

## **ANEXOS.**

### **Anexo -1-**

#### **Encuesta a estudiantes.**

Con el objetivo de incidir favorablemente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, en el primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica necesitamos de su cooperación, respondiendo con la mayor sinceridad posible, las preguntas que a continuación presentamos.

1- De las asignaturas recibidas en el primer semestre de primer año:

a) Las de mayor dificultad, fueron:

1- \_\_\_\_\_; 2- \_\_\_\_\_; 3- \_\_\_\_\_

2- Para el caso de la asignatura que Usted selecciono en el número 1, (la de más dificultad), le presentamos 5 posibles causas. Enumérelas del 1 al 5 otorgándole el número 1 a la que considere que más influye en la dificultad de la asignatura, y así sucesivamente, hasta llegar al número 5.

La bibliografía.

La forma de enseñar del profesor.

El nivel de conocimientos y habilidades con que Usted ingreso a la carrera en la asignatura.

El número de horas de clases prácticas que tiene la asignatura, respecto a la cantidad de contenidos.

El horario de clases de la asignatura.

3- Esta implementado el Curso Introductorio en esa asignatura. Marque con una cruz según sea el caso. Sí  , No .

4- En el caso que la asignatura tenga Curso Introductorio. Marque con una cruz la opción que mejor refleje el resultado que provocó en Usted dicho curso.

Me ayudó, pero no lo suficiente.

No me ayudó.

Me ayudó considerablemente.

Perdí mi tiempo.

## Anexo -2-

### Tablas del comportamiento de los resultados alcanzados por los estudiantes en el Curso Introductorio de Matemática.

Tabla 1: Resultados alcanzados en el Curso Introductorio de Matemática.

Cursos	Matricula Inicial.	Matricula Final	Aprobados en el Curso	% respecto a la Matricula Inicial.
2008-2009	64	50	28	43.7
2009-2010	61	54	33	54.0
<b>Total</b>	125	104	61	48.8

### Permanencia en el Curso Introductorio de Matemática.

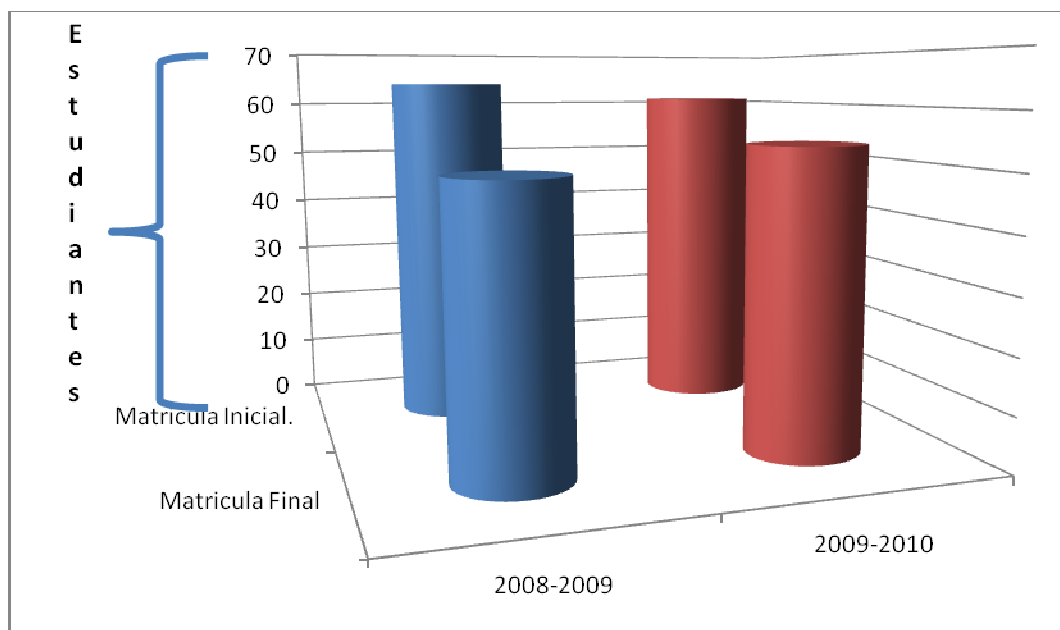


Tabla 2. Resultados alcanzados en los diagnósticos inicial y final del C. Introductorio. En esta tabla se muestran más detalladamente los resultados, alcanzados en los dos diagnósticos o evaluaciones fundamentales de dicho curso, la Inicial y la final, agrupando los mismos en dos categorías de aprobados, los que alcanzaron notas entre 60 y 85 puntos y los que alcanzaron más de 85 puntos en cada una de ellas.

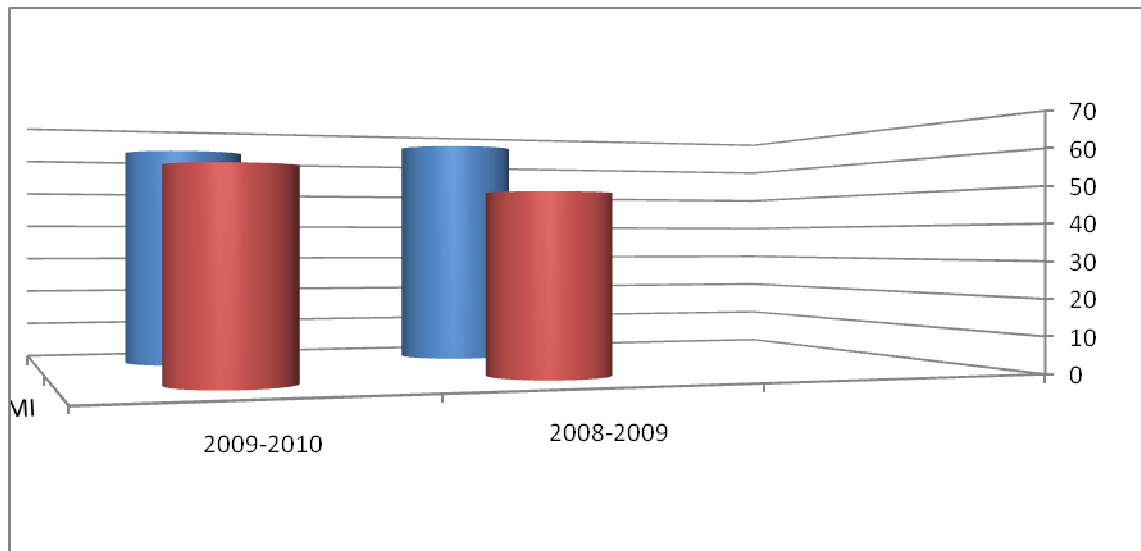
<b>Cursos</b>	<b>D. Ini Apr.60-85</b>	<b>% MI</b>	<b>D. Inicial Apr.+85</b>	<b>% MI</b>	<b>D.Final Apr.60-85</b>	<b>% MF</b>	<b>D.Final Apr.+85</b>	<b>% MF</b>
<b>08-09</b>	17	26.5	5	7.8	19	38	9	18
<b>09-10</b>	9	14.7	7	11.4	22	40.0	11	20.0
<b>Total</b>	26	20.8	12	9.6	41	39.4	20	19.2

Anexo -3-

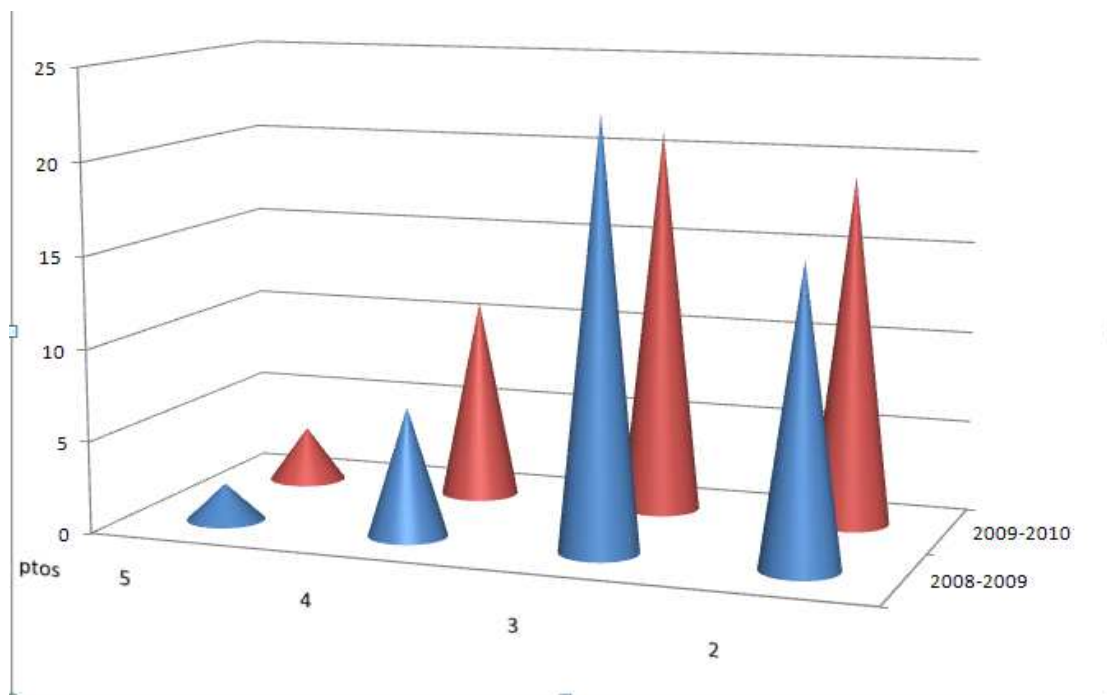
Resultados obtenidos en la asignatura Matemática I. Tabla 3.

Cursos	MI	MF	5	4	3	2	% Prom. Respecto a la M.F	% Calid. Respecto a la M.F
2008-2009	64	48	2	7	23	16	66.6	18.7
2009-2010	61	54	3	11	21	19	64,8	25,9
Total	125	102	5	18	44	35	65.6	22.5

Permanencia en la asignatura Matemática I



### Resultados cualitativos en Matemática I



#### **Anexo -4-**

**Resumen de los contenidos más importantes que sirven de preparación para el tratamiento del concepto función de  $\mathbb{R}$  en  $\mathbb{R}$ , presentados por (Ballester, 1994, p. 56).**

a) Trabajo con conjuntos:

- Trabajo intuitivo con conjuntos.
- Introducción de los conceptos de conjunto y subconjunto.
- Trabajo con conjuntos en la solución de ecuaciones.
- Relaciones entre conjuntos en la ampliación de los dominios numéricos.

b) Trabajo con pares ordenados:

- Formación de pares numéricos en la adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales.
- Al par de números  $(a, b)$  se le llama coordenadas del punto A.
- Concepto de fracción como par de números naturales.
- Representación de números racionales y reales en la recta numérica.
- Trabajo con fórmulas para determinar el área y el volumen de figuras y cuerpos determinados.
- Ampliación del concepto sistema de coordenadas rectangulares.
- Representación de polígonos en sistemas de coordenadas.

c) Trabajo con correspondencia:

- Ordenación de objetos, a cada par de números le corresponde uno mediante las diferentes operaciones de cálculo.
- Representación de un número fraccionario en el rayo numérico.
- A cada par numérico  $(a, b)$  le corresponde un punto en el plano.
- Concepto de movimiento como una correspondencia especial de puntos del plano.
- Tratamiento de la reflexión del plano en una recta, traslación en el plano y simetría con respecto a un punto utilizando los conceptos original e imagen.

d) Trabajo con fórmulas para determinar área y volumen de figuras y cuerpos determinados.

- En el trabajo dentro de la Geometría Plana y del Espacio.

e) Trabajo en el rayo numérico y sistema de coordenadas rectangulares:

- Representación en la recta numérica de los números naturales y sus opuestos.
- Representación de números fraccionarios y sus opuestos.
- Incorporar nuevos cuadrantes al sistema de coordenadas rectangulares a partir de la introducción de los números racionales.

f) Trabajo con variables, ecuaciones e inecuaciones:

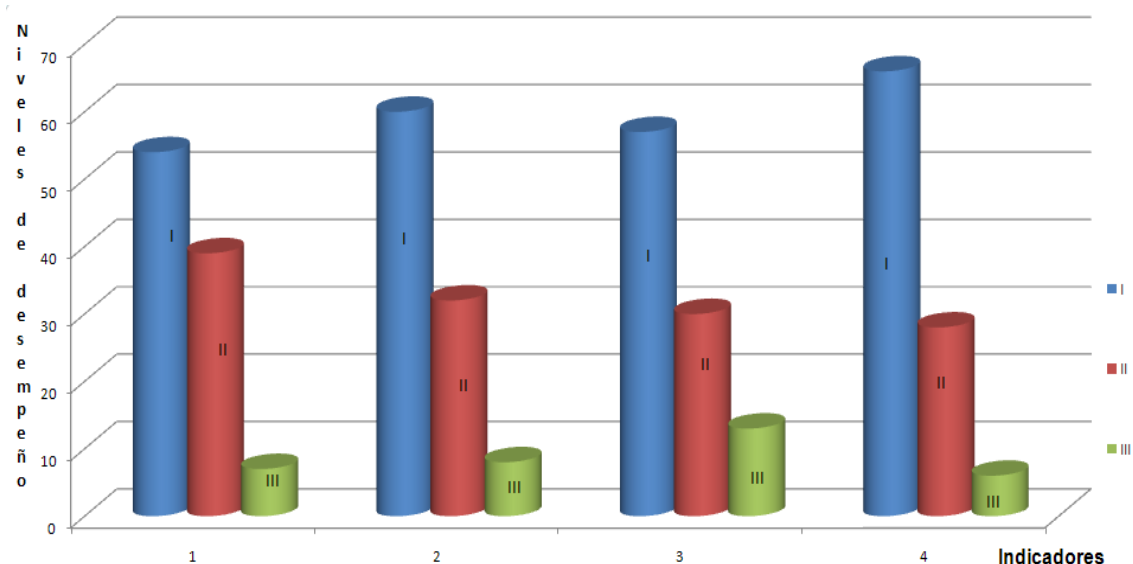
- En la introducción y desarrollo de las operaciones de cálculo en los diferentes dominios, el de los números naturales, fraccionarios, racionales y por último reales.
- En la determinación de valores de la variable en igualdades y/o desigualdades.
- En la resolución de ecuaciones.
- En la determinación del valor de un término.
- En la determinación del valor de una expresión algebraica.

**Anexo -5-**

**Comportamiento de los estudiantes en los indicadores cognitivos.**

Indicadores diagnosticados :	Nivel de desempeño en %		
	III	II	I
1-Reconocer relaciones funcionales dadas en diferentes formas, en grupos de variadas correspondencias.	7	39	54
2-Determinar características y elementos esenciales de funciones representadas en diferentes formas.	8	32	60
3-Fundamentar conceptualmente procedimientos para operar con funciones de R en R, gráfica y analíticamente.	13	30	57
4-Modelar procesos o fenómenos a través de ecuaciones de funciones conocidas o, en su defecto, utilizando ecuaciones en las que se pueda identificar la dependencia existente (ecuaciones funcionales en forma general).	6	28	66

**Porcentaje alcanzado por los estudiantes en cuanto a nivel de desempeño por indicador.**





## Anexo -6-

### Diagnóstico de indicadores cognitivos.

Nombre: \_\_\_\_\_ Municipio: \_\_\_\_\_

Preguntas:

1.- Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Justifique su decisión.

a)  La correspondencia definida de  $\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{Z}$  donde a cada número real  $x$  se le hace corresponder su opuesto es una función.

b)  Si  $x \in \mathcal{R}$  y  $x > 0$ , entonces.  $\log_8 x = \frac{1}{3} \log_2 x$

c)  El conjunto imagen de de la función  $h$  definida en  $\mathcal{R}$  por la ecuación:

$$h(x) = (3)^{x-4} - 9 \text{ es } \{y \in \mathcal{R} : y \geq -9\}.$$

d)  La función  $g$  definida en  $\mathcal{R}$  por la ecuación:  
 $g(x) = (x - 1)^2 + 3$  es una función par.

e)  La función  $f$  definida por la ecuación:  
 $f(x) = \frac{1}{x} + 2$  es negativa para todo valor real  $x$  tal que  $x < 0$ .

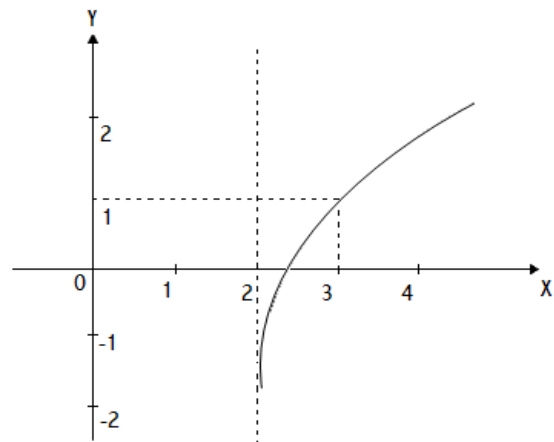
f)  La función cuya ecuación es:

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x \text{ es monótona decreciente en todo su dominio.}$$

2.- Selecciona la respuesta correcta y márcala con una (x) en la línea dada.

2.1) El gráfico que se muestra corresponde a la ecuación:

a)  $y = \log_{\frac{1}{3}}(x - 2) + 1$        b)  $y = \log_3(x - 2) + 1$        c)  $y = \log_{\frac{1}{3}}(x + 1) - 2$



\_\_\_d)  $y = \log_3(x+1) - 2$

2.2) Los valores reales negativos de la función  $H(x)$  que cumplen la condición;

$H(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4} > 1$  son:

- \_\_\_a)  $-2 < x < 2$     \_\_\_b)  $x < -2$  ó  $x > 2$     \_\_\_c)  $-2 < x < 0$     \_\_\_d)  $0 < x < 2$

3.- Sean las funciones reales  $f$  y  $g$  dadas por las ecuaciones:

$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 3x - 15}{x + 5}} + 3$     y     $g(x) = \log_3(x - \sqrt{x-1})$

- a) Determina el dominio de  $f$ .  
 b) Halla los valores de  $x$  para los cuales se cumple que  $g(x) = 1$ .

4.- Calcula las coordenadas del punto donde las funciones  $f$  y  $g$  coinciden si:  
 $0 \leq x \leq 3\pi/2$ ;  $f(x) = \cos 2x + 1$  y  $g(x) = 8 - 15\cos x$ .

5.- Un alambre se corta en dos piezas. Una pieza se usa para construir un círculo y la otra para formar un cuadrado. Expresa la suma de las áreas como una función de la longitud de  $x$  cortada para formar el círculo.

## Anexo -7-

### Entrevista a docentes con experiencia en la enseñanza de la Matemática

Estimado profesor, necesitamos de su experiencia acerca del trabajo llevado a cabo por Usted en la enseñanza de la Matemática en el primer año de las carreras de ingenierías de la Universidad de Camagüey. Sus opiniones contribuirán en el marco de esta investigación a mejorar el proceso de enseñanza – aprendizaje de la asignatura. Este instrumento, tiene un carácter anónimo. Agradecemos su gentil colaboración. Gracias.

Años de experiencia impartiendo la asignatura: \_\_\_\_\_

Categoría docente: \_\_\_\_\_

Categoría científica: \_\_\_\_\_

Metodólogo: \_\_\_\_\_

Profesor retirado: \_\_\_\_\_

1. Marca con una (x) el tipo de "Plan de estudio" correspondiente a la etapa en que Usted trabajó como profesor en la asignatura de Matemática I en las carreras de ciencias técnicas.

Plan A \_\_\_\_\_ Plan B \_\_\_\_\_ Plan C \_\_\_\_\_ Plan C modificado \_\_\_\_\_ Plan D \_\_\_\_\_

2. ¿Qué objetivos académicos se perseguían alcanzar en los estudiantes de las carreras de Ingeniería, en la asignatura de Matemática en el primer año de los C.R.D.

3. Enuncie las características del sistema de conocimientos y habilidades que se utilizaba en el proceso de enseñanza aprendizaje del concepto función de  $R$  en  $R$ .

4. Exponga aspectos fundamentales del trabajo metodológico utilizado en la sistematización del concepto función de  $R$  en  $R$ .

5. Refiérase al tratamiento utilizado para la orientación y el control del trabajo independiente en los estudiantes en el periodo que usted impartió la asignatura.

6. Comente el uso de las nuevas tecnologías en el proceso de enseñanza de las funciones de  $R$  en  $R$ . Especifique los asistentes matemáticos utilizados.

7. ¿Qué bibliografía se utilizaba para la enseñanza de la Matemática en el primer año de las carreras de Ingeniería.

8. ¿Considera eficiente el proceso utilizado para la sistematización del concepto función de  $\mathbb{R}$  en  $\mathbb{R}$  en la Matemática del primer año de las carreras de Ingenierías? Fundamente.

## Anexo -8-

### Programa analítico de la asignatura Curso Introductorio.

<b>DATOS GENERALES:</b>		
<b>Asignatura:</b> <b>INTRODUCTORIO</b>	<b>CURSO</b>	<b>Carrera: Ingeniería Eléctrica.</b>
		<b>Tiempo total asignatura: 60 h</b>
<b>- FUNDAMENTACIÓN</b>		
<p>La asignatura Matemática I es aquella en la que se contribuye al desarrollo del pensamiento lógico y de los fundamentos básicos de la formación de un especialista en ciencias técnicas, debido a esto y en función de lograr prerrequisitos importantes que sirven de base al estudiante para el conocimiento de los contenidos que se imparten en la carrera es que se decidió impartir los temas seleccionados.</p>		
<b>I.- OBJETIVOS GENERALES</b>		
<b>Objetivos Educativos</b>		
1.1. Objetivos generales educativos:		
1. Contribuir en los estudiantes al desarrollo de la concepción científica del mundo por medio de:		
a) La comprensión de los principales conceptos estudiados en las enseñanzas precedentes y que son prerrequisitos para los que estudiarán en la matemática que se imparte en la carrera.		
b) El tratamiento dialéctico del Tecnicismo Algebraico, las Ecuaciones, las Inecuaciones, así como de la geometría y la Trigonometría.		
2. Contribuir en los estudiantes al desarrollo de hábitos de proceder reflexivamente, de evaluar los resultados de su trabajo, así como de utilizar la bibliografía adecuada para buscar nueva información.		
3. Contribuir a que los estudiantes desarrollen las capacidades cognitivas mediante la profundización en los conceptos recibidos anteriormente.		
4. Contribuir en los estudiantes al desarrollo de la capacidad de razonamiento y de las formas del pensamiento lógico.		
<b>II.-OBJETIVOS Y CONTENIDOS POR TEMAS</b>		
<b>Tema 1.- Operaciones aritméticas y tecnicismo algebraico. Tiempo: 15 h</b>		
<b>Objetivo Instructivo.</b>		
1- Aplicar el tecnicismo algebraico en los ejercicios de descomposición de factores, simplificación de expresiones algebraicas y operaciones con polinomios.		
<b>Sistema de Conocimientos.</b>		
Operaciones aritméticas y tecnicismo algebraico. Productos notables. Descomposición en		

factores de expresiones algebraicas. Simplificación de expresiones algebraicas y operaciones con polinomios (división sintética).
<p><b><u>Bibliografía del Tema 1</u></b></p> <p>. Libros de texto de matemática de 7mo, 8vo, 9no, 10mo, 11no, 12no grado de la Enseñanza Media.</p> <p>. Matemática para curso introductorio. Departamento de matemática superior aplicada. Universidad de Camagüey.</p>
<p><b><u>Sistema de habilidades.</u></b></p> <p>Realizar operaciones aritméticas.</p> <p>2. Descomponer en factores expresiones algebraicas.</p> <p>3. Efectuar operaciones con polinomios</p>
<p><b><u>Tema 2.- Ecuaciones.</u></b> Tiempo: 11 h.</p>
<p><b><u>Objetivo Instructivo</u></b></p> <p>1. Resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales.</p>
<p><b><u>Bibliografía del Tema 2</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Libros de texto de matemática de 7mo, 8vo, 9no, 10mo, 11no, 12no grado de la Enseñanza Media.</li> <li>• Matemática para curso introductorio. Departamento de matemática superior aplicada. Universidad de Camagüey.</li> </ul>
<p><b><u>Sistema de conocimientos.</u></b></p> <p>Resolución de ecuaciones. Ecuaciones de segundo grado. Ecuaciones algebraicas. Ecuaciones fraccionarias. Ecuaciones con radicales. Resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Método de sustitución y método aditivo. Significado geométrico de la solución de los sistemas de ecuaciones. Descomposición de una Fracción racional en Fracciones Simples.</p>
<p><b><u>Sistema de habilidades.</u></b></p> <p>1. Resolver ecuaciones de primero y segundo grado, fraccionarias y con radicales.</p> <p>2. Resolver sistemas de ecuaciones lineales.</p> <p>3. Interpretar geoméricamente la solución de un sistema de ecuaciones lineales.</p> <p>4. Descomponer una Fracción Racional en Fracciones Simples.</p>
<p><b><u>Tema 3.- Inecuaciones.</u></b> Tiempo: 8 h.</p>
<p><b><u>Objetivo Instructivo</u></b></p> <p>Resolver inecuaciones lineales, cuadráticas y fraccionarias.</p>
<p><b><u>Sistema de Conocimientos.</u></b></p> <p>Resolución de inecuaciones lineales, cuadráticas y fraccionarias.</p>
<p><b><u>Sistema de Habilidades.</u></b></p> <p>1. Resolver inecuaciones de primero y segundo grado y fraccionarias.</p> <p>2. Interpretar geoméricamente la solución de una inecuación.</p>

<b><u>Bibliografía del Tema 3</u></b>				
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Libros de texto de matemática de 7mo, 8vo, 9no, 10mo, 11no, 12no grado de la Enseñanza Media.</li> <li>• Matemática para curso introductorio. Departamento de matemática superior aplicada. Universidad de Camagüey.</li> </ul>				
<b><u>Tema 4.- Geometría Plana.</u></b> Tiempo: 12 h.				
<b><u>Objetivo Instructivo</u></b>				
Escribir la ecuación de rectas y cónicas, conociendo la información necesaria, y representarla gráficamente.				
<b><u>Sistema de Conocimientos.</u></b>				
Elementos de geometría plana. Sistema de coordenadas en el plano. La ecuación de la recta y de las cónicas. Su representación grafica.				
<b><u>Sistema de Habilidades.</u></b>				
1. Identificar las Ecuaciones de rectas y cónicas. Representar geoméricamente rectas y cónicas en un sistema de coordenadas del plano.				
<b><u>Bibliografía del Tema 3</u></b>				
-Libros de texto de matemática de 7mo, 8vo, 9no, 10mo, 11no, 12no grado de la Enseñanza Media. -Matemática para curso introductorio. Departamento de matemática superior aplicada. Universidad de Camagüey.				
<b><u>Tema 5.-Trigonometría.</u></b> Tiempo: 12 h.				
<b><u>Objetivo Instructivo</u></b>				
Aplicar el conocimiento de las funciones trigonométricas y las identidades trigonométricas a la resolución de problemas prácticos.				
<b><u>Sistema de Conocimientos.</u></b>				
Trigonometría: Funciones trigonométricas. Ángulos notables. Formulas de reducción. Identidades trigonométricas. Ecuaciones trigonométricas.				
<b><u>Sistema de Habilidades.</u></b>				
1. Identificar las funciones trigonométricas de un ángulo agudo. 2. Aplicar las identidades trigonométricas y las Formulas de reducción a la Resolución de Ecuaciones trigonométricas.				
<b><u>Bibliografía del Tema 4</u></b>				
. Libros de texto de matemática de 7mo, 8vo, 9no, 10mo, 11no, 12no grado de la Enseñanza Media. . Matemática para curso introductorio. Departamento de matemática superior aplicada. Universidad de Camagüey.				
<b><u>V.-DISTRIBUCIÓN DEL TIEMPO TOTAL POR TEMAS Y TIPO DE CLASES:</u></b>				
<b>Tema</b>	<b>CTP</b>	<b>Lab</b>	<b>E</b>	<b>TOTAL</b>

<b>Diagnóstico Inicial</b>	-	-	2	2
<b>Tema 1</b>	12	2	1	15
<b>Tema 2</b>	10	-	1	11
<b>Tema 3</b>	6	1	1	8
<b>Tema 4</b>	10	1	1	12
<b>Tema 5</b>	10	-	2	12
<b>TOTAL</b>	48	4	8	60

### **Indicaciones metodológicas y de Organización.**

Esta asignatura esta planificada para desarrollarse en 6 semanas de clase a razón de 10 horas semanales.

Se debe lograr habilidades en el tecnicismo algebraico, resolución de ecuaciones e inecuaciones, en la Geometría Plana y en la Trigonometría, que se estudian en el nivel medio y que son prerequisites indispensables para la comprensión de los contenidos de matemática en la carrera de Ingeniería Mecánica.

Se debe trabajar intensamente para eliminar deficiencias presentes en la formación de muchos de nuestros estudiantes en el menor plazo posible, entre ellos el hábito de trabajar mecánicamente, a partir de repetir sin mucho análisis ni conciencia los métodos de trabajo que se utilizaron en ejemplos anteriores, lo que les puede haber permitido obtener buenas calificaciones en exámenes del mismo corte, pero con muy poca huella en la memoria a largo plazo, o sea con muy poca solidez en el aprendizaje.

Se debe Enseñar a aprender, pero también enseñar a pensar y para ello es conveniente buscar y elaborar una ejercitación en toda la asignatura que rompa con este esquematismo, y que le permita al estudiante adiestrarse en la interpretación del problema que se le presenta, en precisar cuál es el significado de la información que le dan, qué le piden, cuáles son las posibles relaciones entre lo que le dan y lo que le piden, cuáles son las posibles vías para llegar al resultado y cuál es la más eficiente; diseñar un plan, explorar la vía seleccionada, ejecutarlo, y luego, como aspecto muy importante, analizar que le aportó el problema, qué tiene de diferente con otros que se han realizado, qué de semejante, construir alguno similar.

Deben planificarse al finalizar cada tema ejercicios que consoliden el tema e integren el mismo.

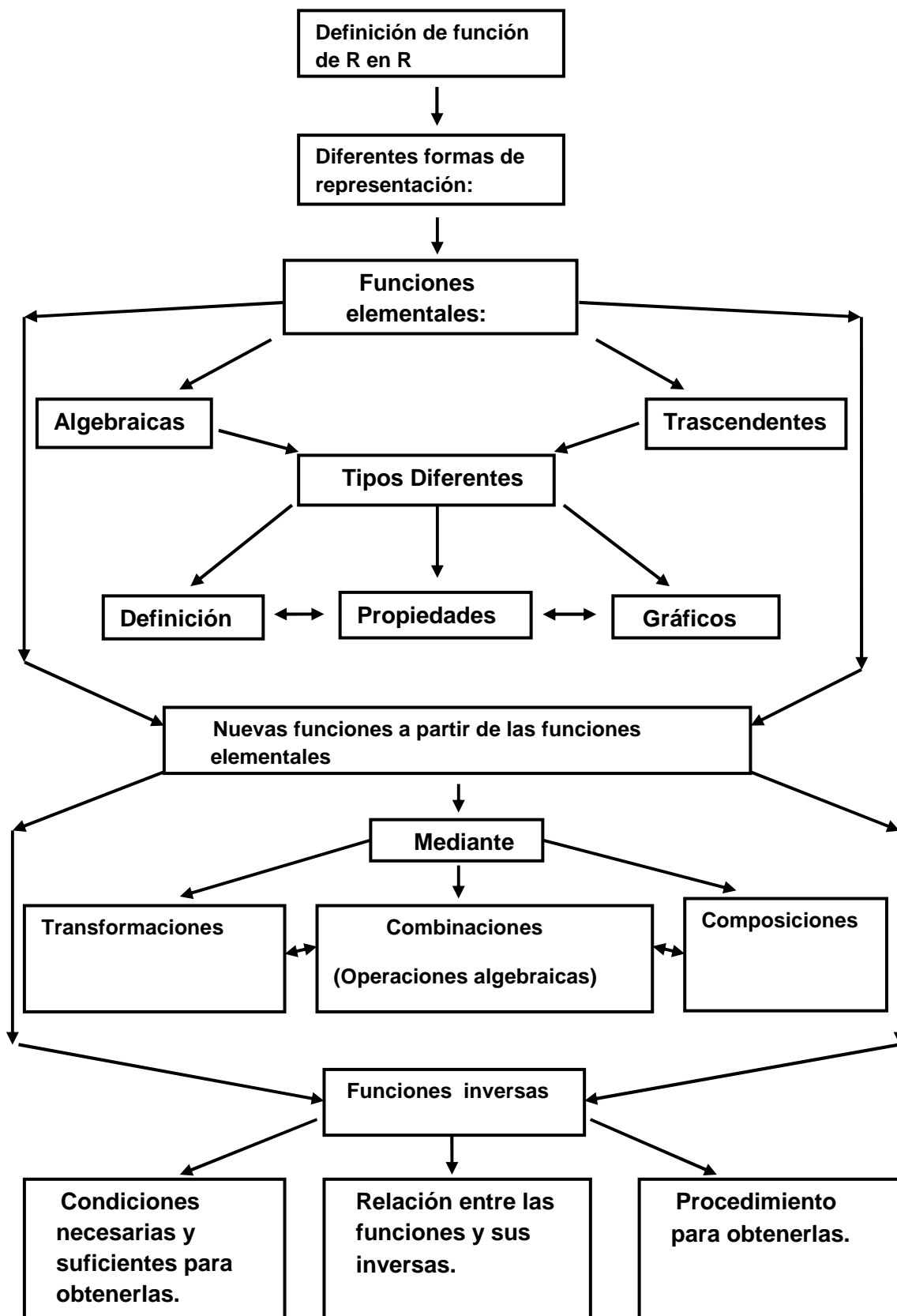


### **Sistema de evaluación**

- Examen Diagnóstico.
- Evaluaciones frecuentes.
- Preguntas escritas, orales, evaluación por equipo y auto evaluación individual
- Se aplican tres evaluaciones parciales de 2 horas.

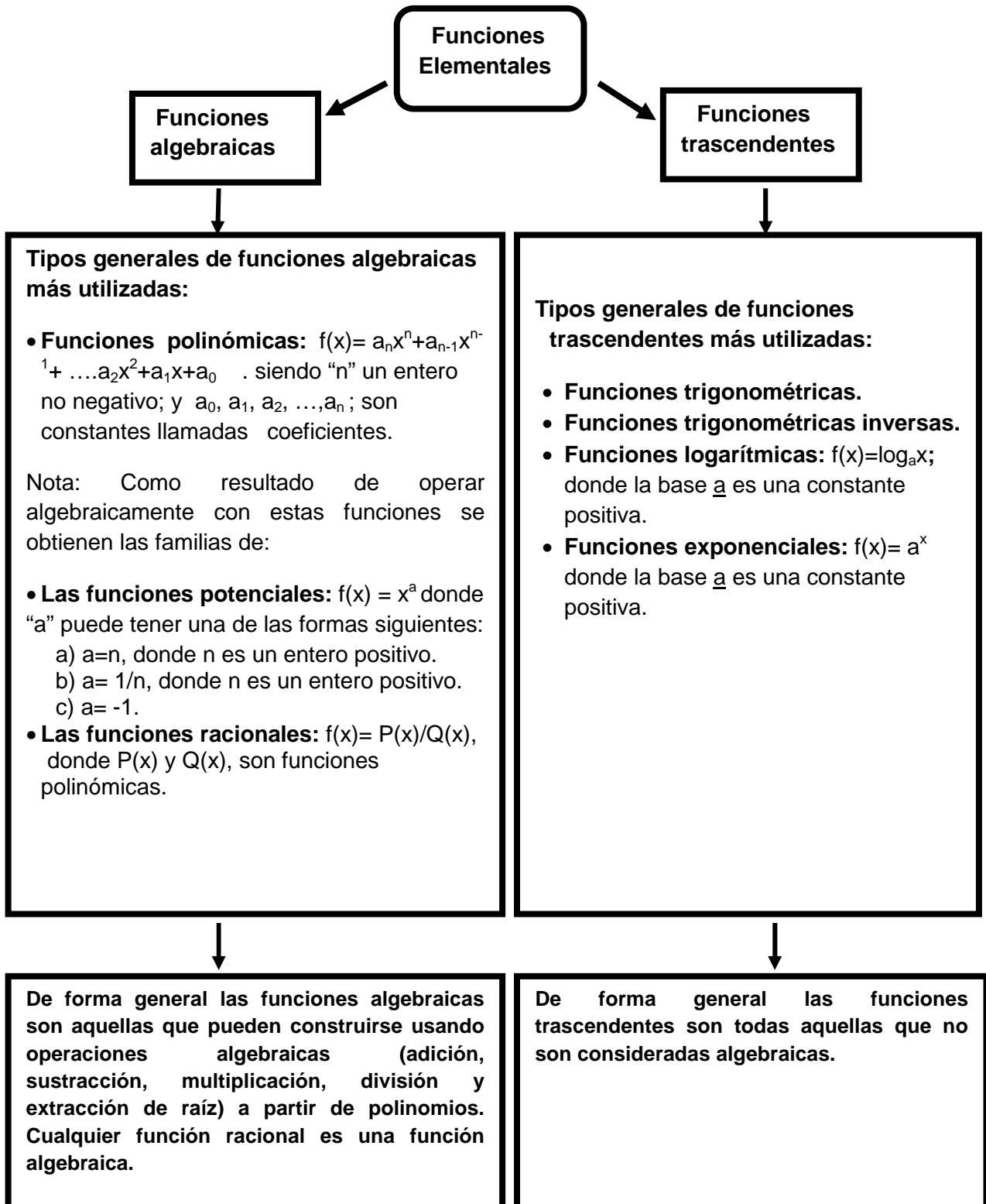
Anexo- 9-

Esquema de contenidos de las funciones de R en R.



## Anexo-10-

Criterio de clasificación general para las funciones reales de una variable real (las consideradas elementales).



## Anexo -11-

### Resumen de contenidos fundamentales acerca del concepto función real de variable real.

#### 1- Función real de variable real. Definiciones:

.En término de relaciones entre conjuntos.

Una función  $y=f(x)$  es una regla que asigna a cada elemento  $x$  perteneciente a un subconjunto  $A$  del conjunto de los números reales un elemento llamado  $f(x)$  o  $y$  perteneciente a un subconjunto  $B$  del conjunto de los números reales.

En término de correspondencias.

$f(x)$  es una función real de una variable real  $x$ , si a cada número real  $x$  le corresponde un exactamente un número real  $g(x)$ ".

Nota 1: (a veces la regla de definición de una función aparece dividida en varias subreglas parciales, expresadas habitualmente mediante fórmulas, tendiendo a interpretar incorrectamente que se han definido tantas funciones como subreglas se enuncien. Un ejemplo de esto es la función,  $f: R \rightarrow R$  tal que;

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, & \text{si } x \geq 0 \\ -x, & \text{si } x < 0 \end{cases} \text{ es una sola función, y no dos funciones.}$$

y recibe el nombre de función valor absoluto).

Nota 2: (Informalmente una función real de variable real presupone:

De un conjunto de números reales finitos o no finitos, (forman el conjunto de partida de la función), que aplican a través de una regla de correspondencia o definición, de modo que a todos los elementos, sin excepción que pertenecen a ese conjunto le corresponde un único elemento en otro conjunto de números reales, (conjunto de llegada).

#### 1.1- (Dominio) y (rango o imagen) de una función:

El dominio consiste en el subconjunto de números reales (conjunto de partida), que puede tomar la variable independiente. La imagen o rango, es el subconjunto de números reales (conjunto de llegada) formado por los valores generados a partir de aplicarle la regla que define la función, a cada valor de su dominio.

#### 1.2- Otras representaciones de una función:

##### a) Gráfica de funciones:

Dada una función  $f(x)$ , para cada  $x \in$  al dominio de  $f$ , el par ordenado de números reales  $(x; f(x))$  se interpretan, como coordenadas de un punto del plano cartesiano,

que determinan un subconjunto de ese plano, tal que la gráfica de  $f$ , estará representada por ese subconjunto del plano formado por los puntos de coordenadas  $(x; f(x))$ .

Nota: Observar esa representación proporciona una información valiosa acerca de las características o propiedades de la función que representa, de ahí su importancia.

b) Representación tabular de una función:

Para el caso de funciones con dominio de definición finito y con un número no demasiado elevado de elementos, es muy utilizado el uso de tablas en las que se presentan en una columna, los valores del dominio de la función y al lado en la otra columna los valores correspondientes que alcanza la función para cada uno de ellos. Esta representación es muy utilizada cuando se analizan en experimentos dos magnitudes relacionadas, (una depende de la otra). Este método se utiliza desde mucho antes que apareciera formalmente el concepto de función y sus respectivas definiciones.

2- Algunas propiedades globales básicas de las funciones.

Nota: El término propiedades globales se refiere, a que son características que cumplen las funciones al menos para un intervalo de valores de su dominio, no en puntos aislados.

2.1- Paridad de una función. Funciones pares e impares. Funciones sin paridad:

Decimos que una función  $f(x)$  “es par” siempre que para todo valor de la variable independiente  $x$  perteneciente al dominio se cumpla que:  $f(x)=f(-x)$ .

Esto corresponderá gráficamente a una simetría respecto al eje  $(y)$ ,  $(x=0)$ .

Decimos que una función  $f(x)$  “es impar” siempre que para todo valor de la variable independiente  $x$  perteneciente al dominio se cumpla que:  $f(-x)= -f(x)$ .

Esto corresponderá gráficamente a una simetría respecto al punto  $(x;y)= (0;0)$ .

El carácter par o impar de una función es lo que conocemos como su paridad. Las funciones que no son ni pares, ni impares, carecen de paridad.

2.2- Monotonía de una función. Funciones crecientes y decrecientes sobre un intervalo  $I$ :

Se dice que una función  $f(x)$  es creciente sobre un intervalo  $I$ , si para dos valores reales  $x_1$  y  $x_2$  perteneciente al dominio de  $f(x)$  en el intervalo  $I$ ; se cumple que:  $f(x_1) <$

$f(x_2)$  siempre que  $x_1 < x_2$  en  $I$ . Por lo que una función es creciente sobre todo su dominio si se satisface la desigualdad  $f(x_1) < f(x_2)$  para toda pareja de números reales  $x_1$  y  $x_2$  con  $x_1 < x_2$ .

Se dice que una función  $f(x)$  es decreciente sobre un intervalo  $I$ , si para dos valores  $x_1$  y  $x_2$  perteneciente al dominio de  $f(x)$  en el intervalo  $I$ ; se cumple que:  $f(x_1) > f(x_2)$  siempre que  $x_1 < x_2$  en  $I$ . Por lo que una función es decreciente sobre todo su dominio si se satisface la desigualdad  $f(x_1) > f(x_2)$  para toda pareja de números reales  $x_1$  y  $x_2$  con  $x_1 < x_2$ .

### 2.3- Periodicidad de las funciones:

Se dice que una función  $f(x)$  es periódica con periodo "a" si existe un número real "a" tal que se cumple que:  $f(x) = f(x+a)$  para toda  $x$  y "a" que se encuentren en el dominio de  $f(x)$ .

### 2.4- Función Inyectiva:

Una función  $y = f(x)$  es inyectiva si a dos valores diferentes cualesquiera de  $x$  les corresponden imágenes diferentes.

### 3- Otras funciones que se obtienen a partir de funciones de la forma $y = f(x)$ .

#### 3.1 Operaciones con funciones.

a) Suma de funciones: Dada dos funciones  $f(x)$  y  $g(x)$ , se entiende por su suma a la nueva función  $H(x) = f(x) + g(x) = (f+g)(x)$ , tal que  $f(x) + g(x)$  tiene sentido, y esto ocurre solo cuando el  $\text{dom}(f+g)(x) = \text{dom } f(x) \cap \text{dom } g(x)$ .

Nota: De forma similar se obtienen las funciones diferencias de  $f(x) - g(x)$ , productos de  $f(x) \cdot g(x)$  y cociente de  $f(x) : g(x)$ .

#### 3.2- Función compuesta:

Dadas dos funciones  $f(x)$  y  $g(x)$ , la función compuesta  $(f \circ g)(x)$  (también llamada la composición de  $f(x)$  y  $g(x)$ , es una nueva función  $h(x)$  definida por  $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ . O sea  $h(x) = f(g(x))$ .

Entonces el dominio de la función compuesta  $h(x) = f(g(x))$  son todas las  $x$  del dominio de  $g$ , tales que  $g(x)$  se encuentre en el dominio de  $f$ .

#### 3.3- Función inversa:

La función inversa  $f^{-1}(x)$  de una función  $f(x)$  se define como aquella función tal que  $f^{-1}(y) = x$  siempre que  $f(x) = y$  cumpliéndose que el dominio de  $f^{-1}(x)$  coincide con la imagen de  $f(x)$ , y la imagen de  $f^{-1}(x)$  coincide con el dominio de  $f(x)$ .

En particular, si para un mismo valor de  $f(x)$  existen dos posibles soluciones  $x$ , deberemos restringir el dominio de  $f(x)$  para que su inversa esté unívocamente determinada. O sea sólo cuando la función de partida  $f(x)$  sea inyectiva o restringamos su dominio para conseguir su inyectividad, se podrá definir la función inversa  $f^{-1}(x)$ .

## **Anexo- 12-**

### **Encuesta a expertos.**

Compañero profesional, usted ha sido seleccionado como experto para emitir su opinión acerca de una estrategia didáctica para sistematizar el concepto de función real de una variable real en los estudiantes de 1er año de la carrera Ingeniería Eléctrica del C.R.D. Le solicitamos colabore con la mayor sinceridad posible. No es necesario que escriba su nombre.

En la tabla que le presentamos a continuación, marque con una (x) la evaluación que considere tienen los aspectos (indicadores) que señalamos acerca de la factibilidad de la estrategia que se propone, atendiendo a las siguientes categorías: M.A: Muy Adecuada. B.A: Bastante Adecuada. A: Adecuada. P.A: Poco Adecuada. I: Inadecuada

Agradecemos sus opiniones y sugerencias acerca de cualquier aspecto que considere de interés incluir o eliminar en la estrategia que se propone. Muchas gracias.



**Anexo -13-****Indicadores consultados a los expertos seleccionados.**

<b>Indicadores:</b>	<b>M.A (5)</b>	<b>B.A(4)</b>	<b>A (3)</b>	<b>P.A (2)</b>	<b>I (1)</b>
1. Posibilidad de utilizar estas acciones en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones de R en R.					
2. Relación con las bases de contenidos necesarias para la sistematización del concepto función de R en R.					
3. Posibilidad de elevar la formación matemática en los estudiantes.					
4. Contribución a la formación académica, laboral e investigativa en los estudiantes a través del sistema de trabajo independiente y el uso de las nuevas tecnologías.					
5. Contribución al logro de un aprendizaje desarrollador.					
6. Novedad de la propuesta.					
7. Valoración global de la propuesta a partir del carácter sistémico de su concepción.					

Anexo -14-

Tabla de frecuencias absolutas por indicadores.

<b>TABLA I (FRECUENCIA ABSOLUTA)</b>						
<b>INDICADORES:</b>	<b>MA</b>	<b>BA</b>	<b>A</b>	<b>PA</b>	<b>I</b>	<b>TOTAL</b>
<b>1</b>	3	7	4	4	2	20
<b>2</b>	1	5	7	5	2	20
<b>3</b>	3	6	9	1	1	20
<b>4</b>	7	3	6	2	2	20
<b>5</b>	6	3	7	3	1	20
<b>6</b>	7	4	6	2	1	20
<b>7</b>	4	7	5	2	2	20

**Anexo -15-**

**Tabla de frecuencias absolutas acumuladas.**

<b>Tabla II. Frecuencias Absolutas Acumuladas.</b>				
<b>Indicadores</b>	<b>MA</b>	<b>BA</b>	<b>A</b>	<b>PA</b>
<b>1</b>	3	10	14	18
<b>2</b>	1	6	13	18
<b>3</b>	3	9	18	19
<b>4</b>	7	10	16	18
<b>5</b>	6	9	16	19
<b>6</b>	7	11	17	19
<b>7</b>	4	11	16	18

Anexo- 16-

Tabla de frecuencias relativas acumuladas.

Tabla III. Frecuencia relativa acumulada	número de expertos (n=20) (Frecuencia absoluta) / (número de expertos)			
	MA	BA	A	PA
1	0,15	0,5	0,7	0,9
2	0,05	0,3	0,65	0,9
3	0,15	0,45	0,9	0,95
4	0,35	0,5	0,8	0,9
5	0,3	0,45	0,8	0,95
6	0,35	0,55	0,85	0,95
7	0,2	0,55	0,8	0,9

Anexo- 17-

Tablas IV y V. Resultados de la aplicación de la distribución normal inversa.  
Determinación de los puntos de corte.

Indicadores	MA	BA	A	PA	Suma de la suma de las colum. (SS)	suma de las filas	promedio de las filas (PF)	N-PF
1	-1,03643	0,00000	0,52440	1,28155		0,76952	0,19238	0,08
2	-1,64485	-0,52440	0,38532	1,28155		-0,50238	-0,12560	0,40
3	-1,03643	-0,12566	1,28155	1,64485		1,76431	0,44108	-0,17
4	-0,38532	0,00000	0,84162	1,28155		1,73785	0,43446	-0,16
5	-0,52440	-0,12566	0,84162	1,64485		1,83641	0,45910	-0,19
6	-0,38532	0,12566	1,03643	1,64485		2,42163	0,60541	-0,34
7	-0,84162	0,12566	0,84162	1,28155		1,40721	0,35180	-0,08
Suma de la suma de las filas.(SS)						9,43455		
suma de las columnas.	-5,85438	-0,52440	5,75257	10,06077	9,43455	18,86911		
Promedio de las columnas.	-0,83634	-0,07491	0,82180	1,43725		2,69559		
Puntos de cortes.	-0,84	-0,07	0,82	1,44				

Tabla V.

Número de Categorías (NC)	Número de Indicadores. (NI)	Suma de las Sumas.(SS)	n= NC.NI	N=SS:n
5	7	9,43455318	35	0,27

Anexo -18-

Tabla VI. Evaluación por indicadores.

	MA	BA	A	PA	I
intervalos	$(-\infty; -0,84)$	$(-0,84; -0,07)$	$(-0,07; 0,82)$	$(0,82; 1,44)$	$(1,44; \infty)$
indicador-1			x		
indicador-2			x		
indicador-3		x			
indicador-4		x			
indicador-5		x			
indicador-6		x			
indicador-7		x			