

## CAPA DO LIVRO



**Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE**

*Questões de Matemática*

*± Resolvidas e Comentadas ±*

$$\pi = 3,14$$

$$e = 2,71$$



$$\Phi = 1,61$$

*Marcelo Santos Chaves*

***Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE***  
***Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas***

**MARCELO SANTOS CHAVES**

**Belém-PA**  
**Janeiro 2015**

**C512v** Chaves, Marcelo Santos

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE - Questões de Matemática  
Resolvidas e Comentadas.

152p. :il. Color. ; 21x30 cm.

Inclui referências

ISBN: 978-84-16399-02-4

1. Matemática. 2. Vestibulares. 3. Resoluções 4. I. Título.

CDD 370.510

*A modesta contribuição que aqui  
segue transcrita dedico ao infinito  
Deus que nos concedeu o dom da  
vida.*



*“O único homem que está isento de erros é aquele que não arrisca acertar.”*

***Albert Einstein***

## **APRESENTAÇÃO**

Este livro é uma pequena contribuição ao processo de ensino-aprendizagem da disciplina *Matemática*, voltado para educação básica, em especial aos estudantes concluintes do ensino médio. Nele iremos exaustivamente discorrer sobre resoluções de questões de Matemática relativas aos vestibulares promovidos pela Universidade Estadual do Pará (UEPA), nos anos de 2009 à 2014.

As resoluções e comentários aqui transcritos buscam transpor da melhor forma possível, o conhecimento científico que permeia a ciência matemática, para um conhecimento escolar ensinável objetivando promover os processos de assimilação e acomodação do conhecimento matemático, como assim preconizavam os didatas Yves Chevallard e Jean Piaget.

## ***PRESENTATION***

This book is a small contribution to the teaching-learning process of mathematics discipline, focusing on basic education, especially to graduating high school students. In it we will thoroughly discuss resolutions of issues of Mathematics, concerning vestibular promoted by the State University of Pará (UEPA) in the years 2009 to 2014.

Resolutions and comments herein contained seek transpose the best possible way, the scientific knowledge that permeates the mathematical science, for a teachable school knowledge, aiming to promote the processes of assimilation and accommodation of mathematical knowledge, as well as advocated the training analysts Yves Chevallard and Jean Piaget.

.

## ***PRESENTACIÓN***

Este libro es una pequeña contribución al proceso de enseñanza aprendizaje de la disciplina matemática, centrándose en la educación básica, especialmente para estudiantes que se gradúan de la escuela secundaria. En ella vamos a discutir a fondo las resoluciones de problemas de Matemáticas, en relación vestibular promovido por la Universidad del Estado de Pará (UEPA) en los años 2009-2014.

Resoluciones y comentarios de lo contenido en seek transponer la mejor manera posible, el conocimiento científico que impregna la ciencia matemática, para un conocimiento escolar enseñable, con el objetivo de promover los procesos de asimilación y acomodación del conocimiento matemático, así como abogado por los analistas de formación Yves Chevallard y Jean Piaget.

.

## SUMÁRIO

<b>Um pouco sobre a história do Vestibular no Brasil.....</b>	<b>10</b>
<b>Capítulo I – PROSEL/PRISE 2009.....</b>	<b>11</b>
<i>PROSEL - 1ª ETAPA / PRISE XII.....</i>	<i>12</i>
<i>PROSEL - 2ª ETAPA / PRISE XI .....</i>	<i>17</i>
<i>PROSEL - 3ª ETAPA / PRISE X .....</i>	<i>23</i>
<b>Capítulo II – PROSEL/PRISE 2010.....</b>	<b>30</b>
<i>PROSEL - 1ª ETAPA / PRISE XIII .....</i>	<i>31</i>
<i>PROSEL - 2ª ETAPA / PRISE XIII .....</i>	<i>34</i>
<i>PROSEL - 3ª ETAPA / PRISE XI .....</i>	<i>42</i>
<b>Capítulo III – PROSEL/PRISE 2011.....</b>	<b>50</b>
<i>PROSEL - 1ª ETAPA / PRISE XIV .....</i>	<i>51</i>
<i>PROSEL - 2ª ETAPA / PRISE XIII .....</i>	<i>57</i>
<i>PROSEL - 3ª ETAPA / PRISE XII .....</i>	<i>64</i>
<b>Capítulo IV – PROSEL/PRISE 2012.....</b>	<b>71</b>
<i>PROSEL - 1ª ETAPA / PRISE XV.....</i>	<i>72</i>
<i>PROSEL - 2ª ETAPA / PRISE XIV .....</i>	<i>79</i>
<i>PROSEL - 3ª ETAPA / PRISE XIII .....</i>	<i>84</i>
<b>Capítulo V – PROSEL/PRISE 2013.....</b>	<b>93</b>
<i>PROSEL - 1ª ETAPA / PRISE XVI .....</i>	<i>94</i>
<i>PROSEL - 2ª ETAPA / PRISE XV .....</i>	<i>100</i>
<i>PROSEL - 3ª ETAPA / PRISE XIV .....</i>	<i>109</i>
<b>Capítulo VI – PROSEL/PRISE 2014.....</b>	<b>117</b>
<i>PROSEL - 1ª ETAPA / PRISE XVII .....</i>	<i>118</i>
<i>PROSEL - 2ª ETAPA / PRISE XVI .....</i>	<i>127</i>
<i>PROSEL - 3ª ETAPA / PRISE XV .....</i>	<i>136</i>
<b>Referências .....</b>	<b>145</b>
<b>Apêndices.....</b>	<b>147</b>
<b>Apêndice A: Tabela de Identidades Trigonométricas.....</b>	<b>148</b>
<b>Apêndice B: Áreas das Principais Figuras Planas.....</b>	<b>149</b>
<b>Apêndice C: Volume das Principais Figuras Espaciais .....</b>	<b>151</b>
<b>Apêndice D: Geometria Analítica - Principais Identidades .....</b>	<b>152</b>

## **UM POUCO SOBRE A HISTORIA DO VESTIBULAR NO BRASIL**

A expressão “vestibular” tem sua origem do latim *vestibulum*, que quer dizer “acesso” ou “entrada”. Anteriormente utilizava-se o termo “exame vestibular” (leia-se: exame de acesso), porém o tempo passou, e este termo inevitavelmente sofreu modificações passando-se a utilizar apenas a expressão “vestibular” como denominação deste modelo de avaliação.

No começo do século XX no Brasil, as universidades eram constituídas por estudantes de escolas tradicionais como o colégio Dom Pedro II situado no Rio de Janeiro, então capital do país. Com a elevação da demanda por vagas nas universidades, que extrapolou o quantitativo de vagas disponíveis, Rivadália Corrêa, Ministro da Justiça na



**Rivadália Corrêa**

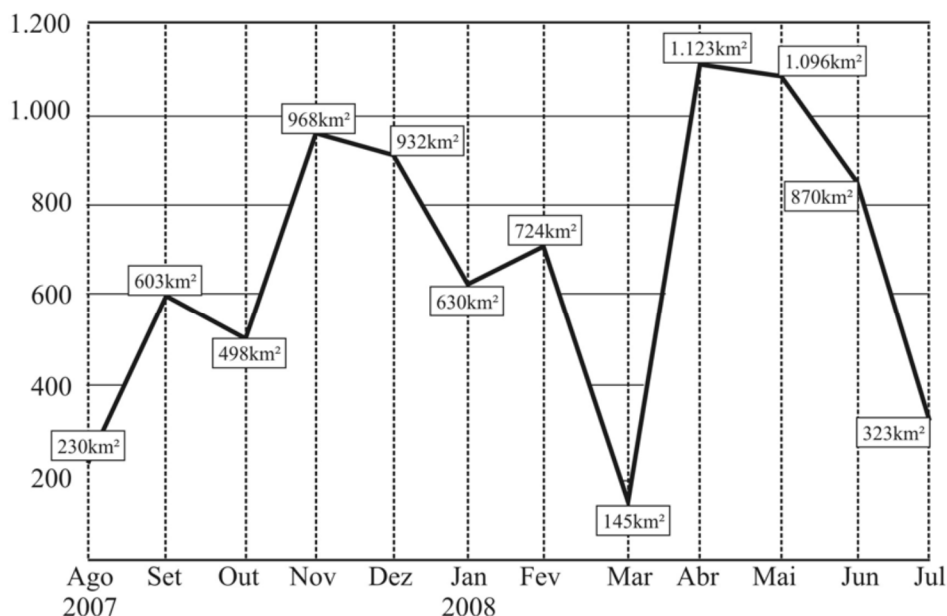
época, implementou o modelo de acesso as universidades pela via do vestibular em 1911. Os modelos de provas eram escritas e orais, constituídas de questões de ciências (matemática, física e química), língua estrangeira, língua portuguesa, onde os estudantes eram forçados apelar para aulas tidas como especiais para estudo e aprofundamento nas matérias específicas, e desse modo passou a surgir a figura dos cursinhos pré-vestibulares no Brasil.

No ano de 1970, foi instituída a Comissão Nacional do Vestibular Unificado com objetivo de disciplinar os processos seletivos. A partir de deliberações desta comissão, os vestibulares obtiveram datas distintas de realização e o conteúdo das provas foram limitados as matérias contidas na matriz curricular do ensino médio (antigo 2º grau).

***CAPÍTULO I***  
***PROSEL / PRISE 2009***

## PROSEL - 1ª ETAPA / PRISE XII

1. O gráfico abaixo ilustra a área desmatada na Amazônia, mês a mês, conforme dados do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais:



Sobre o gráfico acima, é correto afirmar que:

- a) O período de agosto a novembro de 2007 representa uma função sempre crescente.
- b) No período de abril a julho de 2008 houve apenas tendência de queda na área desmatada.
- c) No período de março a abril de 2008 houve uma tendência de crescimento de 67,45 %.
- d) No segundo semestre de 2007 houve apenas tendência de queda na área desmatada.
- e) No período de janeiro a março de 2008 representa uma função sempre decrescente.

**Solução:**

Tabela do Desmatamento

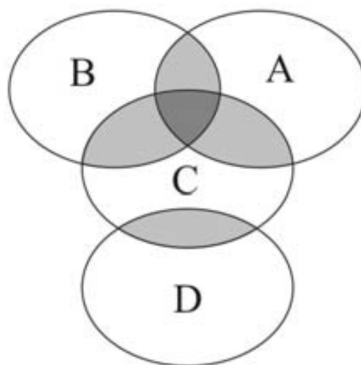
Período	Alta/Queda (em Km²)
Abril a Maio	$1096 - 1123 = - 27$
Maio a Junho	$870 - 1096 = - 226$
Junho a Julho	$323 - 870 = - 547$

Observe que todos os valores obtidos nas subtrações efetuadas na tabela acima foram negativos, logo, no período de abril a julho de 2008 houve apenas uma tendência de queda na área desmatada.

Portanto, resposta correta **Letra B.**



2. A Teoria dos Conjuntos nos ajuda a interpretar situações como o compartilhamento de arquivos de música entre aparelhos móveis. Os arquivos do *FolkMusic*, um *software* de aparelhos móveis, representam conjuntos e as músicas são elementos desses conjuntos. O diagrama abaixo representa uma situação de compartilhamento de músicas entre arquivos do *FolkMusic*. Com base no diagrama, é correto afirmar que:



- a) O arquivo **A**, o arquivo **B** e o arquivo **C** possuem músicas em comum.
- b) O arquivo **A**, o arquivo **B**, o arquivo **C** e o arquivo **D** possuem músicas em comum.
- c) O arquivo **B** e o arquivo **D** possuem músicas em comum.
- d) O arquivo **C** só possui músicas em comum com o arquivo **B**.
- e) O arquivo **C** só possui músicas em comum com o arquivo **A**.

### Solução:

Perceba que a área de sombreado mais escuro no diagrama representa as músicas em comum que possuem os arquivos A, B e C.

Logo, a resposta correta está na **Letra A**.

3. Um produtor do interior do estado do Pará decidiu investir no plantio de uma nova variedade de banana, a BRS Conquista, em função das vantagens apresentadas, entre elas a resistência às doenças como o Mal-do-Panamá, Sigatoka Amarela e Negra. No primeiro ano do plantio, esse produtor plantou **X** mudas de bananas. Em seu planejamento, o produtor previu que seu plantio dobraria a cada ano. Após quanto tempo o número de mudas passará a ser 20 vezes a quantidade inicial?

Adote:  $\log 2 = 0,3$

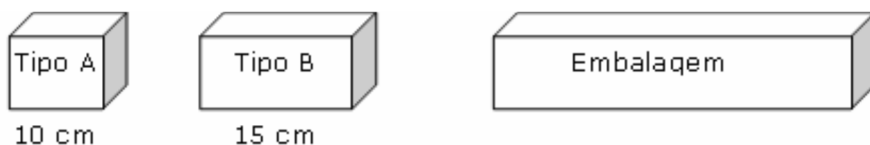
- a) 4 anos e 1 mês
- b) 4 anos e 2 meses
- c) 4 anos e 3 meses
- d) 4 anos e 4 meses
- e) 4 anos e 8 meses

**Solução:**

$$\begin{array}{lll}
 M = 20 \cdot x & M = C \cdot R^n & 1 \text{ ano } \underline{\hspace{1cm}} 12 \text{ meses} \\
 C = x & 20 \cdot x = x \cdot 2^t & 0,333... \text{ ano } \underline{\hspace{1cm}} x \\
 R = 2 & 20 = 2^t & \\
 n = t & \log 20 = \log 2^t & x = 0,333 \cdot 12 \\
 & \log (2 \cdot 10) = t \cdot \log 2 & x = 3,996 \\
 & \log 2 + \log 10 = t \cdot \log 2 & x \cong 4 \text{ meses} \\
 & \log 2 + \log 10 = t \cdot \log 2 & \\
 & 0,3 + 1 = t \cdot 0,3 & \\
 & t = \frac{1,3}{0,3} & \\
 & t = 4,333... & \\
 & t = 4 \text{ anos} + 0,333.... \text{ ano} & 
 \end{array}$$

Logo, resposta correta 4 anos e 4 meses, **Letra D.**

4. Um artesão precisa fazer uma remessa de dois tipos de *Cachepots* de madeira, **A** e **B**, para o exterior. Os *Cachepots* e a embalagem possuem a mesma altura e a mesma largura, conforme as figuras abaixo:



Considerando que em cada embalagem só pode haver *Cachepots* do mesmo tipo, o número mínimo de embalagens que o artesão precisa para embalar 120 *Cachepots* do tipo **A** e 150 do tipo **B** é:

- a) 30
- b) 40
- c) 75
- d) 100
- e) 115

**Solução:**

Volumes :

$$V_A = 10 \cdot A \cdot B \quad mdc(150, 120) = 30$$

$$V_B = 15 \cdot A \cdot B \quad x = 30$$

$$V_E = x \cdot A \cdot B$$

⊗ Quantidade do Tipo A na embalagem :

$$Q_A = \frac{30 \cdot A \cdot B}{10 \cdot A \cdot B} \Rightarrow Q_A = 3 \text{ Cachepots}$$

⊗ Quantidade do Tipo B na embalagem :

$$Q_B = \frac{30 \cdot A \cdot B}{15 \cdot A \cdot B} \Rightarrow Q_B = 2 \text{ Cachepots}$$

⊗ Quantidade de embalagens por do Tipo :

$$\text{Tipo A : } \frac{120}{3} = 40 \text{ embalagens}$$

$$\text{Tipo B : } \frac{150}{2} = 75 \text{ embalagens}$$

$$\text{Total de Embalagens : } 40 + 75 = 115$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

### Texto I

O Brasil bate recorde de tempo de uso da internet. No início de 2007, o Brasil tinha 14 milhões de usuários residenciais da rede mundial de computadores. No início de 2008, esses internautas somavam 22 milhões de pessoas.

*Fonte: Atualidades Vestibular 2009*

5. A porcentagem, referente ao Texto I do aumento do número de internautas foi aproximadamente de:

- a) 53,15
- b) 57,14
- c) 60,25
- d) 63,25
- e) 65

**Solução:**

Percentual de Aumento (P) :

$$P = \left[ \frac{(22 - 14)}{14} \right] \cdot 100$$

$$P = 57,14\%$$

Logo, resposta correta, **Letra B.**

6. Com base nas informações do Texto I, se o Brasil mantiver esse crescimento de usuários residenciais da internet de 2007 a 2008 para os anos de 2008 a 2009 e assim sucessivamente, então o número, em milhões, de usuários em 2020, será de:

- a) 110
- b) 118
- c) 158
- d) 166
- e) 182

**Solução:**

$$a_1 = 14 \text{ milhões}$$

$$n = 14 \rightarrow (2007 \text{ à } 2020)$$

$$r = 8 \text{ milhões}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_{14} = 14 + (14 - 1) \cdot 8$$

$$a_{14} = 14 + 13 \cdot 8$$

$$a_{14} = 14 + 104$$

$$a_{14} = 118 \text{ milhões}$$

Logo, resposta correta, **Letra B.**

## PROSEL - 2ª ETAPA / PRISE XI

7. A graviola é uma fruta que possui diversos nutrientes, como as Vitaminas C, B1 e B2 e os Sais Minerais: Cálcio, Fósforo, Ferro, Potássio e Sódio. Uma indústria química deseja fabricar um produto a partir da combinação de 4 daqueles nutrientes, entre vitaminas ou sais minerais, encontrados na graviola. A quantidade de produtos que poderá ser fabricada, se forem utilizados no máximo 2 tipos de vitaminas, será de:

- a) 26
- b) 30
- c) 32
- d) 60
- e) 65

### Solução:

Total de Nutrientes:  $N_T$   
 Vitaminas Totais:  $V_T$   
 Sais Minerais Totais:  $S_T$   
 Quantidade de Produtos:  $Q_P$

Dados:

$$N_T = 4$$

$$V_T = 3$$

$$S_T = 5$$

Produto 1: para “0” Vitamina:

Dados:

$$N_T = 4$$

$$V = 0$$

$$S = 4$$

$$C_{5,4} = \frac{5!}{4!(5-4)!} = 5$$

Produto 2: para “1” Vitamina:

Dados:

$$N_T = 4$$

$$V = 1$$

$$S = 3$$

$$C_{3,1} \times C_{5,3}$$

$$\frac{3!}{1!(3-1)!} \times \frac{5!}{3!(5-3)!}$$

$$\frac{3!}{1! \cdot 2!} \times \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 3 \cdot 10 = 30$$

Produto 3: para “2” Vitaminas:

Dados:

$$N_T = 4$$

$$V = 2$$

$$S = 2$$

$$C_{3,2} \times C_{5,2}$$

$$\frac{3!}{2!(3-2)!} \times \frac{5!}{2!(5-2)!}$$

$$\frac{3!}{2! \cdot 1!} \times \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 3 \cdot 10 = 30$$

Daí:

$$Q_P = \text{Produto 1} + \text{Produto 2} + \text{Produto 3}$$

$$Q_P = 5 + 30 + 30$$

$$Q_P = 65$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

## Texto II

A Série **Arte e Matemática na escola**, que será apresentada pela TV ESCOLA, no Programa *Salto para o Futuro*, é constituída por cinco programas que pretendem oferecer um espaço de reflexão, interação e discussão sobre as múltiplas relações matemáticas existentes nas diversas linguagens.

(Fonte: [www.tvebrasil.com.br/SALTO/boletins2002/ame/ameimp.htm](http://www.tvebrasil.com.br/SALTO/boletins2002/ame/ameimp.htm))

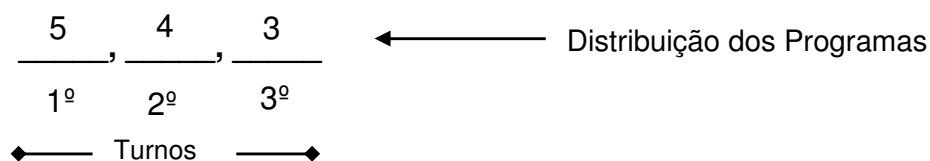
8. Considere que os programas acima (Texto II) sejam exibidos em três turnos: o primeiro pela manhã, o segundo pela tarde, e o terceiro pela noite. Então, o número de maneiras distintas que a sequência de programas pode ser exibida é:

- a) 10
- b) 30
- c) 60
- d) 80
- e) 120

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

**Solução:**

Princípio Fundamental da Contagem (P.F.C)

$$\text{P.F.C: } 5 \times 4 \times 3 = 60$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

9. Utilizando o Texto II, supõe-se que dois programas que serão apresentados pela TV ESCOLA estão com defeito. Ao selecionar, aleatoriamente, um programa, a probabilidade de que este esteja com defeito é:

- a) 10%
- b) 20%
- c) 30%
- d) 40%
- e) 50%

**Solução:**

Programas Totais: 5

Programas com Defeito: 2

$$P = \left[ \frac{2}{5} \right] \cdot 100$$

$$P = 0,4 \cdot 100$$

$$P = 40\%$$

Logo, resposta correta, **Letra D.**

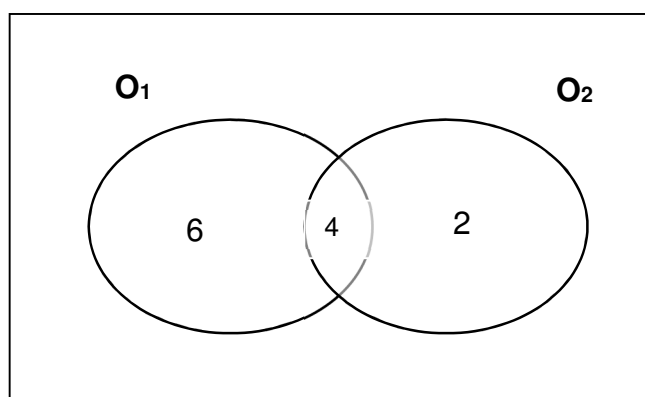
10. Um grupo de 12 artistas analisou duas obras de artes, 10 deles gostaram da primeira obra; 6 deles gostaram da segunda obra e 4 deles gostaram da primeira e da segunda obra. A probabilidade, ao acaso, de um desses artistas, gostar só da segunda obra é:

- a)  $\frac{1}{6}$
- b)  $\frac{1}{5}$
- c)  $\frac{1}{4}$
- d)  $\frac{1}{3}$
- e)  $\frac{1}{2}$

**Solução:**

Primeira Obra:  $O_1$

Segunda Obra:  $O_2$



$$P = \frac{2}{12}$$

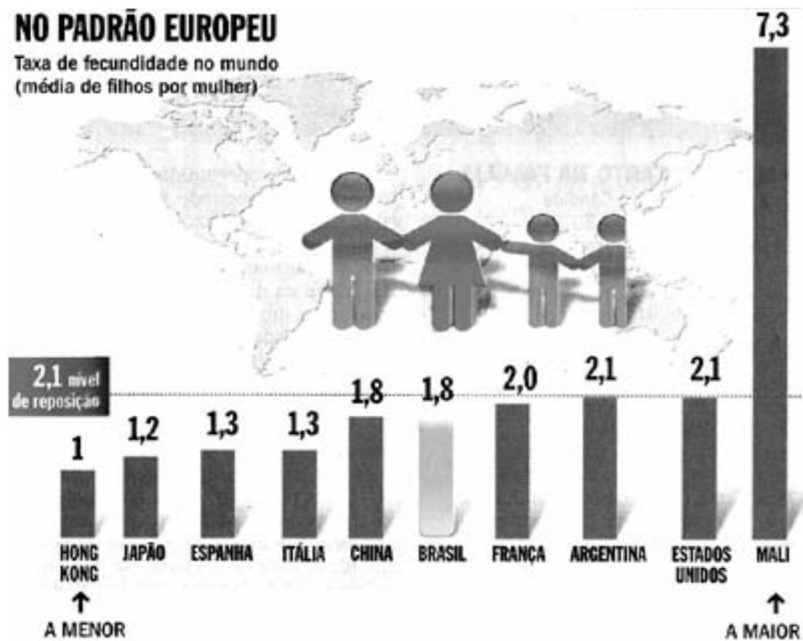
$$P = \frac{1}{6}$$

Logo, resposta correta, **Letra A.**

### Texto III

O gráfico abaixo apresenta a taxa de fecundidade de alguns países, entre eles o Brasil, com a taxa de 1,8 filho por mulher:





Fonte: Veja, 30/07/08

11. Em relação ao gráfico apresentado no Texto III, a taxa média de fecundidade do Japão ao Brasil é igual a:

- a) 1,2
- b) 1,3
- c) 1,48
- d) 1,55
- e) 1,8

**Solução:**

$$M = \frac{1,2 + 1,3 + 1,3 + 1,8 + 1,8}{5}$$

$$M = 1,48$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

12. Com base nos dados apresentados no gráfico do Texto III, a mediana é igual a:

- a) 3,6
- b) 2,1
- c) 2,0
- d) 1,8
- e) 1,3

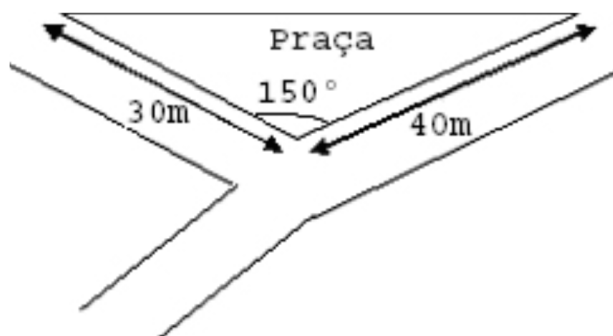
**Solução:**

$$Me = \frac{1,8 + 1,8}{2}$$

$$Me = 1,8$$

Logo, resposta correta, **Letra D.**

**13.** Preocupado com a falta de área verde em sua cidade, um prefeito resolveu aproveitar um terreno triangular, localizado no cruzamento de duas ruas, para construir uma praça, conforme representado na figura abaixo:



A área da praça a ser construída, em m<sup>2</sup>, é:

- a) 250
- b)  $250\sqrt{3}$
- c) 300
- d)  $300\sqrt{3}$
- e) 500

**Solução:**

$$a = 30\text{m}$$

$$b = 40\text{m}$$

$$\text{Sen } 150^\circ = \text{Sen } (180^\circ - 150^\circ) = \text{Sen } 30^\circ$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \text{Sen } 150^\circ$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 40 \cdot \text{Sen } 30^\circ$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 40 \cdot \frac{1}{2}$$

$$A = 15 \cdot 20$$

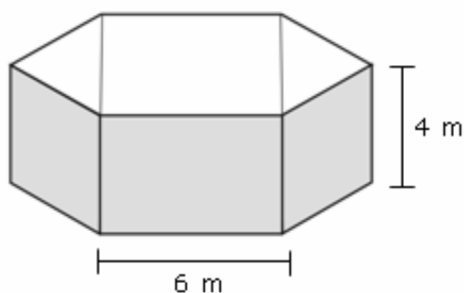
$$A = 300 \text{ m}^2$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

**PROSEL - 3ª ETAPA / PRISE X**

**14.** O Projeto Peixe-Boi mantém uma Base de Recuperação e Manejo de Animais em Cativeiro, localizada na Ilha de Itamaracá, desde 1990, com o objetivo de reabilitar animais, expor as espécies ao público e para fins de pesquisa. No local, há um tanque na forma hexagonal regular, conforme figura abaixo, onde os animais recebem o tratamento necessário para sua recuperação. A capacidade do tanque, em litros é:

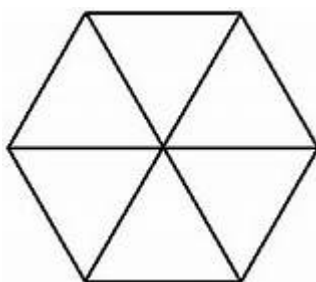
Adote:  $\sqrt{3} = 1,7$



- a) 350.000
- b) 373.680
- c) 377.560
- d) 450.560
- e) 458.570

**Solução:**

A base hexagonal do tanque pode ser planificada da seguinte forma:



Perceba que, por ser a mesma de caráter regular, é constituída de 6 triângulos equiláteros.

Daí podemos concluir que a altura de cada triângulo equilátero da base do tanque, pode ser expresso da seguinte forma:

$$h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$$

Como  $\ell = 6$

$$h = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$h = 3 \cdot 1,7$$

$$h = 5,19$$

Então o cálculo da área da base fica :

$$A_b = 6 \cdot \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A_b = 6 \cdot \frac{6 \cdot 5,19}{2}$$

$$A_b = 93,42 \text{ m}^2$$

De posse da área da base, façamos o cálculo do volume do tanque:

$$V = A_b \cdot 4$$

$$V = 93,42 \cdot 4$$

$$V = 373,68 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ m}^3 \text{ _____ } 1000 \text{ dm}^3$$

$$373,68 \text{ m}^3 \text{ _____ } x$$

$$x = 373,68 \cdot 1000$$

$$x = 373680 \text{ dm}^3$$

Como  $1 \text{ dm}^3 = 1 \ell$  :

$$x = 373680 \ell$$

Logo, resposta correta, **Letra B.**

**15.** A rápida degradação dos habitats naturais, com o desmatamento e as ocupações irregulares nas áreas de mananciais, está ameaçando várias espécies de aves. Um ambientalista preocupado com as espécies resolveu fazer um levantamento do número de aves Araponga e Pavão-do-mato numa determinada região. O número existente entre Arapongas e Pavões-do-mato foi de **30**. O ambientalista observou que havia **4** Arapongas a mais que Pavões-do-mato na região. Nesse sentido, afirma-se que:

- a) o número de Arapongas é um número primo.
- b) o número de Arapongas é um número par.
- c) o número de Pavões-do-mato é a metade do número de Arapongas.
- d) o número de Pavões-do-mato é a quarta parte do número de Arapongas.
- e) o número de Pavões-do-mato é igual a 17.

**Solução:**

$$\begin{aligned}
 &P + 4 + P = 30 \\
 &\begin{cases} A + P = 30 \\ A = P + 4 \end{cases} \quad \begin{aligned} 2P &= 30 - 4 \\ P &= \frac{26}{2} \end{aligned} \quad \begin{aligned} A &= P + 4 \\ A &= 13 + 4 \\ A &= 17 \text{ Arapongas} \end{aligned} \\
 &P = 13 \text{ Pavões}
 \end{aligned}$$

Como o número 17 é primo, a alternativa correta é a Letra **A**.

**16.** As tabelas 1 e 2 representam respectivamente o consumo anual de queijo por habitante e o preço médio de queijo por ano:

<b>Tabela 1:</b> Consumo anual de queijo por habitante em kg				
	Mozzarella	Gruyère	Raclette	Emmental
Habitante	2,2	2,0	1,6	1,0

<b>Tabela 2:</b> Preço médio do queijo no ano de 2007 em reais				
	Mozzarella	Gruyère	Raclette	Emmental
Preço	16	32	36	32

Baseado nas tabelas 1 e 2, consideremos que um habitante **A** consome ao ano os queijos do tipo: mozzarella, gruyère e emmental e um habitante **B** consome ao ano os queijos do tipo: gruyère, raclette e emmental. Então afirma-se que:

- a) a diferença entre os gastos médios dos dois habitantes foi menor que R\$ 20,00.
- b) o habitante **A** teve um gasto maior que o habitante **B**.
- c) a soma dos gastos médios dos habitantes **A** e **B** foi de R\$ 284,80.
- d) o habitante **B** teve um gasto menor que R\$ 150,00.
- e) o habitante **A** teve um gasto de R\$ 121,20.

### Solução:

#### Habitante A

Tipo de Queijo	Preço Médio	Qtd	Gasto
Mozzarella	16	2,2	35,2
Gruyère	32	2	64
Emmental	32	1	32
<b>Gasto Total</b>			<b>131,20</b>

#### Habitante B

Tipo de Queijo	Preço Médio	Qtd	Gasto
Gruyère	32	2	64
Raclette	36	1,6	57,60
Emmental	32	1	32
<b>Gasto Total</b>			<b>153,60</b>

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

Soma dos gastos:

$$131,20 + 153,60 = 284,80$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

17. A Universidade do Estado do Pará mantém, em alguns municípios do nosso estado, Pólos de Educação a Distância, entre eles São Miguel do Guamá e Vigia de Nazaré, cujas localizações estão no mapa da figura 1. Supondo que o coordenador do curso de matemática à distância saiu de Belém para realizar visitas técnicas ao pólo de Vigia, depois ao pólo de São Miguel e voltou para Belém, conforme trajetória descrita na figura 2.

Figura 1

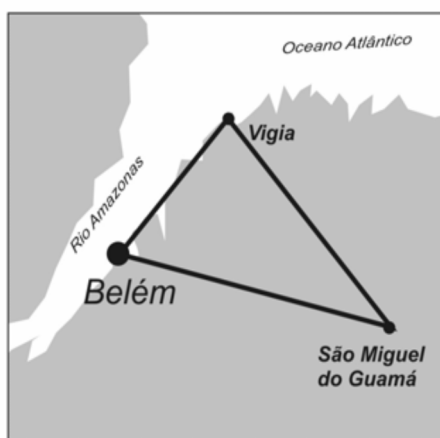
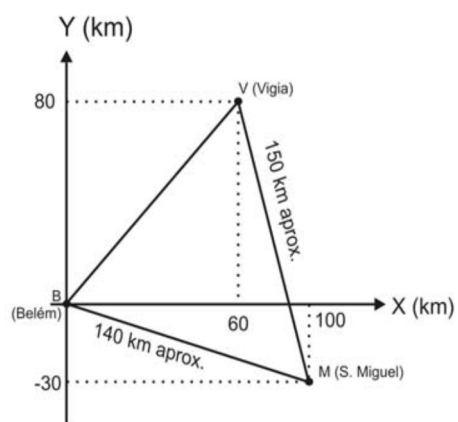


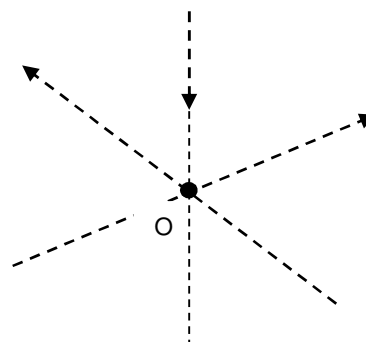
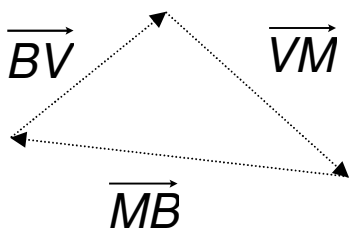
Figura 2



De acordo com a figura 2, é correto afirmar que:

- a)  $\overrightarrow{BV} + \overrightarrow{VM} + \overrightarrow{MB} = (0,0)$
- b)  $\overrightarrow{BV} + \overrightarrow{VM} + \overrightarrow{MB} = 200\vec{i} - 150\vec{j}$
- c)  $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MV} + \overrightarrow{VB} = 200\vec{i} - 150\vec{j}$
- d)  $\overrightarrow{MV} + \overrightarrow{VB} + \overrightarrow{MB} = (0,0)$
- e)  $\overrightarrow{BV} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{VM}$

**Solução:**



Marcelo Santos Chaves

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

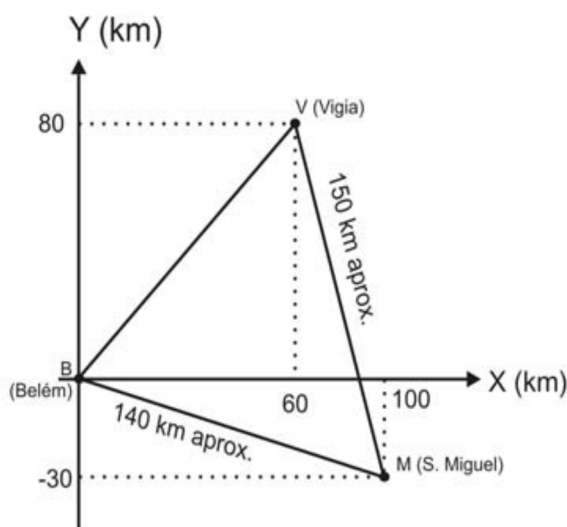
Observe que os vetores concorrem em um mesmo **ponto (O)**, logo a soma dos mesmos é igual a  $(0,0)$ , por serem considerados coplanares.

Alternativa correta, **Letra A.**

**18.** Com base na figura 2, da questão 17, a área do triângulo **BVM**, em unidades de área, é:

- a) 3.100
- b) 4.900
- c) 6.200
- d) 9.800
- e) 10.500

**Solução:**



Observe que as coordenadas dos vértices do triângulo BVM são **B (0,0)**, **V (60,80)** e **M (100, - 30)**.

Logo podemos construir a seguinte matriz:

$$A = \begin{pmatrix} B & V & M & B \\ 0 & 60 & 100 & 0 \\ 0 & 80 & -30 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_A = 0 \cdot 80 + 60 \cdot (-30) + 100 \cdot 0 - [60 \cdot 0 + 100 \cdot 80 + 0 \cdot (-30)]$$

$$D_A = -1800 - 8000$$

$$D_A = -9800$$

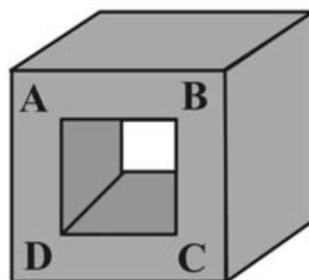
$$A = \frac{|D_A|}{2}$$

$$A = \frac{|-9800|}{2}$$

$$A = 4900 \text{ m}^2$$

Logo, resposta correta, **Letra B.**

**19.** Um designer construiu um móvel temporário de papelão em forma de cubo, conforme a figura abaixo, o qual pode ser utilizado individualmente ou em conjunto, formando ambientes para sentar e apoiar. Se a diagonal do móvel na forma de cubo mede  $60\sqrt{3}$  cm e o lado do quadrado **ABCD** mede um terço da aresta do cubo, a área da superfície externa do cubo, em **m²**, é:



- a) 1,20
- b) 1,21
- c) 1,76
- d) 1,92
- e) 2,08

**Solução:**

Façamos o cálculo da aresta do cubo externo ( $a_E$ ):

$$d = 60\sqrt{3}$$

Logo:

$$60\sqrt{3} = a\sqrt{3}$$

$$a_E = 60 \text{ cm} \rightarrow 0,6 \text{ m}$$



Façamos o cálculo da aresta do cubo interno ( $a_i$ ):

$$a_i = \frac{1}{3} \cdot a_E$$

$$a_i = \frac{1}{3} \cdot 0,6$$

$$a_i = 0,2 \text{ m}$$

Façamos o cálculo da área total da superfície do cubo externo ( $A_E$ ):

$$A_E = 6 \cdot (a_E)^2$$

$$A_E = 6 \cdot (0,6)^2$$

$$A_E = 2,16 \text{ m}^2$$

Façamos o cálculo apenas das superfícies não cobertas do cubo interno ( $A_i$ ):

$$A_i = 2 \cdot (a_i)^2$$

$$A_i = 2 \cdot (0,2)^2$$

$$A_i = 0,08$$

Daí:

$$A_E - A_i = 2,16 - 0,08$$

$$A_E - A_i = 2,08 \text{ m}^2$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

## ***CAPÍTULO II***

### ***PROSEL / PRISE 2010***

**PROSEL - 1ª ETAPA / PRISE XIII**

1. A interligação Norte-Sul é um dos mais modernos sistemas de fornecimento de energia do mundo. São 3.015 torres, cada uma com 30 metros de altura. Supondo que a empresa que foi contratada para montagem das torres, utilizou a seguinte estratégia: no 1º dia, foram montadas 2 torres; no 2º, 2 torres; no 3º, 2 torres; e assim por diante. O número aproximado de dias para montar as 3.015 torres foi de:

- a) 1.434,6
- b) 1.507,5
- c) 1.604,6
- d) 1.734,4
- e) 1.904,7

**Solução:**

$$\frac{3015}{2} = 1507,5 \text{ dias}$$

Logo, resposta correta, **Letra B.**

2. O consumo de energia no Brasil cresceu 5,6% em 2008, se comparado a 2007, de acordo com levantamento divulgado pela Empresa de Pesquisa Energética (EPE). Considerando todas as formas de energia utilizadas, foram consumidos, em 2007, 252 milhões de toneladas equivalentes de petróleo (tep).

*Fonte: Texto Adaptado do site <http://www.oglobo.globo.com/pais/Mat/2009>*

Nessas condições, o crescimento do consumo de energia no Brasil em 2008, foi de:

- a) 14,112 milhões de tep
- b) 15,120 milhões de tep
- c) 15,456 milhões de tep
- d) 16,120 milhões de tep
- e) 17,498 milhões de tep

**Solução:**

$$C = \left[ \frac{5,6}{100} \right] \cdot 252$$
$$C = 14,112 \text{ milhões}$$

Logo, resposta correta, **Letra A.**

3. A Fiat está desenvolvendo o primeiro carro elétrico nacional. O modelo já está em fase de testes. Duas diferenças são marcantes: são absolutamente silenciosos e não emitem fumaça. Sua autonomia é de 120 km, o equivalente a um quarto da autonomia de um carro movido a combustão.

(Texto adaptado da revista Veja, 09/09/09)

A autonomia do carro a combustão é:

- a) 400 km
- b) 450 km
- c) 480 km
- d) 500 km
- e) 550 km

**Solução:**

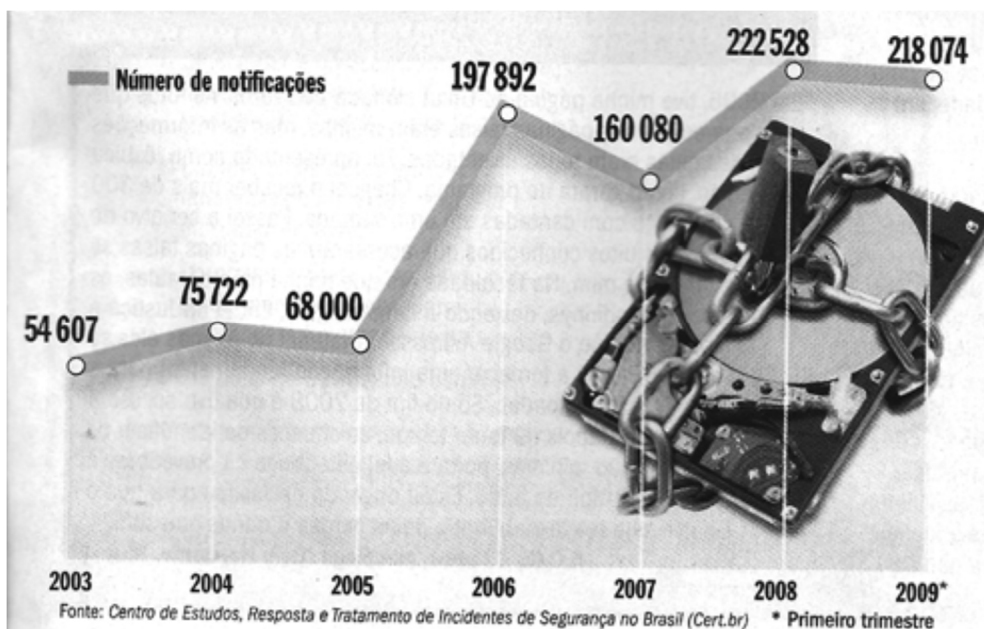
$$X \cdot \frac{1}{4} = 120$$

$$X = 120 \cdot 4$$

$$X = 480 \text{ km}$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

4. O gráfico abaixo representa o número de notificações relacionadas a fraudes, invasões e tentativas de invasão sofridas por usuários de computador.



Analisando o gráfico, observa-se que:

- a) as notificações foram decrescentes entre 2006 e 2008.

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

- b) em 2006 aconteceu o maior número de notificações.
- c) a razão de notificações entre 2004 e 2005 é 37863/34000.
- d) em 2008 houve o maior número de notificações.
- e) em 2006 as notificações duplicaram em relação às notificações de 2005.

**Solução:**

Entre 2003 a 2009, o ano de 2008 foi onde ocorreu o maior número de notificações: 222.528.

Logo, resposta correta, **Letra D.**

5. Em uma loja o preço da TV 47" LCD Full é de R\$ 5.000,00, e recebe um aumento de 5%. No mês seguinte a mesma TV é anunciada em oferta, pelo valor de R\$ 4.500,00. O percentual de desconto dado pela loja para essa TV foi de aproximadamente:

- a) 55%
- b) 42%
- c) 34%
- d) 28%
- e) 14%

**Solução:**

$$\frac{5}{100} \cdot 5000 = 250 \text{ de aumento}$$

$$P_D = \left[ \frac{(5250 - 4500)}{5250} \right] \cdot 100$$

$$P_D = 0,1428 \cdot 100$$

$$P_D \cong 14\%$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

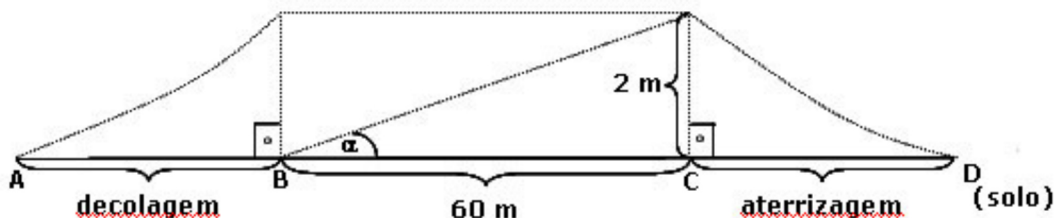
## PROSEL - 2ª ETAPA / PRISE XIII

6. Santos Dumont, interessado por aparelhos mais pesados que o ar, construiu um biplano e prendeu ao dirigível Santos Dumont nº 14, batizando essa nova estrutura com nome de 14-Bis. Mesmo com as limitações tecnológicas da época, Santos Dumont voou 60 metros a uma altura de dois metros. Após grandes modificações estruturais, repete sua proeza em 23 de outubro de 1906 no campo de Bagatelle (Paris) e, sob os aplausos de todos, voou 240 metros a uma altura de 6 metros.

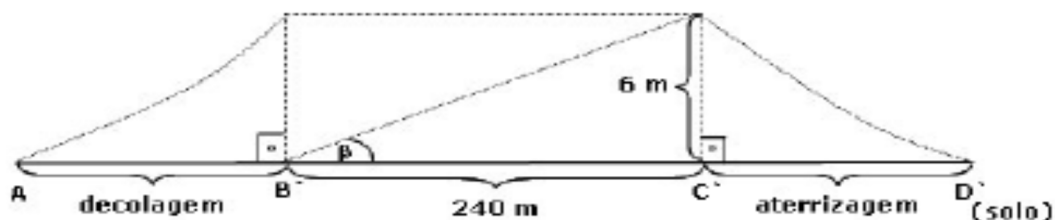
Fonte: *História da Física*, Moacir Costa Ferreira – São Paulo, EDICON, 1998. (p.110); Texto adaptado.

Considerando que Dumont partiu sempre do mesmo ponto **A** conforme ilustram as figuras abaixo, então afirma-se que uma relação trigonométrica válida para os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  nessas condições é:

primeira experiência:



segunda experiência:



a)  $Tg \alpha = \frac{1}{3} Tg \beta$

b)  $Tg \alpha = \frac{2}{3} Tg \beta$

c)  $Tg \alpha = Tg \beta$

d)  $Tg \alpha = \frac{4}{3} Tg \beta$

e)  $Tg \alpha = \frac{5}{3} Tg \beta$

**Solução:**

$$\operatorname{Tg} \alpha = \frac{2}{60} \therefore \operatorname{Tg} \alpha = \frac{1}{30}$$

$$\operatorname{Tg} \beta = \frac{6}{240} \therefore \operatorname{Tg} \beta = \frac{1}{40}$$

$$\frac{\operatorname{Tg} \alpha}{\operatorname{Tg} \beta} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{1}{40}} = \frac{1}{30} \cdot \frac{40}{1}$$

$$\frac{\operatorname{Tg} \alpha}{\operatorname{Tg} \beta} = \frac{4}{3} \qquad \operatorname{Tg} \alpha = \frac{4}{3} \operatorname{Tg} \beta$$

Logo, resposta correta, **Letra D.**

7. O **CNRS**, órgão governamental francês responsável pela pesquisa para o desenvolvimento de novas tecnologias, mantém centenas de laboratórios próprios. Fica na França, mais precisamente em Grenoble, o **ESRF** (*European Synchrotron Research Facility*), uma gigantesca estrutura em forma de anel (duas circunferências concêntricas) que abriga centenas de laboratórios à disposição de qualquer cientista da comunidade européia.

Fonte: NEXUS, Ciência & Tecnologia, Nº 2 , ANO II de 2002, (p.40). Texto adaptado.



Acelerador de partículas em Grenoble na França.

Suponha que na parede interna do anel existam vários pontos de abastecimento de energia distribuídos todos a uma mesma altura, de tal modo que o arco de circunferência entre dois pontos consecutivos quaisquer, seja sempre correspondente a um ângulo central de 300 (centro do anel). Nessas condições, a diferença entre o número de triângulos que podem ser formados por esses pontos de abastecimento de energia e o número de diagonais do polígono formado por esses pontos é exatamente:

- a) 124
- b) 136
- c) 146
- d) 154
- e) 166

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

**Solução:**

Número de ângulos centrais possíveis ( $N_{AC}$ ):

$$N_{AC} = \frac{360}{30}$$

$$N_{AC} = 12$$

Logo: temos um polígono com 12 lados e com 12 pontos de circunferência:



Façamos agora o cálculo do número de triângulos:

$$C_{12,3} = \frac{12!}{3! (12-3)!} = 220 \text{ triângulos}$$

Façamos agora o cálculo do número de do polígono:

$$D = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

$$D = \frac{12 \cdot (12-3)}{2}$$

$$D = 54$$

Como:  $220 - 54 = 166$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

**8.** Uma loja de um shopping Center na cidade de Manaus divulga inscrições para um torneio de Games. Para realizar essas inscrições, a loja gerou um código de inscrição com uma sequência de quatro dígitos distintos, sendo o primeiro elemento da sequência diferente de zero. A quantidade de códigos de inscrição que podem ser gerados utilizando os elementos do conjunto  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  é:

- a) 4.500
- b) 4.536

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas



- c) 4.684
- d) 4.693
- e) 5.000

### Solução:

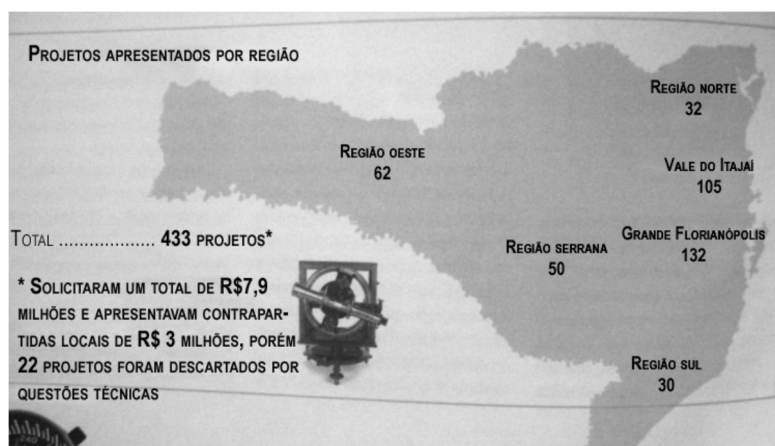
9	9	8	7	← Distribuição de Possibilidades para cada dígito
1º	2º	3º	4º	← Ordem dos dígitos

Princípio Fundamental da Contagem (P.F.C)

P.F.C:  $9 \times 9 \times 8 \times 7 = 4536$  códigos possíveis

Logo, resposta correta, **Letra B.**

9. A economia do estado de Santa Catarina esteve, em 2002, fortemente voltada para exportação de manufaturados com maior valor agregado. Isso exigiu, na época, maior empenho de pesquisadores de diversas áreas das esferas municipal, estadual, federal e privada. A tarefa da Funcitec é financiar Ciência & Tecnologia por meio da abertura frequente de editais abertos e com referências competitivas claras. A figura abaixo apresenta alguns dados que ilustram a busca para financiamento de pesquisas de um desses editais promovidos pela Funcitec.



Fonte: NEXUS, Ciência & Tecnologia, Nº 2, ANO II de 2002, (p.40). Texto adaptado.

Nessas condições, afirma-se que a probabilidade de um projeto escolhido aleatoriamente, dentre o total dos projetos apresentados, não ser da região sul é de:

- a) 233/433
- b) 301/433
- c) 403/433
- d) 517/433
- e) 530/433

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

**Solução:**

Total de projetos apresentados: 433 projetos.

Somatório das Regiões, exceto a Região Sul: 381 projetos.

Projetos descartados: 22 projetos.

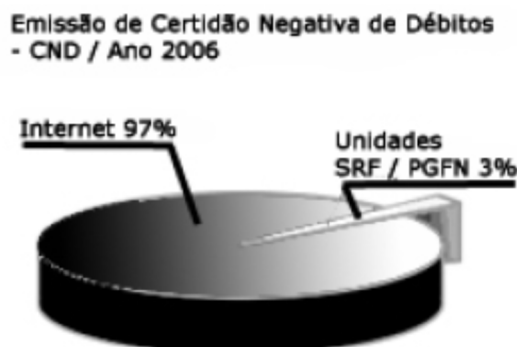
Logo:

$$P = \frac{381 + 22}{433}$$

$$P = \frac{403}{433}$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

**10.** A emissão de certidão negativa de débitos, ilustrada no gráfico abaixo, evidencia as duas modalidades disponibilizadas pela receita federal. Considerando que, em 2006, foram emitidas 12 milhões de CND, então o número de CND's emitidas pela internet foi de:



Fonte: [www.receita.fazenda.gov.br](http://www.receita.fazenda.gov.br)

- a) 8,34 milhões
- b) 9,76 milhões
- c) 10,15 milhões
- d) 10,85 milhões
- e) 11,64 milhões

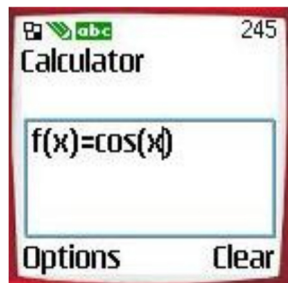
**Solução:**

$$N_c = 12 \cdot \left[ \frac{97}{100} \right]$$

$$N_c = 11,64 \text{ milhões}$$

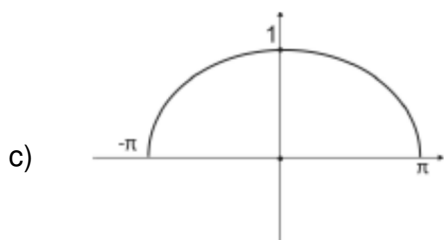
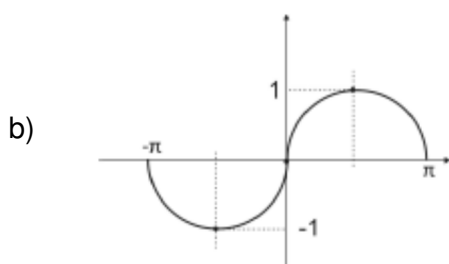
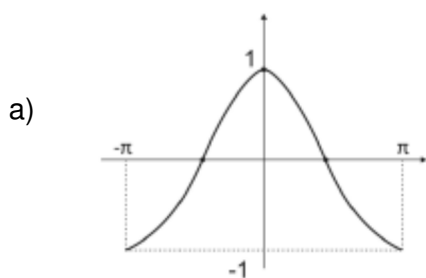
Logo, resposta correta, **Letra E.**

11. A calculadora *Calculator* funciona em praticamente qualquer celular que tenha suporte a Java. Você pode indicar funções matemáticas com uma ou mais variáveis. Acionando o comando *Options Evaluate* podemos gravar, por exemplo a função  $f(x) = \cos(x)$ , conforme ilustra a figura abaixo:

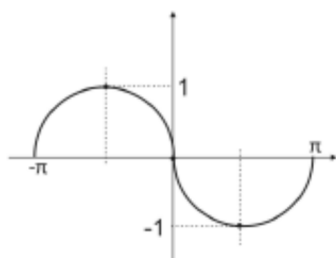


www.celularshow.com.br

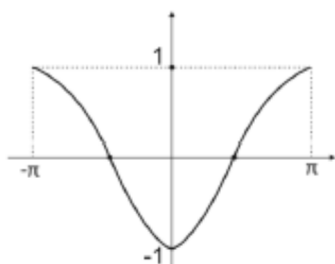
Para desenhar o gráfico dessa função  $f(x) = \cos(x)$ , acione o comando *Options New* e digite:  $\text{plot}(-\pi, \pi, f)$  e, em seguida, *Options Evaluate*. O gráfico que melhor representa a função  $f(x)$  gerado na *Calculator* é:



d)

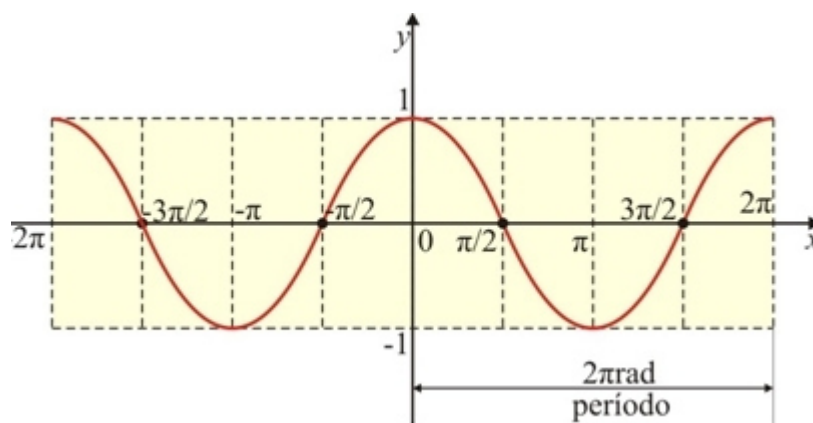


e)

**Solução:**

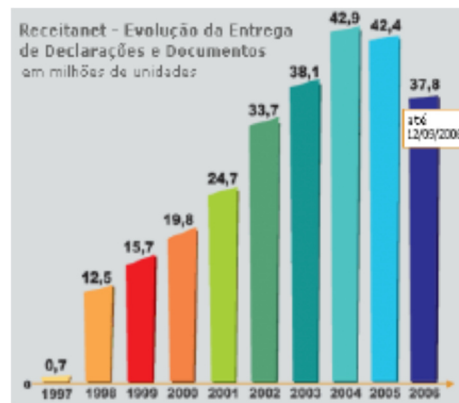
Dado um ângulo cuja a medida dada em radianos é  $x$ , denominamos de função cosseno a função que associa a cada  $x \in \mathbb{R}$  o número  $\cos x \in \mathbb{R}$ . Daí indicamos essa função por:  $f(x) = \cos x$ .

O gráfico da função cosseno, no plano cartesiano, será uma curva denominada de cossenoíde. Atribuindo valores ao arco  $x$ , pode-se chegar ao gráfico:



O gráfico que melhor expressa a função  $f(x) = \cos x$  reside na **Letra A**.

**12.** O gráfico abaixo mostra a evolução da entrega de declarações e documentos, via internet.



A média, em milhões de unidades, de entrega de declarações e documentos no período de 2000 a 2005 é:

- a) 22,4
- b) 28,5
- c) 33,6
- d) 40,5
- e) 45,6

**Solução:**

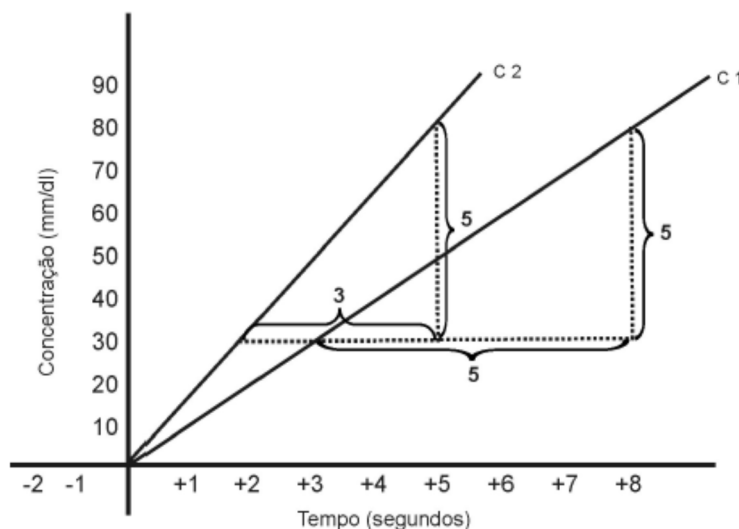
$$M = \frac{19,8 + 24,7 + 33,7 + 38,1 + 42,9 + 42,4}{6}$$

$$M = 33,6 \text{ milhões de unidades}$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

### PROSEL - 3ª ETAPA / PRISE XI

13. O gráfico linear é utilizado em laboratórios de pesquisas médicas, com bastante frequência, para a descrição de certos fenômenos. Os valores analisados por este tipo de gráfico devem ser espaçados igualmente, ao longo dos eixos coordenados, e qualquer limite desses valores pode ser usado ao longo de um eixo, desde que os valores sejam distribuídos uniformemente. A figura abaixo ilustra a variação linear da concentração de duas substâncias.



Fonte: Matemática de laboratório: aplicações médicas e biológicas; Campbell, Joe Bill, São Paulo, Roca, 1986. Texto adaptado.

Observando os dados fornecidos pela figura na perspectiva da geometria analítica e adotando as coordenadas do eixo horizontal de “X” e as do eixo vertical de “Y”, afirma-se que:

- se  $\varphi$  é o menor ângulo formado pelas retas  $C_1$  e  $C_2$ , então  $Tg \varphi = 0,025$ .
- a equação da reta *simétrica*  $C_2$  em relação a  $C_1$  é  $y = \left(\frac{3}{5}\right)x$ .
- $C_1$  é a bissetriz dos quadrantes pares.
- o coeficiente angular da reta  $C_1$  é  $3/5$ .
- o coeficiente angular da reta  $C_2$  é menor que 1.

#### Solução:

Vamos definir os coeficientes angulares das retas  $C_1$  e  $C_2$ :

$$C_1 : \operatorname{Tg}\theta = \frac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Cateto Adjacente}} = \frac{5}{3}$$

$$C_2 : \operatorname{Tg}\theta = \frac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Cateto Adjacente}} = \frac{5}{5} = 1$$

Agora vamos definir as equações reduzidas das retas  $C_1$  e  $C_2$ :

$$C_1 : y = \frac{5}{3} \cdot x$$

$$C_2 : y = 1 \cdot x$$

Agora vamos definir as equações gerais das retas  $C_1$  e  $C_2$ :

$$C_1 : \frac{5}{3}x - y = 0$$

$$C_2 : x - y = 0$$

Formula para encontrar o coeficiente da reta T simétrica:

$$m_1 \cdot m_2 = m$$

Onde:

$m_1$  - é o coeficiente da reta  $C_1$ .

$m_2$  - é o coeficiente da reta T.

$m$  - é o coeficiente da reta  $C_2$ .

Cálculo do coeficiente da reta  $C_1$ :

$$y = \frac{5}{3} \cdot x$$

$$m_1 = \frac{5}{3}$$

Cálculo do coeficiente da reta  $C_2$ :

$$y = x$$

$$m = 1$$

Cálculo do coeficiente da reta T simétrica

$$m_1 \cdot m_2 = m$$

$$\frac{5}{3} \cdot m_2 = 1$$

$$m_2 = \frac{3}{5}$$

Cálculo do ponto de interseção entre as retas  $C_1$  e  $C_2$ :

$$\begin{cases} \frac{5}{3}x - y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$P(0,0)$$

Equação da reta T simétrica passando pelo ponto P (0,0):

$$(y - y_1) = m_2 \cdot (x - x_1)$$

$$(y - 0) = \frac{3}{5} \cdot (x - 0)$$

$$y = \frac{3}{5}x$$

Logo, resposta correta, **Letra B.**

**14.** Uma das máximas utilizadas nas pesquisas para o desenvolvimento do “produto perfeito” é que ele deve possuir o menor número de componentes, de tal modo que possa conseguir um justo equilíbrio entre forma, produção e custo. Uma fábrica de leite em pó investe na produção de duas embalagens para a comercialização de um novo lançamento. O modelo **A** é um cilindro reto de raio **R** e o modelo **B** é um prisma reto de base quadrada cujo lado mede **L**.

*Fonte: Limites do design, Dijon de Moraes – 2 ed., São Paulo, Studio Nobel, 1999. Texto adaptado.*

Sabendo-se que os dois modelos devem ter o mesmo volume e que a altura do modelo **B** é duas vezes a altura de **A**, então, a razão **R/L**, nessas condições, é:

- a)  $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$
- b)  $2\pi$
- c)  $\sqrt{\frac{1}{\pi}}$
- d)  $\pi\sqrt{2}$
- e)  $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$



**Solução:**

$$\begin{aligned}
 M_A &= \pi \cdot r^2 \cdot h \\
 M_B &= L^2 \cdot h \\
 2M_B &= M_A \\
 2 \cdot (L^2 \cdot h) &= \pi \cdot r^2 \cdot h \\
 2L^2 h &= \pi r^2 h \\
 r^2 &= \frac{2L^2}{\pi} \\
 \frac{r^2}{L^2} &= \frac{2}{\pi} \\
 \left(\frac{r}{L}\right)^2 &= \frac{2}{\pi} \\
 \frac{r}{L} &= \sqrt{\frac{2}{\pi}}
 \end{aligned}$$

Logo, resposta correta, **Letra A.**

**15.** Um empresário do ramo da informática comprou para sua loja 40 memórias dos tipos: DDR2/2GB/800MHz/PC e DDR2/1GB/667MHz/PC. Sabendo-se que as memórias custaram, cada uma, respectivamente, R\$80,00 e R\$50,00, e que o valor total gasto com elas foi de R\$2.750,00, a quantidade de memórias do tipo DDR2/2GB/800MHz/PC é igual a:

- a) 10
- b) 12
- c) 18
- d) 20
- e) 25

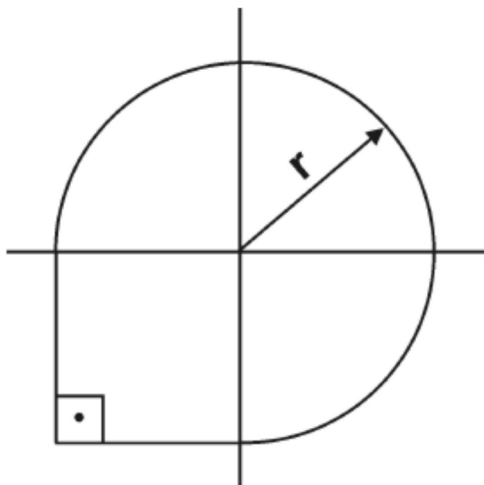
**Solução:**

$$\begin{aligned}
 \text{DDR2/2G : } A & \quad 80 \cdot A + 50 \cdot B = 2750 \\
 \text{DDR2/1G : } B & \quad 80 \cdot A + 50 \cdot (40 - A) = 2750 \\
 & \quad 80 \cdot A + 2000 - 50 \cdot A = 2750 \\
 \begin{cases} A + B = 40 \therefore B = 40 - A \\ 80 \cdot A + 50 \cdot B = 2750 \end{cases} & \quad \begin{aligned} 30 \cdot A &= 750 \\ A &= 25 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

**16.** A larga experiência tem levado profissionais ligados às diversas áreas de produção de conhecimento tecnológico a escreverem manuais técnicos com a finalidade de orientar estudantes, projetistas de máquinas e professores de cursos técnicos. A figura

abaixo ilustra o desenho técnico planificado de uma peça que será produzida em escala industrial.



Fonte: Elementos de máquina, Sarkis Melconian  
Edição atualizada e revisada, São Paulo: Érica, 2000.

Com base nessa figura, a área delimitada pelo desenho planificado da peça é:

- a)  $r^2 \left( \frac{3\pi + 1}{4} \right)$  unidades de área.
- b)  $r^2 \left( \frac{3\pi + 4}{4} \right)$  unidades de área.
- c)  $r^2 \left( \frac{3\pi}{4} + 4 \right)$  unidades de área.
- d)  $r \left( \frac{3\pi + 4}{4} \right)$  unidades de área.
- e)  $r^2 \left( 3\pi + \frac{1}{4} \right)$  unidades de área.

### Solução:

Área da circunferência ( $A_0$ ):

$$A_0 = \pi \cdot r^2$$

Área de  $A_0$  na peça:

$$A_{P0} = \left[ \frac{\pi \cdot r^2}{4} \right] \cdot 3$$

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

Área do quadrado ( $A_D$ ):

$$A_D = \ell^2$$

Área total da peça:

$$A_T = A_{P0} + A_D$$

$$A_T = \frac{3 \cdot \pi \cdot r^2}{4} + \ell^2$$

Como:  $\ell = r$ , então:

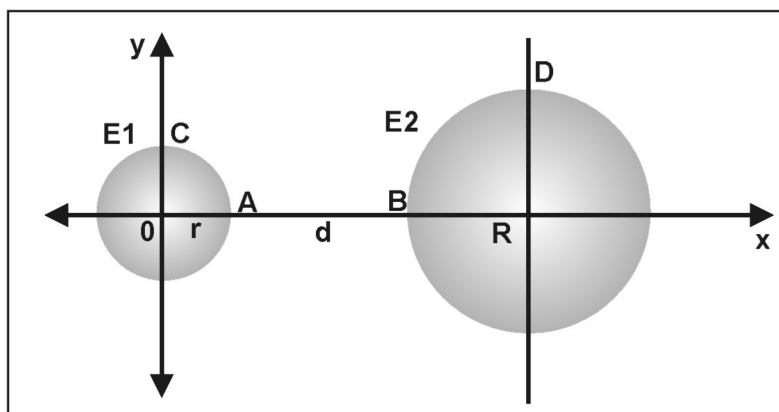
$$A_T = \frac{3 \cdot \pi \cdot r^2}{4} + r^2$$

$$A_T = \left[ \frac{3 \cdot \pi}{4} + 1 \right] \cdot r^2$$

$$A_T = r^2 \cdot \left[ \frac{3 \cdot \pi + 4}{4} \right]$$

Logo, resposta correta, **Letra B.**

**17.** A linha de produção tecnológica de uma famosa fábrica de bicicletas na Ásia, utiliza em suas pesquisas modelos matemáticos que visam ao aprimoramento do desempenho de seus produtos. A figura abaixo ilustra uma dessas pesquisas que busca aperfeiçoar as relações entre as duas engrenagens utilizadas para movimentar uma bicicleta. A engrenagem **E<sub>1</sub>**, representada pela circunferência menor, está centrada no sistema de coordenadas cartesianas e tem raio “**r**”. A engrenagem **E<sub>2</sub>**, representada pela circunferência maior, está deslocada à direita e tem raio “**R**”. Sabendo que a medida do segmento **AB** vale “**d**” e que o diâmetro de **E<sub>2</sub>** é **d + r**, a equação da circunferência que representa **E<sub>2</sub>** é:



$$a) (x+2R)^2 + y^2 = R^2$$

$$b) (x-R)^2 + y^2 = R^2$$

$$c) (x+3R)^2 + y^2 = R^2$$

$$d) (x-3R)^2 + y^2 = R^2$$

$$e) (x-2R)^2 + y^2 = R^2$$

### Solução:

Centro de  $E_1$ :  $C_1$

Centro de  $E_2$ :  $C_2$

Cálculo da distância entre os centros  $D(C_1, C_2)$ :

$$\begin{aligned} D &= r + d + R \\ D &= r + d + \frac{d+r}{2} \\ D &= \frac{d}{2} + d + \frac{r}{2} + r \\ D &= \frac{3d}{2} + \frac{3r}{2} \\ D &= \frac{3}{2} \cdot (d+r) \\ D &= \frac{3}{2} \cdot 2R \\ D &= 3R \end{aligned}$$

Fazendo a equação de  $E_2$ , temos:

$$\begin{aligned} C_2 &= (D, 0) & (x-a)^2 + (y-b)^2 &= R^2 \\ C_2 &= (3R, 0) & (x-3R)^2 + (y-0)^2 &= R^2 \\ & & (x-3R)^2 + y^2 &= R^2 \end{aligned}$$

Logo, resposta correta, **Letra D.**

**18.** A criptografia pode ser compreendida como a arte ou ciência de escrever mensagens em códigos. Para decodificar uma mensagem, utiliza-se a identidade matricial  $\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}$  em que as matrizes inversas representam as chaves para essa decodificação. Considerando que Henrique enviou uma mensagem codificada para o seu amigo Norberto, com a seguinte sequência: 1 11 21 -7 15 -15, cuja representação matricial é dada por:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 21 & 15 \\ 11 & -7 & -15 \end{pmatrix}$$

Para decodificar a mensagem, Norberto utilizou a seguinte matriz inversa:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Em seguida, traduziu para a língua materna com base na tabela abaixo, que relaciona os elementos da matriz  $X$  com o alfabeto do Português brasileiro.

#	A	B	....	J	K	L	....	V	W	X	Y	Z
0	1	2	....	10	11	12	....	22	23	24	25	26

Fonte: *Coleção Explorando o ensino, volume 3. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2004.*

Nessas condições, a mensagem decodificada por Norberto, que obedece à sequência  $X_{11} X_{21} X_{12} X_{22} X_{13} X_{23}$ , é:

- a) PROSEL
- b) ALAMAR
- c) ALUNO
- d) ALUADO
- e) PRISE

**Solução:**

$$\begin{aligned}
 X &= A^{-1} \cdot B \\
 X &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 21 & 15 \\ 11 & -7 & -15 \end{bmatrix} \\
 X &= \begin{bmatrix} 1 & 21 & 15 \\ 12 & 14 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Fazendo a decodificação para sequência  $X_{11} X_{21} X_{12} X_{22} X_{13} X_{23}$ :

$$\begin{vmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} \end{vmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 21 & 15 \\ 12 & 14 & 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} A & U & O \\ L & N & \# \end{bmatrix}$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

***CAPÍTULO III***  
***PROSEL / PRISE 2011***

## PROSEL - 1ª ETAPA / PRISE XIV

1. A produção diária de lixo de uma pessoa é, em média, de 500 gramas. Se essa pessoa produzir 20% de lixo a menos por dia, durante 30 dias, a redução na atmosfera de dióxido de carbono, resultante dessa mudança de hábito, será de aproximadamente 900 gramas. Desse modo, a emissão diária de dióxido de carbono pelo lixo produzido por essa pessoa passaria a ser de:

- a) 120 gramas
- b) 200 gramas
- c) 300 gramas
- d) 360 gramas
- e) 400 gramas

### Solução:

Quantidade de lixo por mês:  $500 \times 30 = 15000\text{g}$

Retirado 20%: 3000g

Quantidade mensal passa a ser: 12000g

Quantidade por dia:

$$\frac{12000}{30} = 400 \text{ g/d}$$

	Qtd. Lixo		Qtd. CO <sub>2</sub>
(Redução Mensal) →	3000g	_____	900g
(Qtd Mensal) →	400g	_____	x

$$x = \frac{900 \cdot 400}{3000}$$

$$x = 120\text{g de CO}_2 \text{ diários}$$

Logo, resposta correta, **Letra A.**

2. Dados da Secretaria Municipal de Meio Ambiente revelam que, em Belém, existem atualmente 240 praças (REVISTA VEJA, 13/01/2010). A intenção da prefeitura é aumentar o número de praças de acordo com o aumento do número de habitantes.

Considerando que  $f(t) = (240) \cdot 2^t$  é a função que representa a evolução da quantidade de praças por ano, onde  $t$  representa o número de anos decorridos. Desse modo, Belém terá 960 praças em:

- a) 2 anos
- b) 3 anos
- c) 4 anos

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

- d) 6 anos  
e) 7 anos

**Solução:**

$$\begin{aligned}f(t) &= 240 \cdot 2^t \\960 &= 240 \cdot 2^t \\2^t &= \frac{960}{240} \\2^t &= 4 \\2^t &= 2^2 \\t &= 2 \text{ anos}\end{aligned}$$

Logo, resposta correta, **Letra A.**

### Texto I

“Todo santo dia, 39 mil toneladas de comida, em condições de alimentar um ser humano, alimentam uma outra boca, a do lixo. O desperdício é gerado em restaurantes, mercados, feiras, fábricas, quitandas, açougues e até mesmo dentro de nossa própria casa”.

Fonte: <http://www.revelacaoonline.uniube.br/geral03/fome.html>

3. Supondo que um restaurante com um ano de existência jogue fora no lixo certa quantidade de comida da seguinte forma: no 1º mês, 2 kg; no 2º mês, 4 kg; no 3º mês, 6 kg e assim por diante. A quantidade total de comida jogada no lixo pelo restaurante durante esse ano foi de:

- a) 90 kg  
b) 130 kg  
c) 156 kg  
d) 160 kg  
e) 178 kg

**Solução:**

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n-1) \cdot r & S_{11} &= \frac{(a_n + a_1) \cdot n}{2} \\a_{12} &= 2 + (12-1) \cdot 2 & S_{11} &= \frac{(24 + 2) \cdot 12}{2} \\a_{12} &= 2 + 22 & S_{11} &= 26 \cdot 6 \\a_{12} &= 24 & S_{11} &= 156 \text{ kg}\end{aligned}$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**



4. Imagine que, após uma reunião sobre o tema “degradação do meio ambiente”, da qual participaram 20 empresários do setor supermercadista da região metropolitana de Belém, todos tenham tomado suas decisões sobre as ações que iriam adotar. Se 8 deles decidiram pelo incentivo ao uso das sacolas retornáveis, 9 decidiram pela adoção da coleta seletiva e 3 disseram que iriam aderir às duas iniciativas propostas, o número de empresários que decidiu não adotar nenhuma das iniciativas foi de:

- a) 1
- b) 3
- c) 6
- d) 11
- e) 13

**Solução:**

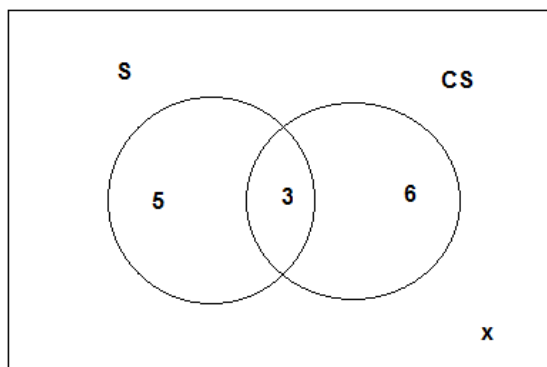
Total = 20

S = 8

CS = 9

S e CS = 3

Nenhuma = x



$$x + 5 + 3 + 6 = 20$$

$$x = 20 - 14$$

$$x = 6 \text{ empresários}$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

5. Em uma determinada cidade, os moradores de 30% das residências existentes possuem carro, 15% possuem moto e 8% possuem carro e moto. Em nenhuma das residências há mais de um veículo da mesma espécie e em 630 residências não existe nenhum desses veículos. O consumo médio diário de um carro nessa cidade é de 4 litros e o de uma moto, 2 litros. Sabe-se que, para cada litro de gasolina consumida por um veículo, é lançado na atmosfera aproximadamente 3kg de dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>). Em um determinado dia, nessa cidade, todos os veículos foram utilizados. A emissão de CO<sub>2</sub> na atmosfera, resultante do consumo desses veículos nesse dia foi de:

- a) 1.500 kg
- b) 2.260 kg
- c) 3.000 kg
- d) 4.500 kg
- e) 6.780 kg

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

**Solução:**

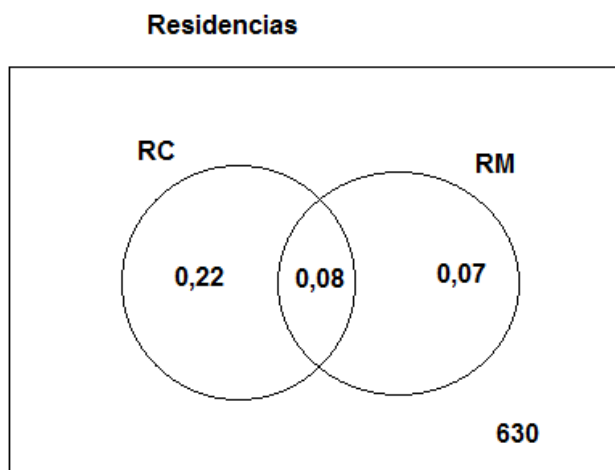
$$RC = 30\%$$

$$RM = 15\%$$

$$(RC \cap RM) = 8\%$$

Nenhuma = 630 residências sem carro e moto

$$\text{Total} = x$$



Cálculo do total de Residências existentes:

$$0,22 \cdot x + 0,08 \cdot x + 0,07 \cdot x + 630 = 20$$

$$0,37 \cdot x + 630 = x$$

$$x - 0,37 \cdot x = 630$$

$$0,63 \cdot x = 630$$

$$x = \frac{630}{0,63}$$

$$x = 1000 \text{ Residências}$$

Cálculo das Residências do tipo RC, RM e  $(RC \cap RM)$  existentes:

$$\text{Só RC: } 1000 \times 0,22 = 220$$

$$\text{Só RM: } 1000 \times 0,07 = 70$$

$$\text{Só } (RC \cap RM): 1000 \times 0,08 = 80$$

Cálculo do consumo de Gasolina das Residências do tipo RC, RM e  $(RC \cap RM)$ :

$$\text{Só RC: } 220 \times 4 = 880L$$

$$\text{Só RM: } 70 \times 2 = 140L$$

$$\text{Só } (RC \cap RM):$$

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

- RC:  $80 \times 4 = 320\text{L}$
- RM:  $80 \times 2 = 160\text{L}$

Total do Consumo de Gasolina:  $880 + 140 + 320 + 160 = 1500\text{L}$

Finalmente: Cálculo da quantidade de  $\text{CO}_2$ :

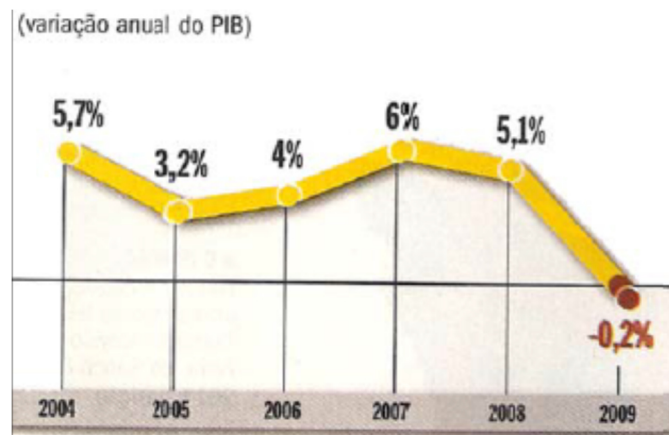
Gasolina	Qtd. $\text{CO}_2$
1 L _____	3 kg
1500 L _____	x

$$x = \frac{1500 \cdot 3}{1}$$

$$x = 4500 \text{ kg de } \text{CO}_2$$

Logo, resposta correta, **Letra D.**

6. O produto Interno Bruto (PIB) representa a soma de todas as riquezas produzidas em um país. O crescimento do PIB é uma forma de garantir a melhoria da qualidade de vida da população.



O gráfico acima mostra a variação anual do PIB no Brasil. O crescimento do PIB de 2005 para 2007, em porcentagem foi de:

- a) 15,5
- b) 20,8
- c) 47,6
- d) 65,4
- e) 87,5

**Solução:**

$$P = \left[ \frac{(0,06 - 0,032)}{0,032} \right] \cdot 100$$

$$P = \left[ \frac{0,028}{0,032} \right] \cdot 100$$

$$P = 0,8750 \cdot 100$$

$$P = 87,5\%$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

7. Uma fábrica apresenta um gasto fixo de R\$ 11.000,00 na produção de papel reciclado e R\$ 0,06 na produção de cada folha. O gráfico que representa o custo total que a fábrica tem por mês, na produção de folhas de papel reciclado, será:

- a) uma reta que passa pela origem do sistema de coordenadas.
- b) uma reta de origem no ponto (0, 11.000).
- c) uma reta que passa pelo ponto (6.600, 11.000).
- d) uma curva que passa pelo ponto (11.000, 327).
- e) uma curva que passa pelo ponto (6, 11.000).

**Solução:**

$C(x)$  = Custo Total

$x$  = Quantidade de Papel Reciclado

$$C(x) = a + b \cdot x$$

$$C(x) = 11.000 + 0,06 \cdot x$$

No ponto de origem a quantidade de papel é  $x = 0$ .

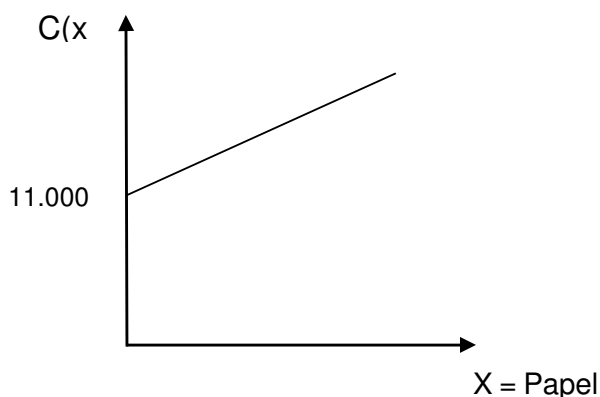
Logo:

$$C(x) = 11.000 + 0,06 \cdot 0$$

$$C(x) = 11.000$$

Portanto:  $(x, y) = (0, 11.000)$

Representação gráfica:



Logo, resposta correta, **Letra B.**

Marcelo Santos Chaves

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

## PROSEL - 2ª ETAPA / PRISE XIII

9. Na floresta amazônica, há vários animais em processo de extinção e, dentre eles, vários mamíferos. O peixe-boi é um deles. O processo de extinção está ligado, principalmente, à pesca predatória. Se decidirmos pela procriação do peixe-boi em cativeiro, num lago especialmente preparado para isso, e tivermos 10 desses animais, sendo 6 machos e 4 fêmeas, a quantidade de maneiras distintas de escolha de um casal para ocupar o lago será de:

- a) 10
- b) 24
- c) 40
- d) 48
- e) 60

**Solução:**

$$\begin{array}{cc} 6 & 4 \\ \hline M & F \end{array} \quad \begin{array}{l} \longleftarrow \text{Distribuição de Possibilidades para cada gênero} \\ \longleftarrow \text{Ordem dos gêneros} \end{array}$$

Princípio Fundamental da Contagem (P.F.C)

P.F.C:  $6 \times 4 = 24$  maneiras

Logo, resposta correta, **Letra B.**

### Texto II

Os 33 mineiros presos, em uma mina no norte do Chile, se alimentavam com uma dieta racionada de duas colheres de atum enlatado, um gole de leite e meio biscoito a cada 48 horas. Esse é um exemplo de sobrevivência e da manutenção das melhores condições de vida possível, de acordo com a situação que se apresenta. O resgate deles ocorreu em forma individual e em uma determinada sequência.

10. Suponha, então, que no momento do resgate os 33 mineiros tenham sido divididos em três subgrupos de 11, de acordo com suas condições físicas. Sendo assim, o número de formas e ordens diferentes em que poderiam ser escolhidos os 5 primeiros mineiros, do primeiro subgrupo a ser resgatado, seria:

- a) 55
- b) 66
- c) 462

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

- d) 1.087  
e) 55.440

**Solução:**

$$A = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$$A = \frac{11!}{(11-5)!}$$

$$A = \frac{11!}{6!}$$

$$A = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!}$$

$$A = 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$$

$$A = 55440 \text{ formas}$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

**11.** O termo SUSTENTABILIDADE está relacionado à manutenção das condições econômicas, sociais, culturais e ambientais da sociedade humana. O número de anagramas possíveis, com as 6 letras que se repetem desse termo, será:

- a) 720  
b) 540  
c) 120  
d) 48  
e) 24

**Solução:**

$$P = 6!$$

$$P = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$P = 720 \text{ anagramas}$$

Logo, resposta correta, **Letra A.**

**12.** Na Amazônia, está sendo construído um observatório no alto de uma torre, com a finalidade de compreender e modelar as trocas gasosas que ocorrem na atmosfera. Um engenheiro de 1,80 metros de altura responsável pela execução do projeto, observa o topo dessa torre segundo um ângulo de  $30^\circ$ . Se o engenheiro está posicionado a 120 metros de distância da torre, então a altura dessa torre é, em metros, de: (dado:  $\sqrt{3} = 1,73$ ).

- a) 86

**Marcelo Santos Chaves**

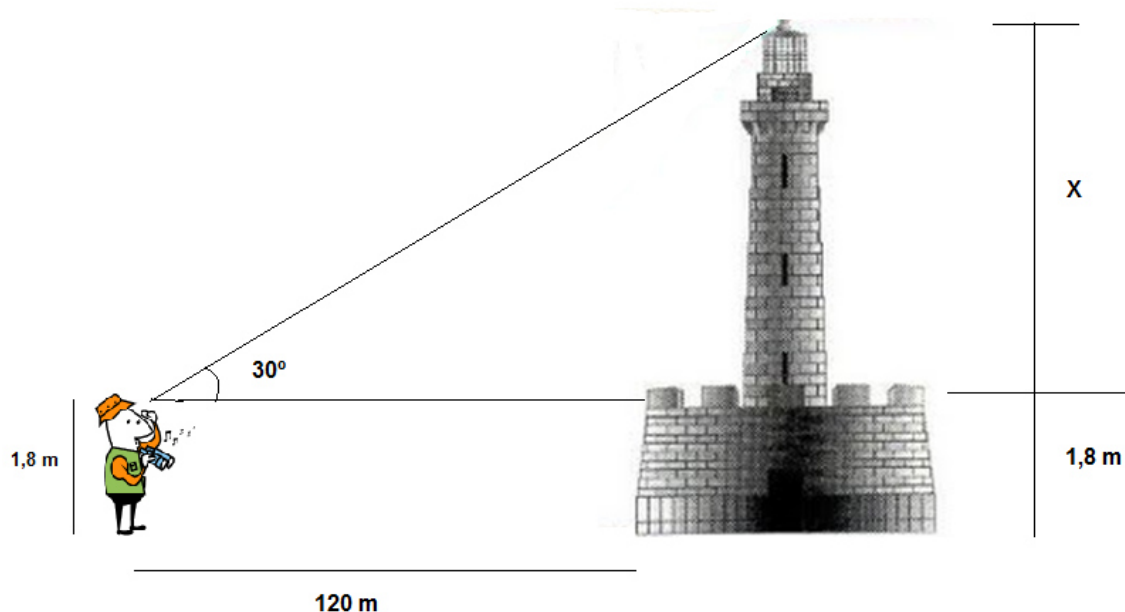
Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

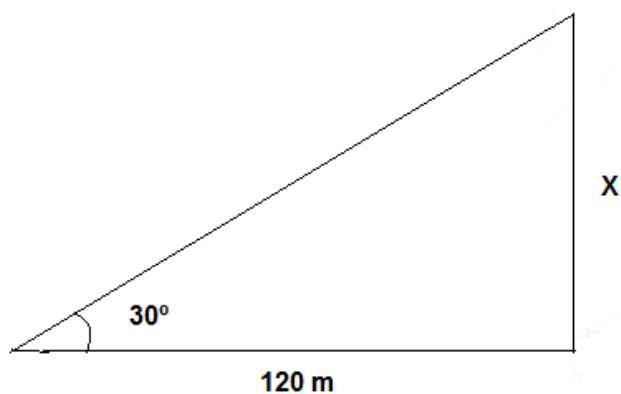
- b) 83
- c) 71
- d) 44
- e) 32

### Solução:

Vamos construir o esquema:



Agora vamos construir a representação geométrica de  $x$  para o caso:



$$\text{Tg } 30^\circ = \frac{x}{120}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{120}$$

$$x = \frac{120 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

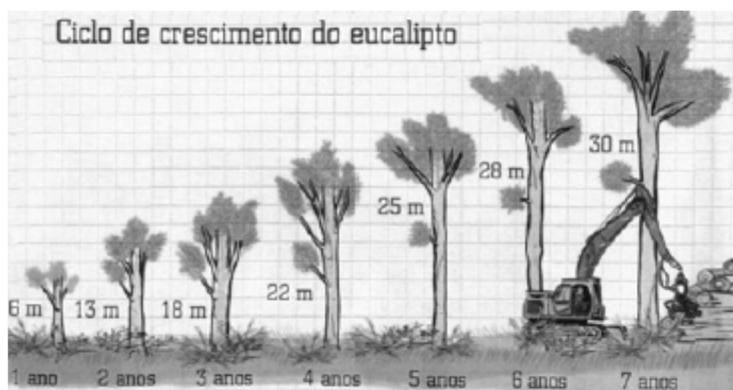
$$x = 40 \cdot 1,73$$

$$x = 69,20$$

Finalmente, Cálculo da altura da torre:  $69,20 + 1,8 = 71 \text{ m}$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

13. A figura abaixo mostra o ciclo de crescimento do eucalipto, uma planta utilizada para produzir pasta de celulose e bastante usada na fabricação de papel, carvão vegetal e madeira.



A média, aproximada, de crescimento do eucalipto, nos 7 primeiros anos, de acordo com os dados apresentados, é:

- a) 15,34 m
- b) 20,28 m
- c) 25,47 m
- d) 26,38 m
- e) 27,20 m

**Solução:**

$$Mc = \frac{6 + 13 + 18 + 22 + 25 + 28 + 30}{7}$$

$$Mc = 20,28 \text{ m}$$

Logo, resposta correta, **Letra B.**

14. Em uma pesquisa envolvendo 120 cidades, sobre o lixo doméstico, observou-se que em 36 dessas cidades são desenvolvidas ações de reciclagem. A probabilidade de uma cidade pesquisada ser escolhida ao acaso e nela não ser desenvolvida ação de reciclagem, é:

- a)  $\frac{3}{10}$
- b)  $\frac{4}{10}$
- c)  $\frac{5}{10}$
- d)  $\frac{6}{10}$



e)  $\frac{7}{10}$

**Solução:**

$$P = \frac{(120 - 36)}{120}$$

$$P = \frac{84}{120}$$

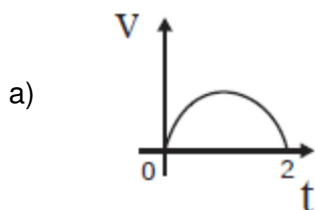
$$P = \frac{7}{10}$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

**15.** Um arquiteto desenvolve um projeto para captação de águas pluviais, conforme a figura abaixo.



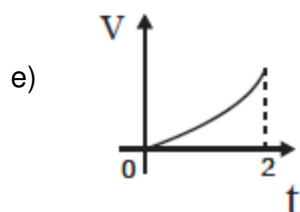
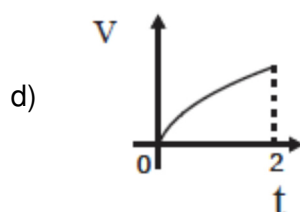
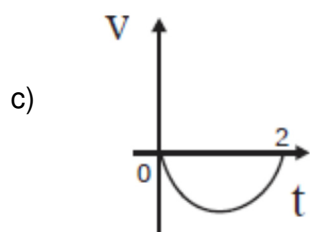
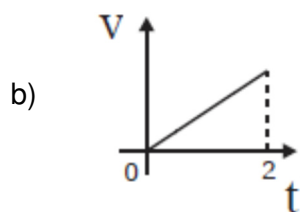
A bomba sugerida nesse projeto injeta um valor Máximo de volume ( $v$ ) de água igual a 4 litros, no intervalo de tempo ( $t$ ) de 0 a 2 segundos ( $0 \leq t \leq 2$ ). O rendimento dessa bomba é dado pela expressão algébrica  $v = \text{Sen}\left(\frac{\pi}{4}t\right)$ . O gráfico que melhor representa o volume ( $v$ ) de água injetado, em função do tempo ( $t$ ), é:



**Marcelo Santos Chaves**

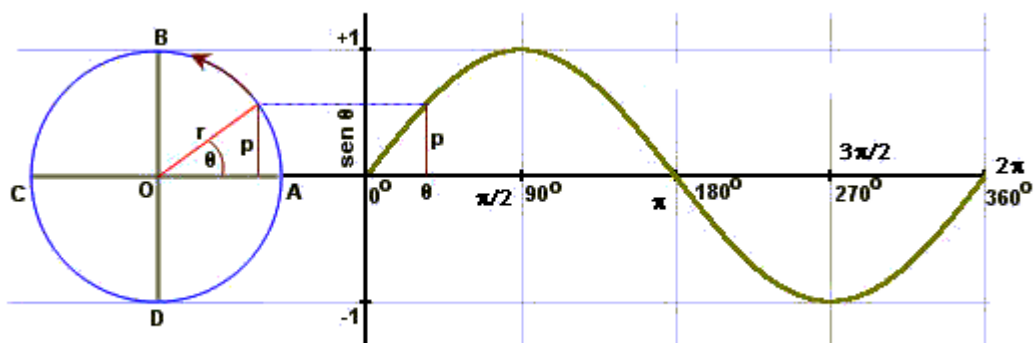
Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas



### Solução:

A função  $f(x) = \text{Sen } x$ , pode ser expressa pelo Senóide descrito no gráfico abaixo:



Diante disso, podemos concluir que existem nos itens apresentados três gráficos que podem se comportar na forma de um Senóide. São eles as letras **a**, **c** e **d**.

- A letra **a** no entanto nos apresenta uma discordância em relação as informações apresentadas na questão. Note que no gráfico apresentado pela mesma, quando o tempo atingir 2 segundos o volume de água será zero.
- Já no gráfico apresentado pela letra **c** ocorre uma perda de volume de água ao logo de 2 segundos, sendo portanto elemento também discordante da questão proposta.
- Logo, a letra **d** apresenta o gráfico que melhor expressa o fenômeno exposto, por apontar, um rendimento de elevação no volume de água até se atingir 2 segundos.

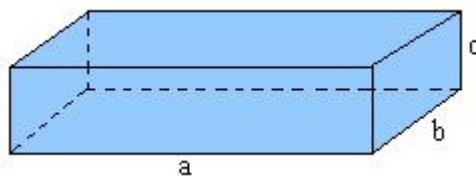
Logo, resposta correta, **Letra D.**

### PROSEL - 3ª ETAPA / PRISE XII

**16.** A construção da usina de Belo Monte, no Rio Xingu, deverá ser a terceira maior hidrelétrica do mundo e irá inundar terras de três municípios, principalmente de Vitória do Xingu e Altamira, formando um lago com aproximadamente **516 km<sup>2</sup>** de área. Alguns especialistas defendem que a alteração do regime do rio deve afetar a fauna e a flora da região, enquanto outros defendem o projeto pela sua importância econômica, gerando milhares de empregos e grande oferta de energia. Considere que, hipoteticamente, a forma do lago se assemelha a um paralelepípedo e a profundidade média do lago será de **20 metros**. Desse modo, o volume de água aproximado que terá esse lago será:

- a) 1,032 km<sup>3</sup>
- b) 10,32 Km<sup>3</sup>
- c) 103,2 Km<sup>3</sup>
- d) 1.032 Km<sup>3</sup>
- e) 10.320 Km<sup>3</sup>

**Solução:**



$$A = a \times b$$

$$516 = a \times b$$

$$C = 20\text{m} \rightarrow \text{profundidade}$$

$$v = a \cdot b \cdot c$$

$$v = 516 \cdot 20$$

$$v = 10320 \text{ m}^3$$

Fazendo a transformação de unidades:

$$v = 10320 \text{ m}^3$$

$$v = 10320 \cdot 10^{-3}$$

$$v = 10,32 \text{ km}^3$$

Logo, resposta correta, **Letra B.**

### Texto III



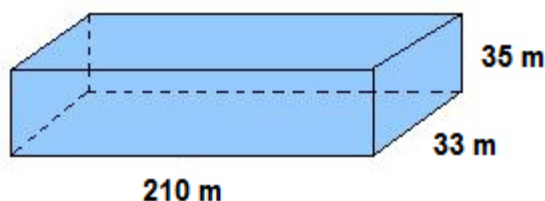
A construção das eclusas de Tucuruí é essencial para que uma embarcação transponha a diferença de nível existente e o rio seja navegável entre os dois lados da barragem da hidrelétrica, permitindo o desenvolvimento de atividades econômicas e sociais das populações que vivem na região. A eclusa é um reservatório em forma de câmara, que funciona como uma espécie de elevador, através de seu enchimento e esvaziamento.

17. Sabendo-se que a forma da câmara das eclusas de Tucuruí é de um paralelepípedo, com dimensões internas de 210m de comprimento, 33m de largura e 35m de altura, e que a velocidade média de enchimento da câmara será de  $300\text{m}^3/\text{s}$ , o tempo médio de enchimento da câmara será de aproximadamente:

- a) 2 minutos
- b) 5 minutos
- c) 7 minutos
- d) 10 minutos
- e) 13 minutos

#### Solução:

Vamos construir o esquema:



Vamos calcular o volume total da câmara:

$$v = 210 \cdot 33 \cdot 35$$

$$v = 242550 \text{ m}^3$$

Vamos calcular o tempo (em segundos) que se leva para encher câmara:

$$\begin{array}{l} 300 \text{ m}^3 \text{ ----- } 1 \text{ segundo} \\ 242550 \text{ m}^3 \text{ ----- } x \end{array}$$

$$x = \frac{242550}{300}$$

$$x = 808,5 \text{ segundos}$$

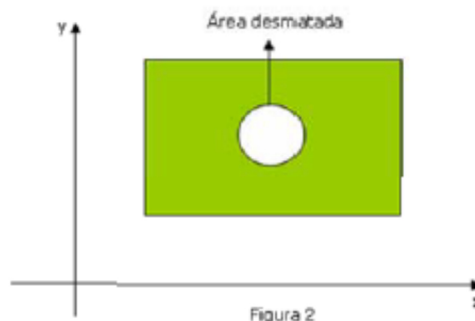
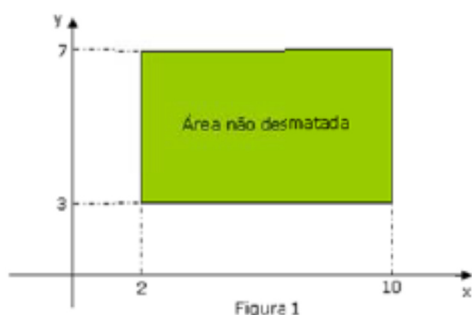
Façamos a conversão de segundos para minutos:

$$\begin{array}{lcl} 1 \text{ minuto} & \text{-----} & 60 \text{ segundos} \\ t & \text{-----} & 808,5 \text{ segundos} \end{array}$$

$$\begin{aligned} t &= \frac{808,5}{60} \\ t &= 13,475 \\ t &\cong 13 \text{ minutos} \end{aligned}$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

**18.** Um professor de matemática preocupado com o desmatamento na Amazônia resolveu desenvolver uma atividade com seus alunos, na qual abordava o desmatamento de uma determinada área. O objetivo da atividade estava relacionado à sensibilização para a necessária preservação da floresta amazônica. Na atividade foram apresentados os gráficos abaixo, com a figura 1 representando a área sem o desmatamento e a figura 2 representando a área com o desmatamento existente. Se a área desmatada pode ser representada pela equação da circunferência  $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 40 = 0$ , então o número aproximado, em porcentagem, dessa área desmatada é: (dado:  $\pi = 3,14$ ).



- a) 9,81
- b) 12,42
- c) 14,32
- d) 15,78
- e) 17,41

### Solução:

Vamos desenvolver uma estratégia algébrica para obter o raio da circunferência a partir da equação apresentada na questão:

$$\begin{aligned}
 x^2 + y^2 - 8x - 10y + 40 &= 0 \\
 (x^2 - 8x) + (y^2 - 10y) &= -40 \\
 (x^2 - 8x + 16) + (y^2 - 10y + 25) &= -40 + 16 + 25 \\
 (x - 4)^2 + (y - 5)^2 &= 1 \\
 \text{Como : } (x - a)^2 + (y - b)^2 &= R^2 \\
 \text{Logo : } R &= 1
 \end{aligned}$$

Agora vamos calcular a área do retângulo e da circunferência nas figuras 1 e 2, respectivamente:

Retângulo	Circunferência
$A_R = b \cdot h$	$A_o = \pi \cdot R^2$
$A_R = 8 \cdot 4$	$A_o = 3,14 \cdot 1^2$
$A_R = 32 \text{ m}^2$	$A_o = 3,14 \text{ m}^2$

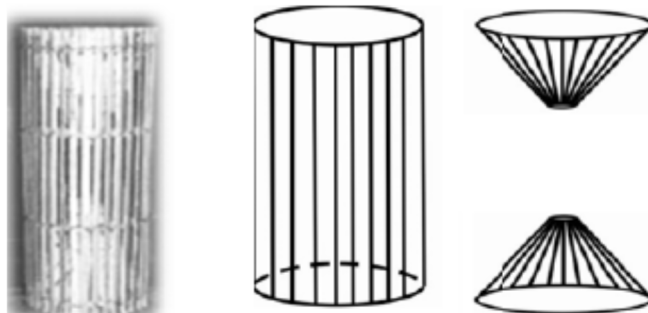
Finalmente, façamos o cálculo percentual do desmatamento:

$$\begin{aligned}
 P &= \left[ \frac{A_o}{A_R} \right] \cdot 100 \\
 P &= \left[ \frac{3,14}{32} \right] \cdot 100 \\
 P &= 0,0981 \cdot 100 \\
 P &= 9,81\%
 \end{aligned}$$

Logo, resposta correta, **Letra A.**

#### Texto IV

O matapi (figura abaixo) é um instrumento especialmente projetado para a captura de camarão, feito de talas de folhas de palmeira (miriti) amarradas com cipó titica e muito utilizado na região amazônica. Esse é um estilo de pesca artesanal que não agride o meio ambiente. A forma do matapi é composta por dois cones dentro de um cilindro. Internamente há aberturas nos ápices dos cones, funcionando como funis, por onde o camarão entra pra comer a isca ali colocada, ficando preso no interior do artefato.



**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

19. Considere, com as necessárias e devidas aproximações, que a altura de um cone é  $1/3$  da altura do cilindro e que os raios dessas duas figuras são iguais. Desse modo, a razão entre o volume do cone e o volume do cilindro é:

- a)  $1/9$
- b)  $1/6$
- c)  $1/3$
- d)  $3$
- e)  $9$

**Solução:**

$$V_{\text{cone}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

$$V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Como

$$h_{\text{cilindro}} = h_{\text{cone}} \cdot \frac{1}{3}$$

*Façamos :*

=

$$\frac{V_{\text{cone}}}{V_{\text{cilindro}}} = \frac{\left( \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} \right)}{\pi \cdot r^2 \cdot h}$$

$$\frac{V_{\text{cone}}}{V_{\text{cilindro}}} = \frac{\left[ \left( \frac{\pi \cdot r^2}{3} \right) \cdot \left( h_{\text{cilindro}} \cdot \frac{1}{3} \right) \right]}{\pi \cdot r^2 \cdot h_{\text{cilindro}}}$$

$$\frac{V_{\text{cone}}}{V_{\text{cilindro}}} = \frac{\frac{\pi \cdot r^2 \cdot h_{\text{cilindro}}}{9}}{\pi \cdot r^2 \cdot h_{\text{cilindro}}}$$

$$\frac{V_{\text{cone}}}{V_{\text{cilindro}}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h_{\text{cilindro}}}{9} \cdot \frac{1}{\pi \cdot r^2 \cdot h_{\text{cilindro}}}$$

$$\frac{V_{\text{cone}}}{V_{\text{cilindro}}} = \frac{1}{9}$$

Logo, resposta correta, **Letra A.**

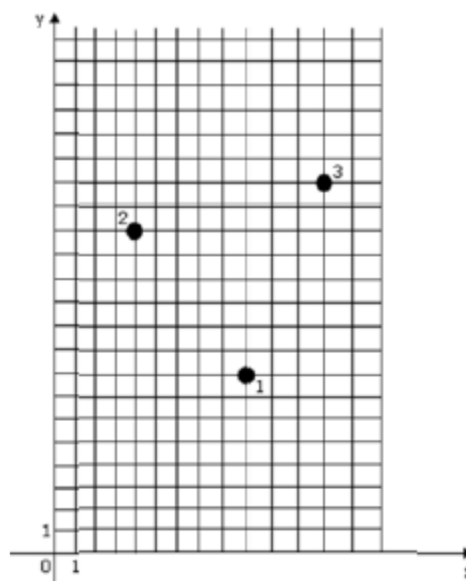
20. Um pesquisador preocupado com os constantes focos de incêndios florestais ocorridos em uma cidade resolveu mapear esses focos em uma malha. As distancias entre as linhas paralelas da malha são todas iguais a uma unidade de comprimento, conforma figura abaixo. A distância em linha reta do foco 1 para o foco 3 é:

- a)  $\sqrt{58} \text{ u.c}$
- b)  $\sqrt{70} \text{ u.c}$
- c)  $\sqrt{73} \text{ u.c}$



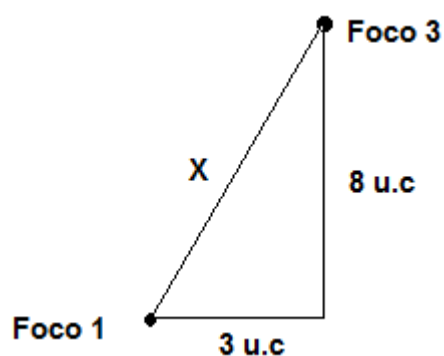
d)  $4\sqrt{5} \text{ u.c}$

e)  $5\sqrt{6} \text{ u.c}$



**Solução:**

Vamos fazer a construção geométrica dos focos 1 e 3:



Façamos o cálculo da distância  $x$  :

$$x^2 = a^2 + b^2$$

$$x^2 = 8^2 + 3^2$$

$$x^2 = 64 + 9$$

$$x^2 = 73$$

$$x = \sqrt{73} \text{ u.c}$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

**21.** Em uma empresa na qual foi implantado um projeto de coleta seletiva será necessário comprar coletores para pilhas e lâmpadas. Ao se fazer o orçamento desses coletores foram recebidas propostas de duas lojas que apresentaram o mesmo preço para cada coletor, conforme indicado na tabela abaixo. Se a decisão for de comprar 3 coletores de pilhas e 2 coletores de lâmpadas, será gasto o valor de:

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

Orçamento	Coletor Lâmpada	Coletor Pilhas	Total
LOJA 1	2 unidades	2 unidades	R\$ 1.060,00
LOJA 2	3 unidades	1 unidades	R\$ 1.130,00

- a) R\$ 1.005,00
- b) R\$ 1.236,00
- c) R\$ 1.290,00
- d) R\$ 2.233,00
- e) R\$ 2.370,00

### Solução:

L = Coletores de Lâmpadas

P = Coletores de Pilhas

Vamos montar o sistema linear, e definir o preço unitário de L e P:

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} 2L + 2P = 1060 \\ 3L + 1P = 1130 \rightarrow \times (-2) \end{cases} && \begin{aligned} 2L + 2P &= 1060 \\ 2 \cdot (300) + 2P &= 1060 \\ 600 + 2P &= 1060 \\ 2P &= 1060 - 600 \\ P &= \frac{460}{2} \\ P &= 230 \end{aligned} \\
 &\begin{cases} 2L + 2P = 1060 \\ -6L - 2P = -2260 \end{cases} && \\
 &\hline && \\
 &-4L = -1200 && \\
 &L = \frac{-1200}{-4} && \\
 &L = 300 &&
 \end{aligned}$$

Agora vamos calcular o gasto total:

$$P : 3 \times 230 = 690$$

$$L : 2 \times 300 = 600$$

$$\text{Gasto Total} : 690 + 600 = 1290$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

***CAPÍTULO IV***  
***PROSEL / PRISE 2012***

### PROSEL - 1ª ETAPA / PRISE XV

1. Em 2004, o diabetes atingiu 150 milhões de pessoas no mundo (Fonte: Revista Isto é gente, 05/07/2004). Se, a partir de 2004, a cada 4 anos o número de diabéticos aumentar em 30 milhões de pessoas, o mundo terá 300 milhões de pessoas com diabetes no ano de:

- a) 2020
- b) 2022
- c) 2024
- d) 2026
- e) 2028

#### Solução:

$$f(x) = a + b \cdot x$$

Onde :

$f(x)$  → Total de pessoas com diabete.

$a$  → Número inicial de pessoas com diabetes.

$b$  → Número de diabeticos por ano.

$x$  → Tempo em anos.

$$a = 150 \cdot 10^6$$

$$b = \frac{30 \cdot 10^6}{4} = 7,5 \cdot 10^6$$

$$f(x) = 300 \cdot 10^6$$

$$f(x) = a + b \cdot x$$

$$300 \cdot 10^6 = 150 \cdot 10^6 + 7,5 \cdot 10^6 \cdot x$$

$$x = \frac{300 \cdot 10^6 - 150 \cdot 10^6}{7,5 \cdot 10^6}$$

$$x = \frac{150 \cdot 10^6}{7,5 \cdot 10^6}$$

$$x = 20 \text{ anos}$$

Daí:  $2004 + 20 = 2024$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

2. No Pará, o perigo relacionado às altas velocidades no trânsito tem aumentado os riscos de acidentes, principalmente em Belém. Considerando que a "distância de freagem" é a distância que o carro percorre desde o momento que os freios são acionados até parar e que o modelo matemático que expressa essa relação é dado por  $D = K \cdot V^2$ , onde  $D$  representa a distância de freagem em metros,  $K$  é uma constante e  $V$  é a velocidade em Km/h. Assim, um automóvel que tem seus freios acionados estando a uma velocidade de 80 Km/h ainda percorre 44 metros até parar. A distância de freagem de um automóvel que tem seus freios acionados, estando a uma velocidade de 160 Km/h é:

- a) 2 vezes a distância de freagem se estivesse a 80 Km/h.
- b) 3 vezes a distância de freagem se estivesse a 80 Km/h.

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

- c) 4 vezes a distância de freagem se estivesse a 80 Km/h.  
 d) 5 vezes a distância de freagem se estivesse a 80 Km/h.  
 e) 6 vezes a distância de freagem se estivesse a 80 Km/h.

**Solução:**

$$44 \text{ m} \rightarrow 0,044 \text{ km}$$

$$D = k \cdot v^2$$

$$0,044 = k \cdot 10^6 \cdot (80)^2$$

$$k = \frac{0,044}{(80)^2}$$

$$k = 6,875 \cdot 10^{-6}$$

$$D = k \cdot v^2$$

$$D = 6,875 \cdot 10^{-6} \cdot (160)^2$$

$$D = 0,176 \text{ km}$$

$$\text{Razão} : \frac{0,176}{0,044} = 4 \text{ vezes}$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

**Texto I**

“Diversas pesquisas apontam o endividamento de brasileiros. O incentivo ao consumismo, mediado pelas diversas mídias, associado às facilidades de crédito consignado e ao uso desenfreado de cartões são alguns dos fatores responsáveis por essa perspectiva de endividamento”.

(Fonte: *Jornal o Globo* de 4 de setembro de 2011 – Texto Adaptado)

**3.** Suponha que um cartão de crédito cobre juros de 12% ao mês sobre o saldo devedor e que um usuário com dificuldades financeiras suspende o pagamento do seu cartão com um saldo devedor de R\$ 660,00. Se a referida dívida não for paga, o tempo necessário para que o valor do saldo devedor seja triplicado sobre regime de juros compostos, será de:

**Dados:**  $\log 3 = 0,47$ ;  $\log 1,12 = 0,05$

- a) nove meses e nove dias  
 b) nove meses e dez dias  
 c) nove meses e onze dias  
 d) nove meses e doze dias  
 e) nove meses e treze dias

**Solução:**

Vamos calcular o Montante:

$$M = 660 \cdot 3 = 1980$$

Vamos agora calcular o tempo:

$$\begin{aligned}
 M &= C \cdot (1 + i)^t \\
 1980 &= 660 \cdot (1,12)^t \\
 (1,12)^t &= \frac{1980}{660} \\
 (1,12)^t &= 3 \\
 \log (1,12)^t &= \log 3 \\
 t \cdot \log (1,12) &= \log 3 \\
 t &= \frac{\log 3}{\log (1,12)} \\
 t &= \frac{0,47}{0,05} \\
 t &= 9,4 \\
 t &= 9 \text{ meses} + 0,4 \text{ meses}
 \end{aligned}$$

Como obtivemos uma fração de meses, façamos a devida conversão:

Meses	Dias
1	30
0,4	x

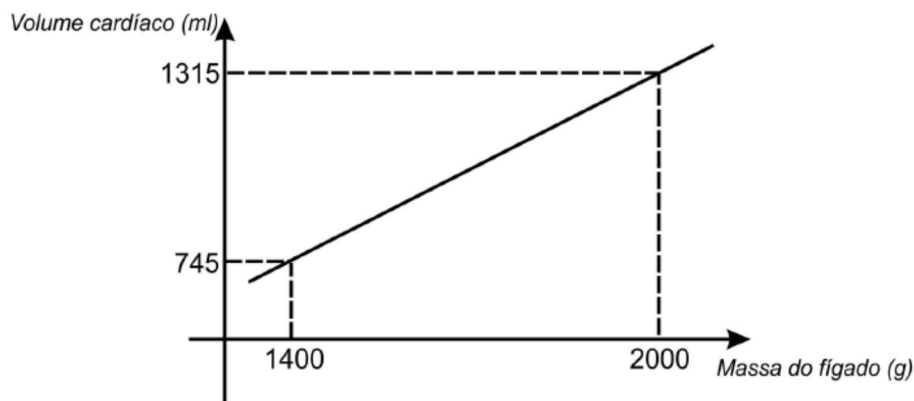
$$x = \frac{0,4 \cdot 30}{1}$$

$$x = 12 \text{ dias}$$

Portanto, o tempo para triplicação será: 9 meses e 12 dias.

Logo, resposta correta, **Letra D.**

4. O treinamento físico, na dependência da qualidade e da quantidade de esforço realizado, provoca, ao longo do tempo, aumento do peso do fígado e do volume do coração. De acordo com especialistas, o fígado de uma pessoa treinada tem maior capacidade de armazenar glicogênio, substância utilizada no metabolismo energético durante esforços de longa duração. De acordo com dados experimentais realizados por Thörner e Dümmler (1996), existe uma relação linear entre a massa hepática e o volume cardíaco de um indivíduo fisicamente treinado. Nesse sentido, essa relação linear pode ser expressa por  $y = ax + b$ , onde “y” representa o volume cardíaco em mililitros (ml) e “x” representa a massa do fígado em gramas (g). A partir da leitura do gráfico abaixo, afirma-se que a lei de formação linear que descreve a relação entre o volume cardíaco e a massa do fígado de uma pessoa treinada é:



Fonte: Cálculo Ciências Médicas e Biológicas, Editora Harbra Ltda, São Paulo, 1988 – Texto Adaptado

- a)  $y = 0,91 \cdot x - 585$
- b)  $y = 0,92 \cdot x + 585$
- c)  $y = -0,93 \cdot x - 585$
- d)  $y = -0,94 \cdot x + 585$
- e)  $y = 0,91 \cdot x - 585$

### Solução:

$$a = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$a = \frac{1315 - 745}{2000 - 1400}$$

$$a = \frac{570}{600}$$

$$a = 0,95$$

$$y = a \cdot x + b$$

$$745 = 0,95 \cdot 1400 + b$$

$$b = 745 - 1330$$

$$b = -585$$

Portanto :

$$y = 0,95 \cdot x - 585$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

### Texto II

“Em todo o estado de São Paulo, no primeiro semestre de 2011, foram registrados 2.241 homicídios. Desses, 241 foram cometidos por uma certa categoria A de cidadãos”

(Fonte: <http://g1.globo.com/sao-paulo/noticia/2011/09/decada-5-assassinatos-registrados-na-cidade-de-sp-1-ede-autoria-da-pm.html>)

5. O Texto II mostra o número de homicídios no primeiro semestre no estado de São Paulo, o que dá uma proporção aproximada de:

- a) um assassinato cometido pela categoria A para cada 9,3 cometidos pelas outras categorias.
- b) um assassinato cometido pela categoria A para cada 8,3 cometidos pelas outras categorias.
- c) um assassinato cometido pela categoria A para cada 7,5 cometidos pelas outras categorias.
- d) um assassinato cometido pela categoria A para cada 6,6 cometidos pelas outras categorias.

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

e) um assassinato cometido pela categoria A para cada 5,3 cometidos pelas outras categorias.

**Solução:**

$$P = \frac{(2241 - 241)}{241}$$

$$P = \frac{2000}{241}$$

$$P \cong 8,3$$

Logo, resposta correta, **Letra B.**

6. Uma ONG Antidrogas realizou uma pesquisa sobre o uso de drogas em uma cidade com 200 mil habitantes adultos. Os resultados mostraram que 11% dos entrevistados que vivem na cidade pesquisada são dependentes de álcool, 9% são dependentes de tabaco, 5% são dependentes de cocaína, 4% são dependentes de álcool e tabaco, 3% são dependentes de tabaco e cocaína, 2% são dependentes de álcool e cocaína e 1% dependente das três drogas mencionadas na pesquisa. O número de habitantes que não usa nenhum tipo de droga mencionada na pesquisa é:

- a) 146.000
- b) 150.000
- c) 158.000
- d) 160.000
- e) 166.000

**Solução:**

Vamos definir os percentuais por categorias:

Álcool (A) = 11% → 0,11

Tabaco (T) = 9% → 0,09

Cocaína (C) = 5% → 0,05

A e T = 4% → 0,04

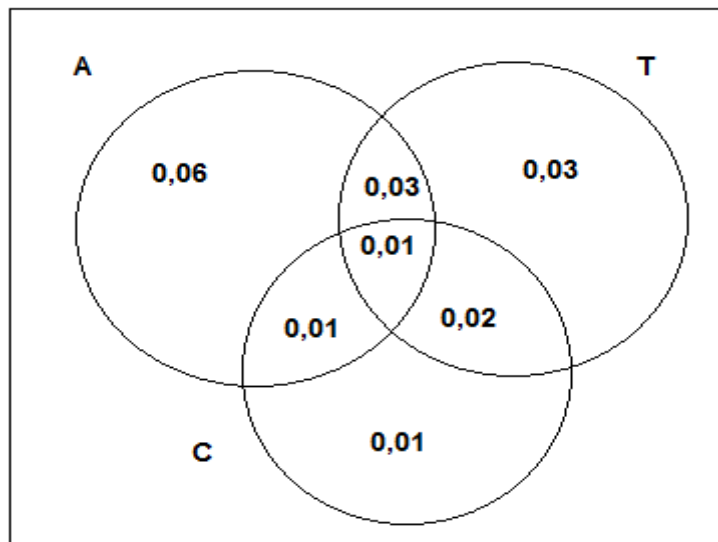
T e C = 3% → 0,03

A e C = 2% → 0,02

(A ∩ T ∩ C) = 1% → 0,01

A partir dos percentuais, vamos construir um diagrama:





Agora vamos calcular os valores de cada categoria, a partir dos valores apresentados no diagrama:

Total de Habitantes =  $200 \times 10^3$

- Só A:  $0,06 \times 200 \times 10^3 = 12 \times 10^3$
- Só T:  $0,03 \times 200 \times 10^3 = 6 \times 10^3$
- Só C:  $0,01 \times 200 \times 10^3 = 2 \times 10^3$
- Só  $A \cap T$ :  $0,03 \times 200 \times 10^3 = 6 \times 10^3$
- Só  $A \cap C$ :  $0,01 \times 200 \times 10^3 = 2 \times 10^3$
- Só  $T \cap C$ :  $0,02 \times 200 \times 10^3 = 4 \times 10^3$
- Só  $(A \cap T \cap C)$ :  $0,01 \times 200 \times 10^3 = 2 \times 10^3$

Somatório dos usuários de drogas:

$$\begin{array}{r}
 12 \cdot 10^3 \\
 6 \cdot 10^3 \\
 2 \cdot 10^3 \\
 6 \cdot 10^3 \\
 2 \cdot 10^3 \\
 4 \cdot 10^3 \\
 2 \cdot 10^3 \\
 \hline
 34 \cdot 10^3
 \end{array}$$

Número de habitantes não usuários:

$$200 \times 10^3 - 34 \times 10^3 = 166 \times 10^3 = 166.000 \text{ habitantes}$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

7. Furacões são ciclones tropicais que ocorrem no Oceano Atlântico e a leste do oceano Pacífico Central. Um desses furacões, o Katrina, foi o pior que atingiu os Estados Unidos nos últimos anos. Admita que o Katrina se movia em direção ao continente a uma velocidade constante de 24 km/h, com ventos de até 120 km/h. Nestas condições, quando o Katrina se encontrava a uma distância de 1.200 km de uma cidade, foi acionado o sistema de alerta e vigilância de furacões do governo americano. Contado a partir desse instante, o tempo, em horas, que a população teve para se prevenir do furacão foi:

- a) 10
- b) 20
- c) 30
- d) 40
- e) 50

**Solução:**

$v$  = velocidade = 24

$s$  = espaço = 1200

$t$  = tempo = ?

$$v = \frac{s}{t}$$

$$24 = \frac{1200}{t}$$

$$t = \frac{1200}{24}$$

$$t = 50 \text{ horas}$$

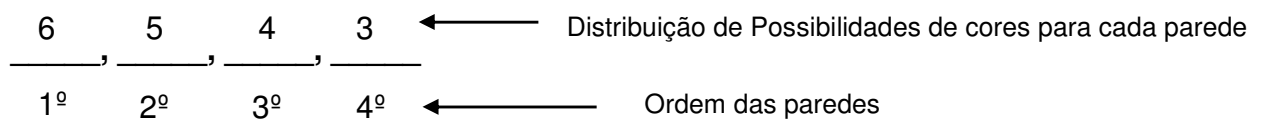
Logo, resposta correta, **Letra E.**

**PROSEL - 2ª ETAPA / PRISE XIV**

8. Um profissional de design de interiores precisa planejar as cores que serão utilizadas em quatro paredes de uma casa, para isso possui seis cores diferentes de tinta. O número de maneiras diferentes que esse profissional poderá utilizar as seis cores nas paredes, sabendo-se que somente utilizará uma cor em cada parede, é:

- a) 24
- b) 30
- c) 120
- d) 360
- e) 400

**Solução:**



Princípio Fundamental da Contagem (P.F.C)

P.F.C:  $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$  maneiras possíveis

Logo, resposta correta, **Letra D.**

9. Uma empresa realizou uma pesquisa com 300 candidatos sobre os fatores de risco de um infarto agudo do miocárdio (IAM) ou enfarte agudo do miocárdio (EAM). Foi observado que 20% dessas pessoas possuíam esses fatores de risco. A probabilidade de essa empresa contratar ao acaso dois candidatos do grupo pesquisado e eles apresentarem esses fatores de risco é:

- a)  $\frac{60}{1597}$
- b)  $\frac{59}{1495}$
- c)  $\frac{69}{1695}$
- d)  $\frac{74}{1797}$
- e)  $\frac{77}{1898}$

**Solução:**

Pessoas com fatores de risco:  $0,20 \times 300 = 60$  pessoas

$$\frac{60/300}{1^{\circ} \text{ cand.}}, \frac{59/299}{2^{\circ} \text{ cand.}} \quad \begin{array}{l} \longleftarrow \text{Distribuição de probabilidades para cada candidato} \\ \longleftarrow \text{Ordem dos candidatos} \end{array}$$

Princípio Fundamental da Contagem (P.F.C):

$$P.F.C = \frac{60}{300} \cdot \frac{59}{299}$$

$$P.F.C = \frac{1}{5} \cdot \frac{59}{299}$$

$$P.F.C = \frac{59}{1495}$$

Logo, resposta correta, **Letra B.**

**Texto III**

“Os números alarmantes relativos à violência doméstica levaram a Organização Mundial de Saúde (OMS) a reconhecer a gravidade que o fenômeno representa para a saúde pública e recomendar a necessidade de efetivação de campanhas nacionais de alerta e prevenção. No Brasil, apesar de não haver estatísticas oficiais, algumas organizações não-governamentais de apoio às mulheres e crianças vítimas de maus tratos apresentam números assustadores da violência doméstica. Estima-se que, a cada 4 (quatro) minutos uma mulher seja vítima de violência doméstica. Dos 850 inquéritos policiais instaurados na 1.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> Delegacia de Defesa da Mulher de São Paulo, 82% se referem a lesões corporais dolosas”.

Fonte: <http://jus.com.br/revista/texto/7753/a-violenciadomestica-como-violacao-dos-direitos-humanos>.

Acesso em 9 de setembro de 2011- Texto Adaptado

**10.** A probabilidade de ser escolhido aleatoriamente um desses inquéritos policiais e de ele não se referir a lesões corporais dolosas, é de:

- a) 0,18
- b) 0,19
- c) 0,20
- d) 0,21
- e) 0,22

**Solução:**

Total de inquéritos sobre lesões corporais:  $0,82 \times 850 = 697$  inquéritos.

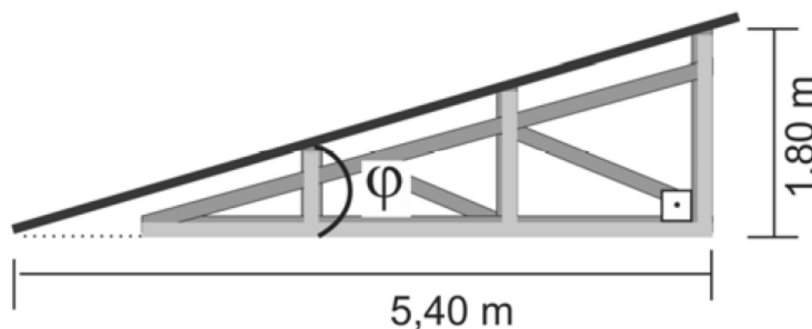
Probabilidade :

$$P = \left[ 1 - \frac{697}{850} \right]$$

$$P = 0,18$$

Logo, resposta correta, **Letra A.**

**11.** As construções de telhados em geral são feitas com um grau mínimo de inclinação em função do custo. Para as medidas do modelo de telhado representado a seguir, o valor do seno do ângulo agudo  $\varphi$  é dado por:



Fonte: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/933-2.pdf>.

Acesso em 9 de setembro de 2011 – Texto adaptado

- a)  $\frac{4\sqrt{10}}{10}$
- b)  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$
- c)  $\frac{2\sqrt{2}}{10}$
- d)  $\frac{\sqrt{10}}{10}$
- e)  $\frac{\sqrt{2}}{10}$

**Solução:**

Vamos multiplicar por 10 os catetos, para facilitar o entendimento:

$$1,8 \times 10 = 18$$

$$5,4 \times 10 = 54$$

Agora vamos simplificar por 18 os catetos:

**Marcelo Santos Chaves**

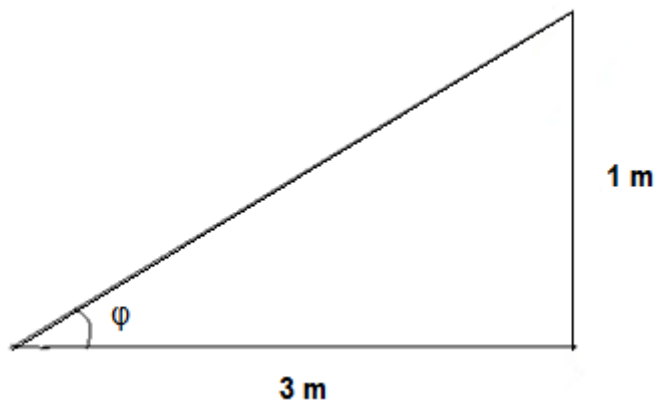
Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

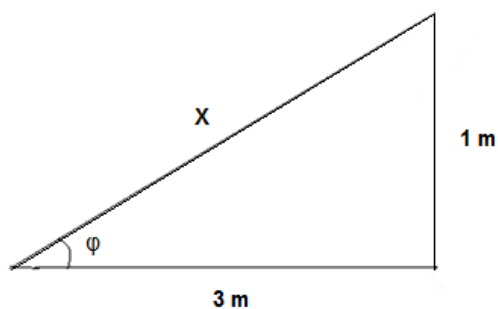
$$18 \div 18 = 1$$

$$54 \div 18 = 3$$

A partir da simplificação dos valores dos catetos, vamos construir a representação geométrica semelhante:



Aplicando o Teorema de Pitágoras:



$$x^2 = a^2 + b^2$$

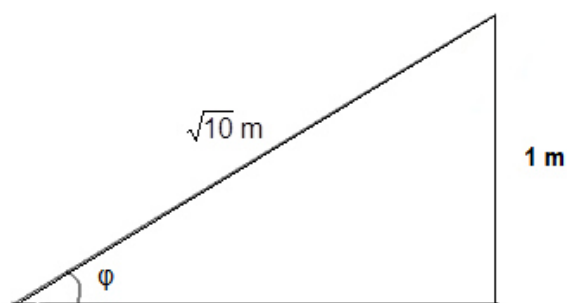
$$x^2 = 1^2 + 3^2$$

$$x^2 = 1 + 9$$

$$x^2 = 10$$

$$x = \sqrt{10} \text{ m}$$

Finalmente, vamos aplicar uma Relação Trigonométrica:



$$\text{Sen } \varphi = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\text{Sen } \varphi = \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}$$

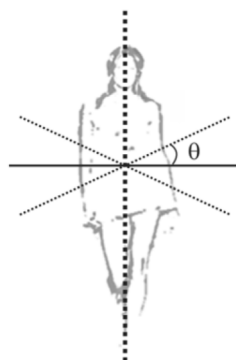
$$\text{Sen } \varphi = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

Logo, resposta correta, **Letra D.**

**12.** Os desfiles de moda parecem impor implicitamente tanto o “vestir-se bem” quanto o “ser bela” definindo desse modo padrões de perfeição. Nesses desfiles de moda, a rotação pélvica do andar feminino é exagerada quando comparada ao marchar masculino, em passos de igual amplitude. Esse movimento oscilatório do andar feminino pode ser avaliado a partir da variação do ângulo  $\theta$  conforme ilustrado na figura abaixo, ao caminhar uniformemente no decorrer do tempo ( $t$ ).

Um modelo matemático que pode representar esse movimento oscilatório do andar feminino é dado por:  $\theta(t) = \frac{\pi}{10} \cos\left(\frac{4\pi}{3}t\right)$ . Nestas condições, o valor de  $\theta\left(\frac{3}{2}\right)$  é:

- a)  $\frac{\pi}{8}$
- b)  $\frac{\pi}{10}$
- c)  $\frac{\pi}{12}$
- d)  $\frac{\pi}{18}$
- e)  $\frac{\pi}{20}$



**Solução:**

$$\text{Para : } t = \frac{3}{2}$$

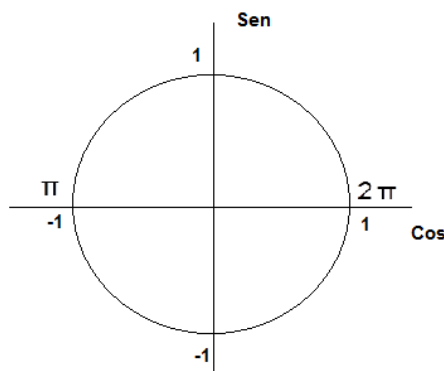
$$\theta(t) = \frac{\pi}{10} \cdot \cos\left(\frac{4\pi}{3} \cdot t\right)$$

$$\theta\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\pi}{10} \cdot \cos\left(\frac{4\pi}{3} \cdot \frac{3}{2}\right)$$

$$\theta\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\pi}{10} \cdot \cos 2\pi$$

$$\theta\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\pi}{10} \cdot 1$$

$$\theta\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\pi}{10}$$



Logo, resposta correta, **Letra B.**

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

**PROSEL - 3ª ETAPA / PRISE XIII**

**13.** Em um Shopping Center, uma pessoa verificou o valor por unidade de CD de diferentes gêneros musicais (samba e forró) nas lojas **A** e **B**, conforme indicado na tabela abaixo:

	Samba	Forró
Loja A	R\$ 18,00	R\$ 21,00
Loja B	R\$ 17,00	R\$ 20,00

Se essa pessoa decidisse comprar  $x$  unidades de CD do gênero samba e  $y$  unidades de CD do gênero forró, na loja **A**, ela gastaria R\$ 138,00. Mas, se ela comprasse as mesmas quantidades de CDs  $x$  e  $y$  na loja **B** ela gastaria R\$ 131,00. Então a soma  $x+y$  é igual a:

- a) 8
- b) 7
- c) 6
- d) 5
- e) 4

**Solução:**

Vamos construir o sistema linear:

$$\begin{cases} 18 \cdot x + 21 \cdot y = 138 \\ 17 \cdot x + 20 \cdot y = 131 \end{cases}$$

Aplicando o método da substituição:

$$x = \frac{138 - 21 \cdot y}{18}$$

$$17 \cdot x + 20 \cdot y = 131$$

$$17 \cdot \left[ \frac{138 - 21 \cdot y}{18} \right] + 20 \cdot y = 131$$

$$\frac{17 \cdot 138 - 17 \cdot 21 \cdot y}{18} + 20 \cdot y = 131$$

$$17 \cdot 138 - 17 \cdot 21 \cdot y + 18 \cdot 20 \cdot y = 131 \cdot 18$$

$$- 357 \cdot y + 360 \cdot y = 2358 - 2346$$

$$3 \cdot y = 12$$

$$y = \frac{12}{3}$$

$$y = 4$$

$$18 \cdot x + 21 \cdot y = 138$$

$$18 \cdot x + 21 \cdot 4 = 138$$

$$18 \cdot x + 84 = 138$$

$$18 \cdot x = 138 - 84$$

$$18 \cdot x = 54$$

$$x = \frac{54}{18}$$

$$x = 3$$

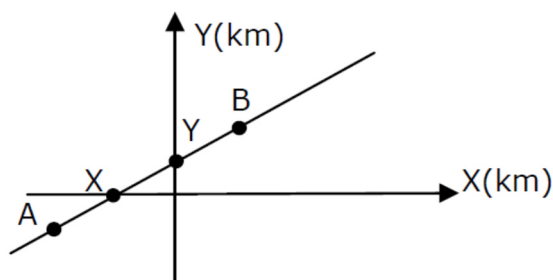
Daí :

$$x + y = 3 + 4 = 7$$

Logo, resposta correta, **Letra B.**



14. O gráfico abaixo representa, dentro do sistema de eixos cartesianos ortogonais, a trajetória de um táxi, de um bairro **A** para um bairro **B**, passando pelos bairros **X** e **Y** nessa ordem.



Se os pontos **A**, **X**, **Y** e **B** pertencem à reta de equação  $3x - 4y + 120 = 0$  e as distâncias entre os pontos **A** e **X**; **X** e **Y**; **Y** e **B** são iguais entre si, então, nessas condições, as coordenadas dos pontos **A** e **B**, são respectivamente:

- a) (-80,-30) e (40,60)
- b) (-40,-30) e (30,40)
- c) (-30,-20) e (20,30)
- d) (-80,-30) e (40,50)
- e) (-40,-30) e (60,40)

### Solução:

Vamos calcular os valores de **x** e **y**, a partir da reta apresentada:

$$3 \cdot x - 4 \cdot y + 120 = 0$$

$$3 \cdot x - 4 \cdot y = -120$$

$$\text{Para : } x = 0$$

$$3 \cdot 0 - 4 \cdot y = -120$$

$$y = \frac{-120}{-4}$$

$$y = 30$$

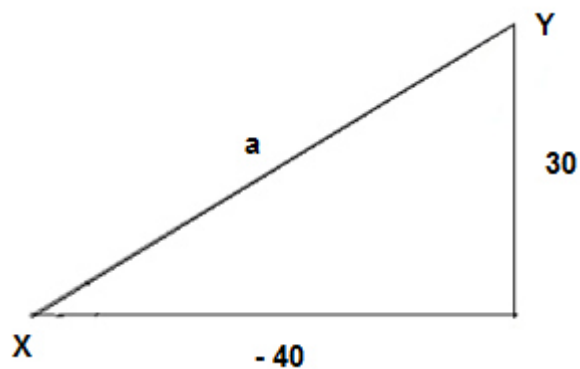
$$\text{Para : } y = 0$$

$$3 \cdot x - 4 \cdot 0 = -120$$

$$x = \frac{-120}{3}$$

$$x = -40$$

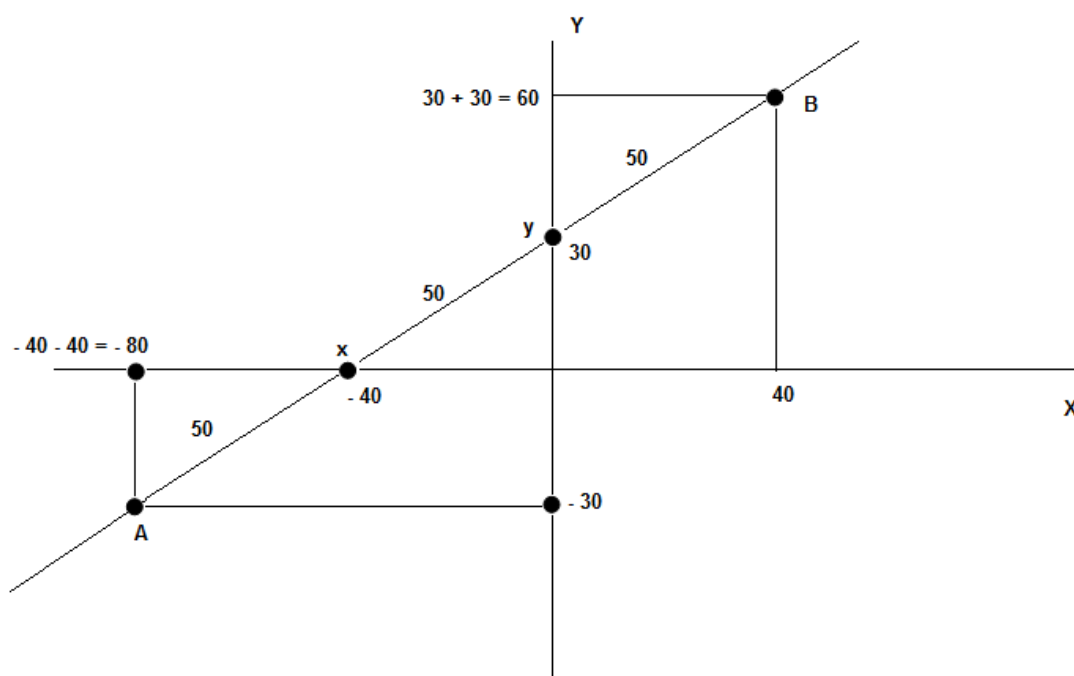
Daí vamos exibir a representação geométrica de **x** e **y**:



Aplicando o Teorema de Pitágoras para **a**:

$$\begin{aligned}x^2 &= a^2 + b^2 \\a^2 &= (-40)^2 + 30^2 \\a^2 &= 1600 + 900 \\a^2 &= 2500 \\a &= \sqrt{2500} \\a &= 50\end{aligned}$$

Como os pontos A e X; X e Y; Y e B são equidistantes, fazemos a representação gráfica de todos os pontos:



Conforme se pode inferir no gráfico, os pontos A e B são: (-80, -30) e (40, 60).

Logo, resposta correta, **Letra A**.

**15.** A ideologia dominante também se manifesta por intermédio do acesso aos produtos do mercado, sobretudo daqueles caracterizados por tecnologias de ponta. O “Cubo Magnético” é um brinquedo constituído por 216 esferas iguais e imantadas. Supondo que esse brinquedo possa ser colocado perfeitamente ajustado dentro de uma caixa, também no formato de um cubo, com aresta igual a 30mm, a razão entre o volume total das esferas que constituem o “Cubo Magnético” e o volume da caixa que lhe serve de depósito é:

- a)  $\frac{\pi}{6}$
- b)  $\frac{\pi}{5}$
- c)  $\frac{\pi}{4}$
- d)  $\frac{\pi}{3}$
- e)  $\frac{\pi}{2}$

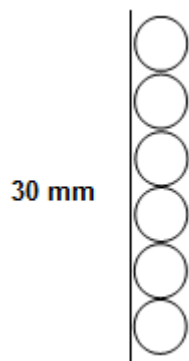


### Solução:

Vamos calcular o número de esferas por aresta (**a**) do Cubo Magnético (**Cm**):

$$\begin{aligned}
 v &= a^3 \\
 216 &= a^3 \\
 a &= \sqrt[3]{216} \\
 a &= 6 \text{ aresta}
 \end{aligned}$$

Vamos calcular o diâmetro e o raio de cada esfera:



$$\text{Diâmetro} : \frac{30}{6} = 5 \text{ mm de diâmetro por esfera.}$$

$$\text{Raio} : \frac{5}{2} = r \rightarrow \text{de cada esfera}$$

Vamos calcular o volume da Caixa (**C**):

$$\begin{aligned}
 V_{cx} &= (30)^3 \\
 V_{cx} &= 27000 \text{ mm}^3
 \end{aligned}$$

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

Vamos calcular o volume da Cubo Magnético (Cm):

$$V_{cm} = 216 \cdot \left[ \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \right]$$

$$V_{cm} = 216 \cdot \left[ \frac{4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3}{3} \right]$$

$$V_{cm} = 72 \cdot 4 \cdot \frac{125}{8} \pi$$

$$V_{cm} = 4500\pi \text{ mm}^3$$

Vamos a razão entre Cm e C:

$$\frac{V_{cm}}{V_C} = \frac{4500\pi}{27000}$$

$$\frac{V_{cm}}{V_C} = \frac{45\pi}{270}$$

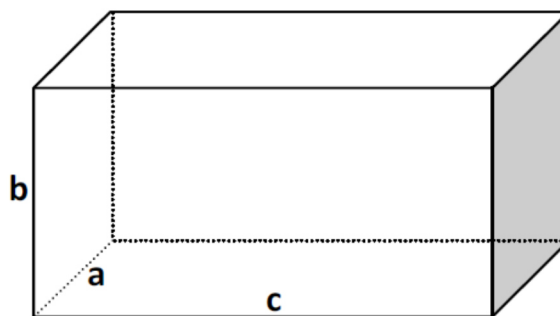
$$\frac{V_{cm}}{V_C} = \frac{\pi}{6}$$

Logo, resposta correta, **Letra A.**

**16.** Dados estatísticos mostram que o desemprego e a violência produzida pela desigualdade social levam milhares de pessoas ao furto de alimentos dentro de supermercados. Em geral os produtos embalados industrialmente em caixas de papelão são os alvos mais diretos para a prática desses delitos. Suponha que o conteúdo de uma dessas embalagens em formato de um paralelepípedo reto de medidas inteiras “a”, “b” e “c”, conforme ilustra a figura abaixo, seja constituído do seguinte modo:

- 1/4 do seu volume (**Vp**) seja ocupado por um ingrediente **A**
- 1/3 do seu volume (**Vp**) seja ocupado por um ingrediente **B**
- Metade do volume restante (**Vr**) seja ocupado por um ingrediente **C**

Fonte: <http://g1.globo.com/jornal-hoje/noticia/2011/09/supermercados-brasileiros-perdem-r-820-milhoes-por-anocom-furtos.html>. Acesso em 11 de setembro de 2011 – Texto Adaptado.



Nestas condições e considerando que  $c = a + b$ , então o número de cubos de aresta

$X_0 = \frac{1}{3} \sqrt[3]{\frac{5ab}{3}}$  contendo um ingrediente **D** que ainda cabem dentro do volume **V<sub>p</sub>** é:

- a)  $\frac{3(a+b)}{2}$  cubos
- b)  $\frac{8(a+b)}{27}$  cubos
- c)  $\frac{2(a+b)}{3}$  cubos
- d)  $\frac{27(a+b)}{8}$  cubos
- e)  $(a+b)$  cubos

### Solução:

Volumes da embalagem ( $V_p$ ) para conter os cubos com os ingredientes A e B:

$$V_a: \frac{1}{4} V_p$$

$$V_b: \frac{1}{3} V_p$$

Vamos calcular o volume de  $V_p$  para conter os cubos com o ingrediente C:

$$V_p = V_a + V_b + V_r$$

$$V_p = \frac{1}{4} V_p + \frac{1}{3} V_p + V_r$$

$$V_r = V_p - \frac{1}{4} V_p - \frac{1}{3} V_p$$

$$V_r = \frac{5}{12} V_p$$

$$V_c = \frac{V_r}{2}$$

$$V_c = \frac{\frac{5}{12} V_p}{2}$$

$$V_c = \frac{5}{24} V_p$$

Observe que ainda resta a outra metade de  $V_r$ , que deve conter todos os cubos com o ingrediente D, logo façamos:

$$V_c = V_d = \frac{5}{24} V_p$$

Façamos agora o cálculo do volume de um cubo (T) contendo o ingrediente D:

$$\text{Aresta dada : } x_0 = \frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{5 \cdot a \cdot b}{3}}$$

$$V_T = a^3$$

$$V_T = (x_0)^3$$

$$V_T = \left( \frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{5 \cdot a \cdot b}{3}} \right)^3$$

$$V_T = \left( \frac{1}{3} \right)^3 \cdot \left( \sqrt[3]{\frac{5 \cdot a \cdot b}{3}} \right)^3$$

$$V_T = \frac{1}{27} \cdot \frac{5 \cdot a \cdot b}{3}$$

$$V_T = \frac{5 \cdot a \cdot b}{81}$$

Finalmente, o número de cubos que contém o ingrediente D:

$$N = \frac{V_d}{V_T}$$

$$N = \frac{\left( \frac{5}{24} V_p \right)}{\left( \frac{5 \cdot a \cdot b}{81} \right)}$$

$$N = \frac{5}{24} V_p \cdot \frac{81}{5 \cdot a \cdot b}$$

$$\text{Como } V_p = a \cdot b \cdot c$$

$$N = \frac{5 \cdot a \cdot b \cdot c}{24} \cdot \frac{81}{5 \cdot a \cdot b}$$

$$N = \frac{81c}{24}$$

$$N = \frac{27c}{8}$$

$$\text{Como : } c = a + b$$

$$N = \frac{27c}{8}$$

$$N = \frac{27 \cdot (a + b)}{8} \text{ Cubos}$$

Logo, resposta correta, **Letra D.**

**17.** Pilates é um sistema de exercícios físicos que integra o corpo e a mente como um todo, desenvolvendo a estabilidade corporal necessária para uma vida mais saudável. A figura abaixo mostra um dos exercícios trabalhado no Pilates e é observado que o corpo da professora gera um arco AB.

Supondo que o arco gerado pelo corpo da professora seja um quarto de uma circunferência de equação  $100x^2 + 100y^2 - 400x - 600y + 1075 = 0$ , o valor aproximado da altura da professora é:

- a)  $0,24\pi \text{ u.c}$
- b)  $0,5\pi \text{ u.c}$
- c)  $0,75\pi \text{ u.c}$
- d)  $0,95\pi \text{ u.c}$
- e)  $1,24\pi \text{ u.c}$



Fonte: <http://www.apontador.com.br>

### Solução:

Façamos uma manipulação algébrica para obter o Raio (R) do arco gerado pela professora:

$$\begin{aligned}
 100x^2 + 100y^2 - 400x - 600y + 1075 &= 0 \\
 100x^2 + 100y^2 - 400x - 600y &= -1075 \rightarrow \div (100) \\
 x^2 + y^2 - 4x - 6y &= \frac{-1075}{100} \\
 (x^2 - 4x) + (y^2 - 6y) &= -10,75 \\
 (x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) &= -10,75 + 4 + 9 \\
 (x - 2)^2 + (y - 3)^2 &= 2,25 \\
 (x - 2)^2 + (y - 3)^2 &= (1,5)^2 \\
 \text{Como : } (x - a)^2 + (y - b)^2 &= R^2 \\
 \text{Então : } C(2,3) \text{ e } R &= 1,5
 \end{aligned}$$

Agora fazemos o cálculo do comprimento do arco gerado pela professora:

$$\begin{aligned}
 C &= 2 \cdot \pi \cdot r \\
 C &= 2 \cdot \pi \cdot 1,5 \\
 C &= 3\pi
 \end{aligned}$$

E finalmente, fazemos o cálculo da altura da professora:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{C}{4} \\
 A &= \frac{3\pi}{4} \\
 A &= 0,75\pi \text{ u.c}
 \end{aligned}$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

**18.** O cálcio é essencial para a transmissão nervosa, coagulação do sangue e contração muscular; atua também na respiração celular, além de garantir uma boa formação e manutenção de ossos e dentes. A tabela 1 abaixo mostra que a ingestão diária recomendada de cálcio por pessoa varia com a idade.

TABELA 1	
IDADE	CÁLCIO (mg/dia)
4 a 8 anos	800
9 a 13 anos	1300
14 a 18 anos	1300
19 a 50 anos	1000

Fonte: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Cálcio>

Foi por essa importância que o cálcio tem para o corpo humano que a diretora de uma escola resolveu calcular a quantidade de cálcio que teria de usar nas refeições diárias dos seus alunos para suprir a essa necessidade. A tabela 2 abaixo mostra a quantidade de alunos por idade existente nessa escola.

TABELA 2	
IDADE	ALUNOS
4 a 8 anos	60
9 a 13 anos	100
14 a 18 anos	80
19 a 50 anos	40

A quantidade diária de cálcio, em mg, que teria que usar nas refeições desses alunos é:

- a) 286.000
- b) 294.000
- c) 300.000
- d) 310.000
- e) 322.000

**Solução:**

$$\begin{array}{rcl}
 800 \cdot 60 & = & 48000 \\
 1300 \cdot 100 & = & 130000 \\
 1300 \cdot 80 & = & 104000 \\
 1000 \cdot 40 & = & 40000 \\
 & + & \\
 & & 48000 \\
 & & 130000 \\
 & & 104000 \\
 & & 40000 \\
 \hline
 & & 322000
 \end{array}$$

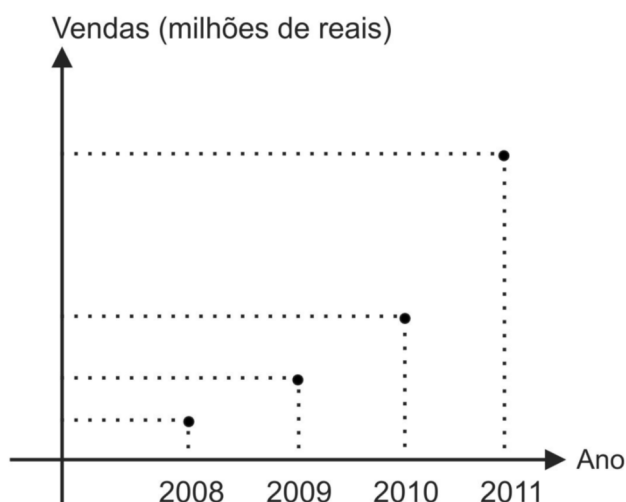
Logo, resposta correta, **Letra E.**



***CAPÍTULO V***  
***PROSEL / PRISE 2013***

**PROSEL - 1ª ETAPA / PRISE XVI**

Observe o gráfico abaixo para responder às questões 1 e 2:



1. No Brasil, uma empresa de comércio para internet multiplicou suas vendas nos últimos anos, conforme ilustrado no gráfico acima. Em relação às vendas afirma-se que:

- a) tiveram um crescimento de 2 milhões de reais de 2008 para 2009.
- b) em 2009 cresceram quatro vezes em relação a 2008.
- c) triplicaram de 2009 para 2010.
- d) em 2010 cresceram 2,4 milhões de reais em relação a 2009.
- e) tiveram um crescimento de 4,8 milhões de reais de 2009 para 2011.

**Solução:**

$$\begin{array}{r}
 2010: 4,8 \\
 2009: 2,4 \\
 \hline
 2,4 \text{ milhões} \\
 \text{Crescimento}
 \end{array}$$

Logo, resposta correta, **Letra D.**

2. Considerando o gráfico acima em que os valores das vendas, em milhões de reais, continuarão crescendo na mesma forma estabelecida, o valor das vendas no ano de 2015 será de:

- a) 76,8
- b) 89,7
- c) 124,4
- d) 145,5
- e) 153,6

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

**Solução:**

$$a_1 = 9,6 \rightarrow 2011$$

$$n = 5 \text{ anos} \rightarrow 2011 \text{ a } 2015$$

$$q = 2$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_5 = 9,6 \cdot 2^{5-1}$$

$$a_5 = 9,6 \cdot 2^4$$

$$a_5 = 153,6 \text{ milhões}$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

**3.** A ingestão de proteínas combinada com práticas de exercícios regulares têm sido costume incorporado ao cotidiano de muitos brasileiros. Um pesquisador verificou que determinada proteína é absorvida pelo corpo humano em função do tempo  $t$ , em minutos, segundo a expressão  $p(t) = A \cdot t - B \cdot t^2$ , sendo  $A$  e  $B$  constantes positivas obtidas experimentalmente. Nessas condições, a absorção será máxima para  $t$  (em minutos) igual a:

a)  $\frac{A}{B}$

b)  $\frac{B}{2A}$

c)  $\frac{A}{2B}$

d)  $\frac{2B}{A}$

e)  $\frac{2A}{B}$

**Solução:**

Identidade algébrica da função do 2º grau:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Para cálculo de máximos usa-se o:

$$X_v = \frac{-b}{2 \cdot a}$$

Daí que:

$$p(t) = A \cdot t + B \cdot x^2$$

onde :

$$a = -B$$

$$b = A$$

$$c = 0$$

Calculando a absorção máxima tv :

$$tv = \frac{-b}{2 \cdot a}$$

$$tv = \frac{-A}{2 \cdot (-B)}$$

$$tv = \frac{A}{2 \cdot B}$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

4. No Brasil, o advento da internet com os grandes portais e os blogs não representou uma mega ruptura em termos de espaço criativo das pessoas. A verdadeira ruptura chegou junto com as redes sociais: *Orkut* e *youtube* no começo, e depois *twitter*, e, mais recentemente, o *facebook*. Um pesquisador que investiga o comportamento de brasileiros nessas redes sociais concluiu que, ao longo de um mesmo intervalo de tempo, os acessos mensais ( $A$ ) ao *youtube* e ao *facebook* ocorreram de acordo com as leis  $A(t) = m$  e  $A(t) = n \cdot a^t$ , respectivamente, sendo  $m$  e  $n$  inteiros positivos, com  $m > n$  e  $a > 1$ . Nessas condições o instante  $t$  em que o número de acessos ao *youtube* coincide com o número de acessos ao *facebook* é:

(Fonte: Revista Galileu. Resolva seus problemas usando ciência. Editora Globo, Julho de 2012, Nº 252. Texto Adaptado).

a)  $t = \log_a m - \log_a n$

b)  $t = \log_a m + \log_a n$

c)  $t = n \log_a m - m \log_a n$

d)  $t = m \log_a m - n \log_a n$

e)  $t = \log_a mn - n \log_a n$

**Solução:**

$$A(t)_y = m$$

$$A(t)_f = n \cdot a^t$$

$$A(t)_y = A(t)_F$$

$$m = n \cdot a^t$$

$$\log_a m = \log_a n \cdot a^t$$

$$\log_a m = \log_a n + \log_a a^t$$

$$\log_a m - \log_a n = \log_a a^t$$

$$\log_a m - \log_a n = t \cdot \log_a a$$

$$\log_a m - \log_a n = t \cdot 1$$

$$t = \log_a m - \log_a n$$

Logo, resposta correta, **Letra A.**

5. A reportagem “METRÓPOLE VERDE OU SELVA DE PEDRAS” (Revista GALILEU, julho de 2012) afirma que um terço dos brasileiros não tem sombra de um arvoredo perto de casa. Nos quadros abaixo, constam as capitais dos Estados da Região Norte com os respectivos valores da proporção de casas perto de árvores e o número de cidades brasileiras distribuídas por faixa de percentuais em relação à proporção de casas perto de árvores.

REGIÃO NORTE	
Capitais	Proporção de casas perto de árvores
Palmas	0,7990
Macapá	0,6600
Boa Vista	0,4750
Porto Velho	0,4000
Manaus	0,2400
Belém	0,2230
Rio Branco	0,1380

Faixa de percentuais em relação à proporção de casas perto de árvores	Quantidade de cidades brasileiras
Acima de 90%	0,7990
Acima de 70% a 90%	0,6600
Acima de 50% a 70%	0,4750
Até 50%	0,4000

O percentual de cidades brasileiras que se encontram na mesma faixa que a maioria das capitais da Região Norte em relação ao total das cidades brasileiras é:

- a) Menor que 20%
- b) Maior do que 20% e menor do que 25%
- c) Maior do que 25% e menor do que 30%
- d) Maior do que 30% e menor do que 35%

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

e) Maior do que 35%

**Solução:**

Vamos calcular os percentuais da região norte:

$0,7990 \times 100 = 79,90\%$ (Palmas)	
$0,6600 \times 100 = 66\%$ (Macapá)	
$0,4750 \times 100 = 47,50\%$ (Boa Vista)	Faixa da Maioria Até 50% = 1434
$0,4000 \times 100 = 40\%$ (Porto Velho)	
$0,2400 \times 100 = 24\%$ (Manaus)	
$0,2230 \times 100 = 22,30\%$ (Belém)	
$0,1380 \times 100 = 13,80\%$ (Rio Branco)	

Agora vamos calcular o total de cidades:

$$1506 + 1606 + 1020 + 1434 = 5566$$

E finalmente vamos calcular o percentual de cidades brasileiras:

$$P = \left[ \frac{1434}{5566} \right] \cdot 100$$

$$P \cong 25,76\%$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

6. Uma pesquisa realizada com 1000 pessoas, quanto ao tipo de equipamento com que acessam a Internet, constatou que:

- 150 pessoas utilizam celular e tablet;
- 200 pessoas utilizam computador portátil e tablet;
- 300 pessoas utilizam computador portátil e celular;
- 300 pessoas utilizam tablet;
- 600 pessoas utilizam computador portátil;
- 650 pessoas utilizam celular;
- 75 utilizam computador portátil, celular e tablet.

Tomando por base os dados desta pesquisa, é correto afirmar que o número de pessoas que acessam a Internet, utilizando outros meios, é:

- a) 275
- b) 225
- c) 175
- d) 75
- e) 25

**Solução:**

Categorias:

C = Celular

CP = Computador Portátil

T = Tablet

OM = Outras Meios

Agora vamos calcular os valores de cada categoria, a partir dos valores apresentados na questão:

Total de Habitantes = 1000

- Só C:  $650 - 225 - 75 - 75 = 275$

- Só T:  $300 - 75 - 75 - 125 = 25$

- Só CP:  $600 - 225 - 75 - 125 = 175$

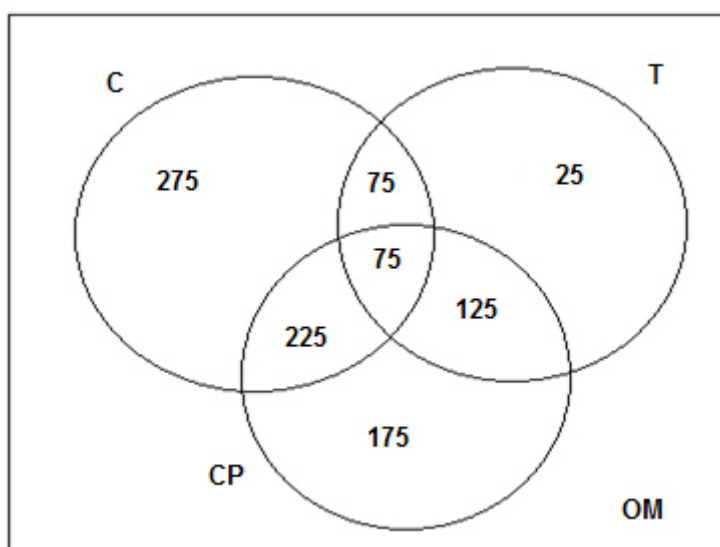
- Só  $C \cap T$ :  $150 - 75 = 75$

- Só  $C \cap CP$ :  $300 - 75 = 225$

- Só  $CP \cap T$ :  $200 - 75 = 125$

- Só  $(C \cap T \cap CP)$ : 75

A partir dos valores calculados por categoria, vamos construir um diagrama:



E finalmente, vamos calcular o número de pessoas que usam outros meios:

$$OM = 1000 - 275 - 25 - 175 - 75 - 225 - 125 - 75$$

$$OM = 25$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

## PROSEL - 2ª ETAPA / PRISE XV

7. Uma empresa de comunicação visual oferece os serviços de produção de *outdoor* e *frontlighth*. A tabela abaixo indica os orçamentos de seus serviços enviados para dois clientes:

CLIENTES	OUTDOOR	FRONTLIGH	TOTAL
CLIENTE A	2 unidades	3 unidades	R\$ 5.100,00
CLIENTE B	3 unidades	2 unidades	R\$ 6.000,00

A soma dos valores de um *outdoor* e um *frontlighth* é de:

- a) R\$ 4.200,00
- b) R\$ 3.500,00
- c) R\$ 3.220,00
- d) R\$ 2.300,00
- e) R\$ 2.220,00

### Solução:

$x$  = outdoor  
 $y$  = frontlighth

Vamos construir o sistema linear:

$$\begin{cases} 2 \cdot x + 3 \cdot y = 5100 \\ 3 \cdot x + 2 \cdot y = 6000 \end{cases}$$

Vamos proceder uma estratégia algébrica para eliminar uma das variáveis:

$$\begin{cases} 2 \cdot x + 3 \cdot y = 5100 & \times (-3) \\ 3 \cdot x + 2 \cdot y = 6000 & \times (2) \end{cases} \quad \therefore \quad \begin{cases} 6 \cdot x + 9 \cdot y = -15300 \\ 6 \cdot x + 4 \cdot y = 12000 \end{cases}$$

Agora vamos aplicar o método da soma e substituição:

$$\begin{array}{rcl} \begin{cases} 6 \cdot x + 9 \cdot y = -15300 \\ 6 \cdot x + 4 \cdot y = 12000 \end{cases} & & \begin{array}{l} 2 \cdot x + 3 \cdot y = 5100 \\ 2 \cdot x + 3 \cdot (660) = 5100 \\ 2x = 5100 - 1980 \\ x = \frac{3120}{2} \\ x = 1560 \end{array} \\ \hline -5y = -3300 & & \\ y = \frac{-3300}{-5} & & \\ y = 660 & & \end{array}$$

Finalmente, façamos a soma das variáveis:

$$x + y = 1560 + 660 = 2.220$$

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas



Logo, resposta correta, **Letra E.**

8. Os moradores de um bairro, pensando na segurança da vila em que moram, resolveram construir uma guarita em vidro blindado no formato de um prisma quadrangular reto, cuja área da base mede  $9 \text{ m}^2$  e altura  $2,5 \text{ m}$ . A área lateral da guarita mede:

- a)  $22,5 \text{ m}^2$
- b)  $30 \text{ m}^2$
- c)  $39 \text{ m}^2$
- d)  $48 \text{ m}^2$
- e)  $54 \text{ m}^2$

**Solução:**

Vamos calcular as dimensões da área da base ( $A_b$ ) do prisma:

$$A_b = 9 \text{ m}^2$$

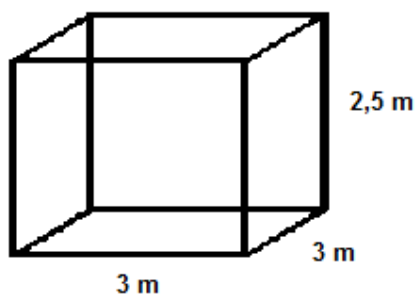
$$A_b = \ell^2$$

Como :

$$A_b = \ell^2$$

$$\ell = 3 \text{ m}$$

Daí é possível visualizar as dimensões do prisma:



Como se nota, o prisma é constituído de 4 lados medindo  $3 \text{ m} \times 2,5 \text{ m}$ , logo façamos:

$$A_L = 4 \cdot b \cdot h$$

$$A_L = 4 \cdot 3 \cdot 2,5$$

$$A_L = 30 \text{ m}^2$$

Logo, resposta correta, **Letra B.**

9. Segundo a Revista VEJA (11/01/2012), cinco habilidades fundamentais compõem a nova teoria da inteligência social: Comunicação; Empatia; Assertividade; Feedback e Auto-apresentação. Dentre as habilidades que compõem a nova teoria da inteligência social, o número de possibilidades distintas em que o setor de Recursos Humanos de uma empresa pode eleger três dessas habilidades é:

- a) 120
- b) 60
- c) 30
- d) 20
- e) 10

**Solução:**

$$C_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!}$$

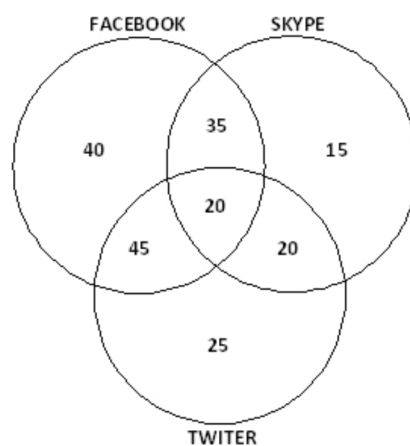
$$C_{5,3} = \frac{5!}{2! \cdot 3!}$$

$$C_{5,3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2 \cdot 1 \cdot 3!}$$

$$C_{5,3} = 10 \text{ possibilidades}$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

10. Uma pesquisa num grupo de jovens revelou que os meios de comunicação mais utilizados são facebook, twitter e skype, distribuídos conforme o diagrama abaixo. A probabilidade de sortear ao acaso um jovem que **NÃO** utiliza skype é:



- a) 92,5 %
- b) 65,0 %
- c) 55,0 %
- d) 45,0 %
- e) 35,0 %

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

**Solução:**

Não utilizam Skype:  $40 + 45 + 25 = 110$

Total de Usuários:  $110 + 35 + 20 + 20 + 15 = 200$

$$P = \left[ \frac{110}{200} \right] \cdot 100$$

$$P = 55\%$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

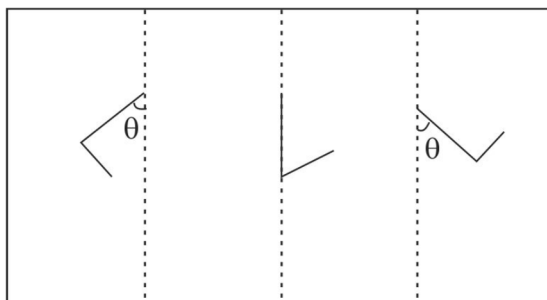
**11.** As caminhadas e corridas de rua são atividades incorporadas à cultura esportiva dos brasileiros. Um praticante de corrida popular (cooper) balança cada um de seus braços ritmicamente enquanto corre de acordo com o modelo dado pela expressão:

$$f(t) = \frac{\pi}{9} \text{Sen} \left[ \frac{8\pi}{3} \left( t - \frac{3}{4} \right) \right], \text{ onde } f(t) \text{ é o ângulo compreendido entre a posição do braço}$$

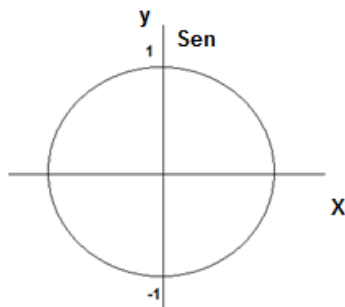
e o eixo vertical, e  $t$ , tempo em segundos, conforme ilustrado abaixo. Nessas condições o maior ângulo obtido com o movimento cíclico do braço do corredor é:

(Texto Adaptado: Cálculo para Ciências Médicas e Biológicas. São Paulo: Harbra, 1998)

- a)  $10^\circ$
- b)  $15^\circ$
- c)  $20^\circ$
- d)  $25^\circ$
- e)  $30^\circ$

**Solução:**

Vamos determinar o conjunto Imagem (Im) da função do tipo  $y = \text{Sen } \theta$ :



Logo, a Im  $[-1,1]$ .

Façamos agora analogamente a exposição da Imagem de  $f(t) = \frac{\pi}{9} \cdot \text{Sen} \left[ \frac{8\pi}{3} \cdot \left( t - \frac{3}{4} \right) \right]$ :

Artifício:

$$\frac{8\pi}{3} \cdot \left( t - \frac{3}{4} \right) = a$$

Daí:

$$f(t) = \frac{\pi}{9} \cdot \text{Sen } a$$

Dessa forma:

$$\text{Se } -1 \leq \text{Sen } a \leq 1$$

Então:

$$\begin{aligned} -1 \leq \text{Sen } a \leq 1 & \times \left( \frac{\pi}{9} \right) \\ -\frac{\pi}{9} \leq \frac{\pi}{9} \cdot \text{Sen } a \leq \frac{\pi}{9} \end{aligned}$$

Logo:

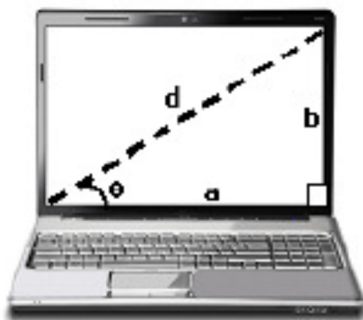
$$-\frac{\pi}{9} \leq f(t) \leq \frac{\pi}{9}$$

Como  $f(t)$  é o único ângulo compreendido entre a posição do braço e o eixo vertical, chegamos à conclusão que  $f(t)$  é menor ou igual a  $f(t) \leq \frac{\pi}{9}$ , conforme constatamos na última análise. Desse modo, podemos afirmar que, o maior ângulo obtido em um movimento cíclico é:

$$\frac{\pi}{9} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

**12.** O vendedor de uma loja de eletroeletrônicos explica ao cliente que a dimensão da tela de um notebook refere-se à medida da diagonal **d**, conforme indicado na figura abaixo. Utilizando a fórmula **d = (P/2) – 2. (A/P)**, onde **P = 84 cm** e **A = 294 cm<sup>2</sup>** representam, respectivamente, o perímetro e a área do triângulo retângulo de hipotenusa **d** e catetos **a** e **b**, com **a > b**. As medidas do seno e do cosseno do ângulo **θ** indicado na figura medem, respectivamente:



- a) 0,60 e 0,75
- b) 0,60 e 0,80
- c) 0,75 e 0,60
- d) 0,75 e 0,80
- e) 0,80 e 0,60

### Solução:

Façamos o cálculo de d:

$$d = \left(\frac{P}{2}\right) - 2 \cdot \left(\frac{A}{P}\right)$$

$$d = \frac{84}{2} - 2 \cdot \left(\frac{294}{84}\right)$$

$$d = 42 - 7$$

$$d = 35$$

Vamos estabelecer relações entre o perímetro e o triângulo retângulo:

$$\begin{array}{ll} P = 35 + a + b & A = \frac{a \cdot b}{2} \\ 84 = 35 + a + b & 294 = \frac{a \cdot b}{2} \\ a + b = 49 & a \cdot b = 588 \end{array}$$

Agora vamos construir um sistema linear, e aplicar o método da substituição:

$$\begin{cases} a + b = 49 \\ a \cdot b = 588 \rightarrow a = \frac{588}{b} \end{cases}$$

Logo:

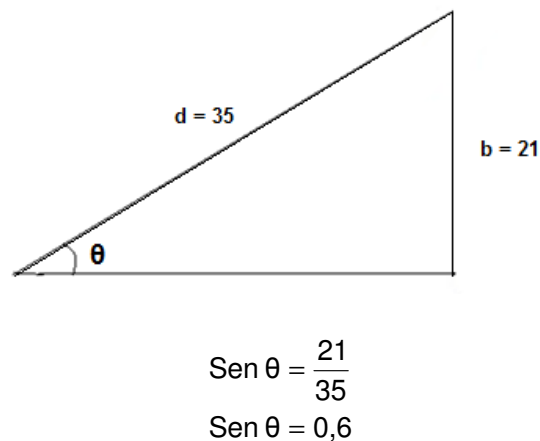
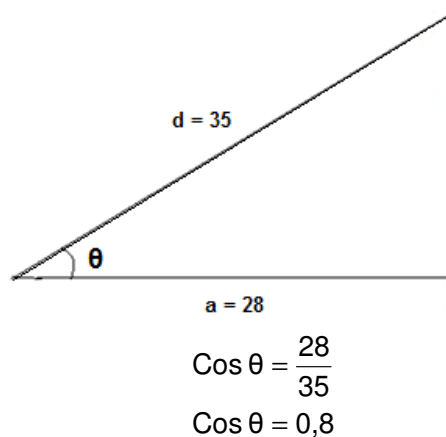
$$\begin{aligned}
 a + b &= 49 \\
 \frac{588}{b} + b &= 49 \\
 b^2 - 49 \cdot b + 588 &= 0 \\
 \Delta &= (-49)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 588 \\
 \Delta &= 2401 - 2352 \\
 \Delta &= 49 \\
 b &= \frac{-49 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 1} \\
 b' &= \frac{49 + 7}{2} = 28 \\
 b'' &= \frac{49 - 7}{2} = 21
 \end{aligned}$$

Note que obtivemos dois valores para **b**, então façamos a aplicação de ambos para obtenção do valor de **a**:

<i>Para : <math>b' = 28</math></i>	<i>Para : <math>b'' = 21</math></i>
$a' + b = 49$	$a'' + b = 49$
$a' + 28 = 49$	$a'' + 21 = 49$
$a' = 21$	$a'' = 28$

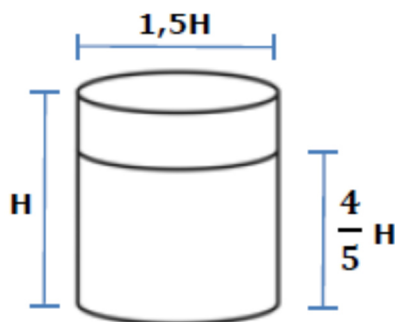
Agora, para avaliarmos quais serão os valores de **a** e **b** a serem utilizados, basta tomar a restrição imposta pela questão, onde **a** > **b**. Portanto, os valores de **a** e **b** são, respectivamente, 28 e 21.

Daí, finalmente podemos concluir que:



Logo, resposta correta, **Letra B**.

**13.** A preocupação com a estética não é mais exclusivamente das mulheres. O mercado de cosméticos desenvolve pesquisas visando a novos produtos destinados ao público masculino. Um desses produtos é disponibilizado num recipiente cilíndrico reto de vidro conforme ilustrado na figura abaixo.



Sabendo-se que o diâmetro interno do recipiente é igual a  $1,5H$  cm e que o volume da substância colocada nesse recipiente atinge a altura de  $\frac{4\pi}{5}$  cm O volume de substância restante no recipiente caso seja consumido  $\frac{2}{3}$  do produto disponibilizado será de:

- a)  $0,66\pi H^3$  cm<sup>3</sup>
- b)  $0,45\pi H^3$  cm<sup>3</sup>
- c)  $0,33\pi H^3$  cm<sup>3</sup>
- d)  $0,30\pi H^3$  cm<sup>3</sup>
- e)  $0,15\pi H^3$  cm<sup>3</sup>

### Solução:

Vamos calcular o Raio (R) da base do cilindro:

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{d}{2} \\
 R &= \frac{1,5H}{2} \\
 R &= \frac{15}{10} \cdot \frac{H}{2} \\
 R &= \frac{15}{10} H \cdot \frac{1}{2} \\
 R &= \frac{15}{20} H \\
 R &= \frac{3}{4} H
 \end{aligned}$$

Agora vamos calcular o volume da substância no recipiente:

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot H$$

$$V = \pi \cdot \left(\frac{3}{4}H\right)^2 \cdot \frac{4}{5}H$$

$$V = \pi \cdot \frac{9 \cdot H^2}{16} \cdot \frac{4}{5}H$$

$$V = \pi \cdot \frac{9 \cdot H^2}{20} \cdot H$$

$$V = \pi \cdot \frac{9 \cdot H^3}{20} \text{ cm}^3$$

Finalmente, vamos calcular o volume restante da substância do recipiente:

$$\text{Consumindo: } \frac{2}{3}$$

$$\text{Restam: } 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

Portanto:

$$V = \pi \cdot \frac{9 \cdot H^3}{20} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$V = \pi \cdot \frac{3 \cdot H^3}{20}$$

$$V = 0,15 \cdot \pi \cdot H^3 \text{ cm}^3$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**



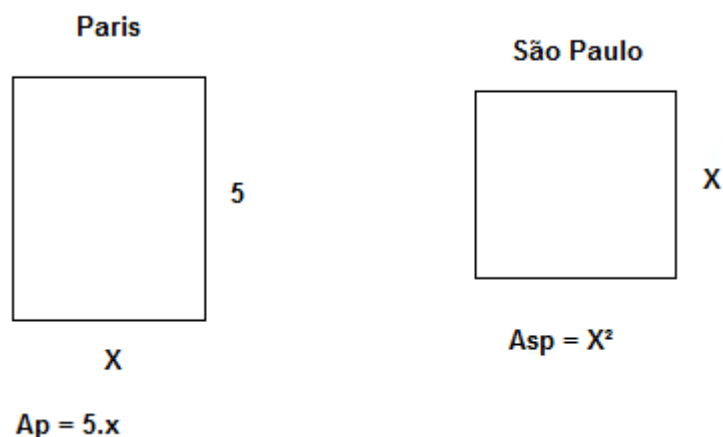
**PROSEL - 3ª ETAPA / PRISE XIV**

**14.** Um estilista projetou dois desfiles para acontecer simultaneamente em Paris e São Paulo e, para isso, determinou a construção de dois ambientes. O desfile de Paris deverá acontecer em um ambiente cujo piso, de formato retangular tem dimensões **5 dam** e **x dam**, e o desfile de São Paulo, num ambiente cujo piso possui o formato de um quadrado, medindo **x dam** de lado. Após a construção, o estilista determinou reformulação no ambiente de Paris de tal modo que a área deste piso, diminuída de **6 dam<sup>2</sup>**, se tornasse igual à área do piso de São Paulo. Nestas condições, a equação polinomial que representa a igualdade das áreas dos pisos é:

- a)  $x^2 - 6x + 5 = 0$
- b)  $x^2 + 5x + 6 = 0$
- c)  $x^2 + 6x - 5 = 0$
- d)  $x^2 - 5x - 6 = 0$
- e)  $x^2 - 5x + 6 = 0$

**Solução:**

Representação geométrica e algébrica das áreas dos pisos:



Redução em 6 dam<sup>2</sup> da área do piso de Paris:

$$A_p = 5x - 6$$

Igualando  $A_p$  e  $A_{sp}$ :

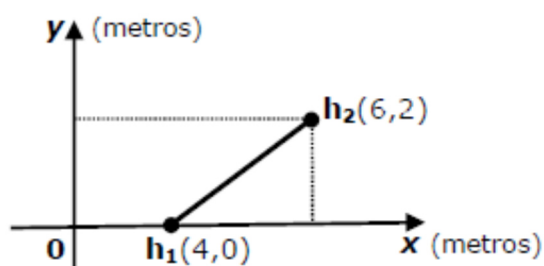
$$A_p = A_{sp}$$

$$5x - 6 = x^2$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

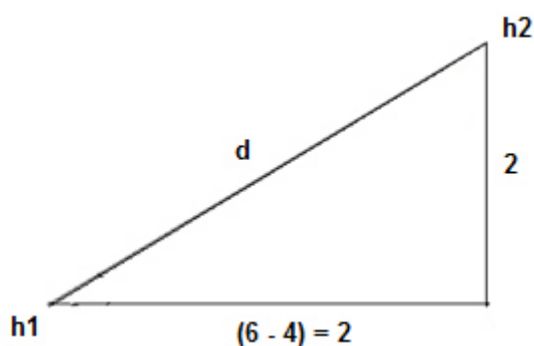
**15.** Para a instalação de uma cerca elétrica é necessário que se coloque hastes em alumínio a fim de evitar a oxidação. No plano cartesiano indicado abaixo, tem-se a representação das hastes consecutivas  $h_1$  e  $h_2$  da cerca. Nestas condições, a distância entre  $h_1$  e  $h_2$  é de:



- a) 2 metros
- b)  $2\sqrt{2}$  metros
- c) 4 metros
- d)  $4\sqrt{2}$  metros
- e) 8 metros

**Solução:**

Façamos a representação geométrica dos pontos:



Aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$d^2 = 2^2 + 2^2$$

$$d^2 = 4 + 4$$

$$d^2 = 8$$

$$d = \sqrt{8}$$

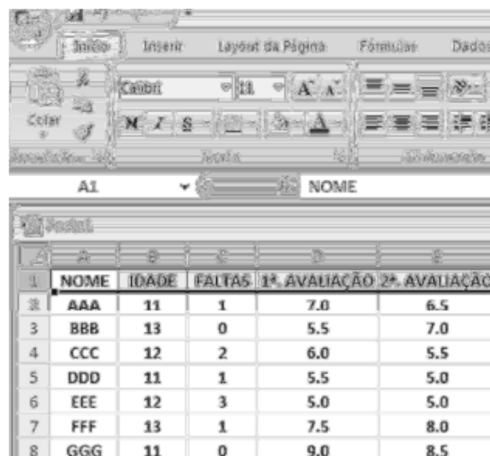
$$d = \sqrt{4 \cdot 2}$$

$$d = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{2} \text{ metros}$$

Logo, resposta correta, **Letra B.**

Na figura abaixo estão representadas as notas de sete alunos em duas avaliações de Matemática referentes ao primeiro semestre letivo. Tomando por base os dados representados, responda às questões 16 e 17.



	NOME	IDADE	FALTAS	1ª AVALIAÇÃO	2ª AVALIAÇÃO
2	AAA	11	1	7.0	6.5
3	BBB	13	0	5.5	7.0
4	CCC	12	2	6.0	5.5
5	DDD	11	1	5.5	5.0
6	EEE	12	3	5.0	5.0
7	FFF	13	1	7.5	8.0
8	GGG	11	0	9.0	8.5

**16.** Quanto à média, moda e mediana afirma-se que:

- a) as medianas são iguais nas avaliações.
- b) as modas são iguais nas avaliações.
- c) a média é inferior à moda em cada avaliação.
- d) a mediana é superior à moda em cada avaliação.
- e) as médias são diferentes nas avaliações.

**Solução:**

1ª avaliação → {5; 5,5; 5,5; **6**; 7; 7,5; 9}

Mediana = 6

Moda = 5,5

Mediana > Moda

2ª avaliação → {5; 5; 5,5; **6,5**; 7; 8; 8,5}

Mediana = 6,5

Moda = 5

Mediana > Moda

Logo, resposta correta, **Letra D.**

**17.** Em relação às notas obtidas pelos alunos, afirma-se que mais de 50% dos alunos obtiveram notas:

- a) inferiores à média na 1ª avaliação.
- b) superiores à mediana na 2ª avaliação.
- c) inferiores à moda na 1ª avaliação.

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

- d) superiores à média na 2ª avaliação.  
e) superiores à mediana na 1ª avaliação.

**Solução:**

Vamos calcular a média na 1ª avaliação:

$$M = \frac{5 + 5,5 + 5,5 + 6 + 7 + 7,5 + 9}{7}$$

$$M = 6,5$$

Total de alunos = 7 alunos

Quantidade de notas inferiores à média = 4 notas

$$P = \left[ \frac{4}{7} \right] \cdot 100$$

$$P = 57,14\%$$

Logo, resposta correta, **Letra A.**

**18.** Um projeto de paisagismo de uma residência previa a construção de um jardim de formato de um polígono regular  $P_1$ , cujos vértices podem ser representados no plano complexo pelas raízes da equação  $x^4 - 1 = 0$ . Ao final da execução do projeto, observou-se que o jardim construído não foi o previsto, visto que, cada uma das raízes da equação foi multiplicada por  $2.i$ , resultando um novo polígono  $P_2$ . A razão entre as áreas dos polígonos  $P_1$  e  $P_2$  é:

- a)  $1/4$   
b)  $1/2$   
c)  $1$   
d)  $2$   
e)  $4$

**Solução:**

Vamos definir as raízes que constituem os planos  $P_1$  e  $P_2$ :

$$x^4 - 1 = 0$$

$$x^4 = 1$$

$$S = \{1, -1, i, -i\}$$

Multiplicando as raízes de S por  $2.i$

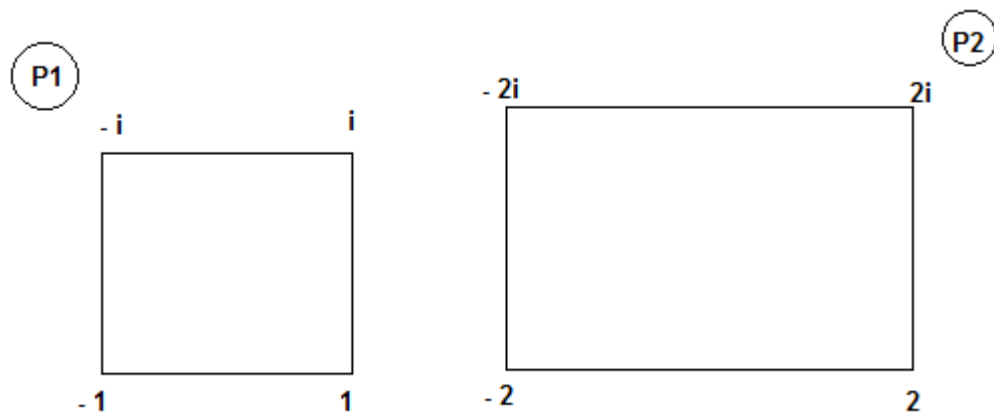
$$S' = \{1 \cdot (2i), -1 \cdot (2i), i \cdot (2i), -i \cdot (2i)\}$$

$$S' = \{2 \cdot i, -2i, 2 \cdot i^2, -2 \cdot i^2\}$$

$$S' = \{2 \cdot i, -2i, 2 \cdot (-1), -2 \cdot (-1)\}$$

$$S' = \{2 \cdot i, -2i, -2, 2\}$$

Façamos agora a representação geométrica das raízes nos planos:



Agora vamos calcular as áreas de  $P_1$  e  $P_2$ :

$$A_{P1} = 1 \cdot i$$

$$A_{P2} = 2 \cdot 2 \cdot i = 4i$$

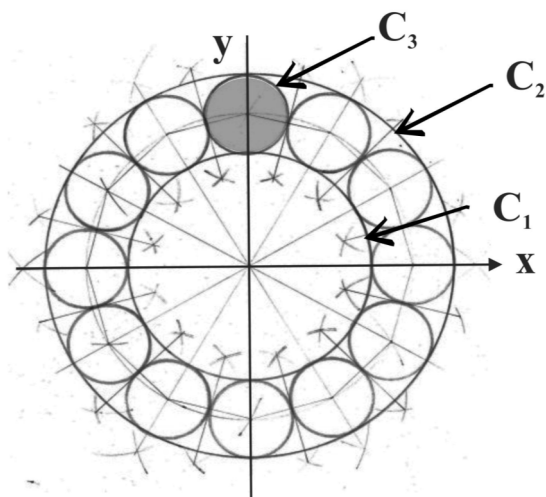
Finalmente, vamos calcular a razão entre as áreas:

$$\frac{A_{P1}}{A_{P2}} = \frac{1 \cdot i}{4 \cdot i}$$

$$\frac{A_{P1}}{A_{P2}} = \frac{1}{4}$$

Logo, resposta correta, **Letra A.**

**19.** A Criatividade artística dos brasileiros é conhecida em todo o mundo, e algumas dessas criações envolvem figuras geométricas como as circunferências ilustradas na figura abaixo. As circunferências  $C_1$  e  $C_2$  são concêntricas na origem, cujos diâmetros medem  $d$  e  $D$ , respectivamente. A equação da circunferência  $C_3$ , em destaque, é:

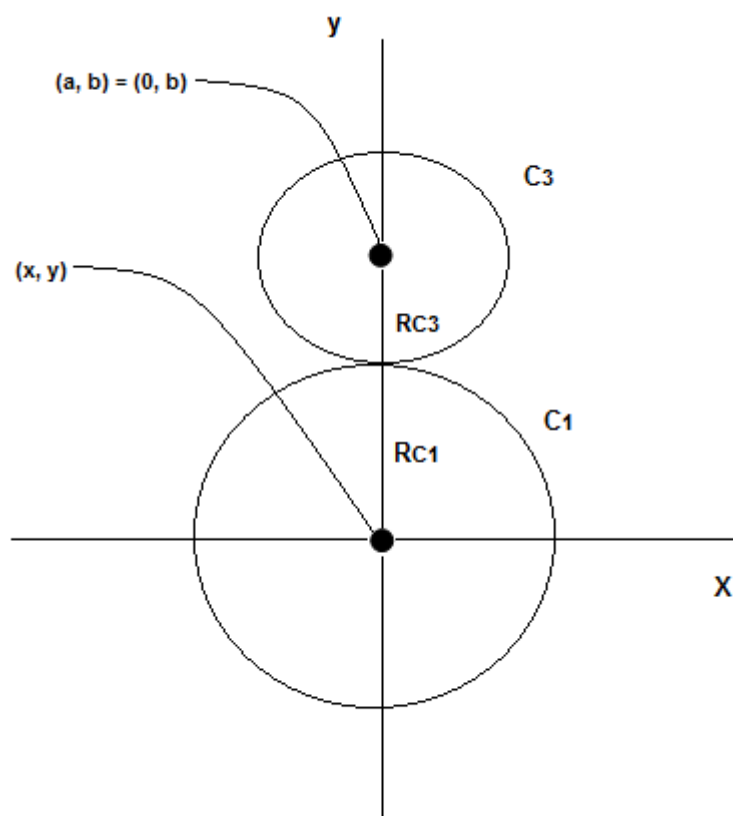


Fonte: <http://www.google.com.br/imgres>. Google imagens

- a)  $\left[ x^2 - \left( \frac{D+d}{4} \right) \right]^2 + \left[ y - \left( \frac{D+d}{4} \right) \right]^2 = \left( \frac{D-d}{4} \right)^2$
- b)  $\left[ x^2 - \left( \frac{D+d}{2} \right) \right]^2 + \left[ y - \left( \frac{D+d}{2} \right) \right]^2 = \left( \frac{D-d}{4} \right)^2$
- c)  $x^2 + \left[ y - \left( \frac{D+d}{4} \right) \right]^2 = \left( \frac{D-d}{4} \right)^2$
- d)  $\left[ x^2 - \left( \frac{D+d}{4} \right) \right]^2 + y^2 = \left( \frac{D-d}{4} \right)^2$
- e)  $x^2 + \left[ y - \left( \frac{D+d}{2} \right) \right]^2 = \left( \frac{D-d}{4} \right)^2$

### Solução:

Vamos tentar visualizar apenas  $C_1$  e  $C_3$  geometricamente:



Onde:

$R_{C1}$  = Raio de  $C_1$

$R_{C3}$  = Raio de  $C_3$

Agora vamos definir os Raios de  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ :

$$R_{C1} = \frac{d}{2}$$

$$R_{C2} = \frac{D}{2}$$

Note que o diâmetro de  $C_3 = R_{C2} - R_{C1}$ :

$$D_{C3} = R_{C2} - R_{C1}$$

$$D_{C3} = \frac{D}{2} - \frac{d}{2}$$

$$D_{C3} = \frac{D-d}{2}$$

A partir de  $D_{C3}$  é possível obter o Raio de  $C_3$ :

$$R_{C_3} = \frac{D_{C_3}}{2}$$

$$R_{C_3} = \frac{\left[ \frac{D-d}{2} \right]}{2}$$

$$R_{C_3} = \frac{D-d}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$R_{C_3} = \frac{D-d}{4}$$

Agora de posse dos valores dos Raios de  $C_1$  e  $C_3$ , vamos encontrar o valor de **b** em (0, b):

$$b = R_{C_1} + R_{C_3}$$

$$b = \frac{d}{2} + \frac{D-d}{4}$$

$$b = \frac{2d + (D-d)}{4}$$

$$b = \frac{2d + D - d}{4}$$

$$b = \frac{D + d}{4}$$

E finalmente, vamos definir a equação da circunferência  $C_3$ :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$(x - 0)^2 + \left[ y - \left( \frac{D+d}{4} \right) \right]^2 = (R_{C_3})^2$$

$$x^2 + \left[ y - \left( \frac{D+d}{4} \right) \right]^2 = \left( \frac{D-d}{4} \right)^2$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**



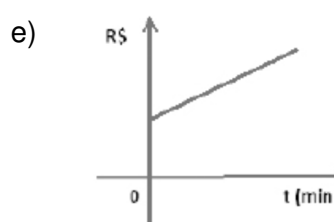
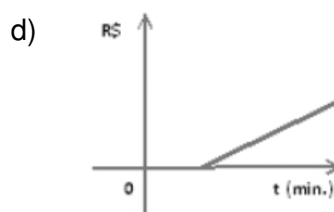
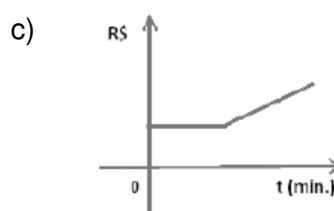
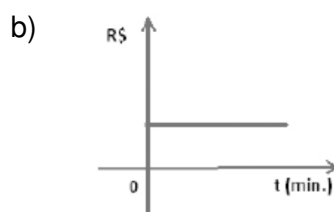
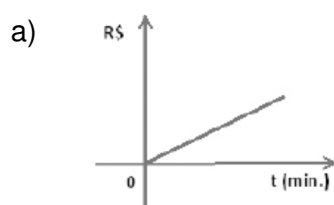
***CAPÍTULO VI***  
***PROSEL / PRISE 2014***

**PROSEL - 1ª ETAPA / PRISE XVII**

Uma operadora de telefonia móvel oferece diferentes planos de ligações conforme a tabela a seguir:

Plano	A	B	C	D
Minutos da franquia	50	100	200	400
Valor do plano (R\$)	39	55	99	155

1. Sabendo-se que essa operadora cobra R\$ 0,19 por minuto excedente da franquia, independente do plano escolhido, o gráfico que melhor representa o valor a ser pago pelos clientes que optarem pelo plano A, em função dos minutos utilizados, é:



**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

**Solução:**

O plano A pode ser expresso da seguinte forma:

$$f(v) = a + x \cdot t_1$$

Onde :

$f(v)$  → é o valor a ser pago mensalmente pelo serviço

$a$  → é o valor da franquia mensal

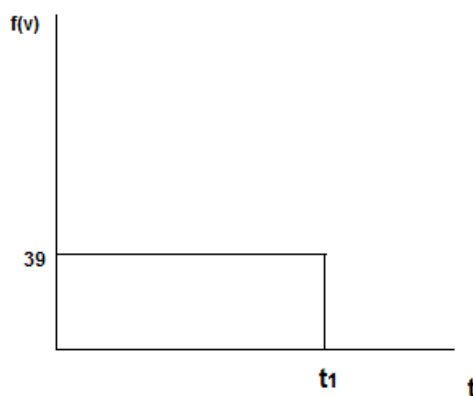
$t_1$  → é o tempo de duração da franquia

$x$  → é o valor da taxa excedente a franquia

Fazendo a representação algébrica e geométrica para o uso dos serviços sem exceder a franquia:

$$f(v) = 39 + 0 \cdot t_1$$

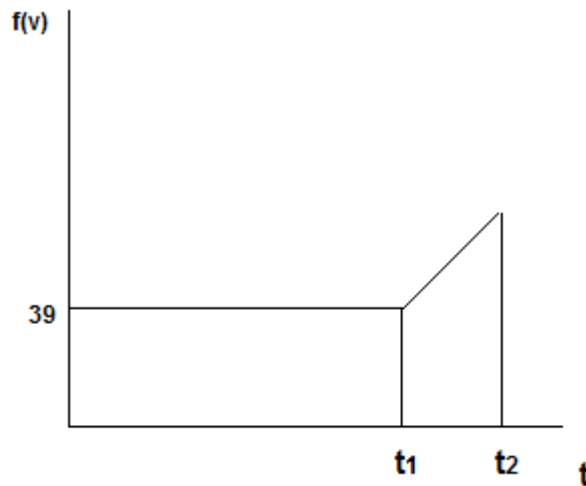
$$f(v) = 39$$



Fazendo a representação algébrica e geométrica para o uso dos serviços com excedência da franquia:

$$x = 0,19$$

$$f(v) = 39 + 0,19 \cdot t_1$$



Logo, resposta correta, **Letra C.**

Leia com atenção o Texto I para responder às questões 2 e 3:

### Texto I

As atividades de comunicação humana são plurais e estão intimamente ligadas às suas necessidades de sobrevivência. O problema de contagem, por exemplo, se confunde com a própria história humana no decorrer dos tempos. Assim como para os índios mundurucus, do sul do Pará, os waimiri-atroari, contam somente de um até cinco, adotando os seguintes vocábulos: **awynimi é o número 1, typytyna é o 2, takynima é o 3, takyninapa é o 4**, e, finalmente, **warenipa é o 5**.

(Texto Adaptado: Scientific American – Brasil, Etnomatática. Edição Especial, Nº 11, ISSN 1679-5229)

2. Considere **A** o conjunto formado pelos números utilizados no sistema de contagem dos waimiri-atroari, ou seja, **A = {1, 2, 3, 4, 5}**. Nestas condições, o número de elementos da relação  $R_1 = \{(x, y) \in A \times A \mid y \geq x\}$  é igual a:

- a) 5
- b) 10
- c) 15
- d) 20
- e) 25

**Solução:**

$$A \times A \mid y \geq x =$$

$(1,1);(1,2);(1,3);(1,4);(1,5) \rightarrow 5$  elementos

$(2,2);(2,3);(2,4);(2,5) \rightarrow 4$  elementos

$(3,3);(3,4);(3,5) \rightarrow 3$  elementos

$(4,4);(4,5) \rightarrow 2$  elementos

$(5,5) \rightarrow 1$  elemento

Total =  $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$  elementos

Logo, resposta correta, **Letra C.**

3. Considere as funções polinomiais do primeiro grau **f** e **g** definidas de **A** em **A**, conjunto formado pelos números utilizados no sistema de contagem dos waimiri-atroari, ou seja, **A** = {1, 2, 3, 4, 5}. Se os pares ordenados (1,1) e (5,5) pertencem a **f** e os pares ordenados (1,5) e (5,1) pertencem a **g**, então é correto afirmar que:

- a) não existe nenhum par ordenado de  $A \times A$  que satisfaça **f** e **g** simultaneamente.
- b) existe um único par ordenado de  $A \times A$  que satisfaz **f** e **g** simultaneamente.
- c) existem dois pares ordenados de  $A \times A$  que satisfazem **f** e **g** simultaneamente.
- d) existem três pares ordenados de  $A \times A$  que satisfazem **f** e **g** simultaneamente.
- e) existem quatro pares ordenados de  $A \times A$  que satisfazem **f** e **g** simultaneamente.

**Solução:**

Vamos definir as funções **f** e **g**:

$$f(x) = ax + b$$

$$g(x) = Cx + D$$

Agora vamos definir os pares ordenados apresentados na questão para cada função:

$$\text{Para } f(x) \rightarrow \{(x_1, y_1) : (x_2, y_2)\} = \{(1, 1) : (5, 5)\}$$

$$\text{Para } g(x) \rightarrow \{(x_3, y_3) : (x_4, y_4)\} = \{(1, 5) : (5, 1)\}$$

Vamos construir os sistemas lineares das funções **f** e **g**:

$$\begin{cases} ax_1 + b = y_1 \\ ax_2 + b = y_2 \end{cases} \quad \begin{cases} Cx_3 + D = y_3 \\ Cx_4 + D = y_4 \end{cases}$$

Agora vamos substituir os pares ordenados nos sistemas definidos:

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas

Para  $f(x) \rightarrow \{(x_1, y_1) : (x_2, y_2)\} = \{(1, 1) : (5, 5)\}$

$$\begin{cases} ax_1 + b = y_1 \\ ax_2 + b = y_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \cdot 1 + b = 1 \therefore a = 1 - b \\ a \cdot 5 + b = 5 \end{cases}$$

Substituindo :

$$\begin{aligned} a \cdot 5 + b &= 5 \\ (1 - b) \cdot 5 + b &= 5 \\ 5 - 5b + b &= 5 \\ -4b &= 0 \\ b &= 0 \end{aligned}$$

Substituindo :

$$\begin{aligned} a &= 1 - b \\ a &= 1 - 0 \\ a &= 1 \end{aligned}$$

Logo :  $S_1 = \{1, 0\}$

Para  $g(x) \rightarrow \{(x_3, y_3) : (x_4, y_4)\} = \{(1, 5) : (5, 1)\}$

$$\begin{cases} Cx_3 + D = y_3 \\ Cx_4 + D = y_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C \cdot 1 + D = 5 \therefore C = 5 - D \\ C \cdot 5 + D = 1 \end{cases}$$

Substituindo :

$$\begin{aligned} C \cdot 5 + D &= 1 \\ (5 - D) \cdot 5 + D &= 1 \\ 25 - 5D + D &= 1 \\ -4D &= 1 - 25 \\ -4D &= -24 \end{aligned}$$

$$D = \frac{-24}{-4}$$

$$D = 6$$

Substituindo :

$$\begin{aligned} C &= 5 - D \\ C &= 5 - 6 \\ C &= -1 \end{aligned}$$

Logo :  $S_2 = \{-1, 6\}$

Agora vamos substituir os valores de  $S_1$  e  $S_2$  nas funções  $f$  e  $g$ , respectivamente:

$$S_1 = \{1, 0\}$$

$$S_2 = \{-1, 6\}$$

$$f(x) = ax + b \Rightarrow f(x) = 1 \cdot x + 0 \Rightarrow f(x) = x$$

$$g(x) = Cx + D \Rightarrow g(x) = -1 \cdot x + 6 \Rightarrow g(x) = -x + 6$$

E finalmente, vamos igualar  $f(x) = g(x)$ :

$$f(x) = g(x)$$

$$x = -x + 6$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

$$g(x) = -x + 6$$

$$y = -x + 6$$

$$y = -3 + 6$$

$$y = 3$$

Portanto, (3,3) é o único ponto que satisfaz  $f$  e  $g$  simultaneamente.

Logo, resposta correta, **Letra B.**

Leia com atenção o Texto II para responder à questão 4.

### Texto II

O caos no trânsito começa alastrar-se por todo país. Um estudo do Observatório das Metrôpoles, órgão ligado ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia, aponta que, em dez anos (de 2001 a 2011), a frota das 12 principais regiões metropolitanas do país cresceu, em média, 77,8%. São Paulo, por exemplo, que tem hoje cerca de **11,4 milhões de habitantes** e uma frota de **4,8 milhões** de automóveis, acrescenta, **mensalmente 22000 veículos** em sua frota ativa nas ruas.

(Texto Adaptado: National Geographic Scientific – Brasil, Cidades Inteligentes. Edição Especial)

4. Considerando que a população de São Paulo permaneça constante, assim como a quantidade de automóveis acrescentada mensalmente, o número de veículos da frota paulista atingirá **50%** do número de habitantes, **aproximadamente**, em:

- a) 2,0 anos
- b) 2,5 anos
- c) 3,0 anos
- d) 3,5 anos
- e) 4,0 anos

**Solução:**

Primeiramente vamos calcular o número de veículos por ano:

$$22000 \times 12 = 264000 = 264 \times 10^3$$

Agora vamos calcular o valor da metade da população paulista:

$$\frac{11,4 \cdot 10^6}{2} = 5,7 \cdot 10^6 \text{ pessoas}$$

Agora vamos calcular quantos veículos são necessários para se atingir a metade da população paulista:

$$5,7 \times 10^6 - 4,8 \times 10^6 = 0,9 \times 10^6 \text{ veículos}$$

E finalmente, vamos calcular quantos anos são necessários para a quantidade de veículos igualar a quantidade de habitantes:

$$\frac{0,9 \cdot 10^6}{264 \cdot 10^3} = \frac{900 \cdot 10^3}{264 \cdot 10^3} \cong 3,5 \text{ anos}$$

Logo, resposta correta, **Letra D.**

Leia com atenção o Texto III para responder à questão 5.

**Texto III**

Uma pesquisa foi realizada com **200 pacientes** em diversos consultórios médicos quanto ao uso dos seguintes aplicativos para celulares: **A** – Informações sobre alimentação, **B** – Registro de níveis de estresse físico e psicológico e **C** – Controle do horário da medicação. Essa pesquisa revela que apenas 10% dos entrevistados não fazem uso de nenhum dos aplicativos; 30% dos entrevistados utilizam apenas o aplicativo A; 10 pacientes utilizam apenas o aplicativo B; 1/4 dos pacientes utilizam apenas o aplicativo C e 36 pacientes fazem uso dos três aplicativos.

(Texto Adaptado: Revista Época, nº 795)

**5.** Sabe-se que a quantidade de pacientes que utilizam apenas os aplicativos **A** e **B**, **A** e **C** e **B** e **C** é a mesma, portanto, o número de pacientes entrevistados que fazem uso de **pelo menos dois** desses aplicativos é:

- a) 21
- b) 30

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas



- c) 36
- d) 48
- e) 60

**Solução:**

Total (T) = 200

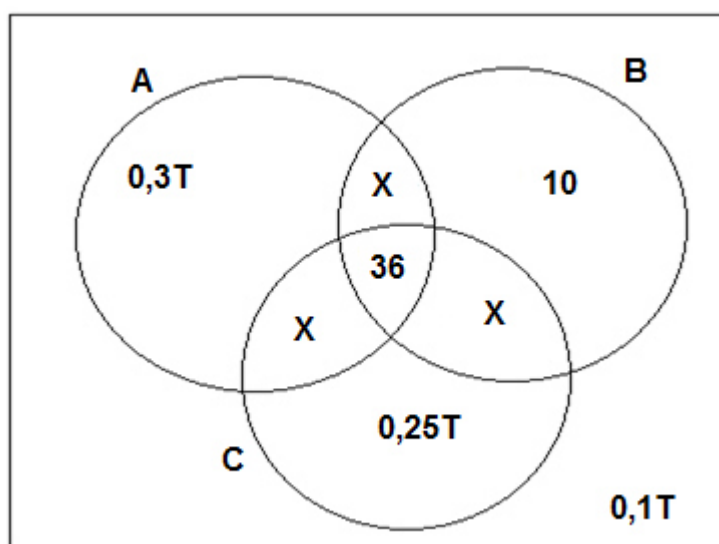
Só A =  $0,3T$

Só B = 10

Só C =  $0,25T$

$(A \cap B \cap C) = 36$

Vamos construir um diagrama:



Fazendo o cálculo de **X**:

$$T = 0,30 \cdot T + 0,25 \cdot T + 0,1 \cdot T + 36 + 10 + 3 \cdot x$$

$$T = 0,65 \cdot T + 46 + 3 \cdot x$$

$$200 = 0,65 \cdot 200 + 46 + 3 \cdot x$$

$$3 \cdot x = 200 - 130 - 46$$

$$x = \frac{24}{3}$$

$$x = 8$$

E finalmente, vamos calcular o número de pacientes que fazem uso de **pelo menos dois** desses aplicativos:

$$3 \cdot x + 36$$

$$3 \cdot 8 + 36 = 60 \text{ pacientes}$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

Leia com atenção o Texto IV para responder à questão 6.

#### Texto IV

Os dados estatísticos sobre violência no trânsito nos mostram que é a segunda maior causa de mortes no Brasil, sendo que 98% dos acidentes de trânsito são causados por erro ou negligência humana e a principal falha cometida pelos brasileiros nas ruas e estradas é usar o celular ao volante. Considere que em 2012 foram registrados 60.000 mortes decorrentes de acidentes de trânsito e destes, 40% das vítimas estavam em motos.

(Texto Adaptado: Revista Veja, 19/08/2013)

6. A função  $N(t) = N_0 (1,2)^t$  fornece o número de vítimas que estavam de moto a partir de **2012**, sendo  $t$  o número de anos e  $N_0$  o número de vítimas que estavam em moto em **2012**. Nessas condições, o número previsto de vítimas em moto para **2015** será de:

- a) 41.472
- b) 51.840
- c) 62.208
- d) 82.944
- e) 103.680

**Solução:**

$$N_0 = 60000 \cdot \frac{40}{100} = 24000$$

$$t = 2015 - 2012 = 3 \text{ anos}$$

$$N(t) = N_0 (1,2)^t$$

$$N(3) = 24000 \cdot (1,2)^3$$

$$N(3) = 41472 \text{ vítimas}$$

Logo, resposta correta, **Letra A.**

## PROSEL - 2ª ETAPA / PRISE XVI

7. Uma universidade realizou uma pesquisa *on line* envolvendo jovens do ensino médio para saber quais meios de comunicação esses jovens utilizam para se informarem dos acontecimentos diários. Para incentivá-los a preencher os dados referentes à pesquisa, cujas respostas estão registradas no quadro abaixo, a universidade sorteou um *tablet* dentre os respondentes.

<b>Mulheres</b>	Ouvem apenas rádio.	<b>350</b>
	Assistem televisão e consultam internet.	<b>150</b>
<b>Homens</b>	Assistem televisão e consultam internet.	<b>375</b>
	Utilizam apenas internet.	<b>125</b>
<b>TOTAL DE JOVENS ENTREVISTADOS</b>		<b>1.000</b>

Sabendo-se que o respondente sorteado consulta a internet para se manter informado diariamente, a probabilidade do sorteado ser um homem:

- a) é inferior a 30%
- b) está compreendida entre 30% e 40%
- c) está compreendida entre 40% e 60%
- d) está compreendida entre 60% e 80%
- e) é superior a 80%

### **Solução:**

Vamos calcular o total de homens:

$$375 + 125 = 500 \text{ homens}$$

Agora vamos calcular o total de usuários de internet:

$$375 + 125 + 150 = 650 \text{ usuários}$$

E finalmente, façamos o cálculo da probabilidade:

$$P = \left[ \frac{500}{650} \right] \cdot 100$$

$$P = 76,92\%$$

Logo, resposta correta, **Letra D.**

8. Um jovem descobriu que o aplicativo de seu celular edita fotos, possibilitando diversas formas de composição, dentre elas, aplicar texturas, aplicar molduras e mudar a cor da foto. Considerando que esse aplicativo dispõe de **5** modelos de texturas, **6** tipos de molduras e **4** possibilidades de mudar a cor da foto, o número de maneiras que esse

jovem pode fazer uma composição com 4 fotos distintas, utilizando apenas os recursos citados, para publicá-las nas redes sociais, conforme ilustração abaixo, é:

- a)  $24 \times 120^4$
- b)  $120^4$
- c)  $24 \times 120$
- d)  $4 \times 120$
- e) 120



### Solução:

Note que 4 fotos distintas deveram ser constituídas, e para cada foto você terá um número limitado de composições a serem feitas. Logo, você precisará construir duas etapas, e depois multiplicar o resultado das mesas.

1ª etapa: vamos primeiramente aplicar o princípio fundamental da contagem apenas para o número de fotos distintas, sem entrar no mérito da composição de cada uma:

$$\begin{array}{ccccccc} 4 & , & 3 & , & 2 & , & 1 & \longleftarrow \text{Distribuição do quantitativo de fotos distintas} \\ \hline 1^{\circ} & & 2^{\circ} & & 3^{\circ} & & 4^{\circ} & \longleftarrow \text{Ordem das fotos} \end{array}$$

Princípio Fundamental da Contagem (P.F.C)

$$\text{P.F.C: } 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ fotos distintas}$$

2ª etapa: vamos aplicar o princípio fundamental da contagem para composição de cada foto:

$$\begin{array}{ccccccc} 6.5.4 & , & 6.5.4 & , & 6.5.4 & , & 6.5.4 & \longleftarrow \text{Distribuição das composições de cada foto} \\ \hline 1^{\circ} & & 2^{\circ} & & 3^{\circ} & & 4^{\circ} & \longleftarrow \text{Ordem das fotos} \end{array}$$

Princípio Fundamental da Contagem (P.F.C)

$$\text{P.F.C: } (6.5.4) \times (6.5.4) \times (6.5.4) \times (6.5.4) = (6.5.4)^4 = (120)^4 \text{ composições.}$$

E finalmente, para o cálculo do o número de maneiras que o jovem pode fazer uma composição com 4 fotos distintas, basta fazer:

$$24 \times (120)^4$$

Logo, resposta correta, **Letra A.**

9. Uma empresa utiliza o serviço de mala direta como meio de comunicação com seus clientes. O setor financeiro da empresa efetuou levantamento, no mês de agosto, sobre os custos com esse tipo de comunicação, e constatou um gasto de R\$ 254,50, com o envio de 300 malas diretas do tipo normal e 95 do tipo urgente. No mês de setembro, a empresa enviou 300 malas diretas do tipo normal e apenas 40 do tipo urgente, totalizando um gasto de R\$ 194,00. O custo correspondente ao envio de uma mala direta normal é:

- a) R\$ 1,55
- b) R\$ 1,50
- c) R\$ 1,00
- d) R\$ 0,55
- e) R\$ 0,50

### Solução:

Malas diretas do tipo normal (N)  
 Malas diretas do tipo urgente (U)

$$\begin{aligned} \begin{cases} 300 \cdot N + 95 \cdot U = 254 \\ 300 \cdot N + 40 \cdot U = 194 \end{cases} & \times (-1) \\ \begin{cases} 300 \cdot N + 95 \cdot U = 254 \\ -300 \cdot N - 40 \cdot U = -194 \end{cases} & \\ \hline 55 \cdot U = 60 & \\ U = \frac{60}{55} & \\ U = 1,09 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 300 \cdot N + 40 \cdot U &= 194 \\ 300 \cdot N + 40 \cdot 1,09 &= 194 \\ 300 \cdot N &= 194 - 43,6 \\ N &= \frac{150,4}{300} \\ N &\cong 0,50 \end{aligned}$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

Leia o Texto V para responder à questão 10.

### Texto V

As pirâmides comunicam, ainda hoje, os valores culturais de uma das civilizações mais intrigantes da humanidade. Foram construídas para a preservação do corpo do faraó. De acordo com a lenda de Heródoto, as grandes pirâmides foram construídas de tal modo que a área da face era igual ao quadrado da altura da pirâmide.

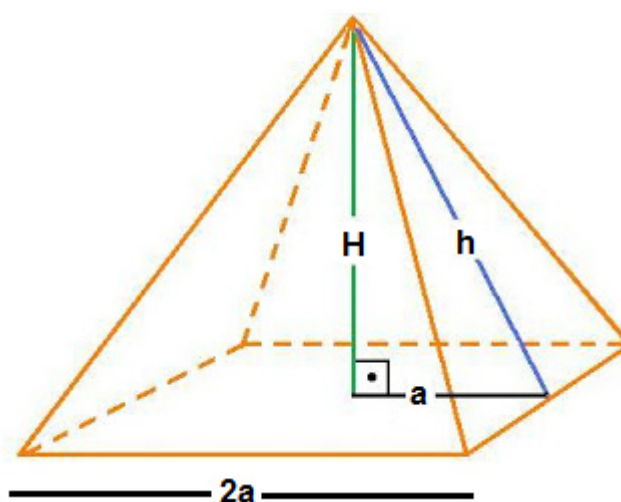
(Texto Adaptado: Contador, Paulo Roberto Martins. *A Matemática na arte e na vida – 2a Ed.rev – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011*)

**10.** Considere a pirâmide de base quadrada, cujo lado mede  $2a$ , a altura  $H$  e altura da face  $h$ , construída segundo a lenda de Heródoto. Se  $S$  expressa a área da face da pirâmide, então é correto afirmar que:

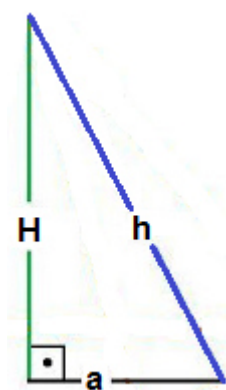
- a)  $S=(a+h).(a-h)$
- b)  $S=(h+a).(h-a)$
- c)  $S=(a+h)^2$
- d)  $S=(h-a)^2$
- e)  $S=a^2.h^2$

**Solução:**

Vamos construir a representação geométrica da pirâmide de Heródoto:



Note que internamente temos o seguinte triângulo:



Veja que, de acordo com a lenda Heródoto, a área da face era igual ao quadrado da altura ( $H$ ) da pirâmide. Desse modo, é perfeitamente possível obtermos o  $H^2$  a partir da aplicação do Teorema de Pitágoras no triângulo acima:

$$h^2 = H^2 + a^2$$

$$H^2 = h^2 - a^2$$

$$H^2 = (h + a) \cdot (h - a)$$

Como a questão afirma que:  $S = H^2$ , então:

$$S = (h + a) \cdot (h - a)$$

Logo, resposta correta, **Letra B.**

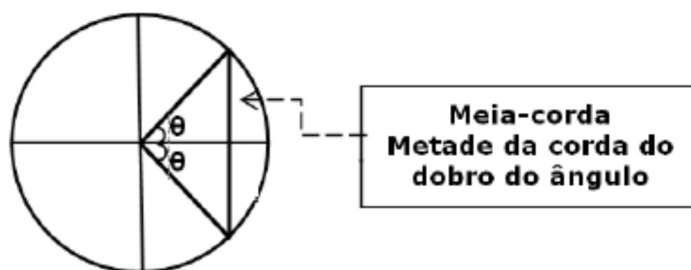
Leia o Texto VI para responder à questão 11.

### Texto VI

Num dos trabalhos escrito no começo do século V d. C. na Índia, encontramos uma tabela “meias cordas”, representado na figura abaixo. Essas “meias-cordas” representam os nossos atuais senos. Os indianos pensavam na meia-corda como o real segmento em um círculo com raio particular, como, por exemplo, ocorre no livro *Almagest* de Claudius Ptolomeu (85 – 165), que utilizou um círculo de raio **60**.

(Texto adaptado do livro *A Matemática através dos tempos*, Editora Edgard Blucher, 2008.)

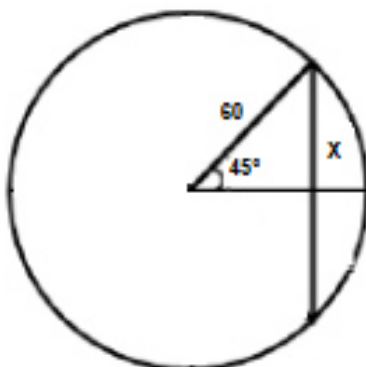
**11.** Utilizando o mesmo raio considerado por Ptolomeu, o valor da meia corda indicado na figura para um ângulo de  $\theta = 45^\circ$  é:



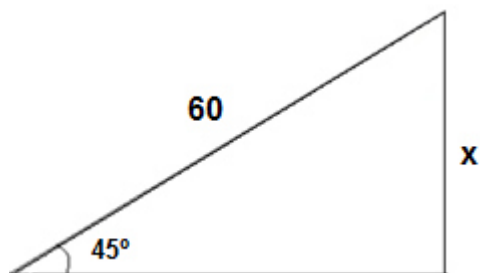
- a)  $30\sqrt{2}$
- b)  $15\sqrt{2}$
- c)  $15\sqrt{2}/2$
- d)  $\sqrt{2}/2$
- e)  $\sqrt{2}/4$

**Solução:**

A partir das informações da questão, vamos construir geometricamente o círculo de Ptolomeu:



Vamos extrair o triângulo interno da circunferência:



Agora vamos encontrar, finalmente, o valor da meia-corda (**x**):

$$\text{Sen } 45^\circ = \frac{x}{60}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{60}$$

$$x = 30\sqrt{2}$$

Logo, resposta correta, **Letra A**.

Leia o Texto VII para responder à questão 12.

**Texto VII**

Com as cidades imobilizadas por congestionamentos, os governos locais tomam medidas para evitar o colapso do sistema viário. Por exemplo, em Pequim, na China, serão sorteadas mensalmente 20 mil novas licenças de emplacamento para os 900 mil interessados. Para o sorteio, os 900 mil interessados foram divididos em 20 mil grupos com o mesmo número de integrantes.

*Texto adaptado da revista National Geographic Brasil, edição 159-A.*

**Marcelo Santos Chaves**

Vestibulares UEPA: PROSEL/PRISE

Questões de Matemática Resolvidas e Comentadas



12. Se num desses grupos estão presentes 3 membros de uma mesma família, a probabilidade de essa família adquirir uma licença para emplacamento:

- a) é inferior a 3%
- b) está compreendida entre 3% e 4%
- c) está compreendida entre 4% e 5%
- d) está compreendida entre 5% e 6%
- e) é superior a 6%

### Solução:

Vamos definir o número de integrantes de cada grupo:

$$\frac{900000}{20000} = 45 \text{ grupos}$$

Calculando a probabilidade:

$$P = \left[ \frac{3}{45} \right] \cdot 100$$

$$P = 6,67\%$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

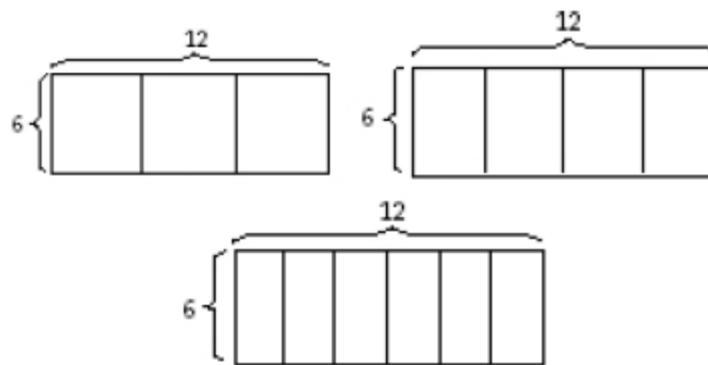
Leia o Texto VIII para responder à questão 13.

### Texto VIII

A natureza é uma fonte inesgotável de comunicação de saberes necessários à sobrevivência da espécie humana, por exemplo, estudos de apicultores americanos comprovam que as abelhas constituem uma sociedade organizada e que elas sabem qual o formato do alvéolo que comporta a maior quantidade de mel.

*(Texto Adaptado: Contador, Paulo Roberto Martins. A Matemática na arte e na vida – 2a Ed.rev – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011).*

Um professor de matemática, durante uma aula de geometria, apresentou aos alunos 3 pedaços de cartolina, cada um medindo 6 cm de largura e 12cm de comprimento, divididos em partes iguais, conforme figuras abaixo:



Fonte: [http://www.mat.uel.br/geometrica/php/pdf/dg\\_malhas.pdf](http://www.mat.uel.br/geometrica/php/pdf/dg_malhas.pdf)

**13.** Dobrando os pedaços de cartolina nas posições indicadas, obtemos representações de prismas retos com as mesmas áreas laterais e base triangular, quadrangular e hexagonal. Sendo  $V_3$  o volume do prisma de base triangular,  $V_4$  o volume do prisma de base quadrangular e  $V_6$  o volume do prisma de base hexagonal, é correto afirmar que: (adote  $\sqrt{3} = 1,7$ ).

- a)  $V_3 < V_6 < V_4$
- b)  $V_3 < V_4 < V_6$
- c)  $V_4 < V_3 < V_6$
- d)  $V_6 < V_3 < V_4$
- e)  $V_6 < V_4 < V_3$

### Solução:

Primeiramente vamos calcular as áreas da base dos prismas:

$V_3 \rightarrow$  A base é a Área do Triângulo Equilátero :

$$A_{B3} = \frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$A_{B3} = \frac{4^2 \cdot 1,7}{4}$$

$$A_{B3} = 6,8 \text{ cm}^2$$

$V_4 \rightarrow$  A base é área do Quadrado :

$$A_{B4} = \ell^2$$

$$A_{B4} = 3^2$$

$$A_{B4} = 9 \text{ cm}^2$$

$V_6 \rightarrow$  A base é a Área do Trinagulo Equilátero :

$$A_{B6} = \left[ \frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \right] \cdot 6$$

$$A_{B6} = \left[ \frac{2^2 \cdot 1,7}{4} \right] \cdot 6$$

$$A_{B6} = 10,2 \text{ cm}^2$$

Agora vamos calcular o volume dos prismas:

$$V_3 = \frac{1}{3} \cdot A_{B3} \cdot h$$

$$V_3 = \frac{1}{3} \cdot 6,8 \cdot 6$$

$$V_3 = 13,6 \text{ cm}^3$$

$$V_4 = \frac{1}{3} \cdot A_{B4} \cdot h$$

$$V_4 = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 6$$

$$V_4 = 18 \text{ cm}^3$$

$$V_6 = \frac{1}{3} \cdot A_{B6} \cdot h$$

$$V_6 = \frac{1}{3} \cdot 10,2 \cdot 6$$

$$V_6 = 20,4 \text{ cm}^2$$

Daí podemos concluir que:  $V_3 < V_4 < V_6$

Logo, resposta correta, **Letra B.**

**PROSEL - 3ª ETAPA / PRISE XV**

**14.** Uma emissora de rádio FM possui uma antena que tem potência para cobrir uma área num raio de **40 km**. Em 2014 ocorrerá a substituição desse equipamento por outro que cobrirá uma área cujo raio de alcance será **60%** superior em relação ao raio de alcance do equipamento existente. Após a substituição do equipamento, a razão entre as áreas cobertas em 2014 e 2013 será de:

- a) 1,56
- b) 1,96
- c) 2,16
- d) 2,36
- e) 2,56

**Solução:**

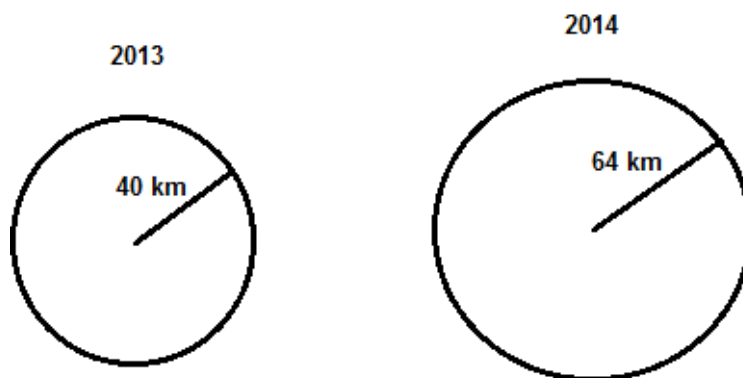
Vamos calcular o valor do Raio de alcance do equipamento a ser utilizado em 2014:

$$R_1 = 40 + \left[ 40 \cdot \frac{60}{100} \right]$$

$$R_1 = 40 + 24$$

$$R_1 = 64 \text{ km}$$

Façamos agora a representação geométrica dos Raios de alcance dos equipamentos:



Façamos agora o cálculo das áreas destas circunferências:

$$A_o = \pi \cdot (R_o)^2$$

$$A_o = \pi \cdot (40)^2$$

$$A_o = 1600\pi \text{ Km}^2$$

$$A_1 = \pi \cdot (R_1)^2$$

$$A_1 = \pi \cdot (64)^2$$

$$A_1 = 4096\pi \text{ Km}^2$$

E finalmente, fazemos o cálculo da razão entre as áreas:

$$\frac{A_1}{A_o} = \frac{4096\pi}{1600\pi}$$

$$\frac{A_1}{A_o} = 2,56$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

**15.** As empresas aéreas brasileiras reduziram as ofertas de voos nos últimos anos em função dos gastos com o combustível. Na tabela abaixo, encontra-se a variação do aumento de preço do litro do querosene de aviação.

Ano	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Preço (R\$)	1,44	1,40	1,56	1,92	2,26	2,50

*FONTE: Revista Veja, 4 de setembro de 2013.*

O valor da mediana em relação ao preço do litro do querosene é:

- a) 1,66
- b) 1,74
- c) 1,85
- d) 1,97
- e) 2,12

**Solução:**

$$Md = \frac{1,56 + 1,92}{2}$$

$$Md = 1,74$$

Logo, resposta correta, **Letra B.**

**16.** Na figura abaixo, está representado um mosaico do século passado de **16 cm** de lado, composto por um conjunto de quadrados cujos vértices dos quadrados inscritos se encontram situados nos pontos médios dos quadrados circunscritos. A reta que passa pelos pontos **A** e **B**, vértices do quadro destacado, também passa pelo ponto cujas coordenadas são:

- a) (9;13)
- b) (1;7)
- c) (0;6)
- d) (- 4;2)
- e) (- 8;0)

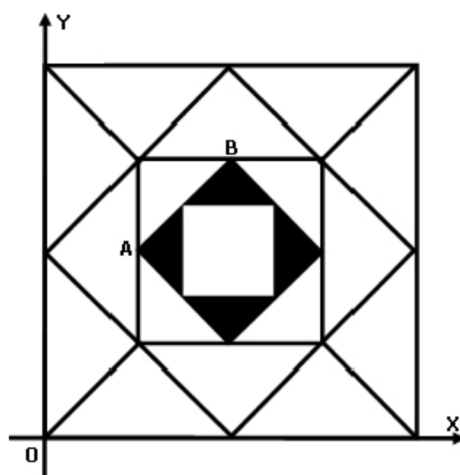
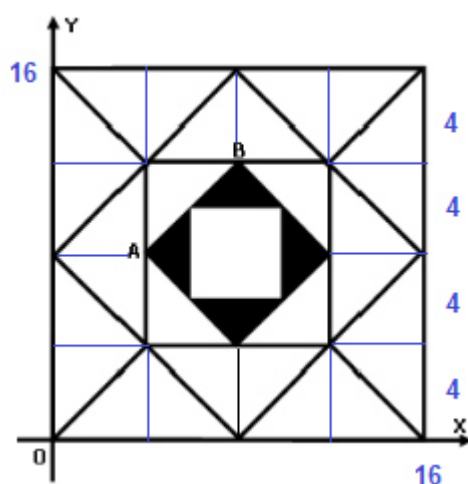


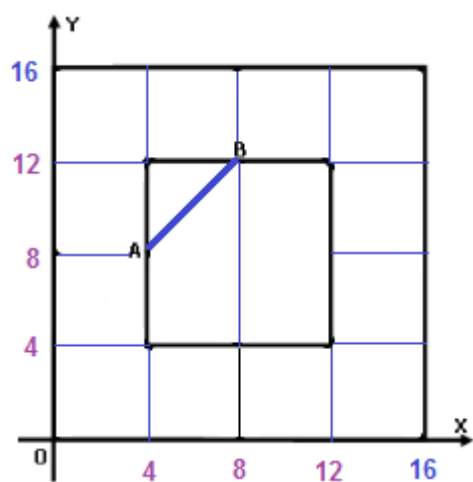
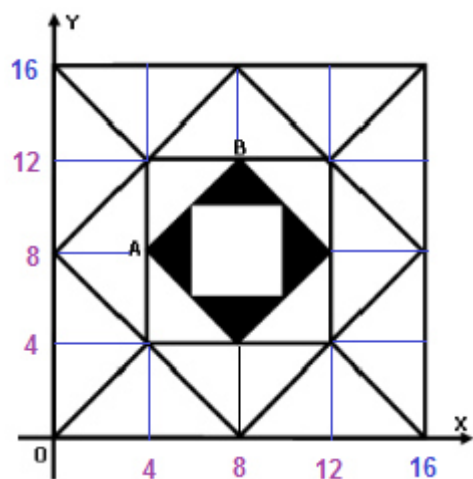
Figura adaptada do livro A História da Matemática de Anne Rooney, Editora M. Books do Brasil, 2012.

### Solução:

A partir da figura vamos definir os pontos médios:



Daí é possível extrair os pontos A e B:

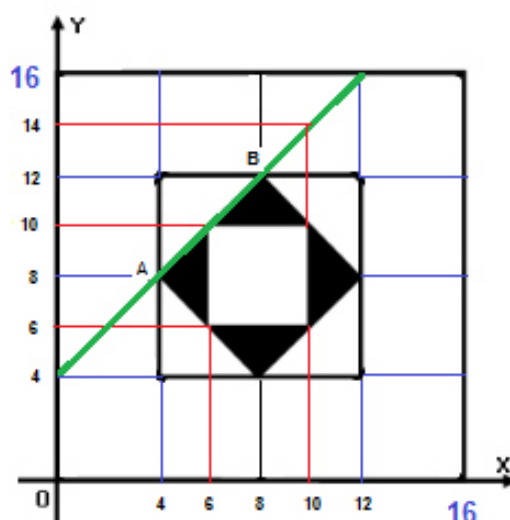


A (4,8) e B (8,12)

Note que, se calcularmos os pontos médios dos valores da escala  $y$  e dos valores da escala  $x$ , obteremos no plano cartesiano outros pontos médios:

$$y = \frac{4+8}{2} = 6$$

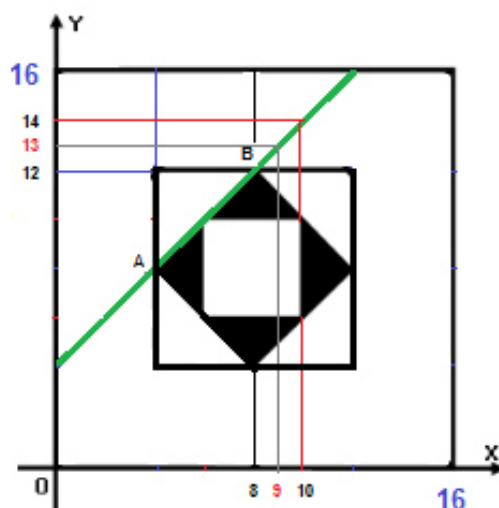
$$x = \frac{8+12}{2} = 10$$



Agora, observe que, se tiramos o ponto médio de 8 e 10 na escala  $x$ , e o ponto médio de 12 e 14 na escala  $y$ , obteremos:

$$y = \frac{12+14}{2} = 13$$

$$x = \frac{8+10}{2} = 9$$



Como se observa, a reta que passa pelos pontos A e B, também passa pelo ponto (9,13).

Logo, resposta correta, **Letra A.**



17. Girolamo Cardano (1501 – 1576) apresentou no livro *Ars Magna*, demonstrações sobre como resolver equações cúbicas. Ele propôs para equações da forma

$x^3 + px + q = 0$  a solução  $x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$ . Sabe-se que

Rafael Bombelli (1526 – 1572) estendeu às ideias de Cardano e encontrou uma das raízes da equação  $x^3 - 15x - 4 = 0$ , o número 4. Nessas condições, a soma dos inversos das outras raízes dessa equação é:

- a) 4
- b) 2
- c) 0
- d) - 2
- e) - 4

### Solução:

Como 4 é uma das raízes da equação cúbica de Bombelli, então a mesma é divisível por  $(x - 4)$ . Vejamos:

$$\begin{array}{r|l}
 x^3 - 15x - 4 & x - 4 \\
 - x^3 + 4x^2 & x^2 + 4x \quad 1 \\
 \hline
 4x^2 - 15x - 4 & \\
 - 4x^2 + 16x & \\
 \hline
 x - 4 & \\
 - x + 4 & \\
 \hline
 - 0 - & 
 \end{array}$$

Vamos agora encontrar as raízes da equação obtida no quociente:

$$\begin{aligned}
 x^2 + 4x + 1 &= 0 & x &= \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{2 \cdot 1} \\
 \Delta &= 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 & x_2 &= \frac{-4 + \sqrt{12}}{2} = -2 + \sqrt{3} \\
 \Delta &= 12 & x_3 &= \frac{-4 - \sqrt{12}}{2} = -2 - \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

E finalmente, façamos a soma dos inversos das raízes  $x_2$  e  $x_3$ :

$$\begin{aligned}\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} &= \frac{1}{(-2 + \sqrt{3})} + \frac{1}{(-2 - \sqrt{3})} \\ \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} &= \frac{(-2 - \sqrt{3}) + (-2 + \sqrt{3})}{(-2 + \sqrt{3}) \cdot (-2 - \sqrt{3})} \\ \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} &= \frac{-2 - \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}}{(-2)^2 - (\sqrt{3})^2} \\ \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} &= \frac{-4}{4 - [(-1)^2 \cdot (\sqrt{3})^2]} \\ \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} &= \frac{-4}{4 - 3} \\ \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} &= -4\end{aligned}$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

**18.** O matemático suíço *Leonhard Euler* (1707 – 1783) foi um dos mais profícuos matemáticos de todos os tempos. Dentre suas contribuições tem-se  $e^{x \cdot i} = \cos(x) + i \cdot \sin(x)$ , conhecida como relação de Euler. Nessa relação, quando  $x$  for igual a  $\pi$  obtém-se  $e^{\pi \cdot i} + 1 = 0$ , identidade que relaciona alguns dos mais importantes números da matemática. O módulo de  $e^{\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot i}$ , é:

- a) 0
- b) 1/2
- c) 1
- d) 3/2
- e) 2

**Solução:**

Para  $x = \frac{\pi}{4}$  obteremos:

$$\begin{aligned}e^{x \cdot i} &= \cos(x) + i \cdot \sin(x) \\ e^{\frac{\pi}{4} \cdot i} &= \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ e^{\frac{\pi}{4} \cdot i} &= \cos 45^\circ + i \cdot \sin 45^\circ \\ e^{\frac{\pi}{4} \cdot i} &= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot i\end{aligned}$$

Agora vamos calcular o módulo:

$$e^{\frac{\pi}{4}i} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot i$$

$$\left| e^{\frac{\pi}{4}i} \right| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$\left| e^{\frac{\pi}{4}i} \right| = \sqrt{\frac{2}{4} + \frac{2}{4}}$$

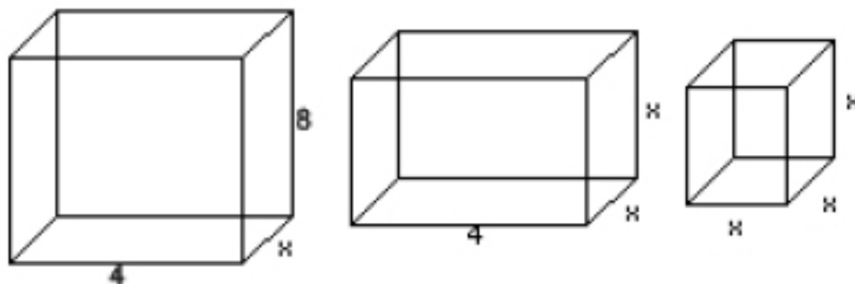
$$\left| e^{\frac{\pi}{4}i} \right| = \sqrt{\frac{4}{4}}$$

$$\left| e^{\frac{\pi}{4}i} \right| = \sqrt{1}$$

$$\left| e^{\frac{\pi}{4}i} \right| = 1$$

Logo, resposta correta, **Letra C.**

19. Uma empresa que fornece serviços de transporte rápido de São Paulo para Belém dispõe de três tamanhos de caixas para envio de objetos, conforme ilustrado abaixo.



O polinômio de variável  $x$ , indicado por  $C(x)$  que representa a soma dos volumes das três caixas dessa empresa é:

- a)  $C(x) = x^3 + 2x^2 + x$
- b)  $C(x) = x^3 + 4x^2 + x$
- c)  $C(x) = x^3 + 2x^2 + 8x$
- d)  $C(x) = x^3 + 2x^2 + 16x$
- e)  $C(x) = x^3 + 4x^2 + 32x$

**Solução:**

Vamos calcular os volumes das caixas:

$$C_1 = 4 \cdot x \cdot 8 = 32x$$

$$C_2 = 4 \cdot x \cdot x = 4x^2$$

$$C_3 = x \cdot x \cdot x = x^3$$

Façamos agora a expressão de  $C(x)$ :

$$C(x) = C_1 + C_2 + C_3$$

$$C(x) = 32x + 4x^2 + x^3$$

ou

$$C(x) = x^3 + 4x^2 + 32x$$

Logo, resposta correta, **Letra E.**

## REFERÊNCIAS

ALVES, S. B. **A origem do vestibular no Brasil**. In: Brasil Escola. Disponível em: <<http://vestibular.brasilecola.com/>> Acesso em 14/12/2014.

CHEVALLARD, Y. **Analyse des pratiques en seignantes en théorie anthropologique du didactique**. In: Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Editions, v.19, n.2, 1999.

DANTE, L. R. **Matemática: Contexto e Aplicações**. Vol. I. Editora Ática, 1ª Edição – São Paulo, 2011.

\_\_\_\_\_. **Matemática: Contexto e Aplicações**. Vol. II. Editora Ática, 1ª Edição – São Paulo, 2011.

\_\_\_\_\_. **Matemática: Contexto e Aplicações**. Vol. III. Editora Ática, 1ª Edição – São Paulo, 2011.

DOLCE, O. & POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar Vol 9: Geometria Plana**. Editora Atual, 7ª Edição – São Paulo.

\_\_\_\_\_. **Fundamentos de Matemática Elementar Vol 10: Geometria Espacial, Posição e Métrica**. Editora Atual, 5ª Edição – São Paulo.

GIOVANNI Jr., J. R. & CASTRUCCI, B.: **A conquista da matemática – 6º ano**. Editora: FTD – 1ª Edição, São Paulo – 2009.

\_\_\_\_\_. **A conquista da matemática – 7º ano**. Editora: FTD – 1ª Edição, São Paulo – 2009.

\_\_\_\_\_. **A conquista da matemática – 8º ano**. Editora: FTD – 1ª Edição, São Paulo – 2009.

\_\_\_\_\_. **A conquista da matemática – 9º ano**. Editora: FTD – 1ª Edição, São Paulo – 2009.

HAZZAN, S.: **Fundamentos de Matemática Elementar Vol 5: Combinatória e Probabilidade**. Editora Atual, 3ª Edição – São Paulo.

IEZZI, G. & HAZZAN, S.: **Fundamentos de Matemática Elementar Vol 4: Sequências, Matrizes, Determinantes e Sistemas**. Editora Atual, 3ª Edição – São Paulo.

IEZZI, G. & MURAKAMI, C.: **Fundamentos de Matemática Elementar Vol 1:** Conjuntos e Funções. Editora Atual, 3ª Edição – São Paulo.

IEZZI, G.: **Fundamentos de Matemática Elementar Vol 3:** Trigonometria. Editora Atual, 3ª Edição – São Paulo.

\_\_\_\_\_. **Fundamentos de Matemática Elementar Vol 6:** Complexos, Polinômios e Equações. Editora Atual, 2ª Edição – São Paulo.

\_\_\_\_\_. **Fundamentos de Matemática Elementar Vol 7:** Geometria Analítica. Editora Atual, 3ª Edição – São Paulo.

IEZZI, G.; DOLCE, O. & MURAKAMI, C.: **Fundamentos de Matemática Elementar Vol 2: Logaritmos.** Editora Atual, 3ª Edição – São Paulo.

MATHIAS, W. F. e GOMES, J. G. **Matemática Financeira.** 5ª Edição. Editora Atlas, São Paulo – 2008.

NOVAES, B. W. D. As contribuições de Jean Piaget para a Educação Matemática. In: Educere-2005, Anais. PUC/PR – 2005.

SPARTA, M. **Importância atribuída ao ingresso na educação superior por alunos do ensino médio.** In: Revista Brasileira de Orientação Profissional v.6 n.2 São Paulo dez - 2005.

YOUSSEF, A. N.; SOAES, E. & FERNANDEZ, V. P.: **Matemática Ensino Médio.** Vol. Único. Editora Scipione, 1ª Edição - São Paulo, 2011.

## ***APÊNDICES***

## APÊNDICE A

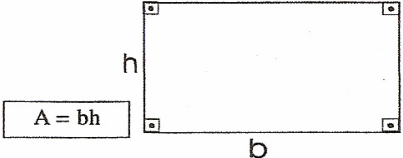
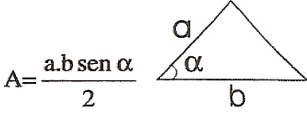
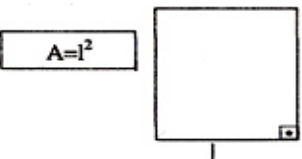
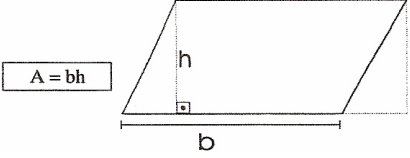
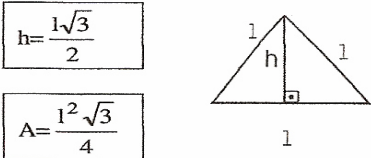
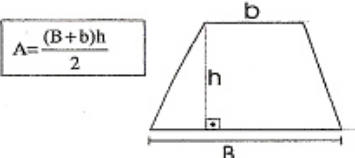
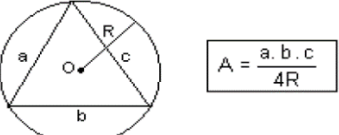
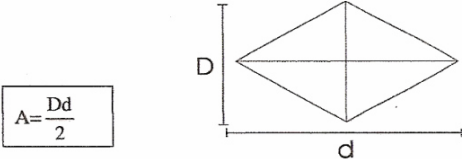
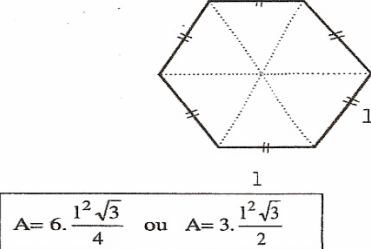
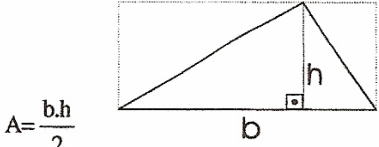
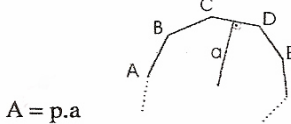
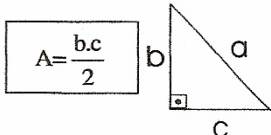
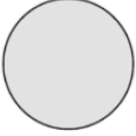
### Tabela de Identidades Trigonométricas

$\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$	$1 + \text{tg}^2 x = \sec^2 x$
$1 + \cotg^2 x = \text{cosec}^2 x$	$\text{sen}(-x) = -\text{sen } x$
$\cos(-x) = \cos x$	$\text{tg}(-x) = -\text{tg } x$
$\text{cosec } x = \frac{1}{\text{sen } x}$	$\sec x = \frac{1}{\cos x}$
$\cotg x = \frac{1}{\text{tg } x}$	$\text{tg } x = \frac{\text{sen } x}{\cos x}$
$\cotg x = \frac{\cos x}{\text{sen } x}$	$\text{sen}(a \pm b) = \text{sen } a \cdot \cos b \pm \cos a \cdot \text{sen } b$
$\cos(a \pm b) = \cos a \cdot \cos b \mp \text{sen } a \cdot \text{sen } b$	$\text{tg}(a + b) = \frac{\text{tg } a + \text{tg } b}{1 - \text{tg } a \cdot \text{tg } b}$
$\text{tg}(a - b) = \frac{\text{tg } a - \text{tg } b}{1 + \text{tg } a \cdot \text{tg } b}$	$\cos^2 x = \frac{1}{2} (1 + \cos 2x)$
$\text{sen}^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos 2x)$	$\text{sen } 2x = 2 \text{sen } x \cdot \cos x$
$\cos 2x = \cos^2 x - \text{sen}^2 x = 1 - 2 \text{sen}^2 x = 2 \cos^2 x - 1$	$\text{tg } 2x = \frac{2 \text{tg } x}{1 - \text{tg}^2 x}$
$\left  \text{sen } \frac{x}{2} \right  = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$	$\left  \cos \frac{x}{2} \right  = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$
$\text{tg } \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\text{sen } x} = \frac{\text{sen } x}{1 + \cos x}$	$\text{sen } x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\text{sen}(x - y) + \text{sen}(x + y)]$
$\text{sen } x \cdot \text{sen } y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) - \cos(x + y)]$	$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) + \cos(x + y)]$
$\cos x \cdot \text{sen } y = \frac{1}{2} [\text{sen}(x + y) - \text{sen}(x - y)]$	$\text{sen } x - \text{sen } y = 2 \text{sen}\left(\frac{x - y}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x + y}{2}\right)$
$\text{sen } x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \text{sen } 2x$	$1 - \cos x = 2 \text{sen}^2 \frac{x}{2}$
$1 + \cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2}$	$1 \pm \text{sen } x = 1 \pm \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \text{sen}^2 \theta$	

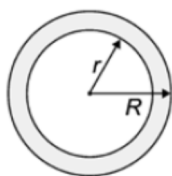


## APÊNDICE B

### Áreas das Principais Figuras Planas

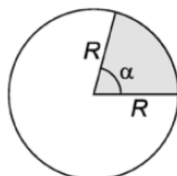
<p>1) Retângulo</p> 	<p>c) Fórmula trigonométrica da área</p> 
<p>2) Quadrado</p> 	<p>d) Fórmula de Heron</p> $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ <p>Onde: <b>p</b> é o semiperímetro e <b>a</b>, <b>b</b> e <b>c</b> são os lados.</p>
<p>3) Paralelogramo</p> 	<p>e) Triângulo equilátero</p> 
<p>4) Trapézio</p> 	<p>f) Em função dos lados e do raio da circunferência circunscrita:</p> 
<p>5) Losango</p> 	<p>7) Hexágono regular</p> 
<p>6) Triângulos</p> <p>a) Triângulo qualquer</p> 	<p>8) Polígono regular</p>  <p>Onde: <b>p</b> é o semiperímetro e <b>a</b> é o apótema do polígono.</p>
<p>b) Triângulo retângulo</p> 	<p>9) Círculo</p>  <p><b>Comprimento</b>  <math>C = 2.\pi.r</math>  <b>Área</b>  <math>A = \pi.r^2</math></p>

10) Coroa circular



$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

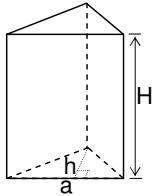
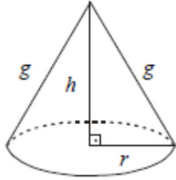
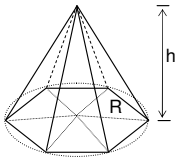
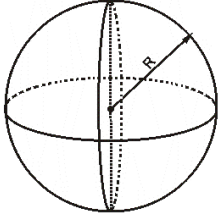
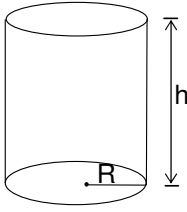
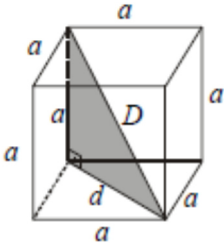
11) Setor circular



$$A = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \alpha}{360}$$

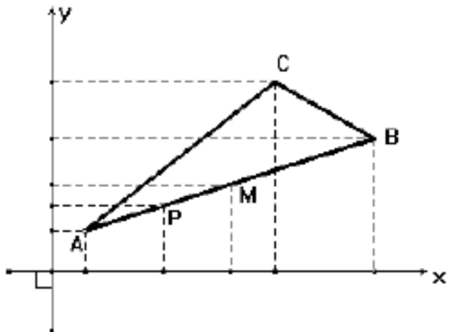
## APÊNDICE C

### Volume das Principais Figuras Espaciais

<p>1) Prisma triangular</p>  $V_P = \frac{ahH}{2}$	<p>4) Cone</p>  $V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$
<p>2) Pirâmide regular hexagonal</p>  $V = \frac{\sqrt{3}}{2} R^2 h$	<p>5) Esfera</p>  $V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$
<p>3) Cilindro regular</p>  $V = \pi R^2 h$	<p>5) Cubo</p>  $V = a^3$

## APÊNDICE D

### Geometria Analítica: Principais Identidades

<p><b>Expressão Gráfica</b></p> 	
<p>1) Distância entre dois pontos A e B:</p> $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$	<p>8) Equações da Reta</p> <p>Fundamental: <math>y - y_0 = m(x - x_0)</math>  Geral: <math>ax + by + c = 0</math>  Reduzida: <math>y = mx + q</math>  Paramétricas: <math>\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases} t \in \mathbb{R}</math>  Segmentaria: <math>\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1</math></p>
<p>2) Razão de secção:</p> $r = \frac{AP}{PB} = \frac{x_P - x_A}{x_B - x_P} = \frac{y_P - y_A}{y_B - y_P}$	<p>9) Posições relativas de duas retas distintas no plano:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Paralelas: <math>m_r = m_s</math></li> <li>- Perpendiculares: <math>m_r \cdot m_s = -1</math></li> <li>- Concorrentes: <math>m_r \neq m_s</math></li> </ul>
<p>3) Ponto médio M de um segmento AB:</p> $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$	<p>10) Ângulos formados por duas retas</p> $\operatorname{tg} \theta = \left  \frac{m_r - m_s}{1 + m_r \cdot m_s} \right  \text{ ou } \operatorname{tg} \theta = \left  \frac{1}{m_r} \right $
<p>4) Baricentro de um triângulo ABC:</p> $M\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$	<p>11) Distância entre ponto e reta:</p> $d(P, r) = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$
<p>5) Condição de alinhamento de pontos:</p> $\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} \text{ ou } \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$	<p>12) Área de um triângulo ABC:</p> $A = \frac{ D }{2} \rightarrow D = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$
<p>6) Determinação de Equação da Reta:</p> $\frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \text{ ou } \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0$	<p>13) Equação da Circunferência C(a,b):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reduzida: <math>(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2</math></li> <li>- Geral: <math>x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - R^2 = 0</math></li> </ul>
<p>7) Coeficiente Angular (m):</p> $m = \operatorname{tg} \alpha = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -\frac{a}{b}$	