# Anexos

**Anexo # 1**
**DOSIFICACIÓN DE LA ASIGNATURA I. O. PARA LA CARRERA DE CONTABILIDAD.**
**HORAS: 60. TIPO DE CURSO: CRD.**
**Distribución por AD con Objetivos.**

| AD | Tipo-logía | Contenido | Objetivo |
|---|---|---|---|
| 1 | C | La teoría de la decisión, conceptos básicos. Elementos constitutivos de una situación de decisión. Matriz de decisión. | Interpretar el papel de los métodos cuantitativos en la toma racional de decisiones y conocer como construir una matriz de decisión para una situación dada. |
| 2 | CP | Ejercitar AD #1. | Construir la matriz de decisión para una situación sencilla dada. |
| 3 | C | Toma de decisión bajo incertidumbre y riesgo. Planteamiento del problema y criterios a utilizar .Valor esperado de la información perfecta. | Conocer los criterios para la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre y riesgo. |
| 4 | CP | Toma de decisión bajo incertidumbre. Planteamiento del problema y criterios a utilizar. | Aplicar los criterios para la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre a situaciones problemicas sencillas. |
| 5 | CP | Toma de decisión bajo riesgo. Planteamiento del problema y criterios a utilizar. Valor esperado de la información perfecta. | Aplicar los criterios para la toma de decisiones en condiciones de riesgo a situaciones problemicas sencillas. |
| 6 | L | Criterios de toma de decisiones utilizando la computación. | Utilizar el Excel para aplicar los criterios. |
| 7 | C | Árbol de decisión. | Conocer cuando se utilizan los árboles de decisión y como se construyen y se analizan. |
| 8 | CP | Ejercitar AD #7. | Construir árboles de decisión y utilizar la técnica para la solución de problemas de decisión secuenciales en condiciones de riesgo. |
| 9 | CP | Ejercitar AD #7. | Construir árboles de decisión y utilizar la técnica para la solución de problemas de decisión secuenciales en condiciones de riesgo. |
| 10 | PP | Evaluar Tema #1. | Comprobar que los estudiantes son capaces de modelar problemas sencillos que conduzcan matriz de decisión o a árbol de decisión y asumir la decisión |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | correcta según los criterios estudiados. |
| 11 | C | Introducción a la programación Lineal. Formulación matemática del modelo de Programación Lineal. Construcción de modelos. | Conocer las partes de un problema de programación lineal, los supuestos del modelo y los pasos para el planteamiento. |
| 12 | CP | Ejercitar AD # 11. | Construir modelos sencillos de programación lineal con diferentes criterios para la función objetivo y diferentes tipos de restricciones. |
| 13 | CP | Ejercitar AD # 11. | Construir modelos sencillos de programación lineal con diferentes criterios para la función objetivo y diferentes tipos de restricciones. |
| 14 | CP | Ejercitar AD # 11. | Construir modelos sencillos de programación lineal con diferentes criterios para la función objetivo y diferentes tipos de restricciones ( Del tipo no presencial). |
| 15 | C | Métodos de solución: solución gráfica y solución analítica (método simplex). | Conocer los conceptos y teoremas fundamentales que fundamenten el método gráfico y el método simplex para el cálculo de la solución de un problema de PL. |
| 16 | CP | Ejercitar AD # 15. | Resolver mediante la  solución Gráfica PPL. |
| 17 | L | Solución de PPL utilizando la computación. | Resolver PPL utilizando el Solver, el Lindo y el QMWIN. |
| 18 | C | El modelo Dual. Propiedades fundamentales. | Conocer el procedimiento para llevar del primal al dual, así como la definición de las variables duales. |
| 19 | CP | Ejercitar AD # 18. | Ejercitar relaciones entre el modelo dual y primal. |
| 20 | C | Interpretación económica de la solución óptima. Dualidad y Sensibilidad.  Interpretación de los resultados. | Conocer los posibles análisis que se pueden realizar a partir del planteamiento y solución del PPL primal y dual. |
| 21 | CP | Ejercitar AD # 20. | Tomar decisiones sencillas en una determinada situación problemica basadas en la solución de un PPL primal y dual. |
| 22 | L | Solución de PPL e interpretación económica de las soluciones óptimas utilizando la computación. | Tomar decisiones sencillas en una determinada situación problemica basadas en la solución de un PPL primal y dual, utilizando el Solver, el Lindo y el QMWIN. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 23 | PP | Evaluar Tema # 2. | Comprobar que los estudiantes son capaces de construir modelos de programación Lineal e interpretar la solución y el significado de las variables tanto en el primal como en el dual. |
| 24 | C | El modelo de Transporte. Planteamiento y solución. | Conocer las características que hacen del problema de Transporte un caso especial y como plantearlo. |
| 25 | CP | Ejercitar AD # 24. | Construir y formular modelos sencillos de programación lineal de transporte. |
| 26 | L | Solución óptima de PPL de transporte utilizando la computación. | Resolver PPL de transporte utilizando el Transp, el Lindo y el QMWIN. |
| 27 | C | Introducción del modelo de programación lineal en enteros tanto puros como mixtos. | Lograr que los estudiantes se apropien de los elementos básicos de la programación en enteros. |
| 28 | CP | Ejercitar AD # 27. | Construir y formular modelos sencillos de programación lineal en enteros. |
| 29 | CP | Ejercitación de los contenidos del tema # 2. | Lograr que los estudiantes modelen PPL y conviertan del primal al dual, e interpreten las soluciones óptimas de los problemas de PPL. |
| 30 | L | Solución óptima de los PPL e interpretación económica de las soluciones óptimas utilizando la computación. | Resolver PPL utilizando el Solver, el Lindo, transp y el QMWIN. |

**Sistema de Conocimientos:**

La teoría de la decisión, conceptos básicos. Elementos constitutivos de una situación de decisión. Matriz de decisión .Toma de decisión en incertidumbre y riesgo. Planteamiento del problema y criterios a utilizar .Valor esperado de la información perfecta. Árbol de decisión.

Bosquejo histórico sobre el surgimiento de la programación lineal. El problema general de la programación lineal. Formulación matemática y supuestos del modelo. Planteamientos concretos de modelos con distintos tipos de restricciones el problema de transporte etc...Métodos de solución>soluciones gráficas y método Simplex. Uso de paquetes de programas para la solución por microcomputadoras de los modelos de programación lineal e interpretación económica de los resultados. Interpretación económica de primal. El problema dual. Propiedades fundamentales e interpretación económica. Postoptimizacion o análisis de sensibilidad. Uso de paquetes de programas para hallar nuevamente su solución. Programación en enteros, caso puro y mixto. Uso de las variables binarias para la modelación de problemas económicos.

**Sistema de habilidades:**

Identificar, ante una situación de toma de decisiones, la técnica de investigación de operaciones a emplear para la solución del problema.

Definir el concepto de decisión, explicar los elementos básicos que están presentes en una situación de decisión y la clasificación de situaciones de toma de decisiones en función del ambiente de decisión.

Construir la matriz de decisión, a partir de situaciones concretas, y aplicar los criterios para la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre y riesgo así como calcular el valor esperado de la información perfecta.

Construir árboles de decisión y utilizarlos para la toma de decisiones secuenciales en condiciones de riesgo.

Construir modelos de programación lineal con diferentes criterios para la función objetivo y diferentes tipos de restricciones.

Utilizar las notaciones básicas, conceptos y teoremas que fundamentan el método simplex y los criterios empleados en sus procedimientos de cálculo.

Explicar las relaciones entre los modelos primal y dual e interpretar económicamente el significado de las variables y restricciones del dual correspondiente a un primal dado.

Construir modelos de programación en enteros, tanto puros como mixtos, empleando variables binarias para representar diferentes situaciones económicas.

Utilizar paquetes de programas para la solución por microcomputadora de los modelos de PL y en enteros, interpretar económicamente los resultados, así como calcular la nueva solución al modelo ante cambios en los datos de partida.

**Valores a los que contribuye:**

Esta asignatura contribuye a formar valores éticos tales como el compañerismo, la honradez etc, que se logran mediante el trabajo en grupos. Contribuye a formar valores estéticos al tener que presentarse en forma organizada mediante ecuaciones un determinado problema. Contribuye a formar valores científicos, algorítmicos y culturales por la utilización de herramientas matemáticas modernas en la modelación de problemas que requieren generalmente solución por microcomputadoras.

**Anexo # 2 PROYECCIÓN PARA EL DESARROLLO DE LAS ESTRATEGIAS CURRICULARES EN LA ASIGNATURA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES I.**

**Computación**

- ✓ Aplicación de programas como QMWIN, Lindo, Solver y Transp.
- ✓ Materiales de apoyo a la docencia en la intranet. Utilización de la página web de la asignatura y la plataforma Moodle.

**Idioma**

- ✓ Mediante el trabajo con los paquetes de cómputos.
- ✓ En el enunciado de una pregunta en las pruebas parciales.
- ✓ Búsquedas en Internet.

**Medio Ambiente y Formación Económica**

- ✓ En los enunciados de problemas de optimización.

**NTIC**

- ✓ Biblioteca, materiales de apoyo a la docencia en la intranet, etc.
- ✓ Utilización de un sitio Web y Plataforma Moodle.

**Historia de Cuba y Pensamiento Cubano**

- ✓ Tratamiento de las efemérides en los turnos de clases y en el cumplimiento del proyecto educativo de cada brigada.

**ANEXO # 3 Actividades docentes**

Como un ejemplo de lo antes expuesto se presenta del tema # 1 un ejemplo de cada tipo de actividad docente, partiendo primeramente del objetivo del tema en general.

**Tema 1**

Objetivos.

1. Caracterizar las situaciones de toma de decisiones que pueden ser resueltas aplicando las técnicas propias de la teoría de la decisión en particular la matriz de pagos y los árboles de decisión.

Asignatura: Investigación de Operaciones I
Conferencias teórica-práctica # 1
Especialidad: Contabilidad y Finanzas.
Tema #1: Elementos de Teoría de la decisión.
Asunto: Breve reseña histórica de la Investigación de Operaciones. Elementos que intervienen en un proceso de toma de decisión. Clasificación de los procesos de decisión. Introducción a la matriz de pagos.
Objetivo: Que los estudiantes logren definir el concepto de decisión, expliquen los elementos básicos qué están presente en una situación de decisión. Construir la matriz de decisión, a partir de situaciones concretas.

**Introducción**

| | |
|---|---|
| Total de horas de la asignatura ------------------------------------ | 60 h/c |
| 9 Conferencias teórica-práctica ------------------------------------ | 14 h/c |
| 5 Laboratorio ----------------------------------------------------------- | 2 h/c |
| 14 Clases Prácticas ------------------------------------------------- | 40 h/c |

2 Evaluaciones ($1^{ra}$ PP conferencias 1-3 y $2^{da}$ PP Conferencias 4-8)

Evaluación Final Oral y escrita.

Los inicios de lo que hoy se conoce a nivel mundial como Investigación de Operaciones, se remontan al año 1759 cuando al economista Francois Quesnay empieza a utilizar modelos primitivos de Programación Matemática, mediante la construcción de modelos abstractos que ilustraban el flujo de mercancías a lo largo del proceso de producción y consumo.

No fue sino hasta la segunda guerra mundial que las diferentes técnicas de la Investigación de Operaciones comenzaron a tomar auge, cuando la confianza en la intuición comenzó a desvanecerse debido de modo alguno a la escasez de recursos. Para maximizar el rendimiento, era necesario asignar los recursos disponibles, de un modo efectivo a las diversas operaciones y actividades. Los dirigentes militares Británicos encargaron a científicos e ingenieros el análisis de varios problemas: despliegue de radares, manejo de operaciones de bombardeo, colocación de minas, etc. Las administraciones británicas y americanas fundaron grupos de trabajo, compuesto por gran número de científicos (matemáticos, estadísticos, físicos, biólogos y psicólogos), para hacer una distribución racional, más fiable que la dada por la intuición, de los medios con los que contaban. Los esfuerzos de este primer grupo de Investigación de Operaciones fueron decisivos en el resultado de la guerra.

Después de la guerra, estos éxitos atrajeron la atención de la industria, que quería solucionar nuevos problemas causado por el aumento de la complejidad de los procesos industriales y una mayor especialización en los mismos, lo que creaba una posible incompatibilidad de objetivo. Además podemos identificar al menos otros factores que contribuyeron al gran avance de está ciencia en ese período. De un lado las mejoras sustanciales que se obtenían al desarrollar y perfeccionar las técnicas de Investigación de Operaciones y de otro el desarrollo paralelo de los ordenadores, que aumentó de forma espectacular la capacidad de almacenamiento de datos y la velocidad de resolución de los problemas.

## Desarrollo

¿Cuáles son los elementos que intervienen en un proceso de toma de decisiones?

Ante que todo está la persona que toma la decisión que se llama: DECISOR que debe tener presente la meta que quiere alcanzar.

Decisiones alternativas: Son alternativas, curso de acción o estrategias de entre las cuales el que toma decisión debe elegir.

Estados de la naturaleza: Son las circunstancias o acciones externas que afectan el resultado de la decisión; pero que están fuera del control del decidor se le denomina también eventos y debe presentarse en términos mutuamente excluyentes.

Resultados: Puede expresarse en términos económicos (ganancia, costos, etc.) o en términos de alguna medida no monetaria como preferencia a escala de valoración.

Ambiente: Dominio que tiene el decidor sobre la posible ocurrencia de los estados de la naturaleza este pude concretarse en tres modalidades fundamentales.

## Clasificación de los Procesos de Decisión o Ambiente

Ambiente de incertidumbre: Se presenta cuando el conjunto de los posibles estados de la naturaleza es de carácter aleatorio; pero no se conoce la probabilidad de ocurrencia de cada uno de ellos

Ambiente de riesgo: Se presenta cuando el conjunto de los posibles estados de la naturaleza es de carácter aleatorio y se conoce la probabilidad de ocurrencia de cada uno de ellos.

Ambiente de certidumbre o certeza: Se presenta cuando el decidor conoce con precisión el estado de la naturaleza que va a presentarse.

Hay autores que incluyen un cuarto ambiente: Ambiente de conflicto suponiendo que en lugar de estados de la naturaleza hay un oponente, otros lo consideran un caso especial dentro de incertidumbre y riesgo, en algunas bibliografías es abordado bajo el tema Teoría de juego.

## Matriz de decisión

El análisis de matriz de decisión es aplicable a una amplia variedad de situaciones que involucran la toma de decisiones bajo riesgo y bajo incertidumbre, También es un elemento del campo de estudio llamado teoría estadística de decisiones.

Cuando debe hacerse una sola decisión y no una serie de decisiones, se puede usar una matriz de decisión o matriz de pagos. Por ejemplo, la matriz de pagos podría emplearse para decidir qué cantidad producir de determinado producto teniendo en cuentas las posibles demandas del mismo. No es raro que la matriz de pagos use un formato matricial, en que los renglones son los cursos de acción abiertos al tomador de decisiones y las columnas son los eventos posibles que pueden ocurrir. Los elementos de la matriz son las consecuencias de las combinaciones entre los cursos de acción y los eventos.

La tabla o matriz de pagos proporciona una estructura organizada para analizar situaciones probabilistas en las que se debe seleccionar una sola alternativa de decisión de un conjunto de alternativas. Por ejemplo, una decisión que se presenta con frecuencia en producción requiere seleccionar una sola máquina para compra, de entre varias máquinas posibles. Un gerente de comercialización debe seleccionar un plan para poner el precio de un producto, de entre varios planes. Un auditor debe decidir si contabilizar por completo ciertos registros o sólo tomar una muestra cuando realiza una auditoria. La matriz de pagos es muy útil para respaldar la toma de decisiones en situaciones como estas.

Muchos procesos de toma de decisiones pueden ser tratados por medio de matrices o tablas de decisión, en las que se representan los elementos característicos de estos problemas:

- Los diferentes estados que puede presentar la naturaleza: $e_1, e_2, ..., e_n$.
- Las acciones o alternativas entre las que seleccionará el decisor: $a_1, a_2, ..., a_m$.
- Las consecuencias o resultados $x_{ij}$ de la elección de la alternativa $a_i$ cuando la naturaleza presenta el estado $e_j$.

Se supone, por simplicidad, la existencia de un número finito de estados y alternativas. El formato general de una matriz de decisión es el siguiente:

| | Estados de la Naturaleza | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Alternativas | | $e_1$ | $e_2$ | . . . | $e_n$ |
| | $a_1$ | $x_{11}$ | $x_{12}$ | . . . | $x_{1n}$ |
| | $a_2$ | $x_{21}$ | $x_{22}$ | . . . | $x_{2n}$ |
| | . . . | . . . | . . . | . . . | . . . |
| | $a_m$ | $x_{m1}$ | $x_{m2}$ | . . . | $x_{mn}$ |

## Conclusiones

- En todo problema de decisión pueden distinguirse una serie de elementos característicos: el decisor, las alternativas o acciones, los posibles estados de la naturaleza, las consecuencias o resultados que se obtienen al seleccionar las diferentes alternativas bajo cada uno de los posibles estados de la naturaleza, la regla de decisión o criterio, que es la especificación de un procedimiento para identificar la mejor alternativa en un problema de decisión.

- Cuando debe hacerse una sola decisión y no una serie de decisiones, se puede usar una matriz de decisión o matriz de pagos, en las cuales a partir de un formato matricial se representa en los renglones las alternativas excluyentes abiertos al tomador de decisiones y las columnas son los eventos posibles que pueden ocurrir. Los elementos de la matriz son las consecuencias de las combinaciones entre los cursos de acción y los eventos.

- La tabla o matriz de pagos proporciona una estructura organizada para analizar situaciones probabilistas en las que se debe seleccionar una sola alternativa de decisión de un conjunto de alternativas.

## Estudio independiente

Resolver para la primera clase práctica los ejercicios propuestos 1 y 2 del capítulo 1, página 12 y 13 en el sitio:

ftp://10.22.1.5/Biblioteca%20Digital/OTROS%20DOCUMENTOS%20DIGITALES/CIENCIAS%20NATURALES%20Y%20EXACTAS/Matematica/invest.oper.1/INVESTIGACION DE OPERACIONES I.pdf

2. Realizar una búsqueda del surgimiento de la investigación de operaciones para la primera clase laboratorio y realizar un resumen de la misma en inglés.

## Bibliografía


[1] Nápoles, Omar y Céspedes, Nancy. "Laboratorio de ejercicios de Investigación de Operaciones", 2005. Cap1, pág 2-3.

[2] Gagher y Watson. "Métodos cuantitativos para la toma de decisiones en administración. Tomo 1", McGraw-Hill, 1982. Cap4, pág 65-67.

Bibliografía Digital en Internet

[3] http://www.monografias.com/trabajos12/decis/decis.zip. "La toma de decisión y su puesta en práctica".

[4] http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0191-03/intro.htm. "Teoría de la Decisión".

[5] http: //10.22.1.25/


Asignatura: Investigación de Operaciones I

Clase Práctica # 1

Especialidad: Contabilidad y Finanzas.

Tema #1: Elementos de Teoría de la decisión.

Asunto: Ejercicios de matriz de pagos para calcular, los distintos valores de acuerdo a las distintas alternativas y eventos de decisión.

Objetivo: Lograr que los estudiantes construyan la matriz de decisión, a partir de situaciones concretas y desarrollen habilidades en la realización del cálculo de valor esperado para la toma de decisiones.

## Introducción

Se comenzará la actividad docente dándole cumplimiento a los distintos aspectos fundamentales tales como:

- ✓ Cumplimentar la estrategia curricular relacionada con la Historia de Cuba mediante las efemérides del día así como el acontecer nacional e internacional, formando en los educandos su preparación política e ideológica. ( alrededor de cinco minutos)
- ✓ Revisión del estudio independiente.
- ✓ Recordarle a los estudiantes los aspectos más importantes de la conferencia anterior.

## Desarrollo

Se plantearán los siguientes ejercicios.

1. Una compañía diseñó un nuevo circuito integrado que le permitirá entrar al campo de las microcomputadoras si así lo desea.

De otra manera, puede vender sus derechos por $800000. Si elige construir computadoras, la rentabilidad de este proyecto depende de la habilidad de la compañía para comercializarlas durante el primer año. Tiene suficiente acceso a los distribuidores al menudeo como para garantizar la venta de 1000 computadores. Por otro lado, si tiene éxito puede llegar a vender hasta 10 000 máquinas. La compañía piensa que ambas alternativas de venta son igualmente probables y que cualquier otra puede ignorarse. El costo de instalar la línea de producción es $600000. La diferencia entre el precio de venta y el costo variable de cada computadora es de $600.

a. Desarrolle una formulación para el análisis de decisiones para este problema identificando las acciones, estados de la naturaleza y matriz de pago.

2. Suponga que UD. vende pepinos en el mercado. UD no sabe de antemano la cantidad de cajas que venderá mañana, pero debe decidir hoy cuántas tener en inventario mañana con el fin de maximizar las ganancias. Puede comprar la caja a $30 y venderla con un 10% de ganancia. Considere que los pepinos no tiene valor al otro día por su grado de madurez. Un análisis de las ventas anteriores proporciona la siguiente información:

| Cajas vendidas diarias | Probabilidad |
|---|---|
| 10 | 0.3 |
| 11 | 0.4 |
| 12 | 0.2 |
| 13 | 0.1 |

a. Desarrolle una formulación para el análisis de decisiones para este problema identificando las acciones, estados de la naturaleza y matriz de pago.

3. Una panadería vende a $ 7.00 cada pan elaborado y cuesta $ 3.00 prepararlo. El pan que no se vende se lleva al mostrador de descuento y se vende a $3.50. Aún a ese precio, la mitad del pan de la mesa de descuento no se vende y hay que tirarlo. El administrador de la panadería debe decidir cuántos panes preparar cada día. Formule una matriz de decisión para determinar la decisión óptima para el gerente, considere que históricamente, la demanda de pan se comporta como sigue:

| Demanda (decenas de panes) | Probabilidad |
|---|---|
| 3 | 0.1 |
| 4 | 0.4 |
| 5 | 0.4 |
| 6 | 0.1 |

a. Desarrolle una formulación para el análisis de decisiones para este problema identificando las acciones, estados de la naturaleza y matriz de pago.

4. La Dulcería la crema perteneciente a la empresa de comercio minorista confecciona diariamente su famoso kake. La empresa tiene planes de distribución con la población residente en el municipio de Las Tunas. El costo de elaboración de cada

unidad de kake es de seis pesos, ellos venden la unidad a un precio de diez pesos a los consumidores.

Al finalizar el día los kake que no se puedan vender lo conservan y son vendidos a un hogar de ancianos cercano al lugar por un valor de seis pesos la unidad.

Diga cuantas unidades se deben preparar en un día típico de trabajo.

Nota: La historia dice que la demanda de kake es una variable aleatoria con la siguiente función de probabilidad.

| Demanda en docenas | Probabilidades |
|---|---|
| 3 | 0.15 |
| 4 | 0.20 |
| 5 | 0.32 |
| 6 | 0.13 |
| 7 | 0.20 |

## Conclusiones

- En toda situación de decisión pueden distinguirse una serie de elementos característicos: el decisor, las alternativas o acciones, los posibles estados de la naturaleza, las consecuencias o resultados que se obtienen al seleccionar las diferentes alternativas bajo cada uno de los posibles estados de la naturaleza, la regla de decisión o criterio, que es la especificación de un procedimiento para identificar la mejor alternativa en un problema de decisión.
- Cuando se realiza una sola decisión y no una serie de decisiones, se puede usar una matriz de decisión o matriz de pagos, en las cuales a partir de un formato matricial se representa en los renglones las alternativas excluyentes abiertos al tomador de decisiones y las columnas son los eventos posibles que pueden ocurrir. Los elementos de la matriz son las consecuencias de las combinaciones entre los cursos de acción y los eventos.

## Estudio Independiente

La empresa Melissa se destaca en la fabricación de uniformes escolares, de acuerdo a la demanda actual, Melissa vende por lotes de 10000,15000, 20000 y 25000 uniformes semestralmente, la unidad de estos uniformes le cuesta a dicha empresa por valor \$10.00 y se conoce que por problemas industriales el 5% de la producción prevista presenta algún defecto por lo que se vuelve a procesar agregando un costo adicional de \$5.00 por cada uniforme. De acuerdo al comportamiento histórico de la entidad que usted le sugiere a Melissa párale semestre entrante.

| Lotes(Unidades por semestre) | Probabilidad |
|---|---|
| 10000 | 0.2 |
| 15000 | 0.4 |
| 20000 | 0.3 |
| 25000 | 0.3 |

## Bibliografía


[1] Nápoles, Omar y Céspedes, Nancy. “Laboratorio de ejercicios de Investigación de Operaciones”, 2005. Cap1, pág 2-3.

[2] Gagher y Watson. “Métodos cuantitativos para la toma de decisiones en administración. Tomo 1”, McGraw-Hill, 1982. Cap4, pág 65-67.

Bibliografía Digital en Internet

[3] http://www.monografias.com/trabajos12/decis/decis.zip. “La toma de decisión y su puesta en práctica”.

[4] http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0191-03/intro.htm. “Teoría de la Decisión”.

[5] http: //10.22.1.25/

Asignatura: Investigación de Operaciones I
Laboratorio # 1
Especialidad: Contabilidad y Finanzas.
Tema # 1: Elementos de Teoría de la decisión.
Asunto: Matriz de decisión. Toma de decisión con riesgo e incertidumbre. Planteamiento del problema y criterios a utilizar.
Objetivo: Lograr que los estudiantes logren desarrollar habilidades con la computación con el programa Excel, así le permitirá en un menor tiempo posible llegar ha alcanzar una solución mas precisa de los resultados así como lograr una mejor interpretación de los resultados.

## Introducción:

Se comenzará la actividad docente dándole cumplimiento a los distintos aspectos fundamentales tales como:

- ✓ Cumplimentar la estrategia curricular relacionada con la Historia de Cuba mediante las efemérides del día así como el acontecer nacional e internacional, formando en los educandos su preparación política e ideológica. ( alrededor de cinco minutos)
- ✓ Cumplimentar la estrategia curricular relacionada con la Computación aplicando los programas de computación Excel y Qmwin.
- ✓ Revisión del estudio independiente ( por parte del colaborador de la asignatura en el grupo)
- ✓ Se realizará la búsqueda de la plataforma interactiva Moodle la cuál permite una mayor interacción entre los alumnos y el profesor.

## Desarrollo

Cada estudiante demostrará en la clase las habilidades del Excel mediante la creación del trabajo independiente, el profesor orientará al estudiante a localizar la actividad docente en la plataforma interactiva Moodle, esto le permitirá al estudiante desarrollar los siguientes ejercicios aplicando el Excel y Qmwin, desarrollando así un conjunto de habilidades.

1. La unidad de producción del Municipio Colombia se dedica a la producción de embutidos, los embutidos se venden por lotes de 500 kilogramos, cada kilogramo de embutido tiene un precio de $1.50, y su costo de producción es valorado por la entidad por valor de $ 0.60. La producción va destinada el 60% a la canasta básica y el resto a los sectores sociales. La venta del producto sigue la siguiente distribución aleatoria.

| Ventas ( Lotes) | Probabilidad |
|---|---|
| 10 | 0.25 |
| 20 | 0.20 |
| 30 | 0.15 |
| 40 | 0.40 |

A) ¿Con el objetivo de optimizar los recursos qué usted le recomendaría a la Entidad bajo una situación de incertidumbre?

2. La Unidad de productos lácteos perteneciente a la industria alimenticia se dedica a la producción de yogurt de distintos sabores, esta Entidad produce diariamente entre 10000 y 12000 bolsas diariamente, cada unidad es vendida a $1.00 y su costo es de $ 0.40. La entidad desea optimizar sus recursos con vista a lograr mayores beneficios. La producción se representa históricamente de la siguiente manera.

| Cantidad de unidades producidas | Probabilidades |
|---|---|
| 10000 | 0.08 |
| 10500 | 0.13 |
| 11000 | 0.20 |
| 11500 | 0.25 |
| 12000 | 0.34 |

A) ¿Con el objetivo de optimizar los recursos qué usted le recomendaría a la Entidad bajo una situación de riesgo?

## Estudio Independiente

Realice en la computadora, el ejercicio ubicado en el plan de tareas de la plataforma Moodle aplicando el Excel y Qmwin.

1- La panadería la Fama perteneciente al municipio de Las Tunas elabora diariamente para los consumidores y el sector social entre 80000 y 140000 unidades de pan. El costo de cada centenar de pan tiene un valor de $3.00 y es vendido a los consumidores por valor de $ 5.00 la centena. La panadería desea alcanzar en cada venta diaria el óptimo que le permita mayores beneficios. La venta de pan diaria sigue una distribución aleatoria.

| Cantidad de unidades producidas | Probabilidades |
|---|---|
| 80000 | 0.20 |
| 100000 | 0.24 |
| 120000 | 0.30 |
| 140000 | 0.26 |

A) ¿Con el objetivo de optimizar los recursos qué usted le recomendaría a la Entidad?

## Conclusiones

Analizar con los estudiantes las principales dificultades detectadas en la clase Laboratorio.

## Bibliografía


[1] Nápoles, Omar y Céspedes, Nancy. “Laboratorio de ejercicios de Investigación de Operaciones”, 2005. Cap1, pág 3-12.

[2] Colectivo de Autores. “Introducción a la Investigación de Operaciones, Editorial Félix Varela, La Habana, 2005.Tomo 3, cap20, pág864-874.

[3] Gagher y Watson. “Métodos cuantitativos para la toma de decisiones en administración. Tomo 1”, McGraw-Hill, 1982. Cap4, pág 67-69.

Bibliografía Digital en Internet
[4] http://www.monografias.com/trabajos12/decis/decis.zip. "La toma de decisión y su puesta en práctica".
[5] http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0191-03/intro.htm. "Teoría de la Decisión".
[6] http: //10.22.1.25/

Asignatura: Investigación de Operaciones I
Prueba Parcial # 1
Especialidad: Contabilidad y Finanzas.
Tema # 1: Elementos de Teoría de la decisión.
Objetivo: Verificar si los alumnos son capaces de:
Resolver problemas económicos mediante el uso de la matriz de pago y los árboles de decisión.

**Desarrollo**

1. La unidad de producción la Crema perteneciente a la Empresa de Gastronomía elabora al día varios lotes de kake con el objetivo de satisfacer la demanda de cumpleaños. Los lotes de kake se componen por veinte unidades. Las unidades son vendidas a quince pesos y el costo tiene un valor de diez pesos.

La mitad de los lotes que no sean vendidos son destinados al Círculo Infantil Volodia sin obtener a cambio remuneración económica, la otra mitad se vende a $11.00, en un día se pueden solicitar 5; 6; 7; 8 lotes; pero se desconoce a la hora de la elaboración la cantidad especifica de lotes que se van a solicitar en el día, por cada unidad demandada no existente se hace un descuento $0,50 a la unidad productora.

a) Construya la matriz de pago.
b) Qué usted le recomendaría a la empresa aplicando el criterio de Hurwicz sí su coeficiente de optimismo se de 0.7.
c) Qué usted le recomendaría a la entidad aplicando el criterio de valor esperado bajo riesgo.

| Decisión bajo riesgo: Ejemplo | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Estados de la Naturaleza | | | |
| Alternativas | $e_1$ | $e_2$ | $e_3$ | $e_4$ |
| Probabilidades | 0.2 | 0.25 | 0.32 | 0.23 |

Respuestas

a)

| Alternativas | Estados de La naturaleza |
|---|---|
| $a_1$ Elaborar 5 lotes | $e_1$ Que se demanden 5 lotes |
| $a_2$ Elaborar 6 lotes | $e_2$ Que se demanden 6 lotes |
| $a_3$ Elaborar 7 lotes | $e_3$ Que se demanden 7 lotes |
| $a_4$ Elaborar 8 lotes | $e_4$ Que se demanden 8 lotes |

Cálculos

$xij = ingreso - \cos tos - descuento$

$x_{11} = 15 \cdot 100 - 10 \cdot 100 - 0 = 500$

$x_{12} = 15 \cdot 100 - 10 \cdot 100 - 20 \cdot 0{,}5 = 490$

$x_{13} = 15 \cdot 100 - 10 \cdot 100 - 40 \cdot 0{,}5 = 480$

$x_{14} = 15 \cdot 100 - 10 \cdot 100 - 60 \cdot 0{,}5 = 470$

$x_{21} = 15 \cdot 100 - 10 \cdot 120 - 0 = 300$

$x_{22} = 15 \cdot 120 - 10 \cdot 120 - 0 = 600$

$x_{23} = 15 \cdot 120 - 10 \cdot 120 - 20 \cdot 0{,}5 = 590$

$x_{24} = 15 \cdot 120 - 10 \cdot 120 - 40 \cdot 0{,}5 = 580$

$x_{31} = 15 \cdot 100 - 10 \cdot 140 - 0 = 100$

$x_{32} = 15 \cdot 120 - 10 \cdot 140 - 0 = 400$

$x_{33} = 15 \cdot 140 - 10 \cdot 140 - 0 = 700$

$x_{34} = 15 \cdot 140 - 10 \cdot 140 - 20 \cdot 0{,}5 = 690$

$x_{41} = 15 \cdot 100 - 10 \cdot 160 - 0 = -100$

$x_{42} = 15 \cdot 120 - 10 \cdot 160 - 0 = 200$

$x_{43} = 15 \cdot 140 - 10 \cdot 160 - 0 = 500$

$x_{44} = 15 \cdot 160 - 10 \cdot 160 = 800$

| **Alternativas** | **Estados de la Naturaleza** $e_1$ | $e_2$ | $e_3$ | $e_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $a_1$ | \$500 | \$490 | \$480 | \$470 |
| $a_2$ | \$300 | \$600 | \$590 | \$580 |
| $a_3$ | \$100 | \$400 | \$700 | \$690 |
| $a_4$ | \$(-100) | \$200 | \$500 | \$800 |

b) En el caso de Máximo se escoge la alternativa a la que le corresponda un mayor $H_i$,

| | | |
|---|---|---|
| $a_1$ | $H_1 = 0{,}7 \cdot 500 + 0{,}3 \cdot 470 = 491$ | |
| $a_2$ | $H_1 = 0{,}7 \cdot 600 + 0{,}3 \cdot 300 = 510$ | |
| $a_3$ | $H_1 = 0{,}7 \cdot 700 + 0{,}3 \cdot 100 = 520$ | |
| $a_4$ | $H_1 = 0{,}7 \cdot 800 + 0{,}3 \cdot (-100) = 530$ | **Decisión a tomar** |

R/ La alternativa óptima según el criterio del valor esperado sería $a_4$, pues proporciona el máximo de los valores esperados.

c) $E(a_1) = 0{,}20 \cdot 500 + 0{,}25 \cdot 490 + 0{,}32 \cdot 480 + 0{,}23 \cdot 470 = 484{,}20$

$E(a_2) = 0{,}20 \cdot 300 + 0{,}25 \cdot 600 + 0{,}32 \cdot 590 + 0{,}23 \cdot 580 = 532{,}20$ **Decisión a tomar**

$E(a_1) = 0{,}20 \cdot 100 + 0{,}25 \cdot 400 + 0{,}32 \cdot 700 + 0{,}23 \cdot 690 = 502{,}70$

$E(a_1) = 0{,}20 \cdot (-100) + 0{,}25 \cdot 200 + 0{,}32 \cdot 500 + 0{,}23 \cdot 800 = 374$

R/ La alternativa óptima según el criterio del valor esperado sería $a_2$, pues proporciona el máximo de los valores esperados.

2. Un grupo de especialista en proyecto está evaluando la posibilidad de construcción de una planta, la decisión a tomar debe tener en cuenta dos situaciones:

A) Se puede construir una planta grande o una pequeña.

B) Si se opta por construir inicialmente una planta pequeña debe considerarse la posibilidad de ampliar o no la planta si la circunstancia lo justifica.

Lo anterior debe estar en función del comportamiento de la demanda la cual no se conoce con exactitud, se ha decidido clasificarla en alta, media y baja.

Estimándose la probabilidad de ocurrencia en 0.4 ,0.2, 0.4 respectivamente. El grupo de especialista ha elaborado la siguiente información

2.1 Si se construye una planta grande cuyo costo se calcula en 10 mil millones de pesos, esta será adecuada para hacer frente a cualquiera demanda posible y no se considera la posibilidad de ampliación. Los ingresos estimados de acuerdo a los niveles de demanda son de 20 millones de pesos para una demanda alta y 15 millones para una demanda media y 10 millones para una demanda baja.

2.2 Si se decide construir una planta pequeña cuyo costo se calcula en 6 millones de pesos solo se considera la posibilidad de ampliación si la demanda se considera alta o media. Si la demanda es alta se puede seleccionar una ampliación grande con un costo estimado de 5 millones de pesos o una pequeña con un costo de 3 millones de pesos o no ampliar. Si se considera una ampliación grande para un nivel de demanda alta se estima que se podía obtener un ingreso de 19 millones de pesos, si la ampliación fuese pequeña se obtendría 18 millones de pesos y si se opta por no ampliar entonces en 10 millones de pesos. Si la demanda es media sólo se debe considerarse como alternativa una ampliación pequeña o no ampliar.

La ampliación genera un ingreso de 15 millones de pesos mientras la decisión de no ampliar genera 10 millones de pesos si la demanda es baja se calcula un ingreso de 10 millones de pesos.

En esta condición el grupo de proyecto debe determinar cual debe ser la mejor decisión a tomar si se quiere maximizar la ganancia.

2) Dibujo del árbol de decisión

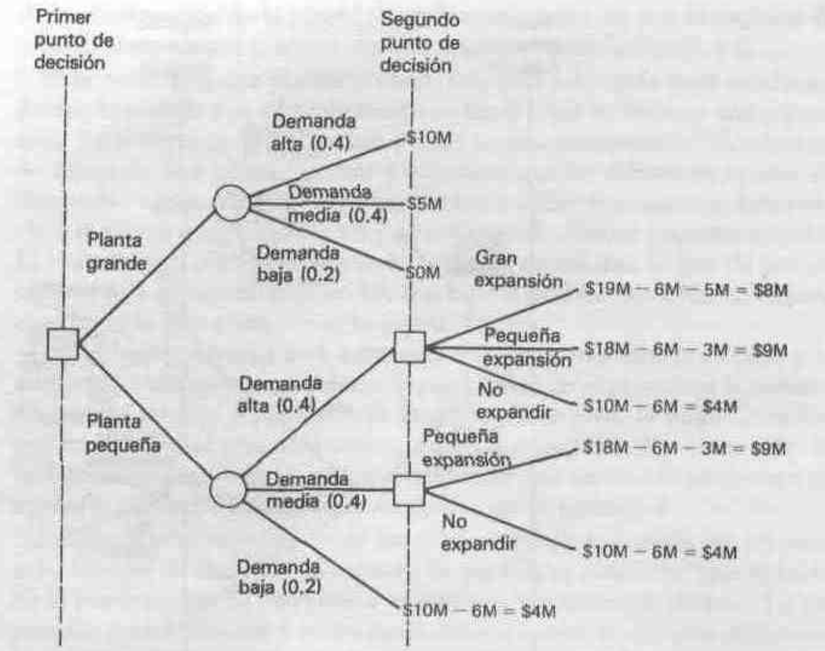



**FIGURA 4-9**
Consecuencias económicas de una planta pequeña.

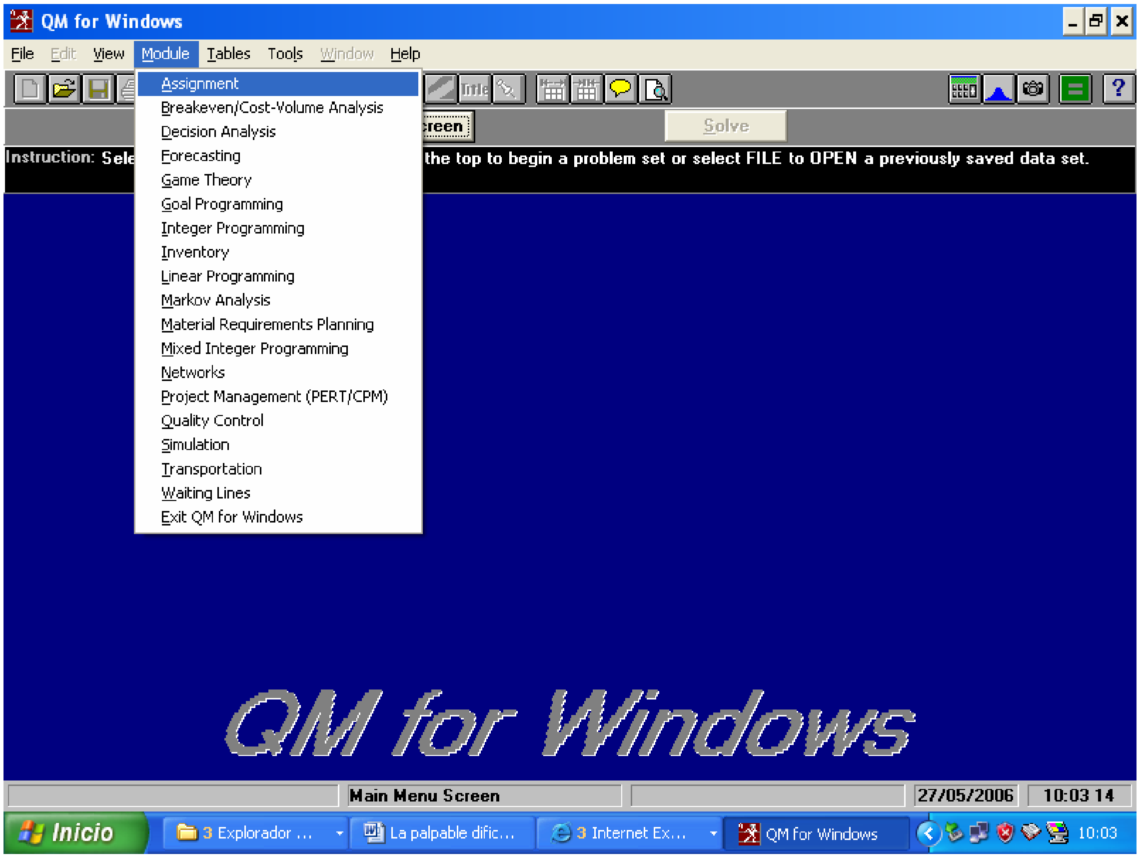
Respuesta

a) La mejor decisión es realizar una planta pequeña ya que nos reportaría 8 millones de pesos. Bajo una demanda alta a la empresa le conviene realizar una expansión pequeña al igual que con una demanda media.

**Anexo # 4  Plataforma Moodle de la Asignatura Investigación de Operaciones I**

**ANEXO # 5 Página Web de la Asignatura Investigación de Operaciones**

## ANEXO # 6 Software educativo Qmwin



**ANEXO # 7 Laboratorio de ejercicios de la asignatura Investigación de Operaciones I**

CAPITULO I

1. Elementos de teoría de la Decisión

El problema de la Decisión, motivado por la existencia de ciertos estados de ambigüedad que constan de proposiciones verdaderas (conocidas o desconocidas), es tan antiguo como la vida misma. Podemos afirmar que todos los seres vivientes, aún los más simples, se enfrentan con problemas de decisión. Así, un organismo unicelular asimila partículas de su medio ambiente, unas nutritivas y otras nocivas para él. Conforme aumenta la complejidad del ser vivo, aumenta también la complejidad de sus decisiones y la forma en que éstas se toman. Así, pasamos de una toma de decisiones guiada instintivamente, a procesos de toma de decisiones que deben estar guiados por un pensamiento racional en el ser humano. La Teoría de la Decisión tratará, por tanto, el estudio de los procesos de toma de decisiones desde una perspectiva racional.

**1.1. Características y Fases del Proceso de Decisión**

Un proceso de decisión presenta las siguientes características principales:

- Existen al menos dos posibles formas de actuar, que llamaremos alternativas o acciones, excluyentes entre sí, de manera que la actuación según una de ellas imposibilita cualquiera de las restantes.
- Mediante un proceso de decisión se elige una alternativa, que es la que se lleva a cabo.
- La elección de una alternativa ha de realizarse de modo que cumpla un fin determinado.
- El proceso de decisión consta de las siguientes fases fundamentales:
- Predicción de las consecuencias de cada actuación. Esta predicción deberá basarse en la experiencia y se obtiene por inducción sobre un conjunto de datos. La recopilación de este conjunto de datos y su utilización entran dentro del campo de la Estadística.
- Valoración de las consecuencias de acuerdo con una escala de bondad o deseabilidad. Esta escala de valor dará lugar a un sistema de preferencias.
- Elección de la alternativa mediante un criterio de decisión adecuado. Este punto lleva a su vez asociado el problema de elección del criterio más adecuado para nuestra decisión, cuestión que no siempre es fácil de resolver de un modo totalmente satisfactorio.

**1.1.1 Conceptos Básicos**

¿Cuáles son los elementos que intervienen en un proceso de toma de decisiones?

Ante que todo, está la persona que toma la decisión que se llama: DECISOR que debe tener presente la meta que quiere alcanzar.

Decisiones alternativas: Son alternativas, curso de acción o estrategias de entre las cuales el que toma decisión debe elegir.

Estados de la naturaleza: Son las circunstancias o acciones externas que afectan el resultado de la decisión; pero que están fuera del control del decidor se le denomina también eventos y debe presentarse en términos mutuamente excluyentes.

Resultados: Puede expresarse en términos económicos (ganancia, costos, etc.) o en términos de alguna medida no monetaria como preferencia a escala de valoración.

Ambiente: Dominio que tiene el decidor sobre la posible ocurrencia de los estados de la naturaleza este pude concretarse en tres modalidades fundamentales.

### 1.1.2 Clasificación de los Procesos de Decisión o Ambiente

Ambiente de incertidumbre: Se presenta cuando el conjunto de los posibles estados de la naturaleza es de carácter aleatorio; pero no se conoce la probabilidad de ocurrencia de cada uno de ellos

Ambiente de riesgo: Se presenta cuando el conjunto de los posibles estados de la naturaleza es de carácter aleatorio y se conoce la probabilidad de ocurrencia de cada uno de ellos.

Ambiente de certidumbre o certeza: Se presenta cuando el decidor conoce con precisión el estado de la naturaleza que va a presentarse.

Hay autores que incluyen un cuarto ambiente: Ambiente de conflicto suponiendo que en lugar de estados de la naturaleza hay un oponente, otros lo consideran un caso especial dentro de incertidumbre y riesgo, en algunas bibliografías es abordado bajo el tema **Teoría de juego.**

### 1.2 Matriz de decisión

El análisis de matriz de decisión es aplicable a una amplia variedad de situaciones que involucran la toma de decisiones bajo riesgo y bajo incertidumbre, También es un elemento del campo de estudio llamado teoría estadística de decisiones.

Cuando debe hacerse una sola decisión y no una serie de decisiones, se puede usar una matriz de decisión o matriz de pagos. Por ejemplo, la matriz de pagos podría emplearse para decidir qué cantidad producir de determinado producto teniendo en cuentas las posibles demandas del mismo. No es raro que la matriz de pagos use un formato matricial, en que los renglones son los cursos de acción abiertos al tomador de decisiones y las columnas son los eventos posibles que pueden ocurrir. Los elementos de la matriz son las consecuencias de las combinaciones entre los cursos de acción y los eventos.

La tabla o matriz de pagos proporciona una estructura organizada para analizar situaciones probabilistas en las que se debe seleccionar una sola alternativa de decisión de un conjunto de alternativas. Por ejemplo, una decisión que se presenta con frecuencia en producción requiere seleccionar una sola máquina para compra, de entre varias máquinas posibles. Un gerente de comercialización debe seleccionar un plan para poner el precio de un producto, de entre varios planes. Un auditor debe decidir si contabilizar por completo ciertos registros o sólo tomar una muestra cuando realiza una auditoria. La matriz de pagos es muy útil para respaldar la toma de decisiones en situaciones como estas.

| | **Estados de la Naturaleza** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Alternativas** | | $e_1$ | $e_2$ | **. . .** | $e_n$ |
| | $a_1$ | $x_{11}$ | $x_{12}$ | **. . .** | $x_{1n}$ |
| | $a_2$ | $x_{21}$ | $x_{22}$ | **. . .** | $x_{2n}$ |
| | **. . .** | **. . .** | **. . .** | **. . .** | **. . .** |
| | $a_m$ | $x_{m1}$ | $x_{m2}$ | **. . .** | $x_{mn}$ |

### 1.2.1 Ejercicio ilustrativo

La unidad de producción la Crema perteneciente a la Empresa de Gastronomía elabora al día varios lotes de kake con el objetivo de satisfacer la demanda de cumpleaños. Los lotes de kake se componen por veinte unidades. Las unidades son vendidas a quince pesos y el costo tiene un valor de diez pesos.

La mitad de los lotes que no sean vendidos son destinados al Círculo Infantil Volodia sin obtener a cambio remuneración económica, la otra mitad se vende a $11.00 Construya la matriz de pago, en un día se pueden solicitar 5; 6; 7; 8 lotes; pero se desconoce a la hora de la elaboración la cantidad especifica de lotes que se van a solicitar en el día, por cada unidad demandada no existente se hace un descuento $0,50 a la unidad productora

En este caso:

| Alternativas | Estados de La naturaleza |
|---|---|
| $a_1$ Elaborar 5 lotes | $e_1$ Que se demanden 5 lotes |
| $a_2$ Elaborar 6 lotes | $e_2$ Que se demanden 6 lotes |
| $a_3$ Elaborar 7 lotes | $e_3$ Que se demanden 7 lotes |
| $a_4$ Elaborar 8 lotes | $e_4$ Que se demanden 8 lotes |

Cálculos

$xij = ingreso - \cos tos - descuento$

$x_{11} = 15 \cdot 100 - 10 \cdot 100 - 0 = 500$

$x_{12} = 15 \cdot 100 - 10 \cdot 100 - 20 \cdot 0{,}5 = 490$

$x_{13} = 15 \cdot 100 - 10 \cdot 100 - 40 \cdot 0{,}5 = 480$

$x_{14} = 15 \cdot 100 - 10 \cdot 100 - 60 \cdot 0{,}5 = 470$

$x_{21} = 15 \cdot 100 - 10 \cdot 120 - 0 = 300$

$x_{22} = 15 \cdot 120 - 10 \cdot 120 - 0 = 600$

$x_{23} = 15 \cdot 120 - 10 \cdot 120 - 20 \cdot 0{,}5 = 590$

$x_{24} = 15 \cdot 120 - 10 \cdot 120 - 40 \cdot 0{,}5 = 580$

$x_{31} = 15 \cdot 100 - 10 \cdot 140 - 0 = 100$

$x_{32} = 15 \cdot 120 - 10 \cdot 140 - 0 = 400$

$x_{33} = 15 \cdot 140 - 10 \cdot 140 - 0 = 700$

$x_{34} = 15 \cdot 140 - 10 \cdot 140 - 20 \cdot 0{,}5 = 690$

$x_{41} = 15 \cdot 100 - 10 \cdot 160 - 0 = -100$

$x_{42} = 15 \cdot 120 - 10 \cdot 160 - 0 = 200$

$x_{43} = 15 \cdot 140 - 10 \cdot 160 - 0 = 500$

$x_{44} = 15 \cdot 160 - 10 \cdot 160 = 800$

| **Alternativas** | **Estados de la Naturaleza** | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $e_1$ | $e_2$ | $e_3$ | $e_4$ |
| $a_1$ | $500 | $490 | $480 | $470 |
| $a_2$ | $300 | $600 | $590 | $580 |
| $a_3$ | $100 | $400 | $700 | $690 |
| $a_4$ | $(-100) | $200 | $500 | $800 |

## 1.3 Toma de decisión con incertidumbre. Criterios a utilizar

En los procesos de decisión bajo incertidumbre, el decisor conoce cuáles son los posibles estados de la naturaleza, aunque no dispone de información alguna sobre cuál de ellos ocurrirá. En particular, esto excluye el conocimiento de la información de tipo probabilística sobre las posibilidades de ocurrencia de cada estado.

A continuación se describen las diferentes **reglas de decisión** en ambiente de incertidumbre, y que serán sucesivamente aplicadas al ejemplo de elaboración de Kake.

- Criterio de Wald (Pesimista, MaxMin o MinMax)
- Criterio Máximas (Optimista, MaxMax o MinMin)
- Criterio de Coeficiente de Optimismo (Hurwicz)
- Criterio de Pérdida de Oportunidad (Savage)
- Criterio de Igual Probabilidad (Laplace)

### 1.3.1 Criterio Pesimista (Wald)

Este criterio consiste en considerar que sea cual sea la alternativa tomada, siempre va a pasar lo peor, es decir el estado de la naturaleza que va a ocurrir es el que va a provocar el valor más pequeño si es un caso de máximo y el valor más grande si es un caso de mínimo, se tratará entonces de mejorar la situación tomando lo mejor de lo peor.

Matemáticamente esto se puede escribir de la siguiente manera.

$$\underset{J}{Max}\left(\underset{i}{Min}\, x_{ij}\right) \quad \text{en un caso de máximo}$$

$$\underset{J}{Min}\left(\underset{i}{Max}\, x_{ij}\right) \quad \text{en un caso de mínimo}$$

En el ejemplo citado se procedería de la siguiente manera:

| | | |
|---|---|---|
| $a_1$ | 470 | **Decisión a tomar** |
| $a_2$ | 300 | |
| $a_3$ | 100 | |
| $a_4$ | -100 | |

### 1.3.2 Criterio Optimista

Este criterio consiste en considerar que sea cual sea la alternativa tomada, siempre va a pasar lo mejor, es decir el estado de la naturaleza que va a ocurrir es el que va a provocar el valor más grande si es un caso de máximo y el valor más pequeño si es un caso de mínimo, se tratará entonces de escoger lo mejor de lo mejor.

Matemáticamente esto se puede escribir de la siguiente manera.

$$\underset{J}{Max}\left(\underset{i}{Max}\, x_{ij}\right) \quad \text{en un caso de máximo}$$

$$\underset{J}{Min}\left(\underset{i}{Min}\, x_{ij}\right) \quad \text{en un caso de mínimo}$$

En el ejemplo citado se procedería de la siguiente manera:

$a_1$ 500

$a_2$ 600

$a_3$ 700

$a_4$ 800 **Decisión a tomar**

### 1.3.3 Criterio de Herwicz

Este criterio parte de combinar ponderaciones de optimismo y pesimismo. Sugiere este autor la consideración de un coeficiente de optimismo denotado por $\alpha$ que puede tomar cualquier valor comprendido entre 0 y 1.

Puede considerarse que si $\alpha = 1$ significa completo optimismo y si $\alpha = 0$ es completo pesimismo los valores intermedios entre cero y uno denotan personas con diferentes coeficientes de optimismo.

| Caso de Máximo | Caso de Mínimo |
|---|---|
| $H_i = \alpha \underset{i}{Max}\, x_{ij} + (1-\alpha) \underset{i}{Min}\, x_{ij}$ | $H_i = \alpha \underset{i}{Min}\, x_{ij} + (1-\alpha) \underset{i}{Max}\, x_{ij}$ |

En el caso de Máximo se escoge la alternativa $a_i$ a la que le corresponda un mayor $H_i$,

En el caso de mínimo se escoge la alternativa $a_i$ a la que le corresponda un menor $H_i$,

| | | |
|---|---|---|
| $a_1$ | $H_1 = 0{,}7 \cdot 500 + 0{,}3 \cdot 470 = 491$ | |
| $a_2$ | $H_1 = 0{,}7 \cdot 600 + 0{,}3 \cdot 300 = 510$ | |
| $a_3$ | $H_1 = 0{,}7 \cdot 700 + 0{,}3 \cdot 100 = 520$ | |
| $a_4$ | $H_1 = 0{,}7 \cdot 800 + 0{,}3 \cdot (-100) = 530$ | **Decisión a tomar** |

### 1.3.4 Criterio de Estados Equiprobables (LAPLACE)

Este criterio, propuesto por Laplace en 1825, está basado en el principio de la razón insuficiente: como a priori no existe ninguna razón para suponer que un estado se puede presentar antes que los demás, podemos considerar que todos los estados tienen la misma probabilidad de ocurrencia, es decir, la ausencia de conocimiento sobre el estado de la naturaleza equivale a afirmar que todos los estados son equiprobables. Así, para un problema de decisión con **n** posibles estados de la naturaleza, asignaríamos probabilidad 1/n a cada uno de ellos.

Una vez realizada esta asignación de probabilidades, a la alternativa **$a_i$** le corresponderá un resultado esperado igual a:

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n} x_{ij}$$

La regla de Laplace selecciona como alternativa óptima aquella que proporciona un mayor resultado esperado:

$$\text{Elegir la alternativa } a_k \text{ tal que } \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n} x_{kj} = \max_{1 \le i \le m} \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n} x_{ij}$$

**Nota**: En caso de minino Laplace selecciona como alternativa óptima aquella que proporciona el menor resultado.

$a_1$ -------$\frac{500+490+480+470}{4} = 485$

$a_2$ -------$\frac{300+600+590+580}{4} = 517{,}5$ -------decisión a tomar

$a_3$ -------$\frac{100+400+700+690}{4} = 472{,}5$

$a_4$ -------$\frac{-100+200+500+800}{4} = 350$

### 1.3.5 Criterio de Pérdida de Oportunidad (Savage)

Savage argumenta que al utilizar los valores $x_{ij}$ para realizar la elección, el decisor compara el resultado de una alternativa bajo un estado de la naturaleza con todos los demás resultados, independientemente del estado de la naturaleza bajo el que ocurran. Sin embargo, el estado de la naturaleza no es controlable por el decisor, por lo que el resultado de una alternativa sólo debería ser comparado con los resultados de las demás alternativas bajo el mismo estado de la naturaleza.

Con este propósito Savage define el concepto de pérdida relativa o pérdida de oportunidad $r_{ij}$ asociada a un resultado $x_{ij}$ como la diferencia entre el resultado de la mejor alternativa dado que $e_j$ es el verdadero estado de la naturaleza y el resultado de la alternativa $a_i$ bajo el estado $e_j$:

$$r_{ij} = \max_{1 \le k \le m} \{x_{kj}\} - x_{ij}$$

Así, si el verdadero estado en que se presenta la naturaleza es $e_j$ y el decisor elige la alternativa $a_i$ que proporciona el máximo resultado $x_{ij}$, entonces no ha dejado de ganar nada, pero si elige otra alternativa cualquiera $a_r$, entonces obtendría como ganancia $x_{rj}$ y dejaría de ganar $x_{ij}$-$x_{rj}$.

Savage propone seleccionar la alternativa que proporcione la menor de las mayores pérdidas relativas, es decir, si se define $r_i$ como la mayor pérdida que puede obtenerse al seleccionar la alternativa $a_i$,

El criterio de Savage resulta ser el siguiente:

$$\rho_i = \max_{1 \le j \le n} \{r_{ij}\}$$

Conviene destacar que, como paso previo a la aplicación de este criterio, se debe calcular la matriz de pérdidas relativas, formada por los elementos $r_{ij}$. Cada columna de esta matriz se obtiene calculando la diferencia entre el valor máximo de esa columna y cada uno de los valores que aparecen en ella.

| | **Estados de la Naturaleza** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Alternativas** | | $e_1$ | $e_2$ | $e_3$ | $e_4$ |
| | $a_1$ | $0 | $110 | $220 | $330 |
| | $a_2$ | $200 | $0 | $110 | $220 |
| | $a_3$ | $100 | $200 | $0 | $110 |
| | $a_4$ | $600 | $400 | $200 | $0 |

| | | |
|---|---|---|
| $a_1$ | 330 | |
| $a_2$ | 220 | |
| $a_3$ | 200 | **Decisión a tomar** |
| $a_4$ | 600 | |

1.4 Toma de Decisión Bajo Riesgo. Criterios a utilizar.

Los procesos de decisión en ambiente de riesgo se caracterizan por el comportamiento de los estados de naturalezas ó eventos es del tipo probabilistico, probabilidades que son conocidas o pueden ser estimadas por el decisor antes del proceso de toma de decisiones.

Los diferentes criterios de decisión en ambiente de riesgo se basan en el comportamiento de los eventos a ocurrir asociados a la distribución de probabilidad de los resultados.

Representaremos por $p_j$ la probabilidad de ocurrencia del estado $e_j$.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| estado | $e_1$ | $e_2$ | . . . | $e_n$ |
| Probabilidad | $p_1$ | $p_2$ | . . . | $p_n$ |

Los principales criterios de decisión empleados sobre tablas de decisión en ambiente de riesgo son:

- Criterio del Valor Esperado
- Criterio del Nivel de Aspiración
- Criterio del Futuro más Probable
- Criterio de la Pérdida de Oportunidad Esperada

Todos estos criterios serán aplicados al problema de decisión bajo riesgo cuya tabla de resultados figura a continuación:

| Decisión bajo riesgo: Ejemplo | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Estados de la Naturaleza | | | |
| Alternativas | $e_1$ | $e_2$ | $e_3$ | $e_4$ |
| Probabilidades | 0.2 | 0.25 | 0.32 | 0.23 |
| $a_1$ | .500 | 490 | 480 | 470 |
| $a_2$ | 300 | 600 | 590 | 580 |
| $a_3$ | 100 | 400 | 700 | 690 |
| $a_4$ | -100 | 200 | 500 | 800 |

### 1.4.1Criterio del Valor Esperado (Bayes)

El resultado o **valor esperado** para la alternativa **a$_i$**, que notaremos $E(a_i)$

Viene dado por: $E(a_i) = \sum_{j=1}^{n} p_j x_{ij}$ .

Por lo que el **criterio del valor esperado** resulta ser:

**Elegir la alternativa** $a_i$ **tal que** $E(a_i) \geq E(a_k)$ para toda $1 \leq k \leq m$ en un caso de máximo.

**Elegir la alternativa** $a_i$ **tal que** $E(a_i) \leq E(a_k)$ para toda $1 \leq k \leq m$ en un caso de mínimo.

$E(a_1) = 0{,}20 \cdot 500 + 0{,}25 \cdot 490 + 0{,}32 \cdot 480 + 0{,}23 \cdot 470 = 484{,}20$

$E(a_2) = 0{,}20 \cdot 300 + 0{,}25 \cdot 600 + 0{,}32 \cdot 590 + 0{,}23 \cdot 580 = 532{,}20$ **Decisión a tomar**

$E(a_1) = 0{,}20 \cdot 100 + 0{,}25 \cdot 400 + 0{,}32 \cdot 700 + 0{,}23 \cdot 690 = 502{,}70$

$E(a_1) = 0{,}20 \cdot (-100) + 0{,}25 \cdot 200 + 0{,}32 \cdot 500 + 0{,}23 \cdot 800 = 374$

La alternativa óptima según el criterio del valor esperado sería $a_2$, pues proporciona el máximo de los valores esperados.

### 1.4.2 Criterio del Nivel de Aspiración

Se fija por el decisor un valor que significa el nivel de aspiración a obtener, luego se suman para cada alternativa las probabilidades correspondientes a cada pago que sea mayor o igual al nivel de aspiración fijado. Se selecciona la alternativa cuya suma de probabilidad sea la mayor.

Dado un nivel de aspiración prefijado (NA), el resultado para la alternativa $\mathbf{a_i}$, que notaremos $\mathbf{R\ (a_i)}$, viene dado por:

$$R(a_i) = \sum_{j=1}^{n} p_i \quad \textit{para } Xij >= NA$$

Por lo que el **criterio del Nivel de Aspiración** resulta ser:

$$\text{Elegir la alternativa } a_k \text{ tal que } R(a_k) = \max_{1 \leq i \leq m} R(a_i)$$

Partiendo del ejemplo ilustrativo de decisión bajo riesgo, la siguiente tabla muestra el resultado para cada una de las alternativas.

| **CRITERIO DEL NIVEL DE ASPIRACION (NA =550)** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | **Estados de la Naturaleza** | | | | |
| **Alternativas** | $\mathbf{e_1}$ | $\mathbf{e_2}$ | $\mathbf{e_3}$ | $\mathbf{e_4}$ | $\mathbf{R(a_i)}$ |
| $a_1$ | .500 | 490 | 480 | 470 | **0** |
| $a_2$ | 300 | 600 | 590 | 580 | **0,25+0,32+0,23=0,8** |
| $a_3$ | 100 | 400 | 700 | 690 | **0,32+0,23=0,55** |
| $a_4$ | -100 | 200 | 500 | 800 | **0.23** |
| **Probabilidades** | 0.2 | 0.25 | 0.32 | 0.23 | |

La alternativa óptima según el criterio del Nivel de Aspiración sería $a_2$, pues proporciona el máximo de la suma de las probabilidades correspondientes a los $x_{ij} \geq \mathrm{NA}$.

### 1.4.3 Criterio del Futuro más Probable (Máxima Probabilidad)

Se selecciona el mejor $x_{ij}$ a partir del estado más probable (n). Por lo que el **criterio del Futuro más Probable** resulta ser:

Elegir la alternativa $a_k$ tal que $Xk,n = max(Xj,n)$

**Ejemplo**

Partiendo del ejemplo ilustrativo de decisión bajo riesgo, la siguiente tabla muestra el resultado para cada una de las alternativas.

| **CRITERIO DEL FUTURO PROBABLE** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | **Estados de la Naturaleza** | | | | |
| **Alternativas** | **$e_1$** | **$e_2$** | **$e_3$** | **$e_4$** | **$e_3$** |
| $a_1$ | .500 | 490 | 480 | 470 | 480 |
| $a_2$ | 300 | 600 | 590 | 580 | 590 |
| $a_3$ | 100 | 400 | 700 | 690 | 700 **Decisión a tomar** |
| $a_4$ | -100 | 200 | 500 | 800 | 500 |
| **Probabilidades** | 0.2 | 0.25 | 0.32 | 0.23 | 0.32 |

La alternativa óptima según el criterio del Futuro más Probable sería $a_3$, pues proporciona el mayor valor $x_{ij}$ para el estado más probable $(e_3)$.

### 1.4.4 Criterio de la Pérdida de Oportunidad Esperada

Primeramente debe formarse la matriz con pérdida de oportunidad, para ello se escoge la mejor alternativa por evento (columnas) y se forma una nueva matriz restando el valor de esa mejor alternativa a las demás alternativas (elementos de la columna). Luego se aplica el mismo método del valor esperado, multiplicando cada valor $x_{ij}$ por el valor de probabilidad asociado. La matriz de pérdidas quedaría:

| Pérdida de Oportunidad Esperada | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Estados de la Naturaleza | | | | |
| **Alternativas** | **$e_1$** | **$e_2$** | **$e_3$** | **$e_4$** | |
| $a_1$ | \$0 | \$110 | \$220 | \$330 | |
| $a_2$ | \$200 | \$0 | \$110 | \$220 | **Decisión a tomar** |
| $a_3$ | \$100 | \$200 | \$0 | \$110 | |
| $a_4$ | \$600 | \$400 | \$200 | \$0 | |
| **Probabilidades** | 0.2 | 0.25 | 0.32 | 0.23 | |

$E(a_1) = 0{,}2 \cdot 0 + 0{,}25 \cdot 110 + 0{,}32 \cdot 220 + 0{,}23 \cdot 330 = 173{,}8$

$E(a_1) = 0{,}2 \cdot 300 + 0{,}25 \cdot 0 + 0{,}32 \cdot 110 + 0{,}23 \cdot 220 = 125{,}80$

$E(a_1) = 0{,}2 \cdot 100 + 0{,}25 \cdot 200 + 0{,}32 \cdot 0 + 0{,}23 \cdot 110 = 155{,}30$

$E(a_1) = 0{,}2 \cdot 600 + 0{,}25 \cdot 400 + 0{,}32 \cdot 200 + 0{,}23 \cdot 0 = 284$

La alternativa óptima según el criterio de la pérdida de oportunidad esperada sería $a_2$, pues proporciona la menor pérdida esperada.

### 1.4.5 Valor de la información perfecta

Se llama información perfecta a la información que dice exactamente lo que va a ocurrir esto es cuando se sabe exactamente el estado de la naturaleza que va a presentarse.

Si sabemos con exactitud el estado de la naturaleza que ocurrirá es fácil determinar la alternativa que debe elegirse pues, es evidente que en ese caso se elegirá la alternativa que proporcionará el mejor resultado. Consideremos la matriz de decisión del ejemplo expuesto y resuelto anteriormente. Recordemos que al aplicar el criterio del valor esperado se optó por seleccionar la alternativa $a_2$ para la cual el valor esperado era \$532.20 a esto llamamos valor esperado del proceso de toma de decisión y lo denotamos por **VE.**

En el caso de la ganancia esperada de la información perfecta se calcula mediante la siguiente expresión:

$$GEIP = \sum_{J=1}^{n} p_j R^* J$$

Donde:

$R^* J$ : Es el resultado máximo para el estado de la naturaleza $e_j$.

$p_j$ : Es la probabilidad del estado de la naturaleza $e_j$.

$GEIP = 0,20 \cdot 500 + 0,25 \cdot 600 + 0,32 \cdot 700 + 0,23 \cdot 800 = 658$

Si queremos saber ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar el decisor por obtener la información perfecta?

Entonces tendríamos que restar $GEIP - VE$.

En este caso sería $658 - 532,20 = 125,80$ es decir no se debe pagar más de 125,80 por saber cual estado de la naturaleza ocurrirá con precisión.

**1.5 Propuestas de ejercicios**

1- Una Pizzería prepara todos los días docenas de pizzas, cada pizza es vendida a cuatro pesos y cuesta su elaboración un peso. La que no se vende en el momento se le dista y se vende a dos pesos la mitad de las unidades.

a) La pizzería debe decidir cuántas docenas se deben elaborar en un día común.

b) Analice la alternativa correcta según el criterio de pérdida de oportunidad.

La producción de pizzas sigue la distribución siguiente:

| Docenas | Prob |
|---|---|
| 6 | 0.35 |
| 7 | 0.28 |
| 8 | 0.25 |
| 9 | 0.12 |

2. La empresa Estructuras Metálicas de Las Tunas se especializa en la fabricación de herrajes metálicos para la fabricación de obras de la Batalla de Ideas.

Los lotes que ordenan los clientes son de veinte unidades. Cada unidad es vendida a setenta y cinco pesos en moneda nacional y su costo de producción es de cincuenta pesos, aquellas unidades que no se logran vender por problemas de transportación se venden el 75% al siguiente mes con un precio de sesenta y cinco pesos.

a) construya la matriz de pago.

b) La empresa desea conocer que alternativa tomar de acuerdo al criterio de valor esperado y el optimista.

La distribución es la siguiente:

| Lotes | Prob |
|---|---|
| **4** | **0.30** |
| **5** | **0.27** |
| **6** | **0.22** |
| **7** | **0.21** |

3. El taller Frank País perteneciente a la empresa Sideromecánica produce juntas de ollas para cumplir con lo expuesto por nuestro Comandante.

Se producen lotes de 250 unidades, cada unidad es vendida a un peso y cuesta veinte y cinco centavos. Las unidades que no se logran vender ese día se venden al siguiente día con un precio de noventa centavos a Industrias Locales el otro 40% se le entregaran de forma gratuita a los que forman parte de la Seguridad Social .

a) Construya la matriz de pago.

b) El taller desea tomar la decisión correcta de acuerdo al criterio pesimista y el de valor esperado.

La distribución es la siguiente:

| Lotes | Prob |
|---|---|
| **5** | **0.40** |
| **6** | **0.25** |
| **7** | **0.15** |
| **8** | **0.12** |
| **9** | **0.08** |

4. La Empresa Cárnica de Las Tunas recibe diariamente lotes de mil libras de carne cerdo para el proceso de embutidos. Porcino vende cada libra a seis pesos y el costo por libra de carne es de tres pesos.

Las libras de carne que no se pueden venderse a la Cárnica por problemas de falta de energía eléctrica quedan para que el 60% se le vendan a Gastronomía a un precio de cinco pesos y el resto se destina a los comedores obreros de la Entidad.

a) Haga la matriz de pago.

b) Determina las distintas soluciones que tomaría la empresa bajo riesgo e incertidumbre, el coeficiente de optimismo es de 0.60.

La producción de carne de cerdo sigue la siguiente distribución.

| Lotes | Prob |
|---|---|
| 10 | 0.32 |
| 11 | 0.26 |
| 12 | 0.18 |
| 13 | 0.15 |
| 14 | 0.09 |

5. La Empresa de productos Lácteos recibe pedidos de 1200 bolsas de yogurt para el consumo interno, cada bolsa de yogurt se le vende a la población a $1.20 y el costo de producción es de $0.40 la unidad, las unidades que no se logran vender se reprocesan al día siguiente el 60% y se logran vender a un precio de un $1.00 la unidad, el resto se distribuye gratuitamente al círculo infantil más cercano.

a) Realice la matriz de pago.

b) Determine las distintas decisiones que tomaría la empresa bajo riesgo, si el nivel de aspiración es de $5100.

La distribución es la siguiente:

| Pedidos | Prob |
|---|---|
| 5 | 0.30 |
| 6 | 0.25 |
| 7 | 0.23 |
| 8 | 0.22 |

6. La Empresa Duralmet colabora con las obras de la Batalla de Ideas, produce órdenes de 500 ventanales para las distintas Instituciones educacionales, cada ventana tiene un costo de $25.00 y se logran vender a $42.00, aquellas que no son vendidas por problemas de tiempo de entrega se logran vender después un 80% a un precio de $38.00 y el resto se reprocesa.

a) Realice la matriz de pago.

b) Determine las distintas decisiones que tomaría la empresa bajo riesgo e incertidumbre, el coeficiente de pesimismo es de 0.30.

La producción de ventanales sigue la distribución siguiente.

| **Ordenes** | **Prob** |
|---|---|
| **10** | **0.42** |
| **11** | **0.26** |
| **12** | **0.12** |
| **13** | **0.11** |
| **14** | **0.09** |

7. La Empresa de materiales de la construcción cumple con la entrega de $m^3$ de gravilla para los planes de la vivienda. Los pedidos son de $1000m^3$ y cada $m^3$ de gravilla se vende a doce pesos y su costo es de siete presos, aquellos $m^3$ que no se venden por problemas de transportación se logra vender un 70% al mes siguiente por un valor de once pesos.

La producción de la cantera sigue la siguiente distribución.

| **Pedidos** | **Prob** |
|---|---|
| **5** | **0.38** |
| **6** | **0.21** |
| **7** | **0.24** |
| **8** | **0.17** |

a) Realice la matriz de pago

b) Determine las distintas decisiones que tomaría la empresa bajo riesgo si el nivel de aspiración es de $27000.00.

8. La tienda Caracol desea vender a fines de diciembre arbolitos de navidad, los árboles cuestan tres pesos con cincuenta centavos cada uno y se pueden ordenar solo en lotes de 100. Los árboles deben venderse en ocho pesos cada uno. Los que no se vendan no tienen valor alguno.

Las estimaciones sobre las ventas son las siguientes:

| Ventas | Prob |
|---|---|
| 100 | 0.3 |
| 200 | 0.3 |
| 300 | 0.4 |

a) Realice la matriz de pago.

b) Determine las distintas decisiones que tomaría la empresa bajo riesgo e incertidumbre, el coeficiente de pesimismo es de 0.45.

### 1.6 Árboles de decisión

Los árboles de decisión se usan en situaciones de toma de decisiones en las que se debe optimizar una serie de decisiones. Por ejemplo, la administración tendrá tal vez que seleccionar un plan de promoción inicial sabiendo que dentro de 6 meses será necesario un segundo plan. Una compañía de bienes raíces puede tener que decidir cuántos condominios construir en la primera fase de un proyecto sabiendo que se tendrán que tomar decisiones parecidas para la segunda y tercera fases. Con frecuencia se tiene que seleccionar un sistema de computación con base en necesidades anticipadas de equipo adicional para una fecha posterior.

Un concepto fundamental en las situaciones que involucran alternativas de decisión y eventos secuenciales es que deben identificarse todas esas alternativas y eventos y analizar de antemano, si se quiere optimizar la serie de decisiones. Con frecuencia el seleccionar lo que parece ser una decisión óptima en el primer punto de decisión, el poner en práctica esa decisión, el observar el resultado y después repetir el proceso en los puntos de decisión posteriores, no optimiza la serie completa de decisiones.

### 1.6.1 Componentes y estructura

Todos los árboles de decisión son parecidos a su estructura y tienen las mismas componentes. Para ser más específicos, siempre se requieren las siguientes cuatro componentes:

1. Alternativas de decisión en cada punto de decisión.
2. Eventos que pueden ocurrir como resultado de cada alternativa de decisión.
3. Probabilidades de que ocurran los eventos posibles como resultado de las decisiones.
4. Resultados (casi siempre expresados en términos económicos) de las posibles interacciones entre las alternativas de decisión y los eventos.

Los árboles de decisión están formados por:

- Nodos de decisión representados por □

Este nodo representa los puntos donde el que toma la una decisión debe elegir entre varias acciones posibles.

- Nodos de oportunidad o de eventos representado por ○

Este nodo indica aquellas partes del proceso de toma de decisiones en las que ocurre un evento o estado de la naturaleza.

- Ramas que se representan por líneas

Se utiliza para denotar las desiciones (ramas de decisión) a los estados de la naturaleza (ramas de oportunidad). En estas se reflejan las probabilidades de que ocurra un estado dado de la naturaleza.

1.6.2 Ejemplo ilustrativo

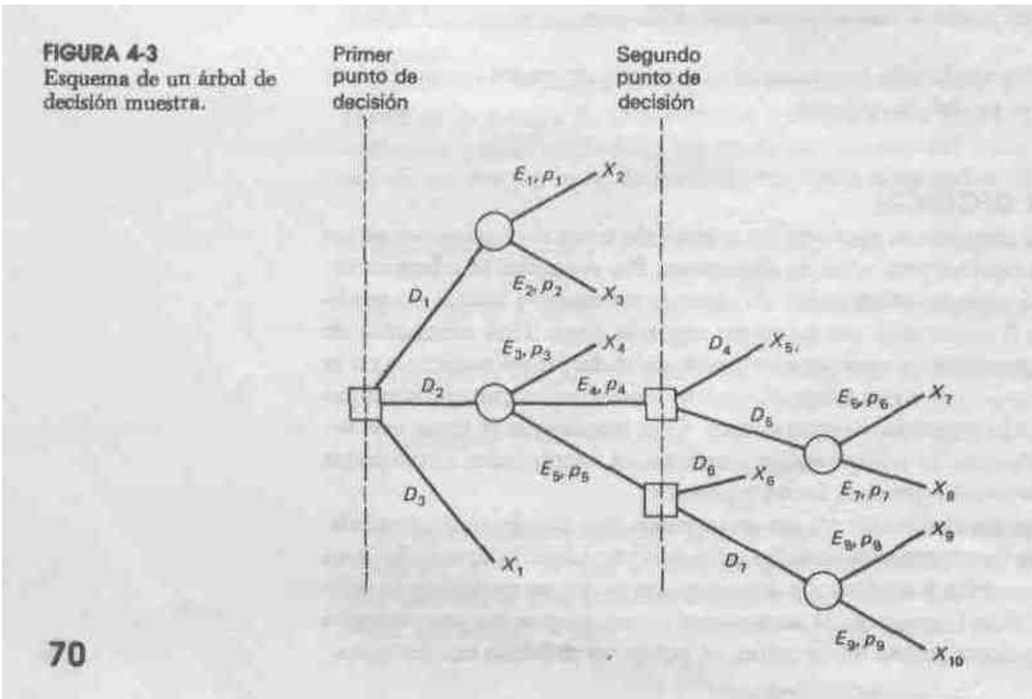



**FIGURA 4-3**
Esquema de un árbol de decisión muestra.

Estos datos se organizan mediante la estructura de un diagrama de árbol que ilustra las interacciones posibles entre las decisiones y los eventos. En la figura 4-3 se presenta el esquema de un árbol de decisión muestra. Inicialmente debe hacerse una decisión entre tres alternativas. Éstas se encuentran en el primer punto de decisión como $D_1, D_2, D_3$. Por claridad, todos los puntos de decisión se indican por cuadros □ como los que se observan en la figura 4-3.

Los eventos que pueden ocurrir como resultado del primer conjunto de decisiones son $E_1, E_2, E_3, E_4$ y $E_5$. Sus probabilidades respectivas están dadas por $p_1 ... p_5$. Nótese que si se selecciona $D_3$, el resultado se conoce con seguridad. Este resultado se muestra al final de la rama $D_3$ como $X$; Mientras que los puntos de decisión se muestran como cuadros, los nodos de los eventos se representan por círculos O.

Si ocurren los eventos $E_1, E_2$ y $E_3$, los resultados se conocen con certidumbre y no se requiere ninguna otra decisión. Estos resultados están dados por $X_2, X_3$ y $X_4$, respectivamente. Sin embargo, en respuesta a cualquiera de los eventos $E_4$ o $E_5$, la administración debe seleccionar otra alternativa en la serie de decisiones.

A partir del evento $E_4$, debe escogerse entre $D_4$ y $D_5$, mientras que $E_5$ lleva a una selección entre $D_6$ y $D_7$. En este ejemplo, todos los eventos están seguidos por un resultado o por otro punto de decisión, pero existen situaciones en que a los eventos siguen otros eventos.

Los eventos que pueden ocurrir como resultado de la decisión que se tomó en el segundo punto de decisión son $E_6, E_7, E_8$ y $E_9$. Éstos son eventos finales y llevan a los resultados $X_7, X_8, X_9$ y $X_{10}$. El resultado $X_5$ se obtiene directamente de la decisión $D_4$.

### 1.6.3 Análisis del Árbol de decisión

Se han ilustrado los componentes y la estructura de los árboles de decisión, pero ¿cómo se realiza el análisis? El análisis comienza a la extrema derecha del árbol de decisión y se mueve a través de los nodos de eventos y puntos de decisión hasta que se ha identificado una secuencia óptima de decisiones que comienza en el primer punto de decisión. Se usan las siguientes reglas:

1- En cada nodo de evento se hace un cálculo de valor esperado.

2- En cada punto de decisión se selecciona la alternativa con el valor esperado óptimo.

En la figura 4-4 se ilustra este procedimiento. El árbol de decisión muestra que se ha modificado y ahora da los resultados económicos y las probabilidades de los eventos. Se supondrá que el objetivo es maximizar la serie de decisiones. Comenzando el análisis de derecha a izquierda, primero se encuentran nodos de eventos que requieren cálculos del valor esperado. Se encuentra que al nodo del evento en la intersección de $E_6$ y $E_7$ le corresponde un valor esperado de $33 000. Esto es la consecuencia de sumar las multiplicaciones de los resultados posibles al tomar la decisión $D_5$ por sus probabilidades respectivas y representa el valor esperado asociado con la selección de la alternativa de decisión $D_5$.

En el nodo de evento para $E_8$ y $E_9$ hay un valor esperado de $35 000. Este valor esperado corresponde al hecho de escoger la alternativa de decisión $D_7$.

Continuando de derecha a izquierda se encuentran después los segundos puntos de decisión. Éstos requieren la selección de la alternativa de decisión con el mejor valor esperado y el rechazo de las otras opciones. En el punto de decisión para la intersección de $D_4$ y $D_5$ se selecciona la alternativa de decisión $D_4$, ya que $38 000 es un valor esperado más alto que $33 000. En este caso $38 000 es también un resultado cierto o seguro. La alternativa de decisión $D_5$ se ignora de aquí en adelante; esto se indica dibujando un par de líneas diagonales // que cortan esa rama del árbol de decisión. En el punto de decisión para $D_6$ y $D_7$, la alternativa de decisión $D_7$, que tiene un valor esperado de $35000, es mejor que $D_6$ tiene un valor esperado (cierto) de $15 000.

En consecuencia $D_6$ se elimina para el resto del análisis.

El siguiente paso requiere que se realicen más cálculos del valor esperado. En el nodo de evento para $E_1$ y $E_2$ se obtiene un valor esperado de $20 000. En el nodo de evento para $E_3, E_4$ y $E_5$ se tiene un valor esperado de $33 700. Debe tenerse cuidado en incluir los resultados correctos para los eventos $E_4$ y $E_5$. Nótese que sólo se usa el resultado asociado con la alternativa de decisión que se seleccionó previamente. En el caso de $E_4$, éste es  \$38 000 que se asoció con $D_4$; para $E_5$ es \$35 000 que se asoció con $D_7$. Una vez que se elimina una alternativa de decisión, ninguno de sus resultados posibles es relevante y no deben incluirse en el análisis.

Se ha trabajado hacia atrás hasta el primer punto de decisión. La alternativa de decisión $D_1$ ofrece un valor esperado de \$20 000. Tiene $D_2$ un valor esperado de \$33 700. Ofrece $D_3$  \$0 (por ejemplo, la alternativa de no hacer nada). Es obvio que, considerando parejas todas las demás circunstancias, la selección que debe hacerse es $D_2$; por lo tanto $D_1$ y $D_3$ se eliminan para las siguientes consideraciones.

Ahora es posible identificar el plan óptimo de acción. Se pone en práctica la alternativa de decisión $D_2$. Si ocurre el evento $E_4$, la administración deberá seguir con $D_4$. Si ocurre $E_5$, se deberá poner en práctica $D_7$. Este plan ofrece un valor esperado de

\$33 700.

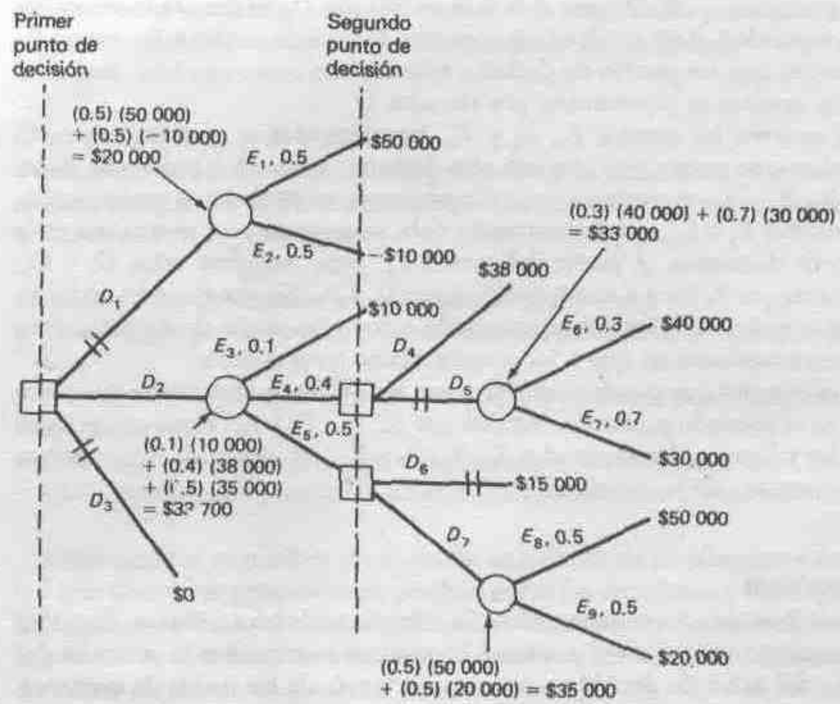



**FIGURA 4-4**
Análisis del árbol de decisión muestra.

## 1.6.4 Un árbol de decisión en lugar de una matriz de pagos

Puede surgir la idea de que un árbol de decisión se puede usar tanto en situaciones de toma de decisiones secuenciales como sencillas. En otras palabras, que un árbol de decisión se puede emplear en lugar de una matriz de pagos. Sin duda, este es el caso. El árbol de decisión en esta situación tendrá sólo un punto de decisión. Saliendo de ese punto se encontrarían las alternativas de decisión. Partiendo de cada alternativa se encontrarían los eventos. Los valores esperados se determinan para cada alternativa de decisión y con éstos se selecciona la decisión óptima.

El que se use una matriz de pagos o un árbol de decisión para una situación de una sola toma de decisiones es en esencia cuestión de preferencia personal. No obstante, la experiencia del autor es que la matriz de pagos, con su estructura más formal, es más fácil de manejar correctamente por los principiantes en estas aplicaciones.

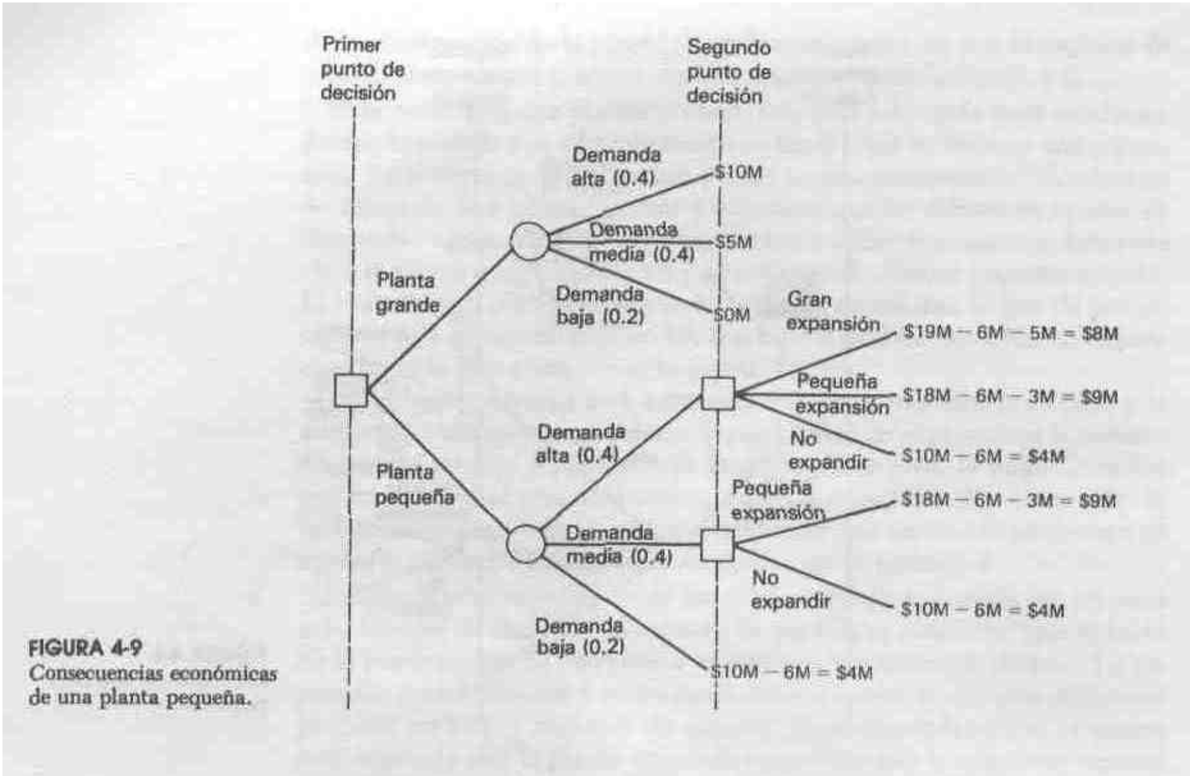



**FIGURA 4-9**
*Consecuencias económicas de una planta pequeña.*

1.6.5 Ejercicios propuestos

9. Un grupo de especialista en proyecto está evaluando la posibilidad de construcción de una planta, la decisión a tomar debe tener en cuenta dos situaciones:

C) Se puede construir una planta grande o una pequeña.

D) Si se opta por construir inicialmente una planta pequeña debe considerarse la posibilidad de ampliar o no la planta si la circunstancia lo justifica.

Lo anterior debe estar en función del comportamiento de la demanda la cual no se conoce con exactitud, se ha decidido clasificarla en alta, media y baja.

Estimándose la probabilidad de ocurrencia en 0.4 ,0.2, 0.4 respectivamente. El grupo de especialista ha elaborado la siguiente información

9.1 Si se construye una planta grande cuyo costo se calcula en 10 mil millones de pesos, esta será adecuada para hacer frente a cualquiera demanda posible y no se considera la posibilidad de ampliación. Los ingresos estimados de acuerdo a los niveles de demanda son de 20 millones de pesos para una demanda alta y 15 millones para una demanda media y 10 millones para una demanda baja.

9.2 Si se decide construir una planta pequeña cuyo costo se calcula en 6 millones de pesos solo se considera la posibilidad de ampliación si la demanda se considera alta o media. Si la demanda es alta se puede seleccionar una ampliación grande con un costo estimado de 5 millones de pesos o una pequeña con un costo de 3 millones de pesos o no ampliar. Si se considera una ampliación grande para un nivel de demanda alta se estima que se podía obtener un ingreso de 19 millones de pesos, si la ampliación fuese pequeña se obtendría 18 millones de pesos y si se opta por no ampliar entonces en 10 millones de pesos. Si la demanda es media sólo se debe considerarse como alternativa una ampliación pequeña o no ampliar.

La ampliación genera un ingreso de 15 millones de pesos mientras la decisión de no ampliar genera 10 millones de pesos si la demanda es baja se calcula un ingreso de 10 millones de pesos.

En esta condición el grupo de proyecto debe determinar cual debe ser la mejor decisión a tomar si se quiere maximizar la ganancia.

10. Algunas personas parecen tener toda la suerte del mundo. Debido a su mente sutil y a su encanto devastador, el gran Larry ha recibido tres propuestas de matrimonio durante la semana pasada. Después de decidir que es tiempo de sentar cabeza. Larry necesita ahora escoger a una de sus pretendientes. Como es una persona muy lógica, ha determinado que los atributos emocionales y físicos de las tres mujeres son más o menos los mismos y ha decidido escoger en base a sus recursos financieros. Parece que una de las solicitantes, Jenny, tiene un padre rico que sufre de artritis crónica.

Larry calcula una probabilidad de 0.3 de que el padre muera en los próximos años y les deje una herencia de $ 100000. Si el padre de Jenny vive una larga vida, Larry no recibirá un centavo de él. Susana, otra de las novias, es una contadora ambiciosa en una compañía con reputación. Larry estima una probabilidad de 0.6 de que Susana siga la carrera y una probabilidad de 0.4 de que la deje y se dedique a sus hijos. Si continua con su trabajo, ella podría seguir en la auditoria o cambiar al departamento de impuesto de la firma.

Al quedarse con la auditoría existe una probabilidad de 0.5 de que gane $40000 y una de 0.5 de que gane $ 30000.

Al tomar la opción del departamento de impuestos, hay 0.7 de posibilidades de que sus ingresos sean de $ 40000 y una posibilidad de 0.3 que sean de $ 25000 .Si termina su carrera para dedicarse a sus hijos ganara $ 20000 en un trabajo de tiempo parcial. Mary, la última competidora, sólo puede ofrecer a Larry su dote de $ 25000.

a) ¿Con quién deberá casarse Larry?

b) ¿Cuál es el riesgo involucrado en la secuencia óptima de decisiones?

CAPITULO II

## 2. Aspectos fundamentales de la Programación lineal

### 2.1 Introducción a la Programación lineal

La programación lineal es un método determinista de análisis para elegir la mejor entre muchas alternativas. Cuando esta mejor alternativa incluye un conjunto coordinado de actividades, se le puede llamar plan o programa. La palabra "programa" se usa comúnmente en el medio del entretenimiento en donde, por ejemplo, los conciertos tienen un programa o listado de la música que se va a tocar. No obstante, no limita el término a los aspectos de entretenimiento. Como se usa aquí, programar significa seleccionar la mejor combinación de actividades.

Con frecuencia, seleccionar una alternativa incluye satisfacer varios criterios al mismo tiempo. Por ejemplo, cuando se compra una pieza de pan se tiene el criterio de frescura, tamaño, tipo (blanco, de centeno u otro), costo y rebanado o sin rebanar. Se puede ir un paso más adelante y dividir estos criterios en dos categorías: restricciones y el objetivo. Las restricciones son las condiciones que debe satisfacer una solución que está bajo consideración. Si más de una alternativa satisface todas las restricciones, el objetivo se usa para seleccionar entre todas las alternativas factibles. Cuando se elige una pieza de pan, puede quererse una libra de pan blanco rebanado y hecho no antes del día anterior. Si varias marcas satisfacen estas restricciones, puede aplicarse el objetivo de un costo mínimo y escoger la más barata.

Existen muchos problemas administrativos que se ajustan a este molde de tratar de minimizar o maximizar un objetivo que está sujeto a una lista de restricciones. Un corredor de inversiones, por ejemplo, trata de maximizar el rendimiento sobre los fondos invertidos pero las posibles inversiones están restringidas por las leyes y las políticas bancadas. Un hospital debe planear que las comidas para los pacientes satisfagan ciertas restricciones sobre sabor, propiedades nutritivas, tipo y variedad, al mismo tiempo que se trata de minimizar el costo. Un fabricante, al planear la producción futura, busca un costo mínimo al mismo tiempo cómo cumplir restricciones sobre la demanda del producto, la capacidad de producción, los inventarios, el nivel de empleados y la tecnología. La programación lineal se ha aplicado con éxito a estos y otros problemas.

La programación lineal es una técnica determinista, no incluye probabilidades. El objetivo y cada una de las restricciones se deben expresar como una relación lineal, de ahí el nombre de programación lineal. Para las aplicaciones más reales es necesaria una computadora para resolver el problema.

A pesar de estas limitaciones, la programación lineal, (PL) es una de las técnicas más poderosas y útiles que se presentan en este texto.

El tema de programación lineal es muy extenso. Forma una de las ramas del campo de la programación matemática, como se muestra en la figura 7-1. En este capitulo se hace hincapié en la forma general del problema de programación lineal y en las aplicaciones más comunes. Se presenta el método gráfico de solución, que es aplicable en algunas situaciones limitadas, para ilustrar los conceptos de solución. Al avanzar en el estudio no debe perderse de vista que la meta siempre es la misma: seleccionar la mejor alternativa entre varías.

El problema de programación lineal tiene dos supuestos:

Supuesto 1: Las cantidades de insumos necesarios para una actividad y la efectividad de cada actividad (costo, ganancia). Siempre serán proporcionales al número de actividades, por ejemplo, supongamos que sembrar una ha de plátanos gasta 3 h/d, sembrar 2 gastará 6, sembrar3 gastará 9, sembrar $x_1$ gastará $3x_1$.

Supuesto 2: El supuesto de proporcionalidad solo no garantiza la linealidad.

Se requiere, además que las actividades sean aditivas, por ejemplo:

Sí sembrar $x_1$ ha de plátano gasta $3x_1$ h/d y sembrar $x_2$ ha de boniato gasta $4x_2$

H/d entonces, sembrar los 2 cultivos gastara $3x_1 + 4x_2$

### 2.1.1 Formulación del problema

### Construcción del modelo de programación lineal

El objetivo de este epígrafe consiste en exponer los pasos a seguir cuando se procede a expresar matemáticamente la situación que analizamos a través del modelo de programación lineal.

El procedimiento a seguir para la construcción del modelo puede resumirse en la forma siguiente:

Paso # 1: Definición de las variables de decisión.

Paso # 2: Construcción del sistema de restricciones.

Paso # 3: Construcción de la función objetivo.

A continuación procedemos a explicar cada un de estos pasos.

### Definición de las variables de decisión

Como hemos dicho la definición de las variables de decisión es el primer paso en la construcción de modelo de programación lineal. Cada variable de decisión se identifica con cada una de las actividades en que se descompone el problema. La definición de las variables de decisión tiene 2 etapas: Definición conceptual y definición dimensional.

### Definición conceptual

Es aquella que refiere la determinación de las variables, es decir que significa la variable en el contexto del problema.

Cuando se proceda a definir conceptualmente una variable debe tenerse presente el principio de unicidad. La unicidad puede ser de 3 tipos:

- ✓ Unicidad de origen.
- ✓ Unicidad de destino.
- ✓ Unicidad de tecnología.

Una misma actividad puede ser definida por diferentes variables en dependencia del criterio de unicidad.

### Definición dimensional

Una vez precisada la definición conceptual de una variable, es necesario pasar al aspecto cuantitativo de esta definición. Es decir a las unidades de medidas que van a utilizarse para operar con estas variables. No basta con definir una variable por su cualidad, sino que es también necesario expresar esa cualidad en ha, cab, $m^2$, ha, uds, kg, t.

### 2.1.2 Formulación de las restricciones

El sistema de ecuaciones y/o inecuaciones (1-2) junto con la condición (1-3) constituye las limitaciones que conforman el conjunto posible de decisiones a tomar ya que en la programación lineal se optimiza la función objetivo sujeta a restricciones que hay que respetar.

Cuando se va a construir una restricción, es conveniente seguir el procedimiento que se expone a continuación.

1. Cerciorarse del carácter limitado de la supuesta restricción y definir en caso de que ella realmente pueda clasificarse como tal:

-la dimensión física de la constante que se colocará en el término independiente ($b_i$).

-signo de la restricción.

Una disponibilidad máxima, con el signo ($\leq$)

Una cuota mínima a cumplir con el signo ($\geq$)

Un requerimiento exacto (=)

2. Analizar que variable o variables entran a formar parte de la restricción.

Una vez ubicadas las variables correspondientes y con la meta a cumplir, la condición de aditividad de todo modelo lineal es necesario definir como se definirá el cociente de conversión conocido por $a_{ij}$ que permitirá adaptar la dimensión de las variables de decisión a la restricción (dimensión de $b_i$ ).

No debe olvidarse nunca que la condición de no negatividad es una condición del modelo, por tanto, siempre es necesario escribirla.

### 2.1.3 Restricciones de no negatividad

La metodología de PL requiere que todas las variables sean positivas o cero, es decir, no negativas. Para la mayoría de los problemas esto es real no se desearía una solución que diga: prodúzcanse menos dos cajas o contrátense menos cuatro personas. De tener un problema en que se quiera que una variable sea negativa, existe una forma para que se cumplan las restricciones de no negatividad. Donde se cumple que:

$x_j \geq 0$ Ó $x_{ij} \geq 0$

### 2.1.4 La función objetivo

Mientras que no existe un límite en el número de restricciones que puede tener un problema de PL, sólo puede haber un objetivo. La forma matemática del objetivo se llama función objetivo. Debe llevar consigo el maximizar o minimizar alguna medida numérica. Podría ser maximizar el rendimiento, la ganancia, la contribución marginal o los contactos con los clientes. Podría ser minimizar el costo, el número de empleados o el material de desperdicio. Con frecuencia el objetivo es evidente al observar el problema.

Como el valor de la función objetivo no se conoce hasta que se resuelve el problema, se usa la letra Z para representarlo. La función objetivo tendrá, entonces, la forma:

$$Max\ Z = 4A + 6B$$

$$Min\ Z = 2A + 5B$$

### 2.1.5 Ejercicios Ilustrativos (Programación lineal)

1- Una fábrica realiza dos tipos de caramelo para la exportación, los del tipo A arrojan una utilidad en divisas de 40 cts, por caja y los del tipo B de 50 cts, por caja.

Los caramelos se elaboran en tres operaciones: mezclado, cocinado, empaquetado. La tabla siguiente muestra el tiempo en minutos necesarios para cada caja de caramelo en cada una de las tres operaciones de elaboración:

| Tipo de Caramelo | Mezclado | Cocinado | Empaquetado |
|---|---|---|---|
| A | 1 | 5 | 3 |
| B | 2 | 4 | 1 |

Durante cada tanda de producción el equipo de mezclado dispone de un máximo de 12 horas/máquinas, el de cocinado a lo sumo 30 horas/máquinas y empaquetado no más de 15 horas/máquinas.

Si todo este fondo de tiempo de máquina puede ser destinado para confeccionar ambos tipos de caramelos, determine cuántas cajas de cada tipo deben producirse a fin de maximizar su ganancia en divisas.

**Planteamiento del modelo**

i) Definición de las variables

$x_1$ : Cantidad de cajas de caramelos a producirse del tipo A

$x_2$ : Cantidad de cajas de caramelos a producirse del tipo B

ii) Sistema de restricciones

$$x_1 + 2x_2 \leq 720 \quad \text{Minutos disponibles en la actividad de mezclado.}$$
$$5x_1 + 4x_2 \leq 1800 \quad \text{Minutos disponibles en la actividad de cocinado.}$$
$$3x_1 + x_2 \leq 900 \quad \text{Minutos disponibles en la actividad de empaquetado.}$$
$$x_j \geq 0 \quad \text{Dado j} = 1,2.$$

iii) Función Objetivo

$$Máx\ Z = 40x_1 + 50x_2$$

2-Una empresa fabricante de muebles produce 4 modelos de sillas; cada silla pasa por el departamento de carpintería y luego por el departamento de terminado donde se barniza, tapiza, etc..., la cantidad de madera requerida en cada departamento es la siguiente:

| Tipos de sillas | Pies$^2$ de cedro | Pies$^2$ de pleybox | Ganancia |
|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 1 | 12 |
| 2 | 9 | 1 | 20 |
| 3 | 7 | 3 | 18 |
| 4 | 10 | 40 | 40 |

Debido a las limitaciones de capacidad de la planta, el dpto de carpintería dispone de 6 000 pies$^2$ de cedro y 4 000 pies$^2$ de pleybox.

Suponiendo que se dispone de cantidades suficientes de materias primas y que todas las sillas producidas pueden ser vendidas, la empresa desea determinar un plan óptimo de producción que maximice la utilidad esperada

**Planteamiento del modelo**

i) Definición de las variables

$x_1$ : Unidades de sillas del tipo 1 a fabricar.

$x_2$ : Unidades de sillas del tipo 2 a fabricar.

$x_3$ : Unidades de sillas del tipo 3 a fabricar.

$x_4$ : Unidades de sillas del tipo 4 a fabricar.

ii) Sistema de restricciones

$$4x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 10x_4 \leq 6000 \text{ Pies}^2 \text{de cedro disponibles.}$$
$$x_1 + x_2 + 3x_3 + 40x_4 \leq 4000 \text{ Pies}^2 \text{de pleybox disponibles.}$$
$$x_j \geq \quad 0 \text{ Dado j} = 1,2,3,4.$$

iii) Función Objetivo

$$máx \quad z = 12x_1 + 20x_2 + 18x_3 + 40x_4$$

3- Una empresa produce dos tipos de leche: Condensada y Evaporada. El proceso de producción de ambas leches consta de cuatro departamentos A, B, C y D.

En el Dpto. A, si sólo se procesa condensada la capacidad del mismo es de 500 ton diarias, si sólo se produce evaporada la capacidad es de 750 ton.

En el Dpto. B, las capacidades son de 600 y 650 ton respectivamente.

En el Dpto. C, sólo se procesa evaporada y su capacidad es de 550 ton.

En el Dpto. D, sólo se procesa condensada y su capacidad es de 450 ton.

La materia prima fundamental para la elaboración de ambas leches es la leche fresca como la reconstituida. El consumo de leche en una u otra forma es para la leche condensada y evaporada 1.1 y 1 ton por ton de producto terminado, la cantidad de leche disponible en la fábrica diariamente es de 605 ton.

La vitamina D se le adiciona a ambas leches en una proporción de 84 y 70 kg por ton de producto terminado, siendo la disponibilidad de 49 000 kg diarios.

La fuerza de trabajo necesaria es de 373 y 400 horas hombres por ton de producto terminado y la disponibilidad en horas es de 280 000.

El consumo de petróleo es de 10 litros/ton de producto terminado en ambos casos, su disponibilidad es de 6 500 litros diarios.

El producto terminado se vende al precio de 200 y 300 pesos la ton de condensada y evaporada respectivamente.

El problema consiste en encontrar el plan de producción de la empresa que maximice el valor del producto bruto.

**Planteamiento del modelo**

i) Definición de las variables

$x_1$ : Toneladas de leche condensada a producir.

$x_2$ : Toneladas de leche evaporada a producir.

ii) Sistema de restricciones

$$
\begin{array}{rrll}
\frac{x_1}{500} & + \frac{x_2}{750} \leq & 1 & \text{Capacidad disponible de leche departamento A.} \\
\frac{x_1}{600} & + \frac{x_2}{650} \leq & 1 & \text{Capacidad disponible de leche departamento B.} \\
 & x_2 \leq & 550 & \text{Capacidad disponible de leche evaporada en Dpto.C} \\
x_1 & \leq & 450 & \text{Capacidad disponible de leche condensada en Dpto.D} \\
1.1x_1 & + x_2 \leq & 605 & \text{Toneladas de leche fresca disponible.} \\
84x_1 & + 70x_2 \leq & 49000 & \text{Kilogramos disponible de Vitamina D} \\
373x_1 & + 400x_2 \leq & 280000 & \text{Horas - hombres disponibles.} \\
10x_1 & + 10x_2 \leq & 6500 & \text{Litros de petróleo disponibles.} \\
 & x_j \geq & 0 & \text{Dado j} = 1,2.
\end{array}
$$

iii) Función Objetivo

$$Máx\ Z = 200x_1 + 300x_2$$

4- Una fábrica produce tres productos, para lo cual dispone de todos los factores productivos necesarios en cantidades que son evidentemente limitadas. Sin embargo, supondremos que sus condiciones de producción, sólo presentan restricciones en cuanto a la capacidad productiva de 3 máquinas que designaremos por $M_1$, $M_2$ y $M_3$.

Además de las restricciones señaladas, la empresa debe regirse a las limitaciones que le presenta el plan, de tal manera que en el 1er producto puede producir a lo más 80 unidades, mientras que en el 2$^{do}$ y 3$^{ro}$ productos debe producir lo menos 40 y 50 unidades respectivamente.

Los coeficientes tecnológicos y las capacidades productivas de los factores limitantes, aparecen en la siguiente tabla:

| Máquinas | Producto 1 | Producto 2 | Producto 3 | Disponibilidad en horas |
|---|---|---|---|---|
| M1 | 1 | 4 | 3 | 360 |
| M2 | 3 | 2 | 5 | 480 |
| M3 | 1 | 4 | 2 | 320 |

Debe determinarse el plan de producción que optimice los ingresos de la fábrica, si los ingresos correspondientes a los productos 1, 2 y 3 son 10, 8 y 12 pesos respectivamente.

**Planteamiento del modelo**

i) Definición de variables

$x_1$ : Unidades de producto 1 a producir.

$x_2$ : Unidades de producto 2 a producir.

$x_3$ : Unidades de producto 3 a producir.

ii) Sistema de restricciones

$$
\begin{array}{rcl}
x_1 & \leq & 80 \text{ Unidades de A producidas.} \\
x_2 & \geq & 40 \text{ Unidades de B producidas.} \\
x_3 & \geq & 50 \text{ Unidades de C producidas.} \\
2x_1 + x_2 + x_3 & \leq & 360 \text{ Horas disponibles en la máquina 1} \\
3x_1 + 2x_2 + 4x_3 & \leq & 480 \text{ Horas disponibles en la máquina 2} \\
x_1 + 4x_2 + 2x_3 & \leq & 320 \text{ Horas disponibles en la máquina 3} \\
x_j & \geq & 0 \text{ Dado j} = 1,2,3.
\end{array}
$$

iii) Función Objetivo

$$Máx\ Z = 10x_1 + 8x_2 + 12x_3$$

5- Una industria desea determinar el programa óptimo para 3 mezclas distintas que han sido hechas con diferentes proporciones de maní, avellanas y nueces.

Las especificaciones de cada uno de ellos son: La mezcla I debe contener como mínimo 50% de maní y 25% de nueces cuando más; la libra de esta se vende a 0.50 centavos.

El segundo tipo debe contener el 25% de maní por lo menos y un 15% de nueces cuando más y se vende a 0.35 centavos la libra.

El tercer tipo no tiene especificaciones y se vende a 0.25 centavos la libra.

Sin embargo están restringidas a las cantidades de materias primas que puede conseguir el industrial. Los máximos por período son: 100 libras de maní, 100 de nueces y 60 de avellanas. Cada libra de maní cuesta \$0.65, la de nuez \$0.25 y \$0.35 la de avellana.

Se trata de determinar cuántas libras se deben preparar de cada mezcla de manera que se obtengan el máximo de utilidades posibles.

**Planteamiento del modelo**

i) Definición de variables

$x_{11}, x_{12}, x_{13}$ : Libras de maní a utilizar en la producción de las mezclas I, II, III.

$x_{21}, x_{22}, x_{23}$ : Libras de avellanas a utilizar en la producción de las mezclas I, II, III.

$x_{31}, x_{32}, x_{33}$ : Libras de nueces a utilizar en la producción de las mezclas I, II, III.

iii) Sistema de restricciones

$$\begin{aligned}
0.5(x_{11}+x_{21}+x_{31}) &\leq x_{11} && \text{Por ciento de maní en la mezcla I}\\
0.25(x_{11}+x_{21}+x_{31}) &\geq x_{31} && \text{Por ciento de nueces en la mezcla I}\\
0.25(x_{12}+x_{22}+x_{32}) &\leq x_{12} && \text{Por ciento de maní en la mezcla II}\\
0.15(x_{12}+x_{22}+x_{32}) &\geq x_{32} && \text{Por ciento de nueces en la mezcla II}\\
x_{11}+x_{12}+x_{13} &\leq 100 && \text{Libras de maní disponibles.}\\
x_{21}+x_{22}+x_{23} &\leq 60 && \text{Libras de avellanas disponibles.}\\
x_{31}+x_{32}+x_{33} &\leq 100 && \text{Libras de nueces disponibles}\\
x_{ij} &\geq 0 && \text{Dado i} = 1,2,3 \quad \text{j} = 1,2,3
\end{aligned}$$

iii) Función Objetivo.

$$\begin{aligned}
Máx = {} & 0.50(x_{11}+x_{21}+x_{31}) + 0.35(x_{12}+x_{22}+x_{32}) + 0.25(x_{13}+x_{23}+x_{33}) - 0.65(x_{11}+x_{12}+x_{13})\\
& - 0.35(x_{21}+x_{22}+x_{23}) - 0.25(x_{31}+x_{32}+x_{33})
\end{aligned}$$

6- Una fábrica produce dos tipos de enchufes para la exportación: El tipo A y el tipo B.

El tipo A arroja una ganancia neta en divisas de 0.40 por enchufe. El tipo B es de 0.30.

Cada enchufe del tipo A requiere el triple de tiempo de máquina que de el tipo B y si sólo se fabrica el tipo B habría tiempo de máquina suficiente (por día) para hacer 1 000 enchufes diarios.

El abastecimiento de materias primas es suficiente sólo para 800 enchufes al día (A y B combinados).

El tipo A requiere un aislador especial de cerámica del cual sólo disponemos de 400 cada día y el B otro del cual se cuenta con sólo 700 diarios.

Realice el planteamiento matemático.

**Planteamiento del modelo**

i) Definición de las variables

$x_1$ : Unidades de enchufes a producir diariamente del tipo A.

$x_2$ : Unidades de enchufes a producir diariamente del tipo B.

ii) Sistema de restricciones

$3x_1 + x_2 \leq 1000$ Unidades de enchufes a producir diariamente.

$x_1 + x_2 \leq 800$ Abastecimiento disponible de materia prima.

$x_1 \leq 400$ Aislador de cerámica disponibles para los enchufes del tipo A.

$x_2 \leq 700$ Aislador de cerámica disponibles para los enchufes del tipo B.

$x_j \geq 0$ Dado $j = 1,2$.

iii) Función Objetivo

$Máx\ Z = 0.4x_1 + 0.3x_2$

7- Un agricultor posee 100 hectáreas de terreno. Una parte del mismo se sembrará de patatas y otra de cereales y una tercera se dejará eventualmente sin plantar.

Se dispone de los siguientes datos:

| Restricciones | Patatas | Cereales | Total |
|---|---|---|---|
| Costo del cultivo por hectárea | $10.00 | $20.00 | $1100.00 |
| Jornal/ha | 1 | 4 | 160 |
| Ganancia neta en pesos / ha | $40.00 | $120.00 | - |

Plantee el modelo matemático que maximice la ganancia.

**Planteamiento del modelo**

i) Definición de las variables

$x_1$ : ha de patatas a sembrar.

$x_2$ : ha de cereales a sembrar.

$x_3$ : ha de reserva.

ii) Sistema de restricciones

$$x_1 + \quad x_2 + x_3 = 100 \text{ Héctareas de terreno disponibles.}$$
$$10x_1 + 20x_2 \quad \leq 1100 \text{ Costo total de cultivo por héctarea.}$$
$$x_1 + 4x_2 \quad \leq 160 \text{ Jornal total /ha.}$$
$$x_j \geq 0 \text{ Dado j} = 1,2.$$

iii) Función Objetivo

$$máx = 40\mathrm{x}_1 + 50x_2$$

8- Se desea distribuir cierta cantidad de productos desde tres fábricas hacia cuatro clientes fundamentales. La capacidad instalada de producción en las fábricas es de 150,80 y 40 toneladas respectivamente. Las demandas de los cuatro clientes es de 90, 70,50 y 60 toneladas respectivamente y los costos de transportación por unidad de producto aparecen a continuación. Los costos de transportación desde la fábrica 1 son de $ 7.21, 4.23, 5.31 y $8.69. Los costos de transportación desde la fábrica 2 son de $6.10, 3.45, 4.40 y 7.23.

Los costos de transportación desde la fábrica 3 son de $8.30, 5.54, 6.35 y $9.57.

**Planteamiento del modelo**

Nota: Este es el problema clásico de transporte.

i) Definición de las variables.

$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}$ : Toneladas transportadas desde la fábrica 1 hasta los clientes.

$x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}$ : Toneladas transportadas desde la fábrica 2 hasta los clientes.

$x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34}$ : Toneladas transportadas desde la fábrica 3 hasta los clientes.

ii) Sistema de restricciones

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 150 \text{ Toneladas almacenadas en la fábrica \#1}$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 40 \text{ Toneladas almacenadas en la fábrica \# 2}$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 80 \text{ Toneladas almacenadas en la fábrica\# 3}$$
$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 90 \text{ Toneladas demandadas por el cliente \#1}$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 70 \text{ Toneladas demandadas por el cliente \# 2}$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 50 \text{ Toneladas demandadas por el cliente \# 3}$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 60 \text{ Toneladas demandadas por el cliente \# 4}$$
$$x_{ij} \geq 0 \quad \text{Dado i} = 1,2,3. \quad \text{j} = 1,2,3,4.$$

iii) Función Objetivo

$$Min\ \mathrm{Z} = 7.21\mathrm{x}_{11} + 4.23x_{12} + 5.31x_{13} + 8.69x_{14} + 6.10x_{21}3.45x_{22} + 4.40x_{23} + 7.23x_{24}$$
$$8.30x_{31} + 5.54x_{32} + 6.35x_{33} + 9.57x_{34}$$

9- La fábrica de Ampolletas de vidrio recibe como demanda para su plan operativo mensual (30 días de 8 horas) las siguientes cantidades del producto:

$$\text{Ampulas de 5cc} = 120000 \text{ unidades}$$
$$\text{Ampulas de 15 cc} = 50000 \text{ unidades}$$
$$\text{Bacilos} = 100000 \text{ unidades}$$
$$\text{Goteros} = 50000 \text{ unidades}$$
$$\text{Frascos de 20 cc} = 100000 \text{ unidades}$$

No existen dificultades en cuanto a la tubería de vidrio a utilizar ya que las cantidades existentes están por encima de las necesidades posibles.

La fábrica cuenta con tres máquinas para producir ampulas y otras dos para bacilos, goteros y frascos.

Un horno de temple y un departamento de empaquetado.

Los coeficientes de productividad son los siguientes en unidades por minuto máquina.

$$\text{Ampulas de 5cc} --- 60 \text{ unidades}$$
$$\text{Ampulas de 10cc} --- 45 \text{ unidades}$$
$$\text{Ampulas de 15cc} --- 40 \text{ unidades}$$
$$\text{Bacilos} --- 40 \text{ unidades}$$
$$\text{Goteros} --- 38 \text{ unidades}$$
$$\text{Frascos de 20cc} --- 52 \text{ unidades}$$

La capacidad del horno es de 10 bandejas y el tiempo de permanencia de cada una es de una hora.

La bandeja puede contener 5 000 ampulas de 5 cc ó 2 500 ampulas de 10 cc ó 2 000 ampulas de 15 cc ó 1 500 bacilos ó 4 000 goteros ó 2 000 frascos de 20 cc ó las correspondientes combinaciones.

El departamento de empaquetado cuenta con 50 obreros.

En una hora de trabajo se pueden empaquetar 2 000 ampulas de 5 cc ó 1 200 ampulas de 10 cc 1000 ampulas de 15 cc ó 1 800 goteros ó 1 600 bacilos ó 2 000 frascos de 20 cc por cada obrero.

Los beneficios a obtener por cada 100 unidades son de $1.25, 1.75, 2.00, 1.50, 1.50, 1.20 para las ampulas de 5 cc, 10 cc, 15 cc, bacilos, goteros y frascos de 20 cc respectivamente.

Maximizar los beneficios.

**Planteamiento del modelo**

i) Definición de las variables

$x_1$ : Unidades de ampulas de 5cc a producir.

$x_2$ : Unidades de ampulas de 10cc a producir.

$x_3$ : Unidades de ampulas de 15cc a producir.

$x_4$ : Unidades de bacilos a producir .

$x_5$ : Unidades de goteros a producir.

$x_6$ : Unidades de frascos de 20cc a produccir.

iii) Sistema de restricciones

$$\frac{x_1}{60} + \frac{x_2}{45} + \frac{x_3}{40} \leq 43200$$

$$\frac{x_4}{40} + \frac{x_5}{38} + \frac{x_6}{52} \leq 28800$$

$$\frac{x_1}{5000} + \frac{x_2}{2500} + \frac{x_3}{2000} + \frac{x_4}{1500} + \frac{x_5}{4000} + \frac{x_6}{2000} \leq 2400$$

$$\frac{x_1}{2000} + \frac{x_2}{1200} + \frac{x_3}{1000} + \frac{x_4}{1800} + \frac{x_5}{1600} + \frac{x_6}{2000} \leq 12000$$

$$x_1 \leq 120000$$

$$x_2 \leq 250000$$

$$x_3 \leq 50000$$

$$x_4 \leq 100000$$

$$x_5 \leq 50000$$

$$x_6 \leq 100000$$

$$x_j \geq 0 \quad \text{Dado j} = 1...,6.$$

iii) Función Objetivo

$$Máx\ Z = 0.0125x_1 + 0.0175x_2 + 0.02x_3 + 0.015x_4 + 0.015x_5$$

**Nota**: Identifique cada una de las restricciones.

10- Se hace un pedido a una papelería de 800 rollos de papel de 30 pulgadas de ancho, 500 rollos de 45 pulgadas de ancho y 1 000 de 56 pulgadas de ancho.

Si la papelería tiene rollos de 108 pulgadas de ancho. ¿Cómo deben cortarse los rollos para surtir el pedido con el mínimo de desperdicios de papel?

**Planteamiento del modelo**

i) Definición de las variables

Nota: Es este un problema de corte (son necesarias las combinaciones de corte)

| Combinaciones posibles | | | Desperdicios |
|---|---|---|---|
| $x_1$ : | $3(30)$ | $=90$ | 18 pulg. |
| $x_2$ : | $2(45)$ | $=90$ | 18 pulg. |
| $x_3$ : | $2(30)+1(45)$ | $=105$ | 3 pulg. |
| $x_4$ : | $1(45)+1(56)$ | $=101$ | 7 pulg. |
| $x_5$ : | $1(30)+1(56)$ | $=86$ | 22 pulg. |

ii) Sistema de restricciones

$3x_1 + 2x_3 + x_5 = 800$ Rollos de papel disponibes de 30 pulgadas de ancho.

$2x_2 + x_3 + x_4 = 500$ Rollos de papel disponibes de 45 pulgadas de ancho.

$x_4 + x_5 = 1000$ Rollos de papel disponibles de 56 pulgadas de ancho.

iii) Función Objetivo

$$Min\ Z = 18x_1 + 18x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 22x_5$$

11- La sección avícola de la empresa agropecuaria de Las Tunas necesita conocer para sus planes futuros de producción de aves al más bajo costo posible el tipo de pienso o alimento balanceado que deberá dar a su ganado avícola.

La sub-sección de estudios dietéticos informa que en los actuales momentos los productos que pueden conseguirse para la elaboración del pienso son los siguientes: Cáscara de arroz, maíz, harina de pescado, harina de soya y cebada.

La propia sección dietética informa que cualquier combinación de alimentación deberá contener un 22% de proteína y un 16% de grasas, estas cantidades serán las mínimas que permiten garantizar un adecuado crecimiento de las aves. A continuación se detallan los porcentajes que contienen de proteína y grasa cada uno de los productos enumerados, así como el costo por quintal de cada uno:

El departamento económico de la empresa solicita su cooperación brindando la anterior información. A fin de que usted le asesore la mejor combinación, completando los requerimientos mínimos que se planteen permita el menor costo posible.

| Producto | Proteína | grasa | Costo/quintal |
|---|---|---|---|
| Cáscara de arroz | 25% | 10% | 2.40 |
| Maíz | 18% | 20% | 2.80 |
| Harina de Pescado | 40% | 5% | 3.60 |
| Harina de soya | 30% | 40% | 4.40 |
| Cebada | 26% | 32% | 4.00 |

**Planteamiento del modelo (Problema de dieta)**

i) Definición de las variables

$x_1$ : % de cáscara de arroz que debe contener el alimento.

$x_2$ : % de maíz que debe contener el alimento.

$x_3$ : % de harina de pescado que debe contener el alimento.

$x_4$ : % de harina de soya que debe contener el alimento.

$x_5$ : % de cebada que debe contener el alimento.

ii) Sistema de restricciones

$0.25x_1 + 0.18x_2 + 0.40x_3 + 0.30x_4 + 0.26x_5 \geq 0.22$ Por ciento de proteína en el alimento.

$0.10x_1 + 0.20x_2 + 0.05x_3 + 0.40x_4 + 0.32x_5 \geq 0.16$ Por ciento de grasas en el alimento.

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1$ Frecuencia total

$x_j \geq 0$ Dado $j = 1,....,5$

iii) Función Objetivo

$$Min\ Z = 2.4x_1 + 2.8x_2 + 3.6x_3 + 4.4x_4 + 4x_5$$

12- En la granja avícola hay en cierto momento 1 000 gallinas y 3 200 huevos. Durante un período cualquiera una gallina puede ser dedicada a empollar 4 huevos o poner 6 huevos.

El administrador de la granja desea usar las gallinas y los huevos durante un sólo período y venderlos todos al final del período.

Si los huevos se venden a 0.06 y las gallinas a 0.85. ¿Cómo podría emplear las gallinas en el período para maximizar su ingreso?

**Planteamiento del modelo**

i) Definición de las variables

$x_1$ : Gallinas ha empollar.

$x_2$ : Gallinas a poner.

ii) Sistema de restricciones

$$
\begin{aligned}
x_1 + x_2 &= 1000 \text{ Total de gallinas disponibles.} \\
4x_1 \quad &\leq 3200 \text{ Total de huevos disponibles.} \\
x_j &\geq 0 \quad \text{Dado j} = 1,2.
\end{aligned}
$$

iii) Función Objetivo

$$\textit{Máx } Z = 0.85x_1 + 0.85x_2 + (0.85)(4x_1) + (0.06)(3200 - 4x_1) + (0.06)(6x_2)$$

13- Supongamos que se cuenta con dos alimentos, pan y queso, cada uno de ellos contiene calorías y proteínas en diversas proporciones:

- Un Kg. de pan contiene 2 000 calorías y 50 grs. de proteínas.
- Un Kg. de queso contiene 4 000 calorías y 200 grs. de proteína.

Supongamos que una dieta normal requiere cuando menos 6 000 calorías y 200 grs. de proteína diariamente.

Por lo tanto si el Kg. de pan cuesta 0.06 cts y 0.21 el queso. ¿Qué cantidades de pan y queso debemos comprar para satisfacer los requerimientos de la dieta normal, gastando la menos cantidad de dinero?

**Planteamiento del modelo**

i) Definición de las variables

$x_1$ : Unidades de pan a comprar.

$x_2$ : Unidades de queso a comprar.

ii) Sistema de restricciones

$$
\begin{aligned}
2000x_1 + 4000x_2 &\geq 6000 \text{ Calorías disponible en el pan y el queso.} \\
50x_1 + \ \ 200x_2 &\geq \ \ 200 \text{ Proteínas disponibles en el pan y en el queso.} \\
x_j &\geq \quad 0 \text{ Dado j} = 1,2.
\end{aligned}
$$

iii) Función Objetivo

$$\text{Min } Z = 0.06x_1 + 0.21x_2$$

14- La empresa de transporte dispone de $400 000.00 para la compra de nuevos equipos, y está considerando tres tipos de vehículos.

El vehículo A puede transportar 10 ton y se espera que promedie 35 millas por hora, su costo es de $8 000.00.

El vehículo B tiene una capacidad de 20 ton y se espera que promedie 30 millas por hora, su costo es de $13 000.00.

El vehículo C es un modelo modificado del B, tiene su sitio para que duerma el chofer, lo cual reduce su capacidad a 18 ton y eleva su costo a $15 000.00.

El vehículo A requiere una tripulación de un hombre por turno y si se opera durante dos turnos por día puede trabajar un promedio de 18 horas por día.

Los vehículos B y C requieren una tripulación de 2 hombres por turno c/uno, pero mientras que B puede trabajar 18 horas por día en dos turnos, C puede promediar a 21 horas diarias en dos turnos.

La empresa dispone de 150 chóferes al día y tendrá muchas dificultades para obtener tripulaciones adicionales. Las facilidades de mantenimiento son tales que el número total de vehículos no puede exceder de 30.

La empresa quiere que usted la asesore en el planteamiento del problema que resuelva ¿Cuántos vehículos de cada tipo deberán comprarse, si se desea hacer máxima su capacidad por día?

**Planteamiento del modelo**

i) Definición de las variables

$x_1$ : Cantidad de vehículos del tipo A a comprarse.

$x_2$ : Cantidad de vehículos del tipo B a comprarse.

$x_3$ : Cantidad de vehículos del tipo C a comprarse.

ii) Sistema de restricciones

$$\begin{array}{rrrrrl}
8000x_1 + & 13000x_2 + & 15000x_3 & \leq & 400000 & \text{Pesos disponibles para la compra.} \\
2x_1 + & 4x_2 + & 4x_3 & \leq & 150 & \text{Cantidad de chóferes disponibles.} \\
x_1 + & x_2 + & x_3 & \leq & 30 & \text{Disponibilidad de vehículos.} \\
 & & x_j & \geq & 0 & \text{Dado j} = 1,2,3.
\end{array}$$

| Tipo de vehículo | T | Millas | h/días |
|---|---|---|---|
| A | 10 | 35 | 18 |
| B | 20 | 30 | 18 |
| C | 18 | 30 | 21 |

iii) Función Objetivo

$$Máx\ Z = (10)(35)(18)x_1 + (20)(30)(18)x_2 + (18)(30)(21)x_3$$

15- Cierto animal debe consumir diariamente cuando menos:

0.4 kgs de componente A

0.6kgs de componente B

2 kgs de componente C

1.7 kgs de componente D

El alimento M cuesta $10.00 el kg y el alimento N cuesta $4.00 el kg.

¿Qué cantidad de alimento M y N se debe utilizar diariamente por cabeza de ganado para realizar la alimentación adecuada y menos costosa?

Las componentes por kg están dadas en la tabla que sigue, además se han agregado en la tabla las cantidades previstas a ingerir diariamente por cada animal.

| | M | N | Cant. Prevista |
|---|---|---|---|
| A | 0.1 | 0 | 0.4 |
| B | 0 | 0.1 | 0.6 |
| C | 0.1 | 0.2 | 2 |
| D | 0.2 | 0.1 | 1.7 |

**Planteamiento del modelo**

i) Definición de las variables

$x_1$ : Cantidad de alimento M a utilizar diariamente.

$x_2$ : Cantidad de alimento N a utilizar diariamente.

ii) Sistema de restricciones

$$
\begin{aligned}
0.1x_1 \qquad\qquad\qquad & \geq\ 0.4 \text{ Kilogramos consumidos diariamente del componente A.} \\
0.1x_2 & \geq\ 0.6 \text{ Kilogramos consumidos diareamente del componente B.} \\
0.1x_1 \ + \ 0.2x_2 & \geq\ 2 \text{ Kilogramos consumidos diareamente del componente C.} \\
0.2x_1 \ + 0.1x_2 & \geq\ 1.7 \text{ Kilogramos consumidos diareamente del componente D.} \\
x_j & \geq\ 0 \text{ Dado j} = 1,2.
\end{aligned}
$$

iii) Función Objetivo

$$Min\ Z = 10x_1 + 4x_2$$

16- Una fábrica elabora dos tipos de cinto de piel, A y B. El cinto tipo A es de mejor calidad que el de tipo B. La utilidad del de tipo A es de $0.40 y la del tipo B es de $0.30. Cada cinto del tipo A requiere el doble de tiempo para su confección que los del tipo B, la fábrica podría elaborar 1000 cintos diarios.

La oferta de piel es suficiente solo para 800 cintos diarios combinando A y B.

Los cintos del tipo A requieren una hebilla especial de las cuáles sólo se pueden obtener 400 diarias y los cintos del tipo B requieren de una hebilla de las cuales se disponen 700.

Se desea maximizar la producción bruta.

**Planteamiento del modelo**

i) Definición de las variables

$x_1$ : Unidades de cintos a producir del tipo A.

$x_2$ : Unidades de cintos a producir del tipo B.

ii) Sistema de restricciones

$$
\begin{aligned}
2x_1 + x_2 & \leq 1000 \text{ Capacidad de producción diaria .} \\
x_1 + x_2 & \leq\ 800 \text{ Capacidad de producción diaria por concepto de piel.} \\
x_1 \qquad & \leq\ 400 \text{ Unidades de hebillas especiales para los cintos tipo A.} \\
x_2 & \leq\ 700 \text{ Unidades de hebillas para los cintos del tipo B.} \\
x_j & \geq\ 0 \text{ Dado j} = 1,2.
\end{aligned}
$$

iii) Función Objetivo

$$Máx\ Z = 0.40x_1 + 0.30x_2$$

### 2.1.6 Problemas propuestos

17- Un fabricante de muebles desea determinar cuántas mesas, sillas, escritorios, y libreros deberá fabricar con el objetivo de optimizar sus recursos disponibles. Su programa de ventas de acuerdo con pedidos anteriores implica la necesidad de producir al menos 40 mesas, 130 sillas y 30 escritorios y no más de 10 libreros. En estos productos se utilizan necesariamente dos tipos diferentes de madera contándose con

1500 $pie^3$ de madera del primer tipo y 250 $pie^3$ del segundo tipo. Respecto al primer tipo de madera cada artículo requiere de 5, 1, 9,12 $pie^3$ de madera respectivamente. Con respecto al segundo tipo de madera, cada $pie^3$ de madera del tipo 2 permite producir dos mesas ó 3 sillas ó 4 escritorios ó un librero. Una mesa requiere 3 horas hombres para ser fabricada, una silla dos horas hombres, un escritorio 10 horas hombres y un librero 8 horas hombres.

Para realizar el trabajo total se cuenta con 800 horas hombres disponibles.

El fabricante obtiene una utilidad de $12 por mesa, $5 por silla y $15 por escritorio y $10 por librero.

17.1 Plantee el modelo de tal forma que se maximice la ganancia.

18- La empresa de confecciones textiles se dedica a producir dos productos fundamentales para el consumo social, para la producción de estos productos la fábrica dispone del consumo de tres materias primas fundamentales. Por cada unidad producida del producto 1 se consumen 3 $m^3$,6 $m^3$ y 9 $m^3$ de materia prima respectivamente, por cada $m^3$ de materia prima del tipo 1 se elabora cuatro unidades del producto 2. Por cada unidad producida del producto 2 se necesitan 0.25 $m^3$, $2m^3$ y $5m^3$ de materia prima respectivamente.

Para la elaboración de los productos la Entidad cuenta con $1000m^3$, $2500m^3$ y $2000m^3$ de telas respectivamente. La capacidad de almacenaje de los productos 1y2 es de 100t y 300t respectivamente. Para la elaboración de dichos productos se cuenta con 1200horas hombres y por cada hora hombre se fabrican 40unidades del producto A y 60 unidades del producto B. La producción del producto A se espera que constituya el 60% de la producción de B. Se espera obtener una utilidad de $10.00 por cada unidad del producto A y

$ 15.00 por cada unidad del producto B.

18.1 Plantee el modelo de tal forma que se maximice la ganancia.

19- El poligráfico de Las Tunas se dedica a la producción de libretas y de libros para los ministerios de Educación y el de educación superior, para la conformación de estos productos depende fundamentalmente de dos materias primas fundamentales. Se espera de acuerdo al comportamiento de la demanda de los dos últimos años que la producción de libretas para los dos ministerios sea a lo sumo 1000000 y 750000 respectivamente. La entidad cuenta con un almacén el cuál tiene capacidad para almacenar 100000 libretas y 300000 libros. Se cuenta con una tonelada de la materia prima A y con 2 toneladas de la materia B , para producir una unidad de libreta con destino a Educación superior se insumen 0.05 t de materia prima A y 0.10 para producir un libro, para el ministerio de educación cada libreta producida necesita 0.03t y cada libro 0.07de materia prima A. Por cada libreta y libro para educación superior se insumen 0.02t y 0.05t de materia prima B respectivamente.

Por cada unidad producida de libreta y libro para el Ministerio de Educación se necesitan 0.04t y 0.03t respectivamente. Se cuenta con 500 horas hombres para la producción de libros y 800 horas hombres para la producción de libretas. Por cada hora hombre se elaboran 100libretas para educación superior y 200 para Educación. Por cada hora hombre se elaboran 50 libros para educación superior y 250 para Educación. Se obtendrán utilidades por valor de $12 por unidad de libreta y $15.00 por unidad de libros.

19.1 Plantee el modelo de tal forma que se maximice la ganancia.

20- El combinado Lácteo de Puerto Padre se dedica a la elaboración de leche fresca y Yogurt, para la elaboración de los mismos se necesitan dos tipos de materia prima: Nacional e importada. Se cuenta con un total de 100000 libras de materia prima nacional y 300000 libras de materia prima importada, por cada unidad de leche fresca se necesitan 1.5 libras de materia prima nacional y 0.4 libras de materia prima importada, por cada unidad de yogurt se necesitan 0.7 libras de materia prima nacional y 1.2 libras de materia prima importada. Se espera de acuerdo a la demanda del municipio que se produzcan 20000 litros de leche y 12000 litros de yogurt. Este proceso industrial pasa por dos máquinas por lo que la cantidad de horas máquinas previstas para A es de 400 horas y para la B 600horas , por cada litro de leche producido se insumen 0.05 horas en la máquina A y 0.12 horas en la máquina B . Por cada horas en la maquina A y B se procesan 25 litros y 30 litros de yogurt respectivamente. Se espera que los costos para la entidad sean por cada unidad producida de leche de $ 0.15 y de yogurt $0.75.

20.1 Plantee el modelo de tal forma que se minimice el costo.

21-Considerando que la empresa “Pedro Valdés” dedicada a la producción de confecciones femeninas.

Plantee las restricciones del modelo lineal que permita elaborar el plan de producción de forma tal que se maximice la ganancia, teniendo en cuenta las siguientes restricciones:

i) Se cuenta con una disponibilidad máxima de 10 000m de tela y cada metro de tela permite elaborar 1.5 blusas de mujer ó 1.2 sayas de mujer ó 2 blusas de niñas ó 0.8 pantalones ó 1.3 overoles.

ii) Por razones organizativas la empresa elabora 2 blusas de niña por cada blusa de mujer.

iii) La demanda de los overoles es a lo sumo 1 500, mientras que de las demás confecciones el mercado absorbe todas las que se produzcan.

iv) La ganancia por cada blusa de mujer es de $10.00, por cada saya de mujer $12.00, por cada saya de mujer $ 15.00, por cada pantalones $25.00 y por cada overol $20.00.

21.1 Plantee el modelo de tal forma que se maximice la ganancia.

22- Considere que el establecimiento X perteneciente a la unión de empresas del MINAL desea establecer su plan de producción de forma tal que se minimicen los costos.

Además se debe tener en cuenta las siguientes limitaciones, por lo que a usted se le pide plantear las restricciones que permitan lograr el objetivo trazado por el establecimiento.

i) Debe utilizar su fuerza de trabajo en un mínimo de 1 420 horas hombres y cada hora hombre permite elaborar 10 latas de compotas ó 8 latas de conserva de vegetales ó 10 latas de puré de tomate ó 6 latas de frutas en conserva.

ii) Cuenta con un almacén en el que pueden almacenarse 1 000 latas de compota ó 500 latas de conserva de vegetales ó 100 latas de puré de tomate ó 500 latas de frutas en conserva o las correspondientes combinaciones.

iii) Las demandas para las compotas y el puré de tomate debe ser satisfecha en un mínimo de 10 000 y 20 000 latas respectivamente.

iv) Por cada lata de conserva de vegetales debe producir 3 latas de frutas en conserva.

v) Por cada compota el costo de producción es de $0.10, por cada lata de conserva de vegetales es de $0.15, por cada lata de puré de tomate es de $0.30 y por cada conserva de frutas $0.25.

22.1 Plantee el modelo de tal forma que se minimice el costo.

23- Una fábrica de autos y camiones consta de los departamentos siguientes:

I- Armado de motores.

II- Estampado de planchas metálicas.

III- Montaje de autos.

IV- Montaje de camiones.

El Dpto. I puede armar 33 300 motores de autos ó 17 600 motores de camiones o las correspondientes combinaciones de motores entre ambos vehículos siempre y cuando no se excedan la capacidad.

El Dpto. II puede estampar 25 000 planchas de autos ó 30 000 planchas de camiones o las correspondientes combinaciones entre ellas.

El Dpto. III puede montar hasta 22 500 autos y el Dpto. IV hasta 15 000 camiones.

Cada auto deja una utilidad de $300.00 y cada camión de $250.00.

¿Qué cantidad de autos y camiones deben producirse para obtener el máximo de utilidades?

24.- Una fábrica dedicada a la producción de los artículos A, B, C y D desea establecer su plan de producción para el próximo semestre.

Estos artículos son procesados por dos departamentos. En el Dpto. I se dispone de una capacidad mínima de 1000 horas y en una hora se pueden procesar 3 unidades de A ó 3.5 de B ó 5 de C ó 4.5 de D o las combinaciones correspondientes.

La disponibilidad máxima en el Dpto. II es de 500 horas y cada artículo insume 20, 30, 45 y 50 minutos respectivamente.

La demanda del artículo A debe ser satisfecha en un mínimo de 10 000 unidades y si la producción nacional no alcanza se puede cubrir con importaciones, lo que representa un gasto de $20.00 por unidad.

Los costos por unidad son los siguientes:

| Artículos | Costo |
|---|---|
| A | $ 5.00 |
| B | 4.50 |
| C | 3.50 |
| D | 7.00 |

La fábrica cuenta con un almacén en el cual pueden almacenarse 30 000 unidades de A ó 20 000 de B ó 40 000 de C ó 70 000 de D o las correspondientes combinaciones.

Se pide plantear el modelo lineal que minimice los costos.

25-De acuerdo a las características que posee la empresa “Mártires de Barbados”, dedicada a la producción de artículos varios, defina las variables del modelo lineal que permita elaborar el plan de producción. La empresa elabora 4 artículos denominados A, B, C y D respectivamente, tanto para la producción nacional como para la exportación. Los productos A y B se elaboran en dos de los establecimientos con rendimientos diferentes y los productos C y D se elaboran solo en un establecimiento.

26-La fábrica Hermanos Almeijeiras produce 3 tipos de productos A, B y C con el objetivo de satisfacer la demanda de la población, así como las necesidades del comercio exterior (CE).

El producto A puede ser producido en 2 equipos cuyas productividades son distintas. El costo por unidad para el producto A elaborado en el equipo I es de $3.50, pero cuando este se produce en el equipo II su costo se incrementa en un 5%. Su producción solo es destinada para satisfacer la demanda de la población a un precio de $100.00 por lotes de 100 unidades.

El producto B es producido con dos materias primas diferentes. El producto B que es producido con materia prima I tiene un costo por unidad de $2.75 y el producido con materia prima II tiene un costo de $3.00. Esta producción puede ser destinada tanto para satisfacer las necesidades de la población como para el CE a un precio por unidad de $12.00 y $14.00 respectivamente.

La producción de C puede ser destinada tanto para satisfacer la demanda de la población como para el CE a un precio por unidad de $14.00 y $16.00 respectivamente. Su costo de producción es de $5.00 por unidad. Se pide:

1) Definir las variables de decisión.

2) Definir la función objetivo que permita maximizar la ganancia.

27- La empresa productora de artículos para el hogar elabora 3 tipos de artículos A, B y C, los cuales pueden ser elaborados con materia prima nacional o importada.

Para los artículos elaborados con materia prima nacional se dispone de un máximo de

4000 kg y cada artículo insume 5, 8 y 6 kg respectivamente. Se tiene una disponibilidad máxima de materia prima de importación de 2 800 kg y con 1 kg pueden elaborarse 2 unidades del artículo A ó 4 del B ó 5 del C o las correspondientes combinaciones.

La demanda del artículo A debe ser satisfecha en al menos 358 artículos y por cada unidad producida del artículo B deben elaborarse 10 del A.

Existe un único almacén que puede almacenar hasta 600 unidades de A ó 500 de B ó 400 de C o las correspondientes combinaciones.

Plantee el modelo matemático que maximice el nivel de producción.

28- El director de la fábrica D desea determinar cuál debe ser su plan de producción óptimo diario, mediante un modelo matemático, contando para ello con la siguiente información:

- La fábrica procesa 3 variedades de conserva que denomina A, B y C, siendo parte de la última destinada a la exportación y otra parte al consumo nacional.
- La materia prima principal es el Jurel, del que se dispone diariamente de 8 ton, conociéndose según las normas técnicas que cada lata de conserva A debe contener 4 kg, cada lata de conserva B 5kg y cada lata de conserva C 7 kg.
- Para llenar las latas se tienen dos máquinas que laboran dos turnos de 8 horas cada una, pudiendo cada máquina llenar 90 latas en una hora sin importar la variedad que sea.
- En caso de producir la variedad C ha de ser en cantidades no mayores al millar de latas ni inferiores a las 450 latas.
- Para equilibrar el plan de producción es necesario garantizar que por lata de la variedad C que se produzca para la exportación se deben producir 4 latas para el consumo nacional.
- Los costos y el precio de cada lata, según la variedad y el destino se ofrecen en la siguiente tabla:

| **Variedad** | **Precio de venta por lata ($)** | **Costo por lata ($)** |
|---|---|---|
| A | 0.90 | 0.40 |
| B | 0.80 | 0.55 |
| C Nac. | 1.10 | 0.70 |
| D exp. | 1.30 | 0.70 |

Plantee el modelo matemático que maximice las utilidades.

29- La empresa procesadora de frutas Habana, elabora pulpa de piña, mango y plátano con el objetivo de satisfacer la demanda de la población y el COMEX.

La materia prima (frutas) no solo es adquirida a Acopio sino también mediante compras a los pequeños agricultores, siendo notablemente diferentes los precios de adquisición según fuente.

Para el presente año debe considerarse que el plátano y el mango suministrado por Acopio serán comprados a un precio de $100.00 y $200.00, la ton de fruta correspondiente, mientras que cuando son compradas a los pequeños agricultores éstos se incrementan en un 50%.

La piña solo será comprada a Acopio a un precio de $300.00 la tonelada.

A continuación se muestran los precios a los que la empresa comercializa su producción:

| Producto | Comercio Minorista ($/kg) | Comercio Exterior ($/kg) |
|---|---|---|
| Pulpa de plátano | 0.25 | - |
| Pulpa de mango | 0.30 | 0.80 |
| Pulpa de piña | 0.45 | 1.50 |

**Nota**: Considere despreciable el costo de procesamiento y que 1 kg de fruta=1 kg de pulpa.

Defina las variables de decisión y la función objetivo que maximice las utilidades.

30-El taller H-3 perteneciente a la industria básica se dedica a la producción de 4 tipos de piezas de repuesto que denotaremos I, II, III y IV y se desea programar sus producciones mensuales de forma tal que minimice sus costos teniendo en cuenta las siguientes limitaciones:

El proceso productivo de piezas está sujeto a tres operaciones en los departamentos de Fresado, Taladrado y Ensamblado. A continuación se muestran los tiempos de operación de cada pieza así como la capacidad productiva en horas de los Dpto.

| Dptos | I | II | III | IV | Cap. en horas del Dpto. |
|---|---|---|---|---|---|
| Fresado | 6 | 5 | 6.5 | 7 | 300 |
| Taladrado | 4 | 3.5 | 3.5 | 5 | 320 |
| Ensamblaje | 7 | 7.8 | 8 | 7.5 | 330 |

Las piezas III y IV deben ser recubierta por un compuesto químico de protección cuyo insumo por pieza es de 0.04 y 0.03 litros respectivamente. Este compuesto químico se obtiene a partir de 2 materias primas restrictivas denotadas MP-1 y MP-2. Los insumos de MP-1 y MP-2 por litro de producto químico se muestran en la tabla siguiente:

| | MP- 1 | MP-2 |
|---|---|---|
| Para la pieza III | 0.65 | 0.35 |
| Para la pieza IV | 0.60 | 0.40 |

Las disponibilidades son de 9 y 11 litros de MP-1 y MP-2 respectivamente.

De la pieza I deben elaborarse como mínimo 25 y de la pieza II como máximo 30.

El taller cuenta con un almacén para almacenar la producción de las piezas, que permite almacenar 50 piezas I ó 100 piezas II ó 40 piezas III ó 25 piezas IV o las correspondientes combinaciones.

Los costos por pieza de cada tipo son: $1.80 para la pieza I; $2.50 para la pieza II; $1.68 para la III y $1.75 para la IV.

30.1 Se pide construir el modelo lineal.

31- La Corporación Súchel. S.A está planeando su programa de producción para fin de año: en particular, quiere saber cuántos juguetes "clásicos" y cuántos "de moda" debe producir. Un clásico lleva 10 horas de tiempo de moldeo más 6 horas de tiempo de máquina, mientras que uno de moda ocupa 5 horas de tiempo de moldeo y 7 horas de maquinado. La contribución de un clásico es de $8.00 y la de uno de moda es de $6.00. Con 40 horas de tiempo de moldeo y 32 horas de tiempo de máquina disponibles, ¿cuántos clásicos y cuántos de moda deben fabricar para maximizar la contribución total?

32- El ICRT está planeando una campaña de anuncios con un presupuesto de $2 500.00. Está considerando dos medios: anuncios de 100.00 en el radio o comerciales de $200.00 en televisión. Cada anuncio en el radio llega a una audiencia de 12 000 personas; cada comercial en televisión lo ven 20 000 personas. El ICRT quiere maximizar la audiencia total, pero también está preocupada por dos grupos específicos dentro de esa audiencia: mujeres entre 21 y 35 años y hombres mayores de 40. Quiere llegar por lo menos a 10 000 de estas mujeres y 800 de los hombres. Los medios de difusión han proporcionado los siguientes datos:

| | **Divulgación por anuncio** | |
|---|---|---|
| | **Mujeres (21-35)** | **Hombres (más de 40)** |
| **Radio** | 2 000 | 1 500 |
| **TV** | 4 000 | 5 000 |

¿Cómo debe el ICRT gastar el presupuesto de la campaña?

33- Un fabricante de camisas está tratando de decidir cuántas camisas debe producir durante el mes próximo. Pueden hacerse siete estilos. Los estilos varían en las horas de mano de obra que requieren, en la contribución en la ganancia y en las ventas potenciales que el departamento de comercialización estima. Los datos se dan en la siguiente tabla:

| Estilo | Horas-Hombre | Ventas Máximas | Contribución |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.5 | 3 000 | $1.00 |
| 2 | 1.0 | 1 000 | 2.00 |
| 3 | 0.25 | 5 000 | 1.00 |
| 4 | 1.5 | 2 000 | 1.50 |
| 5 | 0.7 | 1 500 | 1.25 |
| 6 | 0.9 | 1 500 | 1.10 |
| 7 | 1.2 | 1 600 | 1.20 |

Se dispone de un total de 7 500 horas de mano de obra.

El fabricante pretende maximizar la contribución total en la ganancia.

34- La empresa de productos alimenticios de Las Tunas se dedica a la producción de tres tipos de dulces diferentes, para la realización de los mismos se necesitan tres ingredientes y estos se hacen en diferentes proporciones. Los ingredientes son: Harina, Azúcar y chocolate. Se cuenta con 1200 kgs de Harina, 1500 kgs de Azúcar y 600 kgs de chocolate para la elaboración diaria de los distintos dulces. El dulce 1 está constituido por un 30% de chocolate, El dulce 2 tiene un 40% de harina y el dulce 3 tiene un 35% de azúcar. Se desea minimizar los costos de cada uno de estos ingredientes, el costo por cada unidad de ingrediente comprada para los distintos tipos de dulces es el siguiente: el costo de la harina es de $0.23, 0.32, 0.45 respectivamente, él del azúcar $ 0.15, 0.18 ,0.21 y el del chocolate $0.45, 0.60 y 0.52.

34.1 Modele el problema de programación lineal.

35- La empresa de gastronomía del municipio Jesús Menéndez se dedica a la producción de productos alimenticios, para ello espera producir tres tipos de mantecados diferentes de acuerdo a distintos tamaños, Estos reelaboran con azúcar, harina y un saborizante. La entidad cuenta 1200 libras de saborizante, 5000 libras de harina y 2700 libras de azúcar. Él mantecado tipo 1 cuenta con un 12% de saborizante, el mantecado 2 cuenta con un 40% de harina y el mantecado 3 cuenta con 35% de azúcar. Los costos por unidad de ingredientes son los siguientes: por cada libra de saborizante se gastan $0.12, 0.17 y 0.32 respectivamente, cada libra de azúcar tiene un costo de $0.30 ,0.35 y 0.41 respectivamente, la libra harina es comprada por valor $ 0.70, 0.68 y 0.82. 36.1 Modele el problema de programación lineal.

36- La industria pesquera del municipio de Colombia elabora tres tipos de enlatado de sardinas para la exportación los ingredientes son puré de tomate. Aceite de soya y sardinas. Se procesan diariamente 5 toneladas de puré y 12 toneladas de sardinas y se tiene disponible 4 toneladas de aceite. La fábrica espera producir 10000 unidades de enlatado 1, 20000 unidades de enlatado 2, y 45000 de enlatado 3. En enlatado 1 tiene un 25% de puré, el enlatado 2 un 30% de aceite y el enlatado 3 un 60% de sardinas. Los costos de cada uno de los ingredientes por unidad es el siguiente:

Cada tonelada de sardina cuesta $250 ,300 y 320 respectivamente; cada tonelada de puré tiene un valor de $120, 150 y 270.

El aceite cuesta a tonelada $125, 214 y 250 respectivamente.

36.1 Modele el problema de programación lineal.

## 2.2 Solución gráfica a los problemas de programación Lineal

Para la solución gráfica partiremos de la solución gráfica del sistema de inecuaciones formado por (1,2) y (1,3); una vez hallada la región que constituye la solución del sistema puede ver que la región esta constituidas por infinitos puntos y que es una región convexa, es decir que no tiene huecos y por tanto todos sus puntos extremos están en los bordes exteriores de la región.

El resultado más importante de la programación lineal estuvo en demostrar el que el valor de $(x_1, x_2, x_3....x_n)$que hace máxima o mínima el valor de la función objetivo que esta precisamente en uno de los puntos extremos de esa región.

¿Cómo hallar entonces la solución posible donde la función objetivo alcance el óptimo?

Una vía seria evaluar todos los puntos extremos en la función objetivo y escoger el que proporcione a Z un mayor valor si estoy buscando un máximo o el menor si estoy buscando un mínimo.

Todo método en busca de la solución de un problema de programación lineal tiene el mismo fundamento; pero unos son mejores que otros, y decimos que un método es mejor que otro si este nos permite movernos más rápido hacia la solución optima, por ejemplo: existe un método mejor que evaluar todos los puntos en z y es: como podemos para cualquier valor fijo de $z = c_1x_1 + c_2x_2$. Representa una recta es decir para cada valor de z obtendré una recta diferente pero cuya pendiente no depende de dicho valor; por tanto todos tienen la misma pendiente lo que significa que todos son paralelos. Si el problema es de máxima debemos encontrar la recta cuyo valor de z es mayor, bastaría con trazar una recta y ver en que sentido crece (z) y trasladar la recta en ese sentido y detenerse en él ultimo punto donde la recta tope la región de solución.

Si el problema fuera de mínimo tendría que determinar al trasladar a z en que sentido ella decrece y trasladarla en ese sentido hasta detenerme en el último punto donde la recta toque la región.

Hallar gráficamente la solución del siguiente problema de programación lineal.

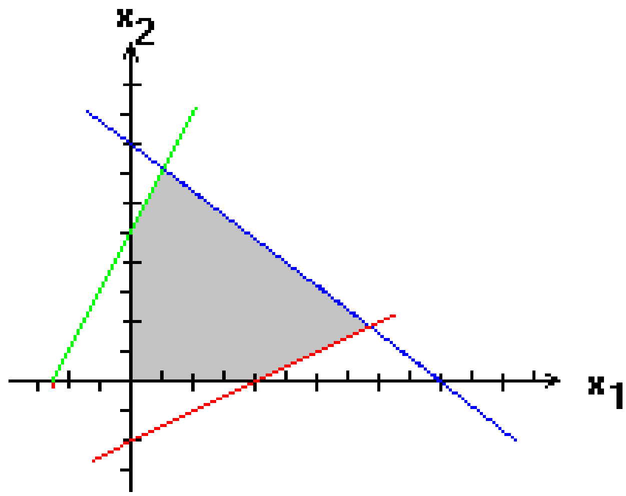
$2x_1 + x_2 \leq 5$

$4x_1 + 5x_2 \leq 40$

$x_1 - 2x_2 \leq 4$

$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$

Paso 1: Encontrar la región de las soluciones posibles.




Paso2: Encontrar las coordenadas de los puntos extremos: Existen puntos cuyas coordenadas están explícitamente en el gráfico y son los puntos extremos que están sobre los ejes de coordenada en este caso:

(4,0) intercepto de la recta $x_2 = 0$ y $x_1 - 2x_2 = 4$

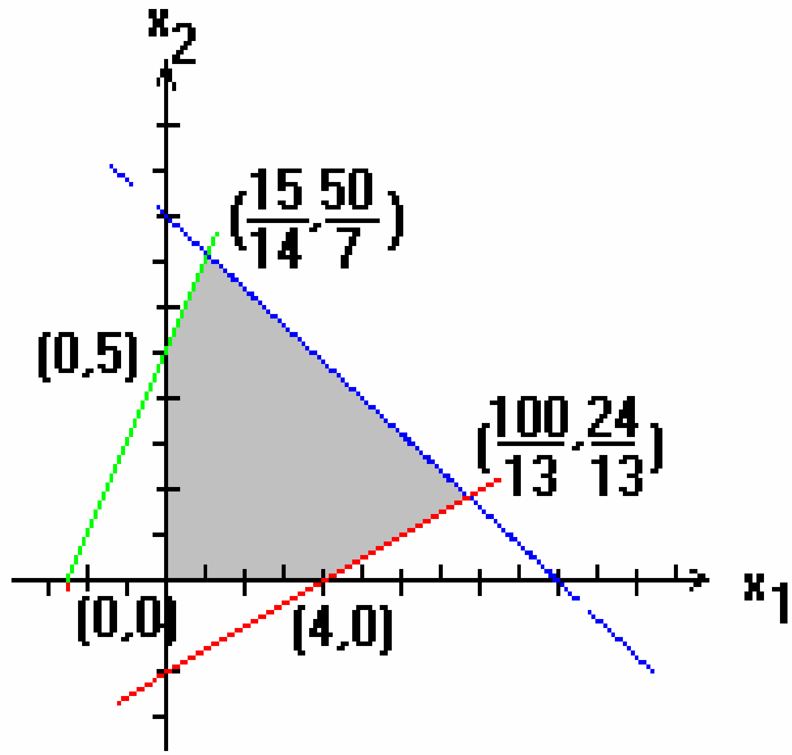
(0,0) intercepto de las rectas $x_1 = 0$ y $x_2 = 0$

(0,5) intercepto de las rectas $x_1 = 0$ y $-2x_1 + x_2 = 5$

Existen otros 2 puntos extremos cuyas coordenadas no se ven a simple vista, que son los que proporcionan el intercepto de las rectas $-2x_1 + x_2 = 5$ y $4x_1 + 5x_2 = 40$, así como el de las rectas $4x_1 + 5x_2 = 40$ y $x_1 - 2x_2 = 4$ como ya sabemos para hallar el punto de interceptación de 2 rectas.

Resolvemos el sistema de ecuaciones formados por la solución de estos sistemas de ecuaciones lineales son $\left(\frac{15}{14}, \frac{50}{7}\right)$ y $\left(\frac{100}{7}, \frac{24}{7}\right)$ respectivamente:

Una vez determinados estos puntos señalamos sus coordenadas en el gráfico de la región antes representadas.




Paso 3: Dibujar una de las rectas y determinar en que sentido crece.

Para dibujar una recta damos un valor cualquiera a z, el que más nos guste o simplemente el que nos proporcione los intercepto más cómodos de localizar, por ejemplo, la recta en este caso es $Z = 2x_1 + x_2$. Los valores de z que nos proporcione los intercepto más cómodos son los múltiplo enteros de 2 y 1 tomemos –2.La recta a trazar será $-2 = 2x_1 + x_2$.

Para determinar en que sentido crece nos movemos hacia la derecha y evaluamos. Si crece en ese sentido para un valor, crecerá siempre en ese sentido y si decrece para un valor decrecerá siempre en ese sentido, como evaluando para (0,0) z = 2*0+0=0. Creció el valor de z lo que quiere decir, que si movemos la recta paralela a la que dibujamos, hacia su derecha el valor de z seguirá creciendo. Repitiendo esto continuamente el último punto donde la recta topa la región es en $\left(\frac{100}{14}, \frac{24}{14}\right)$, por tanto, este es el punto donde la función objetivo alcanza su valor máximo, que será $z = 2 * \frac{100}{14} + \frac{24}{14} = 16$

Como pudiéramos comprobar para 3 variables la solución gráfica seria muy difícil de encontrar y en n dimensiones con n$>$3 será imposible por tanto tendremos que acudir a otro procedimiento.

**2.2.1 Ejercicios propuestos**

37- **Planteamiento del modelo**

i) Sistemas de restricciones

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\geq 1 \\ 3x_1 + 2x_2 &\leq 6 \\ x_2 &\leq 4 \end{aligned}$$

ii) Función Objetivo

$$\text{Máx } Z = 4x_1 + x_2$$

38. **Planteamiento del modelo**

i) Sistemas de restricciones

$$\begin{aligned} -x_1 + 3x_2 &\leq 10 \\ x_1 + x_2 &\leq 6 \\ x_1 - x_2 &\leq 2 \\ x_1 + 3x_2 &\geq 6 \end{aligned}$$

ii) Función Objetivo

$$Máx \text{ Z} = x_1 + 3x_2$$

39- **Planteamiento del modelo**

i) Sistemas de restricciones

$$\begin{aligned} -2x_1 + x_2 &\leq 1 \\ x_1 \quad &\leq 3 \\ x_1 + x_2 &\leq 3 \end{aligned}$$

ii) Función Objetivo

$$Máx \text{ Z} = 3x_1 + 2x_2$$

40-**Planteamiento del modelo**

i) Sistemas de restricciones

$$\begin{aligned} -2x_1 + x_2 &\leq 1 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 6 \\ x_1 \quad &\leq 4 \end{aligned}$$

ii) Función Objetivo

$$Máx \text{ Z} = x_1 + 2x_2$$

### 2.3 Teoría de la Dualidad (Conversión del primal al dual)

La dualidad en programación lineal, su concepto y significado .Tras formular el problema dual de un problema de programación lineal, se establece la relación matemática entre ambos. Se emplean diversos ejemplos para ilustrar el importante concepto de la dualidad. Dado un problema de programación lineal, denominado problema primal, existe otro problema de programación lineal, denominado problema dual, íntimamente relacionado con el. Se dice que ambos problemas son mutuamente duales. Bajo ciertas hipótesis, los problemas primal y dual dan lugar al mismo valor óptimo de la función objetivo, y por tanto se puede resolver indirectamente el problema primal resolviendo el problema dual. Esto puede suponer una ventaja computacional relevante.

**Definición 4.5 (problema dual).** Dado el problema de programación lineal

Minimizar

$Z = \mathbf{c}T\ \mathbf{x}$

Sujeto a

$\mathbf{Ax} \geq \mathbf{b}$

$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ su problema dual es maximizar

$Z = \mathbf{b}T\ \mathbf{y}$

Sujeto a

$\mathbf{A}T\ \mathbf{y} \leq \mathbf{c}$

$\mathbf{y} \geq \mathbf{0}$

Donde $\mathbf{y} = (y1,. . ., ym)$ T se denominan variables duales.

Se denomina al primer problema primal, y al segundo, su dual. Obsérvese que los mismos elementos (la matriz **A**, y los vectores **b** y **c**) configuran ambos problemas. El problema primal no se ha escrito en forma estándar, sino en una forma que nos permite apreciar la simetría entre ambos problemas, y mostrar así que el dual del dual es el primal.

Nota: La dualidad es una relación simétrica, esto es, si el problema D es el dual del problema P, entonces P es el dual de D. Para comprobar lo anterior, se escribe el problema dual anterior como un problema de minimización con restricciones de la forma $\geq$. Minimizar.

$Z = .\mathbf{b}T\ \mathbf{y}$

Sujeto a

$.\mathbf{A}T\ \mathbf{y} \geq .\mathbf{c}$

$\mathbf{y} \geq \mathbf{0}$

Entonces, su dual es maximizar

$Z = \mathbf{c}T\ \mathbf{x}$

Sujeto a

$\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$

**x $\geq$ 0**

Que es equivalente al problema primal original.

**Nota:** Como puede observarse, cada restricción del problema primal tiene asociada una variable del problema dual; los cocientes de la función objetivo del problema primal son los términos independientes de las restricciones del problema dual y viceversa; y la matriz de restricciones del problema dual es la transpuesta de la matriz de restricciones del problema primal. Además, el problema primal es de minimización y el dual de maximización.

**Obtención del problema dual**

Un problema de programación lineal, tiene asociado un problema dual que puede formularse según las reglas siguientes:

**Regla 1**. Una restricción de igualdad en el primal (dual) hace que la correspondiente variable dual (primal) no esté restringida en signo.

**Regla 2**. Una restricción de desigualdad $\geq$ ($\leq$) en el primal (dual) da lugar a una variable dual (primal) no negativa.

**Regla 3**. Una restricción de desigualdad $\leq$ ($\geq$) en el primal (dual) da lugar a una variable dual (primal) no positiva.

**Regla 4**. Una variable no negativa primal (dual) da lugar a una restricción de desigualdad $\leq$ ($\geq$) en el problema dual (primal).

**Regla 5**. Una variable primal (dual) no positiva da lugar a una restricción de desigualdad $\geq$ ($\leq$) en el problema dual (primal).

**Regla 6**. Una variable no restringida en signo del problema primal (dual) da lugar a una restricción de igualdad en el dual (primal).

**2.3.1 Ejemplo (problema dual).**

El primal del problema de programación lineal minimizar

$$Z = x_1 + x_2 + x_3$$

Sujeto a:

$$2x_1 + x_2 \geq 3$$

$$x_1 + x_3 = 2$$

$$x_3 \geq 0$$

El dual es maximizar:

$$Z = 3y_1 + 2y_2$$

$$2y_1 + y_2 \leq 1$$

$$y_1 \leq 1$$

$$y_2 + y_3 \leq 1$$

Para obtenerlo se aplican las reglas anteriores de la forma siguiente:

**Regla 1**. Puesto que la segunda restricción del problema primal es de igualdad, la segunda variable dual $y_2$ no está restringida en signo.

**Regla 2**. Puesto que la primera restricción del problema primal es de desigualdad $\geq$, la primera variable dual $y_1$ es no negativa.

**Regla 3**. Puesto que la tercera variable primal $x_3$ está restringida en signo, la tercera restricción dual es de desigualdad $\leq$.

**Regla 4**. Puesto que las variables primales primera y segunda $x_1$ y $x_2$ no están Restringidas en signo, las restricciones duales primera y segunda son de igualdad.

Aplicando las mismas reglas, se puede obtener el problema primal del dual, lo que se muestra a continuación:

**Regla 1**. Dado que las restricciones primera y segunda del problema dual son de igualdad, las variables primales primera y segunda $x_1$ y $x_2$ no están restringidas en signo.

**Regla 2**. Dado que la tercera restricción del problema dual es de desigualdad $\leq$, la tercera variable primal $x_3$ es no negativa.

**Regla 3**. Dado que la primera variable dual $y_1$ está restringida en signo, la primera restricción primal es de desigualdad $\geq$.

**Regla 4**. Puesto que la segunda variable dual $y_2$ no está restringida en signo, la segunda restricción primal es de igualdad.

### 2.3.2 Ejercicios propuestos

**Transforme del primal al dual y defina las variables del dual**

41- **Planteamiento del modelo**

i) Definición de variables

$x_1$ : Cantidad de cajas de caramelos a producirse del tipo A

$x_2$ : Cantidad de cajas de caramelos a producirse del tipo B

ii) Sistemas de restricciones

$$\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 &\leq 720 \quad \text{Minutos disponibles en la actividad de mezclado.}\\
5x_1 + 4x_2 &\leq 1800 \quad \text{Minutos disponibles en la actividad de cocinado.}\\
3x_1 + x_2 &\leq 900 \quad \text{Minutos disponibles en la actividad de empaquetado.}\\
x_j &\geq 0 \quad \text{Dado j} = 1,2.
\end{aligned}$$

iii) Función Objetivo

$$Máx\ \mathrm{Z} = 40x_1 + 50x_2$$

42- **Planteamiento del modelo**

i) Definición de variables

$x_1$ : Unidades de sillas del tipo 1 a fabricar.

$x_2$ : Unidades de sillas del tipo 2 a fabricar.

$x_3$ : Unidades de sillas del tipo 3 a fabricar.

$x_4$ : Unidades de sillas del tipo 4 a fabricar.

iii) Sistemas de restricciones

$$4x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 10x_4 \leq 6000 \text{ Pies}^2 \text{de cedro disponibles.}$$
$$x_1 + x_2 + 3x_3 + 40x_4 \leq 4000 \text{ Pies}^2 \text{de pleybox disponibles.}$$
$$x_j \geq \quad 0 \text{ Dado } j = 1,2,3,4.$$

iii) Función Objetivo

$$Máx\ Z = 12x_1 + 20x_2 + 18x_3 + 40x_4$$

## 43- **Planteamiento del modelo**

i) Definición de variables

$x_1$ : Cantidad de enchufes a producir del tipo A.

$x_2$ : Cantidad de enchufes a producir del tipo B.

ii) Sistemas de restricciones

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 &\leq 1000 && \text{Unidades de enchufes a producir diariamente.} \\ x_1 + x_2 &\leq 800 && \text{Abastecimiento disponible de materia prima.} \\ x_1 \quad &\leq 400 && \text{Aislador de cerámica disponibles para los enchufes del tipo A.} \\ x_2 &\leq 700 && \text{Aislador de cerámica disponibles para los enchufes del tipo B.} \\ x_j &\geq 0 && \text{Dado } j = 1,2. \end{aligned}$$

iii) Función Objetivo

$$Máx\ Z = 0.4x_1 + 0.3x_2$$

## 44- **Planteamiento del modelo**

i) Definición de variables

$x_1$ : Toneladas de leche condensadas a producir.

$x_2$ : Toneladas de leche evaporada a producir.

ii) Sistemas de restricciones

$$\frac{x_1}{500} + \frac{x_2}{750} \leq 1 \text{ Capacidad disponible de leche departamento A.}$$

$$\frac{x_1}{600} + \frac{x_2}{650} \leq 1 \text{ Capacidad disponible de leche departamento B.}$$

$$x_2 \leq 550 \text{ Capacidad disponible de leche evaporada en Dpto.C}$$

$$x_1 \leq 450 \text{ Capacidad disponible de leche condensada en Dpto.D}$$

$$1.1x_1 + x_2 \leq 605 \text{ Toneladas de leche fresca disponible.}$$

$$84x_1 + 70x_2 \leq 49000 \text{ Kilogramos disponible de Vitamina D}$$

$$373x_1 + 400x_2 \leq 280000 \text{ Horas - hombres disponibles.}$$

$$10x_1 + 10x_2 \leq 6500 \text{ Litros de petróleo disponibles.}$$

$$x_j \geq 0 \text{ Dado } j = 1,2.$$

iii) Función Objetivo

$$Máx\ Z = 200x_1 + 300x_2$$

45-**Planteamiento del modelo**

i) Definición de variables

$x_1$ : Cantidad de alimento M a utilizar diareamente.

$x_2$ : Cantidad de alimento N a utilizar diariamente.

ii) Sistemas de restricciones

$$0.1x_1 \geq 0.4 \text{ Kilogramos consumidos diariamente del componente A.}$$

$$0.1x_2 \geq 0.6 \text{ Kilogramos consumidos diariamente del componente B.}$$

$$0.1x_1 + 0.2x_2 \geq 2 \text{ Kilogramos consumidos diariamente del componente C.}$$

$$0.2x_1 + 0.1x_2 \geq 1.7 \text{ Kilogramos consumidos diariamente del componenteD.}$$

$$x_j \geq 0 \text{ Dado } j = 1,2.$$

iii) Función Objetivo

$$Min\ Z = 10x_1 + 4x_2$$

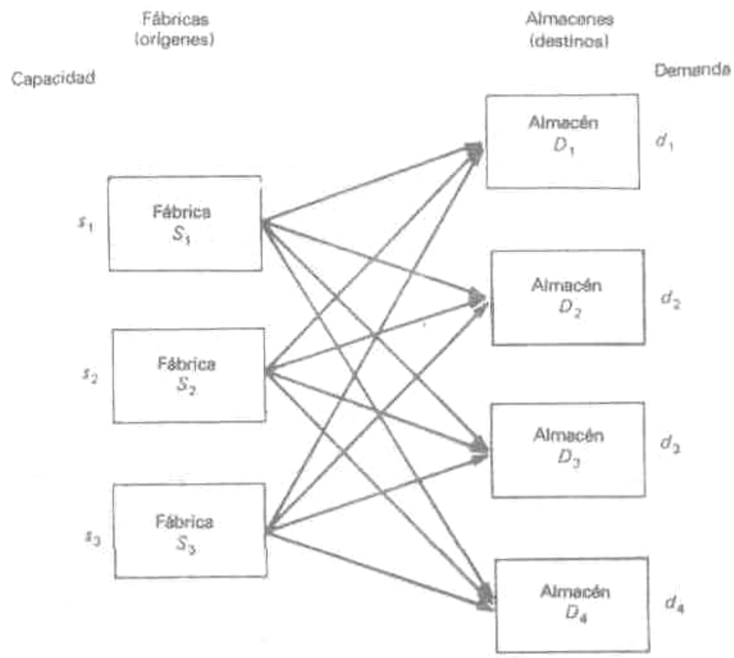
## 2.4 El problema de transporte

La programación lineal es un campo tan amplio que se extiende a subclases de problemas para los cuales existen métodos de solución especiales. Dos de estas dos subclases se conocen como problemas de transporte y problemas de asignación. Cualquiera de los métodos generales de solución de PL, como el método símplex o el algebraico, puede servir para resolver estos problemas. Pero se han desarrollado métodos más sencillos que aprovechan ciertas características de los problemas, Entonces, el método del transporte y el método de asignación son sólo técnicas especiales para resolver ciertos tipos de problemas de PL.

El transporte desempeña un papel importante en la economía y en las decisiones administrativas. Con frecuencia la disponibilidad de transporte económico es crítica para la sobrevivencia de una empresa.

Este capítulo no cubre todo el campo del transporte ya que es demasiado extenso. Más bien se hace hincapié en una clase especial de problemas de transporte y en cómo pueden resolverse. Después se verá que estos mismos métodos pueden usarse para resolver problemas que no tienen relación con el transporte.

FIGURA 10-1
Un problema de transporte




282

¿Qué significa problema de transporte? En la figura 10-1 se muestra una situación típica. Supóngase que un fabricante tiene tres plantas que producen el mismo producto. Estas plantas a su vez mandan el producto a cuatro almacenes. Cada planta tiene una capacidad limitada y cada almacén tiene una demanda máxima. Cada planta puede mandar productos a todos los almacenes, pero el costo de transporte varía con las diferentes combinaciones. El problema es determinar la cantidad que cada planta debe mandar a cada almacén con el fin de minimizar el costo total de transporte.

Los problemas de asignación en realidad son un caso especial del problema de transporte. Aquí sólo puede mandarse una unidad de cada origen a cada destino. En efecto, cada origen se "asigna" a un destino. Los problemas pequeños de este tipo pueden resolverse con sólo enumerando todas las posibilidades y escogiendo la menos costosa. En problemas más grandes puede utilizarse el método del transporte o el método de asignación, que todavía es más sencillo.

Ambos tienen amplias aplicaciones en los negocios debido a que, como se verá, tratan directamente con las tareas de organización del trabajo y la distribución de los bienes.

### 2.4.1Características de un problema de transporte

La manera más fácil de reconocer un problema de transporte es por su naturaleza o estructura "de-hacia": de un origen hacia un destino, de una fuente hacia un usuario, del presente hacia el futuro, de aquí hacia allá. Al enfrentar este tipo de problemas, la intuición dice que debe haber una manera de obtener una solución. Se conocen las fuentes y los destinos, las capacidades y demandas y los costos de cada trayectoria. Debe haber una combinación óptima que minimice el costo (o maximice la ganancia). La dificultad estriba en el gran número de combinaciones posibles.

Puede formularse un problema de transporte como un problema de PL y aplicarse el método simplex. Si se hiciera, se encontraría que los problemas de transporte tienen características matemáticas únicas. Para visualizar esto, escríbanse las relaciones de PL para el ejemplo de la figura 10-1.

Representa $x_{ij}$ la cantidad que se manda de la fábrica $S_i$ al destino $D_j$ . En forma análoga, $C_{ij}$ es el costo de mandar una unidad de $S_i$ Si hacia $D_j$ .

El objetivo es minimizar los costos totales de transporte. La función objetivo de PL es, entonces, minimizar la suma de los costos de transporte para las 12 rutas. Las restricciones van de la capacidad limitada de cada planta a la demanda de cada almacén. Esto significa que la cantidad total que se manda desde la fábrica $S_1$ debe ser igual que su capacidad $S_1$. Análogamente, se debe satisfacer la demanda de cada almacén.

¿Qué tiene esto de especial? Nótense los coeficientes en cada restricción; todos son 1 o cero (para las variables que no aparecen). Esto siempre es cierto para un problema de transporte. Otra característica es que si se suman las constantes del lado derecho para los orígenes el total es el mismo que al sumar las de los destinos ($S_1 + S_2 + S_3 + D_1 + D_2 + D_3 + D_4$). Lo que resulta es que, debido a estas características únicas, es posible que haya un método más sencillo de solución, a saber, el método del transporte.

Es necesario examinar otra característica de la formulación de PL. Se tiene un total de siete restricciones: una para cada origen y cada destino. Sin embargo, una de ellas es redundante. Realmente se necesitan sólo seis restricciones. La razón es que se sabe que la cantidad total que se manda desde todas las fábricas debe ser igual que la cantidad total que se recibe en todos los almacenes. Supóngase que se omite la restricción del cuarto almacén. Al resolver el problema se sabe cuánto se mandó de cada fábrica a los tres primeros almacenes y la cantidad total que se mandó desde las fábricas. Se sabrá entonces que la diferencia entre estas dos cantidades se tuvo que mandar al cuarto almacén.

Esto lleva a la regla general de que el número de restricciones independientes siempre será una menos que la suma del número de orígenes y el número de destinos. Recuérdese que para cualquier problema de PL el número de variables en la solución final no puede exceder el número de restricciones independientes. Esta regla es muy importante al resolver problemas con el método del transporte.

### 2.4.2 Solución de un problema de transporte

El método del transporte en realidad no es un método, sino varios. Sin embargo, existe una estrategia general. Primero, se construye una matriz de transporte y después se encuentra una solución inicial. Esta solución inicial puede ser óptima o no.

La única manera de saberlo es probándolo y existen varías técnicas para hacerlo. Si la solución no es óptima, se revisa y la prueba se repite. En cada iteración la solución estará más cerca del óptimo.

Se examina esta estrategia por partes, una a la vez, comenzando con la matriz de transporte.

### 2.4.3 Construcción de la matriz de transporte

En la tabla 10-1 se muestra la forma general de una matriz de transporte, A cada origen corresponde un renglón y a cada destino una columna. La capacidad de cada origen se muestra al final del renglón y la demanda de cada destino se escribe abajo de la columna correspondiente. Estas capacidades y demandas se conocen como condiciones de frontera.

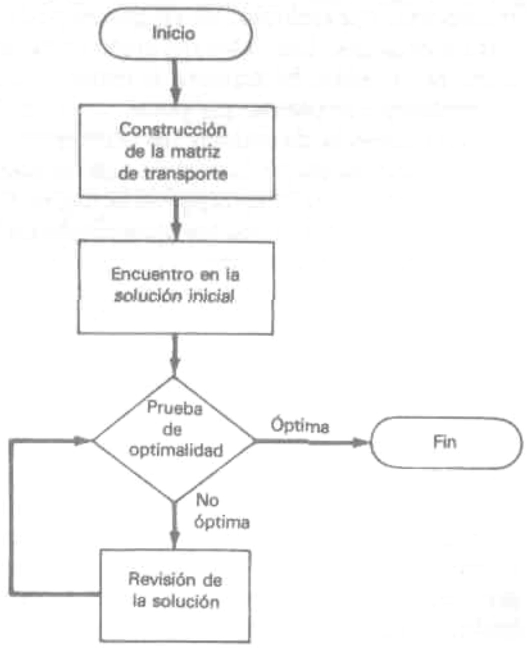



**FIGURA 10-2**
El método del transporte

285

2.4.4 Ejercicios Propuestos (Problemas de Transporte)

46- Una empresa posee 3 almacenes con las siguientes cantidades de un producto homogéneo:

A: 150 unid, B: 40 unid y C: 80 unid para un total de 270 unid.

Además se conoce de 4 establecimientos que demandan las siguientes cantidades de esos productos:

Establecimiento #1: 90 unid, Establecimiento #2: 70 unid, Establecimiento #3: 50 unid, Establecimiento #4: 60 unid, para un total de 270 unid.
Los costos unitarios de transportar el producto aparecen en la siguiente tabla:

| | **1** | **2** | **3** | **4** |
|---|---|---|---|---|
| **A** | 27 | 23 | 31 | 69 |
| **B** | 10 | 45 | 40 | 32 |
| **C** | 30 | 54 | 35 | 47 |

$c_{ij}$ : centavos.

La empresa desea que usted la asesore en la forma de distribuir los productos, es decir seleccionar las cantidades que deben ser transportadas para cada destino o unidad y que el costo de transportación sea mínimo.

47. Una empresa que opera tres fábricas, abastece a cuatro clientes de un producto homogéneo. Para el próximo año la, tabla que sigue muestra las cantidades que habrán de producirse en cada fábrica, las necesidades de los clientes y los costos de transporte de cada fábrica a cada cliente por unidad de embarque. Se desea hallar el plan óptimo

de distribución que minimice el costo de transporte.

| | C1 | C2 | C3 | C4 | Prod. |
|---|---|---|---|---|---|
| **F1** | **7.27** | **4.23** | **5.31** | **8.69** | **150** |
| **F2** | **6.10** | **3.45** | **4.40** | **7.32** | **40** |
| **F3** | **8.30** | **5.54** | **6.35** | **9.57** | **80** |
| **Nec** | **90** | **70** | **50** | **60** | **270** |

48. La empresa de línea Mambisa posee 20 barcos de pequeño calado andando en tres puertos del país, teniendo 10 barcos en Ciudad habana, 5 en Santiago de Cuba y 5 en Cienfuegos. Se le comunica que deben situar para transporte de mercancía, 8 barcos en Baracoa, 7 en Guantánamo, 3 en Bahía de Nipe y 2 en la Isla de la Juventud.
La Empresa desea distribuir sus naves de forma que el gasto total de combustible sea mínimo.
La tabla de costo por viajes es la siguiente:

| | Baracoa | Guantánamo | Nipe | Isla de la Juventud |
|---|---|---|---|---|
| Ciudad Habana | 8 | 5 | 10 | 8 |
| Santiago de Cuba | 6 | 10 | 9 | 12 |
| Cienfuegos | 10 | 14 | 13 | 2 |

49. Se quiere darle publicidad a un determinado producto por parte de la radio, la prensa y la TV. Esta publicidad se hace mediante cuatro orígenes hacia cuatro destinos, el número de inscriptores del periódico Granma Internacional es de 35000 y de 30000 al Juventud Rebelde Internacional. El número de oyentes de Radio Habana Cuba es de 20000 y de TV. Cubana Internacional es de 80000.
La demanda de los grupos de mercado es el siguiente: de 17-24 años 40000, de 25-45 años 55000, de 46-65 años 50000, de 65 y más 20000.
Los costos de publicidad del producto por cada 1000 personas están en la siguiente tabla:

| Or /Dest | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.23 | 0.43 | 0.75 | 0.56 |
| 2 | 0.25 | 0.37 | 0.43 | 0.12 |
| 3 | 0.20 | 0.25 | 0.10 | 0.40 |
| 4 | 0.12 | 0.15 | 0.55 | 0.52 |

a) La empresa desea minimizar los costos de transportación

50. En la siguiente tabla se dan las capacidades de tres fábricas junto a las demandas

de cuatro almacenes y los costos unitarios de transporte. Se quiere minimizar el costo total de transportación de los productos desde las fábricas hasta los almacenes.

| | Almacén #1 | Almacén #2 | Almacén #3 | Almacén #4 | Capacidad |
|---|---|---|---|---|---|
| Fábrica #1 | 7 | 3 | 8 | 8 | 100 |
| Fábrica #2 | 5 | 5 | 6 | 8 | 200 |
| Fábrica #3 | 7 | 4 | 9 | 10 | 300 |
| Demanda | 150 | 150 | 120 | 80 | |

51. La dependencia central del Mincin Las Tunas cuenta con dos almacenes fundamentales para la conservación de la canasta básica para los municipios Manatí, Puerto Padre, Jesús Menéndez y el municipio cabecera. Estos Almacenes cuentan con una capacidad de 1200t y 1500t de productos alimenticios. La demanda de cada municipio es de 500t, 900t, 400t y 900t respectivamente. Los costos unitarios de conservación por unidad de producto son los siguientes: Desde el almacén número uno hasta los diferentes destinos son de $0.70, 0.75, 0.92 y 0.25 respectivamente. Desde el segundo almacén $0.68, 0.75, 0.93y 0.30 respectivamente.

51.1 Plantee el modelo matemático que minimice los costos.

52. Se desea minimizar los costos de transportación provenientes del almacén del Central Majibacoa hasta las distintas áreas cañeras, el central cuenta con seis áreas cañeras que demandan diariamente 500Kgs, 600, 800, 600,900 y 700Kgs de alimentos, para ello el almacén tiene capacidad para 10000Kgs diariamente. Los costos unitarios de transportación por unidad de producto alimenticio son de $0.23, 0.36, 0.45, 0.87, 0.32 y 0.45 respectivamente.

52.1 Plantee el modelo matemático que minimice los costos.

53. La Empresa Vascal perteneciente al municipio Las Tunas posee 3 almacenes centrales y suministran sus productos a la región norte, centro y sur del territorio. Estos almacenes tienen una capacidad de conservación de 1000t, 4000 y 7000t respectivamente, las tres regiones se abastecen de 4000t cada una para suplir sus necesidades básicas .Los costos unitarios de transportación son desde el almacén 1 hasta los distintos destinos de $1.25, 1.05 y $ 2.00 respectivamente, desde el almacén 2 hasta los distintos destinos de $1.30, 1.23 y $2.05, desde el almacén 3 hasta los distintos destinos de $1.40, 2.15 y $ 3.10 respectivamente.

53.1 Plantee el modelo matemático que minimice los costos.