIDE LAS VECES QUE SE HA PAGADO LA UTILIDAD ACTUAL DE LA EMISORA.
MÚLTIPLO CONOCIDO DE COTIZACIÓN	$\frac{\text{PRECIO DE COTIZACIÓN DE LA ACCIÓN}}{\text{UTILIDAD ESTIMADA}}$	MIDE LAS VECES QUE SE HA PAGADO LA UTILIDAD ESTIMADA DE LA EMISORA.
MÚLTIPLO DE VALOR EN LIBROS	$\frac{\text{PRECIO EN LIBROS}}{\text{VALOR EN LIBROS DE LA ACCIÓN}}$	MIDE LAS VECES QUE SE HA PAGADO EL VALOR EN LIBROS DE LA ACCIÓN.
MÚLTIPLO DE SOLIDEZ	$\frac{\text{PASIVO DE EMPRESA EMISORA}}{\text{CAPITAL CONTABLE}}$	MIDE LA PORCIÓN DE RECURSOS AJENOS, POR CADA \$1.00 DE RECURSOS PROPIOS.
MÚLTIPLO DE PRODUCTIVIDAD DE DE ACTIVOS	$\frac{\text{UTILIDAD ANTES DE ISR Y PTU}}{\text{ACTIVO TOTAL}}$	MIDE LA PORCIÓN DE UTILIDAD ANTES DE ISR Y PTU., POR CADA \$1.00 DE PRODUCTIVIDAD DE ACTIVOS.
MÚLTIPLO DE RENTABILIDAD EN VENTAS	$\frac{\text{UTILIDAD NETA}}{\text{VENTAS NETAS}}$	MIDE LA PORCIÓN DE UTILIDAD NETA, POR CADA \$1.00 DE VENTAS NETAS.
MÚLTIPLO DEL COSTO PORCENTUAL PROMEDIO DE DEUDA	$\frac{\text{INTERESES FINANCIEROS}}{\text{PASIVO TOTAL}}$	MIDE EL COSTO PORCENTUAL PROMEDIO DE DEUDA
MÚLTIPLO DE INTERESES SOBRE VENTAS	$\frac{\text{INTERESES FINANCIEROS}}{\text{VENTAS NETAS}}$	MIDE LA PORCIÓN DE INTERESES FINANCIEROS, POR CADA \$1.00 DE VENTAS NETAS.
MÚLTIPLO DE INTERESES SOBRE UTILIDAD	$\frac{\text{INTERESES FINANCIEROS}}{\text{UTILIDAD ANTES DE I.S.R. Y P.T.U.}}$	MIDE LA PORCIÓN DE INTERESES FINANCIEROS, POR CADA \$1.00 DE UTILIDAD ANTES DE I.S.R. Y P.T.U.
MÚLTIPLO DE UTILIDAD POR ACCIÓN	$\frac{\text{UTILIDAD NETA}}{\text{No. DE ACCIONES}}$	MIDE LA PORCIÓN DE UTILIDAD NETA POR CADA ACCIÓN.

Fuente: Tomado de Perdomo (1993)

4.4.3.6. MÉTODO DE TENDENCIAS

Mediante este método, se puede determinar la propensión relativa y absoluta de las cifras plasmadas en los estados financieros de la empresa. Desde luego que los conceptos deberán ser homogéneos.

Algunas de las características a observar en este método:

- ✓ Renglones similares
- ✓ Importe base y comparado
- ✓ Tendencias: (%) relativo, absoluta (\$), mezcladas (%,\$)

Es recomendable tomar en cuenta las siguientes consideraciones mínimas que deberán observarse en su aplicación.

- Este procedimiento facilita la retención y apreciación mental de la tendencia de las cifras, hecho que facilita el hacer la estimación de posibles cambios futuros en la empresa
- Las normas para valorar deben ser las mismas para los estados financieros que se presentan, que sean congruentes con el estudio y lo que se persigue.
- La información descrita en los estados financieros dinámicos que se presentan, debe corresponder al mismo ejercicio o período.
- Para su aplicación se sugiere, comparar estados financieros de ejercicios anteriores, ya que permitirá observar cronológicamente la tendencia de las cifras al presente en que se analiza.
- Las cifras comparadas deben pertenecer a estados financieros de la misma empresa.
- Puede aplicarse paralelamente con otro procedimiento, dependiendo del criterio del analista financiero y en función del objetivo que se persiga.
- Al ser este un estudio que explora el pasado y su tendencia al paso del tiempo, se logra identificar probables anomalías sobre el estado que guardan las cifras de la empresa, por lo que constituye una base para el estrategia financiero para futuros estudios así como para plantear una serie de recomendaciones.

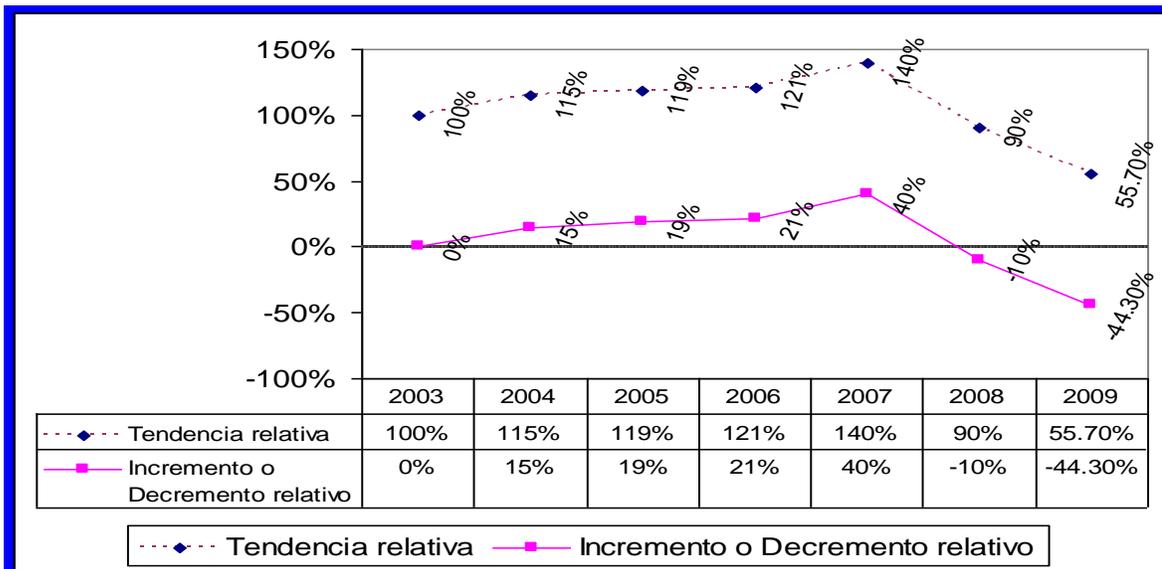
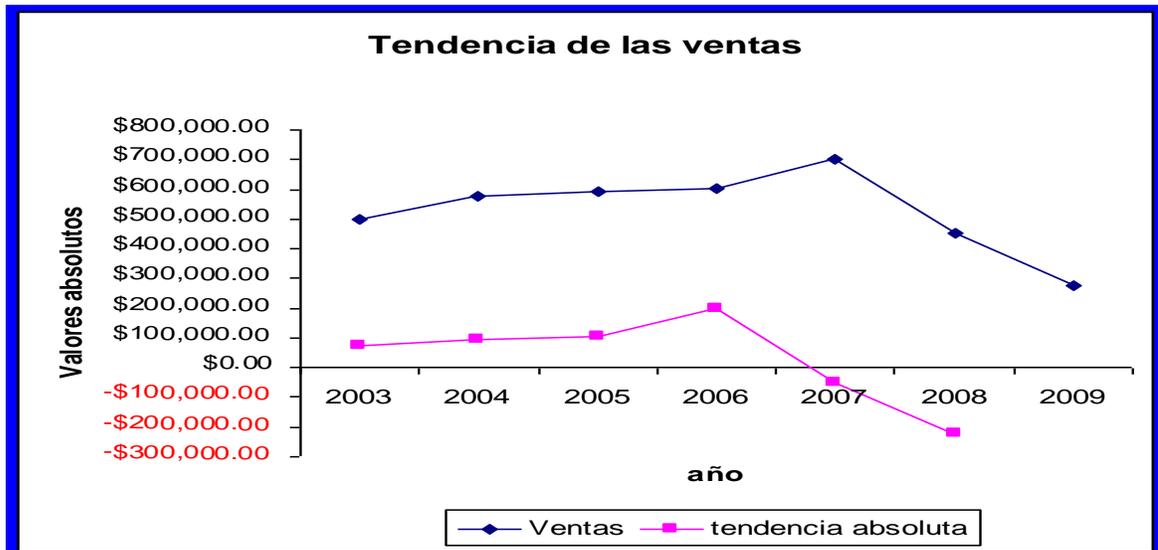
Notación:

Para obtener el importe relativo y la tendencia relativa

$$\left\langle \frac{\text{importe_comparado}}{\text{cifra_base}} \right\rangle * 100 \quad \left\langle \frac{[(\text{importe_comparado}) - \text{cifra.base}]}{\text{cifra_base}} \right\rangle * 100$$

EJEMPLO:

Período	Ingresos por ventas	tendencia			Incremento o decremento relativo
		\$		%	
2003	\$500,000.00	Cifra base			Cifra base de comparación
2004	\$575,000.00	\$75,000.00	+	115%	15%
2005	\$595,000.00	\$95,000.00	+	119%	19%
2006	\$605,000.00	\$105,000.00	+	121%	21%
2007	\$700,000.00	\$200,000.00	+	140%	40%
2008	\$450,000.00	-\$50,000.00	-	90%	-10%
2009	\$278,500.00	-\$221,500.00	-	55.7%	-44.3%



Procedimiento para su cálculo a partir de la notación:

Ejercicio 2004

Para obtener el importe relativo=

$$\left\langle \frac{\text{importe_comparado}}{\text{cifra_base}} \right\rangle * 100$$
$$\left\langle \frac{575,000}{500,000} \right\rangle * 100 \quad 115 = 115\%$$

La tendencia relativa=

$$\left\langle \frac{[(\text{importe_comparado}) - \text{cifra.base}]}{\text{cifra_base}} \right\rangle * 100$$
$$\left\langle \frac{[(575,000 - 500,000)]}{500,000} \right\rangle * 100 \quad 15 = 15\%$$

Ejercicio 2009 (negativo)

Para obtener el importe relativo=

$$\left\langle \frac{\text{importe_comparado}}{\text{cifra_base}} \right\rangle * 100$$
$$\left\langle \frac{278,500}{500,000} \right\rangle * 100 \quad 55.7 = 55.7\%$$

La tendencia relativa=

$$\left\langle \frac{[(\text{importe_comparado}) - \text{cifra.base}]}{\text{cifra_base}} \right\rangle * 100$$
$$\left\langle \frac{[(278,500 - 500,000)]}{500,000} \right\rangle * 100 \quad -44.3 = -44.3\%$$

4.4.3.7. MÉTODO DE AUMENTOS Y DISMINUCIONES:

Resulta ser un método muy simple, ya que sólo se comparan dos estados financieros, en los rubros específicos y similares y en fechas distintas. Con ello se obtiene el aumento o disminución entre las cifras comparadas, normalmente cifra base y la cifra a comparar.

- ✚ Renglones similares
- ✚ Importe base y comparado
- ✚ Tendencias: (%) relativo, absoluta (\$), mezcladas (%,\$)

Al igual que el anterior método, se debe observar lo siguiente:

- ✚ Renglones similares
- ✚ Importe base y comparado
- ✚ Variante (positiva o negativa, incluso sin variación)

Es recomendable tomar en cuenta las siguientes consideraciones mínimas que deberán observarse en su aplicación.

- ♥ Apoyarse en el estado de origen y aplicación de recursos.
- ♥ Las normas para valorar deben ser las mismas para los estados financieros que se presentan, que sean congruentes con el estudio y lo que se persigue.
- ♥ Presentar en forma comparativa los estados financieros y que además pertenezcan a la misma entidad.
- ♥ Los estados financieros dinámicos que se comparan, deben corresponder al mismo período o ejercicio, esto es, si comparamos un estado de resultados de operación del ejercicio 2007, se debe comparar otro estado de resultados de operación que corresponda a otro período de un año.
- ♥ Puede aplicarse paralelamente con otro procedimiento, dependiendo del criterio del analista financiero y en función del objetivo que se persiga.
- ♥ Por lo sencillo de este procedimiento, le permite a las personas retener en su mente las cifras obtenidas, o sea a las variaciones que resultan de las cifras comparadas y las cifras bases.

Conceptos	2007	2006	Variación	
			\$, %	signo
Actos o actividades gravados	\$114,280.00	\$103,095.00	\$11,185.00	+
Precios unitarios	\$8.00	\$8.70	-\$0.70	-
Unidades vendidas	14,285	11,850	2,435	+
Porcentaje con respecto a la base	120.5485232%	Base 100%	20.5485232%	+

Fuente: Elaboración propia (valores nominales, monetarios, porcentuales)

Como llevar a cabo este análisis:

Tenemos entonces que:

A partir de las unidades que se vendieron en el ejercicio fiscal 2007, representan el 120.5485232% en comparación con el 2006. Así los actos o actividades gravados del ejercicio 2007 con el precio del ejercicio 2006, representan dicho porcentaje.

Variación en unidades vendidas	
\$103,095.00 x 120.5485232% =	\$124,279.50
Ventas ejercicio 2006	\$103,095.00
(+)	\$21,184.50
Variación en los precios de venta	
Variantes de los precios del 2007 con respecto al 2006	\$124,279.50
Actos o actividades gravados 2007 a precios actuales	\$114,280.00
Variaciones en precios afectan disminución en ventas netas por	-\$9,999.50
Aumento Neto	11,185.00

Notación:

Variantes en unidades vendidas

$$V_{Un_vdas.} = [AA_{gp} * \%AA] - AA_{gp}$$

Variantes en los precios de las unidades vendidas

$$V_{pr} = [AA_{gp} * \%AA] - AA_{ga}$$

Donde:

V_{Un_vdas} = Variantes en unidades vendidas

AA_{gp} = Actos o actividades gravados del año pasado

$\%AA$ = Porcentaje actual

V_{pr} = Variantes en los precios de las unidades vendidas

AA_{ga} = Actos o actividades gravados del año actuales

Comprobación

$$V_{Un_vdas.} = [AA_{gp} * \%AA] - AA_{gp}$$

$$V_{Un_vdas.} = [103095 * 1.20548523] - 103095$$

$$V_{Un_vdas.} = 21,184.50$$

V_{Un_vdas} = Variantes en unidades vendidas		\$21,184.50
	+	
V_{pr} = Variantes en los precios de las unidades vendidas	-	-\$9,999.50
Variante neta	=	11,185.00

4.4.3.8. MÉTODO DE ANÁLISIS DE PRECIOS.

CONCEPTO: Consiste en determinar el precio de compra o venta (\$), de títulos valor de renta fija y variable de cualquier cartera de inversión, provenientes de personas físicas y morales, el cual sirve de referencia en los precios de cotización en la bolsa, para una acertada toma de decisiones.

EJEMPLOS:

PRECIO DE UN INSTRUMENTO DE INVERSION DE RENTA FIJA

A.- ¿Cuál será el precio de un cete, cuyo valor nominal es de \$10.00 y tiene una tasa de descuento del 56.5% y 28 días por vencer?

DATOS:

VN = \$10.00	(valor nominal)
TD = 56.5 %	(tasa de descuento)
DV = 28 días	(días por vencer)
PR = X	(PRECIO)

FÓRMULA:
$$PR = VN - \left[\left[VN * TD \right] * \frac{28}{360} \right]$$

$$PR = \$10.00 - \left[\left[\$10.00 * 0.565 \right] * \frac{28}{360} \right]$$

$$PR = \$10.00 - \left[\$5.650 * 0.07777778 \right]$$

$$PR = \$10.00 - .43944444 = \$9.56056$$

PRECIO DEL CETE A DESCUENTO

Con el mismo ejemplo anterior, determinar su precio antes de su vencimiento, partiendo de los siguientes supuestos:

B.- Pasan 7 días y deseamos venderlo antes de su vencimiento (faltando 21 días para su vencimiento), a una tasa de descuento del 54%:

DATOS:

VN = \$10.00 (valor nominal)
TD = 54.0 % (tasa de descuento)
DV = 21 días (días por vencer)
PR = X (PRECIO)

FORMULA:
$$PR = VN - \left[\left[VN * TD \right] * \frac{21}{360} \right]$$

$$PR = \$10.00 - \left[\left[\$10.00 * 0.54 \right] * \frac{21}{360} \right]$$

$$PR = \$10.00 - \left[\$5.40 * 0.05833333 \right]$$

$$PR = \$10.00 - 0.315 = \$9.685$$

PRECIO DEL CETE ANTES DE SU VENCIMIENTO

Esta historia continuará.....
Nos vemos pronto en *Administración Financiera II*



BIBLIOGRAFIA

- ACHING** Guzmán, C.: (2006) *Matemáticas financieras para toma de decisiones empresariales*, Edición electrónica. Texto completo en www.eumed.net/libros/2006b/cag3/
- BERANEK**, William. (1978) “*Análisis para la Toma de Decisiones*”. Editorial Labor., Barcelona, España.
- BREALEY** R, y **STEWART** Myers. (1998) “*Principios de Finanzas Corporativas*”. Ed. McGraw-Hill, 4ta. Edición.
- BRIGHAM**, Eugene F. & **Weston**, J. Fred- “*Fundamentos de Administración Financiera*”, Décima Edición, México, Ed. McGraw Hill.
- DEL RÍO** González, Cristóbal, “*El presupuesto*”, Décima Edición, México, Ed. ECASA.
- DIEZ** de Castro, Luis & **Mascareñas**, Juan: (1998) *Ingeniería Financiera “La gestión en los Mercados Financieros Internacionales*, Segunda Edición, México – Madrid, Ed. McGraw Hill
- DOMÍNGUEZ Orozco**, Jaime: (1998) “*La reexpresión de Estados Financieros ante el boletín B-10 con sus adecuaciones*”, Décima Primera Edición, México, Ed. Fiscales ISEF.
- HARRINGTON**, Diana y **WILSON**, Brent: (1986) *Corporate Financial Analysis*. Business Publications, INC, USA.
- HARRIS** Pérez, Alfredo: (1995) “*Los Estados Financieros, su análisis e interpretación*”. Séptima Edición, México, Ed. ECASA.
- KOONTZ**, Harold & **Weihrich**, Heinz: (1998) “*Administración, una Perspectiva Global*”, Décimo Primera Edición, México, Ed- Mc Graw Hill.
- MARMOLEJO** González, Martín (1996) “*Inversiones*” práctica, metodología, estrategia y filosofía, Novena Edición, México, Ed. IMEF.
- MARTIN**, John D. y otros (1991). “*Basic Financial Management*”. Editorial Prentice Hall, USA 5ª. Edición.

- MYERS**, McGuigan, J., y William Kretlow (1993) “**Contemporary Financial Management**”. USA: West Publishing Company.
- PASTOR**, Guillermo (1999): Matemáticas Financiera, Limusa Noriega Editores, SEP
- PERDOMO** Moreno, Abraham (1993) Administración Financiera de Inversiones I, Primera Edición, México, Ed. ECASA.
- RODRÍGUEZ** Ruiz, Raúl: (1995) Elementos de Administración Fiduciaria, Segunda Edición, México, Ed. ECASA.
- ROSS** Stephen A.; Westerfield, Randolp W.; Jaffe, Jeffrey F. (1995) **Finanzas Corporativas** 3^a Edición., España: Irwin.
- STEINNER, George A.-** Planeación Estratégica, Novena Impresión, México, Ed. CECSA.
- SUAREZ** Suárez, Andrés: (1996) “**Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa**”. Editorial Pirámide, España, 4ta. Edición.
- TERRY** R., George: (1993) Principios de Administración, Novena Edición, México, Ed. CECSA.
- VAN HORNE**, James C. & Wachowicz, Jhon M. Jr- (1998) **Fundamentos de Administración Financiera**, Octava Edición, México, Ed. Prentice Hall
- VAN HORNE**, James: (1993) **Administración Financiera**. Editorial Prentice Hall, México, 9^a. Edición.
- VAN HORNE**, James. (1997) **Administración Financiera**. Editorial Prentice Hall, Décima edición, México.
- WESTON**, Fred y COPELAND, Thomas: (1998) “**Finanzas en Administración**”. Editorial McGraw-Hill, México, 8^a. Edición.
- WESTON**, Fred & BRIGHAM, E.: (1995) “**Finanzas en Administración**”. Décima Ed. México: McGraw Hill.

ANEXOS

ANEXO A

RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEL CAPÍTULO 3.1.- INTERÉS SIMPLE

CAPÍTULO DE INTERÉS SIMPLE:

Valor presente y Valor futuro

Ecuaciones Equivalentes

1.- Determine el interés que genera un capital de \$ 105,000.00 en 5 meses con una tasa nominal del 3%.

$$I = Pin$$

DATOS:

$$P = \$ 105,000.00$$

$$i = 3\%$$

$$n = 5 \text{ meses}$$

$$I = 1312.50$$

$$I = 105000 * \frac{5}{12} * .03 \quad I = 105000 * .4166667 * .03 \quad I = 105000 * .0125 \quad I = 1312.50$$

Despejemos ahora ¿cuál fue el capital que invertimos?:

$$P = \frac{I}{in}$$

$$P = \frac{1312.50}{\frac{5}{12} * .03}$$

$$P = \frac{1312.5}{.4166667 * .03}$$

$$P = \frac{1312.5}{.0125}$$

$$P = \$105,000.00$$

Encontremos ahora el plazo al cual invertimos el capital:

$$n = \frac{I}{Pi}$$

$$n = \frac{1312.5}{105000 * \frac{.03}{12}} \quad n = \frac{1312.5}{262.5} \quad n = 5$$

Despeje ahora la tasa de interés utilizada

$$i = \frac{I}{P * n}$$

$$i = \frac{1312.5}{105000 * \frac{5}{12}} \quad i = \frac{1312.5}{105000 * .416667} \quad i = \frac{1312.5}{43753.5} \quad i = .03 = 3\%$$

2.- Determine el interés que genera un capital de \$ 310,000.00 en 7 meses con una tasa nominal del 8%.

DATOS:

$$P = \$ 310,000.00$$

$$i = 8\%$$

$$n = 7 \text{ meses (210 días)}$$

$$I = 3750.00$$

$$I = Pin$$

$$I = 310000 * .08 * \frac{210}{360} \quad I = 310000 * .08 * .5833 \quad I = 310000 * .0475$$

$$I = \underline{\$14,477.00}$$

Determine ahora el capital que invirtió

$$P = \frac{I}{in}$$

$$P = \frac{14477.00}{.08 * \frac{210}{360}} \quad P = \frac{14477.00}{.08 * .5833} \quad P = \frac{14477.00}{.0467} \quad P = \underline{\$310,000.00}$$

Despeje de la fórmula el período utilizado

$$n = \frac{I}{Pi}$$

$$n = \frac{14477.00}{310000 * \frac{.08}{360}} \quad n = \frac{14477.00}{68.88888882} \quad n = 210 \text{ _días}$$

Encuentre ahora la tasa nominal a la que invirtió $i = \frac{I}{P * n}$

$$i = \frac{14477.00}{310000 * \frac{210}{360}} \quad i = \frac{14477.00}{310000 * .5833333333} \quad i = \frac{14477.00}{180833.33}$$

$$i = .08 = 8\%$$

3.- Utilice ahora la formula factorizada para encontrar el monto final de los siguientes pagos:

P = \$ 400 000.00 40% al contado y 60% a crédito
n = 4.5 meses (135 días)
i = 20%

$$S = P(1 + in)$$

$$S = 240000 \left[1 + \left(.20 * \frac{135}{360} \right) \right] \quad S = 240000 [1 + (.20 * 0.375)] \quad S = 240000 [1 + (.075)]$$

$$S = 240000 * 1.075 \quad S = \$258,000.00$$

Despeje de la fórmula principal el capital inicial invertido.

$$P = \frac{S}{1 + in}$$

$$P = \frac{258,000}{1 + .20 * \frac{135}{360}} \quad P = \frac{258,000}{1 + (.20 * .375)} \quad P = \frac{258,000}{1 + .075} \quad P = \frac{258,000}{1.075}$$

$$P = \$240,000.00$$

Despeje de la fórmula principal el interés utilizado. $i = \frac{S - P}{P * n}$

$$i = \frac{258,000 - 240,000}{240,000 * \frac{135}{360}} \quad i = \frac{18,000}{240,000 * .375} \quad i = \frac{18,000}{90,000} \quad i = .20000 \quad i = 20\%$$

$$n = \frac{S - P}{P * i} \quad n = \frac{258,000 - 240,000}{240,000 * \frac{.20}{360}} \quad n = \frac{18,000}{133.3333} \quad n = 135$$

4.- Con la fórmula factorizada encuentre el monto final y luego despeje sus demás literales:

P = \$ 200 000.00 25% al contado y 75% a crédito
 n = 5 meses (150 días)
 i = 20%

$$S = P(1 + in)$$

$$S = 150,000 \left[1 + \left(.20 * \frac{150}{360} \right) \right] \quad S = 150,000 [1 + (.20 * .416666)] \quad S = 150,000 [1 + (.083333)]$$

$$S = 150,000 * 1.083333 \quad S = 162,499.99$$

$$P = \frac{S}{1 + in}$$

$$P = \frac{162,499.99}{1 + .20 * \frac{150}{360}} \quad P = \frac{162,499.99}{1 + .20 * .416666} \quad P = \frac{162,499.99}{1.083333} \quad P = \$150,000.00$$

$$i = \frac{S - P}{P * n}$$

$$i = \frac{162,499.99 - 150,000}{150,000 * \frac{150}{360}} \quad i = \frac{12,499.99}{150,000 * .416666} \quad i = \frac{12,499.99}{62,499.90} \quad i = 20\%$$

$$n = \frac{S - P}{P * i}$$

$$n = \frac{162,499.99 - 150,000}{150,000 * .20} \quad n = \frac{12,499.99}{30,000} \quad n = .416666 = \frac{150}{360}$$

VALOR PRESENTE Y VALOR FUTURO

1. Obtenga el valor presente de un pago final de \$60,500.00 que se hará dentro de 45 días con una tasa del 15%

$$S = \$ 60\,500.00$$

$$n = 45 \text{ días}$$

$$i = 15\%$$

$$P = \frac{S}{1 + in}$$

$$P = \frac{60500}{1 + .15 * \frac{45}{360}} \quad P = \frac{60500}{1 + .15 * .125} \quad P = \frac{60500}{1 + .01875} \quad P = \frac{60500}{1.01875} \quad P = 59386.5$$

2. Encuentre el valor futuro de un adeudo que el día de hoy importa \$75,400.00 por el cual nos cobrarán una tasa del 6% al pagar dentro de un mes.

$$P = \$ 75\,400.00$$

$$n = 30 \text{ días}$$

$$i = 6\%$$

$$S = P(1 + in)$$

$$S = 75400(1 + .06 * \frac{30}{360}) \quad S = 75400(1 + .00499) \quad S = 75400(1.00499) \quad S = 75776.99$$

ECUACIONES DE VALORES EQUIVALENTES

1. Deuda original de 125000 que se cumpliría en 2 pagos uno en 3 meses y otro en 5 meses por los cuales nos cobran un interés del 20%, ofrecemos al proveedor hacerle 5 pagos uno en la fecha focal acordada, uno 1 mes después, otro 2 meses después, otro 3 meses después y el último 4 meses después, el proveedor acepta y nos respeta la tasa de interés cobrada hasta entonces

$$VEO = \frac{S_1}{1 + in} + \frac{S_2}{1 + in}$$

$$P = \$ 65\,000.00 \text{ a los 3 meses}$$

$$\$ 60\,000.00 \text{ a los 5 meses}$$

$$i = 20\%$$

$$VEO = \frac{65000}{1 + .20 * \frac{90}{360}} + \frac{60000}{1 + .20 * \frac{150}{360}} \quad VEO = \frac{65000}{1 + .20 * .25} + \frac{60000}{1 + .20 * .4166666}$$

$$VEO = \frac{65000}{1 + .05} + \frac{60000}{1 + .0833333} \quad VEO = \frac{65000}{1.05} + \frac{60000}{1.0833333}$$

$$VEO = 61904.76 + 55384.6170 \quad VEO = \$117,289.39$$

El valor del nuevo esquema

$$VNE = S_1 + \frac{S_2}{1 + in} + \frac{S_3}{1 + in} + \frac{S_4}{1 + in} + \frac{S_5}{1 + in}$$

$$VNE = S_1 + \frac{S_2}{1 + .20 * \frac{30}{360}} + \frac{S_3}{1 + .20 * \frac{60}{360}} + \frac{S_4}{1 + .20 * \frac{90}{360}} + \frac{S_5}{1 + .20 * \frac{120}{360}}$$

$$VNE = X + \frac{X}{1 + .20 * \frac{30}{360}} + \frac{X}{1 + .20 * \frac{60}{360}} + \frac{X}{1 + .20 * \frac{90}{360}} + \frac{X}{1 + .20 * \frac{120}{360}}$$

$$VNE = 1 + \frac{1}{1 + .20 * \frac{30}{360}} + \frac{1}{1 + .20 * \frac{60}{360}} + \frac{1}{1 + .20 * \frac{90}{360}} + \frac{1}{1 + .20 * \frac{120}{360}}$$

$$VNE = 1 + \frac{1}{1 + .20 * .083333} + \frac{1}{1 + .20 * .166666} + \frac{1}{1 + .20 * .25} + \frac{1}{1 + .20 * .33333}$$

$$VNE = 1 + \frac{1}{1 + .016666} + \frac{1}{1 + .033333} + \frac{1}{1 + .05} + \frac{1}{1 + .066666}$$

$$VNE = 1 + \frac{1}{1.016666} + \frac{1}{1.033333} + \frac{1}{1.05} + \frac{1}{1.066666}$$

$$VNE = 1 + .983607202 + .967742247 + .952380952 + .93750585941$$

$$VNE = 4.84123626041 \quad VNE = \frac{117,289.39}{4.84123626041} \quad VNE = \$24,227.15$$

2. Determine el valor original de una deuda de 450 mil pesos por la cual se realizaría el primer pago dando 44.44% dentro de 3 meses, y el segundo pago del 66.66% 5 meses después si se nos está cobrando una tasa del 15%, y el valor de la renegociación con el proveedor si se hacen 4 pagos, el primero en la fecha de la negociación, el segundo 2 meses después, el 3ro 4 meses después y el 4to 6 meses después y se nos cobra una nueva tasa del 18%

P = \$ 200 000.00 en 3 meses \$ 250 000.00 en 5 meses
i = 15%

$$VEO = \frac{S_1}{1+in} + \frac{S_2}{1+in}$$

$$VEO = \frac{200000}{1+.15*\frac{90}{360}} + \frac{250000}{1+.15*\frac{150}{360}} \quad VEO = \frac{200000}{1+.15*.25} + \frac{250000}{1+.15*.4166666}$$

$$VEO = \frac{200000}{1+.0375} + \frac{250000}{1+.0625} \quad VEO = \frac{200000}{1.0375} + \frac{250000}{1.0625}$$

$$VEO = 192771.0843 + 235294.1176 \quad VEO = \$428,065.2019$$

El valor del nuevo esquema

$$VNE = S_1 + \frac{S_2}{1+in} + \frac{S_3}{1+in} + \frac{S_4}{1+in}$$

$$VNE = S_1 + \frac{S_2}{1+.18*\frac{60}{360}} + \frac{S_3}{1+.18*\frac{120}{360}} + \frac{S_4}{1+.18*\frac{180}{360}}$$

$$VNE = X + \frac{X}{1+.18*\frac{60}{360}} + \frac{X}{1+.18*\frac{120}{360}} + \frac{X}{1+.18*\frac{180}{360}}$$

$$VNE = 1 + \frac{1}{1+.18*.166666} + \frac{1}{1+.18*.333333} + \frac{1}{1+.18*.5}$$

$$VNE = 1 + \frac{1}{1+.02999988} + \frac{1}{1+.05999994} + \frac{1}{1+.09}$$

$$VNE = 1 + \frac{1}{1.02999988} + \frac{1}{1.05999994} + \frac{1}{1.09}$$

$$VNE = 1 + .975609851 + .952380952 + .930232558$$

$$VNE = 3.83170137198 \quad VNE = \frac{428065.2019}{3.83170137198} \quad VNE = \$111,716.75$$

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS DEL CAPÍTULO 3.2.- INTERÉS COMPUESTO

6. Andrés y Silvana acaban de tener a su primer hijo. Es una niña llamada Luciana. Andrés ese mismo día abre una cuenta para Luciana con la cantidad de \$3'000,000.00. ¿Qué cantidad habrá acumulado Luciana para la edad de 8 años, si el banco les ofrece un interés del 6%, capitalizable trimestralmente?

$$P=3,000,000 \qquad n=8 \text{ AÑOS} \qquad i=6\% \text{ TRIMESTRAL}$$

$$S = P \left(1 + \frac{i}{m} \right)^n$$

$$S = 3,000,000 \left(1 + \frac{0.06}{4} \right)^{32} = 3,000,000 (1 + 0.015)^{32}$$

$$S = 3,000,000 (1.015)^{32} = 3,000,000 (1.61032432)$$

$$S = \$4,830,972.96$$

8. Manuelito de 8 años recibió un cheque de su abuelo por \$3,000.00 el día que ganó un concurso de natación. Pasó el tiempo y Manuelito olvidó que había depositado ese dinero. A sus 26 años decide retirar lo acumulado. ¿Cuánto hay en la cuenta de Manuelito gracias a su buena brazada, si inicialmente le dieron una tasa del 12% con capitalización mensual?

$$P=3,000 \qquad i=12\% \text{ MENSUAL} \qquad n=18 \text{ AÑOS}$$

$$S = P \left(1 + \frac{i}{m} \right)^n$$

$$S = 3,000 \left(1 + \frac{0.12}{12} \right)^{216} = 3,000 (1 + 0.01)^{216} = 3,000 (1.01)^{216}$$

$$S = 3,000 (8.578606299)$$

$$S = \$25,735.8189$$

9. Los señores Borja se pelearon; y la Sra. para aplacar su furia decidió ir de compras y adquirió una bolsa Fendi de la temporada recién salida en abril a \$5,689.45. El Sr. Borja, decide no pagar la tarjeta durante 4 meses para darle una lección a su mujer. Si el banco cobra un interés mensual de 3.344%.
¿Cuál será su saldo al mes de agosto?

$$P=5,689.45 \qquad n=4 \text{ MESES} \qquad i=3.344\%=0.03344$$

$$S = P(1+i)^n$$

$$S = 5,689.45(1+0.03344)^4 = 5,689.45(1.03344)^4$$

$$S = 5,689.45(1.140620227)$$

$$S = \$6,489.501$$

10. Susana decide regalarle un coche a su hija que cumple 17 años. Y acuerda pagar un enganche de \$65,000.00 y saldar el resto en otro pago de \$58,000 tres meses después. Si 56 días antes de la fecha de vencimiento del adeudo de los \$58,000, Susana recibe una grande herencia y decide abrir un pagaré a 28 días, ¿Qué cantidad debe depositar para que el monto final cubra exactamente los \$58,000 que adeuda si la tasa de interés anual es del 11.571%?

$$S=\$58,000 \quad n=28 \text{ DIAS} \quad i=11.571\%=0.11571$$

$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$$

$$58,000 = P\left(1 + \frac{(0.11571)(28)}{360}\right)^2$$

$$58,000 = P(1+0.008999666)^2$$

$$P = \frac{58,000}{(1.008999667)^2} = \frac{58,000}{1.018080327} = \$56,969.96$$

11. El Sr. Humberto Secchi quiere hacer 2 viajes para celebrar los 15 años de sus hijas respectivamente; con valor de \$25,000.00 cada uno. Para ello abre dos cuentas de ahorro, una para el viaje a Argentina que será con Alicia que actualmente tiene 11 años y 10 meses y la otra para el Crucero por el Caribe que será con Valeria quien tiene 9 años y 3 meses. El banco le va a brindar un interés anual del 14.8% capitalizable mensualmente.

¿Cuánto debe depositar en cada cuenta?

$i=14.8\%$ mensual $S=\$25,000$ para 15 años le faltan 3 años 2 meses

$$P = \frac{S}{(1+i)^n}$$

$$P = \frac{25,000}{\left(1 + \frac{0.148}{12}\right)^{38}} = \frac{25,000}{(1+0.012333333)^{38}}$$

$$P = \frac{25,000}{(1.012333333)^{38}} = \frac{25,000}{1.593288451} = \$15,690.81$$

Argentina, viaje con Alicia

$S=25,000$ $i=14.8\%=0.148$ para 15 años le faltan 5 años 9 meses

$$P = \frac{S}{(1+i)^n}$$

$$P = \frac{25,000}{\left(1 + \frac{0.148}{12}\right)^{69}} = \frac{25,000}{(1+0.012333333)^{69}}$$

$$P = \frac{25,000}{(1.012333333)^{69}} = \frac{25,000}{2.329829107} = \$10,730.40$$

Crucero, viaje con Valeria

8. a) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de \$1,000 al 13% anual capitalizable trimestral?

$P=1,000$ $i=13\%$ TRIMESTRAL $13(3)/12=3.25\%=0.0325$

$$P(1+i)^n = 2P$$

$$(1+i)^n = 2$$

$$\log((1+i)^n) = \log(2)$$

$$n \log(1+i) = \log(2)$$

$$n = \frac{\log(2)}{\log(1+i)}$$

$$1,000(1+0.0325)^n = 1,000(1.0325)^n$$

$$1,000(1.0325)^n = 2P \rightarrow 1,000(1.0325)^n = 2(1,000)$$

$$1,000(1.0325)^n = 2,000$$

$$(1.0325)^n = \frac{2,000}{1,000} \rightarrow (1.0325)^n = 2$$

$$\log((1.0325)^n) = \log(2)$$

$$n \log(1.0325) = \log(2)$$

$$n = \frac{\log(2)}{\log(1.0325)} = \frac{0.301029995}{0.01389006} = 21.672$$

- b) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de \$1,000 al 13% anual capitalizable mensualmente?

$P=1,000$ $i=13\%$ mensual $13/12=1.083\%=0.01083$

$$\begin{aligned}
&P(1+i)^n \\
&1,000(1+0.01083)^n = 1,000(1.01083)^n \\
&1,000(1.01083)^n = 2P \rightarrow 1,000(1.01083)^n = 2(1,000) \\
&1,000(1.01083)^n = 2,000 \\
&(1.01083)^n = \frac{2,000}{1,000} \rightarrow (1.01083)^n = 2 \\
&\log\left((1.01083)^n\right) = \log(2) \\
&n \log(1.01083) = \log(2) \\
&n = \frac{\log(2)}{\log(1.01083)} = \frac{0.301029995}{0.00467812268} = 64.3484
\end{aligned}$$

c) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de \$5,000 al 13% anual capitalizable mensualmente?

$$P=5,000 \quad i=13\% \text{ mensual} \quad 13/12=1.083\%=0.01083$$

$$\begin{aligned}
&P(1+i)^n \\
&5,000(1+0.01083)^n = 5,000(1.01083)^n \\
&5,000(1.01083)^n = 2P \rightarrow 5,000(1.01083)^n = 2(5,000) \\
&5,000(1.01083)^n = 10,000 \\
&(1.01083)^n = \frac{10,000}{5,000} \rightarrow (1.01083)^n = 2 \\
&\log\left((1.01083)^n\right) = \log(2) \\
&n \log(1.01083) = \log(2) \\
&n = \frac{\log(2)}{\log(1.01083)} = \frac{0.301029995}{0.00467812268} = 64.3484
\end{aligned}$$

d) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de \$1,000 al 6.5% anual capitalizable mensualmente?

$$P=1,000 \quad i=6.5\% \text{ mensual} \quad 6.5/12=0.5416\%=0.005416$$

$$\begin{aligned}
&P(1+i)^n \\
&1,000(1+0.005416)^n = 1,000(1.005416)^n \\
&1,000(1.005416)^n = 2P \rightarrow 1,000(1.005416)^n = 2(1,000) \\
&1,000(1.005416)^n = 2,000 \\
&(1.005416)^n = \frac{2,000}{1,000} \rightarrow (1.005416)^n = 2 \\
&\log\left((1.005416)^n\right) = \log(2) \\
&n \log(1.005416) = \log(2) \\
&n = \frac{\log(2)}{\log(1.005416)} = \frac{0.301029995}{0.0023457922} = 128.32
\end{aligned}$$

9. a) ¿En cuánto tiempo una inversión de \$1,000 al 13% anual capitalizable trimestralmente alcanza los \$3,500?

$$P=1,000 \quad i=13\% \text{ trimestral } 13(3)/12=3.25\%=0.0325 \quad S=\$3,500$$

$$S = P(1+i)^n$$

$$1,000(1+0.0325)^n = 3,500$$

$$1,000(1.0325)^n = 3,500$$

$$(1.0325)^n = \frac{3,500}{1,000} \rightarrow (1.0325)^n = 3.5$$

$$\log\left((1.0325)^n\right) = \log(3.5)$$

$$n \log(1.0325) = \log(3.5)$$

$$n = \frac{\log(3.5)}{\log(1.0325)} = \frac{0.544068044}{0.01389006} = 39.1695$$

b) ¿En cuánto tiempo una inversión de \$1,000 al 13% anual capitalizables mensualmente alcanza los \$3,500?

$$P=1,000 \quad i=13\% \text{ mensual } 13/12=1.083\%=0.01083 \quad S=3,500$$

$$\begin{aligned}
S &= P(1+i)^n \\
1,000(1+0.1083)^n &= 3,500 \\
1,000(1.01083)^n &= 3,500 \\
(1.01083)^n &= \frac{3,500}{1,000} \rightarrow (1.01083)^n = 3.5 \\
\log\left((1.01083)^n\right) &= \log(3.5) \\
n \log(1.01083) &= \log(3.5) \\
n &= \frac{\log(3.5)}{\log(1.01083)} = \frac{0.544068044}{0.00467812268} = 116.300
\end{aligned}$$

c) ¿En cuánto tiempo una inversión de \$1,000 al 6.5% anual capitalizable mensualmente alcanza los 3,500?

$$P=1,000 \quad i=6.5\% \text{ mensual} \quad 6.5/12=0.5416\%=0.005416 \quad S=3,500$$

$$\begin{aligned}
S &= P(1+i)^n \\
1,000(1+0.005416)^n &= 3,500 \\
1,000(1.005416)^n &= 3,500 \\
(1.005416)^n &= \frac{3,500}{1,000} \rightarrow (1.005416)^n = 3.5 \\
\log\left((1.005416)^n\right) &= \log(3.5) \\
n \log(1.005416) &= \log(3.5) \\
n &= \frac{\log(3.5)}{\log(1.005416)} = \frac{0.544068044}{0.002345792} = 231.9336
\end{aligned}$$

Anexos B:

Nomenclatura alterna propuesta por Guzmán, Lara y Rodríguez (2008) en la materia de Matemáticas Financieras. División de posgrados de la UCC

Tabla de simbología y conceptos de interés simple.

	Simbología	Concepto	Descripción	Formula
Interés simple	SI	Interés simple	Cambio del valor del dinero en el tiempo en función a una tasa de interés r .	$SI = PVrn$ $FV = PV(1 + rn)$
	PV	Valor presente	Valor de un monto o cantidad futura en el presente.	
	FV	Valor futuro	Suma del monto inicial y su interés	
	R	Tasa de interés	Tasa de interés nominal expresada en decimales.	
	N	Período	Unidad de tiempo transcurrido entre las fechas inicial y final en una operación financiera	
Valor presente con interés simple	FV	Valor futuro	Suma del monto inicial y su interés	$PV = \frac{FV}{(1 + rn)}$
	PV	Valor presente	Valor de un monto o cantidad futura en el presente.	
	R	Tasa de interés	Tasa de interés nominal expresada en decimales.	
	N	Período	Unidad de tiempo que trascurrido entre las fechas inicial y final en una operación financiera	

Tabla de simbología y conceptos Tasa de rendimiento y descuento.

	Simbología	Concepto	Descripción	Fórmula
Tasa de rendimientos y descuentos	FV	Valor futuro	Suma del monto inicial y su interés	$PV = \frac{FV}{(1 + r_g n)}$ $r_d = \frac{r_g}{(1 + r_g n)}$ $r_g = \frac{r_d}{(1 - r_d n)}$ $PV = FV(1 + i_d n)$
	PV	Valor presente	Valor de un monto o cantidad futura en el presente.	
	r_g	Tasa de interés	Tasa de rendimiento expresada en decimales.	
	r_d	Tasa de interés	Tasa de descuento expresada en decimales.	
	n	Período	Unidad de tiempo transcurrido entre las fechas inicial y final en una operación financiera	
	m	Número de capitalizaciones	Número de capitalizaciones que se realizarán en una operación financiera	

Tabla de simbología y conceptos de Ecuaciones Equivalentes con interés simple

	Simbología	Concepto	Descripción	Fórmula
Ecuaciones de valores equivalentes	SOP	Esquema de pago original	Representa el monto total del esquema de los pagos originales de una operación financiera	$SOP = x_1(1+rn) + x_2 + \frac{x_3}{(1+rn)}$ $SCP = x_1(1+rn) + x_2 + \frac{x_3}{(1+rn)}$
	SCP	Esquema de pago actual	Representa el monto total del esquema de los pagos actuales de una operación financiera	
	$x_1, x_2 \dots x_n$	Montos	Representa los pagos de un esquema	
	FD	Fecha focal	Fecha donde se puede realizar una negociación para determinar un nuevo esquema de pago.	
	$(1+rn_1)$	Factor acumulativo	Es el factor que se emplea cuando un pago está antes de una fecha focal	
	$\frac{1}{(1+rn_1)}$	Factor de descuento	Es el factor que se emplea cuando un pago está después de una fecha focal	

Tabla de simbología y conceptos de interés Compuesto.

	Simbología	Concepto	Descripción	Fórmula
Interés compuesto	CI	Interés compuesto	Cambio del valor del dinero en el tiempo en función a una tasa de interés r y sus capitalizaciones.	$FV = PV \left(1 + \frac{r}{m}\right)^n$ $FV = PV + CI$
	PV	Valor presente	Valor de un monto o cantidad futura en el presente.	
	r	Tasa de interés	Tasa de interés nominal expresada en decimales.	
	n	Período	Unidad de tiempo transcurrido entre las fechas inicial y final en una operación financiera	
	m	Número de capitalizaciones	Número de capitalizaciones que se realizarán en una operación financiera	
Valor presente con interés compuesto	FV	Valor futuro	Suma del monto inicial y su interés	$PV = \frac{FV}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^n}$
	PV	Valor presente	Valor de un monto o cantidad futura en el presente.	
	r	Tasa de interés	Tasa de interés nominal expresada en decimales.	
	n	Período	Unidad de tiempo que transcurrido entre las fechas inicial y final en una operación financiera	
	m	Número de capitalizaciones	Número de capitalizaciones que se realizarán en una operación financiera	

Tabla de simbología y conceptos de Tasa de interés Real, efectiva y nominal

	Simbología	Concepto	Descripción	Fórmula
Tasa de Interés	EIR	Tasa efectiva de interés	La tasa efectiva es la que resulta de capitalizar la tasa nominal, la cual depende de los períodos de capitalización	$EIR = \left[\left(1 + \frac{NIR}{n} \right)^n - 1 \right] * 100$ $RIR = \left[\frac{EIR - IIR}{1 + IIR} \right] * 100$
	NIR	Tasa de interés nominal	La tasa nominal es una tasa de interés pasiva sin capitalizar	
	RIR	Tasa de interés real	La tasa real es el rendimiento por encima de la inflación que se pagó o se recibe en operaciones financieras.	
	IIR	Tasa de interés inflacionaria	Aumento porcentual en un año que experimenta el nivel general de precios medido generalmente por el Índice de Precios al Consumidor (IPC), el deflactor del Producto Interno Bruto u otro índice de precios.	
	n	Período	Unidad de tiempo transcurrido entre las fechas inicial y final en una operación financiera	

Tabla de simbología y conceptos de Ecuaciones Equivalentes con interés compuesto

	Simbología	Concepto	Descripción	formula
Ecuaciones de valores equivalentes	SOP	Esquema de pago original	Representa el monto total del esquema de pagos originales de una operación financiera	$SOP = x_1(1+r)^n + \frac{x_2}{(1+r)^m}$ $SCP = x_1(1+r)^n + \frac{x_2}{(1+r)^m}$
	SCP	Esquema de pago actual	Representa el monto total del esquema de pagos actuales de una operación financiera	
	$x_1, x_2 \dots x_n$	Montos	Representa los pagos de un esquema	
	FD	Fecha focal	Fecha donde se puede realiza una negociación para determinar un nuevo esquema de pago.	
	$(1+r)^n$	Factor acumulativo	Es el factor que se emplea cuando un pago esta antes de una fecha focal	
	$\frac{1}{(1+r)^m}$	Factor de descuento	Es el factor que se emplea cuando un pago está después de una fecha focal	

Tabla de simbología y conceptos de Anualidades

	Simbología	Concepto	Descripción	Formula
Anualidad ordinaria y su valor presente	FV_{oa}	Valor futuro de una anualidad ordinaria	Es la sumatoria de los pagos periódicos de igual valor.	$FV_{oa} = A \frac{(1+r)^n - 1}{r}$ $PV_{oa} = A \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}$
	PV_{oa}	Valor presente de una anualidad ordinaria	Representa el presente de una anualidad en n períodos a la tasa r .	
	A	Anualidad o renta	Pagos periódicos de igual valor requeridos al final de cada período	
	r	Tasa de interés	Tasa de interés nominal expresada en decimales.	
	n	período	Unidad de tiempo transcurrido entre las fechas inicial y final en una operación financiera	
Anualidad anticipada y su valor presentes	FV_{da}	Valor futuro de una anualidad anticipada	Es la sumatoria de los pagos periódicos de igual valor.	$FV_{da} = A(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r}$ $PV_{da} = A(1+r) \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}$
	PV_{da}	Valor futuro de una anualidad anticipada	Representa el presente de una anualidad en n períodos a la tasa r .	
	A	Anualidad o renta	Pagos periódico de igual valor requeridos al inicio de cada período.	
	r	Tasa de interés	Tasa de interés nominal expresada en decimales.	
	n	período	Unidad de tiempo transcurrido entre las fechas inicial y final en una operación financiera	

Fin de esta obra