

# ANEXO 2

## INTERES COMPUESTO

### EJERCICIOS VARIOS:

1. Andrés y Silvana acaban de tener a su primer hijo. Es una niña llamada Luciana. Andrés ese mismo día abre una cuenta para Luciana con la cantidad de \$3'000,000.00. ¿Qué cantidad habrá acumulado Luciana para la edad de 8 años, si el Banco les ofrece un interés del 6%, capitalizable trimestralmente?

Dónde:

$$P = \$3'000,000.00$$

$i = 6\%$  nominal ordinario (se requiere una tasa trimestral efectiva)

$m = \text{Cap. trimestral}$

$n = 8 \text{ años es igual a } 96 \text{ meses que son } 32 \text{ trimestres}$

Se requiere una tasa trimestral: de ahí que tenemos el 6% anual entre 12 por 3 es igual a la tasa trimestral del 0.015 o 1.5%

**Nota:** también se puede capitalizar la tasa, es decir, si tenemos la tasa nominal del 6% entonces calculamos:  $.06/12 = 0.005$  por mes, y para tener la tasa efectiva trimestral, se calcula de la siguiente forma:

$$f = \left[ (1 + 0.005)^3 \right] - 1 * 100 = 1.5075125$$

El cálculo con ambos procedimientos, es el siguiente:

a.- con tasa normal ( $0.005 * 3 = 0.015$ )

$$S = P(1 + i)^n$$

$$S = \$3'000,000.00 \left( 1 + \left( \frac{.06 * 3}{360} \right) \right)^{96/3}$$

$$S = \$3'000,000.00 (1 + 0.015)^{32}$$

$$S = \$3'000,000.00 (1.61032432)$$

$$S = \$4'830,972.96$$

b.- con tasa efectiva

$$f = \left[ (1 + 0.005)^3 \right] - 1 * 100 = 1.5075125$$

$$S = P(1+i)^n$$

$$S = \$3'000,000.00(1 + 0.015075125)^{96/3}$$

$$S = \$3'000,000.00(1.015075125)^{32}$$

$$S = \$3'000,000.00(1.614142708)$$

$$S = \$4'842,428.13$$

2. Manuelito de 8 años de edad recibió un cheque de su abuelo por \$3,000.00 el día que ganó un concurso de natación. Pasó el tiempo y Manuelito olvido que había depositado ese dinero. A sus 26 años decide retirar lo acumulado. ¿Cuánto habrá acumulado en su cuenta Manuelito, si inicialmente le dieron una tasa del 12% con capitalización mensual y así continuo hasta el final?

Dónde:

$$P = \$3,000.00$$

$i = 12\%$  nominal ordinario

$m = \text{Cap. mensual}$

$n = 26$  años menos 8 que tenía, son 18 años por 12 es igual a 216 meses

$$S = P(1+i)^n$$

$$S = \$3,000.00(1 + (.12/12))^{18*12}$$

$$S = \$3,000.00(1 + 0.01)^{216}$$

$$S = \$3,000.00(8.578606299)$$

$$S = \$25,735.82$$

3. Los señores Borja se pelearon; y la Sra. para aplacar su furia decidió ir de compras y adquirió una bolsa Fendi de la temporada recién salida en abril a \$5,689.45 El Sr. Borja, decide no pagar la tarjeta durante 4 meses para darle una lección a su mujer. Si el banco cobra un interés mensual del 3.344%. ¿Cuál será su saldo al mes de agosto?

Dónde:

$P = \$5,689.45$   
 $i = 3.344\%$  mensual  
 $m = \text{Cap. mensual}$   
 $n = 4 \text{ meses}$

$$S = P(1 + i)^n$$

$$S = \$5,689.45(1 + 0.03344)^4$$

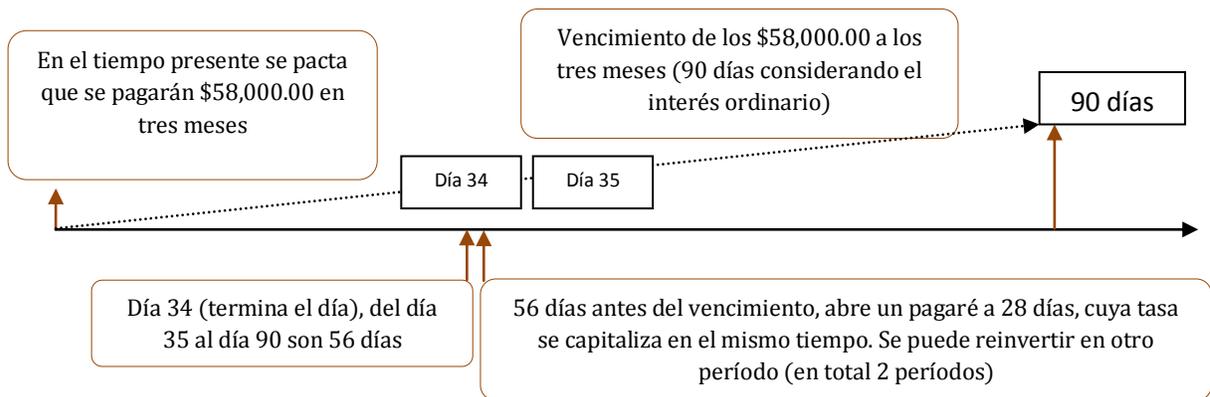
$$S = \$5,689.45(1.03344)^4$$

$$S = \$5,689.45(1.140620227)$$

$$S = \$6,489.50$$

4. Susana decide regalarle un coche a su hija que cumple 17 años. Y acuerda pagar un enganche de \$65,000.00 y saldar el resto en otro pago de \$58,000.00 tres meses después. Si a los 56 días antes de la fecha de vencimiento del adeudo de los \$58,000.00, Susana recibe una grande herencia y decide abrir un pagaré a 28 días, ¿Qué cantidad debe depositar para que el monto final cubra exactamente los \$58,000.00 que adeuda si la tasa de interés anual es del 11.571%?

Primeramente ubiquemos los datos en una línea de tiempo



$$\$58,000.00 = P\left(1 + \left(\frac{.11571 * 28}{360}\right)\right)^{56/28}$$

$$\$58,000.00 = P(1 + (0.008999667))^2$$

$$\$58,000.00 = P(1.008999667)^2$$

$$\$58,000.00 = P(1.018080327)$$

Se despeja P

$$P = \$58,000.00 / 1.018080327 = \$56,969.96$$

5. a) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de \$1,000.00 al 13% anual capitalizable trimestral?

Dónde:

*i* = tasa nominal

*P*: inversión

*n*: plazo

Primera mente calculemos la tasa que utilizaremos trimestralmente (*interés ordinario*).

$$i : \left(i * \frac{t}{360}\right) * 100 \quad i : \left(.13 * \frac{90}{360}\right) * 100 \quad i = 0.0325 \text{ Cada tres meses}$$

**Así:**  $P(1+i)^n = P(1+0.0325)^n = P(1.0325)^n$

Entonces la inversión se duplica cuando el monto de la inversión, esté dado por 2P. Para ello, se debe despejar n

$$P(1+i)^n = 2P$$

$$P(1+0.0325)^n = 2P$$

$$(1.0325)^n = 2$$

Al pasar P al lado derecho, se cancela

### AHORA APLICAMOS LOGARITMOS

$$\text{Log}((1.0325)^n) = \text{Log}(2) \quad \text{Si } \log(x^b) = b \log(x)$$

Entonces:

$$n \log((1.0325)) = \log(2)$$

$$n = \frac{\log(2)}{\log(1.0325)}$$

$$n = \frac{0.69314718}{0.031983046} = 21.6723$$

Se requieren 21.67233165

trimestres para poder duplicar su inversión.

Pasa dividiendo

La comprobación sería entonces:

$$S = P \left( 1 + \left( i * \frac{t}{360} \right) \right)^n$$
$$S = \$1,000.00(1.0325)^{21.67233165}$$
$$S = \$1,000.00(1.999999993) = \$1,999.99 = \$2,000.00$$

b) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de \$1,000 al 13% anual capitalizable mensualmente?

Mismo procedimiento anterior, pero ahora de modo reducido tenemos que:

$$i = \left( i * \frac{t}{360} \right) * 100$$
$$i = \left( .13 * \frac{30}{360} \right) * 100$$
$$i = (0.010833333)$$

De ahí que:  $n = \frac{\log(2)}{\log(1.010833333)} = \frac{0.693147181}{0.010775073} = 64.32876887$

La comprobación sería:

$$S = P \left( 1 + \left( i * \frac{t}{360} \right) \right)^n$$
$$S = \$1,000.00(1.010833333)^{64.32876887}$$
$$S = \$1,000.00(1.999999979) = \$1,999.99 = \$2,000.00$$

c) ¿en cuánto tiempo una inversión de \$5,000.00 se convierte en 7.8965 veces su valor, considerando el 13% anual capitalizable mensualmente? (\$39,482.50)

$$i = \left( i^* \frac{t}{360} \right) * 100$$

$$i = \left( .13 * \frac{30}{360} \right) * 100$$

$$i = (0.010833333)$$

$$\text{De ahí que: } n = \frac{\log(7.8965)}{\log(1.010833333)} = \frac{2.066419623}{0.010775073} = 191.7777841$$

La comprobación sería:

$$S = P \left( 1 + \left( i^* \frac{t}{360} \right) \right)^n$$

$$S = \$5,000.00(1.010833333)^{191.7777841}$$

$$S = \$5,000.00(7.896499756) = \$39,482.49878 = \$39,482.50$$

6. Considere que la empresa “El Proveedor del Sur S.A. de C.V.” adeuda los siguientes pagares:

**Importes**

$S_1 = \$7,600.00$

$S_2 = \$5,500.00$

$S_3 = \$840.00$

$S_4 = \$1,300.00$

**Vencimientos**

15 de octubre

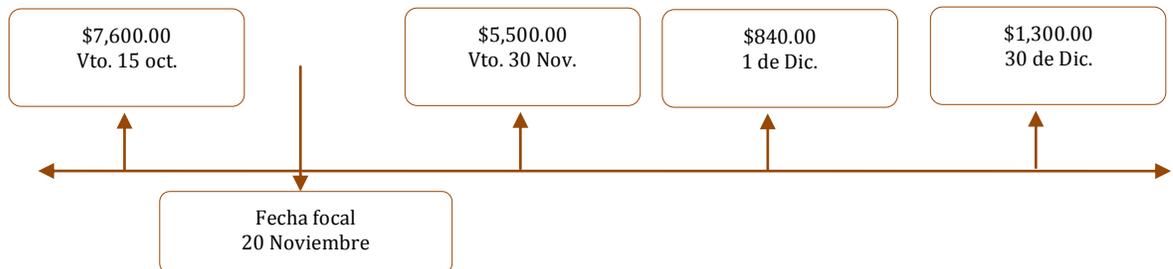
30 de noviembre

1 de diciembre

30 de diciembre



Sin embargo, no podrán liquidar dichos pagarés ya que los flujos de efectivo de la empresa muestran déficit en los meses de vencimiento. Para ello toman la decisión de solicitar a su acreedor reestructurar la deuda en seis pagos iguales, el primero en la Fecha Focal acordada que será el 20 de noviembre y los demás pagos cada 20 días. Utilizar para esta operación la tasa de interés o descuento (según el caso) del 15% **anual exacto** con capitalizaciones quincenales.



Valuar la deuda original:

$$\begin{aligned}
 VE_o &= \$7,600.00 \left(1 + \left(\frac{15\%}{365} * 15\right)\right)^{36/15} + \frac{\$5,500.00}{\left(1 + \left(\frac{15\%}{365} * 15\right)\right)^{10/15}} + \frac{\$840.00}{\left(1 + \left(\frac{15\%}{365} * 15\right)\right)^{11/15}} + \frac{\$1,300.00}{\left(1 + \left(\frac{15\%}{365} * 15\right)\right)^{40/15}} \\
 VE_o &= \$7,600.00(1.00616438)^{2.4} + \frac{\$5,500.00}{(1.00616438)^{0.666666666}} + \frac{\$840.00}{(1.00616438)^{0.733333333}} + \frac{\$1,300.00}{(1.00616438)^{2.666666666}} \\
 VE_o &= \$7,600.00(1.014858413) + \frac{\$5,500.00}{(1.00410537)} + \frac{\$840.00}{(1.00451684)} + \frac{\$1,300.00}{(1.01652291)} \\
 VE_o &= \$7,712.93 + \$5,477.51 + \$836.22 + \$1,278.87 \\
 VE_o &= \$15,305.53
 \end{aligned}$$

Calcular el coeficiente del valor del nuevo esquema de pagos:

$$\begin{aligned}
 VEn &= 1 + \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{15\%}{365} * 15\right)\right)^{20/15}} + \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{15\%}{365} * 15\right)\right)^{40/15}} + \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{15\%}{365} * 15\right)\right)^{60/15}} + \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{15\%}{365} * 15\right)\right)^{80/15}} + \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{15\%}{365} * 15\right)\right)^{100/15}} \\
 VEn &= 1 + \frac{1}{(1.00616438)^{20/15}} + \frac{1}{(1.00616438)^{40/15}} + \frac{1}{(1.00616438)^{60/15}} + \frac{1}{(1.00616438)^{80/15}} + \frac{1}{(1.00616438)^{100/15}} \\
 VEn &= 1 + \frac{1}{(1.00616438)^{1.333333333}} + \frac{1}{(1.00616438)^{2.666666666}} + \frac{1}{(1.00616438)^4} + \frac{1}{(1.00616438)^{5.333333333}} + \frac{1}{(1.00616438)^{6.666666666}} \\
 VEn &= 1 + \frac{1}{(1.00822761)} + \frac{1}{(1.01652291)} + \frac{1}{(1.02488647)} + \frac{1}{(1.03331884)} + \frac{1}{(1.04182058)} \\
 VEn &= 1 + 0.99183953 + 0.98374565 + 0.97571782 + 0.96775550 + 0.95985817 \\
 VEn &= 5.87891668
 \end{aligned}$$

**Finalmente se calcula el importe de cada pago**

$$Y = \frac{VE_o}{VEn} = \frac{\$15,305.53}{5.87891668}$$

$$Y = \$2,603.46$$

- Un último ejercicio con 5 pagos de deuda original y seis pagos reestructurados, desconocimiento del monto del primer pago en la fecha focal.

Se tienen los siguientes pagarés:

Fecha	Importe	Días de vencimiento
3 DE MARZO	\$14,000.00	165 DÍAS AFF
8 DE MAYO	\$22,000.00	99 DÍAS AFF
20 DE JUNIO	\$72,000.00	56 DÍAS AFF
15 DE AGOSTO	\$50,000.00	Coincide el vencimiento en la fecha focal acordada ( FF)
9 DE OCTUBRE	\$35,000.00	55 DÍAS PFF
10 DE NOVIEMBRE	\$10,000.00	87 DÍAS PFF

Considerar los datos siguientes

15 de Agosto como fecha focal

$i = 14.5\%$  nominal ordinario

$m =$  bimestral

Se reestructurarán los pagos de la siguiente manera:

Número de Pago	Días
1 Desconocido	FF
2 \$60,525.00	30 DÍAS PFF
3 \$31,289.15	50 DÍAS PFF
4 \$37,000.00	65 DÍAS PFF
5 \$49,566.66	80 DÍAS PFF
6 \$17,000.00	92 DÍAS PFF

Para valorar la deuda original, la línea de tiempo se visualiza de la siguiente forma:



El teorema para valorar la deuda original es:

$$VEo = \sum_{l=n}^t S_{aff} (1+(i/m))^n + S_{ff} + \sum_{l=n}^t \frac{S_{pff}}{(1+(i/m))^n}$$

$$VEo = \$14,000.00 \left(1 + \frac{.145}{6}\right)^{\frac{165}{60}} + \$22,000.00 \left(1 + \frac{.145}{6}\right)^{\frac{99}{60}} + \$72,000.00 \left(1 + \frac{.145}{6}\right)^{\frac{56}{60}} + \$50,000.00 + \frac{\$35,000.00}{\left(1 + \frac{.145}{6}\right)^{\frac{55}{60}}} + \frac{\$10,000.00}{\left(1 + \frac{.145}{6}\right)^{\frac{87}{60}}}$$

$$VEo = \$14,000.00 (1.0241666)^{2.75} + \$22,000.00 (1.0241666)^{1.65} + \$72,000.00 (1.02416667)^{0.933333} + \$50,000.00 + \frac{\$35,000.00}{(1.024166)^{0.916666}} + \dots$$

$$\dots \frac{\$10,000.00}{(1.0241666)^{1.45}}$$

$$VEo = \$14,000.00(1.067871937) + \$22,000.00(1.040187197) + \$72,000.00(1.02253754) + \$50,000.00 + \frac{\$35,000.00}{1.022130601} + \frac{\$10,000.00}{1.035231272}$$

$$VEo = \$14,950.21 + \$22,884.12 + \$73,622.70 + \$50,000.00 + \$34,242.20 + \$9,659.68$$

$$VEo = \$205,358.91$$

Para encontrar el valor del primer pago, visualizamos en la línea de tiempo los siguientes compromisos por liquidar:

Número de Pago	Días
1 Desconocido	FF
2 \$60,525.00	30 DÍAS PFF
3 \$ 31,289.15	50 DÍAS PFF
4 \$37,000.00	65 DÍAS PFF
5 \$49,566.66	80 DÍAS PFF
6 \$17,000.00	92 DÍAS PFF



Siguiendo la forma general del  $VEN$ , se sabe que:

$$VEn = \sum_{I=n}^t 1_{aff} (1 + (i/m))^n + 1_{ff} + \sum_{I=n}^t \frac{1_{pff}}{(1 + (i/m))^n}$$

Ahora tenemos un pago en la fecha focal y seis restantes posteriores a la fecha focal, entonces la fórmula se ajusta a partir de lo siguiente:

Sustituyendo:

Ahora debemos calcular el valor del primer pago en la fecha focal, si conocemos el  $VEo$  (deuda original) y el valor de los pagos posteriores a la fecha focal, 2, 3, 4, 5, y 6

$$VEn = +1_{ff} \text{valor\_desconocido} + \sum_{I=n}^t \text{valores\_conocidos} \frac{1_{pff}}{(1 + (i/m))^n}$$

$$VEn = +1_{ff} + \sum \frac{\$60,525.00}{(1 + (.145/6))^{30/60}} + \frac{\$31,289.15}{(1 + (.145/6))^{50/60}} + \frac{\$37,000.00}{(1 + (.145/6))^{65/60}} + \frac{\$49,566.66}{(1 + (.145/6))^{80/60}} + \frac{\$17,000.00}{(1 + (.145/6))^{92/60}}$$

$$VEn = +1_{ff} + \sum \frac{\$60,525.00}{(1.02416667)^{0.5}} + \frac{\$31,289.15}{(1.02416667)^{0.08333333}} + \frac{\$37,000.00}{(1.02416667)^{1.83333333}} + \frac{\$49,566.66}{(1.02416667)^{1.33333333}} + \frac{\$17,000.00}{(1.02416667)^{1.53333333}}$$

$$VEn = 1_{ff} + \sum \frac{\$60,525.00}{(1.0120112)} + \frac{\$31,289.15}{(1.00199192)} + \frac{\$37,000.00}{(1.0447511)} + \frac{\$49,566.66}{(1.03235132)} + \frac{\$17,000.00}{(1.03729347)}$$

$$VEn = 1_{ff} + \$59,806.65 + \$31,226.95 + \$35,415.13 + \$48,013.36 + \$16,388.80$$

Entonces

$$S_{1ff} = \frac{(VEo - \sum S_2, \dots, S_6)}{1}$$

$$S_{1ff} = \frac{\$205,358.91 - (\$59,806.65 + \$31,226.95 + \$35,415.13 + \$48,013.36 + \$16,388.80)}{1}$$

$$S_{1ff} = \$14,508.01$$

**EL VALOR DEL PRIMER PAGO ES: \$14,508.01**