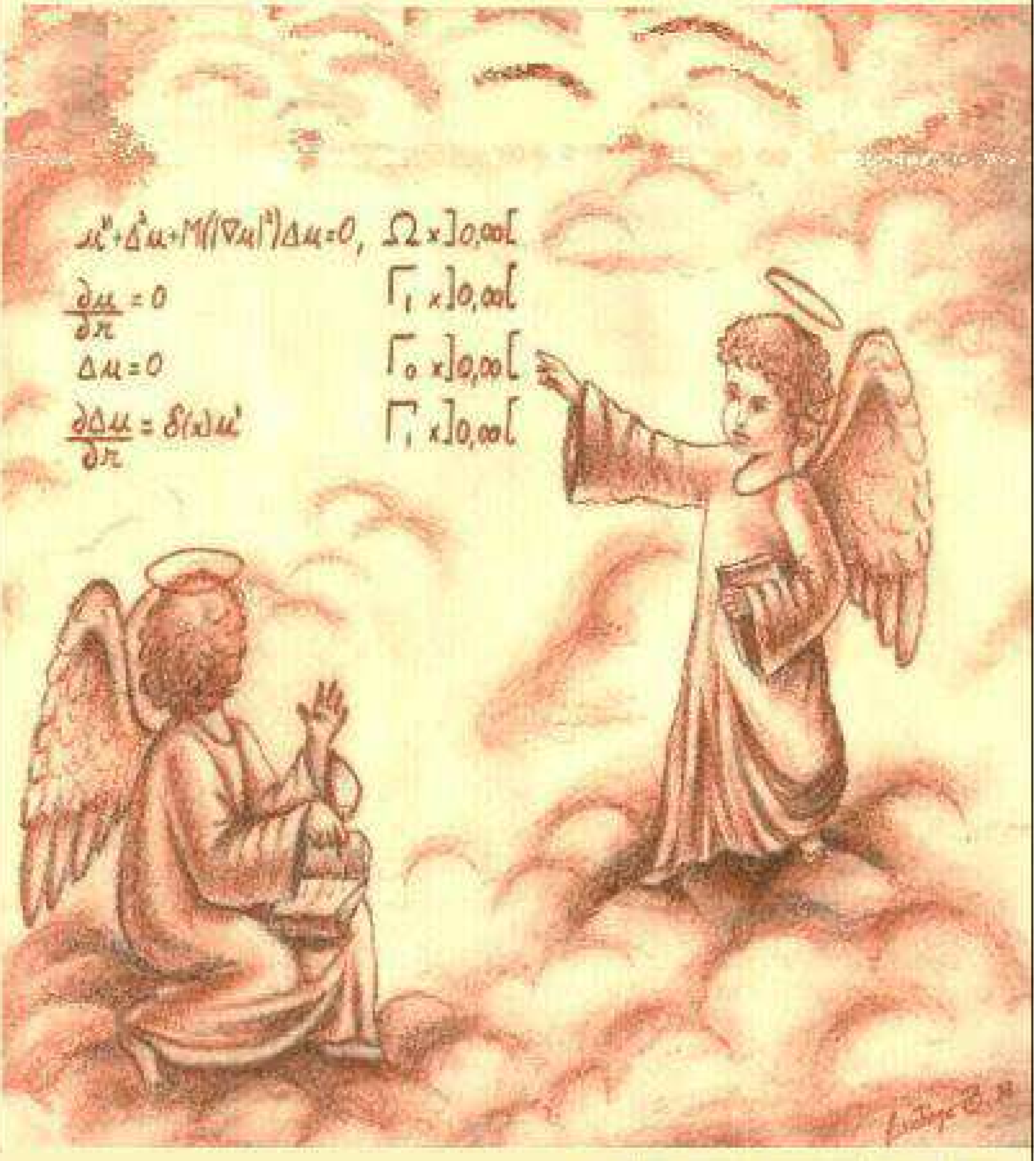
INTRODUÇÃO Á EPISTEMOLOGIA DA CIÊNCIA

Primeira Parte



Christian Q. Pinedo

Karyn S. Pinedo

A nossos filhos

Matheus, Nykolas e Kevyn.

Título do original

Introdução à Epistemologia da Ciência

Primeira Parte

Dezembro de 2005

Direitos exclusivos para língua portuguesa:

	Pinedo. Christian Quintana, 1954 - Pinedo Karyn Siebert, 1977
	Introdução à Epistemologia da Ciência/ Christian José Quintana Pinedo;
521.8	Karyn Siebert Pinedo : Universidade Federal do Tocantins. Campus de Palmas, 2008.
	160 p. il. 297mm
	I. Introdução à Epistemologia. Christian Q. Pinedo; Karyn S. Pinedo. II. Série. III. Título
	CDD 521.8 ed. CDU

SUMÁRIO

PREFÁCIO

Estas notas de *Introdução à Epistemologia da Ciência* (Vol I), representa o esforço em sínteses da seleção de um conjunto de temas relacionados com a "*teoria do conhecimento científico*". Estes temas de nuita importância para estudantes que pela primeira vez querem informação ao respeito, especificamente nas áreas das ciências em geral.

O objetivo deste trabalho é suprir a carência de bibliografia especializada e motivar ao estudo dos paradigmas da ciência.

Pretendemos apresentar os temas neste trabalho como uma introdução de conteúdos para a discussão e debate em temas de muita importância de disciplinas como "*Metodologia do Trabalho Científico*"entre outras, própria de cursos de graduação e pós-graduação.

Este material é uma coletanea das aulas ministradas pelos autores em diferentes cursos de graduação e pós-graduação.

Ficamos profundamente gratos pelo estímulo e encorajamento recebido de nossos alunos, e colegas.

Os autores.

Palmas - TO, Novembro de 2008

“ *Para criar uma filosofia sã é preciso renunciar à metafísica e tornar-se apenas um bom matemático*”.

Bertrand Russel

“*Não adianta ter um mar de conhecimentos, com a profundidade de um milímetro*”

Christian Q. Pinedo

Capítulo 1

EPISTEMOLOGIA

1.1 FILOSOFIA

1.1.1 O que é filosofia?

Filosofia é uma palavra de origem grega que significa literalmente "amigo da sabedoria" (philos sophias) [3]. Narra-se que o termo foi inventado na escola Pitagórica, alguém certa vez chamou a Pitágoras de *sábio* e considerando que este termo era muito elevado para si mesmo, pediu que o chamassem simplesmente de *filósofo*, isto é amigo da sabedoria.

Quanto à filosofia, que estuda ela? No dizer dos filósofos, ela estuda todas as coisas. Aristóteles que foi o primeiro a fazer uma pesquisa rigorosa e sistemática deste tema em *"Metafísica"*, diz que:

> *". . . a filosofia estuda as causas últimas da todas as coisas."*

Cícero define a filosofia como:

> *". . . o estudo das causas humanas e divinas das coisas."*

René Descartes afirma que:

> *". . . a filosofia ensina a raciocinar bem."*

Poderíamos citar muitos outros filósofos que definem a filosofia ora como o estudo do valor do conhecimento, ora como a indagação são do fim último do homem, ora como o estudo da linguagem, do ser, da história, da arte, da cultura, da política, etc. Devemos então concluir que a filosofia estuda tudo? Sim, e por duas razões.

- Em primeiro lugar, porque todas as coisas podem ser examinadas no nível científico e também no nível filosófico.

- Em segundo lugar, porque, enquanto as ciências estudam esta ou aquela dimensão da realidade, a filosofia estuda o "*todo*", a totalidade, o universo tomado globalmente.

Eis, portanto a primeira característica que distingue a filosofia de qualquer outra forma de saber: ela estuda toda a realidade ou, pelo menos, procura oferecer uma explicação completa e exaustiva de uma esfera particular da realidade.

Dissemos que todas as coisas podem ser objetos de indagação filosófica. Como decorrência disso, pode haver uma filosofia do homem, dos animais, do mundo, da vida, da matéria, dos deuses, da sociedade, da política, da religião, etc. Porém os filósofos estudam alguns problemas, aqueles que são designados com os nomes de:

- ***Lógica,*** se ocupa do problema da exatidão do raciocínio;
- ***Epistemologia,*** do valor do conhecimento (estudo da ciência);
- ***Metafísica,*** do fundamento último das coisas em geral;
- ***Cosmologia,*** da constituição essencial das coisas materiais, de sua origem e de seu vir-a-ser;
- ***Etica,*** da origem e da natureza da lei moral, da virtude e da felicidade;
- ***psicologia,*** da natureza humana e das suas faculdades;
- ***Teodicéia,*** do problema religioso ou da existência e da natureza de Deus e das relações dos homens com ele;
- ***Política,*** da origem e da estrutura do estado;
- ***Estética,*** do problema do belo e da natureza em função da arte.

1.1.2 Mito e filosofia.

A mente humana é naturalmente inquiridora: quer conhecer as razões das coisas. Basta ver uma criança fazendo perguntas aos pais. Mas as mesmas perguntas podem ser dadas diversas respostas: respostas míticas, científicas, filosóficas. As respostas míticas são explicações que podem contentar a fantasia, embora não sejam verdadeiras. Como, por exemplo, quando, a pergunta da criança *"por que o carro se move"*, responde-se "porque uma fade o empurra". Já as respostas científicas procuram satisfazer a razão, mas são sempre explicações incompletas, parciais, fragmentarias: dizem respeito apenas a alguns fenômenos, não abrangem toda a realidade. As respostas filosóficas propõem-se, ao contrário, como dissemos, oferecer uma explicação completa de todas as coisas, do conjunto, do todo.

A humanidade primitiva (pode-se verificar em todos os povos) contentava-se com explicações míticas para qualquer problema. Assim, a pergunta *"por que troveja?"*, respondia: *"Porque Júpiter está encolerizado"*; à pergunta "por que o vento sopra?", respondia: "*Porque Eolo está enfurecido*".

A nós modernos, estas respostas parecem simplistas e errôneas. Historicamente, contudo, elas têm uma importância muito grande porque representam o primeiro esforço da humanidade para explicar as coisas e suas causas. Sob o véu da fantasia, há nessas respostas uma autêntica procura das "causas primeiras" do mundo.

Julgamos oportuno, por isso, dizer aqui algumas palavras sobre o mito, sobre sue definição, sobre suas interpretações principais e sobre a passagem da mitologia grega pare a filosofia.

Turchi, grande estudioso da história das religiões, dá a seguinte definição de mito:

> "*Em sua acepção geral e em sua fonte psicológica, o mito é a animação dos fenômenos da natureza e da vida, animação devida a alguma forma primordial e intuitiva do conhecimento humano, em virtude da qual o homem projeta a si mesmo nas coisas, isto é, anima-as e personifica-as , dando-lhes figura e comportamentos sugeridos pela sue imaginação; o mito é, em suma, uma representação fantástica da realidade, delineada espontaneamente pelo mecanis- mo mental.*"

Desta longa definição retenhamos a última parte: o mito é uma representação fantasiosa, espontaneamente delineada pelo mecanismo mental do homem, a fim de dar uma interpretação e uma explicação aos fenômenos da natureza e da vida.

Como dissemos acima, desde o início o homem procurou indagar sobre a origem do universo, sobre a natureza das coisas e das forças as quais se sentia sujeito. A esta indagação, ele deu sob o impulso da fantasia criadora - tão ativa entre os povos primitivos - cor e forma, criando um mundo de seres vivos (em forma humana ou animal) dotados de história. A função deles era fornecer uma explicação para os acontecimentos da natureza e da existência humana: para a guerra e a paz, para a bonança e a tempestade, para a abundância e a carestia, para a saúde e a doença, para o nascimento e a morte. Todos os povos amigos - assírios, babilônios, persas, egípcios, hindus, chineses, romanos, gauleses, gregos - tem seus mitos. Mas entre todas as mitologias, a grega é a que mais se destaca pela riqueza, ordem e humanidade. Não é de se admirar, por isso, que a filosofia se tenha desenvolvido justamente da mitologia grega.

Do mito foram dadas as mais diversas interpretações, das quais as principais são: mito-verdade e mito-fábula.

Segundo a interpretação *"mito-verdade*", o mito é uma representação fantasiosa que pretende exprimir uma verdade; segundo a interpretação "mito-fábula", ele é uma narração imaginosa sem nenhuma pretensão teórica. Para a primeira interpretação, os mitos são as únicas explicações das coisas que a humanidade, nos seus primórdios, estava em condições de fornecer e nas quais ela acreditava firmemente. Para a segunda interpretação, eles são representações fantasiosas nas quais ninguém jamais acreditou muito menos seus criadores.

Os primeiros que consideraram os mitos como simples fábulas foram os filósofos gregos. A eles se juntaram mais tarde os Padres da Igreja, os escolásticos e a maior parte dos filósofos modernos.

Mas, a partir do começo do nosso século, vários estudiosos da história das religiões (Eliade), da psicologia (Freud), da filosofia (Heidegger), da antropologia (Levi-Strauss), da teologia (Bultmann) começaram a apoiar a interpretação mito-verdade, argumentando que a humanidade primitiva, embora não podendo dar uma explicação racional e metódica do universo, deve ter procurado explicar para si mesma fenômenos como a vida, a morte, o bem, o mal etc., fenômenos estes que atraem a atenção de qualquer observador, mesmo que dotado de pouca instrução. Na opinião de muitos estudiosos contemporâneos, os mitos escondem, portanto, sob a capa de imagens mais ou menos eloqüentes, a resposta dada pela humanidade primitiva a estes grandes problemas. Esta respostas pensam eles que merece ser tomada em consideração ainda hoje porque, em alguns casos, a humanidade primitiva, simples e atenta pode ter percebido melhor o sentido das coisas do que a humanidade mais adiantada, muito maliciosa e desatenta.

Das análises feitas pelos estudiosos de nosso tempo segue-se que o mito exerceu, entre os povos antigos, três funções principais: religiosa, social e filosófica.

Primeiramente, *"o mito é o primeiro degrau no processo de compreensão dos sentimentos religiosos mais profundos do homem; é o protótipo da teologia*". Mas, ao mesmo tempo, ele e também aquilo que assinala e garante o pertencer a um grupo social e não a outro; de fato, o pertencer a este ou aquele grupo depende dos mitos particulares que alguém segue e cultiva. Finalmente, o mito exerce uma função semelhante a da filosofia, enquanto representa o modo de se autocompreender dos povos primitivos. Também o homem das civilizações antigas tem consciência de certos fatos e valores, e cristaliza a causa dos primeiros e a realidade dos segundos justamente nas representações fantásticas que são os mitos.

Em nossa opinião, o mito é denso de significado tanto religioso como filosófico, tanto social como pessoal. Mas não concordamos com uma valorização que o equipare à filosofia. Embora tendo fundamentalmente o mesmo objetivo que o mito, a saber, o de fornecer uma explicação exaustiva das coisas, a filosofia procura atingir este seu objetivo de modo completamente diferente. De fato, o mito procede mediante a representação fantástica. a imaginação poética, a intuição de analogias, sugeridas pela experiência sensível; permanece, pois aquém do logos, ou seja, aquém da explicação racional. A filosofia, ao contrário, trabalha só com a razão, com rigor lógico, com espírito crítico, com motivações racionais, com argumentações rigorosas, baseadas em princípios cujos valores foram previa e firmemente estabelecidas de forma explicita [1].

1.2 COMO ESTUDAR FILOSOFIA

Eis alguns conselhos sobre o estudo da filosofia. Espero que sejam úteis, sobretudo para os estudantes, do ensino superior [7].

Em primeiro lugar, é preciso perceber que não se pode começar o estudo da filosofia lendo os textos dos grandes filósofos, tal como não se começa a aprender atletismo competindo na maratona, nem se aprende a pintar olhando para os quadros de Picasso.

É preciso ler primeiro outros livros, que nos introduzem a filosofia. Na Biblioteca Virtual podem-se encontrar alguns desses livros introdutórios. Infelizmente, as maiorias deles não estão traduzidas para português

Na Filosofia Aberta publiquei *"Que Quer Dizer Tudo Isto?", "Elementos Básicos de Filosofia*", duas boas introduções à filosofia, cuja leitura é compensadora e que constituirão talvez o melhor começo para quem não lê inglês, juntamente com *"Os Problemas da Filosofia*, de Bertrand Russell.

[1] Aristóteles diz que a diferença entre ciência e experiência está no fato de que a experiência atesta que aconteceu alguma cosa e explica o seu como, ao passo que a ciência procura esclarecer o seu porquê?

Em português há ainda *"A Cultura da Subtileza"*, do M. S. Lourenço (1.995), que apesar de ser um pouco mais avançado é ainda indicado como leitura introdutória (o livro teve origem num programa de rádio da Antena 2 cujo objetivo era, precisamente, divulgar a filosofia junto do público leigo).

Alguns clássicos de filosofia, pela sua clareza, são particularmente recomendáveis para os iniciantes. Depois de ler os livros de introdução acima, aconselho como primeira leitura as *Meditações sobre a Filosofia Primeira*, de Descartes (trad. de Gustavo de Fraga, Livraria Almedina, várias ed.). A longa introdução e as muitas notas do tradutor devem ser ignoradas nas primeiras leituras (e são, sobretudo de caráter histórico e não filosófico). O texto de Descartes não exige quaisquer conhecimentos de filosofia para que possa ser razoavelmente compreendido, não faz 20 citações em cada página a 30 autores diferentes, não usa uma terminologia barroca e - pasme-se - oferece à nossa compreensão crítica argumentos e teorias claramente expostos e cuidadosamente formulados.

O mesmo acontece com o Tratado do Conhecimento Humano, de Berkeley e com alguns diálogos de Platão, como o êutifron. Ler Platão é um bocadinho confuso porque os diálogos estão cheios de referências históricas e culturais que não só não se percebem como são muitas vezes completamente irrelevantes para a discussão filosófica em causa. Isto faz com que o leitor possa se perder, dispersando a sua atenção em aspectos histórico-culturais, muito interessantes em vários aspectos, mas irrelevantes filosoficamente. No entanto, se seguir as indicações seguintes, conseguirá talvez concentrar a sua atenção no que é realmente importante do ponto de vista filosófico.

1.2.1 Como ler filosofia.

1.2.1.1 Os problemas.

A bibliografia filosófica é intrincada e sutil, mesmo quando se trata de tex-tos claros e acessíveis, como os que se indicaram acima. é por isso importante aprender a isolar o que é filosoficamente importante do que é apenas acessório.

Quando lemos um texto de filosofia devemos concentrar a nossa atenção sobre os seguintes aspectos:

- os problemas;
- as teorias;
- os argumentos.

Os bons filósofos costumam começar por enunciar os problemas que estão a procurar resolver nas suas obras. é o que faz Descartes, que declara logo na primeira meditação que está preocupado com o problema do fundamento do conhecimento. Nos diálogos de Platão também é costume surgir logo após o preâmbulo dramático o enunciado do problema, muitas vezes uma pergunta de Sócrates, como *"O que é a piedade?"*

Mas os pormenores dos problemas filosóficos são sutis e intrincados. é fácil de ver que o fundamento do conhecimento é o problema que Descartes procura resolver nas Meditações. Mas em que consiste exatamente este problema? É aqui que o conceito de *"formulação* tem de ser introduzido. Quando eu andava no liceu usava-se muitas vezes a expressão *"explicar pelas suas próprias palavras.* Esta é uma boa formulação do que é a formulação. A formulação de um problema filosófico, por exemplo, do problema filosófico que Descartes procura resolver nas Meditações, é enunciar esse problema de forma clara, organizada e pormenorizada - claro que a melhor forma de o fazer é no papel, mas podemos tentar fazê-lo, de forma mais informal, mesmo quando estamos a ler, ou oralmente, nas aulas e com os amigos. Quando formulamos um problema filosófico devemos estar preocupados com os seguintes aspectos:

- Qual é a sua formulação exata?
- Quais são as causas da sua existência?
- Quais são as suas conseqüências?

A formulação correta de um problema, de uma teoria ou de um argumento é o indício mais seguro de que o autor da formulação compreendeu o que está a dizer. Numa boa formulação as relações lógicas têm de se tornar claras. As suas sutilezas têm de ser cuidadosamente expostas, as suas obscuridades clarificadas, as suas ambiguidades desambiguadas. O inverso disto é a paráfrase e as citações superabundantes, ótimas para dar volume e evitar trabalho (no meu tempo chamava-se *"palha"* a isto). Se não percebemos muito bem uma certa passagem, o melhor é citá-la: quem nos lê ficará com a sensação que é estúpido porque não percebe algo que o autor deve ter percebido, caso contrário não teria citado.

Esta estratégia, claro, é desonesta. é preferível escrever 5 linhas claras onde se explica por que razão não se percebeu uma passagem do que encher 5 páginas obscuras onde se cita a passagem e mais 30 comentadores e outras tantas paráfrases, ocultando o fato crucial de não se ter percebido. Por vezes, a expressão clara de uma incompreensão tem valor filosófico porque essa incompreensão pode ela própria ter valor filosófico: a passagem em causa pode ser filosófica ou logicamente incongruente. Ao fazê-lo, o estudante mostra que leu com atenção crítica; ao limitar-se à paráfrase e à citação bacoca o estudante mostra que se limitou a prosseguir uma função mecânica e acrítica - o contrário do espírito crítico da filosofia.

Por causas e conseqüências não se entende, obviamente, causas e conseqüências extra-filosóficas. Por exemplo, é irrelevante que Descartes estivesse preocupado com os fundamentos do conhecimento por ter descoberto um dia que não podia ter a certeza se a sua namorada o amava de fato, ou por causa de mais uma das muitas guerras absurdas que se viviam no seio da Europa. E é irrelevante que o problema do conhecimento tenha levado ao suicídio algum estudante mais desequilibrado do século XVI, ou que tenha provocado a queda de algum rei, ou uma qualquer convulsão social, política, econômica ou cultural. Todos estes aspectos são interessantes, cada um à sua maneira; mas não são filosoficamente interessantes.

Da mesma forma que a tinta que Mozart usou para escrever o Requiem é irrelevante para a análise musical do Requiem, também todas as questões políticas, econômicas, culturais e sociais que rodeiam obviamente todos os filósofos são irrelevantes do ponto de vista filosófico. Estas questões são interessantes do ponto de vista... bem, político, econômico, cultural e social - mas não filosófico.

As causas e as conseqüências que nos interessam enquanto estudantes de filosofia são, claro, as causas e conseqüências filosóficas. Por exemplo, depois de formularmos de forma correta o problema do conhecimento que Descartes enuncia no início da primeira meditação, podemos perguntar: que razões o levam a pensar que o problema do fundamento do conhecimento existe realmente? Não será apenas uma fantasia? Na verdade, uma das reações negativas mais comuns em relação à filosofia é o menosprezo pelos seus problemas.

Mas uma coisa é menosprezar sumariamente um problema como irrelevante ou mal formulado ou como o resultado de uma confusão conceptual; outra coisa - e isto é já um trabalho filosófico - é elaborar essa reação e mostrar que o problema X que o filósofo Y levanta resulta de um erro categorial, ou outro. Na verdade, grande parte do trabalho dos filósofos consiste em tentar mostrar que os outros filósofos cometeram esse tipo de erros (é o que acontece, por exemplo, no livro The Concept of Mind, onde Ryle procura mostrar que o conceito cartesiano de mente resulta de um erro categorial).

Perceber as causas de um problema filosófico é perceber de que depende a sua existência. Por exemplo, Wittgenstein procurou mostrar que o problema filosófico do solipsismo, levantado por Locke - e que é ainda uma conseqüência da atitude de Descartes perante o conhecimento - é uma conseqüência de uma concepção errada (no sentido forte de erro: logicamente incongruente) da linguagem. Claro que não se espera que um estudante de filosofia, ao tentar descobrir as causas dos problemas filosóficos que está a ler, tenha a mesma capacidade crítica que os filósofos altamente especializados e treinados têm. Mas têm de começar a ter alguma dessa capacidade crítica. E a melhor coisa a fazer para desenvolver uma capacidade é treiná-la pacientemente a partir de exercícios simples.

Quando procuramos as causas de um problema filosófico perguntamo-nos como é que as coisas têm de ser para que aquele problema exista e o que aconteceria se as coisas fossem ligeiramente diferentes. Não é importante, inicialmente, se é para nós claro que as coisas são de fato como têm de ser para que se levante tal problema; mas é importante perceber claramente que para se levantar tal problema as coisas têm de ser desta maneira e daquela. Mas de que coisas se trata? Não se trata, com certeza, de dados acerca da iliteracia dos portugueses, ou da análise do trabalho dos jornalistas portugueses. Trata-se, sim, de certos aspectos da natureza da linguagem, do mundo, e dos nossos conceitos acerca destas duas coisas. Por exemplo: que conceito de conhecimento e de linguagem tem Descartes de ter para que se levante o problema do fundamento do conhecimento?

Tudo quanto disse em relação às causas se aplica às conseqüências. Neste caso, temos de nos perguntar o que somos obrigados a aceitar se aceitarmos uma certa formulação de um certo problema. Se aceitarmos, como Descartes, que existe um problema com o fundamento do conhecimento, o que se segue daí? Poderemos continuar a conceber a ciência, por exemplo, como concebíamos antes? Ou não? E a religião? Se o conhecimento precisa de fundamentos, que temos de fazer para encontrá-los? E qual será o método para fazê-lo?

1.2.1.2 As teorias.

Como é óbvio, os filósofos não se limitam a enunciar problemas intrincados e sutis. Querem também resolvê-los. é por isso que constroem teorias, também elas muitas vezes intrincadas e sutis. No entanto, se não percebermos que problemas procuram eles resolver é altamente improvável que compreendamos e possamos apreciar o valor das suas teorias: o mais natural é ficarmo-nos pela aceitação ou rejeição epidérmica (e que muitas vezes é falsamente identificada com uma postura estética, como se gostar realmente de uma sinfonia pudesse ser uma atitude a crítica e epidérmica). "Penso, logo existo"é a fórmula mágica da teoria de Descartes. Mas que significa isto realmente? Por que se deu ele ao trabalho de escrevê-lo? Que procurava ele resolver com o *"cogito*[2]" (o termo com que a sua teoria é conhecida)? Estas são as perguntas prévias que têm de orientar a nossa compreensão de uma teoria filosófica.

Posteriormente, temos de tentar compreender os labirintos da teoria que estamos a estudar. Como é que a teoria funciona? E funciona? Não terá alguns problemas de concepção? Por exemplo, poderá Descartes, na situação em que se coloca, saber realmente que pensa e que existe? E tratar-se-á a expressão que enuncia o princípio da sua teoria ("penso, logo existo") de uma inferência, como o indica a palavra "logo"? Ou quererá ele apenas dizer que, por mais que duvide de tudo, a condição de possibilidade para poder duvidar é existir e pensar? E como se articula o resto da sua teoria com este princípio tão básico? Como consegue ele inferir a existência de Deus e do mundo a partir deste princípio tão básico? Estarão essas inferências corretas? Ou terá cometido erros? Este é o tipo de avaliação crítica que o estudante terá de fazer, de forma progressivamente mais minuciosa e sistemática, ao longo do seu estudo.

1.2.1.3 Os argumentos.

Muito bem, estive a fazer um bocadinho de batota [3] não comecei por falar do mais importante de tudo em filosofia - os argumentos. Mas espero que, depois de ler esta seção, se perceba subitamente que todo o trabalho que descrevi nas seções anteriores não é possível realizar sem argumentos. Precisamos de argumentos para nos convencer que o problema do conhecimento de Descartes é realmente um problema e não uma fantasia de um soldado aborrecido fechado num quarto aquecido. Precisamos de argumentos para nos convencer que as causas filosóficas de certo problema são estas e não aquelas, e que as suas conseqüências não são estas mais aquelas. E precisamos de argumentos para nos convencer que a teoria consegue realmente resolver o que pretendia resolver e que é verdadeira e não apenas um agregado de frases talvez atraentes mais escandalosamente afastadas da verdade.

E o que são argumentos? Os argumentos são razões que apresentamos para sustentar uma qualquer afirmação. Há vários tipos de argumentos: dedutivos, por analogia, causais, de autoridade, através de exemplos. Para todos eles há regras que nos ajudam a apreciar o seu valor. é por isso que estudar um livro como *"A Arte de Argumentar"* é importante.

Muitas vezes os filósofos são lidos mais ou menos com a mesma atitude com que os gregos

[2]Cogito: Pensamento, especialmente o pensamento de um indivíduo isolado.
[3]Batota: Certo peixe marítimo

consultavam o oráculo e os portugueses lêem o horóscopo: acriticamente. Esta atitude é muito bizarra porque, tal como as profecias oraculares e as prescrições dos horóscopos, os filósofos contradizem-se. De maneira que é muito difícil lê-los a todos como fontes de verdade: não podem ter toda a razão. Pode ser que um deles tenha razão; mas mesmo que queiramos tomar a atitude arriscada de defender que era Kant, ou Descartes, ou Aristóteles, ou Russell, ou Frege que tinha razão, se o quisermos fazer de forma razoavelmente racional teremos de mostrar que têm de fato razão. A alternativa é aceitar aquele filósofo cujas teorias vão ao encontro dos nossos pré-conceitos. Mas isto é, claramente, o contrário de uma atitude crítica, que é exatamente o que caracteriza, supostamente, a filosofia.

É muito mais provável que todos os filósofos, como todos os cientistas e todas as pessoas em geral, tenham a sua cota de verdade e falsidade - misturadas, como sempre. Também aqui, o que se impõe é o estudo cuidadoso das suas teorias e argumentos, com o objetivo último de destrinchar um bocadinho mais a verdade da falsidade, do erro e da ilusão - essas constantes humanas a que alguns, talvez tocados pelos deuses, dizem ter escapado.

1.3 EPISTEMOLOGIA

1.3.1 O que é epistemologia?

O termo significa "*estudo da ciência*" (do grego *episthme* = conhecimento, ciência, e *logo* = estudo, discurso). É usada em dois sentidos [26]:

- Para indicar o estudo da origem e do valor do conhecimento humano em geral (e neste sentido é sinônimo de *gnosiologia* ou *crítica*).
- Para significar o estudo as ciências (físicas e humanas), dos princípios sobre o qual se fundam, dos critérios de verificação e de verdade, do valor dos sistemas científicos.

Pode-se dividi-la em dois sentidos básicos:

1^o A crítica do conhecimento científico: exame dos princípios, das hipóteses e das conclusões das diferentes ciências, tendo em vista determinar seu alcance e seu valor objetivo.

2^o A filosofia da ciência (empirismo, racionalismo, etc), e a história do desenvolvimento científico.

1.3.2 Breve prospecto histórico.

Desde que Auguste Comte negou à filosofia um domínio próprio de objetos e confiou-lhe como tarefa específica o estudo das ciências, a determinação de seus objetos e de suas tarefas, a sua divisão e coordenação, a atenção dos filósofos dirigiu-se sempre mais para a ciência, a qual se tornou, para muitos, o argumento principal e central de sua análise. Além disso, a indagação atenta e aprofundada das características e das funções do saber científico era exigida quer pela orientação positiva da filosofia, quer pelos enormes desenvolvimentos e pela extraordinária importância que a ciência havia adquirido durante os últimos dois séculos, período no qual ela demonstrou ser um saber extremamente fecundo e prático.

Essas instâncias foram o ponto de partida de uma parte da filosofia, chamada *filosofia da ciência*, ou *epistemologia*. Esta se identifica com a crítica metodológica da ciência, na medida em que essa crítica tende à explicitação consciente e sistemática do método e das condições de validade dos juízos particulares, singulares ou universais; tornados próprios pelos cientistas, perseguindo assim uma reconstrução racional, convencionalmente designada por senso empírico-pragmático, do conceito de conhecimento científico.

A epistemologia propõe-se a responder às seguintes questões:

- O que é conhecimento científico?
- Em outras palavras, em que consiste propriamente o trabalho do cientista ?
- Que faz ele quando faz ciência?
- Interpreta, descreve, explica, prevê?
- Faz apenas conjecturas ou verdadeiras asserções (gerais e singulares) que espelham fielmente os aspectos dos fatos?
- E quando o cientista explica o que é que ele explica dos fatos: sua função, origem, gênese, essência, fim?
- Qual é o status lógico das leis na ciência?
- São elas resultados de procedimentos indutivos (e o que quer dizer indução para a ciência?),
- ou antes, conjeturas da imaginação científica que deverão sujeitar-se a provas empíricas ?
- Em que sentido se fala em causalidade nas ciências empíricas?
- Quando, então podemos dizer que uma teoria é "*melhor*" do que outra ?
- O que queremos dizer quando afirmamos que as ciências empíricas são objetivas?
- Qual é o papel da experiência na pesquisa científica?

Podemos observar que na epistemologia existem mais perguntas que respostas. Tais perguntas brotam da pergunta inicial sobre o que seja o conhecimento científico. Essas questões começaram a preocupar à atenção dos filósofos pelo fim do século $XVIII$, no momento em que a atitude de confiança otimista e exaltação cega das ciências foi substituída por um ceticismo e uma crítica aguda nos confrontos do conhecimento científico. O nascimento e desenvolvimento da filosofia da ciência deve-se diretamente à tomada de consciência da problematicidade desse conhecimento. Tal consciência era ainda ausente em Descartes, Isaac Newton, Immanuel Kant, Comte, e Spencer.

Os primeiros resultados significativos dessa nova disciplina dizem respeito à matemática e à geometria. Estas não são mais concebidas como ciências reais, como representações de situações objetivas, mas sim como construções formais:

> *"como sistemas fundados em postulados escolhidos arbitrariamente e construídos com técnica da dedução lógica das conseqüências que comportam tais postulados."*

Assim, por ação dos epistemólogos e outros estudiosos, a matemática e a geometria tomaram consciência de sua especificidade como ciência do possível, diferente da física, que ao contrário, é a ciência do real.

No concernente à física e às ciências experimentais em geral, passa-se de uma visão estática e mecanicista a uma visão dinâmica, probabilista e relativista das leis da natureza. Essa mudança foi motivada pelas descobertas da entropia, da radiatividade, dos quanta, etc. Conseqüentemente, os conceitos de um espaço, e de um tempo absolutos, como também os de simultaneidade, perderam todo o valor. A idéia de *espaço curvo* toma o lugar da idéia euclidiana de *espaço retilíneo*. A idéia de relações necessárias de *causalidade* é substituída pela idéia de *indeterminação*.

Nas ciências da natureza, no início do século XIX, ressalta-se uma série de questões filosóficas relativas ao caráter e à função do conhecimento experimental. As ciências na-turais não aparecem mais no campo do saber como conhecimento absoluto com pretensões imperialistas e limites próprios. Seu âmbito é a quantidade. De tal sorte a física ganha um perfil matemático, relegando a segundo plano as intenções ontológicas e os elementos sensíveis. Daí a tendência a reduzir o conhecimento experimental a puros dados métricos e ao esquema relacional desses dados. Tal esforço de quantificação e matematização da física acentua os traços que a distinguem tanto do conhecimento comum, quanto do filosófico.

A filosofia da ciência propriamente dita teve um considerável desenvolvimento em nosso século, dando origem a três movimentos principais:

- o *neopositivismo*;
- a *interpretação metafísica*;
- o *racionalismo científico*.

1.3.2.1 O neopositivismo.

Os defensores mais qualificados dos neopositivistas são Wittgenstein, L., Carnap, e Russell. Os neopositivistas dividem as ciências em dois grandes ramos:

- As lógico-matemáticas.
- As experimentais.

As lógico-matemáticas: são constituídas por proposições analíticas, ou seja, tautológicas. As proposições lógicas e matemáticas, destituídas de conteúdo, não são mais do que regras para a utilização dos símbolos e a ordenação das proposições.

As experimentais são compostas por proposições fatuais. As experimentais ou fatuais são as empiricamente verificáveis: isto acontece se elas são traduzíveis em proposições de caráter empírico.

1.3.2.2 A interpretação metafísica.

Em contraste radical com o neopositivismo coloca-se a concepção metafísica da ciência. Esta afirma que a ciência envolve uma metafísica e somente nela encontra seu fundamento último. Conforme esta concepção, o trabalho científico apresenta-se como descoberta progressiva da realidade, ou como a automanifestação do espírito humano através da pesquisa científica.

No primeiro caso, refere-se a uma concepção metafísica realista; no segundo, a uma concepção metafísica idealista. Um dos maiores representantes do realismo metafísico é Émile Meyerson (1859 – 1933), o qual afirma que a ciência:

> "*não é positiva e não contém mesmo dados positivos, no sentido rigoroso que foi dado a este termo por Comte e seus seguidores, ou seja, dados desprovidos de qualquer ontologia. A ontologia faz parte da própria ciência e dela não pode ser separada*".

É o realismo do senso comum, segundo Meyerson, que se prolonga na ciência sem solução de continuidade. A ciência, progredindo na direção do senso comum, cria essências, cujo caráter real não somente não é eliminado, mas é intensificado. Já na interpretação metafísica idealista da ciência, sustenta-se que a subjetividade é um fator importante na pesquisa científica. Nesta interpretação destacam-se as "*leis epistemológicas*". Sua ca- racterística peculiar é serem dedutíveis unicamente através do estudo de nossos métodos de observação. Essas leis necessárias, universais, e exatas constituem o elemento a-priori da física, e das outras ciências experimentais.

1.3.2.3 O racionalismo científico.

Segundo outro grande grupo de autores, a ciência é obra da razão humana, uma espécie de máquina gerada por ela, cujas estruturas e leis internas é preciso descobrir. Enquanto o interesse da interpretação metafísica dirigia-se à infra-estrutura ontológica da ciência, e o do neopositivismo a seus conteúdos como tais, tomados em seu grau máximo de cristalização objetiva, o esforço do racionalismo científico, por sua vez, tende a clarificar o sentido do "*Opus Rationale*" que constitui a ciência.

O principal expoente desta interpretação epistemológica é Gaston Bachelard (1844 – 1962), para quem a filosofia da ciência contemporânea não pode aceitar nem a solução realista, nem a idealista. Segundo ele, deve colocar-se num meio termo entre ambos, no qual sejam retomados e superados:

> *"Um realismo que se deparou com a dúvida científica não pode mais ser do mesmo teor que o realismo imediato... um racionalismo que retificou os juízos a-priori, como sucedeu nos novos ramos da geometria, não pode mais ser um racionalismo fechado."*

Bachelard em sua gnosiologia, põe o binômio experiência-razão na base de todo o conhecimento humano. Entretanto, não se trata de um condomínio de potências iguais, pois o elemento teórico é que desempenha o papel normativo:

> "*O sentido de setor epistemológico parece-nos bastante claro*".

Ele vai certamente do racional para o real, e não na ordem inversa, do real para o racional, como professaram todos os filósofos, de Aristóteles a Francis Bacon (1561−1626). Posição análoga à de Bachelard é a sustentada por Karl Popper (1902−) que também rejeita decididamente o empirismo em nome de uma certa espécie de racionalismo.

O controle das teorias, a corroboração das proposições científicas, segundo Popper, não é obtida diretamente, como querem os neopositivistas, recorrendo à verificação experimental, mas sim indiretamente, através do processo de falsicabilidade. Este critério estabelece que uma teoria pode ser considerada científica unicamente se satisfaz a duas condições:

1^o Ser falsificável, ou seja, poder vir a ser desmentida e contradita em linha de princípio.

2^o Não ter sido ainda provada como falsa de fato.

O critério do estágio científico de uma teoria é a sua falsicabilidade o refutabilidade, ou controlabilidade. O critério de demarcação entre teorias empíricas e não empíricas, não é a verificabilidade, mas sim sua falsicabilidade. Com efeito, uma lei científica jamais poderá ser inteiramente confirmada, ao passo que pode ser totalmente falsificada.

O lógico na construção da ciência são os problemas, e com eles, as hipóteses, as conjeturas, e não as observações. Observamos através de um ponto de vista, sempre sob o estímulo de um problema. Todos os conhecimentos são respostas a problemas prévios.

Adquirimos os conhecimentos que se prestam para solucionar nossas interrogações, nossos problemas. Por isso, as teorias científicas não são cúmulos de observações, mas sistemas de conjeturas arriscadas e temerárias. Antes de tudo, ciência é invenção de hipóteses; a experiência desempenha um papel de controle das teorias. Percebe-se assim que na epistemologia, a razão humana ainda não conseguiu chegar a uma solução satisfatória e definitiva, com a qual todos possam concordar. Mesmo na filosofia da ciência, recolocam-se as alternativas clássicas: idealismo ou realismo? racionalismo ou positivismo?

Nessa situação poderíamos ser tentados a abandonar o ambiente de pesquisa filosófica. Esta, entretanto, não é a melhor decisão, pois o homem é dotado de razão para procurar a razão das coisas, ou seja, para encontrar uma explicação profunda, geral, exaustiva, uma explicação filosófica.

Assim, sobre todos os aspectos da realidade, e sobre todos os setores do conhecer e do agir, será preciso continuar a filosofar. E mesmo no futuro serão obtidos resultados alternativos, como no passado.

1.4 A POLÍTICA DA FILOSOFIA DA CIÊNCIA

1.4.1 A filosofia da ciência como questão política.

A ciência geralmente é considerada desumanizadora [4], dando um tratamento insatisfatório a povos, sociedades e natureza, nela considerados objetos. A alegada neutralidade e isenção de valores da ciência são percebida por muitos estudiosos como não-autêntica, idéia estimulada pelo fenômeno, cada vez mais comum, do desacordo entre especialistas, em lados opostos de uma discussão politicamente suscetível acerca da substância do fato científico. A destruição e a ameaça de eliminação de nosso meio ambiente resultantes do avanço tecnológico, são em geral consideradas algo que compromete a ciência.

Existem aqueles que consideram a faculdade de artes muito deficiente e distanciada do mundo masculino e opressivo da ciência e voltam-se para o misticismo, as drogas ou para a filosofia francesa contemporânea. Embora certamente reste o argumento de que um alto apreço pela ciência e uma generosa avaliação de seu campo constituam importante componente da ideologia contemporânea, abundam as posições opostas.

O fato das questões que dizem respeito ao estatuto da ciência, serem politicamente importantes não escapou a muitos filósofos e, mais recentemente sociólogos da ciência. Foi assim que, em 1.973, Imre Lakatos resumiu o assunto em numa transmissão radiofônica.

> "*O problema da demarcação das fronteiras entre a ciência e pseudociência tem serias implicações... para a institucionalicação da crítica. A teoria de Copérnico foi proibida pela Igreja Católica em* 1616 *por ser considerada pseudocientífica. Em* 1820 *foi retirada do Index, porque àquela altura a Igreja acreditou que os fatos a haviam comprovado e, portanto, ela se tornara científica...*"

Naturalmente, Lakatos tinha grande consideração pela ciência, como Karl Popper, cujos passos apaixonadamente seguiu. Pooper explica como sua defesa de racionalidade em geral, e da ciência em particular, é uma tentativa de ir contra o "*relativismo intelectual e moral*", considerado por ele a "*principal doença filosófica de nosso tempo*". Não é incomum que os defensores de um elevado estatuto da ciência vejam-se como defensores da racionalidade, da liberdade e do modo da vida ocidental, já que, afinal de contas o que realmente está em jogo é nada menos que o futuro progresso de nossa civilização.

1.4.2 A estratégia positivista.

O principal objetivo dos positivistas lógicos que floresceram em Viena durante as décadas do 20 e 30 e cuja significativa influência ainda persiste, era fazer a defesa da ciência e distingui-la do discurso metafísico e religioso, que a maioria deles descartava como bobagem não-científica. Eles procuravam construir uma definição ou caracterização geral da ciência, incluindo os métodos apropriados para sua construção e os critérios a que recorrer para fazer sua avaliação. Com isso em mãos, visavam defender a ciência e criar dificuldades para a pseudociência, mostrando como a primeira se ajusta à caracterização geral, e a ultima não.

O *Novum Organum* de Francis Bacon, o *Discurso do Método* de Rene Descartes e a *Crítica da Razão Pura* de Immanuel Kant são notáveis precursores dos esforços positivistas para elaborar uma explicação geral da ciência e seus métodos.

Imre Lakatos e Karl Popper são dois eminentes filósofos da ciência dos tempos recentes que adotam a estratégia positivista, ainda que, claro, sejam bastante críticos em relação à particular explicação de ciência oferecida pelos positivistas. Imre Lakatos acreditava que o "problema central na filosofia da ciência" era "a questão de determinar as condições universais sob as quais uma teoria é científica". Ele sugeria que a solução do problema deveria oferecer-nos uma orientação a respeito de quando a aceitação de uma teoria científica é "racional e quando é irracional" e esperava que isso nos ajudasse a "criar leis para lutar contra... a poluição intelectual". Lakatos recorria a sua teoria da ciência para defender os físicos contemporâneos e criticar o materialismo histórico de alguns aspectos da sociologia contemporânea, expressando o caráter universal que atribuirá à ciência embora seu caráter histórico esteja evidente no uso que ele fez para defender o caráter científico da revolução copernicana e também a einsteniana.

O próprio Popper buscava demarcar o limite entre a ciência e a não ciência em termos de um método que ele considerava característico de todas as ciências, inclusive as sociais.

1.5 MATEMÁTICA: Problema do conhecimento

A teoria do conhecimento é uma reflexão filosófica com o objeto de investigar as origens, as possibilidades, a extensão e o valor do conhecimento. O filósofo Richard Rorty [5] nos traz a definição mais freqüente da filosofia para essa questão:

> "*Conhecer é representar cuidadosamente o que é exterior à mente*".

Assim, a representação, é o conteúdo concreto apreendido pelos sentidos, pela imaginação, pela memória ou pelo pensamento.

Portanto, para que exista conhecimento, sempre será necessário a relação entre dois elementos básicos: um "*sujeito*" conhecedor (nossa consciência, nossa mente) e um "*objeto*" conhecido (a realidade, o mundo, os inúmeros fenômenos). Só haverá conhecimento se o sujeito conseguir compreender o '*objeto*", isto é, conseguir representá-lo mentalmente. Por extensão, dá-se também o nome de conhecimento ao saber acumulado pelo homem através de gerações. Nessa concepção estamos entendendo conhecimento como produto da relação "*sujeito - objeto*", produto que pode ser empregado e transmitido.

Quando a maioria dos estudantes expressam que: "*aprender matemática é difícil*", poucas vezes busca-se uma explicação a este problema. Penso que os estudantes não aprendem esta ciência exata

> "*Porque não sabem relacionar conhecimentos que se ensinam na escola (axiomas, postulados, teoremas, lemas, etc.) com os problemas que se apresentam na vida real*".

Outro problema grave é que o aprendizado não é significativo. A teoria de Jean Piaget (1896 – 1980) mostra que o processo de aprendizado segue o mesmo caminho que o processo do desenvolvimento da natureza e da sociedade, isto é; esta "*teoria*" mostra que é um processo dialético, no qual as contradições são as que determinam o desenvolvimento do conhecimento da pessoa [12].

As contradições entre o que sabe ou não sabe é uma situação de colisão constante que se apresenta quando os conhecimentos que possui a pessoa não é suficiente para enfrentar novos desafios, conseqüentemente a reordenação de conhecimentos que possui o individuo é uma necessidade de desenvolvimento intelectual.

A problemática do aprendizado das matemáticas, é relativamente igual em qualquer país, a maior culpa é a do sistema educativo e, é necessário deixar claro que a aprendizagem das outras ciências não é melhor do que o aprendizado das matemáticas. Aparentemente a utilidade desta ciência carece de sustento quando se fala de "*Medicina*" como uma boa profissão, não obstante um aprendizado mal orientado em matemática influi na qualidade profissional, qualquer que seja sua área de conhecimento.

É necessário, em termos gerais, precisar das origens do "*baixo rendimento*" em matemática, deixando claro que este baixo rendimento não somente, é em matemática, pelo fato que esta influencia nas demais disciplinas; acontece que estas não estão em melhor situação, somente no caso específico da matemática que o problema é mais notório [1].

1.5.1 Análise do problema

No ensino fundamental

Tem-se que destacar que os primeiros passos que se difundem na escola, em quanto à matemática em geral, estimula o medo, à reprovação e não à motivação por aprender, o papel do professor nesta etapa é de orientar sobre o aprendizado em matemática, porém apresenta-se despreparado para isso, por não conhecer correntes como:

- o racionalismo;
- o empirismo;
- o mecanismo;
- o estruturalismo,

Portanto, orienta-se pela imitação ou pelo que se considera o que é melhor; e, o melhor resulta sempre no que seus professores praticavam, se é certo que desconhecem a existência das correntes metodológicas terminam aplicando a pior delas: "*o mecanicismo*".

A todos nos consta por própria experiência que primeiro aprendemos a decorar a tabela de multiplicação sem haver entendido o conceito de "*multiplicação*", ideal seria explicar primeiro que a multiplicação é equivalente à soma abreviada. Lembre-se que qualquer número natural maior do que a unidade 1, é construído pela repetida adição do "1", podemos então dizer que a adição já está incluída em sua própria construção.

A metodologia está mal orientada ou simplesmente não existe, os professores de matemática em geral são mais "*teimosos*" porque exigem o rigor e a exatidão nos resultados, é algo assim como que as matemáticas se reduzirem a fazer cálculos.

Outro problema é o uso inadequado dos livros texto, segundo o governo entre suas previsões adota um material didático nas escolas, porém de modo inexplicável os professores se sentem tentados a utilizar outros textos bastante duvidosos em sua efetividade [13].

A conclusão disto, é o começo no estudante da construção das bases fracas do conhecimento matemático, ninguém garante que o peso de futuras novas teorias matemáticas poderá ser sustentada.

No ensino médio.

Os problemas que apresentam-se nas escolas de ensino fundamental, não mudam quando estuda-se nas escolas de ensino médio, o estudante deve memorizar fórmulas para resolver equações de segundo grau, por exemplo bem em particular a "*fórmula de Baskara*", outro tormento para o estudante é o de resolver exercícios sobre expressões algébricas como: fatorização, simplificação, multiplicação, trigonometria, etc. Além disso o estudante tem que memorizar pelo menos dez casos de fatorização, além os casos particulares.

Até aqui, o estudante o tempo todo está trabalhando com "*variáveis*" ainda sem entender o que é uma variável muito menos, o que é uma função; assim novamente repetem-se os mesmos erros do ensino fundamental. Ao estudante não se ensina a desenvolver sua capacidade criativa nem suas estruturas nesta etapa, o mecanicismo novamente é o método por excelência. O mais fácil é pedir ao estudante a memorizar fórmulas que podemos obter a partir do raciocínio lógico.

Os problemas não têm relação alguma com o contexto em que o estudante esta inserido; por tanto longe de motivá-lo cumpre-se o objetivo diametralmente oposto. O aprendizado deixa de ser significativo, e não se criam condições para gerar contradições no sistema de conhecimentos, também o aprendizado não é significativo para o estudante.

Conclusão disto, é que, o estudante além de ter as bases do conhecimento matemático muito fraco herança do ensino fundamental, agora tem quase pronto um "*castelo*" de conhecimentos, com base fraca pronto a desabar.

No ensino superior

Na maioria dos casos, a experiência mostra que quando um estudante decide estudar alguma profissão, a abundante carga de disciplinas relacionadas com as matemáticas no plano de estudos é um fator determinante, quase sempre o estudante aprendeu a não gostar da matemática sem sequer conhecer-la, deste modo desconhece suas próprias potencialidades e tem a auto-estima bastante "*abalada*" em relação a sua capacidade; isto é um obstáculo que deve-se superar, os anos que estudou entre o ensino fundamental e médio praticamente não servem de muito, pois é necessário começar todo novamente (a estas alturas o "*castelo*" de conhecimentos matemáticos foi para o chão).

Um primeiro problema do aprendizado das matemáticas nas instituições de ensino superior é que as disciplinas não tem nomenclatura adequada, por exemplo denomina-se Cálculo I, Cálculo II, Cálculo III ao invés de funções de variável real, derivadas, integrais, equações diferenciais, variável complexa, etc. a denominação transforma-se num estimulante para motivar ao estudante quando este domina a terminologia de aquilo que esta estudando.

Embora este primeiro problema não seja crucial para o aprendizado das matemáticas, o problema mais grave é a falta de profissionais adequados para o ensino das diferentes disciplinas que compõem a grade curricular. Nas maiorias das instituições de ensino superior (não nas Universidades bem, conceituadas) tem-se como princípio que qualquer profissional licenciado (ou habilitado) em matemática ou mesmo engenheiro (em alguma área do conhecimento), está capacitado para ministrar disciplinas de matemática neste nível. Conseqüência disto é que se tem professores que ministram, por exemplo: aulas de seqüências e séries de números reais com transparências, aulas de estruturas algébricas (grupos e anéis) na base somente de conhecer as propriedades dos números reais (mais nada), aulas de lógica matemática nem existe na maioria das grades curriculares (Licenciaturas em Matemática).

Também podemos agregar a todo isto, a presencia dos profissionais das áreas da *pedagogia pura* ensinando: didática da matemática, ensino da matemática, psicologia da educação matemática, resolução de problemas de matemática entre outras disciplinas próprias da grade de um curso de formação de profissionais para o ensino da matemática. Pergunto:

> *Como profissionais desta grande área da pedagogia pura podem ministrar aulas de matemática (em alguma de suas etapas), se eles optarão essa profissão por não gostar de matemática?*

Outro problema do aprendizado da matemática nas instituições de ensino superior é a falta de aplicação das técnicas agrupais para aproveitar em torno da aula o contato com outros sujeitos com os mesmos subjetivos e motivações, o aferro ao método da aula magistral como único médio de transmissão de conhecimentos impede ao estudante desenvolver suas habilidades de comunicação, é por tal razão que temos estudantes que tem medo ao expor suas idéias por temor a fazer o ridículo.

1.5.2 A linguagem

A matemática como um sistema de conhecimentos bem estruturado, tem sua própria linguagem desenvolvida ao longo da história, isto o diferença das outras ciências, a linguagem matemática tem o propósito de caracterizar fatos e as regras do raciocínio com precisão (lógica bivalente) afastando as ambivalências próprias da linguagem do dia-dia (linguagem natural - lógica trivalente).

A propósito do caráter instrumental da linguagem natural defendido por Vigotsky na formação das estruturas cognoscitivas[4] do sujeito, é necessito considerar o mesmo como um produto da cultura, um produto social em constante evolução. Isto é, para Vigotsky a educação é uma

[4] Que tem a faculdade de conhecer.

atividade social onde criam-se entorno do "*sujeito*" situações que podem ajudar ou prejudicar seu aprendizado, estes entornos referidos por Vigotsky como as zonas de desenvolvimento proximais (ZDP) não reduzem-se ao papel da escola na formação educativa, porém também existem entornos na mesma sociedade com seus estereótipos, os médios de informação, o entorno familiar, também existem entornos que se circunscrevem ao próprio desenvolvimento do sujeito em quanto al relacionamento de seus conhecimentos atuais, os conhecimentos que ainda falta-lê estruturar e aqueles conhecimentos que está tratando sistematizar, outro entorno que não é menos importante é o contexto histórico nos quais o conhecimento de desenvolve.

A linguagem tem uma utilidade instrumental, pois é um conjunto de símbolos dotados de regras de construção, e suas aplicações na comunicação geram o que chamamos de "*interpretação semântica*", isto é quando se intenta comunicar alguma idéia forma-se um vinculo do emissor e receptor por meio de um canal; este canal é uma seqüência de símbolos dotados de alguma estrutura (uma frase, um discurso, etc.) O processo de comunicação desenvolve-se partindo do emissor que codifica as idéias em uma seqüência de símbolos, o receptor capta uma seqüência de símbolos e decodifica de modo que a idéia que o emissor necessita transmitir reproduz-se no receptor, este processo tem analogia com o processo de transmissão de dados em redes de computadores.

O uso adequado da linguagem é um dos afluentes para o aprendizado da matemática, desde o inicio de sua formação o estudante no consegue captar que a linguagem é tão importante como o pensar, o entorno não permitiu-lê diferenciar a comunicação natural da comunicação natural da comunicação matemática. Os símbolos e as estruturas de símbolos que se utilizam em matemáticas tem seu origem e finalidade na história, é por isso importante seu estudo para compreender melhor as matemáticas. O entendimento dos problemas passa necessariamente por uma adequada utilização da linguagem matemática.

1.5.3 Abordando o problema

Para a abordagem do problema, é importante lembrar uma sínteses das principais correntes didáticas no aprendizado das matemáticas, e entre estas correntes explica-se porque a corrente do *mecanismo* é inadequado para cumprir com os fines propostos.

O racionalismo

A posição epistemológica que vê no pensamento, na razão, a fonte principal do conhecimento humano, chama-se racionalismo (de *ratio* = razão). Segundo ele, um conhecimento só merece na realidade este nome quando é logicamente necessário e universalmente válido. Quando nossa razão julga que tem que ser assim e que não pode ser de outro modo, que tem de ser assim, portanto, sempre e em todas as partes, então, e só então, nos encontramos ante um verdadeiro conhecimento, na opinião do racionalismo. Um conhecimento deste tipo apresenta-se quando por exemplo formulamos o juízo que - *o todo é maior do que as partes*- [11].

Racionalistas como René Descartes (1596 − 1650), Spinoza e Kant (1724 − 1804), não negaram a importância da experiência sensorial[5], mais eles insistem em dizer que:

> "*a razão é mais poderosa que a experiência sensorial porque ela nos dá capacidade de saber com certeza muitas verdades que a observação sensorial nunca poderá avaliar*".

Nesta corrente afirma-se que a experiência sensorial é uma fonte permanente de erros e confusões sobre a complexa realidade em que vivemos. O rigor, a precisão e a certeza da matemática, uma disciplina puramente dedutiva, permanecem como primeiro exemplo dos racionalistas na defesa da razão. Os racionalistas explicam que certos conhecimentos ou conceitos são inatos e desabrocham em função da maturidade.

Esta corrente sugere que, partindo de fatos concretos o estudante tem que construir modelos gerais, basicamente o aluno tem que re-inventar as matemáticas com seu próprio linguagem (do aluno) na base de sua realidade circundante; isso é, para conhecer verdades matemáticas, é preciso, de inicio, colocarmos todos nossos conhecimentos matemáticos em dúvida.

A corrente racionalista é a que mais se aproxima dos propósitos para o melhoramento do aprendizado das matemáticas (lógica bivalente: é ou não é, uma e somente uma destas situações), o ponto de partida desta corrente é o plano do inteligível, ou seja a verdade geral já estabelecida. Lembre que estamos fazendo referência ao aprendizado e não ao ensino; isto deve-se ao fato que o estudante tem que ser o centro do processo, assim o estudante é o sujeito ativo de seu próprio aprendizado em relação ao roll que desempenha o professor.

O empirismo

O empirismo tem sua origem na palavra grega *empeiria* que significa experiência sensorial, esta corrente opõe-se à tese do racionalismo (segundo a qual o pensamento, a razão, é a verdadeira fonte de conhecimento), a antítese que diz:

> "*a única fonte do conhecimento humano é a experiência*".

Principais defensores desta corrente do conhecimento são Locke (1632 − 1704), Berkeley e Hume (1711 − 1776), eles discutiram em essência que o conhecimento tem sua fonte fora do individuo e que ele é interiorizado através dos sentidos. Posteriormente discutiram que o individuo ao nascer é como uma lousa limpa na qual as experiências são escritas a medida que ele cresce.

Assim, o espírito humano está por natureza vazio; é uma tábua rasa, uma folha em branco onde a experiência escreve. Todos nossos conceitos, incluindo os mais gerais e abstratos, procedem da experiência.

Enquanto os racionalistas procedem da matemática, a maior parte das vezes, a história do empirismo revela que seus defensores procedem quase sempre das ciências naturais (lógica trivalente: é, não é ou acho que é). Nas ciências naturais a experiência representa um papel decisivo, nelas trata-se sobretudo de comprovar exatamente os fatos mediante uma cuidadosa

[5]Estado de um indivíduo relativamente à sua consciência ou clareza mental.

observação; o investigador esta entregue à experiência. É natural quem trabalha com este método tenha tendência para de antemão colocar o fator empírico sobre o racional.

Para o empirismo, a matemática tem o caráter de ferramenta para resolver problemas concretos do contexto mais perto do estudante, isto é, a utilidade imediata tem que ser o fator de motivação no processo do aprendizagem, não obstante, carece de profundeza para formar conceitos e abstrações pelo que estudante está privado de desenvolver sua criatividade (estudante sem imaginação), isto é como, se os matemáticos que seguem esta corrente são rebeldes a aceitar os novos membros em sua comunidade, por isso limitam o aprendizado ao necessário. O ponto alto desta corrente é o raciocínio indutivo, que após considerar um suficiente número de casos particulares, conclui uma verdade geral.

O mecanicismo

Para esta corrente as matemáticas são um conjunto de regras que os alunos devem apreender e logo aplica-os a problemas. Estes problemas são exemplos que o professor resolve aplicando as regras que acaba de ensinar, o estudante deve memorizar estas regras e as fórmulas para depois exercitar usando problemas afines a os exemplos resolvidos, isto é, os problemas devem classificar-se para aplicar as regras fazendo analogias.

O primeiro problema que se apresenta é o fato de ao invés de desenvolver suas habilidades para resolver problemas, o estudante deve desenvolver suas habilidades para memorizar e, ao invés de procurar estratégias de solução de novos problemas, o estudante deve procurar problemas análogos para estudar as estratégias com as que foram resolvidas, com certeza as estruturas cognoscitivas do estudante estarão formadas por regras, fórmulas e problemas resolvidos.

As manifestações de comportamento manifestadas no condicionamento operativo encontra sua aplicação nesta corrente, a conduta operativa e o reforço é a repetição de exercícios até que fique claro para o estudante os caminhos que tem a seguir ou as fórmulas que deve utilizar para resolver problemas.

Assim, esta corrente do conhecimento sustenta-se no raciocínio da analogia que se desenvolve a partir da semelhança entre casos particulares. Através desta corrente no podemos chegar a uma conclusão geral, mas só a outra proposição particular, logo o raciocínio não oferece a verdade certa, mais, tão somente uma certa dose de probabilidade [6].

O estruturalismo

Esta corrente nasce como solução ao problema do aprendizado seguindo mesmo a estrutura do conhecimento das matemáticas, isto é uma estrutura axiomática fechada e bem estruturada, em seu momento esta corrente foi conhecida como a "*matemática moderna*". O método dedutivo parte da observação de princípios gerais para caracterizar situações particulares. Como a matemática é uma ciência com sistema de conhecimentos bem estruturada, se pressupõe que qualquer problema ou situação particular tenha sua explicação em alguma parte do sistema, também supõe que as estruturas do conhecimento são análogas as da matemática.

A estratégia correta é, a de ensinar matemática como um sistema axiomático, onde o raciocínio indutivo é supérfluo e carece de sentido, se estamos trabalhando sobre pressupostos bem fundamentados como são os axiomas, a aplicação deste estilo apresenta ao estudante conceitos com um grau de abstração que não permite-lhe usar sua intuição para chegar a construir conceitos que se dão no processo natural da construção do conhecimento.

O fracasso desta corrente deve-se ao fato que o sujeito cognoscitivo[6] no processo, começa por utilizar a observação de fatos concretos, logo construirá imagens intuitivas, para depois formar conceitos.

Portanto, nesta corrente, a matemática é um sistema bem construído, no sentido que é um sistema onde não existem contradições; não obstante as matemáticas não estão livres dos famosos paradoxos como, por exemplo, na teoria de conjuntos.

1.5.4 Resolvendo o problema

O aprendizado das matemáticas deve ser considerado como uma reconstrução de conhecimentos desde as mesmas bases como defende a corrente racionalista, isto requer também o momento histórico em que surgem os grandes aportes das matemáticas, isto é, deve-se recrear as condições do momento histórico em que surgem as necessidades expressas em problemas que a humanidade enfrenta-se em momentos concretos da história, por exemplo:

- a necessidade de remarcar os limites dos terrenos depois da crescida do rio Nilo em Egito, este problema obriga a desenvolver a geometria, e assim existiram condições concretas para desenvolver distintas estruturas.

- o estudo da programação linear da-se durante a segunda guerra mundial (menor esforço - maior proveito).

O reconstruir matemáticas implica transladar-se no tempo até as condições iniciais de seu surgimento, a situação concreta é que deve-se conhecer a história e as biografias de aqueles que fizeram aporte no desenvolvimento das matemáticas, este estudo mostra ao estudante que a ciência surge e se desenvolve como uma necessidade social, contrario ao mecanicismo que apresenta as construções em sua forma acabada. Deve-se chegar a reconstruir as fórmulas para que o estudante ao invés de memorizar-la seja capaz de obter-la por meio de um processo de reconstrução fazendo uso da combinação dos métodos dedutivo e indutivo.

[6]Que tem a faculdade de conhecer

Capítulo 2

CIÊNCIA

2.1 CIÊNCIA E SENSO COMUM

Pergunta: [19]

1^o Quais são as principais diferenças entre os conhecimentos do senso comum e da ciência? E como estabelecê-las?

2^o Qual o paralelo entre a ciência antiga e a moderna?

3^o Como explicar: *"as elaborações científicas e os ideais de cientificidade são diferentes?"*

2.1.1 Quais são as principais diferenças entre os conhecimentos do senso comum e da ciência? E como estabelecê-las?

Antes de tudo é preciso definir o que é senso comum e ciência. No dicionário Aurélio encontramos a seguinte definição para a expressão senso comum.

Definição 2.1. *Senso comum.*

Conjunto de opiniões tão geralmente aceitas em época determinada que as opiniões contrárias aparecem como aberrações individuais.

A definição não deixa dúvidas, são opiniões geralmente aceitas em época determinada. Isto significa que o senso comum varia com a época, ou melhor, de acordo com o conhecimento relativo alcançado pela maioria numa determinado período histórico, em-bora possa existir uma minoria mais evoluída que alcançou um conhecimento superior ao aceito pela maioria. Estas minorias por destoarem deste "*senso comum*" são geralmente discriminadas.

A história está cheia destes exemplos. O mais conhecido é o de Galileu. Em seu tempo o senso comum considerava que a *terra* era o centro do *universo* e que o *sol* girava em torno dela. Galileu ao afirmar que era a *terra* que girava em volta do *sol* quase foi queimado pela "Inquisição". Teve que abjurar-se para salvar a vida; esta opinião era tão arraigada na mente das pessoas que até a própria Bíblia testemunha isto ao afirmar que Josué deteve o *sol.* É claro que a *terra* não parava e o *sol* não começava a girar à volta dela só pelo fato de que, está escrito na Bíblia.

> *"Hoje o senso comum mudou. Quem afirmar que o sol gira em torno da Terra será considerado no mínimo um louco pela maioria."*

Inúmeros outros casos da mudança do senso comum poderiam ser citados. Era crença no tempo das grandes navegações de que o mundo era plano e quem navegasse pelo oceanos estaria sujeito a chegar num ponto onde terminava mundo e começava um abismo. Colombo e Fernão de Magalhães demonstraram na prática que o mundo era redondo. Outro exemplo famoso foi a teoria da geração espontânea dos micróbios que foi derrubada por Pasteur.

Um exemplo de senso comum ainda aceito pela maioria hoje em dia é o a solidez da matéria. Nos altos círculos científicos esta já é uma idéia superada. Um corpo físico não passa afinal de um estado vibratório que apresenta a ilusão de densidade e impenetrabilidade, em função das altíssimas velocidades das partículas constitutivas dos átomos. Paradoxalmente, a matéria é, em última análise, um grande vazio, onde circulam partículas subatômicas, que por sua vez também são constituídas de partículas ainda menores, e estas, por outras ainda menores (Exemplo: os quarks). Este processo pode estender-se ao infinito.

Os Induístas chamam isto de Grande Maya, ou seja, Grande ilusão. O que vemos afinal é apenas uma aparência da realidade subjacente. Parece irônico que aquilo que se buscava conhecer a fundo desvaneceu nas mãos da ciência quando se concluiu que a solidez, pedra de toque da matéria, não passa de uma ilusão de nossos sentidos. O novo parâmetro, aceito hoje, para definir a matéria é o cinético, ou seja, a energia.

Compreendido o que seja senso comum resta-nos entender o que seja ciência para que seja feito o confronto entre os dois termos. No exemplo acima, sobre a matéria, já se pode antever uma diferença significativa entre senso comum e ciência. O primeiro baseia-se nos sentidos, isto é, acredita no que vê ou sente ou naquilo que se tornou patente em virtude da evolução do conhecimento graças aos avanços da segunda, que é, por sua vez, menos crédula e procura através do raciocínio frio e dos métodos experimentais a comprovação de aquilo que os sentidos nos mostram. A história da ciência demonstrou de sobejo que as coisas não são exatamente o que os sentidos nos revelam. Assim podemos considerar a ciência como:

> *"um método de pesquisa baseado na faculdade racional do ser humano e na comprovação experimental do fato pesquisado".*

Desta forma, há luta entre senso comum que se encontra na cauda do processo do conhecimento e a ciência que está na cabeça. A resistência inércial à mudança de posturas consagradas pela tradição explica a reação a qualquer inovação no campo do conhecimento humano. É recomendável não confundir ciência com tecnologia.

A tecnologia pode ser encarada como o senso prático da ciência e por isso mesmo as suas novas aplicações não provocam celeuma[1]. Já a ciência pura ao apresentar uma nova visão de uma teoria já consagrada na prática, provoca, muitas vezes, raivosas reações contrárias Este foi o caso do evolucionismo de Darwin que asseverava um parentesco entre o ser humano e os macacos. Até hoje, após uma centena de anos, ainda se encontram pessoas radicalmente contra esta teoria, embora nos altos escalões da ciência já seja um ponto pacífico.

[1]Vozearia de pessoas que trabalham. Barulho, algazarra, tumulto

Fica fácil, agora, estabelecermos as diferenças. A ciência e o senso comum são dois pólos de um mesmo fenômeno. O pólo ciência representa a parte dinâmica do fenômeno que faz o conhecimento evoluir. É a fase construtora do conhecimento. O pólo do senso comum representa a fase conservadora do conhecimento e por isso tem a característica de imobilidade, tendendo a se repetir em um ciclo fechado, eternamente, se não for fecundado pelo dinamismo evolutivo da ciência. Ubaldi se manifestou sobre este tipo de fenômeno da seguinte forma:

> "*Quando um fenômeno, por evolução, chegou a produzir-se uma vez, esta nova posição se fixa na manifestação e o fenômeno, quase que por lei de inércia (misoneísmo), tem tendência a continuar reproduzindo-se (a ontogênese*[2] *recapitula a filogênese*[3]*) com um ritmo constante, enquanto a elaboração evolutiva, devido ao impulso divino interior, que compele à ascensão, não o modificar ainda através de pressão e martelamento constantes, vencendo, assim, a misoneísmo, que quereria persistir na linha de idêntica repetição*".
>
> P. Ubaldi - *Deus e Universo.*

Em outro dos seus livros "*O Sistema*" ele reforça esta posição:

> "*É o misoneísmo da vida que resiste ao impulso renovador do progresso. Por isso, qualquer tentativa nesse sentido perturba, é olhada com suspeitas, e são-lhe postos obstáculos. Tudo permaneceria anquilosado*[4] *nas velhas fórmulas, caso se pudesse paralisar a evolução*".

Este pensamento vem confirmar o que dissemos acima sobre a discriminação das minorias inovadoras.

2.1.2 Qual o paralelo entre a ciência antiga e a moderna?

Suponho que a diferença que pode haver entre a ciência do passado e a de hoje é talvez a diferente maneira de encarar a interação entre o observador e a coisa observada. O pressuposto básico do método de observação consagrado no passado, e ainda vigente até hoje em certos círculos científicos de orientação filosófica materialista, é a independência entre sujeito e objeto, isto é, que o pesquisador não influi no resultado da experiência. Entretanto, já se admite hoje, na moderna física quantística, o princípio da incerteza, enunciado por Heisenberg, que afirma que:

> "*não podemos definir com exatidão as propriedades de um fenômeno pois é impossível afastar a interação do objeto com o observador.*"

Para compreendermos isto, é necessário levar em consideração a concepção Ubaldista de que o nosso Universo se individua por unidades *trinas* em que a substância universal se apresenta sob três aspectos: *matéria, energia* e *pensamento.* Sob o ponto de vista estático o Universo é um

[2]História da produção dos seres organizados sobre a Terra.
[3]história evolucionária das espécies
[4]Diminuição ou impossibilidade absoluta de movimentos em uma articulação naturalmente móvel; acampsia.

organismo, um vir-a-ser no aspecto dinâmico e um organismo de princípios e leis no seu aspecto conceptual. O Universo está em transformação contínua, passando por evolução de uma fase a outra: da matéria a energia e desta ao pensamento.

Estas três fases representam diferentes níveis evolutivos da substância, constituindo assim um sistema hierarquizado em que a fase pensamento supera a fase energia e esta a fase matéria. Cada uma destas três fases da substância é marcada por uma dimensão própria que estabelece os seus limites. Assim a matéria tem como sua dimensão o espaço, a energia, o tempo e o pensamento, a consciência. Existe uma hierarquia entre os três termos: *espaço, tempo* e *consciência.*

A consciência supera o tempo (podemos pensar em termos de passado, presente e futuro) e este supera o espaço (pelo movimento); explica-se assim como a dimensão superior influi e domina a inferior, e não ao contrário. Tudo é individuado no Universo, sendo que cada individuação é *trina* e, em conseqüência, os três aspectos da substância estão soldados numa mesma unidade orgânica indissolúvel.

Estas individualidades se reagrupam em unidades maiores para compensar e equilibrar o processo separatista da individualização, constituindo assim um *todo orgânico unitário* que se reduz a um monismo universal que abarca tudo o que existe. Sob uma visão monista é, pois, um absurdo tentar isolar um determinado aspecto da substância, para evitar sua interação com outro aspecto dessa mesma substância, já que estes aspectos fazem parte de um organismo único e indivisível. Assim se vê com clareza, numa visão cosmológica, a impossibilidade de separar o observador da coisa observada.

2.1.3 Como explicar: "as elaborações científicas e os ideais de cientificidade são diferentes"?

A questão acima está muito genérica, mas, o teor da pergunta se refere a distância que separa o ideal de sua prática. Para nos situarmos melhor sobre este assunto vamos estabelecer a seguinte definição de ideal:

Definição 2.2. *Ideal.*

Aquilo que é objeto da nossa mais alta aspiração intelectual, estética, espiritual, afetiva, ou de ordem prática.

Por elaboração científica entendo que seja a aplicação dos conceitos científicos na prática, ou seja, os avanços da tecnologia. No nosso mundo involuído em que predomina a luta pela sobrevivência do mais forte, é usual que as novas descobertas científicas sejam empregadas em primeiro lugar para fins bélicos de ataque e defesa. Os exemplos são muitos. A energia atômica para uso pacífico foi um subproduto da bomba atômica. A telecomunicação via satélites se originou da corrida espacial durante a guerra fria e o seu primeiro emprego foi o de espionar o inimigo. O objetivo da própria internet no início era de interligar os centros de comando militar da força nuclear americana.

O esforço desinteressado de muitos cientistas idealistas do passado, na pesquisa da ciência pura, tais como Roentgen, Curie, Becquerel, Rutherford, J.J. Thomson, Planck, Nils Bohr, Fermi, Einstein, desembocou na explosão de bombas atômicas sobre o Japão, matando milhares de pessoas em poucos minutos.

O ideal da ciência pela ciência de uns poucos, terminam quase sempre na mãos daqueles cujo interesse máximo é o domínio sobre outros homens. Assim a dicotomia que existe entre o *ideal* e sua realização na prática se explica pela involução da grande maioria da humanidade. Só num segundo momento é que o ideal ressurge e transforma em benefícios para a vida humana.

A aparente descontinuidade que parece existir no processo evolutivo é explicado pela oscilação que governa os fenômenos nos seus desenvolvimentos. Oscilação que se realiza na particular dimensão do vir-a-ser, num ciclo fechado sobre si mesmo. Ubaldi comenta:

> "*Tal é então o duplo movimento no qual consiste o vir-a-ser e a existência. Isto significa que em nosso universo não se pode existir senão movendo-se em direção involutiva ou movendo-se em direção evolutiva: ou progredindo ou retrocedendo.*
> *P. Ubaldi - "A Descida dos Ideais".*

Todos os fenômenos do universo movem ora em direção evolutiva ora em direção involutiva. A primeira vista isto pode parecer um ciclo vicioso, um beco sem saída, mas, o ciclo não é fechado, trata-se na realidade de uma espiral. A linha quebrada deste gráfico, a cada ciclo evolutivo, avança três passos no sentido evolutivo e dois no sentido involutivo. Ou seja, três passos na direção positiva e dois no sentido negativo. Há, portanto, um saldo positivo (3 - 2), o que demonstra que as forças evolutivas superarão "*fatalmente*" as negativas. Ubaldi comenta no "*O Sistema*":

> "*Urge explicar essa técnica estranha de construção, mediante a qual a evolução constrói, para depois demolir reconstruindo mais alto; em seguida torna a demolir para mais tarde reconstruir mais acima, assim por diante. Que maneira estranha de avançar, retrocedendo a cada passo!.*"

Vê-se assim, que a evolução não é linear, daí a sua aparente descontinuidade. Para um olhar abrangente os fenômenos evolutivos parecem ziguezaguear ao longo do tempo, como o curso de um rio cheio de meandros.

2.2 CIÊNCIA E REALIDADE

2.2.1 Uma definição de ciência.

Definição 2.3. *Ciência.*

A ciência é a organização do nosso conhecimento de tal modo que se apodera de uma parte cada vez mais considerável do potencial oculto da natureza [24].

A primeira parte desta definição sintetiza na palavra organização o ternário razão - experiência - imaginação. A segunda parte da definição declara a nossa convicção de que progredimos em virtude da descoberta contínua da natureza que nos leva para além do nosso estádio atual de conhecimento.

2.2.2 A ciência parte da convicção de que a natureza se domina pelo conhecimento.

A ciência aceita que o potencial da natureza não se deixa dominar nem pela magia, nem pela exortação, nem pela persuasão, e, sim, exclusivamente, pelo conhecimento. Não nos é permitido subverter as leis da natureza, ou denegri-las: assim jamais conseguiremos que a natureza se submeta à vontade humana. Pelo contrário, o que nos incumbe fazer é descobrir as leis e a organização da natureza, e só então conceber modos de utilização destas leis em nosso benefício.

Foi assim que inventamos o dínamo, as ondas de rádio, os raios X, os antibióticos, o motor a jato e o raio laser. A ciência é bem sucedida na prática precisamente porque é bem sucedida na teoria - porque aceita a organização interna da natureza tal como a encontra, e, a seguir, dispõe-la de modo a ser útil à humanidade.

Não há feitiço que possa produzir uma reação nuclear em cadeia: esta foi, sim, produzida na sequência da simples conjetura de que o urânio natural possui vários isótopos, e de que era preciso separar pacientemente estes isótopos um por um. Não existe demons-tração mais indicativa da nossa definição, ou seja, orientar o potencial oculto da natureza em conseqüência da organização do nosso conhecimento.

2.2.3 O conhecimento é poder.

Bem entendido, os seres humanos procuram ainda atingir uma soberania total sobre a natureza, e com certa razão, porque afinal de contas é esta procura que nos é característica como espécie - o nosso dom de afastar gradualmente as barreiras com que a natureza nos presenteia. Atingimos já um elevado grau de domínio relativamente aos outros animais, precisamente porque é uma aspiração que nos é imperiosa e também porque desejamos saber como será possível adquirir uma maior liberdade em relação às condições adversas do mundo natural que nos rodeia, algo que não tem sido conseguido pelos restantes animais.

Mas o que importa, o que importa modernamente, é termos dado conta de que a vitória nasce apenas no seio da nossa compreensão do mundo natural.

Quando um cientista desafia a natureza com uma experiência, por mais grandiosa que seja esta experiência, não é um teste do nosso poder mas, antes, dos nossos conhecimentos. O lançamento da primeira bomba atômica no Novo México, não foi um '´*acte gratuit*', nem uma simples prova de demonstração de que a bomba era uma espécie de portador de vitórias, mas sim, uma prova de que a bomba funcionava.

Afirmamos, por conseguinte, que o conhecimento é poder, e assim é: representa o poder pelo qual os homens lutam para se libertarem das restrições com que a natureza (interna e externa) aprisiona os outros animais. Estas três palavras - conhecimento é poder - não nos devem iludir: a chave oculta para a sua compreensão é a nossa definição do conhecimento como atualmente o possuímos.

O conhecimento é o decifrar das leis da natureza de modo a revelar a sua organização interna, a sua maneira de fazer interagir estas leis. Compreendemos a harmonia que existe entre as leis e, posteriormente, aprendemos a utilizá-las em harmonia com as nossas necessidades. Na realidade, o conhecimento significa um vislumbrar harmonioso; saber usar este conhecimento é precisamente o nosso poder.

2.2.4 As nossas teorias científicas são modestas aproximações às leis que regem a natureza.

Nunca houve nenhuma descoberta que fosse um simples encontro, como se a descoberta existisse desde sempre e que, uma vez feita a descoberta, continuasse imutável para todo o sempre. Há, sem dúvida, leis da natureza que se revelarão eternas, mas, se existem, são muitíssimo mais sutis e complexas do que a nossa capacidade de as descobrirmos.

Podemos, sim, efetuar uma razoável aproximação às leis da natureza; podemos organizá-las em sistemas de leis ou axiomas. Na verdade é admirável que os nossos modelos relativamente simples - imitações da natureza - tenham tanto sucesso. Pelo menos, somos por vezes tão geniais como Isaac Newton o foi quando concebeu a lei da gravitação, e nessas ocasiões as nossas leis parecem maravilhosamente naturais: o que há de mais natural no espaço tridimensional do que uma força que decresce na razão inversa do quadrado da distância?

Somos de fato, por vezes, tão afortunados como Newton, cuja lei se aplicou infalivelmente durante duzentos anos fazendo com que parecesse realmente natural. Mas, eventualmente, ao fim de certo período de tempo esta feliz situação atinge o limite de validade - mesmo a lei de Newton: vemo-nos subitamente obrigados a procurar um novo modelo, uma outra descoberta a nível da imaginação conceptual. Aprendemos enfim que não nos é possível termos a razão para todo o sempre nem mesmo por trezentos anos.

2.2.5 Não podemos esperar da ciência a descoberta de uma verdade última e definitiva.

A aplicação da ciência exige, por conseguinte uma visão muito prática da falibilidade[5] humana. Não podemos aspirar nem a um conhecimento sobrenatural, nem um poder sobrenatural. Nem sequer podemos aspirar a um conhecimento sobre-humano: devemos contentar-nos com o nosso simples progresso - modesto e realizado modestamente com os meios fornecidos pela mente humana. Isto é, devemos aprender a trabalhar e criar no contexto das nossas imperfeições, pois não somos nem deuses perfeitos nem, digam-se em boa verdade, máquinas perfeitas. Nenhum poder intelectual (ou arrogância) eliminará de vez a falibilidade inerente à condição humana nem poderá obter para nós a verdade onisciente[6] e final.

Podemos, sim, estar profundamente convencidos de que sabemos de antemão como a natureza deve funcionar; por exemplo, que a um átomo não é permitido deslocar-se da esquerda para a direita, mas acabamos sempre por ver o erro da nossa suposição: vemos como somos inclinados a cometer equívocos: descobrimos, à nossa custa, que a natureza é muito menos simplista do que previamente calculamos.

---

[5] Qualidade de falível.

[6] Que sabe tudo; onissapiente.

Quando Isaac Newton era rapaz, Oliver Cromwell fez da seguinte advertência uma frase famosa:

> "*Eu rogo-vos, em nome de Cristo, que aceiteis como provável a vossa capacidade de errar.*"

Os membros da Igreja a quem dirigiu estas palavras não lhe prestaram atenção porque julgaram que tinham livre acesso à verdade sobre-humana (...) A comunidade científica floresce, cheia de sucessos e otimista, porque não pede aos seus membros a perfeição: pede apenas a sua humanidade.

2.3 A CIÊNCIA E A FILOSOFIA

No seu começo, a ciência estava ligada à filosofia, [21] sendo o filósofo o sábio que refletia sobre todos os setores da indagação humana. Na ordem de saber estipulada por Platão, o homem começa a conhecer pela forma perfeita da opinião, depois passa ao grau mais avançado da ciência, para só então ser capaz de atingir o nível mais alto do saber filosófico.

A filosofia se distingue da ciência pelo modo como aborda seu objetivo: em todos os setores do conhecimento e da ação, a filosofia está presente como reflexão crítica a respeito dos fundamentos desse conhecimento e desse agir.

Então, por exemplo, se a física ou a química se denominam ciência e usam determinado método, não é da alçada do próprio físico ou do químico saber o que é ciência, o que distingue esse conhecimento de outros, o que é método, qual a sua validade, e assim por diante.

Dentre as ciências, pode-se atribuir um atraso à revolução científica no campo da Química. Alguns filósofos gregos deram grande contribuição para que posteriormente a Química se desenvolvesse. Abaixo estão relacionados os mais importantes, tanto pela sua atitude filosófica quanto por sua contribuição à ciência.

O problema da existência de um princípio unitário para todas as coisas já está contido implicitamente na *Teogonia* de Hesíodo. Nesta obra o poeta procura coordenar toda a realidade, estabelecendo que uma coisa procede de outra: é uma lei à qual estão sujeitos também os deuses. A construção de Hesíodo permanece, porém, profundamente impregnada de elementos míticos (todo o mundo mitológico da religião grega está presente nela) e não chega ao princípio supremo de todas as coisas porque segundo o autor, todo está sujeito ao vir-a-ser, à geração e à corrupção.

Os primeiros pensadores que dão expressão filosófica ao problema da existência de uma causa suprema de todas as coisas são os filósofos jônicos: Tales, Anaximandro, Anaxímedes, todos eles de Mileto, na Ásia Menor, às margens do mar Egeu.

2.3.1 Tales de Mileto ($650\,a.C. - 560\,a.C.$)

A filosofia nasceu não na Grécia propriamente dita, mas nas colônias gregas do Oriente e do Ocidente, a saber, na Jônia e na Magna Grécia. Cerca de 624 *a.C.*, em Mileto, nasceu Tales, o pai da filosofia grega e de toda a filosofia ocidental.

Tales era astrônomo e matemático, foi o primeiro filósofo grego conhecido. Suas idéias sobreviveram pelos escritos dos outros, como Aristóteles. Tales abordava assuntos através do qual podia aferir e racionalizar sobre eles - uma abordagem bem diferente da tradição grega de explanações direcionadas por mitos sobrenaturais; por isso é tido como o primeiro filósofo do Ocidente. Ele tentava explicar a multiplicação das coisas do mundo.

Segundo ele, tudo partia de uma única realidade e ele escolheu a água como o elemento primordial, de onde tudo se derivava. Baseou-se na idéia de que a água é transformada em ar por evaporação e em sólido por congelamento. Isso fez com que filósofos posteriores a ele também buscassem explicações para os fenômenos naturais, numa linha de ação onde cada vez surgiam mais teorias relacionadas à Química para explicar esses fenômenos.

Pelo que se sabe, tales foi o primeiro pensador que se pôs expressa e sistematicamente a pergunta:

> *"Qual é a causa última, o princípio supremo das coisas?"*

A pergunta justificava-se pelo fato de que, apesar da aparente diversidade, há em todas as coisas algo em comum: em todas as coisas observáveis encontra-se água, terra, ar e fogo. Tales foi também o introdutor da geometria na Grécia; Diógenes Laércio narra que Tales morreu ao cair em uma cisterna enquanto observava os astros. Sua escola de pensamento é chamada *Jônica.*

2.3.2 Anaximandro (611 $a.C.$ – 545 $a.C.$)

Nascido em Mileto pouco depois de Tales e, como ele matemático, astrônomo e filósofo, procurou aprofundar a idéia de Tales, de quem era discípulo. Anaximandro interroga-se sobre a questão de unidade do princípio. Mas dá a esta questão uma resposta surpreendente, muito mais satisfatória do que a do mestre: o princípio de todas as coisas, o elemento primordial, não pode ser uma coisa determinada como água, a terra, o fogo ou o ar, porque o que se quer explicar é justamente a origem destas coisas determinadas. O princípio primeiro deve ser alguma coisa indeterminada (*apeiron*).

Segundo ele, os corpos apareciam e desapareciam Como bolhas nesse material primordial e que nos materiais formados no apeiron havia uma concentração de materiais pesados no centro, provocada por movimento rotacional e, assim, nas extremidades, formavam-se os planetas. Também dizia que ao se formarem, as coisas tinham qualidades contrárias umas das outras: úmido e seco, quente e frio e assim por diante. Anaximandro também contribuiu com a Geometria e a Astronomia.

2.3.3 Anaxímenes (545 $a.C.$– ?)

Discípulo de Anaximandro e terceiro célebre filósofo de Mileto, que descartou a possibilidade de existir o *apeiron.* Para ele, o elemento primordial a partir do qual tudo se criava era o ar, que realizava um movimento constante e poderia se condensar formando uma névoa ou nuvem visível e depois, por condensação, água, que com condensação adicional, transformava-se em terra ou rochas e pedras. Se o elemento primordial fosse perfeito, transformava-se em fogo. Associava ao fogo a quentura e a secura e à matéria sólida a friagem e a umidade.

2.3.4 Pitágoras (580 $a.C.$ – 500 $a.C.$)

Pitágoras pertence ao grupo restrito dos grandes mestres da humanidade. Mas esta posição de altíssimo prestígio lhe vem mais das doutrinas ascéticas e religiosas do que das filosóficas, apesar de ter dado a estas uma contribuição decisiva.

Gênio multiforme cultivava ao mesmo tempo a matemática, a geometria, a astronomia, a filosofia, a ascese e a mística. Nenhum de seus escritos foi conservado; temos, porém, muitos testemunhos indiretos a seu respeito. Segundo esses testemunhos, o fundador da escola Pitagórica nasceu em Samos, ainda jovem desejoso de aprender, viajou longe da pátria e se inicio em todos os mistérios gregos e bárbaros. Esteve em Egito, no tempo de Polícrates.

Pitágoras de Samos, foi para o sul da Itália em 532 $a.C.$ para fugir da opressão política e permaneceu em Metapontum, onde fundou uma irmandade com cunho religioso que discutia princípios fundamentais, que influenciaram outros filósofos posteriores como Platão e Aristóteles. Sua doutrina de que:

> "*o princípio de todas as coisa é o número*".

tomava a aparência superficial das coisas como ilusória: o conhecimento genuíno da natureza das coisas e a apreciação da ordem fundamental do mundo poderia ser obtidos apenas pela compreensão delas em termos aritméticos. Quanto à sua teoria para explicar os fenômenos naturais, Pitágoras supunha que todos os objetos existentes são compostos de forma e não de substância. Deu grande contribuição à Astronomia e principalmente à Matemática. A última escola pitagórica, onde alguns seguidores continuaram seus trabalhos, foi estabelecida em Croton (atual Crotona), no sul da Itália.

2.3.5 Léucipo (500 $a.C.$– ?)

É o filósofo a quem se atribui a concepção da teoria atômica, fato já conhecido por Aristóteles na Antiguidade. As teorias de Demócrito, seu discípulo, são praticamente iguais às suas. Léucipo considerado que o todo é Infinito, com uma parte cheia e outra parte vazia. Os mundos surgiriam porque os corpos de todos os tipos e formas eram destacados do Infinito e se moviam no vazio aglutinando-se e formando um grande redemoinho onde se chocavam uns com os outros.

2.3.6 Zenão de Eléia (495 $a.C$ – 430 $a.C.$)

Foi filósofo e matemático e considerava que a matéria é contínua. Rejeitava a idéia de que a matéria podia ser subdividida em partículas dos elementos constituintes. Usava a dialética para explicar suas argumentações, isto é, formulava perguntas sobre as teorias e as discutia com os outros, adquirindo respostas que eram também submetidas a novas perguntas.

2.3.7 Empédocles (490 $a.C.$ – 430 $a.C.$)

Filósofo, político e fisiologista grego, era admirado por Aristóteles e tido por Galeno como o fundador da Medicina na Itália. Ele não aceitava a teoria da unicidade de todas as coisas proposta pelos filósofos anteriores. Empédocles dizia que a matéria era formada de quatro elementos: terra, fogo, ar e água que podiam ser submetidos a duas forças, o amor para uni-los e a discórdia para separá-los. Segundo ele, esses quatro elementos estavam presentes em qualquer corpo, combinados, podendo então representar as situações naturais que ocorrem na natureza, como os rios e demais objetos.

Por exemplo, considerava que o osso era composto de duas partes de terra, duas de água e quatro de fogo. Uma das partes interessantes de sua teoria da matéria era que nada é criado e nada é destruído, mas tudo se transforma dependendo da relação uns com os outros dos quatro elementos básicos constituintes. Isso só voltou a ser afirmado por Lavoisier, cerca de dois mil e duzentos anos mais tarde com o aparecimento da Química. Sua idéia permaneceu até o século $XVIII$, tendo sido um ingrediente fundamental das idéias alquimista.

2.3.8 Sócrates (470 $a.C.$ – 399 $a.C.$)

Filósofo grego, mestre de Platão e Aristóteles, que foram responsáveis pelas idéias filosóficas que suscitaram o desenvolvimento da cultura ocidental. Ele praticava a filosofia pelo método que chamou de dialético, propondo questões acerca de assuntos tais como a natureza da beleza, da justiça, da virtude, ou da amizade, e submetendo as respostas de seus interlocutores a uma análise cuidadosa e contra argumentações. Para Sócrates, um pré-requisito importante para se ter a verdadeira sabedoria era reconhecer sua própria ignorância. Foi acusado de corruptor de jovens e condenado a morte por envenenamento com uma infusão de cicuta, uma planta venenosa.

2.3.9 Demócrito (460 $a.C.$ – 370 $a.C.$)

Foi um filósofo grego de Aderas. Suas idéias foram muito importantes no desenvolvimento da teoria atômica da matéria. Esse discípulo de Léucipo considerava o universo constituído de partículas indivisíveis, os átomos, em número infinito, eternos e em movimento através do Kenon (vácuo) de extensão infinita. Na sua concepção, os átomos podiam ser diferentes uns dos outros, na sua forma, posição, arranjo e peso. Átomos lisos como os da água, rolavam uns sobre os outros e conferiam fluidez ao corpo que constituíam. Átomos com superfície rugosa, irregular e com reentrâncias, aderiam uns aos outros e formavam os corpos sólidos. Havia "*nascimento*" quando se tinha uma reunião de átomos e "*morte*" quando eles se dispersavam.

O movimento dessas partículas não teria causa predefinida e nenhuma inteligência os guiaria em sua trajetória. O movimento se dava em todas as direções e ao se chocarem, as partículas produziam um redemoinho (dine) que segregava átomos iguais, reunindo-os em aglomerados, que formavam os corpos celestes e os objetos. Demócrito acreditava também que o verdadeiro conhecimento deriva não do estímulo sensorial, mas do intelecto inato.

2.3.10 Anaxágoras (500 $a.C.$ – 428 $a.C.$)

Com Anaxágoras de Clazômena a filosofia parte das colônias da Jônia e da Magna Grécia e penetra na Ática. Com efeito, depois da Batalha de Salamina, Anaxágoras transferiu-se para Atenas, onde se tornou mestre de Péricles. Acusado de impiedade, por causa de suas opiniões, que abalavam a mitologia tradicional, foi atirado na prisão. Posto em liberdade por intercessão de Péricles, foi exilado em Lâmpsaco, onde morreu. Escreveu a obra "*Sobre a Natureza*", da qual restam vários fragmentos.

Os pontos principais de sua doutrina dizem respeito ao ser, ao devir[7] e à Mente Suprema.

A semelhança de Demócrito, também para Anaxágoras o ser é constituído por átomos que são corpúsculos não qualitativamente iguais (como sustentara Demócrito) porque, se assim fosse, não se explicaria a diversidade dos seres (diversidade qualitativa, além de quantitativa), mas qualitativamente diferentes, chamados "*homeomerias*".

O termo "*homeomerias*" significa "parte qualitativamente semelhante". As homeomerias são infinitas e formam uma variedade infinita de tipos elementares de seres. os corpos compõem-se de homeomerias de diversas naturezas: *tudo está em tudo.* cada corpo reproduz de certo modo a variedade do universo. A diversidade dos corpos é conseqüência da predominância de homeomerias de determinado tipo.

No universo nada se cria e nada se destrói, porque o número das homeomerias permanece o mesmo. A causa do devir é dupla: o movimento giratório e a Mente Suprema. Desta última dependem a harmonia e a ordem das coisas.

2.3.11 Platão (428 $a.C.$ – 348 $a.C.$)

Era discípulo de Sócrates, e depois da morte de seu mentor, ele e outros discípulos refugiaram-se. Fundou a famosa Academia de Atenas em 387$a.C.$, dedicada ao estudo da filosofia e da ciência. Platão também propôs uma teoria para explicar o universo material. Determinou a forma que os átomos dos quatro elementos tinham, usando conceitos matemáticos: o *fogo* tinha a forma de um tetraedro, o *ar*, de um octoedro, a *água*, de um icosaedro e a *terra*, a de um cubo.

Ao contrário de Demócrito, aceitava que os elementos podiam sofrer mudanças, transformando-se uns nos outros. Aceitava a idéia de transformação cíclica, a água transformando-se por condensação em terra e pedra, e esses elementos, quando fundidos e dispersos, transformavam-se em vapor e ar, que por sua vez, quando inflamado, transformava-se em fogo. O fogo, quando condensado e extinto, transformava-se em ar, e este, quando aprisionado e condensado, produzia neblina e nuvem, que por sua vez, quando comprimidos, produzem água e o ciclo recomeça.

2.3.12 Aristóteles (384 $a.C.$ – 322 $a.C.$)

Filósofo grego nascido na Macedônia, logicista e cientista, seu pensamento foi decisivo no aparecimento da cultura ocidental. Aos 17 anos integrou-se à Academia de Platão, onde permaneceu até pouco a morte deste em 348 $a.C$. Posteriormente, foi designado tutor de Alexandre

[7] Vir a ser; tornar-se; devenir

o Grande.

Em 335$a.C.$ voltou para Atenas, onde fundou uma escola e preparou uma coleção de manuscritos que se tornou modelo para as bibliotecas que surgiram posteriormente. Em 355 $a.C.$ fundou o Liceu, instituição dedicada à pesquisa e à ciência. Aristóteles considerou o princípio da ordem como sendo mais importante do que a presença de partículas materiais e estabeleceu uma doutrina relativa à forma da matéria.

Para ele, as partículas formavam um composto, perdendo a identidade. Considerava que a partícula não pode ser infinitamente dividida e sim até certo ponto a partir do qual não existiria, transformando-se na menor parte de outra substância. Aceitou a teoria dos quatro elementos de Empédocles mas não considerou a parte atomística da mesma; considerou, entretanto, suas qualidades contrárias, quente e frio como ativas e secura e umidade como passivas. As qualidades resultantes eram associadas aos elementos fogo, ar, terra e água, caracterizando-os. Os elementos com suas qualidades podiam combinar-se em qualquer proporção.

A combinação dos elementos podia ser de três tipos: *síntese, mixis* e *krasis*, que podem ser identificados como mistura mecânica, formação de um novo corpo sólido a partir de outros e formação de líquidos a partir de líquidos. Os corpos são considerados completamente homogêneos e contínuos distinguidos pela forma e suas qualidades inerentes. Aristóteles incluiu um outro elemento da natureza distinto dos quatro que se transformava associando-o a todos os corpos da natureza: a essência ou quintessência, uma espécie de éter, muito importante na formação dos corpos celestes.

Os filósofos gregos deram grande contribuição à ciência na época, e, mesmo não muito avançados no campo da Química, conseguiram elaborar teorias de uma maneira que os que viessem depois deles pudessem continuar com as pesquisas, dando um grande passo em relação à história da química.

2.4 FILOSOFIA E CIÊNCIAS DA NATUREZA

Este texto pretende oferecer uma panorâmica geral e introdutória do modo como os filósofos têm encarado as ciências da natureza ao longo da história, e apresentar simultaneamente alguns elementos básicos da própria história do desenvolvimento científico [2].

Encontram-se alguns elementos da história da ciência, mas, sobretudo, da história da filosofia da ciência, assim como elementos de história das idéias em geral e de história da filosofia em particular; isto é, trata-se em grande parte de uma panorâmica do modo como os filósofos têm encarado a ciência ao longo do tempo, e não tanto uma descrição, ainda que geral, do desenvolvimento da própria ciência.

Os desenvolvimentos científicos surgem apenas como pano de fundo. Procurar ver como ao longo da história a pergunta filosófica:

> “ *O que é a ciência da natureza?*”

Esta seção inclui como ilustração das idéias aqui apresentadas, algumas passagens dos filósofos e cientistas referidos.

Apesar de essas passagens serem escolhidas a pensar na facilidade de compreensão por parte do leitor, todo o texto pode ser lido passando por cima delas sem que algo de essencial se perca.

Apesar de o termo "*ciência*" ser muito abrangente, neste texto iremos, sobretudo centrar a nossa atenção nas ciências da natureza.

Pelo fato de as ciências da natureza, e em particular a física e a astronomia, se terem desenvolvido mais cedo do que as ciências sociais, exerceram e continuam a exercer uma influência assinalável no modo como os filósofos encaram a ciência - acontecendo até muitas vezes que eles usam o termo "*ciência*" como abreviatura de "*física*".

Ao longo desta seção irei muitas vezes usar o termo "*ciência*" para falar das ciências da natureza; quando falar das ciências formais como a geometria ou a matemática em geral, será suficientemente claro que já não estou a falar de ciências da natureza.

2.4.1 Os gregos.

2.4.1.1 Mitos e deuses.

Quando surgiu a ciência? Esta parece ser uma pergunta simples. Contudo, tem freqüentemente dado origem a longas discussões, e estas que acabam quase sempre por se deslocar para uma outra pergunta mais básica: *o que é a ciência?* Mais básica, pois a resposta para aquela depende da solução encontrada para esta.

Ora, o termo "*ciência*" nem sempre foi entendido da mesma maneira e ainda hoje as opiniões acerca do que deve ou não ser considerado como científico continuam divididas. Uma definição rigorosa e consensual de "*ciência*" é, pois, algo difícil de estabelecer.

Mas isso não nos deve impedir de avançar. Assim, a melhor maneira de começar talvez seja a de correr o risco de propor uma definição de ciência que, apesar de imprecisa, nos possa servir como ponto de partida, mesmo que venha depois a ser corrigida:

> *"a ciência da natureza é o estudo sistemático e racional, baseado em métodos adequados de prova, da natureza e do seu funcionamento."*

Muitas das perguntas mais elementares que os seres humanos colocam a si próprios desde que são seres humanos são perguntas que podem dar origem a estudos científicos. Eis alguns exemplos dessas perguntas:

- Porque é que chove?
- O que é o trovão?
- De onde vem o relâmpago?
- Por que razão crescem as ervas?
- Por que razão existem os montes?
- Por que razão tenho fome?

- Por que razão morrem os meus semelhantes?
- Porque é que cai a noite e a seguir vem o dia de novo ?
- O que são as estrelas?
- Por que razão voam os pássaros?

Mas estas perguntas podem dar origem também a outro tipo de respostas que não as científicas; podem dar origem a respostas de caráter religioso e mítico. Essas respostas têm a característica de não se basearem nos métodos mais adequados e de não serem o produto de estudos sistemáticos. Uma resposta mítica ou religiosa apela à vontade de um Deus ou de deuses e conta uma história da origem do universo. Essa resposta não se baseia em estudos sistemáticos da natureza, mas antes na observação diária não sistemática; e não são estudos racionais dado que não encorajam a crítica, mas antes a aceitação religiosa. Isto não quer dizer que as respostas míticas e religiosas não tivessem qualquer valor.

Por exemplo, é óbvio que numa altura em que a ciência, com os seus métodos racionais de prova, ainda não estava desenvolvida, as explicações míticas e religiosas eram pelo menos uma maneira de responder à curiosidade natural dos seres humanos. Além disso, as explicações míticas e religiosas de um dado povo dão a esse povo uma importância central na ordem das coisas. E têm ainda outra característica importante: essas explicações constituem muitas vezes códigos de conduta moral, determinando de uma forma integrada com a origem mítica do universo, o que se deve e o que não se deve fazer.

As explicações míticas e religiosas foram antepassados da ciência moderna, não por darem importância central aos seres humanos na ordem das coisas nem por determinarem códigos de conduta baseados na ordem cósmica, mas por ao mesmo tempo oferecerem explicações de alguns fenômenos naturais - apesar de essas explicações não se basearem em métodos adequados de prova nem na observação sistemática da natureza.

2.4.1.2 Os primeiros filósofos-cientistas

A ciência da natureza é diferente do mito e da religião. A "*ciência*" baseia-se em observações sistemáticas, é um estudo racional e usa métodos adequados de prova. Como é natural, os primeiros passos em direção à ciência não revelam ainda todas as características da ciência - revelam apenas algumas delas. O primeiro, e tímido, passo na direção da ciência só foi dado no início do século $VI\ a.C.$ na cidade grega de Mileto, por aquele que é apontado como o primeiro filósofo, Tales de Mileto.

Tales de Mileto acreditava em deuses. Só que a resposta que ele dá à pergunta acerca da origem ou princípio de tudo o que vemos no mundo já não é mítica; já não se baseia em entidades sobrenaturais. Dizia Tales que o princípio de todas as coisas era algo que por todos podia ser diretamente observado na natureza: a água. Tendo observado que a água tudo fazia crescer e viver, enquanto que a sua falta levava os seres a secar e morrer; tendo, talvez, reparado que na natureza há mais água do que terra e que grande parte do próprio corpo humano era formado por água; verificando que esse elemento se podia encontrar em diferentes estados, o líquido, o sólido e o gasoso, foi assim levado a concluir que tudo surgiu a partir da água.

A explicação de Tales ainda não é científica; mas também já não é inteiramente mítica. Têm características da ciência e características do mito. Não é baseada na observação sistemática do mundo, mas também não se baseia em entidades míticas. Não recorre a métodos adequados de prova, mas também não recorre à autoridade religiosa e mítica.

Este último aspecto é muito importante. Consta que Tales desafiava aqueles que conheciam as suas idéias a *demonstrar* que não tinha razão. Esta é uma característica da ciência - e da filosofia - que se opõe ao mito e à religião. A vontade de discutir racionalmente idéias, ao invés de nos limitarmos a aceitá-las, é um elemento sem o qual a ciência não se poderia ter desenvolvido. Uma das vantagens da discussão aberta de idéias é que os defeitos das nossas idéias são criticamente examinados e trazidos à luz do dia por outras pessoas. Foi talvez por isso que outros pensadores da mesma região surgiram apresentando diferentes teorias e, deste modo, se iniciou uma tradição que se foi gradualmente afastando das concepções míticas anteriores.

Assim apareceram na Grécia, entre outros, Anaximandro (século $VI\,a.C.$), Heraclito (século $VI - V\,a.C.$), Pitágoras (século $VI\,a.C.$), Parmênides de Eléia (século $VI - V\,a.C.$) e Demócrito (século $V - IV\,a.C.$). Este último viria mesmo a defender que tudo quanto existia era composto de pequeníssimas partículas indivisíveis (*átomo*), unidas entre si de diferentes formas, e que na realidade nada mais havia do que átomos e o vazio onde eles se deslocavam. Foi o primeiro grande filósofo naturalista, que achava que não havia deuses e que a natureza tinha as suas próprias leis.

As ciências da natureza estavam num estado primitivo; pouco mais eram do que especulações baseadas na observação avulsa. Mas as ciências matemáticas começaram também desde cedo a desenvolver-se, e apresentaram desde o início muitos mais resultados do que as ciências da natureza. Pitágoras, por exemplo, descobriu vários resultados matemáticos importantes, e o nome dele ainda está associado ao teorema de Pitágoras da geometria (apesar de não se saber se terá sido realmente ele a descobrir este teorema, se um discípulo da sua escola).

A escola pitagórica era profundamente mística; atribuía aos números e às suas relações um significado mítico e religioso. Mas os seus estudos matemáticos eram de valor, o que mostra mais uma vez como a ciência e a religião estavam misturadas nos primeiros tempos. Afinal, a sede de conhecimento que leva os seres humanos a fazer ciências, religiões, artes e filosofia é a mesma.

O maior desenvolvimento das ciências matemáticas teve repercussões importantíssimas para o desenvolvimento da ciência, para a filosofia da ciência e para a filosofia em geral. Os resultados matemáticos tinham uma característica muito diferente das especulações sobre a origem do universo e de todas as coisas. Ao passo que havia várias idéias diferentes quanto à origem das coisas, os resultados matemáticos eram consensuais. Eram consensuais porque os métodos de prova usados eram poderosos; dada a demonstração matemática de um resultado, era praticamente impossível recusá-lo.

A matemática tornou-se assim um modelo da certeza. Mas este modelo não é apropriado para o estudo da natureza, pois a natureza depende crucialmente da observação. Além disso, não se pode aplicar a matemática à natureza se não tivermos à nossa disposição instrumentos precisos de quantificação, como o termômetro ou o cronômetro. Assim, o sentimento de alguns filósofos era (e por vezes ainda é) o de que só o domínio da matemática era verdadeiramente «científico» e que só a matemática podia oferecer realmente a certeza.

Só Galileu e Newton, já no século $XVII$, viriam a mostrar que a matemática se pode aplicar à natureza e que as ciências da natureza têm de se basear noutro tipo de observação diferente da observação que até aí se fazia.

2.4.1.3 Platão e Aristóteles.

Uma das preocupações de Platão ($428 - 348\ a.C.$) foi distinguir a verdadeira ciência e o verdadeiro conhecimento da mera opinião ou crença. Um dos problemas que atormentaram os filósofos gregos em geral e Platão em particular, foi o problema do fluxo da natureza. Na natureza verificamos que muitas coisas estão em mudança constante: as estações sucedem-se, as sementes transformam-se em árvores, os planetas e estrelas percorrem o céu noturno. Mas como poderemos nós ter a esperança de conseguir explicar os fenômenos naturais, se eles estão em permanente mudança?

Para os gregos, isto representava um problema por alguns dos motivos que já vimos: não tinham instrumentos para medir de forma exata, por exemplo, a velocidade; e assim a matemática, que constituía o modelo básico de pensamento científico, era inútil para estudar a natureza. A matemática parecia aplicar-se apenas a domínios estáticos e eternos. Como o mundo estava em constante mudança, parecia a alguns filósofos que o mundo não poderia jamais ser objeto de conhecimento científico.

Era essa a idéia de Platão. Este filósofo recusava a realidade do mundo dos sentidos; toda a mudança que observamos diariamente era apenas ilusão, reflexos pálidos de uma realidade supra-sensível que poderia ser verdadeiramente conhecida. E a geometria, o ramo da matemática mais desenvolvida do seu tempo, era a ciência fundamental para conhecer o domínio supra-sensível. Para Platão, só podíamos ter conhecimento do domínio supra-sensível, a que ele chamou o *domínio das idéias ou formas*; do mundo sensível não podíamos senão ter opiniões, também elas em constante fluxo. O domínio do sensível era, para Platão, uma forma de opinião inferior e instável que nunca nos levaria à verdade universal, eterna e imutável, já que se a mesma coisa fosse verdadeira num momento e falsa no momento seguinte, então não poderia ser conhecida.

Podemos ver a distinção entre os dois mundos, que levaria à distinção entre ciência e opinião, na seguinte passagem de um dos seus diálogos:

> "*Há que admitir que existe uma primeira realidade: o que tem uma forma imutável, o que de nenhuma maneira nasce nem perece, o que jamais admite em si qualquer elemento vindo de outra parte, o que nunca se transforma noutra coisa, o que não é perceptível nem pela vista, nem por outro sentido, o que só o entendimento pode contemplar*".
>
> "*Há uma segunda realidade que tem o mesmo nome: é semelhante à primeira, mas é acessível à experiência dos sentidos, é engendrada, está sempre em movimento, nasce num lugar determinado para em seguida desaparecer; é acessível à opinião unida à sensação*".

2.4.1.4 Platão.

Conhecer as idéias seria o mesmo que conhecer a verdade última, já que elas seriam os modelos ou causas dos objetos sensíveis. Como tal, só se poderia falar de ciência acerca das idéias, sendo que estas não residiam nas coisas. Procurar a razão de ser das coisas obrigava a ir para além delas; obrigava a ascender a uma outra realidade distinta e superior. A ciência, para Platão não era, pois, uma ciência acerca dos objetos que nos rodeiam e que podemos observar com os nossos sentidos. Neste aspecto fundamental é que o principal discípulo de Platão, Aristóteles ($384 - 322\, a.C.$), viria a discordar do mestre.

Aristóteles não aceitou que a realidade captada pelos nossos sentidos fosse apenas um mar de aparências sobre as quais nenhum verdadeiro conhecimento se pudesse constituir. Bem pelo contrário, para ele não havia conhecimento sem a intervenção dos sentidos. A ciência, para ele, teria de ser o conhecimento dos objetos da natureza que nos rodeia.

É verdade que os sentidos só nos davam o particular e Aristóteles pensava que não há ciência senão do universal. Mas, para ele, e ao contrário do seu mestre, o universal inferia-se do particular. Aristóteles achava que, para se chegar ao conhecimento, nos devíamos virar para a única realidade existente, aquela que os sentidos nos apresentavam.

Sendo assim, o que tínhamos de fazer consistia em partir da observação dos casos particulares do mesmo tipo e, pondo de parte as características próprias de cada um (por um processo de abstração), procurar o elemento que todos eles tinham em comum (o universal).

Por exemplo, todas as árvores são diferentes umas das outras, mas, apesar das suas diferenças, todas parecem ter algo em comum. Só que não poderíamos saber o que elas têm em comum se não observássemos cada uma em particular, ou pelo menos um elevado número delas. Ao processo que permite chegar ao universal através do particular chama-se por vezes *indução*. A indução é, pois, o método correto para chegar à ciência, tal como escreveu Aristóteles:

> "*É evidente também que a perda de um sentido acarreta necessariamente o desaparecimento de uma ciência, que se torna impossível de adquirir. Só aprendemos, com efeito, por indução ou por demonstração. Ora a demonstração faz-se a partir de princípios universais, e a indução a partir de casos particulares. Mas é impossível adquirir o conhecimento dos universais a não ser resultados da abstração não se podem tornar acessíveis a não ser pela indução. (...)* "
>
> "*Mas induzir é impossível para quem não tem a sensação: porque é nos casos particulares que se aplica a sensação; e para estes não pode haver ciência, visto que não se pode tirá-la de universais sem indução nem obtê-la por indução sem a sensação*".

2.4.1.5 Aristóteles.

Aristóteles representa um avanço importante para a história da ciência. Além de ter fundado várias disciplinas científicas (como a taxionomia biológica, a cosmologia, a meteorologia, a dinâmica e a hidrostática), Aristóteles deu um passo mais na direção da ciência tal como hoje a conhecemos: pela primeira vez encarou a observação da natureza de um ponto de vista mais sistemático. Ao passo que para Platão a verdadeira ciência se fazia na contemplação dos universais, descurando[8] a observação da natureza que é fundamental na ciência, Aristóteles dava grande importância à observação.

Aristóteles desenvolveu teorias engenhosas sobre muitas áreas da ciência e da filosofia. A própria filosofia da ciência foi pela primeira vez estudada com algum rigor por ele. Aristóteles achava que havia vários tipos de explicações, que correspondiam a vários tipos de causas. Um desses tipos de causas e de explicações era fundamental, segundo Aristóteles: a explicação teleológica ou finalista. Para Aristóteles, todas as coisas tendiam naturalmente para um fim (a palavra portuguesa "*teleologia*" deriva da palavra grega para fim: telos), e era esta concepção teleológica da realidade que explicava a natureza de todos os seres.

Esta concepção da ciência como algo que teria de ser fundamentalmente teleológica iria perdurar durante muitos séculos, e constituir até um obstáculo importante ao desenvolvimento da ciência. Ainda hoje muitas pessoas pensam que a ciência contemporânea descreve o modo como os fenômenos da natureza ocorrem, mas que não explica o porquê? desses fenômenos; isto é uma idéia errada, que resulta ainda da idéia aristotélica de que só as explicações finalistas são verdadeiras explicações.

Devido a um conjunto de fatores, a Grécia não voltou a ter pensadores com a dimensão de Platão e Aristóteles. Mesmo assim apareceram ainda, no século $III\ a.C.$, algumas contribuições para a ciência, tais como *Elementos* de Euclides, as descobertas de Arquimedes na Física e, já no século II, Ptolomeu na astronomia.

2.4.2 A idade média.

2.4.2.1 Crer para compreender.

Entretanto, o mundo grego desmoronou-se e o seu lugar cultural viria, em grande parte, a ser ocupado pelo império romano. Entretanto, surge uma nova religião, baseada na religião judaica e inspirada por Jesus Cristo, que a pouco e pouco foi ganhando mais adeptos. O próprio imperador romano, Constantino, converteu-se ao cristianismo no início do século IV, acabando o cristianismo por se tornar a religião oficial do Império Romano.

Inicialmente pregada por Cristo e seus apóstolos, a sua doutrina veio também a ser difundida e explicada por muitos outros seguidores, estando entre os primeiros S. Paulo e os padres da igreja dos quais se destacou S. Agostinho $(354 - 430)$.

Tratava-se de uma doutrina que apresentava uma mensagem apoiada na idéia de que este mundo era criado por um Deus único, onipotente, onisciente, livre e infinitamente bom, tendo sido nós criados à sua imagem e semelhança. Sendo assim, tanto os seres humanos como a própria natureza eram o resultado e manifestação do poder, da sabedoria, da vontade e da bondade divinas. Como prova disso, Deus teria enviado o seu filho, o próprio Cristo, e deixado a sua palavra, as Sagradas Escrituras.

[8] Não tratar, não cuidar; descuidar

Por sua vez, os seres humanos, como criaturas divinas, só poderiam encontrar o sentido da sua existência através da fé nas palavras de Cristo e das Escrituras.

Uma das diferenças fundamentais do cristianismo em relação ao judaísmo consistia na crença de que Jesus era um Deus encarnado, coisa que o judaísmo sempre recusou e continua a recusar.

A religião cristã acabou por ser a herdeira da civilização grega e romana. Quando foi derrocado o Império Romano, foram os cristãos - e os árabes -, espalhados por diversos mosteiros, que preservaram o conhecimento antigo. Dada a sua formação essencialmente religiosa, tinham tendência para encarar o conhecimento, sobretudo o conhecimento da natureza, de uma maneira religiosa.

O nosso destino estava nas mãos de Deus e até a natureza nos mostrava os sinais da grandeza divina. Restava-nos conhecer a vontade de Deus.

Só que, para isso, de nada serve a especulação filosófica se ela não for iluminada pela fé. E o conhecimento científico não pode negar os dogmas religiosos, e deve até fundamentá-los. A ciência e a filosofia ficam assim submetidas à religião; a investigação livre deixa de ser possível. Esta atitude de totalitarismo religioso irá acabar por ter conseqüências trágicas para Galileu e para Giordano Bruno (1.548 – 1.600), tendo este último sido condenado pela Igreja em função das suas doutrinas científicas e filosóficas: foi queimado vivo.

As teorias dos antigos filósofos gregos deixaram de suscitar o interesse de outrora. A sabedoria encontrava-se fundamentalmente na Bíblia, pois esta era a palavra divina e Deus era o criador de todas as coisas.

Quem quisesse compreender a natureza, teria, então, que procurar tal conhecimento não diretamente na própria natureza, mas nas Sagradas Escrituras. Elas é que continham o sentido da vontade divina e, portanto, o sentido de toda a natureza criada. Era isso que merecia verdadeiramente o nome de "*ciência*".

Compreender a natureza consistia, no fundo, em interpretar a vontade de Deus patente na Bíblia e o problema fundamental da ciência consistia em enquadrar devidamente os fenômenos naturais com o que as Escrituras diziam.

Assim se reduzia a ciência à teologia, tal como é ilustrado na seguinte passagem de S. Boaventura (1.217 – 1.274), tirada de um escrito cujo título é, a este respeito, elucidativo:

> "*E assim fica manifesto como a - multiforme sabedoria de Deus - que aparece claramente na Sagrada Escritura, está oculta em todo o conhecimento e em toda a natureza. Fica, igualmente, manifesto como todas as ciências estão subordinadas à teologia, pelo que esta colhe os exemplos e utiliza conhecimentos. Fica, além disso, manifesto como é grande a iluminação divina e de que modo no íntimo de tudo quanto se sente ou se conhece está latente o próprio Deus.*"

2.4.2.2 S. Boaventura: Redução das ciências à teologia.

Investigações recentes revelaram que, apesar do que atrás se disse, houve mesmo assim algumas contribuições que iriam ter a sua importância no que posteriormente viria a pertencer ao domínio da ciência. Mas o mundo medieval é inequivocamente um mundo teocêntrico[9] e a instituição que se encarregou de fazer perdurar durante séculos essa concepção foi a Igreja. A Igreja alargou a sua influência a todos os domínios da vida. Não foi apenas o domínio religioso, foi também o social, o econômico, o artístico e cultural, e até o político.

Com o poder adquirido, uma das principais preocupações da Igreja passou a ser o de conservar tal poder, decretando que as suas verdades não estavam sujeitas à crítica e quem se atrevesse sequer a discuti-las teria de se confrontar com os guardiões em terra da verdade divina.

2.4.2.3 Compreender para crer.

Todavia, começou a surgir, por parte de certos pensadores, a necessidade de dar um fundamento teórico, ou racional, à fé cristã. Era preciso demonstrar as verdades da fé; demonstrar que a fé não contradiz a razão e vice-versa. Se antes se dizia que era preciso *"crer para compreender"*, deveria então juntar-se *"compreender para crer"*. A fé revela-nos a verdade, a razão demonstra-a. Assim, fé e razão conduzem uma à outra. Foi esta a posição do mais destacado de todos os filósofos cristãos, S. Tomás de Aquino (1.224 – 1.274).

S. Tomás veio dar ao cristianismo todo um suporte filosófico, socorrendo-se para tal dos conceitos da filosofia aristotélica que se vê, deste modo, cristianizada. Tanto os conceitos metafísicos de Aristóteles :

> *"tudo quanto existe tem uma causa primeira e um fim último"*

como a sua cosmologia (geocentrismo[10] reformulado por Ptolomeu):

> "*o universo é formado por esferas concêntricas, no meio do qual está a Terra imóvel.*"

foram utilizados e adaptados à doutrina cristã da Igreja por S. Tomás. Aristóteles passou a ser estudado e comentado nas escolas (que pertenciam à Igreja, funcionando nos seus mosteiros) e tornou-se, a par das "*Escrituras*", uma autoridade no que diz respeito ao conhecimento da natureza.

2.4.2.4 A alquimia.

Além do que ficou dito, há um aspecto que não pode ser desprezado quando se fala da ciência na Idade Média e que é a alquimia. As práticas alquimistas, apesar do manto de segredo com que se cobriam, eram muito freqüentes na Idade Média. O alquimista encarava a natureza como algo de misterioso e fantástico, o que não era estranho ao espírito medieval, em que tudo estava impregnado de simbolismo. Cabia-lhe decifrar e utilizar esses símbolos para descobrir as maravilhas da natureza. Desse modo ele poderia não só penetrar nos seus segredos como também manipulá-la e, por exemplo, transformar os metais vis em metais preciosos.

[9] Que tem Deus como centro de todas as coisas

[10] Que tem a Terra como centro.

Por tudo isso, os alquimistas foram vistos, por muitos, como verdadeiros agentes do demônio. O anonimato seria a melhor forma de prosseguir nas suas práticas, as quais eram consideradas como ilícitas em relação aos programas oficiais das escolas da época. Daí a existência das chamadas sociedades secretas, do ocultismo e do esotérismo, aonde a própria situação de anonimato ia a par do mistério que cobre todas as coisas.

Há quem defenda que tudo isso, ao explorar certos aspectos da natureza proibidos pelas autoridades religiosas deu também o seu contribuição à ciência, nomeadamente à química, que, na altura, ainda não tinha surgido. Mas esta tese tem poucos exemplos em que se apoiar e parece até que o verdadeiro espírito científico moderno teve de se debater com a resistência dos fantasmas irracionais associados à alquimia e outras práticas do gênero pouco dadas à compreensão racional dos fenômenos naturais.

A alquimia continuou a praticar-se e chegou mesmo a despertar o interesse de algumas das mais importantes figuras da história da ciência, como foi o caso de Isaac Newton. O mais conhecido praticante da alquimia foi Paracelso (1.493 − 1.541), em pleno período renascentista.

2.4.3 A ciência moderna.

2.4.3.1 Os precursores.

Não é possível dizer exatamente quando terminou a *Idade Média* e começou o período que se lhe seguiu. Há, ainda, uma data que é freqüentemente apontada como referência simbólica da passagem de uma época à outra. Essa data é 1.453, data que marca a queda do *Império Romano* do Oriente.

O início do *Renascimento* trouxe consigo uma longa série de transformações que seria impossível referir aqui na sua totalidade. Algumas dessas transformações mostraram os seus primeiros indícios ainda no período medieval e tiveram muito que ver com, entre outros fatos, o aparecimento de novas classes que já não estavam inseridas na rígida estrutura feudal, própria do mundo rural medieval. Essas classes são as dos mercadores e artífices, as quais dependem essencialmente do comércio marítimo. Fora da tradicional hierarquia feudal, muitas pessoas prosperam nas cidades.

Cidades que se desenvolvem e onde começa a surgir também uma indústria, sobretudo ligada à manufatura de produtos, com a valorização dos artesãos e à construção naval. Isso trouxe consigo um inevitável progresso técnico que viria a colocar novos problemas no domínio da ciência. Para tal contribuíram, além do comércio naval atrás referido, também os descobrimentos marítimos. Descobrimentos em que Portugal ocupa um lugar de relevo. O mundo fechado do tempo das catedrais começa, assim, a abrir-se, com as velhas certezas a ruir e os horizontes de um *novo universo* a alargar-se.

O homem renascentista começou a virar-se mais para si do que para os dogmas bíblicos e a interessar-se cada vez mais pelas idéias, durante tantos séculos esquecidas, dos grandes filósofos gregos, de modo a fazer renascer os ideais da cultura clássica? Daí o nome de "*Renascimento*". Esta é uma nova atitude a que se chamou "*humanismo*". O protótipo do homem renascentista é Leonardo da Vinci, pintor, escultor, arquiteto, engenheiro, escritor, etc., a quem tudo interessa.

Muitas verdades intocáveis são revistas e caem do seu pedestal. O que leva, inclusivamente, à contestação da autoridade religiosa do Papa, como acontece com Lutero (1.483 – 1.546), dando origem ao protestantismo e à reforma da Igreja.

As mudanças acima apontadas irão estar na base de um acontecimento de importância capital na história da ciência: a criação, por Galileu (1.564 – 1.642), da ciência moderna. Com a criação da ciência moderna foi toda uma concepção da natureza que se alterou, de tal modo que se pode dizer que Galileu rompeu radicalmente com a tradicional concepção do mundo incontestada durante tantos séculos.

É claro que Galileu não esteve sozinho e podemos apontar pelo menos dois nomes que em muito ajudaram a romper com essa tradição e contribuíram de forma evidente para a criação da ciência moderna: Copérnico (1.473 – 1.543) e Francis Bacon (1.561 – 1.626).

Por um lado, Copérnico com a publicação do seu livro "*A Revolução das Órbitas Celestes*" veio defender uma teoria que não só se opunha à doutrina da Igreja, como também ao mais elementar senso comum, enquadrados pela autoridade da filosofia aristotélica largamente ensinada nas universidades da época: essa teoria era o heliocêntrismo [11].

O heliocêntrismo, ao contrário do geocentrismo até então reinante, veio defender que a Terra não se encontrava imóvel no centro do universo com os planetas e o Sol girando à sua volta, mas que era ela que se movia em torno do Sol. Ao defender esta teoria, Copérnico baseava-se na convicção de que a natureza não devia ser tão complicada quanto o esforço que era necessário para, à luz do geocentrismo aristotélico, compreender o movimento dos planetas, as fases da Lua e as estações do ano.

Seria Galileu, graças às observações com o seu telescópio, e o astrônomo alemão Kepler (1.571 – 1.630), ao descobrir as célebres leis do movimento dos planetas, a completar aquilo que Copérnico não chegou a fazer: apresentar as provas que davam definitivamente razão à teoria heliocêntrica, condenando a teoria geocêntrica como falsa. Nada disto, porém, aconteceu sem uma grande resistência por parte dos «sábios» da altura e da Igreja, tendo esta ameaçado e mesmo julgado Galileu por tal heresia.

Por outro lado, Bacon propôs na sua obra "*Novum Organum*" um novo método para o estudo da natureza que viria a tornar-se uma marca distintiva da ciência moderna. Bacon defende a experimentação seguida da indução.

Mas não vimos atrás que também Aristóteles defendia a indução? É verdade que já há cerca de dois mil anos antes Aristóteles propunha a indução como método de conhecimento. Só que, para este, a indução não utilizava a experimentação. Se Aristóteles tivesse recorrido à experimentação, facilmente poderia concluir que, ao contrário do que estava convencido, a velocidade da queda dos corpos não depende do seu peso.

Para Aristóteles, a indução partia da simples enumeração de casos particulares observados, enquanto que Bacon falava de uma observação que não era meramente passiva, até porque o homem de ciência deveria estar atento aos obstáculos que se interpõem entre o espírito humano e a natureza. Assim, seria necessário eliminar da observação vulgar as falsas imagens, que tinham

[11] Que tem o Sol como centro.

diferentes origens e a que Bacon dava o nome de *"idola"* e pôr essa observação à prova através da experimentação.

A par do que ficou dito, Bacon falava de uma ciência já não contemplativa como a anterior, mas uma ciência "*ativa e operativa*" que visava possibilitar aos seres humanos os meios de intervir na natureza e a dominar. Esta ciência dos efeitos traz consigo o germe da interdependência entre ciência e tecnologia.

2.4.3.2 O nascimento da ciência moderna: Galileu.

O que acaba de se referir contribuiu para o aparecimento de uma nova ciência, mas o seu fundador, como começou por se assinalar, foi Galileu.

Há três tipos de razões que fizeram de Galileu o pai de uma nova forma de encarar a natureza:

1ª Deu autonomia à ciência, fazendo-a sair da sombra da teologia e da autoridade livresca da tradição aristotélica;

2ª Aplicou pela primeira vez o novo método, o método experimental, defendendo-o como o meio adequado para chegar ao conhecimento;

3ª Deu à ciência uma nova linguagem, que é a linguagem do rigor, a linguagem matemática.

Ao dar autonomia à ciência, Galileu a fez verdadeiramente nascer. Embora na altura se lhe chamasse *"filosofia da natureza"*, era a ciência moderna que estava a dar os seus primeiros passos. Antes disso, a ciência ainda não era ciência, mas sim teologia ou até metafísica. A verdade acerca das coisas naturais ainda se ia buscar às Escrituras e aos livros de Aristóteles.

E não foi fácil a Galileu quebrar essa dependência, tendo que se defender após a pu-blicação do seu livro *"Diálogo dos Grandes Sistemas"*, das acusações de pôr em causa o que a Bíblia dizia. Esta carta de Galileu é bem disso exemplo:

> *Posto isto, parece-me que nas discussões respeitantes aos problemas da natureza, não se deve invocar a autoridade de passagens das Escrituras; é preciso, em primeiro lugar, recorrer à experiência dos sentidos e a demonstrações necessárias. Com efeito, a Sagrada Escritura e a natureza procedem igualmente do Verbo divino, sendo aquela ditada pelo Espírito Santo, e esta, uma executora perfeitamente fiel das ordens de Deus.*
>
> *Ora, para se adaptarem às possibilidades de compreensão do maior número possível de homens, as Escrituras dizem coisas que diferem da verdade absoluta, quer na sua expressão, quer no sentido literal dos contrário, conforma-se inexorável e imutavelmente às leis que lhe foram impostas, sem nunca ultrapassar os seus limites e sem se preocupar em saber se as suas razões ocultas estão dentro das capacidades de compreensão humana. Daqui resulta que os efeitos naturais e a experiência sensível aos nossos olhos, bem como as demonstrações necessárias que daí retiramos não devem, de maneira nenhuma, ser postas em dúvida, nem condenadas em nome de passagens da Escritura, mesmo quando o sentido literal parece contradizê-las.*

2.4.3.2 Galileu: carta a Cristina de Lorena.

Foi também Galileu quem, na linha de Bacon, utilizou pela primeira vez o método experimental, o que lhe permitiu chegar a resultados completamente diferentes daqueles que se podiam encontrar na ciência tradicional. Um exemplo do pioneirismo de Galileu na utilização do método experimental é o da utilização do famoso plano inclinado, por si construído para observar em condições ideais (ultrapassando os obstáculos da observação direta) o movimento da queda dos corpos. Desse modo, foi possível repetir as experiências tantas vezes quantas as necessárias e registrar meticulosamente os resultados alcançados.

Tais resultados devem-se, ainda, a uma novidade que Galileu acrescentou em relação ao método indutivo de Bacon: o raciocínio matemático. A ciência não poderia mais construir-se e desenvolver-se tendo por base a interpretação dos textos sagrados; mas também não o poderia fazer por simples dedução lógica a partir de dogmas teológicos:

> *Ao cientista só se deve exigir que prove o que afirma. (...) Nas disputas dos problemas das ciências naturais, não se deve começar pela autoridade dos textos bíblicos, mas sim pelas experiências sensatas e pelas demonstrações indispensáveis.".*

2.4.3.3 Galileu: audiência com o Papa Urbano $VIII$.

Tratava-se de uma ciência cujas verdades deveriam ter um conteúdo empírico e que podiam ser não só expressas, mas também demonstradas numa linguagem já não qualitativa, mas quantitativa: a linguagem matemática. Foi o que aconteceu quando Galileu, graças ao referido plano inclinado, pôs em prática o novo método e começou a investigar o movimento natural dos corpos. O resultado foi formular uma lei universal expressa matematicamente, o que tornava também possível fazer previsões. Diz ele:

> *Não há, talvez, na natureza nada mais velho que o movimento, e não faltam volumosos livros sobre tal assunto, escritos por filósofos. Apesar disso, muitas das suas propriedades (...) não foram momento. (...) Com efeito, que eu saiba, ninguém demonstrou que o corpo que cai, partindo de uma situação de repouso, percorre em tempos iguais, espaços que mantém entre si uma proporção idêntica à que se verifica entre os números ímpares sucessivos começando pela unidade.*

2.4.3.4 Galileu: as duas novas ciências.

A velocidade da queda dos corpos (queda livre) é de tal modo apresentada que pode ser rigorosamente descrita numa fórmula matemática. Não seria possível fazer ciência sem se dominar a linguagem matemática. Metaforicamente, é através da matemática que a natureza se exprime:

A filosofia está escrita neste grande livro que está sempre aberto diante de nós: refiro-me ao universo; mas não pode ser lido antes de termos aprendido a sua linguagem e de nos termos familiarizado com os caracteres em que está escrito. Está escrito em linguagem matemática e as letras são triângulos, círculos e outras figuras geométricas, sem as quais é humanamente impossível entender uma só palavra.

2.4.3.5 Galileu, II Saggiatore.

A descrição matemática da realidade, característica da ciência moderna trouxe consigo uma idéia importante: conhecer é medir ou quantificar. Nesse caso, os aspectos qualitativos não poderiam ser conhecidos. Também as causas primeiras e os fins últimos aristotélicos, pelos quais todas as coisas se explicavam, deixaram de pertencer ao domínio da ciência.

Com Galileu a ciência aprende a avançar em pequenos passos, explicando coisas simples e avançando do mais simples para o mais complexo. Em lugar de procurar explicações muito abrangentes, procurava explicar fenômenos simples. Em vez de tentar explicar de forma muito geral o movimento dos corpos, procurava estudar-lhe as suas propriedades mais modestas.

E foi assim, com pequenos passos, que a ciência alcançou o tipo de explicações extremamente abrangentes que temos hoje. Inicialmente, parecia que a ciência estava mais interessada em explicar o *como?* das coisas do que o seu «porquê»; por exemplo, parecia que os resultados de Galileu quanto ao movimento dos corpos se limitava a explicar o modo como os corpos caem e não a razão pela qual caem; mas, com a continuação da investigação, este tipo de explicações parcelares acabaram por se revelar fundamentais para se alcançar explicações abrangentes e gerais do porquê das coisas - só que agora estas explicações gerais estão solidamente ancoradas na observação e na medição paciente, assim como na descrição pormenorizada de fenômenos mais simples.

2.4.3.6 O mecanicismo: Descartes e Newton.

A ciência galilaica lançou as bases para uma nova concepção da natureza que iria ser largamente aceite e desenvolvida: o mecanicismo.

O mecanicismo, contrariamente ao organicismo anteriormente reinante que concebia o mundo como um organismo vivo orientado para um fim, via a natureza como um mecanismo cujo funcionamento se regia por leis precisas e rigorosas. À maneira de uma máquina, o mundo era composto de peças ligadas entre si que funcionavam de forma regular e poderiam ser reduzidas às leis da mecânica.

Uma vez conhecido o funcionamento das suas peças, tal conhecimento é absolutamente perfeito, embora limitado. Um ser persistente e inteligente pode conhecer o funcionamento de uma máquina tão bem como o seu próprio construtor e sem ter que o consultar a esse respeito.

Um dos grandes defensores do mecanicismo foi o filósofo francês René Descartes (1.596 – 1.656), que chegou mesmo a escrever o seguinte:

> "*Eu não sei de nenhuma diferença entre as máquinas que os artesãos fazem e os diversos da natureza por si só compõe, a não ser esta: que os efeitos das máquinas não dependem de mais nada a não ser da disposição de certos tubos, que devendo ter alguma relação com as mãos daqueles que os fazem, são sempre tão grandes que as suas figuras e movimentos se podem ver, ao os efeitos dos corpos naturais são ordinariamente demasiado pequenos para poderem ser percepcionados pelos nossos sentidos. Por exemplo, quando um relógio marca as horas por meio das rodas de que está feito, isso não lhe é menos natural do que uma árvore a produzir os seus frutos.*"

2.4.4 Descartes: Princípios da filosofia.

O *mecanicismo* é o antecessor do *fisicalismo*, uma doutrina que hoje em dia está no centro de grande parte da investigação dos filósofos contemporâneos. Tanto o *mecanicismo* como o *fisicalismo* são diferentes formas de *reducionismo*.

- O que é o *reducionismo*?

É a idéia, central no desenvolvimento da ciência e da filosofia, de que podemos reduzir alguns fenômenos de um certo tipo a fenômenos de outro tipo. Do ponto de vista psicológico e até filosófico, o *reducionismo* pode ser encarado como uma vontade de diminuir drasticamente o domínio de fenômenos primitivos existentes na natureza. Por exem-plo, hoje em dia sabemos que todos os fenômenos químicos são no fundo agregados de fenômenos físicos; isto é, os fenômenos químicos são fenômenos que derivam dos físicos - daí dizer-se que os fenômenos físicos são primitivos e que os químicos são derivados.

Mas o *reducionismo* é mais do que uma vontade de diminuir o domínio de fenômenos primitivos: é um aspecto da tentativa de compreender a natureza última da realidade; é um aspecto importante da tentativa de saber o que explica os fenômenos. Assim, se os fenômenos químicos são no fundo fenômenos físicos, e se tivermos uma boa explicação e uma boa compreensão do que são os fenômenos físicos, então teremos também uma boa explicação e uma boa compreensão dos fenômenos químicos, desde que saibamos reduzir a química à física.

O *mecanicismo* foi refutado no século XIX por Maxwell $(1.831 - 1.879)$, que mostrou que a radiação eletromagnética e os campos eletromagnéticos não tinham uma natureza mecânica. O *mecanicismo* é a idéia segundo a qual tudo o que acontece se pode explicar em termos de contatos físicos que produzem «empurrões» e «puxões».

Dado que o *mecanicismo* é uma forma de reducionismo, não é de admirar que o principal objetivo de Descartes tenha sido o de unificar as diferentes ciências como se de uma só se tratasse, de modo a constituir um saber universal. Não via mesmo qualquer motivo para que se estudasse cada uma das ciências em separado, visto que a razão em que se apóia o estudo de uma ciência é a mesma que está presente no estudo de qualquer outra.

Todas as ciências não são mais do que sabedoria humana, que permanece sempre una e sempre a mesma, por mais diferentes que sejam os objetos aos quais ela se aplica, e que não sofre nenhuma alteração por parte desses objetos, da mesma forma que a luz do Sol não sofre nenhuma modificação por parte das variadíssimas coisas que ilumina.

2.4.4.1 Descartes: Regras para a direção do espírito.

Para atingir tal objetivo seria necessário satisfazer três condições: dar a todas as ciências o mesmo método; partir do mesmo princípio; assentar no mesmo fundamento. Só assim se poderiam unificar as ciências.

Quanto ao método, Descartes achava também que só o rigor matemático poderia fazer as ciências dar frutos. Daí que tivesse dado o nome de *mathesis universalis* ao seu projeto de unificação das ciências. A matemática deveria, portanto, servir todas as ciências:

> "*Deve haver uma ciência geral que explica tudo o que se pode investigar respeitante à ordem e à medida, sem as aplicar a uma matéria designa-se (...) pelo vocábulo já antigo e aceite pelo uso de mathesis universalis, porque encerra tudo o que fez dar a outras ciências a denominação de partes das matemáticas*".

Relativamente à segunda condição, o princípio de que todo o conhecimento deveria partir, só poderia ser o pensamento ou razão. Descartes queria tomar como princípio do conhecimento alguma verdade que fosse de tal forma segura, que dela não pudéssemos sequer duvidar. E a única certeza inabalável que, segundo ele, resistia a qualquer dúvida só podia ser a evidência do próprio ato de pensar.

Finalmente, em relação ao fundamento do conhecimento, este deveria ser encontrado, segundo Descartes, em Deus. Deus era a única garantia da veracidade dos dados? Racionais e não sensíveis e, conseqüentemente, da verdade do conhecimento. Sem Deus não poderíamos ter a certeza de nada. Ele foi o responsável pelas idéias inatas que há em nós, tornando-se por isso o fundamento metafísico do conhecimento.

Temos, assim, as diversas ciências da época concebidas como os diferentes ramos de uma mesma árvore, ligados a um tronco comum e alimentados pelas mesmas raízes. As raízes de que se alimenta a ciência são, como vimos, as idéias inatas colocadas em nós por Deus. Estamos, neste caso, no domínio da metafísica:

> "*Assim toda a filosofia é como uma árvore, cujas raízes são a metafísica, o tronco é a física, e os ramos que saem deste tronco são todas as outras ciências, que se reduzem as três principais, a saber: a medicina, a mecânica e a moral*".

2.4.4.2 Descartes: Princípios da filosofia.

Vale a pena salientar duas importantes diferenças em relação a Galileu.

- A primeira é a do papel que Descartes atribuiu à experiência. Se o método experimental de Galileu parte da observação sensível, o mesmo já não acontece com Descartes, cujo ponto de partida é o pensamento, acarretando com isso uma diferença de método. Não é que, para Descartes, a experiência não tenha qualquer papel, mas este é apenas complementar em relação à razão. Reforça-se, todavia, a importância da matemática.

- A segunda diferença diz respeito ao lugar da metafísica. Enquanto Galileu se demarcou claramente de qualquer pressuposto metafísico, Descartes achava que a metafísica era o fundamento de todo o conhecimento verdadeiro. Mas se Descartes via em Deus o fundamento do conhecimento, não achava necessário, todavia, fazer intervir a metafísica na investigação e descrição dos fenômenos naturais.

Entretanto, a ciência moderna ia dando os seus frutos e a nova concepção do mundo, o mecanicismo, ganhando cada vez mais adeptos. Novas ciências surgiram, como é o caso da biologia, cuja paternidade se atribuiu a Harvey (1.578 − 1.657), com a descoberta da circulação do sangue. E assim se chegou àquele que é uma das maiores figuras da história da ciência, que nasceu precisamente no ano em que Galileu morreu; o inglês Isaac Newton (1.642 – 1.727).

Ao publicar o seu livro *Princípios Matemáticos de Filosofia da Natureza*, Isaac Newton foi responsável pela grande síntese mecanicista. Este livro tornou-se numa espécie de Bíblia da ciência moderna. Aí completou o que restava por fazer aos seus antecessores e unificou as anteriores descobertas sob uma única teoria que servia de explicação a todos os fenômenos físicos, quer ocorressem na Terra ou nos céus. Teoria que tem como princípio fundamental a lei da gravitação universal, na qual se afirmava que:

> "*Cada corpo, cada partícula de matéria do universo, exerce sobre qualquer outro corpo ou partícula uma força atrativa proporcional às respectivas massas e ao inverso do quadrado da distância entre ambos*".

Partindo deste princípio de aplicação geral, todos os fenômenos naturais poderiam, recorrendo ao cálculo matemático ou cálculo infinitesimal, também inventado por Newton, ser derivados. Vejamos o que, a esse propósito, escreveu:

> "*Proponho este trabalho como princípios matemáticos da filosofia, já que o principal parece ser este: investigar as forças da natureza a partir dos fenômenos do movimento, e depois, a partir dessas forças, demonstrar os outros fenômenos; (...) Gostaria que pudéssemos derivar o resto dos fenômenos da natureza pela mesma espécie de raciocínio a partir muitas razões a suspeitar que todos eles podem depender de certas forças pelas quais as partículas dos corpos, por causas até aqui desconhecidas, são ou mutuamente impelidas umas para as outras, e convergem em figuras regulares, ou são repelidas, e afastam-se umas das outras*".

2.4.4.3 Newton: Princípios matemáticos de filosofia da natureza.

O universo era, portanto, um conjunto de corpos ligados entre si e regidos por leis rígidas. Massa, posição e extensão, eis os únicos atributos da matéria. No funcionamento da grande máquina do universo não havia, pois, lugar para qualquer outra força exterior ou divina. E, como qualquer máquina, o movimento é o seu estado natural. Por isso o mecanicismo apresentava uma concepção dinâmica do universo e não estática como pensavam os antigos.

2.4.5 Os fundamentos da ciência: Hume e Kant

Entretanto, os resultados proporcionados pela física newtoniana iam fazendo desaparecer as dúvidas que ainda poderiam subsistir em relação ao ponto de vista mecanicista e determinista da natureza. Os progressos foram imensos, o que parecia confirmar a justiça de tal ponto de vista.

A velha questão acerca do que deveria ser a ciência estava, portanto, ultrapassada. Interessava, sim, explicar a íntima articulação entre matemática e ciência, bem como os fundamentos do método experimental. Mas tais problemas imediatamente iriam dar origem a outro mais profundo: se o que caracteriza o conhecimento científico é o fato de produzir verdades universais e necessárias, então *em que se baseiam a universalidade e necessidade de tais conhecimentos?*

Este problema compreende-se melhor se pensarmos que a inferência válida que se usa na matemática e na lógica tem uma característica fundamental que a diferencia da inferência que se usa na ciência e a que geralmente chama-se "indução", apesar de este nome referir muitos tipos diferentes de inferências. Na inferência válida da matemática e da lógica, é logicamente impossível que a conclusão seja falsa e as premissas sejam verdadeiras. Mas o mesmo não acontece na inferência indutiva: neste caso, podemos ter uma boa inferência com premissas verdadeiras, mas a sua conclusão pode ser falsa. Isto levanta um problema de justificação: *como podemos justificar que as conclusões das inferências são realmente verdadeiras?*

Na inferência válida, é logicamente impossível que as premissas sejam verdadeiras e a conclusão falsa; *mas como podemos justificar que, na boa inferência indutiva seja impossível que as conclusões sejam falsas se as premissas forem verdadeiras?* É que essa impossibilidade não é fácil de compreender, dado que não é uma impossibilidade lógica. E apesar de as ciências da natureza usar também muitas inferências válidas, não podem avançar sem inferências indutivas.

O filósofo empirista escocês David Hume ($1.711-1.776$) no seu Ensaio sobre *O Entendimento Humano* defendia que tudo o que sabemos procede da experiência, mas que esta só nos mostra como as coisas acontecem e não que é impossível que acontecem de outra maneira. É um fato que hoje o Sol nasceu, o que também sucedeu ontem, anteontem e nos outros dias anteriores. Mas isso é tudo o que os sentidos nos autorizam a afirmar e não podemos concluir daí que é impossível o Sol não nascer amanhã. Ao fazê-lo estaríamos a ir além do que nos é dado pelos sentidos. Os sentidos também não nos permitem formular juízos universais, mas apenas particulares.

Ainda que um aluno só tenha tido até agora professores de filosofia excêntricos, ele não pode, mesmo assim, afirmar que todos os professores de filosofia são excêntricos. Nem a mais completa coleção de casos idênticos observados nos permite tirar alguma conclusão que possa tomar-se como universal e necessária. O fato de termos visto muitas folhas cair em nada nos autoriza a concluir que todas as folhas caem necessariamente, assim como o termos visto o Sol nascer muitas vezes não nos garante que ele nasça no dia seguinte, pois isso não constitui um fato empírico.

Mas não é precisamente isso que fazemos quando raciocinamos por indução? E as leis científicas não se apóiam nesse tipo de raciocínio ou inferência? Logo, se algo de errado se passa com a indução, algo de errado se passa com a ciência. Mas se as coisas na natureza sempre aconteceram de uma determinada maneira (se o Sol tem nascido todos os dias), não será de esperar que aconteçam do mesmo modo no futuro (que o Sol nasça amanhã)? Para Hume só é possível defender tal coisa se introduzirmos uma premissa adicional, isto é, se admitirmos que a natureza se comporta de maneira uniforme.

A crença de que a natureza funciona sempre da mesma maneira é conhecida como o «princípio da uniformidade da natureza». Mas, interroga-se Hume, em que se fundamenta por sua vez o princípio da uniformidade da natureza? A resposta é que tal princípio se apóia na observação repetida dos mesmos fenômenos, o que nos leva a acreditar que a natureza se irá comportar amanhã como se comportou hoje, ontem e em todos os dias anteriores. Mas assim estamos a cair num raciocínio circular que é o seguinte: a indução só pode funcionar se tivermos antes estabelecido o princípio da uniformidade da natureza; mas estabelecemos o princípio da uniformidade da natureza por meio do raciocínio indutivo.

Por que razão insistimos, então, em fazer induções? A razão - ou melhor, o motivo - é inesperadamente simples: porque somos impelidos pelo hábito de observarmos muitas vezes a mesma coisa acontecer. Ora, isso não é do domínio lógico, mas antes do psicológico.

O que Hume fez foi uma crítica da lógica da indução. Esta apóia-se mais na crença do que na lógica do raciocínio. O mesmo tipo de crítica levou também Hume a questionar a relação de causa-efeito entre diferentes fenômenos. Como tal, para Hume, o conhecimento científico, enquanto conhecimento que produz verdades universais e necessárias, não é logicamente possível, assumindo, por isso, uma posição céptica.

Seria o ceticismo de Hume que iria levar Immanuel Kant (1.724 – 1.804) a tentar encontrar uma resposta para tal problema.

Depois de uma crítica completa, na sua obra Crítica da Razão Pura, à forma como, em nós, se constituía o conhecimento, Immanuel Kant concluiu que aquilo que conferia necessidade e universalidade ao conhecimento residia no próprio sujeito que conhece. Para Kant, o entendimento humano não se limitava a receber o que os sentidos captavam do exterior; ele era ativo e continha em si as formas a-priori? que não dependem da experiência? às quais todos os dados empíricos se teriam que submeter.

Era, pois, nessas formas a-priori do entendimento que se devia encontrar a necessidade e universalidade do conhecimento:

> "*Necessitamos agora de um critério pelo qual possamos distinguir com segurança um conhecimento puro de um conhecimento empírico. É verdade que a experiência nos ensina que algo é constituído desta ou daquela maneira, mas não que não possa sê-lo diferentemente. Em primeiro lugar, se encontrarmos uma proposição que apenas se possa pensar como necessária, estamos em presença de um juízo a-priori . . .*
>
> *Em segundo lugar, a experiência não concede nunca aos seus juízos uma universalidade verdadeira e rigorosa, apenas universalidade suposta e comparativa (por indução), de tal modo que, em verdade, antes se deveria dizer: tanto quanto até agora nos foi dado verificar, não se encontram exceções a esta ou àquela regra. Portanto, se um juízo é pensado com rigorosa universalidade, quer dizer, de tal modo que nenhuma exceção se admite como possível, não é derivado da experiência, mas é absolutamente válido a-priori (...)*
>
> *Pois aonde iria a própria experiência buscar a certeza se todas as regras, segundo as quais progride, fossem continuamente empíricas e, portanto, contingentes?*"

2.4.5.1 Kant: Crítica da Razão Pura.

Verificando que os conhecimentos científicos se referiam a fatos observáveis, mas que se apresentavam de uma forma universal e necessária, Kant caracterizou as verdades científicas como juízos sintéticos a-priori. Sintéticos porque não dependiam unicamente da análise de conceitos; a-priori porque se fundamentavam, não na experiência empírica, mas nas formas a-priori do entendimento, as quais lhes conferiam necessidade e universalidade.

Restava, para este filósofo, uma questão: saber se a metafísica poderia ser considerada uma ciência. Mas a resposta foi negativa porque, em metafísica, não era possível formular juízos sintéticos a-priori. As questões metafísicas - a existência de Deus e a imortalidade da alma - caíam fora do âmbito da ciência, ao contrário da ciência medieval em que o estatuto de cada ciência dependia, sobretudo, da dignidade do seu objeto, sendo a teologia e a metafísica as mais importantes das ciências.

A *solução* de Kant dificilmente é satisfatória. Ao explicar o caráter necessário e universal das leis científicas, Kant tornou-as intersubjetivas: algo que resulta da nossa capacidade de conhecer e não do mundo em si. Quando um cientista afirma que nenhum objeto pode viajar mais depressa do que a luz, está para Kant a formular uma proposição necessária e universal, mas que se refere não à natureza íntima do mundo, mas antes ao modo como nós, seres humanos, conhecemos o mundo. Estavam abertas as portas ao idealismo alemão, que teria efeitos terríveis na história da filosofia. Nos anos 70 do século XX, o filósofo americano Saul Kripke (1940−) iria apresentar uma solução parcial ao problema levantado por Hume que é muito mais satisfatória do que a de Kant. Kripke mostrou, efetivamente, como podemos inferir conclusões necessárias a partir de premissas empíricas, de modo que a necessidade das leis científicas não deriva do seu caráter sintético a priori, como Kant dizia, mas antes do seu caráter necessário a posteriori.

2.4.6 O positivismo do século XIX.

2.4.6.1 Auguste Comte.

No século XIX, o ritmo do desenvolvimento científico e tecnológico cresceu imenso. Em conseqüência disso, a vida das pessoas sofreu alterações substanciais. Era a ciência que dava origem a novas invenções, as quais impulsionavam uma série de transformações na sociedade. Com efeito, estabeleceu-se uma relação entre os seres humanos e a ciência, de tal maneira que esta passou a fazer parte das suas próprias vidas.

Apareceram muitas outras ciências ao longo do século XIX, onde se contavam, por exemplo, a psicologia. O clima era de confiança em relação à ciência, na medida em que ela explicava e solucionava cada vez mais problemas. A física era o exemplo de uma ciência que apresentava imensos resultados e que nos ajudava a compreender o mundo como nunca antes tinha sido possível. A religião ia, assim, perdendo terreno no domínio do conhecimento e até a própria filosofia era freqüentemente acusada de se perder em estéreis discussões metafísicas. A ciência não tinha, pois, rival.

É neste contexto que surge uma nova filosofia, apresentada no livro *Curso de Filosofia Positiva*, escrito pelo francês Auguste Comte (1.798 − 1.857).

O *positivismo* considera a ciência como o estado de desenvolvimento do conhecimento humano que superou, quer o estado das primitivas concepções mítico-religiosas, as quais apelavam à intervenção de seres sobrenaturais, quer o da substituição desses seres por forças abstratas. Comte pensa mesmo ter descoberto uma lei fundamental acerca do desenvolvimento do conhecimento, seja em que domínio for. Essa lei é a de que as nossas principais concepções passam sempre por três estados sucessivos: «o estado teológico ou fictício, o estado metafísico ou abstrato e o estado científico ou positivo». A cada estado corresponde um método de filosofar próprio. Trata-se, respectivamente, do método teológico, do método metafísico e do método positivo. Assim, a ciência corresponde ao estado positivo do conhecimento, que é, para Comte, o seu estado definitivo.

Estudando assim o desenvolvimento total da inteligência humana nas suas diversas esferas de atividade, desde o seu primeiro e mais simples desenvolvimento até aos nossos dias, penso ter descoberto uma grande lei fundamental, à qual ele se encontra submetido por uma necessidade invariável, e que me parece poder estabelecer-se solidamente, quer pelas provas racionais que o conhecimento da nossa organização nos fornece, quer pelas verificações históricas que resultam de um atento exame do passado. Esta lei consiste em que cada uma das nossas principais concepções, cada ramo dos nossos conhecimentos, passa sucessivamente por três estados teóricos diferentes:

- o estado teológico ou fictício;
- o estado metafísico ou abstrato;
- o estado científico ou positivo.

Noutros termos, o espírito humano, dada a sua natureza, emprega sucessivamente, em cada uma das suas pesquisas, três métodos de filosofar, de características essencialmente diferentes e mesmo radicalmente opostos: primeiro o método teológico, depois o método metafísico e, por fim, o método positivo. Donde decorre a existência de três tipos de filosofia ou de sistemas gerais de concepções sobre o conjunto dos fenômenos que mutuamente se excluem: a primeira é o ponto de partida necessário da inteligência humana; a terceira o seu estado fixo e definitivo; a segunda destina-se unicamente a servir de transição.

2.4.6.2 Comte: Curso de filosofia positiva.

Comte prossegue, caracterizando cada um dos estados, de modo a concluir que os primeiros dois estados foram necessários apenas como degraus para chegar ao seu estado perfeito, o estado positivo:

- *No estado teológico*, o espírito humano, dirigindo essencialmente as suas pesquisas para a natureza íntima dos seres, as causas primeiras e finais de todos os fenômenos que o atingem, numa palavra, para os conhecimentos absolutos, concebe os fenômenos como produzidos pela ação direta e contínua de agentes sobrenaturais mais ou menos numerosos, cuja arbitrária intervenção explicaria todas as aparentes anomalias do universo.

- *No estado metafísico*, que no fundo não é mais que uma modificação geral do primeiro, os agentes sobrenaturais são substituídos por forças abstratas, verdadeiras entidades (abstrações personificadas) inerentes aos diversos seres do mundo, e concebidas como capazes de engendrar por si mesmas todos os fenômenos observados, cuja explicação consiste então em referir para cada um a entidade correspondente.

- *No estado positivo*, o espírito humano, reconhecendo a impossibilidade de obter noções absolutas, renuncia a procurar a origem e o destino do universo e a conhecer as causas íntimas dos fenômenos, para se dedicar apenas a descoberta, pelo uso bem combinado do raciocínio e da observação, das suas leis efetivas, isto é, das suas relações invariáveis de sucessão e similitude. A explicação dos fatos, reduzida então aos seus termos reais, não é mais, a partir daqui, do que a ligação que se estabelece entre os diversos fenômenos particulares e alguns fatos gerais cujo número tende, com os progressos da ciência, a diminuir cada vez mais. (...)

Assim se vê, por este conjunto de considerações, que, se a filosofia positiva é o verdadeiro estado definitivo da inteligência humana, aquele para o qual ela sempre, e cada vez mais, tendeu, nem por isso ela deixou de utilizar necessariamente, no começo e durante muitos séculos, a filosofia teológica, quer como método, quer como doutrina provisória; filosofia cujo caráter é ela ser espontânea e, por isso mesmo, a única que era possível no princípio, assim como a única que podia satisfazer os interesses do nosso espírito nos seus primeiros tempos. É agora muito fácil ver que, para passar desta filosofia provisória à filosofia definitiva, o espírito humano teve, naturalmente, que adotar, como filosofia transitória, os métodos e as doutrinas metafísicas. Esta última consideração é indispensável para completar a visão geral da grande lei que indiquei.

Com efeito, concebe-se facilmente que o nosso entendimento, obrigado a percorrer degraus quase insensíveis, não podia passar bruscamente, e sem intermediários, da filosofia teológica para a filosofia positiva. A teologia e a física são profundamente incompatíveis, as suas concepções têm características tão radicalmente opostas que, antes de renunciar a umas para utilizar exclusivamente as outras, a inteligência humana teve de se servir de concepções intermédias, de características mistas, e por isso mesmo própria para realizar, gradualmente, a transição. É este o destino natural das concepções metafísicas que não têm outra utilidade real.

O pensamento de Comte, mais do que uma filosofia original, era uma filosofia que captou certo espírito do século XIX e lhe deu uma espécie de justificação. Este tipo de espírito positivista viria a conhecer uma reação extrema, anti-positivista: o romantismo e o irracionalismo, que acabariam por dar o perfil definitivo à filosofia do continente europeu do século XX. Ao passo que o positivismo exaltava a ciência, o romantismo e o irracionalismo deploravam a ciência. Ambas as idéias parecem falsas e exageradas.

As idéias de Comte são vagas e os argumentos que ele usa para as sustentar são pouco mais do que sugestões. A própria idéia de ciência que Comte apresenta está errada; não é verdade que a ciência tenha renunciado a explicar as causas mais profundas dos fenômenos, nem é verdade que na história do pensamento tenhamos assistido a uma passagem de uma fase mais abstrata para uma fase mais concreta ou positiva. Pelo contrário, a ciência apresenta um grau de abstração cada vez maior, e a própria filosofia, com as suas teorias e argumentos extremamente abstratos, conheceu no século XX um desenvolvimento como nunca antes tinha acontecido.

O positivismo defende que só a ciência pode satisfazer a nossa necessidade de conhecimento, visto que só ela parte dos fatos e aos fatos se submete para confirmar as suas verdades, tornando possível a obtenção de *"noções absolutas"*.

Do que dissemos decorre que o traço fundamental da filosofia positiva é considerar todos os fenômenos como sujeitos as leis naturais invariáveis, sendo o fim de todos os nossos esforços a sua descoberta precisa e a sua redução ao menor número possível, e considerando como absolutamente inacessível e vazio de sentido a procura daquilo a que se chamam as causas, sejam primeiras ou finais. É inútil insistir muito num princípio que se tornou tão familiar a todos os que estudaram, com alguma profundidade, as ciências de observação. Com efeito, todos nós sabemos que, nas nossas explicações positivas, mesmo nas mais perfeitas, não temos a pretensão de expor as causas geradoras dos fenômenos, dado que nesse caso não faríamos senão adiar a dificuldade, mas apenas de analisar com exatidão as circunstâncias da sua produção e de ligá-las umas às outras por normais relações de sucessão e similitude.

O pressuposto fundamental é, pois, o de que há uma regularidade no funcionamento da natureza, cabendo ao homem descobrir com exatidão as «leis naturais invariáveis» a que todos os fenômenos estão submetidos. Essas leis devem traduzir com todo o rigor as condições em que determinados fatos são produzidos. Para isso tem de se partir da observação dos próprios fatos e das relações que entre eles se estabelecem de modo a chegar a resultados universais e objetivos. Qualquer fato observado é o resultado necessário de causas bem precisas que é importante investigar. Até porque as mesmas causas produzem sempre os mesmos efeitos, não havendo na natureza lugar para a fantasia e o improviso, tal como, de resto, acontece com uma máquina que se comporta sempre como previsto. A isto se chama determinismo. O determinismo é, então, uma conseqüência do mecanicismo moderno e teve inúmeros defensores, entre os quais se tornou famoso Laplace (1.749 – 1.827). Escreve ele:

> "*Devemos considerar o estado presente do universo como um efeito do seu estado anterior e daquele que se há-de seguir. Uma inteligência que pudesse compreender todas as forças que animam a natureza e a situação respectiva dos seres que a compõem? uma inteligência suficientemente vasta para submeter todos esses dados a uma análise? englobaria na mesma fórmula os movimentos dos maiores corpos do universo e os do mais pequeno átomo; para ela, nada seria incerto e o futuro, tal como o passado, seriam presente aos seus olhos*".

2.4.6.3 Laplace: Ensaio filosófico sobre as probabilidades.

Com efeito, a natureza ainda apresenta muitos mistérios, mas apenas porque não temos a capacidade de conhecer integralmente as circunstâncias que a cada momento se conjugam para o desencadear de todos os fenômenos observados. É, contudo, possível prever muitos deles.

Esta é uma perspectiva que, no fundo, acaba por desenvolver e sistematizar em termos teóricos a concepção mecanicista própria da ciência moderna. Concepção essa que, por sua vez, assenta numa determinada filosofia acerca da natureza do conhecimento: o realismo crítico. Realismo porque defende a existência de uma realidade objetiva exterior ao sujeito, e crítico porque nem tudo o que é percepcionado nos fenômenos naturais tem valor objetivo. É por isso que o cientista precisa de um método de investigação que lhe permita eliminar todos os aspectos subjetivos acerca dos fenômenos estudados e encontrar, por entre as aparências, as propriedades verdadeiramente objetivas. Tal método continua a ser o método experimental.

Os grandes princípios nos quais se apoiava a ciência pareciam, então, definitivamente assentes. As discussões sobre o estatuto ou os fundamentos do conhecimento científico consideravam-se arrumadas e a linguagem utilizada, a matemática, estava também ela assente em princípios sólidos. Restava prosseguir com cada vez mais descobertas, de modo a acrescentar ao que já se sabia novos conhecimentos.

Que a ciência desse respostas definitivas às nossas perguntas, de modo a ampliar cada vez mais o conhecimento humano, e que tal conhecimento pudesse ser aplicado na satisfação de necessidades concretas do homem, era o que cada vez mais pessoas esperavam. Assim, a ciência foi conquistando cada vez mais adeptos, tornando-se objeto de uma confiança ilimitada. Isto é, surge um verdadeiro culto da ciência, o cientismo. O cientismo é, pois, a ciência transformada em ideologia. Ele assenta, afinal, numa atitude dogmática perante a ciência, esperando que esta consiga responder a todas as perguntas e resolver todos os nossos problemas. Em grande medida, o cientismo resulta de uma compreensão errada da própria ciência. A ciência não é a caricatura que Comte apresentou e que o cientismo de alguma forma adotou.

O sucessor moderno do mecanicismo, como vimos, é o fisicalismo. A idéia geral é a de que podemos reduzir todos os fenômenos a fenômenos físicos. Hoje em dia, uma parte substancial da investigação em filosofia e em algumas ciências, procura reduzir fenômenos que à primeira vista não parecem suscetíveis de serem reduzidos: é o caso, por exemplo, dos fenômenos mentais (de que se ocupa a filosofia da mente e as ciências cognitivas) e dos fenômenos semânticos (de que se ocupa a filosofia da linguagem e a lingüística). Esta idéia não é nova; já Comte tinha apresentado uma classificação das ciências em que, de maneiras diferentes, todas as ciências acabavam por se reduzir à física. Até à mais recente das ciências, a sociologia, Comte dava o nome de física social. Havia, assim, a física celeste, a física terrestre, a física orgânica e a física social nas quais se incluíam as cinco grandes categorias de fenômenos, os fenômenos astronômicos, físicos, químicos, fisiológicos e sociais.

- *Assim, é preciso começar por considerar que os diferentes ramos dos nossos conhecimentos não puderam percorrer com igual velocidade as três grandes fases do seu desenvolvimento atrás referidas nem, portanto, chegar simultaneamente ao estado positivo. (...)*

- *É impossível determinar com rigor a origem desta revolução (...). Contudo, dado que é conveniente fixar uma época para impedir a divagação de idéias, indicarei a do grande movimento imprimido há dois séculos ao espírito humano pela ação combinada dos preceitos de Bacon, das concepções de René Descartes e das descobertas de Galileu, como o momento em que o espírito da filosofia positiva começou a pronunciar-se no mundo, em clara oposição aos espíritos teológico e metafísico. (...)*

- *Eis então a grande, mas evidentemente única lacuna que é preciso colmatar*[12] *para se concluir a constituição da filosofia positiva. Agora que o espírito humano fundou a física celeste, a física terrestre - quer mecânica quer química -, a física orgânica - quer vegetal*

[12]Preencher vazios, lacunas ou brechas

quer animal -, falta-lhe terminar o sistema das ciências de observação fundando a física social. (...)

- *Uma vez preenchida esta condição, encontrar-se-á finalmente fundado, no seu conjunto, o sistema filosófico dos modernos, pois todos os fenômenos observáveis integrarão uma das cinco grandes categorias desde então estabelecidas: fenômenos astronômicos, físicos, químicos, fisiológicos e sociais. Tornando-se homogêneas todas as nossas concepções fundamentais, a filosofia constituir-se-á definitivamente no estado positivo; não podendo nunca mudar de caráter, resta-lhe desenvolver-se indefinidamente através das aquisições sempre crescentes que inevitavelmente resultarão de novas observações ou de meditações mais profundas. (...)*

- "*Com efeito, completando enfim, com a fundação da física social, o sistema das ciências naturais, torna-se possível, e mesmo necessário, resumir os diversos conhecimentos adquiridos, então chegados a um estado fixo e homogêneo, para coordená-los, apresentando-os como outros tantos ramos de um único tronco, em vez de continuar a concebê-los apenas como outros tantos corpos isolados*".

Mas não é com classificações vagas que se conseguem realmente reduzir as ciências à física - esta é a forma errada de colocar o problema. Trata-se, antes, de mostrar que os fenômenos estudados pela química ou pela sociologia ou pela psicologia são, no fundo, fenômenos físicos. Mas isto é um projeto que, apesar de alimentar hoje em dia grande parte da investigação científica e filosófica, está longe de ter alcançado bons resultados. E alguns filósofos contemporâneos duvidam que tal reducionismo seja possível.

A distinção entre ciências da natureza e ciências sociais ou humanas tornou-se, progressivamente, mais importante. Apesar dos devaneios de Comte , não era fácil ver como se poderiam reduzir os fenômenos sociais, por exemplo, a fenômenos físicos. A reação contrária a Comte resultou em doutrinas que traçam uma distinção entre os dois tipos de ciências, alegando que os fenômenos sociais não podem ser reduzidos a fenômenos físicos. Dilthey $(1833 - 1911)$ dividia as ciências em ciências do homem, ou do espírito, entre as quais se encontravam a história, a psicologia, etc., e as ciências da natureza, como a física, a química, a biologia, etc.

Aquelas tinham como finalidade *compreender* os fenômenos que lhes diziam respeito, enquanto que estas procuravam explicar os seus. Esta forma de encarar a diferença entre as ciências humanas e as ciências da natureza é de algum modo simplista. Mas os grandes filósofos das ciências sociais atuais, como Alan Ryan e outros, procuram ainda encontrar modelos de explicação satisfatórios para as ciências humanas. Apesar de admitirem que o tipo de explicação das ciências da natureza é diferente do tipo de explicação das ciências humanas, o verdadeiro problema é saber que tipo de explicação é a explicação fornecida pelas ciências humanas.

As ciências da natureza e as ciências formais do século XIX e XX conheceram desenvolvimentos sem precedentes. Mas porque o espírito científico é um espírito crítico e não dogmático, apesar do enorme desenvolvimento alcançado pela ciência no século XIX, os cientistas continuavam a procurar responder a mais e mais perguntas, perguntas cada vez mais gerais, fundamentais e exatas. E a resposta a essas perguntas conduziu a desenvolvimentos científicos que mostraram os limites de algumas leis e princípios antes tomados como verdadeiros. A geometria, durante séculos considerada uma ciência acabada e perfeita, foi revista. Apesar de a geometria euclidiana ser a geometria correta para descrever o espaço não curvo, levantou-se a questão de saber se não poderíamos construir outras geometrias, que dessem conta das relações geométricas em espaços não curvos: nasciam as geometrias não euclidianas. A existência de geometrias não euclidianas conduz à questão de saber se o nosso universo será euclidiano ou não. E a teoria da relatividade mostra que o espaço é afinal curvo e não plano, como antes se pensava.

O desenvolvimento alucinante das ciências dos séculos XIX e XX, juntamente com o cientismo provinciano defendido por Comte, conduziu ao clima anti-científico que caracteriza algumas correntes da filosofia do final do século XX. Mas isso fica para depois.

2.5 ESPÍRITO CIENTÍFICO E FANATISMO

2.5.1 Os cientistas renunciaram à ambição de uma verdade absoluta?

Contrariamente ao que muitas vezes se julga, o importante na ciência é tanto o espírito como o produto [23]. É tanto a abertura, a primazia da crítica, a submissão ao imprevisto, por mais embaraçoso que seja como o resultado, por mais novo que seja. Há já muito tempo que os cientistas renunciaram à idéia de uma verdade última e intangível, imagem exata de uma "*realidade*" que espere ser descoberta ao virar da esquina. Os cientistas sabem agora que devem contentar-se com o parcial e o provisório.

Tal esforço vai muitas vezes contra a tendência natural do espírito humano, que reclama unidade e coerência para a representação do mundo nos seus aspectos mais diversos. Na realidade, este conflito entre o universal e o local, entre o eterno e o provisório, vê-se reaparecer periodicamente numa série de polêmicas opondo aqueles que recusam uma visão total e imposta do mundo aos que não podem passar sem ela. Que a vida e o homem se tenham tornado objetos de pesquisa, e não de revelação, poucos o aceitam.

Desde há anos, que se fazem muitas censuras aos cientistas. São acusados de não terem coração nem consciência, de não se interessarem pelo resto da humanidade; e mesmo de serem indivíduos perigosos que não hesitam descobrir terríveis meios de destruição e coerção e servir-se deles. Isto é honrá-los muito. A proporção de imbecis e de malfeitores é uma constante que se encontra em todos os escalões duma população: nos cientistas como nos agentes de seguros, nos escritores como nos camponeses, nos padres como nos políticos. E, não obstante o Dr. Frankenstein e o Dr. Strangelove, as catástrofes da história resultaram menos dos cientistas que dos padres e dos políticos.

2.5.2 Nada é tão perigoso como a certeza de se ter razão.

Porque não é apenas o interesse que leva os homens a matarem-se mutuamente. É também o dogmatismo. Nada é tão perigoso como a certeza de se ter razão. Nada causa tanta destruição como a obsessão duma verdade considerada absoluta. Todos os crimes da história são conseqüência de algum fanatismo. Todos os massacres foram cometidos por virtude, em nome da verdadeira religião, do nacionalismo legítimo, da política idônea, da ideologia justa; em suma, em nome do combate contra a verdade do outro, do combate contra Satanás.

A frieza e a objetividade que se reprovam tantas vezes nos cientistas, talvez sejam mais úteis que a febre e a subjetividade para discutir certos assuntos humanos. Porque não são as idéias da ciência que provocam as paixões. São as paixões que utilizam a ciência para sustentar a sua causa. A ciência não conduz ao racismo e ao ódio. É o ódio que faz apelo à ciência para justificar o seu racismo. Podem criticar-se certos cientistas pelo ardor com que por vezes defendem as suas idéias. Mas nenhum genocídio foi ainda perpetrado para fazer triunfar uma teoria científica. No final deste século XX deveria ser claro para todos que nenhum sistema explicará o mundo em todos os seus aspectos e todos os seus pormenores. Ter contribuído para pôr termo à idéia duma verdade intangível e eterna talvez não seja um dos menores títulos de glória do método científico.

2.6 OS PROFETAS DO ÓBVIO

Um fato que se deve levar em conta quando se estuda a fenomenologia das seitas é seu contexto sociocultural onde ela se desenvolve. É sabido que muitos paradigmas doutrinários dentro destes movimentos se estruturaram por influencias externas[[29]].

Por exemplo, certas normas éticas que se observam em muitos grupos religiosos não passam do reflexo da cultura o qual está condicionado. Certos tipos de vestuários, hábitos, costumes alimentares e até saudações profundamente arraigadas na estrutura ética das seitas, que as diferenciam, explica-se devido a estas influências.

Dentro de certo contexto podemos admitir que a máxima popular que afirma ser o homem "*o produto do meio onde vive*", possui seu quinhão de veracidade.

Em se tratando de movimentos sectários com forte reivindicação de religião revelada e caráter profético intensifica-se ainda mais esta dependência.

É que ao se estruturar como instituição religiosa tais movimentos tende a se adaptar aos condicionamentos sociais, adquirindo respeitabilidade social. Nesta mudança comportamental e organizacional os líderes de seitas procuram contextualizar suas revelações.

Ultimamente muitas delas tentando escoimar o estigma de misticismo apelam para um lado mais "*científico*" da religião. Procuram se auto afirmar com "*absoluta*" precisão científica. Esta nova mudança verifica-se facilmente na semântica e até no nome da seita. É este o caso da cultura Racional, Cientologia, Racionalismo cristão, Ciência cristã e outros.

Para impressionar os mais incautos procuram basear essa convergência com a ciência, em supostas "*revelações divinas*", mas que com o passar dos anos se mostraram totalmente inadequadas com as novas descobertas científicas, provando assim, que tais revelações nada mais eram que o produto do meio científico que então prevalecia. Era apenas o reflexo do conhecimento do líder, não tendo nada a ver com revelações divinas. Veja abaixo apenas três exemplos disso

2.6.1 O Espiritismo Kardecista

Allan Kardec o codificador do Espiritismo moderno é um exemplo típico deste fenômeno. Quando o espiritismo foi rejeitado pela ciência oficial no século XIX (O que é o Espiritismo p. 42), Kardec protestou da seguinte forma:

> "*Por sua natureza, a revelação espírita tem duplo caráter: participa ao mesmo tempo da revelação divina e da revelação científica*".

Kardec relegou os relatos de Gênesis como "erros" e em seu lugar estabeleceu o Espiritismo:

> "*O Espiritismo e a Ciência se completam reciprocamente*"
>
> (A Gênese I,16)

Ao reclamar uma base filosófica e científica à sua religião ele procura estabelecer sua respeitabilidade.

É sabido que o pentateuco kardecista está fincado nas chamadas revelações dos espíritos. Tendo como guia tais célebres seres, kardec aventura-se em desvendar os mistérios do Cosmos. É assim que no livro A Gênese ele fomenta inúmeras especulações sobre a criação do mundo, baseada nas revelações de seus amigos do além. Não obstante, para a decepção dos espíritas, o que Kardec está a dissertar não passa dos rudimentos científicos de seu tempo que hoje não mais se sustentam.

No sexto capítulo de A Gênese, aparece uma nota de rodapé com os seguintes dizeres:

> "*(1) - Este capítulo é textualmente extraído de uma série de comunicações ditadas à Sociedade Espírita de Paris, em* 1862 *e* 1863*, sob o título - Estudos uranográficos e assinadas GALILEU. Médium: C. F. Nota do Tradutor: Estas são as iniciais do nome de Camilo Flammarion.*"

Segundo esta nota as revelações de todo o capítulo seis foram fornecidas pelo espírito do famoso astrônomo Galileu Galilei. O receptor mediúnico não menos inusitado era simplesmente Camilo Flammarion. Assim define certa obra sobre ele:

> "*Camille Flammarion - Astrônomo francês. Fundador do observatório de Juvisy. Autor de um catálogo de estrelas duplas visuais. Contribuiu para a divulgação da astronomia com suas conferências. A pluralidade dos mundos habitados (1862), Astronomia popular (1879).*"
>
> (Encyclopaedia Britannica do Brasil Publicações Ltda.)

Pois bem, Flammarion era um cientista da época que serviu como médium auxiliar de Kardec. Certamente ele estava familiarizado com as descobertas científicas de seu tempo!

E Galileu? Agora, espírito desencarnado, com certeza conhecia muito bem o Cosmos, pois, segundo as revelações dadas pelos espíritos, estes seres desencarnados podem viajar em todos os mundos a velocidade do pensamento. Acrescenta-se que tais planetas segundo Kardec são habitados por populações de espíritos. Conclui-se daí que o espírito de Galileu estava apto a dar informações astronômicas confiáveis ao seu colega de ofício. Vejamos então o que o bom e velho Galileu revelou a Kardec através de Flammarion.

2.6.1.1 A lua

Galileu discursou bastante sobre a lua. Quando ainda vivo, na função de astrônomo, pesquisou muito este satélite. Por isso cremos ser ele mais que qualquer outro espírito, gabaritado a nos dar informações no mínimo realistas sobre ela, ainda mais agora, livre do seu invólucro, podia passear pelos rincões do universo sem nenhum empecilho e pesquisar o que quisesse! Vamos ver então o que disse Galileu:

a) A terra deu origem a lua

Ensina Galileu: "*Um desses planetas será a Terra que, antes de se resfriar e revestir de uma crosta sólida dará nascimento à Lua...*"

Galileu está a ensinar que a terra deu origem a lua.

É preciso esclarecer que existem quatro teorias que prevalece hoje em dia a respeito do nascimento da lua. Esta que Galileu expôs, era justamente a que prevalecia na época de Kardec, a hipótese da separação. Sobre isso comenta a Enciclopédia Britânica[13] "As primeiras teorias sobre a origem da Lua afirmavam que no início o satélite era parte da Terra, da qual se separou para constituir um corpo independente."

Veja que esta foi uma das "*primeiras teorias*", contudo, hoje em dia esta teoria já caiu por terra.

"*Descobertas novas pistas sobre origem da Lua*", este era o título de uma reportagem que apontavam novas pesquisas sobre a origem da lua: "Cerca de 65% da composição da Lua teve origem em um corpo espacial do tamanho de Marte que bateu na Terra há um mínimo de 4,533 bilhões de anos, segundo um novo estudo divulgado hoje[[30]].

Do ponto de vista científico todas estas teorias enfrentam dificuldades. Mas a teoria defendida pelo espiritismo se torna ainda mais complicadas quando sabemos que por exemplo, "três minerais foram descobertos na lua e são desconhecidos na terra"(Criação ou Evolução, John MacArthur p. 97 ed. Cultura Cristã 2004). Esse fato torna inviável tal teoria.

Mas as revelações bombásticas de Galileu não param por ai.

b) Existe água na lua

Ele afirmava ainda que a Lua possuía água, veja:

> "*Daí, duas naturezas essencialmente distintas na superfície do mundo lunar: uma, sem qualquer analogia com o nosso, porquanto lhe são desconhecidos os corpos fluidos e etéreos; a outra, leve, relativamente à Terra, pois que todas as substâncias menos densas se encaminharam para esse hemisfério. A primeira, perpetuamente voltada para a Terra, sem águas e sem atmosfera, a não ser, aqui e ali, nos limites desse hemisfério subterrestre; a outra, rica de fluidos, perpetuamente oposta ao nosso mundo*"...(1)

[13] Encyclopaedia Britannica do Brasil Publicações Ltda.

Recentemente a NASA fez uma descoberta surpreendente quando orbitou o pólo sul lunar, lá encontraram gelo de água, sem nenhum proveito à vida.

Contudo creio que a idéia de Kardec e seus "espíritos superiores" ao declararem que a parte oculta da lua era "rica em fluídos", ou água, foram em parte influenciada pelas pesquisas do italiano Giovanni Battista Riccioli, que em Almagestum novum (1651) utilizou pela primeira vez o nome mar para designar as zonas escuras e uniformes da superfície do satélite. (Encyclopaedia Britannica do Brasil Publicações Ltda.)

Essa concepção de que havia água na parte oculta da lua e a palavra "*mar*" para nomeá-las foram os elementos principais na formulação "*científica*" do espírito de Galileu.

Hoje, depois das inúmeras viagens e explorações espaciais, que não eram possíveis na época de Kardec, sabemos que não existe água fluídica em nenhuma das duas partes da lua.

c) A lua é habitada

Para dar um embasamento científico à revelação do desencarnado Galileu, a nota de rodapé dos editores vai mais além, afirmando que a própria lua é habitada:

> "(1) "...Os fluidos vivificantes, gasosos ou líquidos, por virtude da sua leveza especifica, se encontrariam acumulados no hemisfério superior, perenemente oposto à Terra. O hemisfério inferior, o único que vemos, seria desprovido de tais fluidos e, por isso, impróprio à vida que, entretanto, reinaria no outro. Se, pois, o hemisfério superior é habitado, seus habitantes jamais viram a Terra, a menos que excursionem pelo outro, o que lhes seria impossível, desde que este carece das condições indispensáveis à vitalidade."

Em que pese o repisar do óbvio, é bom esclarecer que nunca foi encontrado nenhum tipo de vida, e muito menos inteligente, na lua. Estas crenças refletem apenas a cosmo visão de épocas obscuras da ciência. Mas para o espiritismo não só a lua era habitada, mas até mesmo os demais Planetas:

> "*Reconheceu-se que os planetas são mundos semelhantes à Terra e, sem dúvida, habitados, como esta*"
>
> (A Gênese V, 12)

2.6.1.2 Saturno, Júpiter e Marte

Prosseguindo nosso ilustre astrônomo desencarnado também discursou sobre algumas descobertas "científicas" que fez a respeito de outros astros, veja:

a) Os satélites de Júpiter

A respeito das descobertas de Galileu diz Kardec: "Decorrido um século, em 1609, Galileu, natural de Florença, inventa o telescópio; em 1610, descobre os quatro[14] satélites de Júpiter"

[14]Nota da Editora, à 16^{a} edição, de 1973

Depois de Galileu, os astrônomos descobriram mais oito; são conhecidos atualmente, portanto, 12 satélites de Júpiter (4 deles com movimento retrógrado)."

Ora, se o propósito do espírito mensageiro era dar conhecimento científico quanto às incógnitas da criação, por que ele escondeu fatos relevantes, que hoje faria da mediunidade espírita referência científica no mundo da astronomia?

É que Júpiter não tem apenas quatro satélites, mas 16.

Ora, se como diz Kardec, que os espíritos passeiam pelos mundos, porque então Galileu furtou o espiritismo de tamanha credibilidade, e não relatou todos os satélites a Flammarion?

Ou permaneceu, Galileu, na mesma ignorância em que se desencarnou?

b) O sólido anel de Saturno

Galileu afirmou que "Desde a época da sua formação, esse anel se solidificou, do mesmo modo que os outros corpos planetários."

As descobertas sobre este planeta começaram realmente por Galileu em 1610 que descobriu os satélites maiores e seus anéis. Mas para Galileu, naquela época, os anéis foram interpretados como um planeta tripartido.

Quarenta e nove anos depois o holandês Christiaan Huygens definiu aquelas esferas como um anel o qual circuncidava o planeta, mas Huygens acreditava, porém, que o anel era sólido e espesso. A descoberta de uma lacuna entre dois anéis de Saturno, por Domenico Cassini, pôs em dúvida a possibilidade de existência de um anel sólido. Em 1789 Pierre-Simon Laplace publicou então uma teoria segundo a qual os anéis eram compostos de muitos elementos menores.

Portanto, os anéis de Saturno não são sólidos como ensinava o espírito de Galileu.

c) Nenhum satélite em Marte

"O número e o estado dos satélites de cada planeta têm variado de acordo com as condições especiais em que eles se formaram. Alguns não deram origem a nenhum astro secundário, como se verifica com Mercúrio, Vênus e Marte[15], ao passo que outros, como a Terra, Júpiter, Saturno, etc., formaram um ou vários desses astros secundários.", dizia o espírito cientista.

Galileu quando vivo era hábil observador dos astros, foi ele quem descobriu as manchas solares, as montanhas da Lua, os quatro satélites de Júpiter, os anéis de Saturno e as fases de Vênus.

Mas parece que depois de desencarnado não conservou a mesma perspicácia do qual era dotado quando em vida, pois 15 anos após ter dado esta revelação, os cientistas descobriram dois satélites em Marte. Tanto é que a própria editora espírita se encarrega de corrigir o espírito do cientista na nota de rodapé:

Pobre Galileu, talvez tenha se cansado (pois não é fácil visitar tantos planetas habitados assim não é verdade?) e nem ao menos percebeu que Marte tinha dois satélites, deixando assim seu amigo Kardec em maus lençóis.

[15] Nota da Editora: Em 1877, foram descobertos dois satélites de Marte: Fobos e Deimos.

2.6.1.3 Os Cometas

Mas as erratas científicas não param por ai, veja a concepção de cometas dada por Galileu a Kardec através do médium:

a) A fluidez dos cometas

"A natureza fluídica, já bem comprovada (cap. VI, nº. 28 e seguintes), que lhes é própria afasta todo receio de choques violentos, porquanto, se um deles encontrasse a Terra, esta o atravessaria, como se passasse através de um nevoeiro."

Kardec está a rechaçar a idéia supersticiosa de seu tempo de que os cometas são maus presságios. Para isso fundamenta-se nas declarações científicas de Galilei de os cometas serem constituídos de fluídos, e se porventura um deles colidisse com a terra, ela "o atravessaria, como se passasse através de um nevoeiro."

Mais uma vez o espírito do renomado astrônomo deixou a desejar, pois os cometas podem causar grandes estragos se colidirem com planetas como a terra. Um exemplo disso foi o choque de fragmentos do cometa Shoemaker-Levy 9 contra Júpiter em 1994. Somente alguns fragmentos deste cometa foi capaz de causar explosões que chegaram a atingir mil Km acima da superfície do planeta com uma energia liberada dez mil vezes maior que o arsenal nuclear disponível hoje na terra. Imagine se estes pequenos fragmentos de cometa houvessem atingido a terra! Imagine a tragédia que causaria! Mas para Kardec e seus amigos cientistas do além não há porque se preocupar, pois os cometas são fluídicos e se dissipariam como nevoeiro!

Parafraseando Kardec diríamos: "Uma de duas: ou a Ciência está em erro, ou tem razão. Se tem razão, não pode fazer seja verdadeira uma opinião que lhe é contrária. Não há revelação que se possa sobrepor à autoridade dos fatos."

Depois de tudo isso é fácil concluir que aquelas mensagens registradas no capítulo seis do livro "A Gênese", não foram dadas por nenhum espírito cientista, mas eram frutos da concepção científica do médium Flammarion que por sinal era o único espírito que conhecia astronomia naquela sessão.

Ora, seria bom demais se tudo isso fosse verdade! Imagine quantos milhões de dólares gastos em pesquisas não seriam poupados na NASA, somente com uma consulta mediúnica?!

Mas depois de Galileu ninguém mais resolveu baixar mais em nenhum centro espírita para revelar os segredos do universo. Cadê Isaac Newton, Einstein e tantos outros brilhantes cientistas que faleceram? Porque eles não vêm revelar as incógnitas que andam perturbando nossos cientistas a respeito do Cosmos?

2.6.2 O Adventismo do Sétimo dia

Em 1846 Ellen White teve uma "visão "do sistema solar, onde muitas coisas lhe foram reveladas, dentre elas temos as seguintes:

1^o - Ela obteve conhecimento da existência de outros mundos habitados;

2^o - As pessoas destes mundos eram semelhante aos habitantes da terra, só que mais altos, nobres e majestosos;

3^o - Encontrou Enoque, passeando em um desses mundos;

4^o - Que essas pessoas viviam debaixo da lei ou dos mandamentos de Deus;

5^o - Que dois destes planetas tinham quatro e sete luas.

Diz ela:

> "*O Senhor me proporcionou uma vista de outros mundos. Foram-me dadas asas, e um anjo me acompanhou da cidade a um lugar fulgurante e glorioso. A relva era de um verde vivo, e os pássaros gorjeavam ali cânticos suaves. Os habitantes do lugar eram de todas as estaturas; nobres, majestosos e formosos. Ostentavam a expressa imagem de Jesus, e seu semblante irradiava santa alegria, que era uma expressão da liberdade e felicidade do lugar. Perguntei a um deles por que eram muito mais formosos que os da Terra.*"

A resposta foi:

- Vivemos em estrita obediência aos mandamentos de Deus, e não caímos em desobediência, como os habitantes da Terra.

  Vi então duas árvores. Uma se assemelhava muito à árvore da vida, existente na cidade. O fruto de ambas tinha belo aspecto, mas o de uma delas não era permitido comer. Tinham a faculdade de comer de ambas, mas era-lhes vedado comer de uma. Então meu anjo assistente me disse:

- Ninguém aqui provou da árvore proibida; se, porém, comessem, cairiam."

  Prossegue: "Então fui levada a um mundo que tinha sete luas. Vi ali o bom e velho Enoque que tinha sido trasladado. Em sua destra havia uma palma resplendente, e em cada folha estava escrito: *Vitória*. Pendia-lhe da cabeça uma grinalda branca, deslumbrante, com folhas, e no meio de cada folha estava escrito: "Pureza", e em redor da grinalda havia pedras de várias cores que resplandeciam mais do que as estrelas, e lançavam um reflexo sobre as letras, aumentando-lhes o volume. Na parte posterior da cabeça havia um arco em que rematava a grinalda, e nele estava escrito: *Santidade*. Sobre a grinalda havia uma linda coroa que brilhava mais do que o Sol". Perguntei-lhe se este era o lugar para onde fora transportado da Terra. Ele disse:

- Não é; minha morada é na cidade, e eu vim visitar este lugar.

  Ele percorria o lugar como se realmente estivesse em sua casa. Pedi ao meu anjo assistente que me deixasse ficar ali. Não podia suportar o pensamento de voltar a este mundo tenebroso. Disse então o anjo:

- "Deves voltar e, se fores fiel, juntamente com os 144.000 terás o privilégio de visitar todos os mundos e ver a obra das mãos de Deus".

Analisando a visão

Se Ellen White se aventurasse apenas a descrever tal visão de modo geral, sem especificar concretamente, tudo bem. Mas para sua infelicidade e derrocada ela quis particularizar e explicar quais eram esses mundos, e aí ela cava sua própria sepultura.

Quando ela teve essa visão a Sra. Truesdail, que fazia parte do movimento, estava presente. Ela descreve como a Sra. White viu pessoas altas e majestosas que moravam em Júpiter ou Saturno.

> "*A Irmã White estava muito fraca de saúde, e enquanto foram oferecidas orações ao lado dela, o Espírito de Deus repousou sobre nós. Notamos logo que ela era insensível a assuntos terrestres. Esta era sua primeira visão do mundo planetário. Depois de contar as luas de Júpiter em voz alta, e em seguida as de Saturno, ela deu uma descrição bonita dos anéis. Ela disse então, ' Os habitantes são pessoas altas, majestosas, ao contrário dos habitantes de terra. O Pecado nunca entrou aqui*".
> (*Taken from Mrs. Truesdail's letter, Jan* 27, 1891)

Em 1847, ela e seu esposo Tiago White publicaram essa visão, reafirmando que ela viu realmente os planetas Júpiter e Saturno e depois que saiu da visão poderia dar uma descrição clara de seus satélites, apesar de nunca ter aprendido astronomia.

A visão foi tão clara que ela conseguiu ver as luas de cada planeta. Segundo o pioneiro J.N. Loughborough, ela disse que durante a visão estava vendo 4 luas, o que foi identificado com Júpiter pelo pastor Joseph Bates, e outro que possuía sete luas, também identificado por Bates como Saturno.

Ora, Ellen White havia dito que foram lhe dada asas para voar de um planeta a outro. Nestas condições extraordinária de viajar pelo sistema solar ela teria plena capacidade de descrever de modo minucioso tais astros. Mas foi isso que ocorreu? Vejamos:

Ela descreve que Júpiter tinha quatro luas, mas hoje sabemos que Júpiter possui 16 satélites ao todo. Ela também afirmou que Saturno tinha sete luas, mas sabemos que os cientistas já descobriram no mínimo 18 satélites em Saturno.

Ora, como ela poderia ter errado em coisas tão básicas a respeito destes planetas, quando seu marido havia dito que ela, após a visão, poderia "dar uma descrição clara de seus satélites"?

E o que dizer das pessoas altas, majestosas e formosas destes planetas?

É verdadeira essa descrição? Há realmente pessoas altas, majestosas que moram em Júpiter e Saturno? Isto poderia até ter parecido plausível às pessoas em 1846, mas hoje já não mais se sustenta diante das descobertas científicas envolvendo estes planetas. O que sabemos é que as condições em ambos os planetas são extremamente inospitaleiras à vida.

1. Estes planetas não têm nenhuma superfície sólida como a terra. As superfícies consistem em um mar de hidrogênio líquido.

2. A pressão atmosférica é milhões de vezes maior que a terra. A pressão é bastante forte para esmagar os metais mais resistentes.

   Numerosas sondas espaciais que usam tecnologia avançada examinaram estes planetas e não descobriram qualquer vestígio de vida, nem mesmo uma simples minhoca existe lá.

3. Nenhuma planta. Nenhum animal e muito menos pessoas altas e majestosas. Nada mais que hidrogênio, hélio e outros gases.

A Sra. White viajou de modo sobrenatural de Júpiter Saturno para ver as "pessoas "altas, majestosas que vivem lá, mas inexplicavelmente ela deixou de notar os seguintes detalhes:

- Pelo menos mais 12 luas em Júpiter.
- Pelo menos mais 11 luas em Saturno.
- Pelo menos 9 das luas de Urano.
- Os anéis ao redor de Júpiter.
- Os anéis ao redor do Urano.

2.6.2.1 Por que ela viu só o que astrônomos já tinham visto?

Quando Sra. White teve essa visão era conhecimento comum que Júpiter tinha apenas quatro luas. O quinto satélite não havia sido descoberto até 1892. Como vimos há 16 luas pelo menos. Outros sim, naquela época haviam descoberto em Saturno sete luas.

A visão de Ellen White não revelou nada que não poderia ter sido obtido em um livro de Astronomia ou até mesmo de um artigo de jornal da época! A única diferença entre o que a Sra. White viu e o que os astrônomos viram pelo telescópio é sobre essas "pessoas "altas e majestosas!

Imagine se ela tivesse contado para Bates que Júpiter tinha quatro luas grandes e 12 luas menores! O dom profético dela teria sido sem dúvida confirmada nas gerações futuras. Infelizmente, ela perdeu esta grande oportunidade. Imagine se ela houvesse anunciado que Júpiter tinha anéis!

Depois de considerar o que ela viu e o que ela não viu, nós lhe fazemos esta pergunta: Era esta uma visão de Deus ou apenas conhecimento astronômico da época?

2.6.2.2 A Verdadeira razão de tudo.

Parece que a verdadeira razão desta visão fora para impressionar o marinheiro Joseph Bates que até então se posicionara contra as manifestações “sobrenaturais” de Ellen White. Sem dúvida os White sabiam que Bates era apaixonado por astronomia. Levantando a hipótese de que Ellen era ignorante em assuntos astronômicos, então tais conhecimentos legitimavam seu dom como profetisa e visionária da novel seita, perante Bates.

Isto posto é impossível acreditar no que Arnaldo Christianini afirmou em seu livro "Subtilezas do Erro"na página 35.

"Os Testemunhos orais ou escritos da Sra. White...tudo quanto disse e escreveu foi, cientificamente correto..."

2.6.3 A Igreja de Jesus Cristo dos Santos dos últimos dias (Mórmon)

2.6.3.1 O Sol e a Lua são habitados?

Juntando-se à Kardec Joseph Smith, fundador e profeta da Igreja de Jesus Cristo dos Santos dos últimos Dias, havia afirmado que o sol e a lua eram habitados:

"Quase todas as grandes descobertas dos homens, no último meio século, de uma ou outra forma, direta ou indiretamente, têm contribuído para provar que Joseph Smith é um profeta. Já nos idos de 1837 eu sei que ele disse que a lua era habitada por homens e mulheres como nessa terra, e que eles alcançavam uma idade maior que a nossa – viviam até quase 1000 anos. Ele descreve os homens como tendo em média aproximadamente dois metros de altura, e vestindo-se quase uniformemente, num estilo próximo aos dos Quakers"

"Assim é também é com relação aos habitantes do sol. Pensais vós que ele é habitado? Eu penso que sim. Pensais que há lá qualquer tipo de vida? Nenhuma dúvida a respeito, ele não foi feito em vão".

2.6.3.2 A ciência desmascara mais um falso profeta

Segundo a teologia mórmon, acredita-se que os mundos são habitados, por seres humanos que se tornaram deuses. Desta maneira Smith chegou ao cúmulo do absurdo em dizer que a lua e o sol eram habitados. É claro que ele nunca imaginaria que o homem pudesse um dia pisar na lua e desmascarar sua falsa afirmação, provando assim que ele não passava de mais um falso profeta.

Capítulo 3

CIÊNCIA MATEMÁTICA

3.1 MATEMÁTICA E A FÉ

Nenhum conhecimento fornece tanta certeza quando aquele produzido pela matemática [8]. O rigor do raciocínio lógico usado para se chegar a esse conhecimento é o aval maior de sua confiabilidade. Mas isso acaso não apagaria nos grandes matemáticos qualquer resquício de fé religiosa, levando-os a crer apenas na razão e na ciência ?

A matemática pura nasceu na escola pitagórica (fundada por volta do ano 520 *a.C.*) que era, no fundo, uma comunidade místico-religiosa. Entendiam Pitágoras e seus discípulos que o conhecimento matemático, apesar de aplicável ao mundo real, é adquirido simplesmente pelo raciocínio, daí que se trata de algo ideal, eterno, e portanto derivado de Deus. A idéia pitagórica de matemática pode até não ser totalmente certa, mas Deus estava presente.

Quando do colapso do *Império Romano Ocidental* provocado pelas invasões bárbaras, a *Igreja Católica* já estava razoavelmente organizada no Ocidente. Gradualmente foi convertendo os bárbaros e fundando escolas, de início junto a mosteiros. Foi dessa forma que a cultura clássica não se apagou totalmente na fase mais obscura da *Idade Média.* Embora a *Igreja* enfatizasse mais a salvação da alma que o crescimento material, sempre alguma matemática era necessária, ainda que fosse apenas para determinar com exatidão o dia da Páscoa. Daí porque alguns matemáticos da época pertencessem às fileiras da *Igreja.* Um deles, Gerbert $(940 - 1003)$, talvez o primeiro mestre a ensinar os numerais indo-arábicos na Europa, foi consagrado *Papa* no dia 2 de abril de 999 com o nome de Silvestre II.

Rico como poucos em progressos científicos, o século $XVII$ assistiu a algumas manifestações sérias de irreverência para com a fé, o que era inevitável. Mas os maiores cientistas desse período, como Galileo, Kepler, Descartes, Newton e Leibniz, animados todos por profunda fé em Deus, viam na harmonia cósmica simplesmente as mãos matemáticas do Criador. Leibniz dizia que:

> "*a aplicabilidade da matemática mostra a unidade entre o mundo e Deus.*"

Galileu não foi condenado pela inquisição por não crer em Deus, mas só por propugnar pelo heliocêntrismo e em sua defesa argumentava que:

> "*A Bíblia ensina como se vai para o céu, não como vai o céu*".

Laplace ($1749 - 1827$), autor do clássico *"Mecânica Celeste"*, em cinco volumes, onde a teoria da gravitação de Isaac Newton é explorada exaustivamente, certa feita ouviu de Napoleão a pergunta:

> *"Vós escrevestes um enorme livro sobre o sistema do mundo sem mencionar uma vez sequer o Criador do Universo".*
>
> *"Senhor - respondeu Laplace - não houve necessidade dessa hipótese."*.

Mas Laplace, apesar de meio arrogante, tinha virtudes pessoais, entre elas a generosidade para com os principiantes. O mesmo talvez não se pudesse dizer do grande matemático A.L. Cauchy ($1789 - 1857$), apesar de ser tão carola ao ponto de tentar converter para o catolicismo todos os que o acercavam, mesmo que fosse para tratar de matemática.

O filósofo e matemático inglês Bertrand Russell ($1872 - 1970$) era um pacifista ferrenho: por ter apoiado um movimento anti-militar às vésperas da I Guerra Mundial foi dispensado do "*Trinity College*", Cambridge, e foi preso. Mas continuou pacifista durante toda sua longa vida.

> *"Quanto à religião - declarou num de seus livros - passei a não acreditar primeiro no livre-arbítrio, depois no imortalidade da alma e, finalmente, em Deus."*

Assim, provavelmente não seria exagero dizer que em matéria de fé os matemáticos e filósofos não constituem uma casta à parte, muito pelo contrário. E porque haveria de ser diferente ?

3.1.1 Como surgiram os números?

O que se pretende discutir é a importância, a função, a necessidade da matemática em nossa vida [22].

A matemática, que conhecemos hoje, o cálculo, a álgebra, de algum lugar, em alguma época surgiram. Não se pode datar o exato aparecimento da matemática, mas sabe-se que suas noções básicas são a escrita pois, a linguagem de sinais é bem mais fácil de ser concretizado do que a construção de frases bem moduladas que expressem idéias.

O que demandou no homem a necessidade de se expressar matematicamente? A necessidade prática ou a pura abstração? Alguns estudiosos defendem que a matemática teria surgido de necessidades práticas urgentes do homem, como a demarcação de áreas, o levantamento de seu rebanho, partindo para a valoração de objetos (dinheiro). Outros já definiam que a matemática teria surgido do lazer de uma classe de sacerdotes ou de rituais religiosos.

O fato é que a matemática esta presente em nosso dia a dia de tal forma que não podemos, não devemos e, certamente, não queremos nos distanciar dela.

As funções mais rotineiras de nossa vida têm sido realizadas por computadores: desde uma conta, até o controle de nosso dinheiro no banco, nosso pagamento de salário, e muitas outras atividades são controladas por máquinas que são por sua vez, apoiadas na matemática.

Existe uma tendência cada vez mais crescente da "*matematização do mundo*". Parece mesmo ser de senso comum que todo e qualquer problema cotidiano possa ser equacionado. Ou seja, será que tudo na nossa vida pode ser expresso como $ax + by = c$ ou outra equação ou inequação qualquer ? E, voltando ao assunto, de onde vêm os a, b, c, x e y? Quem os inventou e porquê?

Os documentos históricos encontrados pela arqueologia que fornecem um pouco de informação a respeito das origens da matemática começam com os egípcios.

Costumava-se definir a matemática como a ciência do número e grandeza. Isso já não é válido pois, certamente a matemática é muito mais do que números e grandezas.

Hoje a matemática que conhecemos é intelectualmente sofisticada.

Mas desde os primeiros tempos da raça humana, os conceitos de número, grandeza e forma ocupam a mente e formam a base do raciocínio matemático. Originalmente, a matemática preocupava-se com o mundo que nos é perceptível aos olhos, como parte da vida cotidiana do homem. Pode-se inclusive tentar relacionar a persistência da raça humana no mundo com o desenvolvimento matemático, se assumirmos válido o princípio da "*sobrevivência do mais apto*".

No princípio, as relações de grandeza estavam relacionadas mais com contrastes do que com semelhanças, a diferença entre um animal e outro, os diferentes tamanhos de um peixe, a forma redonda da lua e a retilínea de um pinheiro.

Acredita-se que o conjunto dessas informações imprecisas deve ter dado origem a pensamentos de analogias, e aí começa a nascer a matemática.

A percepção das duas mãos, das duas orelhas, narinas, propriedade abstrata que chamamos número, foi um grande passo no caminho da matemática moderna.

A probabilidade de que isso tenha surgido de um só indivíduo é pouca. É mais provável que tenha surgido de um processo gradual e que pode datar de 300.000 anos, tanto quanto o descobrimento do fogo.

O desenvolvimento gradual do conceito de número pode ser rastreado em algumas línguas, o grego inclusive, que conservaram na sua gramática uma distinção entre um e dois e mais de dois.

Os antepassados só contavam até dois. Qualquer quantidade maior que isso era dito como muitos. Resquício desse comportamento é visível em alguns povos primitivos que ainda contam de dois em dois. Finalmente surgiu a necessidade de expressar os números através de sinais. Os dedos das mãos e dos pés forneciam uma alternativa para indicar um número até 20.

Como complemento podia-se usar pedras. Começando a noção de relação de conjuntos: aquilo que se deseja contar, com aquilo que serve de unidade. O sistema decimal que hoje utilizamos é, segundo Arquimedes , apenas um incidente anatômico pois baseia-se no número de dedos das mãos e pés. Como pedras são efêmeras para se registrar números, o homem pré-histórico utilizava, às vezes, marcas ou riscos num bastão ou pedaço de osso. Peças arqueológicas são uma importante fonte de informação sobre o desenvolvimento das noções de números e indicam que essas idéias são mais antigas que os processos tecnológicos como o uso de metais ou de veículos com rodas.

Existem indicadores na língua a respeito das idéias do homem sobre número, como no caso do número onze e doze. "Eleven" significava originalmente *um a mais* e "twelve", *dois a mais*, ficando clara a adoção do sistema decimal.

Mais tarde, gradativamente, foram surgindo palavras que exprimiam idéias numéricas. Sinais para números provavelmente precederam as palavras para números (é mais fácil fazer incisões num bastão do que estabelecer uma frase para identificar um número).

A tendência da linguagem de se desenvolver do concreto para o abstrato pode ser percebida em muitas das medidas de comprimento em uso atualmente: a altura de um cavalo é medida em palmos e as palavras pé e *ell* (cotovelo) também derivaram de partes do corpo.

Ainda não é possível fazer afirmações a respeito da idade da matemática, tanto aritmética quanto geométrica. Heródo e Aristóteles apresentaram suas teorias. O primeiro sugerindo que a geometria se originou no Egito, devido à necessidade pratica de se fazer medidas de terra a cada inundação causada pela cheia do Nilo. Já Aristóteles sugeriu que a geometria teria surgido de uma classe de sacerdotes do Egito, como lazer.

O certo é que o homem neolítico já possuía noções que deram inicio à geometria, o que pode ser evidenciadas pelas peças arqueológicas descobertas com desenhos geométricos, com relações de congruência e simetria.

De fato o que parece evidente é que a matemática tenha surgido muito antes das primeiras civilizações e é desnecessário e sujeito a erros grotescos, tentarmos datar ou dar um motivo específico para o surgimento de cada fase. A geometria pode ter se desenvolvido da necessidade de demarcação de espaços, do gosto por formas precisas, de rituais primitivos, ou seja, vários seriam os caminhos para levar ao início dessa habilidade do homem.

3.2 A MATEMÁTICA NA ANTIGUIDADE

Vivemos um mundo de mudanças aceleradas, sobretudo no que diz a respeito à produção de novas tecnologias, cujo tempo de vida se torna cada vez menor. Marcada por uma cultura fragmentada em seus valores; dentro desse contexto, pode se dar na direção de possibilitar aos seus usuários um exercício de cidadania ou de forma de consolidar o mecanismo de denominação econômica. Vivemos dentro de um contexto de crescimento vertiginoso de informação, com produção de novas formas de relações inter-culturais e do predomínio da imagem [20].

O conhecimento matemático constitui uma grande aventura tanto no plano das idéias abstratas quanto no plano das experiências em que soluções são buscadas para dar conta de problemas que o homem se coloca no seu viver diário. Esteja ele inserido dentro de um local de estudo ou mesmo na sua rotina diária.

3.2.1 A matemática na Babilônia.

As primeiras civilizações da antiguidade se estabeleceram no Oriente, [18] região de vales férteis, desertos, estepes e montanhas. As características do espaço geográfico, aliado ao momento histórico daqueles homens, que precisavam criar condições de aproveitamento dos seus recursos naturais, como as cheias periódicas dos rios que fertilizavam o solo, mas que também poderiam destruir as suas plantações, possibilitaram um desenvolvimento semelhante nessas cidades sob muitos aspectos.

Os gregos chamavam ao vale do Tigre e do Eufrates pelo nome de Mesopotâmia ou seja "*Terra entre os Rios*", e as diversas civilizações que em ela habitavam remonta-se a uma antiguidade de cinqüenta e sete séculos aproximadamente. Foi a Mesopotâmia que viu erguerem-se os primeiros centros urbanos da humanidade, com sua vida opulenta, complexa e variada, como veremos adiante, foi nas cidades mesopotâmicas que se desenvolveu o primeiro sistema prático de escrita.

Na região da Mesopotâmia, fica a Babilônia, seus habitantes da época foram, há cerca de 6.000 anos os inventores da roda, descobriram as propriedades da circunferência e verificaram que a relação entre o comprimento da circunferência dividido pelo diâmetro era aproximadamente três unidades. Os babilônicos achavam que o comprimento da circunferência era um valor intermediário entre os perímetros dos quadrados inscritos e circunscritos em um círculo, também sabiam traçar o hexágono regular inscrito e conheciam uma fórmula para achar a área do trapézio retângulo, os babilônicos também cultivaram astronomia e sabendo que o ano tem aproximadamente 360 dias, dividiram a circunferência em 360 partes iguais obtendo o grau sexagesimal.

As civilizações da antiga Mesopotâmia distribuíam-se em sumeriana, ao sul; assíria, ao norte e acadiana, ao centro. Apesar da grande diversidade cultural, com a formação do *Primeiro Império Babilônico*, criou-se um grau de unidade através da unificação religiosa, e o termo Babilônia passou a designar toda a região da Mesopotâmia e não apenas a cidade da Babilônia.

A economia dessas civilizações foi organizada em função de uma agricultura que dependia do período das cheias dos seus rios. Tinham, portanto, como problemas:

- Como estabelecer um sistema de rotação de terras.
- Como construir reservatórios de água e canais de irrigação.
- Como construir sistemas de roldanas ou manivelas.
- Como calcular o comprimento, área e volume de figuras geométricas.
- Como realizar a contagem.
- Como estabelecer um calendário.

Essas questões levaram os egípcios ao desenvolvimento de uma aritmética de caráter predominantemente aditivo, e de uma geometria da medida, como podemos constatar a partir do século XIX, através da reconstrução dos conhecimentos matemáticos contidos nos papiros descobertos. Já a matemática desenvolvida pelos babilônicos apresenta como características principais uma aritmética de contagem, uma linguagem algébrica, uma geometria que tem como suporte um tratamento algébrico e cálculos financeiros. Os babilônicos, diferentemente dos egípcios, utilizavam o sistema sexagesimal e a numeração posicional, isto é, uma numeração em que o valor de cada símbolo é dado pela posição que ele ocupa no numeral.

O papiro de Rhind, também chamado de papiro de Ahmes, contém 85 problemas e revela que a operação fundamental da aritmética egípcia era a adição. A base do sistema de numeração era decimal.

Os egípcios tinham preferência pelas frações unitárias e pela fração como podemos constatar na solução dada ao **Problema 6**. Resolviam também problemas envolvendo progressão geométrica.

No Egito, o estado centralizador e intervencionista, controlava a produção e as terras cultiváveis, utilizando-se de um regime de servidão coletiva ao farão, considerado como o senhor de todos. A afirmação:

> "*O Senhor de todos! Nossas colheitas crescem por Ti...*"
> *(Hino a Aton, obra do Farão Aquenaton.)*

revela-nos a estrutura ideológica e a mentalidade do povo egípcio, para o qual o farão era considerado um Deus. Segundo a crença predominante da época, o farão, após sua vida terrena reinaria em um outro mundo. Portanto, teria que ser embalsamado e colocado num túmulo real (a pirâmide).

Para os povos da Babilônia, os deuses eram os proprietários das terras, da cidade e os criadores da ciência. Os reis eram os seus representantes na terra, seus intermediários. Tinham, conseqüentemente, uma estrutura de organização social e política fortemente hierárquica, como os egípcios, diferenciando-se na sua relação com os deuses. Para os babilônicos, o povo devia sujeitar-se ao rei, e este devia sujeitar-se à vontade divina.

Estas formas de pensamentos dos egípcios e babilônicos colocavam os seguintes problemas:

> "*Como calcular comprimento, área e volume de figuras geométricas que permitam a construção dos templos e das pirâmides?*"

O papiro de Moscou foi escrito por um escriba desconhecido, em 1890$a.C.$, aproximadamente. Um dos seus problemas, como o **Problema 14**, mostra-nos o conhecimento que os egípcios tinham da geometria e a sua articulação com o pensamento religioso desta civilização. Na Bíblia, encontramos, no Primeiro Reis 7.23, um problema relacionando o diâmetro e a circunferência de um círculo.

> "*Fez-se o mar de metal fundido, com dez côvados de diâmetro. Era redondo, tinha cinco côvados de altura; sua circunferência media-se com um fio de* 30 *côvados*".
> (A Bíblia de Jerusalém, pg. 518)

Presume-se que, para calcular as áreas de regiões limitadas por retas, tanto os egípcios como os babilônicos estabeleciam regras partindo de transformações geométricas elementares, como cortes, agrupamentos de partes, translações e outras, até obter uma figura simples. Quanto a figuras limitadas por curvas, os poucos registros encontrados indicam o uso de aproximações de quadrados. Em um deles, encontramos o cálculo da área de um círculo através de aproximações de quadrados inscritos e circunscritos, dando como resultado a média das aproximações.

Um problema envolvendo juros, encontrado numa tabela da Babilônia, pergunta:

> "*Quanto tempo passará ao dobro uma soma de dinheiro sujeita a* 20%*de juros?*"

3.2.2 A matemática no Egito.

O povoamento do Egito antigo se desenvolveu, principalmente, no vale do rio Nilo. A base da civilização Egípcia foi a agricultura, eles aplicavam conhecimentos de matemática na sua atividade diária, o motivo que eles deram o nome de "geometria" a uma parte da matemática, significa medida da terra. A geometria dos Egípcios era evidentemente empírica, não se baseava num sistema lógico deduzido a partir de axiomas e postulados.

Os reis de Egito dividiam a terra em parcelas, quando o rio Nilo em suas enchentes periódicas consumia partes de suas terras, os agrimensores tinham que refazer as *"divisões"* e calcular quanto devia pagar o dono da parcela por conta de imposto, já que era proporcional à terra trabalhada, seus sacerdotes cultivaram a geometria aplicando-a à construção.

Há 20 séculos foi construída a "Grande Pirâmide"por um povo que possuía sem dúvida avançados conhecimentos de geometria e astronomia. A matemática Egípcia é conhecida até hoje devido seus papiros neles constam alguns problemas geométricos resolvidos tais como:

- área do triângulo isósceles;
- área do trapézio isósceles;
- área do círculo.

Além de um estudo sobre os quadrados o que faz os historiadores pensarem que os egípcios conheciam alguns casos particulares da propriedade do triângulo retângulo.

O papiro Rhind é uma coleção de exemplos matemáticos copiados pelo escriba Ahmes (seu nome às vezes é dado como A'h-mosé ou Ahmose) por volta de 1650 $a.C.$, ele explica que esses escritos são uma cópia de outros mais antigos do tempo de Ne-ma'et-Re (Amenemhet III), o que dataria o trabalho da última metade do século XIX $a.C.$ Nas palavras de abertura o escriba expõe seu propósito:

> "*Mostrar cálculos precisos, conhecimento das coisas existentes, todos os mistérios e todos os segredos*".

A escrita é hierática, uma forma menos formal do que a hieroglífica, utilizando símbolos gerais ao invés das figuras desta última. O documento é dividido em três partes, após a introdução: Problemas aritméticos; problemas geométricos e problemas variados, incluindo algumas aplicações de áreas e volumes.

The Rhind Mathematical Papyrus, publicado em 1927, inclui uma transcrição do texto do documento em hieróglifos e uma tradução para o inglês. Todo o trabalho põe em relevo os dois conceitos que caracterizam particularmente a matemática dos primitivos egípcios:

1. O uso consistente de procedimentos de adição.
2. Cálculos com frações apoiados quase que inteiramente nas "frações unitárias".

Levantaram-se várias teorias sobre os procedimentos usados pelos egípcios para obter frações unitárias, mas nenhuma delas funciona consistentemente para todos os valores.

O **Problema 41** apresenta um desafio ao estudante moderno:

> "*Achar o volume de um graneleiro cilíndrico de nove cúbitos de diâmetro e* 10 *de altura*".

Vários problemas no papiro Rhind indicam que por volta do ano 1.650 $a.C.$ os egípcios usavam um método de multiplicação que requeria apenas que se dobrassem números sucessivos e depois se fizesse a adição dos múltiplos convenientes.

A multiplicação era efetuada pelos babilônicos (pelo menos já em 2000 $a.C.$) por meio de tábuas de multiplicação próprias, sem dúvida obtidas antes por adição. O uso de tabelas de inversos (valores de $\frac{1}{n}$ para valores dados de n, ambos expressos sexagesimalmente) reduzia a operação de divisão á de multiplicação. As tábuas de inversos também permitiam um tratamento das frações que representou, um considerável avanço sobre a maneira como os egípcios lidavam com elas.

No **Problema 79** o escriba mostra a multiplicação de 2.801 por 7; uma das poucas generalizações do método é dada no **Problema 61 B**:

> "*Para achar* $\frac{2}{3}$ *de* $\frac{1}{5}$*, tome seu dobro e seu sêxtuplo, e proceda assim para qualquer fração que possa ocorrer*".

Contudo, não há nenhuma prova de que esse método sempre leve ao resultado correto.

O processo de efetuar a divisão é aparentemente muito semelhante ao método de multiplicação. No **Problema 69** é necessário dividir 1.120 por 80, o que fornece o quociente 14. As instruções são para "multiplicar 80 de modo a obter 1.120". Assim no **Problema 24**, no qual uma passagem intermediária requer a divisão de 19 por 8; uma série de problemas similares, que são essencialmente equações em uma incógnita, é ilustrada pelo **Problema 24**:

> "*Aha, seu total e sua sétima parte resultam* 19".

Exemplos de como os gregos trabalhavam com a multiplicação são dados por um matemático do século V $d.C.$, Eutocio de Ascalon, em seu comentário sobre a medida do círculo de Arquimedes. Como os numerais eram expressos na forma alfabética, cada dígito do multiplicador, a partir do maior, era aplicado sucessivamente a cada dígito do multiplicando, também a partir do maior. O passo final consistia em somar esses valores. A forma básica é portanto bastante semelhante á de hoje.

3.2.2.1 Museu de Alexandria.

Na mitologia grega, as musas eram as divindades inspiradoras das artes e das ciências. Por isso, quando criou em Alexandria o mais importante centro de ensino e pesquisa de seu tempo, o governante egípcio Ptolomeu chamou-o de Museu do "*refúgio das musas*".

Ao início da Era Helenística a ciência grega aflorou como matéria independente; não mais era considerada meramente uma parte da filosofia. Embora intelectuais atenienses continuassem a se concentrar em filosofia, história e literatura, os pensadores de Alexandria enfatizavam a ciência e a matemática. O governo egípcio encorajava-os em suas pesquisas. O rei Ptolomeu II Filadelfo ($308 - 246\,a.C$) não poupou gastos com uma Universidade - construiu um museu, um zoológico e um impressionante conjunto de edificações acadêmicas. Ademais, os reis concediam privacidade e liberdade acadêmica aos intelectuais, além de não interferirem em seus estudos.

A maior biblioteca da antiguidade foi a "*Biblioteca de Alexandria*"que reunia obras de todo o mundo antigo, todos os textos e documentos da época deveriam ter uma cópia ali, Calímaco um de seus diretores, organizou um índice de todos os textos do acervo e foram necessários mais de 100 papiros para catalogar tudo.

Mais de 500.000 manuscritos de caráter científico foram guardados na biblioteca do Museu, fundado no início do século $III\ a.C.$ E quase todos os grandes cientistas da época trabalhavam nessa instituição, entre eles estava Euclides de Alexandria.

Uma multidão de romanos, gregos e egípcios, judeus e cristãos, escravos e homens livres andava pelas ruas de Alexandria. Situada no delta do Nilo, Alexandria era um grande centro comercial e cultural. O museu da cidade era ponto de encontro de sábios de todo o Império Romano do Oriente.

O Museu funcionava como uma universidade moderna, alguns professores dedicavam-se à pesquisa, outros eram bons administradores e uma parte destacava-se pela capacidade de ensinar, Euclides fazia parte desse último grupo. Talvez por isso, desde sua publicação em 300 $a.C.$, o livro "*Elementos*" teve uma repercussão tão grande no mundo científico. Durante mais de vinte séculos os homens estudaram geometria de acordo com os ensinamentos de Euclides. A geometria que se aprende na escola do Ensino Fundamental e Médio é toda baseada nos "*Elementos*".

Dos treze livros que compõem a obra, nem todos são sobre geometria alguns tratam da teoria dos números inteiros e positivos e dois deles são dedicados à álgebra, só a Bíblia teve mais edições que os "*Elementos*".

Durante mais de setecentos anos, cientistas de todas as partes do mundo antigo freqüentaram os grandes salões do Museu de Alexandria, transformando-o num dos maiores centros científicos de todos os tempos. Entre seus mais de 500.000 manuscritos, estavam muitos rolos que contavam toda a história da matemática, desde tempos remotos até o princípio de nossa era.

A enorme influência do museu para o desenvolvimento da ciência cessou por volta do século V, como resultado das lutas que envolveram o Império Romano do Oriente. Após a morte de Hipatia, a principal dirigente do museu, outros sábios foram mortos ou desterrados, e o próprio museu foi destruído. Mas as principais obras se conservaram, entre elas estava a "*Aritmética*", uma coleção de seis livros escrita por Diofanto. Esse grande matemático viveu e trabalhou em Alexandria no século $lII\ a.C.$ Não sabemos quantos livros escreveu apenas seis de sua coleção de "*Aritmética*" restaram.

Até aquela época, os matemáticos gregos preferiam estudar geometria, apenas Diofanto se dedicou à álgebra. A história não guardou muitos dados sobre a vida de Diofanto.

Tudo o que sabemos dele estava numa dedicatória gravada em seu túmulo, com toda a certeza escrita por Hipatia:

> *Caminhante! Aqui foram sepultados os restos de Diofanto. "E os números podem mostrar":*
>
> *"Oh, milagre quão longa foi sua vida* (x)*, cuja sexta parte constituiu sua formosa infância* $(\frac{x}{6})$ *e mais, u duodécimo pedaço de sua vida havia transcorrido quando de pelos se cobriu seu rosto* $(\frac{x}{12})$ *e, a sétima parte de sua existência transcorreu em um matrimonio sem filhos* $(\frac{x}{7})$ *passou-se um qüinqüênio, e deixou-o muito feliz o nascimento de seu primeiro filho* (5) *que entregou a terra seu corpo, sua formosa*

vida, que durou somente metade da de seu pai ($\frac{x}{2}$). *E com profundo pesar desceu à sepultura, tendo sobrevivido apenas quatro ao descenso de seu filho* (4)".

Resolvendo, descobrimos que Diofanto morreu aos 84 anos e seu filho aos 42 anos.

As obras dos matemáticos da antiguidade foram introduzidas na Europa por tradutores especiais, os copistas, na realidade, brilhantes matemáticos que se tornaram verdadeiros propagandistas destas obras. Foi através desses copistas que ficamos sabendo que Diofanto de Alexandria foi o primeiro matemático a fazer uso sistemático de abreviações nos problemas e nas operações com os números.

A ciência grega alcançou seu pináculo nos cento e cinqüenta anos iniciais da Era Helenística, entre 300 e 150 $a.C.$ Depois disso teve início um longo e lento declínio acentuado em 46 $a.C.$ com o incêndio de grande parte da Universidade, em Alexandria, incluindo a biblioteca, e encerrando em 529 $d.C.$ com o fechamento das portas da Academia de Atenas. Uma combinação de causas tecnológicas, políticas, econômicas e de fatores sociais levou a esse declínio.

Nada sobrou da Biblioteca de Alexandria, os papiros, os móveis, o prédio, tudo sumiu nenhum historiador descobriu com certeza como. Alguns dizem que o fogo a destruiu em 48 $a.C.$, durante uma revolta contra Júlio César, que estava em Alexandria. Outros afirmam que foi em 390 $a.C.$

E há quem acredite que o califa Omar, em 641, mandou destruir o que restava dela. Em seu livro "*A Biblioteca Desaparecida*" de 1.988, o estudioso italiano Luciano Canfora nega todas essas versões, para ele, a biblioteca foi desmontada no século III, por ordem do imperador Aureliano.

3.2.3 A matemática na Grécia.

O povoamento da Grécia e da Península Itálica deu-se a partir do segundo milênio a.C., com a invasão dos aqueus, jônicos, dóricos e itálicos. Ambas as civilizações organizaram-se em sociedades de classes, baseadas no sistema de produção escravista.

A pobreza do solo grego e, conseqüentemente a baixa produtividade agrícola, levou os gregos a buscarem alimentos em outras regiões. Esta situação, aliada à presença do mar, possibilitou aos gregos encontrarem na navegação e na atividade de trocas a saída para sua escassez de alimentos.

O crescimento das transações comerciais e o artesanato foram fundamentais para a formação de várias cidades com governos próprios. A polis (cidade) grega abrangia o centro urbano e as terras e campos vizinhos. Nela, a exploração do trabalho escravo cresceu consideravelmente, favorecendo a formação de uma classe intermediária, os grandes comerciantes e artesãos. Conseqüentemente, isto acentuou a divisão em classes e a ausência de equilíbrio interior nas cidades.

A expansão comercial e marítima, a colonização de várias cidades do sul da Itália e a utilização da moeda, fizeram a riqueza das cidades gregas do litoral da Ásia Menor e da Grécia Balcânica e propiciaram o surgimento dos pensadores, com suas especulações filosóficas e científicas.

Os pensadores gregos introduziram uma nova forma de se perguntar pela realidade a sua volta. Em suas especulações, em seus diálogos e em seus debates, uma das formulações constantes passou a ser: a formação do universo. Introduziram o *por quê*? Em suas especulações. Criaram, assim, uma nova forma de ver o mundo.

A matemática grega nasceu no racionalismo jônico, com Tales de Mileto, no século $VIa.C.$, que desenvolveu também as bases do materialismo espontâneo ou Filosofia da Natureza.

A reconstrução desse período baseia-se em narrações fragmentadas e tradições elaboradas dos séculos posteriores.

A geometria para ser considerada ciência tiveram que passar muitos séculos, até a chegada dos gregos. Na Grécia onde se ordenavam os conhecimentos empíricos adquiridos pelo homem através dos tempos a substituição da observação e da experiência por deduções racionais, elevou a geometria ao plano rigorosamente científico, a geometria dos gregos era evidentemente empírica, não se baseava num sistema lógico deduzido a partir de axiomas e postulados. Os gregos grandes pensadores, não se contentavam em saber regras e como resolver problemas particulares eles não ficavam satisfeitos até que pudessem obter explicações racionais das questões em geral, especialmente das geométricas.

É na Grécia onde se inicia a geometria como ciência dedutiva, é provável que alguns matemáticos gregos como Tales, Heródoto, Pitágoras, etc., foram a Egito para iniciarem seus conhecimentos geométricos, estes já existentes em tal país. E a geometria como ciência dedutiva deve-se a eles.

Tales era um mercador. Visitou a Babilônia e o Egito, onde deve ter adquirido parte dos seus conhecimentos matemáticos, aos quais deu um tratamento racional, perguntando, por exemplo:

Por que, os triângulos isósceles têm dois ângulos iguais? Por que a soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180^o?

Tales sabia que os triângulos podem ter as mais variadas formas e, conseqüentemente, as medidas dos seus ângulos internos também podem ser as mais variadas. Apesar dessas diferenças, ele sabia que as medidas dos ângulos de qualquer triângulo têm sempre uma propriedade em comum: somadas dão 180^o.

Ao se perguntar por que isso acontecia, Tales deslocava-se do procedimento de ficar desenhando triângulos, para depois medir os seus ângulos e somá-los. Especulando sobre essa questão, Tales pôde demonstrar vários teoremas, sem fazer uma só medida. Utilizou apenas propriedades geométricas muito simples, já estabelecidas. Destacamos aqui o enunciado de dois deles e a demonstração do teorema sobre a medida de ângulos.

- Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.
- Em qualquer triângulo, a soma das medidas dos ângulos internos é igual a 180^o.

Na segunda metade do século VI a.C. surgiram os Pitagóricos. A escola fundada por Pitágoras, em Crotona, na Itália, tinha como preceitos: o vegetarianismo, a transmissão oral do ensino e o poder comum sobre as coisas. Diferenciou-se das demais escolas pelo papel atribuído aos números. Enquanto, para Tales de Mileto, "*Tudo é água*", para Pitágoras, motivo de explicação de todas as coisas encontrava-se no número e na harmonia.

O número exercia o papel da matéria e da forma do universo. Um ponto, os Pitagóricos chamavam de um; uma reta, de dois; uma superfície, de três e um sólido, de quatro. Donde se conclui que pontos geravam retas, que geravam superfícies, que geravam sólidos, que formavam o universo.

Assim, de acordo com os Pitagóricos, através de leis matemáticas, que traduzem os números figurados, é possível gerar figuras a partir de outras figuras. O número da forma que os Pitagóricos chamavam de número triangular, permite gerar triângulos equiláteros, a partir de outros triângulos equiláteros.

A doutrina do *atomismo* numérico da escola pitagórica não se sustentou. Foi abalada de morte por uma descoberta dentro da própria escola, a descoberta da incomensurabilidade, e pelo ataque externo dos argumentos de Zenão de Eléia, conhecidos como *Paradoxos de Zenão*.

A aplicação do teorema de Pitágoras a um triângulo retângulo isósceles mostrou que os números inteiros, os naturais de hoje, e as razões entre inteiros eram insuficientes para representar relações entre quantidades contínuas, tais como o segmento de reta.

A concepção dos números figurados e a idéia de que o espaço e o tempo podem ser pensados como consistindo cada um de elementos separados - pontos e instantes - foram atacadas por Zenão de Eléia através de quatro paradoxos: dicotomia, Aquiles e da tartaruga, flecha e estádio.

Zenão de Eléia era discípulo de Parmênides. Ambos eram da cidade de Elea, colônia grega da Itália.

Ao pensar nestes paradoxos, devemos ter em mente que os Pitagóricos admitiam como números apenas o que hoje chamamos de números naturais. Além disso, os gregos não tinham posse dos conceitos que temos hoje de movimento instantâneo, limite e séries infinitas.

A partir dos pequenos fragmentos da obra de Parmênides de Eléia e de registros posteriores pode-se reconstituir que Parmênides foi o primeiro filósofo a separar razão de opinião. Chamando o objeto puramente da razão de verdade e, a opinião, aquilo que era dado pelos sentidos, pela observação, Parmênides abriu caminho para a separação entre razão e experiência, entre teoria e prática. Influenciou todo o movimento científico posterior e as discussões em torno desta dicotomia levantada por ele.

As lutas sociais constantes refletiam a revolta dos setores populares contra os governos. O estabelecimento da democracia não amenizou a situação, visto que, na sociedade grega, o termo cidadão designava, apenas, os homens livres, adultos do sexo masculino, filhos de pais já cidadãos. Conseqüentemente, a democracia, como governo do povo, era um governo feito somente para os homens livres, que utilizavam parte do seu tempo ou todo ele para a convivência social. Era uma democracia escravista.

Após o período de guerra com os persas, que se encerrou e com a derrota destes, a cidade de Atenas transformou-se em centro cultural de toda a Grécia. As mudanças decorrentes deste período vão colocar em primeiro plano uma nova problemática, a inserção do homem no mundo, sua constituição, sua realidade e sua forma de se organizar social e politicamente.

As respostas a esta problemática e suas implicações vão dar origem a duas correntes filosóficas opostas:

- os sofistas;
- os socráticos.

Os sofistas tinham como objetivo popularizar o saber. Segundo eles, não pode haver verdade absoluta. O homem só pode conhecer a realidade concreta que se transforma a cada momento e, além disso, esse conhecimento é o resultado de sua própria elaboração, de sua interpretação.

Sócrates, Platão e Aristóteles vão debater os rumos da política, os fenômenos da natureza, de forma polarizada o bem e o mal, a verdade e a falsidade, o sentimento e a razão, o corpo e o espírito. Vão criar, com isso, um mundo extremamente dividido.

Para Platão (fins do século V $a.C.$ e primeira metade do século IV $a.C.$), existem dois mundos:

- O mundo das Idéias ou das Formas;
- O mundo das aparências.

O mundo das Idéias é o mundo dos modelos ideais, que só podem ser captados por meio da especulação. Para o homem chegar à verdade, vai nos dizer Platão, ele precisa abandonar o mundo dos sentidos e reavivar em sua alma a lembrança das Idéias. A Matemática refere-se a entidades com existência objetiva, que não se encontram no mundo empírico. As formas matemáticas pré-existiam aos objetos empíricos e à mente do matemático que, como um explorador só faz descobri-las. O mundo matemático, segundo Platão, é um mundo harmônico, por excelência, um mundo simétrico, de relações puras e absolutas, que pode servir de modelo ao mundo empírico.

Aristóteles (século IV $a.C.$) opôs-se ao idealismo platônico, demonstrando que as idéias não podem existir separadas das coisas. O homem, como todos os seres, é constituído de matéria, elemento inerte e forma, elemento vivo e ativo. Dedicou-se praticamente a todos os ramos do conhecimento e defendia o estudo das causas como a preocupação da Filosofia. Considerava que os enunciados matemáticos podem ser verdadeiros ou falsos, dependendo de sua adequação como representantes do mundo empírico. Foi o primeiro a criar um sistema formal de raciocínio, a lógica, precursora da lógica matemática, estabelecida no início do século XX.

Platão e Aristóteles escreveram em um período de crise da democracia escravista. Ambos defendiam a sociedade aristocrata e escravista.

> "*Todos aqueles que nada têm de melhor para nos oferecer que o uso do seu corpo e dos seus membros são condenados pela Natureza à escravidão*".

O pensamento filosófico e científico grego desta época produziu conceitos, teorias, métodos de raciocínio e visões do mundo que influenciaram todo o mundo ocidental posterior.

O caráter estático e imobilista da sociedade grega, aliado ao abalo sofrido pela descoberta da incomensurabilidade e pelos paradoxos de Zenão, direcionou a matemática grega à recusa de qualquer consideração sobre as questões relativas ao movimento, ao infinito e, sobretudo, à ênfase na aritmética. A matemática transformou-se em uma geometria e as questões aritméticas ganharam uma abordagem geométrica.

O exemplo desta mudança encontra-se em Eudóxio, com sua teoria das proporções, numa abordagem estritamente axiomática e geométrica.

Comparar a grandeza contínua com a unidade significa medi-la, e foi na realização deste procedimento que os Pitagóricos depararam com grandezas incomensuráveis e com os números irracionais. Eudóxio desviou-se dessa questão ao abandonar a idéia de utilizar números para medir grandezas. Em seu lugar, fez uso de uma outra grandeza de mesma natureza e da idéia de razão, que lhe permitia operar com os incomensuráveis num sentido estritamente geométrico.

- Uma razão é uma espécie de relação entre o tamanho de duas grandezas de mesma natureza. Assim, se A e B são duas grandezas de mesma espécie, a notação $\frac{A}{B}$ significa a razão entre A e B.
- Diz-se que duas razões são iguais, isto é: $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ se um equimúltiplo qualquer de A e de B é ao mesmo tempo, e respectivamente, superior, igual ou inferior a um equimúltiplo de C e D.

Segundo estas definições, só se podem operar grandezas de mesma espécie. Não pode haver nenhuma relação entre uma reta e uma superfície ou entre uma superfície e um sólido. Esta restrição permaneceu até final do século $XVII$. Estas definições possibilitam operar grandezas incomensuráveis de forma estritamente geométrica.

A ausência de equilíbrio interno das cidades gregas favoreceu o expansionismo, primeiro macedônio e, mais tarde, romano, sobre a civilização grega. A conquista da Grécia pelos Macedônios, no século $IV\ a.C.$, favoreceu a difusão da cultura grega, que, associada a elementos da cultura oriental, resultou na cultura helenista. A cidade de Alexandria no Egito tornou-se um dos principais centros difusores dessa cultura, congregando vários filósofos e cientistas, chamados por Ptolomeu para ensinar no Museu que ele criou. Entre eles encontrava-se Euclides, conhecido pela sua arte de ensinar.

De Euclides sabemos de sua fama como bom mestre e de sua obra "Elementos", marco na história da matemática, pois apresenta uma nova forma de tratar os conhecimentos matemáticos, a estrutura axiomática. Euclides reúne em seus Elementos as descobertas geométricas de seus precursores. Não se encontra em sua obra o recurso à medição de ângulos, comprimentos ou observações para o estabelecimento de relações entre as figuras geométricas. Assim, diferentemente das concepções indutivas e empíricas adotada pelos egípcios e babilônios, cuja geometria se referia diretamente a problemas de medição de terra, templos e outros problemas concretos, Euclides concebia que uma reta pode ser traçada de modo a ligar dois pontos quaisquer, independentes da possibilidade de traçá-la na realidade, devido a um obstáculo, como uma montanha, por exemplo.

Os Elementos dividem-se em 13 livros, dos quais os 6 primeiros são sobre geometria elementar, propriedades de retas e ângulos, congruência de triângulos, igualdade de áreas, teorema de Pitágoras e a teoria das proporções de Eudóxio; os três livros seguintes abordam a teoria dos números, como divisibilidade de inteiros, adição de séries geométricas e propriedades dos números primos; o 10^o contém a classificação geométrica de irracionais quadráticos e suas raízes quadráticas, e os três últimos, sobre geometria no espaço, tratam dos volumes dos paralelepípedos, do prisma, das pirâmides, da esfera e dos cinco poliedros regulares .

Euclides mantém-se no caminho aberto por Eudóxio, na apresentação da matemática desenvolvida pelos Pitagóricos e por outros matemáticos: o uso de uma linguagem geométrica. Além disso, não se preocupa em apresentar uma propriedade específica de uma determinada figura, mas em enunciar leis que todas as figuras da mesma espécie devem satisfazer. Algumas dessas leis são premissas básicas, que ele chama de postulados, outras são os teoremas, os quais ele demonstra a partir das premissas básicas.

A utilização de uma abordagem geométrica para tratar a aritmética pitagórica e a álgebra deve-se a Eudóxio e seu desvio de operar com incomensuráveis, como números. Assim, a expressão é apresentada como sendo o lado do quadrado de área A e o produto $a.b$ como sendo a área de um retângulo de lados a e b.

Neste livro ele apresentou 18 proposições referentes às medidas de figuras, as quais ele prova utilizando o método de exaustão, que consiste em esgotar a figura por meio de aproximações de outra figuras com áreas conhecidas.

O método de exaustão, utilizado por Eudóxio e depois por Arquimedes, é conhecido também por axioma de Arquimedes.

Coube a Arquimedes a primeira demonstração rigorosa da lei estabelecida entre a área do círculo e o comprimento da circunferência, famoso problema da antiguidade, conhecido como a *quadratura do círculo*, problema este que vai dar origem ao desenvolvimento da teoria da integração.

O problema da quadratura consistia em transformar qualquer figura poligonal de área S em um quadrado de área S. Através de transformações sucessivas, a figura poligonal é transformada em um triângulo de mesma área, este, em um paralelogramo de mesma área, este, em um retângulo de mesma área e, finalmente, o retângulo é transformado num quadrado com igual área.

Arquimedes destaca-se, principalmente, pela sua articulação entre uma matemática aplicada e uma matemática abstrata, diferenciando-se, assim, do rumo da matemática grega de até então. Segundo Platão, havia uma matemática abstrata, de alcance somente dos intelectuais, e uma matemática útil, destinada aos comerciantes e artesãos. Arquimedes apresenta, em seus textos, uma originalidade de raciocínio articulada com técnicas de cálculos e rigor na demonstração dos seus teoremas.

Arquimedes inscreveu um hexágono regular em um círculo e, depois, de duplicação em duplicação, foi inscrevendo no círculo polígonos com um número de lados cada vez maior até chegar a 96 lados. Calculou o perímetro dos polígonos regulares inscritos e obteve, assim, uma boa aproximação por falta para. De modo análogo, Arquimedes foi circunscrevendo polígonos regulares no círculo até obter uma boa aproximação por *excesso para*.

O resultado do seu cálculo foi uma aproximação *para entre*. Os métodos desenvolvidos por Arquimedes para obter áreas de regiões limitadas por curvas constituíram como ponto de partida para o conceito de integração no século $XVIII$.

Uma outra característica do pensamento de Arquimedes foi a introdução do movimento e de algumas curvas descritas pelos movimentos, como problemáticas que mereciam consideração. Em seu trabalho Sobre Espirais, ele nos mostra o primeiro caso de tangente em um ponto de uma curva, que não era o círculo. Suas idéias vão dar origem, no século$XVIII$, ao conceito de derivada e, juntamente com o conceito de integração, ao desenvolvimento de um novo ramo da matemática - o cálculo diferencial e integral.

A matemática helenista, considerada por muitos como dominada por uma tradição platônica e aristotélica, tem com o trabalho de Arquimedes a prova de que este domínio teve suas exceções.

O crescimento das cidades romanas vai levar, no século $III\ a.C.$, à expansão do Império Romano, cuja maior preocupação era com a vida social e política.

O império Romano dividiu-se naturalmente numa parte ocidental, de agricultura extensiva, mantida pelo trabalho escravo, e uma parte oriental, de agricultura intensiva, que dispensava o uso de mão-de-obra escrava. A classe dos donos de escravos, que se enriquecia cada vez mais, não tinha interesse por descobertas técnico-científicas. Neste contexto, a vida intelectual dos romanos foi-se direcionando para uma filosofia social e política. Criaram um sistema de leis e códigos que prevalecem até hoje.

Se o pensamento filosófico dos gregos constituiu o solo base da formação do nosso pensamento, isto é, do pensamento Ocidental, o modelo jurídico, político e administrativo desenvolvido pelos romanos tornou-se o modelo, por excelência, a regular a organização social e política do homem ocidental.

Dentre os movimentos filosóficos, o estoicismo, fundado por Zenão, ganhou um novo vigor durante o período helenista. O mundo, segundo os estóicos, é constituído por dois elementos primordiais: a matéria, regida pela inércia, e o Logos, regido pelo princípio ativo. Consistia numa doutrina moralista, que considerava como fim último do homem a prática da virtude e a recusa de qualquer concessão aos sentimentos.

O epicurismo visava libertar o homem dos seus medos para que este pudesse encontrar, no verdadeiro prazer, regido por uma ética e uma moral, o sentido da vida. Sua concepção materialista das coisas e mecanicista dos fenômenos da natureza, os quais são restritos ao movimento e à sua lei, esteve muito presente no mundo romano.

Em seu projeto imperial, Roma buscava uma reorganização urbana, que exigia o desenvolvimento de uma matemática prática, encontrada na obra de Marcus Vitruvius sobre arquitetura.

Por outro lado, enquanto o Império Romano se manteve estável, apesar do domínio político e econômico sobre toda a região, no que concernia ao desenvolvimento das idéias e, sobretudo à religião, ele se manteve extremamente tolerante.

A matemática e a filosofia continuaram a se desenvolver durante este período de expansão e domínio do Império Romano, enquanto Alexandria se preservou como o grande centro cultural da matemática antiga. A matemática desenvolvida neste centro foi fortemente influenciada pelas idéias de Euclides, Platão e Aristóteles, com demonstrações geométricas abstratas de um lado e, de outro, pela matemática egito - babilônica, com uma aritmética computacional e uma álgebra elementar.

Apolônio de Perga, com seus estudos sobre as cônicas, apresenta um tratado sobre a parábola, a elipse e a hipérbole, introduzidas como seções de um cone circular. As seções cônicas já eram conhecidas quando Apolônio escreveu seus estudos sobre as curvas, dando-lhes uma abordagem completamente nova, que mais se aproxima do ponto de vista moderno do que da abordagem dada por matemáticos de sua época, como Euclides.

Cláudio Ptolomeu, conhecido por sua obra de astronomia A Coleção Matemática, utilizou a geometria para o estudo das órbitas do planeta, tendo a terra como centro de referência. Chamada pelos árabes de Almagesto, que quer dizer, a maior, sua obra apresenta uma descrição matemática do funcionamento do sistema solar. Os Capítulos 10 e 11 apresentam um desenvolvimento da trigonometria do seno e coseno de dois ângulos e um começo da trigonometria esférica.

Diofanto, em sua obra "*A Arithmetica*", apresenta uma coleção de 150 problemas de natureza algébrica cuja resolução foi feita com a utilização de uma notação algébrica. Seu trabalho constitui um exemplo da sobrevivência da antiga álgebra da Babilônia, em meio ao brilho da matemática grega. Sua análise consiste em encontrar respostas para equações indeterminadas, entre as quais:

A falta de mão-de-obra escrava e as altas taxas de juros e tributos levaram à diminuição do volume de trocas de mercadorias entre o campo e as cidades e, conseqüentemente, ao declínio das cidades e êxodo dos seus moradores em direção ao campo, para viverem sob a dependência de um grande proprietário de terra. Como conseqüência desta situação crítica vivida apenas pela parte Ocidental do Império, a unidade do mesmo foi se fragmentando, e sua parte ocidental se desmoronou.

Com o declínio do Império Romano, a escola de Alexandria foi desaparecendo e a matemática grega, que teve seu início no século $VII\ a.C.$ e viajou da Jônia à ponta da Itália, de Atenas à Alexandria, perdeu o seu vigor e o seu ritmo de produção. O centro de investigação matemática deslocou-se para o Oriente, ficando restrita no ocidente a pouquíssimos trabalhos, só retornando com vigor séculos mais tarde.

3.3 MATEMÁTICA E LÓGICA: Objeto histórico

Podemos pensar a lógica como - o estudo do raciocínio correto. O raciocínio é o processo de obter conclusões a partir de suposições ou fatos; o raciocínio correto é aquele onde as conclusões seguem-se necessária e inevitavelmente das suposições ou fatos.

A lógica procura estudar as coisas da mente, e não as coisas reais. Por exemplo, quando dizemos: arco-íris bonito, sol distante, praia suave são classificações que damos às coisas. Aplicamos lógica na filosofia, matemática, computação, física entre outros.

- Na filosofia, para determinar se um dado raciocínio é válido ou não, pois uma frase pode ter diferentes interpretações, não obstante a lógica permite saber o significado correto.
- Nas matemáticas, para demonstrar teoremas e inferir resultados corretos que podam ser aplicados nas pesquisas.
- Na computação, para determinar se um determinado "programa"é correto ou não.
- Na física, para obter conclusões de experimentos.

Em geral a lógica aplicamos nas tarefas do dia-dia, qualquer trabalho que realizarmos tem um procedimento lógico.

A lógica é somente mais uma teoria do pensamento; Aristóteles é considerado o criador da lógica, porem o nome "lógica"veio bem depois. No início ela não tinha um nome.

3.3.1 Uma classificação da lógica

Lógica Indutiva.

Aristóteles também elaborou a argumentação lógica indutiva vejamos o seguinte exemplo:

> "*A baleia, o homem e o cãozinho são mamíferos*".
> "*A baleia, o homem e o cãozinho mamam*".
> "*Logo, os mamíferos mamam*".

Ou seja, de enunciados singulares chegamos a um universal. Esta lógica é útil no estudo da teoria da probabilidade, não será abordada.

Lógica Dedutiva.

A lógica dedutiva de Aristóteles é da forma:

> "*Se todos os humanos são mortais, e*".
> "*Todos os gregos são humanos*".
> "*Então, todos os gregos são mortais*".

Esta lógica dedutiva pode ser dividida em:

Lógica clássica : Considerada como o núcleo da lógica dedutiva. É o que chamamos hoje de "Cálculo de predicados de primeira ordem"com ou sem igualdade e de alguns de seus subsistemas. Três princípios (entre outros) regem a lógica clássica: da identidade, da contradição e do terceiro excluído os quais serão abordados mais adiante.

Lógicas complementares da clássica : Estas complementam de algum modo à lógica clássica estendendo o seu domínio. Estas são: lógica modal, lógica deôntica, lógica epistêmica entre outras.

Lógicas não-clássicas : Assim caracterizado por derrogarem algum ou alguns dos princípios da lógica clássica. Sendo estas: lógica paracompleta e lógica intuicionista (derrogam o princípio do terceiro excluído); lógica paraconsistente (derrogam o princípio da contradição); lógica não-alética (derrogam o terceiro excluído e o da contradição); lógica não-reflexiva (derrogam o princípio da identidade); lógica probabilística, lógica polivalente, lógica fuzzy entre outras.

3.3.2 O que a lógica não é?

Vale fazer alguns comentários sobre o que a lógica não é.

Primeiro : a lógica não é uma lei absoluta que governa o universo. Muitas pessoas, no passado, concluíram que se algo era logicamente impossível (dada a ciência da época), então seria sempre literalmente impossível. Acreditava-se também que a geometria euclidiana era uma lei universal; afinal, era logicamente consistente. Mas sabemos que tais regras geométricas não são universais.

Segundo : a lógica não é um conjunto de regras que governa o comportamento humano. Pessoas podem possuir objetivos logicamente conflitantes. Por exemplo:

"*Pedro quer falar com o Coordenador do Curso*".
"*O Coordenador é Carlos*".
"*Logo, Pedro quer falar com Carlos.*

Infelizmente, pode ser que Pedro também deseje, por outros motivos, evitar contato com Carlos, tornando seu objetivo conflitante. Isso significa que a resposta lógica nem sempre é praticável.

3.3.3 O que é a lógica matemática?

Tem-se tentado caracterizar a matemática ao longo dos tempos, quer quanto a seu conteúdo, ou a sua forma e métodos; acontece que a matemática constantemente está evoluindo com novas teorias, assim é mais proveitoso caracterizar estes conhecimentos matemáticos quanto à natureza de seus conteúdos.

No inicio do século XIX tentou-se caracterizar as matemáticas como uma ciência da quantidade, embora esta concepção ainda perdure na mente da maioria das pessoas esta errada. Com o desenvolvimento de novas teorias como, por exemplo:

- Teorias algébricas ou de ordens;
- Estruturas topológicas;
- A moderna teoria da medida;
- A teoria dos conjuntos, etc.

Todas estas novas teorias foram se impondo de modo natural, de modo que a fines do século XIX muitas disciplinas matemáticas são denominadas pela idéia de estrutura de tal modo que desde que N. Bourbaki[1] começou a publicar seu tratado "*Éléments de Mathématique*"em 1939, a matemática é concebida como a ciência das estruturas.

Os lógicos profissionais preferem desenvolver e aplicar a lógica matemática a defini-la, mas, quando instados, encaram sua atividade como relativa essencialmente a um ou a outro dos aspectos seguintes:

Aspecto explicativo : a lógica matemática é um sofisticado instrumento da análise e ulterior formalização de fragmentos dos discursos coloquiais das ciências, em particular na matemática (competindo parcialmente com a lingüística geral).

Aspecto calculativo : a lógica matemática considerada como instrumento do cálculo formal destinado a substituir a argumentação indutiva e formal.

[1]Nicolas Bourbaki (1936-): Seu nome está escrito em grego, sua nacionalidade é francesa e sua história muito curiosa [18]. Foi um dos matemáticos mais influentes do século XX, existem muitas lendas sobre ele

a) Em que consiste a demonstração de uma proposição q a partir de certas hipóteses p?

b) Em que consiste a não demonstração de q a partir de p?

c) Em que consiste a indecibilidade do problema da demonstrabilidade de q a partir de p?

Os ramos da lógica matemática organizam-se pelos seus aspectos em cinco ramos com suas especificações próprias interligados entre sim a saber:

i) Teoria da demonstração;

ii) teoria dos conjuntos;

iii) teoria dos modelos;

iv) teoria da computabilidade;

v) lógica matemática intuicionista/construtivista.

3.3.4 Uma classificação da lógica matemática

Apresentamos a evolução da lógica na base da divisão de etapas proposta por Henri Poincaré, entendendo que a lógica e as matemáticas sempre estão relacionadas estreitamente.

Henri Poincaré apresenta uma análise interessante da história da lógica. Poincaré tara de enlaçar a lógica e as matemáticas mediante os aspectos derivados de Sistemas de Informação Tecnológica; mostra como sob grandes épocas, a enfâce mudou do rigor e formalidade a pragmatismo e criatividade das aplicações poderosas da lógica. As quatro grandes épocas de Poincaré e, para as quais agrega-se a informação que clarifique cada uma delas são:

I Nascimento das Matemáticas e da Lógica $(600 - 300a.C.)$

II Matemáticas e Ciência $(1500 - 1800)\cdot$

III Formalização das Matemáticas $(1821 - 1940)$.

IV Revolução Digital (1940 - 2005)

3.3.5 Antes de Cristo

É difícil saber quando se inicio o estudo da lógica, não obstante existe farta informação sobre a lógica e suas origens; em particular na internet. Ao se tratar de determinar uma data da origem da lógica, chega-se à conclusão de que (como no caso de todas as ciências); isto ocorreu durante a aparição do homem primitivo. Isto pelo fato que, sendo a lógica uma ciência do raciocínio e a inferência, é sensato pensar que com o surgimento do primeiro homem com capacidade de raciocinar e obter deduções ou inferências, erradas ou não, nesse mesmo momento apareceu a semente da lógica.

De fato o homem é distinguido do resto dos animais pela sua capacidade de raciocínio lógico, isto é, pela sua capacidade de pensamento - ou capacidades lógicas- isto é, raciocinar, deduzir, inferir, tal situação aconteceu porque o homem mesmo estabeleceu (unilateralmente) que é precisamente ele, quem tem a capacidade de raciocínio mais alto na espécie animal.

Período I

Nascimento das Matemáticas e da Lógica $(600 - 300a.C.)$ Durante este período os gregos estabeleceram as matemáticas como um processo dedutivo e de raciocínio lógico. A este período se conhece também como o período dos Matemáticos Gregos Clássicos.

Deste período dos matemáticos gregos clássicos, um dos mais conhecidos é Platão, devido a seus famosos livros "Os diálogos"e a "Republica". Platão nasceu em Atenas aproximadamente em 429 a.C.

O filósofo grego, mais representativo desta época é sem lugar duvidas Aristóteles de Estagira (384 - 322 a.C.) (hoje Estavo) na Macedônia, quem propus o raciocínio dedutivo a partir dos silogismos aristotélicos. Seus escritos foram reunidos na obra denominada "Organon"ou "Instrumento da Ciência".

Aristóteles criou a ciência da lógica cuja essência era a teoria do silogismo (certa forma de argumento válido). Para Aristóteles, a lógica seria um modo a ser usado para as pessoas poderem raciocinar com segurança (evitando errar).

Observe um exemplo da lógica dedutiva de Aristóteles:

> Todo planeta é quadrado.
> A Terra é um planeta.
> Logo, a Terra é quadrada.

Isto é a lógica dedutiva pelo fato que ao começar com algumas informações, pode-se chegar a uma conclusão (deduzir!); esta investigação é chamada de "silogismo".

Esta lógica não se preocupa com o fato de a Terra ser quadrada, mesmo que se saiba que ela é redonda. Pouco importa, ela aceita a informação que lhe foi dada. Mas exige que o raciocínio esteja correto. Preocupa-se com a forma: A = B, então, B = A. Ela não presta atenção ao conteúdo: A ou B podem ser planetas, burros, plantas, etc. Por isso, esta lógica é formal (de forma) e dedutiva (de dedução).

A nossa lógica formal dedutiva funciona assim: a partir de uma seqüência de orações verdadeiras chegamos a uma conclusão verdadeira; a lógica sempre usa uma linguagem exata (símbolos, sinais). Isso simplifica e facilita seu estudo.

Curiosamente Aristóteles não era inicialmente um matemático, era físico amante da anatomia. Seu alto poder de observação e capacidade dedutiva levou segundo conta ele a ter rivalidade com seu mestre Platão quem a sua vez era um estudioso de Pitágoras de Samos (famoso pelo teorema de Pitágoras) e discípulo de Sócrates. Embora seja comum referir-se a Pitágoras como "de Samos", se esta seguro que ele haja nascido precisamente em Samos também se acredita que o lugar de nascimento de Pitágoras foi a costa da Ásia Menor.

Na Grécia, distinguiram-se duas grandes escolas de lógica, a:

- Peripatética que derivava da escola fundada por Aristóteles.
- Estóica fundada por Zenão (326 - 264 a:C.).

A escola Estóica foi desenvolvida por Crisipo (280 - 250 a.C) a partir da escola Megária fundada por Euclides, (seguidor de Sócrates). Segundo Kneale e Kneale (O Desenvolvimento da lógica), houve durante muitos anos certa rivalidade entre os Peripatéticos e os Megários e isto talvez tenha prejudicado o desenvolvimento da lógica, embora na verdade as teorias destas escolas fossem complementares.

3.3.6 Depois de Cristo

Período II

Considerado como o período II na classificação de Henri Poincaré corresponde ao das Matemáticas e Ciência (1500 - 1800) O rigor intelectual do renascimento da origem a uma nova ciência com base na matemática.

Deste modo surge a geometria das coordenadas (geometria analítica) de René Descartes (1596-1650) e o calculo diferencial e integral de Gottfried W. Von Leibinz. Descartes formulou quatro regras à que se deve sujeitar qualquer pesquisa científica.

- Somente pode-se admitir como verdadeiro aquilo que é evidente e está demonstrado.
- É indispensável dividir o complexo em tantas partes seja possível.
- Proceder do simples a o complexo, do mais evidente ao menos evidente.
- Investigar o objeto de estudo em todos seus detalhes e pormenores.

Leibniz ($1646 - 1716$) merece ser citado, apesar de seus trabalhos terem tido pouca influência nos 200 anos seguidos e só foram apreciados e conhecidos no século XIX. Toda a época compreendida entre ($390\, a.C\ : a\ 1840\, d.C$) segundo Henri Poincaré a classifica como o período Aristotélico.

Período III

Também conhecido como o período da Formalização das Matemáticas (1821 - 1940).

Um grande passo no desenvolvimento da lógica o deu Gotlob Frege ($1848 - 1925$) com sua obra "Begriffsschrift"de 1879. As idéias de Frege só foram reconhecidas pelos lógicos mais ou menos a partir de 1905. É devido a Frege o desenvolvimento da lógica que se seguiu. Giuseppe Peano ($1858 - 1932$) e sua escola com Burali Forti, Vacca, Pieri, Pádoa, Vailati, etc. Quase toda a simbologia da matemática se deve a essa escola italiana.

Devido a influencia dos filósofos Giuseppe Peano e Hilbert, durante o século XIX as matemáticas se caracterizam pelo rigor. Peano o criador da lógica simbólica e Hilbert criador da escola formal. De acordo com esta escola, qualquer enunciado verdadeiro, deve poder ser deduzido dos axiomas do sistema.

Peano realiza uma analise do processo demonstrativo da matemática. Estabelece a formulação axiomática da aritmética através de seus famosos axiomas de Peano, os quais definem os números naturais em termos da teoria de conjuntos, surgindo assim a lógica matemática. Peano também cria a linguagem internacional denominado interlíngua, considerado como vocabulário oi Inglês, francês, alemão e latim. Ainda quando Peano é o fundador da lógica matemática, é considerado o alemão Gottlob Frege como o padre da Lógica matemática.

Período Booleano (±1840 **a** ±1910)

Nasce neste período a lógica Booleana de George Boole (1815 – 1864). Ele entusiasta pela lógica e matemática em geral cresce, as matemáticas então colocadas sob fundamentos firmes e finalmente formalizadas. Boole definiu o que atualmente conhecemos como lógica booleana na qual somente se trabalha com dois valores: falso e verdadeiro (1 e 0). Ele introduz a álgebra da lógica e formula as leis do calculo proposicional.

Um avanço importante se obtém então com Augustus de Morgan (1806 – 1871), que fez uma analise das leis, símbolos e operações da matemática. Inventa a expressa "indução matemática", expressa rigorosamente as leis distributivas da negação. Morgan obtém as famosas leis de Morgan usadas at´pe o momento nos processos da dedução da lógica moderna.

George Boole e Augustus de Morgam publicaram os fundamentos da chamada: "Álgebra da lógica", respectivamente com "Mathematical Analysis of Logic"e "Formal Logic".

Surge o *Cálculo de Seqüentes* de Gentzen,, vigente até nossos dias e utilizado como método de dedução natural. Gentzen,foi discípulo de eminentes matemáticos como Courant, Landau e o próprio Hilbert, para quem trabalhou como seu assistente até 1934 na universidade de Gottingen, na Alemanha, conta-se que voltou a trabalhar com ele de 1939 a 1943. O sistema da dedução natural o Cálculo de Seqüentes foi objeto de estudo até nossos dias, por parte dos estudiosos da demonstração automática de teoremas de inteligência artificial.

No obstante neste período com as idéias dos filósofos como Russell y Gödel projetam, de acordo com a lógica mesma, imitações no só a lógica porem a ciência em geral: existem verdades que não podem ser deduzidas de todos os sistemas axiomáticos (sistemas incompletos).

Bertrand Russell realizou grandes contribuições à lógica formal, incluindo seu famoso paradoxo de Russell, o qual foi um golpe terrível à teoria de conjuntos clássica. Neste paradoxo Russell manifesta a impossibilidade de evaluar expressões para determinados conjuntos, ao definir o conjunto de todos os conjuntos os quais não são membros deles mesmos.

Para tal conjunto, se este existe, ele será um membro de si mesmo, se e somente se ele não é membro de se mesmo. Conseqüentemente, se tem contradição. Até agora se fizeram intentos por resolver este paradoxo, incluso ele mesmo inclui uma solução em sua famosa "Teoria de Tipos", onde a idéia básica é a de estabelecer tipos de classes ou bem objetos os quais podem conter tipos ou classes (ou objetos) de hierarquia inferior e onde um tipo (classe ou objeto) não se pode conter assim mesmo.

A "*Teoria de Tipos*"de Russell, fez possível a criação da linguagem de especificação moderna, (surgido a partir dos 1980's) e a metodologia de desenho e programação conhecida como *Orientada a Objetos* e que surgiu desde os 1970's com a linguagem *modula* e que se fez popular nos 1990's. Bertrand Russell escreveu varias obras importantes. "*The Principles*"em 1903, onde introduz sua famosa Teoria de Tipos e em 1908 seu artículo "*Mathematical Logic as Based on* *the Theory of Types*". Alem disso, conjuntamente com Alfred North Whitehead, escribe em 1913 sua obra monumental "*Principia Mathematica*".

Kurt Gödel (1906 – 1978) expõe seus teoremas de *Incompletez* e *Completez*, os quais tratam propriedades de sistemas de enunciados consistentes e/ou completos. Estes teoremas, ainda quando som pouco conhecidos para a gente comum e corrente, são de uma enorme transcendência científica, já que fez abordagens que envolvem no só a lógica, sino a ciência em general. Por sua relevância, estes teoremas foram sido comparados em importância nas abordagens de Einstein sobre a *Teoria da Relatividade* e a *Mecânica Estatística*. Isto traz um auge para a Lógica Formal, pero também seus primeiros descalabros. Existem por tanto sociedades sobre Kurt Gödel, que se dedicam a analisar sua obra.

Mais tarde, Bacon e Stuart Mill aprofundaram esses ensinamentos e dividiram a lógica em três áreas:

- Formal: Aquela que acabamos de explicar.
- Transcendental: Esta lógica estuda as condições que dão base ao nosso conhecimento. Kant explicou que o intelecto tende a colocar tudo em ordem, cada tijolinho no lugar. Aliás, cada pessoa já possui uma lógica natural ao interpretar e classificar o que ela vive.
- Matemática: Os filósofos desenvolveram a lógica matemática há pouco tempo (Frege, Peano, Russell e outros). Ela origina fórmulas de outras fórmulas, é puro cálculo. São regras e mais regras inventadas, como jogos de cartas.

Hegel, no entanto, achava que a lógica referia-se ao pensamento e à realidade; disse que:

> "Tudo o que é racional é real e tudo o que é real é racional".

Período IV

Também conhecido como o período da Revolução Digital (1940 – 2005). Começa com a invenção do computador digital, o que nos leva ao acesso universal a redes, conectadas a processadores digitais poderosos e sistemas multimídia, entre outros. A informação transforma a economia e a sociedade em geral.

Alan Mathison Turing (1912 – 1954), estabelece a relação entre a lógica e a computação eletrônica. Planeja-se a famosa *Máquina de Turing*, a qual é a base da Teoria da Computação atual. Turing é, por tanto, considerado o pai da Teoria da Computação. Também Turing planejou sua famosa Prova de Turing, a qual é muito conhecida hoje em dia em Inteligência Artificial. Nesta proba, Turing questiona si será possível distinguir a uma máquina de um ser humano quando nos proporciona informação sem que se saiba com antecedência de quem se trata.

Norbert Weiner (1894 – 1964) funda a ciência da cibernética e estabelece o desenvolvimento da lógica experimental, por sua parte, Alfred Tarski (1902 – 1983) estabelece a fundamentação da metalógica e a meta-matemática e desenvolve também um tratamento semântico da verdade. Finalmente Wang Hao (1921–), quem foi um biógrafo e seguidor de Gödel, formula um algoritmo que permite decidir quando uma fórmula do Cálculo Proposicional é um teorema. Na escola moderna da computação encontramos lógicos que permitiram avances importantes afortunadamente todos eles ainda estão vivos. Hoare apresenta um sistema axiomático dos sistemas de programação e Dijkstra um sistema de verificação e dedução de programas a partir de especificações.

Os métodos de Hoare atualmente permitiram a especificação de sistemas distribuídos e concorrentes. Por outro lado James Allen, A. Pnuelli e Mac Dermott, fizeram proposições sobre lógica Temporal e Modal que permitam o desenvolvimento de sistemas de planificação, onde considerar o tempo é crucial. Atualmente os sistemas multiagentes utilizam sistemas formais apoiados em lógica modal e temporal de Allen, Pnuelli, Mac Dermott ou alguma variação de eles.

Período V

É conhecido como o período da Revolução Lógica (2005−?). A revolução digital proporciona os fundamentos econômicos e tecnológicos para a transformação de redes globais de computadores em sistemas inteligentes, os quais usam a lógica e os métodos formais (baseados em métodos matemáticos) para suportar nosso trabalho, educação e entretenimento. Entre a informação relacionada com as épocas I e II podemos citar a John Harrison, que apresenta uma história da lógica formal, este documento é na verdade parte de seu artigo "Formalized Mathematics". A pagina LogicAL (Logic,Philosophy, and Artificial Life Resources), tem informação interessante sobre a história da lógica e sua conexão com métodos não determinísticos, como Redes Neurais por exemplo

3.3.7 História da lógica na Internet

Existem centros e institutos de pesquisas que consagram a maior parte de seu esforço à história das matemáticas conseqüentemente à lógica. Por outro lado, contar com endereços sobre a evolução da lógica, também nos enlaça as diversas áreas da lógica e da lógica formal e a suas principais aplicações nas ciências computacionais. Assim mesmo, consideramos que o saber desta informação organizada, evocando em forma paralela a historia e evolução da lógica, pode resultar de utilidade para aqueles que se adentram nesta área.

A escola de matemática e ciências computacionais da universidade de St. Andrews na Escócia tem uma coleção de mais de 1000 biografias e artigos históricos sobre matemática. Em particular a página Turnbull (ou Mac Tutor) da Universidade de St. Andrews têm diversos tópicos relacionados com a história da matemática e desde logo a lógica (pode-=se encontrar um panorama geral da historia da matemática)

3.4 NÚMEROS E FILOSOFIAS ESTRITAS ACERCA DOS NÚMEROS

Tem sido comum, desde os tempos de Euclides, apresentar a geometria na forma de um sistema axiomático. Alguns outros modos de apresentar a geometria foram adotados pelos matemáticos modernos; o critério axiomático, no entanto, continuou a ser utilizado, de modo amplo, servindo para apresentar esta matéria aos estudantes [32].

A nossa matemática dos números, porém, não tem sido tradicionalmente organizada em forma axiomática. A Aritmética a Álgebra do colégio, bem como certos tópicos da análise, digamos o cálculo diferencial e o cálculo integral, foram, de hábito, apresentados na forma de sistemas axiomatizados de leis. A diferença deve-se a uma espécie de acidente histórico.

Nasce do fato de a nossa moderna matemática dos números ter-se originado da matemática dos gregos. Os gregos trataram, em verdade, de problemas numéricos, dando-lhes, entretanto, interpretações geométricas; em outras palavras, ao cogitarem de uma questão acerca das áreas de duas figuras. Os babilônios, os hindus e árabes (a quem devemos a palavra "*álgebra"*), contudo, introduziram , gradualmente, símbolos e regras de cálculo que tornaram possível tratar das questões numéricas de um modo mais abstrato e eficiente do que era viável para os gregos.

Os babilônios, os hindus e os árabes, não obstante, como era típico na matemática oriental, não se preocupavam muito com demonstrações nem com a organização de seus conhecimentos acerca dos números, de modo a colocá-los em forma axiomática. Aconteceu, então que a geometria passou a ser ensinada, através da *Idade Média* e do início da era mo-derna, com a forma axiomatizado que lhe havia dado Euclides, enquanto a matemática dos números passou a ser ensinada como coleção, comparativamente desconexa, de leis e de regras de calcular. Essa situação está, por fim, sofrendo alterações; um dos traços marcantes da matemática do século XX é o crescente emprego do método axiomático, aplicado a outros setores da matéria e não apenas à geometria.

Desde os seus primórdios, o desenvolvimento da matemática dos números deve ter dado origem a uma perplexidade filosófica. Os números inteiros, 1, 2, 3, $\cdots$, não são, por certo, muito embaraçosos, já que a sua legitimidade parece-nos clara quando contamos os animais de uma horda ou os reis de uma dinastia. As frações também não são muito perturbadoras, já que as podemos encarar como quocientes de números inteiros, muito úteis para comparar tamanhos de terras ou durações de tempo.

Podemos imaginar, porém, que deve ter havido um movimento de inquietação quando os babilônios, desejando referir-se ao resultado obtido ao subtrair um número dele mesmo, introduziram o símbolo para o zero, tratando-o, depois, como se o zero fosse um dos números inteiros. Zero parece o vazio, é como o nada; como é possível, pois, fazer referências ao zero, admitindo que seria alguma coisa, um número genuíno ? A inquietação decresceu gradualmente, sem dúvida, quando se percebeu que o zero é adequado para "*contar*" o número de animais de um campo vazio ou o número de reis de um período republicano.

A introdução de símbolos para os números negativos parecem ser, de algum modo, números que não estão aí, fantasmas imaginários de números. Seria legítimo chamá-los números ? Nos tempos modernos, a introdução de símbolos para os números imaginários, despertou questões semelhantes. Mesmo que se admita a legitimidade de um discurso acerca de números negativos, não seria ir longe demais falar da raiz quadrada de menos um como se fora um número ? Não seria mais sensato dizer que menos um não admite raiz quadrada ?

A perplexidade filosófica criadas pelas várias espécies de números reduziram-se consideravelmente graças ao trabalho dos matemáticos do século XIX, de que resultou uma teoria unificada dos números. A importante conquista desses matemáticos foi mostrarem de que maneira as teorias matemáticas relativas a tipos mais sofisticados de números podiam ser "*reduzidas*", ou "*elaboradas*" a partir de teorias relativas apenas aos números de espécie básica. Em outras palavras, aqueles matemáticos revelaram de que modo cada um dos tipos mais complicados de números, bem como as operações (como a adição e a multiplicação) que com tais números se efetuam, podiam ser definidos em termos dos números inteiros e das operações que com estes se efetuam. Mostraram que isso é viável e que pode ser feito de tal maneira a tornar as leis que governam as espécies mais sofisticadas de números dedutível das leis que governam os números inteiros.

Essa conquista foi denominada *aritmetização* da análise , pois trata de revelar de que modo as partes da matemática reunidas sob o título de análise podem ser "reduzidas" à parte elementar da aritmética (ou teoria elementar dos números, como também é chamada) suplementada por algumas noções a que faremos em seguida. A teoria unificada dos números como elementos de uma única família, todas elas resultantes de uma espécie comum e todas submetidas às leis que decorrem, dedutivamente, das leis que valem para a espécie comum. Se aceitamos essa teoria unificada dos números, não precisamos alimentar dúvidas especiais concernentes às espécies mais elaboradas de números; as dúvidas que restarem poderão ser concentradas apenas sobre os números naturais, isto é, aqueles números que utilizamos para fazer contagens. Examinemos, de modo rápido, a maneira como poderíamos "*reduzir*" os tipos superiores de números.

3.4.1 Os números naturais.

Os números $0, 1, 2, 3, \cdots$, constituirão a nossa espécie fundamental de números; são chamados números naturais. Infelizmente a expressão é um pouco ambígua, pois alguns autores incluem o zero entre os naturais, enquanto outros não o fazem, mas não nos preocupemos com isso. A idéia intuitiva que temos dos números naturais é que são todos os números cada um dos quais pode ser obtido principiando com o zero e somando um, tantas vezes quantas forem necessárias.

O matemático italiano Peano foi o primeiro a organizar as leis fundamentais desses números em um corpo axiomático; o seu conjunto de cinco axiomas é notável. Examinemos esses axiomas para conhecermos mais de perto os números naturais e para vermos, em seguida de que modos outras espécies de números podem ser reduzidas à espécie natural. Os axiomas de Peano, postos em palavras, são estes:

1. Zero é um número natural.

2. O sucessor imediato de qualquer número natural é também um número natural.

3. Números naturais distintos nunca têm o mesmo sucessor imediato.

4. Zero não é o sucessor imediato de qualquer número natural.

5. Se algo vale para zero e, valendo para um dado número, também vale para o seu sucessor imediato , valerá , ainda, para todos os números naturais.

Esses axiomas contêm três termos não-definidos: "*zero", "sucessor imediato"* e "*número natural*". Os axiomas, por si mesmos, não nos revelam o que tais termos devam significar (embora entrelacem quaisquer significados que os termos possam ter) e não nos dão qualquer evidência a favor do fato de os termos poderem referir-se a qualquer coisa real.

Se desejarmos aceitar os axiomas como verdadeiros, será preciso que fixemos os significados e forneçamos, por nossa conta, essa evidência. Na base do emprego desses termos e, em tais axiomas, está a hipótese tácita de que "zero" se refere, realmente, a alguma entidade bem definida, dentre as que estão sob exame e de que, para cada uma dessas entidades em tela, existe, de fato, apenas uma entidade que é sue sucessor imediato. Segue-se dos axiomas, também, que zero, seu sucessor, o sucessor deste, e assim por diante, são, todos, números naturais; segue-se ainda (em vista do quinto axioma) que nada mais será um número natural.

Dos axiomas deflui que deve haver uma infinidade de números naturais, já que a sucessão não pode ser interrompida nem pode, em círculo, retornar ao ponto de partida (porquanto zero não é o sucessor imediato de um número natural). O quinto axioma é particularmente importante porque expressa o pressuposto em que se assenta a indução matemática (uma importante forma de raciocínio matemático dedutivo e que nada tem a ver com o raciocínio indutivo).

Podemos conceber de que modo opera o raciocínio por indução matemática imaginando uma série de peças de dominó colocadas em pé, umas ao lado das outras, em fila: suponhamos saber que a primeira peça vai cair e que, ao cair uma das peças, a seguinte também cai; estamos aptos, nesse caso, a inferir que todas as peças vão cair, não importa quantas sejam. No mesmo espírito, se sabemos que algo vale para o zero e que, valendo para um dado número natural, valerá igualmente para o seu sucessor imediato , estamos em condições de inferir que esse algo vale para cada um dos números naturais. Com base nos axiomas de Peano, podemos introduzir os nomes dos números seguintes: "*um*", por definição, nomeia o sucessor imediato de zero; "*dois*", por definição, nomeia o sucessor imediato de um; e assim por diante.

Os axiomas de Peano exprimem de modo claro, as propriedades essenciais dos números naturais. Não bastam, no entanto, por si mesmos, para efetuar a 'redução' de outras espécies mais elevadas de números - admitindo que se continue a empregar os mesmos princípios lógicos, relativamente elementares, utilizados para deduzir os teoremas da geometria. E não permitem a redução, por dois motivos. Em primeiro lugar, os axiomas de Peano não nos oferecem, tais como estão, uma teoria completa dos números naturais.

Se nos limitarmos aos três termos primitivos de Peano e aos cinco axiomas que ele formulou, será impossível (empregando princípios normais, elementares de lógica) definir a adição e a multiplicação de modo a dar-lhes o sentido geral que tem quando se trata de tais números; será impossível formular e, a-fortiori, demonstrar no sistema leis como a que afirma que a soma de números naturais x e y é sempre igual à soma de y e x, ou que afirma que o produto de x pela soma de y e z é igual à soma do produto de x por y e do produto de x por z. (Note-se que nem sequer nos preocupamos com subtrações ou divisões, pois essas operações não podem ser livremente efetuadas com os números naturais).

Em segundo lugar, é preciso, para a redução das espécies mais elevadas de números, empregar dois outros termos muito importantes, "*conjunto*" e "*par ordenado*", que Peano não incluiu entre os seus termos primitivos (e que não pertencem à lógica, usual, elementar). Tratemos, por um momento, desses dois termos, discutindo a maneira pela qual devam ser entendidos.

Para nossos fins, os termos "*conjunto*" e "*par ordenado*" precisam ser entendidos de maneira vaga. Um conjunto é uma classe, coleção , ou grupo de coisas; as coisas que pertencem a um conjunto podem ser de qualquer tipo, concretas ou abstratas, semelhantes entre si ou, ao contrário, muito distintas umas das outras. O único ponto essencial é que o conjunto deve ser concebido como uma entidade única, distinta das coisas que são seus elementos. Consideremos o conjunto de filósofos, isto é, o conjunto cujos elementos são cada um dos filósofos , isto é, o conjunto cujos elementos são cada um dos filósofos e nada mais.

Esse conjunto é muito diferente de cada qual de seus elementos: cada elemento é um filósofo, mas o conjunto é numeroso (ou seja, tem vários elementos), mas nenhum de seus elementos é numeroso. O conjunto, portanto, precisa ser distinguido de seus elementos. Dois conjuntos se dizem idênticos quando, e somente quando, possuem exatamente os mesmos elementos; assim, por exemplo, o conjunto de triângulos equiláteros é idêntico ao conjunto de triângulos eqüiângulos. É permitido falar de conjuntos vazios, isto é, de conjuntos que não têm elementos; à luz desse critério de identidade, porém, todos os conjuntos vazios são idênticos, e só pode haver um conjunto vazio. Assim, o conjunto de unicórnios é idêntico ao conjunto de círculos quadrados, já que ambos possuem exatamente os mesmos elementos (nenhum). Um conjunto é um subconjunto de outro quando todos os elementos do primeiro são elementos do segundo; assim, o conjunto de filósofos é um subconjunto do conjunto dos seres humanos. É preciso, entretanto, distinguir entre subconjunto e elemento: Platão é um elemento, mas não um subconjunto do conjunto de filósofos, ao passo que o conjunto de filósofos é um subconjunto, mas não um elemento do conjunto dos seres humanos.

O termo "*par ordenado*" também precisa ser entendido de maneira mais ou menos vaga. Um par ordenado consiste em duas coisas de qualquer espécie , tomadas em certa ordem. As coisas podem ser concretas ou abstratas, semelhantes ou não. Um par ordenado (x, y) se diz idêntico a outro par ordenado (z, w) se, e somente se, os dois primeiros itens forem idênticos (y é idêntico a w). É possível definir pares ordenados como certa espécie de conjuntos de conjuntos, mas isso é dispensável fazer aqui. Imaginemos, agora , possuir um sistema axiomático em que todas as leis fundamentais dos números naturais possam ser expressas e demonstradas e onde possam ser expressas e demonstradas as leis fundamentais que governam os conjuntos e os pares ordenados. Essa é a base de que necessitamos para "*reduzir*" as espécies mais elevadas de números.

3.4.2 Definindo espécies mais elevadas de números.

O processo de redução de espécies mais elevadas de números aos números naturais se efetua em uma série de fases. Desenvolvemos, de início, uma teoria dos números racionais, inteiramente assentada sobre a nossa teoria dos números naturais, dos conjuntos e dos pares ordenados. Desenvolvemos, em seguida, uma teoria dos números reais, baseada em nossa teoria dos racionais. Passamos, a seguir, para os números reais relativos, isto é, dotados de sinal. Passamos daí, para os números complexos. Em cada uma das fases admitimos que se tenha compreendido o que sejam os números da espécie precedente e, o que é igualmente importante, admitirmos saber o que signifique adicioná-los ou multiplicá-los. Definimos, dessa maneira, o que sejam os números da espécie seguinte e definimos o que significa adicioná-los ou multiplicá-los. Tendo ampliado o domínio dos números de modo a incluir, por fim, todas essas espécies de números, podemos observar o modo em que os números complexos - os que se acham mais afastados dos números naturais - seriam reduzidos aos números naturais, pois explicamos os racionais em termos dos naturais, os reais em termos dos racionais e os números complexos em termos dos reais relativos.

Comecemos com os números racionais. Pensamos neles, de modo intuitivo, como aqueles números que podem ser representados por frações cujos numeradores e denominadores são números naturais. Recordamos, de nossa Aritmética ginasiana, que x/y é igual a z/w quando, e somente quando, $x \times w$ é igual a $z \times y$. Em analogia com esse fato, podemos introduzir, de modo arbitrário, o termo *"igual"* para aplicá-lo a pares ordenados de números naturais.

Sendo x, y, z, w números naturais, diremos que o par ordenado (x, y) é igual ao par ordenado (z, w) se, e somente se, nem y nem w forem iguais a zero e o número natural $x \times w$ for idêntico ao número natural $z \times y$. (Convém notar que dois pares ordenados poderiam ser iguais sem serem idênticos.) Estamos em condições, agora, de apresentar uma definição de números racionais. Podemos definir um número racional como qualquer conjunto não-vazio de pares ordenados de números naturais tais que cada par ordenado desse conjunto seja igual a qualquer outro par ordenado desse conjunto, conjunto que contenha, ainda, qualquer par ordenado que seja igual a um de seus pares ordenados. Precisamos definir, também, aquilo que entenderemos por adição de dois números racionais. A sugestão se apresenta quando recordamos, de nossos estudos de Aritmética, o fato de que

$$\frac{x_1}{y_1} + \frac{x_2}{y_2} = \frac{(x_1 \cdot y_2) \; + \; (x_2 \cdot y_1)}{y_1 \cdot y_2}$$

Consideremos, a seguir, três quaisquer números racionais R_1, R_2 e R_3 onde (x_1, y_1) é um par ordenado de números naturais pertencente a R_2 e (x_3, y_3) é um par ordenado de números naturais pertencente a R_3. Por analogia com a regra da Aritmética ginasiana, podemos dizer que R_3 será a soma de R_1 e R_2 se, e somente se, (x_3, y_3) for igual ao par ordenado

$$\Big(\, (x_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_1),\ (y_1 \cdot y_2)\Big)\,.$$

Admitindo que se saiba o que seja somar e multiplicar números naturais, essa definição nos diz o que significará somar números racionais. A definição é projetada com o fio de assegurar que dois números racionais tenham por soma outro número racional, e que a adição goze das propriedades familiares (como a de que $R_1 + R_2$ seja idêntico a $R_2 + R_1$). A multiplicação de números racionais pode ser definida seguindo a mesma linha de pensamento.

Chegamos aos números reais. Em termos intuitivos, podemos pensar em números reais como números que se prestam para comparar um comprimento ou uma área com outro comprimento ou outra área. Assim, é o número de que necessitamos para comparar o comprimento da hipotenusa e o comprimento de um cateto num triângulo retângulo isósceles - não existindo, como os gregos demonstraram, com surpresa, um número racional capaz de efetuar essa comparação.

Podemos desenvolver o conceito de número real se imaginarmos os números racionais dispostos em ordem crescente de grandeza ao longo de uma reta, da esquerda para a direita (a série sendo "*densa*", no sentido de que entre dois quaisquer números racionais sempre haja um terceiro número racional). Figure-se, a seguir, um *"corte"* nesta série. (A noção de *"corte"* se deve ao matemático alemão Dedekind.) Suponhamos que o *"corte"* seja feito de tal maneira que entre os racionais situados à esquerda do 'corte' nenhum seja o maior (seja qual for o escolhido, há outros maiores do que ele). Podemos, então, considerar o conjunto de todos os racionais que ficam à esquerda do *"corte"*; esse conjunto terá as seguintes características:

1) nem todos os racionais estão nesse conjunto;

2) esse conjunto não admite um elemento que seja seu extremo superior;

3) cada racional pertencente ao conjunto é menor do que qualquer racional que não pertença a ele.

A um conjunto desse tipo chamaremos: *conjunto de números reais.* De acordo com essa definição, um número real é um tipo especial de conjunto de racionais; em outras palavras (levando em conta nossa definição de números racionais), um número real é um tipo de conjunto de conjuntos de pares ordenados de números naturais. Assim, por exemplo, o número real é o conjunto que contém todos e apenas aqueles racionais cujos quadrados forem números racionais menores do que 2.

Podemos definir o que a adição deverá significar para os números reais dizendo que os números X e Y têm o número real Z por soma se, e somente se, quando qualquer racional pertencente a X sendo adicionado a qualquer racional pertencente a Y a soma for um racional pertencente a Z . Essa definição é elaborada com o fito de assegurar que dois números reais tenham um único número real por soma e que as propriedades familiares da adição sejam preservadas. A multiplicação de números reais pode ser definida ao longo de linhas semelhantes.

Os números com sinal – isto é, os números reais positivos e negativos, podem ser definidos como certas espécies de conjuntos de pares ordenados de números reais. Os números complexos, por seu turno, isto é, números que têm componentes imaginários, envolvendo a raiz quadrada de menos um, podem ser definidos como certos tipos de conjuntos de pares ordenados de números com sinal.

É importante notar, em relação a essa hierarquia de números, que o número 'um', por exemplo, admite vários significados diferentes. Surge de início, como nome de um número natural (o sucessor imediato de zero). Surge de início, como nome de um número racional (um número racional é um conjunto de pares ordenados de números naturais e o número um é o conjunto que contém os pares ordenados (1, 1), (2, 2), (3, 3) e todos os inúmeros pares de números naturais "iguais" a estes). Surge, em seguida, como nome de um número real (um número real é um conjunto de racionais e o número real um é o conjunto de racionais e o número real um é o conjunto de todos os inúmeros racionais menores do que o racional um). É preciso distinguir o número natural um do racional um, do real um e assim por diante. O mesmo numeral é costumeiramente empregado para representar qualquer deles, mas eles são entidades matemáticas essencialmente diferentes.

Esse desenvolvimento que acabamos de esboçar , ou sugerir, visa mostrar de que modo todas as espécies mais elevadas de números e as operações que eles podemos efetuar se definem a partir dos números naturais e das operações que com estes efetuamos. Visa, ainda, elaborar essas definições de maneira a se poder deduzir as leis, a que tais espécies mais elevadas de números obedecem, de leis básicas que governam os números naturais. Foi esse desenvolvimento que levou o matemático alemão Kronecker a esta freqüentemente citada observação:

> *"O bom Deus criou os números inteiros; o resto é obra do homem".*

O desenvolvimento é de importância filosófica não apenas como exemplo de pensamento matemático, mas por mostrar que, se aceitarmos essas reduções, as nossas perplexidades filosóficas e as nossas preocupações a propósito dos números poderão ser concentradas exclusivamente sobre os números naturais e as suas leis, associados aos conjuntos e aos pares ordenados com as leis próprias a estes.

3.4.3 Números transfinitos.

Ao apresentarmos as definições das espécies mais elevadas de números, empregamos o termo "*conjunto*". A idéia de desenvolver uma teoria dos conjuntos e tratá-la como disciplina autônoma remonta ao matemático alemão George Cantor que a concebeu no final do século XIX. A contribuição especial de Cantor foi a sua teoria dos conjuntos infinitos e dos números transfinitos. Pode ser encarada como nova extensão do desenvolvimento que consideramos na última seção.

A teoria de Cantor vale-se da importante noção de correspondência *um-a-um* (ou biunívoca). Dizemos que os elementos de um conjunto S_1 estão em correspondência biunívoca, ou *um-a-um*, com os elementos de outro conjunto S_2 se existir algum modo de associar elementos de um conjunto a elementos de outro de tal maneira que a cada elemento de S_1 se associe exatamente um elemento de S_2, e a cada elemento de S_2 se associe exatamente um elemento de S_1. Consideremos os passageiros de um ônibus: se cada passageiro ocupar um assento, o conjunto de passageiros e o conjunto de assentos estarão em correlação biunívoca. Nessas circunstâncias, o conjunto de passageiros teria como é claro, o mesmo número de elementos que teria o conjunto de assentos, não importando qual fosse esse número.

Por outra parte, se cada assento estivesse ocupado por um passageiro, havendo, contudo, passageiros viajando em pé, o conjunto de passageiros seria mais amplo que o conjunto de assentos. Consideremos, nesse exemplo, dois conjuntos de tamanho finito (não poderia existir um ônibus de tamanho infinito). A idéia de Cantor era que os conjuntos infinitos também poderiam estar em correlação *um-a-um*, tornando-se possível comparar conjuntos, mesmo no caso de conterem uma infinidade de elementos. Sustentava Cantor que dois conjuntos infinitos deveriam ser considerados de mesma grandeza se, e somente se, fosse possível correlacionar seus elementos um-a-um; e que um conjunto infinito deveria ser considerado maior do que outro se, e somente se, correlacionados os elementos deste último conjunto, *um-a-um*, aos elementos do primeiro, sempre restassem alguns elementos desse primeiro conjunto. Assim, por exemplo, o conjunto de números ímpares e o conjunto de números pares são da mesma grandeza, já que é possível correlacionar biunivocamente seus elementos, ficando cada número ímpar associado ao seu sucessor imediato.

Não surpreende o fato de, segundo a definição de Cantor; o conjunto de números ímpares e o conjunto de números pares serem da mesma grandeza. Surpreende, porém, que a definição estabeleça a mesma grandeza para o conjunto de números naturais e o conjunto de números ímpares. O ponto a considerar é que existe um meio de correlacionar de modo biunívoco os elementos desses dois conjuntos:

Números ímpares	1	3	5	7	9	11	...
Números naturais	0	1	2	3	4	5	...

O que fazemos é associar o primeiro número ímpar ao primeiro número natural e, em geral, o n-ésimo número ímpar ao *n-ésimo* número natural; e aí está uma correlação *um-a-um*. Mais surpreendente ainda é o fato de o conjunto de números naturais ser da mesma grandeza que o conjunto de números racionais - que talvez teríamos a tendência de supor muito maior. Para ver que assim se dá, colocamos os números racionais em uma série, de modo que cada um dos racionais tenha seu lugar definido na série e esteja distante um número finito de passos do início da série. Estaremos, assim, em condições de correlacionar o primeiro racional ao primeiro número natural e, de modo genérico, o *n-ésimo* racional ao *n-ésimo* natural. Imaginemos que cada um dos racionais tenha sido expresso na forma de uma fração. Consideremos o quadro:

0/1	1/1	2/1	3/1	...
0/2	1/2	2/2	3/2	...
0/3	1/3	2/3	3/3	...
.	.	.	.	...
.	.	.	.	...
.	.	.	.	...

Prolongando o quadro, para a direita e para baixo, sem cessar, cada número racional deverá figurar em algum ponto. O quadro é de duas dimensões, mas podemos dar-lhe a configuração de uma série linear principiando no canto superior esquerdo e caminhando em diagonais, ao longo do quadro. A série linear que obtemos é esta:

$$\frac{0}{1}, \frac{0}{2}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{0}{3}, \cdot, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \cdots, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \cdots, \frac{3}{3}, \cdots$$

Esta série repete alguns racionais ($\frac{0}{2}$ e $\frac{0}{3}$ por exemplo, são o mesmo número que $\frac{0}{1}$) ; retiremos, pois qualquer elemento que já tenha aparecido anteriormente na série. Obtemos, desse modo, uma série em que cada número racional está distante um número finito de passos do início da série.

Números racionais	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{1}{3}$	...
Números naturais	0	1	2	3	4	5	...

Temos, assim, uma correlação *um-a-um* entre os elementos do conjunto de números racionais e os elementos do conjunto de números naturais; os dois conjuntos têm, pois, a mesma grandeza.

O fato de os números ímpares, que formam um subconjunto dos números naturais, serem tão números quanto os próprios naturais e o fato de o conjunto dos naturais ter a mesma grandeza do conjunto dos números racionais são descobertas que parecem contradizer o axioma de Euclides:

> "*O todo é maior que qualquer de suas partes*".

As descobertas indicaram que o axioma de Euclides era errôneo ? Aí está uma questão delicada, semelhante a questão de saber se os astrônomos defensores da teoria de Ptolomeu estavam enganados ao sustentarem que a Terra não se move. Euclides, ao enunciar o seu axioma, pensava, está claro, apenas em totalidades finitas; os gregos nunca discutiram totalidades infinitas. Se a teoria de Cantor fosse ensinada a Euclides é possível que ele a aceitasse, dizendo:

> "*Enganei-me. Esqueci-me de pensar nas totalidades infinitas*".

Mas também é possível que Euclides rejeitasse a teoria, dizendo:

> "*Falar a propósito de totalidades infinitas de mesma grandeza é usar de modo impróprio a linguagem*".

Se Cantor deseja apresentar a sua teoria de um modo que não seja necessariamente falso, ele deve falar em *"totalidades de mesma grandeza"*. Qual das duas respostas estaria Euclides mais autorizado a oferecer ? O assunto merece atenção, mas não é fácil chegar a uma resposta bem determinada. De qualquer forma, é possível ver que a teoria de Cantor acentua certas tendências e ignora outras tendências latentes no prévio emprego dos termos *"totalidades"* e *"mesma grandeza"*.

O surpreendente resultado de Cantor, relativo ao conjunto de números racionais, poderia induzir-nos a admitir que talvez todos os conjuntos infinitos, segundo a teoria por ele proposta, seriam da mesma grandeza. Cantor, porém, revelou que isso não acontece. Para simplificar as coisas, consideremos apenas os números reais maiores do que zero, mas não maiores do que um. Segundo Cantor, o conjunto de números reais situados nesse intervalo é mais amplo do que o conjunto de números naturais. Para estabelecer essa conclusão, Cantor argumentou indistintamente, valendo-se da *"reductio ad absurdum"*.

Suponhamos que aquele conjunto de números reais fosse da mesma grandeza que o conjunto dos números naturais. Isso significaria que esses números reais poderiam se dispostos, de algum modo, em série como por, exemplo $\{r_1,\, r_2,\, r_3,\, \cdots,\, r_n, \cdots\}$, sendo o primeiro número real da série associado ao primeiro número natural e, genericamente, o *n-ésimo* número real associado ao *n-ésimo* número natural. Ora, cada um dos números reais em tela poderia ser representado em notação decimal assumindo a forma decimal infinita (ou não exata) - decimal infinita é aquela que não admite um ponto a partir do qual todos os algarismos sejam "0". Alguns desses reais teriam, de qualquer forma, de aparecer como decimais infinitas: e o caso de $1/3$ que nos daria $0,33333\cdots$. Outros que viriam a admitir forma exata, poderiam ser transformados, assumindo forma não-exata: e caso de $0,303$, que poderia ser expresso como $0,3029999\cdots$.

Considere-se, agora, o número real (chamemo-lo "r_0") representando pela seguinte decimal não-exata: o seu primeiro algarismo será "5" o primeiro algarismo de r_1 e será 6 no caso contrário; o seu segundo algarismo será "5", se não for "5" o segundo alga-rismo de r_2, será "6" no caso contrário; de maneira geral, o seu *n-ésimo* algarismo será "5", se não for "5" o *n-ésimo* algarismo de r_n, e será "6" no caso contrário. Essa decimal infinita deve representar um número real maior que zero , mas não maior que um; entretanto r_0 está definido de tal modo que não pode ser idêntico a qualquer dos números r_1, r_2, r_3, $\cdots$, $r_n, \cdots$ da série em foco. Teríamos, então, um número real r_0 não- correlacionado com qualquer número natural. Isso contraditória a suposição de que era possível estabelecer uma correlação *um-a-um* entre os números reais daquele intervalo e os números naturais. Segue-se, portanto, que tal correlação não pode ser estabelecida, e que ha mais números reais no intervalo considerado do que números naturais. O conjunto de números reais é mais amplo do que o conjunto de números racionais.

Cantor desenvolveu uma teoria dos números cardinais transfinitos. Um número cardinal mede a grandeza de um conjunto, finito ou não; os cardinais transfinitos medem as grandezas de conjuntos infinitos - como os que examinamos. O conjunto de números naturais possui o menor número cardinal transfinito; o conjunto de números reais tem, como vimos um número cardinal transfinito maior; o conjunto de todos os subconjuntos do conjunto de números reais tem um número cardinal transfinito ainda maior. Cantor chegou a essa conclusão por meio de um raciocínio semelhante ao que acabamos de fazer. Disse ele que cada conjunto não-vazio, finito ou não, tem mais subconjuntos do que elementos. Isso quer dizer que o número cardinal do conjunto de subconjuntos de um lado conjunto não-vazio deve ser sempre maior do que o número cardinal do conjunto dado. Isso garante que sempre existe, qualquer que seja o cardinal dado, cardinais maiores do que esse cardinal. Cantor sustentou, pois, que há uma quantidade infinita de números cardinais que podem ser colocados em uma seqüência crescente.

As surpreendentes descobertas de Cantor podem ser dadas como natural prolongamento dos desenvolvimentos discutidos na seção anterior. Podemos pensar nos resultados de Cantor como teoremas do sistema axiomático já anteriormente concebido: sistema cujos axiomas expressam as leis básicas dos números naturais, dos conjuntos e dos pares ordenados. No final do século passado e no início deste, diversos matemáticos estavam agradavelmente convencidos de que seria possível, em princípio, erigir um único sistema axiomático dessa espécie, capaz de abarcar todas as espécies de números, finitos e transfinitos, e capaz de gerar todos os ramos tradicionais da matemática (sendo a geometria tratada por meio de interpretações numéricas, tal como se dá na geometria analítica). Muito já se havia conseguido ao longo dessas linhas, e as esperanças desses matemáticos eram de tal sistema axiomático, único e geral, poderia ser obtido em prazo relativamente curto. Veremos, no capítulo seguinte, em que deram essas esperanças.

3.4.4 Deve-se tentar interpretar a teoria dos números?

A maioria dos matemáticos limitou-se a trabalhar com os números naturais sem co-gitar[2] do que o termo "número natural" poderia significar e sem cogitar de saber se temos razões para que

[2]Refletir acerca de; pensar em; imaginar, excogitar:

tais entidades realmente existam. Limita-se a acompanhar as conseqüências lógicas de hipóteses iniciais, como aquelas enfeixadas nos axiomas de Peano, admitindo que a matemática preencha, de modo cabal, as suas finalidades próprias ao estabelecer que seus teoremas sejam deduciveis dos seus axiomas. Algumas pessoas iriam mais longe, dizendo:

> "*E absurdo cogitar, como fazem os leigos e alguns filósofos, do que sejam os números ou da existência dos números; a matemática pura e inteiramente hipotética, no seguinte sentido: o que nos importa e somente o fato de que, se certos axiomas forem verdadeiros, então é logicamente necessário que certos teoremas também sejam verdadeiros. As questões levantadas a propósito de significado e existência são inteiramente irrelevantes para a matemática pura*".

Esse modo de ver é parcialmente justificável; e certo que se pode estudar a matemática dos números sem levantar questões a propósito da natureza ou existência dos números básicos. Uma teoria axiomatizada dos números naturais pode ser encarada como um sistema não-interpretado e pode ser investigado de um modo lógico e abstrato. Mas o ponto de vista alcança, por certo, o sinal, quando procura impedir reflexões acerca da natureza e da existência dos números.

A importância intelectual da teoria dos números como um corpo de conhecimentos não brota apenas do fato de ganhar a forma de um sistema interessante e logicamente consistente. Depende, também, da existência de algum interessante sentido em que os axiomas da teoria dos números possam ser verdadeiros. Um tema como a geometria de Lobacheviski e de interesse intelectual e merece atenção, mesmo que apenas estudado na qualidade de sistema não-interpretado - isto é, mesmo que nunca se chegue a encontrar qualquer interpretação cientificamente importante de seus termos primitivos capaz de tornar verdadeiros todos os seus axiomas.

A importância intelectual do sistema cresceria, no entanto, se pudéssemos encontrar alguma interpretação interessante que o tornasse verdadeiro. Ao contrário do que sucede com a geometria de Lobacheviski, a teoria dos números e ampla e continuamente empregada, tanto na ciência como na vida comum. Parece plausível, portanto, admitir que exista alguma importante interpretação capaz de tornar essa teoria verdadeira. O modo mais direito, embora não seja o único, de explicar porque a teoria dos números encontra aplicações úteis na ciência e na vida prática seria mostrar que a teoria admite alguma interpretação particularmente importante, interpretação que transforma as suas leis em verdades de grande valor quando utilizadas como premissas de raciocínios científicos ou de raciocínios comuns.

Esse ponto se torna especialmente significativo quando se cogita dos números transfinitos de Cantor. Vários pensadores, entre os quais se incluíram muitos filósofos proeminentes, como Aristóteles e Immanuel Kant, acreditaram que não pode haver, no universo, um número realmente infinito de coisas. Ao defenderem a idéia empregavam, por certo, a palavra "número" em importante sentido corriqueiro. Negavam, além disso, de algum modo, o que Cantor afirma em sua teoria ao formular o princípio de existe uma hierarquia de conjuntos infinitos, cada vez mais vastos. É claro, porém, que as afirmações de Aristóteles e de Kant não constituem negação das asserções de Cantor a menos que ambas as partes dêem ao algum sentido ao termo "número" e, em verdade, dêem ao termo, substancialmente, o mesmo sentido.

Cantor e outros matemáticos que o seguiram não empregavam, por certo, "*número cardinal*" como simples termo não-intepretado; entendiam, as leis de Cantor como asserções específicas, imaginando-as verdadeiras e não falsas. E possível que todos se manifestassem confusamente, dizendo coisas absurdas; não temos o direito, contudo, de considerar as suas idéias como desprovidas de sentido sem fazer, antes, um grande esforço para determinar a significação que podiam ter.

Consideraremos, de maneira breve, três principais pontos de vista adotados para sustentar que existe alguma interpretação literal da teoria dos números capaz de tornar verdadeiros os seus axiomas. Esses pontos de vista não respondem a pergunta "*os números existem, realmente ?*" de um modo figurado, com réplicas do tipo "*sim é claro*", no sentido de que o termo "número" aparece nos teoremas deduzidos dos axiomas ou do tipo "*sim, é claro*", no sentido de que o discurso acerca dos números se revela frutífero para a ciência. Ao contrário, visam defender a posição de que as coisas que merecem o nome de números, coisas que tornam verdadeiras as leis da matemática, existem, literalmente falando. Defender essa posição afirmando que tais coisas "*existem, literalmente*" equivale a afirmar que essas coisas não são, em qualquer sentido, imaginárias ou fictícias. Equivale a sustentar que se deve dizer que tais coisas existem no mesmo tom de voz que e empregado para falar da existência de seja lá o que for que se admita como verdadeiramente real (objetos físicos, dados sensórios, ou o Absoluto).

O problema de encontrar uma interpretação literal para a teoria dos números é bastante semelhante a questão dos "*universais*", que tanto preocupou os filósofos medievais. O problema dos "*universais*" era uma questão acerca do status das propriedades como virtude, quadratura e vermelhidão. Encontramos, provavelmente, casos de virtude em nosso mundo, mas a própria virtude não parece coisa localizable no espaço e no tempo; isso não impede que dela falemos como se fora algo nem impede que digamos conhecê-la. A virtude, a quadratura, a vermelhidão e todos os "*universais*" semelhantes parecem ser entidades abstratas, isto é, objetos não-localizados no espaço ou no tempo. Que realidade possuem esses universais ? O seu status parece enigmático e misterioso. Sendo entidades imateriais, intangíveis, como é possível ter conhecimento delas e por que adquirem tanto relevo em nosso pensamento ?

As respostas filosóficas dadas a esse problema, na *Idade Média*, eram de três tipos.

- Os nominalistas, por sua vez afirmavam que não existiam coisas como os universais ou eles não eram entidades abstratas.

- Os conceitualistas diziam que os "*universais*", embora fossem entidades abstratas reais, não tinham qualquer realidade em nosso mundo além das que lhes conferia nosso pensamento - eram criadas pelo espírito.

- Os realistas sustentavam que os "*universais*" eram entidades abstratas reais, pelo menos tão reais quanto os objetos concretos, e sustentavam que o espírito tem poderes para descobrir e compreender essas entidades, servindo-se de uma visão racional.

No que concerne a teoria dos números, a questão relaciona-se a realidade dos números naturais (e dos conjuntos e dos pares ordenados) e não a realidade de propriedades. Os números, contudo, tal como sucede com as propriedades, parecem ser entidades concretas, isto é, objetos não localizados no tempo e no espaço. Isso é que torna a questão medieval semelhante a esta questão relativa à matemática. Pelo fato de as duas questões serem mais ou menos paralelas e que as respostas dadas pelos pensadores modernos acerca dos números podem ser classificadas em três categorias semelhantes às antigas. Podemos chamar nominalistas aqueles que sustentam que os números não são entidades abstratas e que se existe um modo qualquer de interpretar a teoria dos números de modo a torná-la verdadeira essa interpretação deve referir-se a objetos concretos. Podemos dizer que são conceitualistas aqueles que afirmam existirem números e serem eles entidades abstratas, sustentando, porém, que se trata de uma criação do espírito. E podemos, enfim, denominar realistas aqueles que admitem, sem discussões, que os números, como entidades abstratas, existem, literalmente, independentemente do nosso pensamento.

3.4.5 Nominalismo.

Nominalismo é a corrente que sustenta:

> *"...não existirem entidades abstratas e , mais especificamente, é a corrente que afirmam não existirem entidades abstratas que possam ser identificadas aos números."*

Seria possível, então, a um nominalista, sustentar que existem meios de interpretar a teoria dos números de modo a torná-la verdadeira ? Pode ele dizer que a matemática dos números, ao supor que fala de entidades abstratas, não o está, de fato, fazendo ? Pode ele dizer que a matemática dos números fala, efetivamente, de coisas cuja existência e aceitável para o nominalismo ? Consideremos algumas possíveis linhas de raciocínio nominalista.

Muitas pessoas, perguntadas acerca do que sejam os números, responderão que números são idéias da nossa mente. Essa linha de pensamento e sempre atraente para as pessoas que enfrentam questões filosóficas relativas à existência de alguma coisa problemática. Suponhamos que uma "idéia"queira dizer, aqui, imagem mental ou fenômeno mental análogo, no espírito de um pensador individual. Uma "idéia"dessa espécie teria de ser algo que surge em dado instante, dura algum tempo e depois cessa. Estaria perfeitamente localizada no tempo, ainda que não o estivesse no espaço, e não seria, pois, uma entidade abstrata, tal como a entendemos. A hipótese de que os números são idéias dessa espécie precisa, portanto, ser considerada como forma de nominalismo (ainda que se aproxime do conceitualismo ao associar os números à mente).

A proposta de que os números sejam encarados como idéias da mente é facilmente formulada, mas está longe de ser satisfatória. Como tentativa de oferecer uma interpretação que torne verdadeira a teoria dos números, a proposta e, sob muitos aspectos, deficiente. Em primeiro lugar, a teoria dos números afirma que só existe um número natural zero; contudo, se os números fossem idéias, no mencionado sentido, haveria tantos zeros diferentes quantas fossem as pessoas que tivessem idéias de zero.

A teoria dos números também sustenta que cada número natural admite um sucessor imediato; entretanto, como é provável, existem números naturais (grandes números) para os quais nenhuma pessoa chegou a formar, algum dia, as idéias de seus sucessores imediatos. A hipótese de que os números são idéias acarreta, pois, ao contrario ao que a teoria dos números requer a inexistência de sucessores imediatos desses grandes números naturais. Além disso, a teoria dos números não pode ser verdadeira a menos que haja uma infinidade de números; e é duvidosa - fica sem sentido - a afirmação de que as pessoas possuem uma infinidade de idéias-de-número em suas mentes. Devemos concluir que essa via de pensamento, segundo a qual os números seriam idéias, não oferece qualquer interpretação da teoria dos números capaz de tornar verdadeiros seus axiomas e teoremas.

Outra versão do nominalismo recorre a entidades físicas, em vez de recorrer a entidades mentais. Distinguimos, costumeiramente, os numerais; um numeral e um sinal, de certo aspecto, que encaramos como nome de um número. Assim, o numeral arábico "5" e o numeral romano "V" são encarados, de hábito, como nome do número cinco. Suponhamos, porém, que identificássemos os números aos numerais; suponhamos que se diga não serem os números nada mais que numerais. Isso parece transformar os números em algo definido e perceptível; não pode haver duvida acerca da existência dos numerais, pois podemos vê-los. Identificando números e numerais, parece que libertamos a matemática de sua dependência das entidades abstratas.

Esta versão do nominalismo não é , todavia, mais satisfatória do que a anterior. Essa maneira de interpretar os axiomas da teoria dos números também não os transforma em verdades, literalmente falando. Assim, por exemplo, a teoria dos números assevera que cada número natural possui exatamente um sucessor imediato; se os números fossem numerais, entretanto, isso não seria verdadeiro. Se um numeral significa um sinal particular, escrito num papel, na camisa de um atleta, ou coisa parecida, então existe uma quantidade enorme de numerais correspondentes aos grandes números, aqueles a que ninguém se terá referido, de modo específico, por escrito.

Se não é possível considerar os numerais, talvez o nominalista pudesse identificar cada número natural a algum particular objeto do mundo físico. Suponhamos que o nominalista elabore a sua interpretação dos termos primitivos da teoria dos números de maneira a fazer que o símbolo "0" se refira ao pico de Tenerife, "1" se refira ao Popocatapeti, "2" se refira ao Chacaltaya, e assim por diante.

Serviria isso de interpretação nominalista para a teoria dos números ? Não, porque uma quantidade infinita de objetos seria necessária; não há tal quantidade de montanhas no mundo e não se pode ter certeza acerca da existência de um número infinito de objetos de qualquer espécie, mesmo elétrons, em todo o universo. Nunca se chega a observar mais do que um número finito de objetos, de qualquer gênero; o raciocínio indutivo, baseado na evidência retirada das observações, nunca poderia estabelecer como provável qualquer conclusão a propósito da existência de um número infinito de coisas observáveis de qualquer tipo.

Acresce que as propostas nominalistas, concernentes aos números, nada sugerem a propósito da interpretação a das aos termos "conjunto" e "par ordenado". Um nominalista não estaria agindo muito com coerência se recusasse a admitir que os números naturais poderiam ser entidades abstratas e não evitasse falar de conjuntos de números naturais (como seria necessário fazer ao definir os racionais como conjuntos de pares ordenados de números naturais). Um conjunto (que deve ser distinguido de seus elementos), pelo menos à primeira vista, se chega a ser alguma coisa, parece ser uma entidade abstrata.

Pode-se ignorar esse fato ao falar acerca dos conjuntos como “coleções”, ou “agregados”, transformando, assim, um conjunto de talheres em qualquer coisa como pilha de talheres. A pilha é, de fato, uma coisa concreta, localizada no espaço e no tempo; é tão concreta como as colheres, as facas e os garfos que a compõem.

Não obstante, o conjunto de talheres não pode ser identificado à pilha de talheres; de fato, uma pilha de quarenta e oito peças pode ser idêntica a uma pilha de arranjo para oito pessoas, mas o conjunto de peças não pode idêntico ao conjunto de arranjo para oito pessoas, já que esses dois conjuntos são de grandezas diversas - o primeiro tendo quarenta e oito elementos e o segundo tendo apenas oito elementos. Observações análogas poderiam ser feitas a propósito de pares ordenados.

Parece impossível afastar a conclusão de que a teoria dos números não pode receber uma interpretação nominalista capaz de transformá-la , literalmente, em uma verdade. O nominalista convicto terá de considerar o sistema da teoria dos números como não sendo capaz de receber uma interpretação verdadeira.

É claro que dizer que os axiomas e teoremas da matemática dos números não se tornam verdades não equivale, necessariamente, a negar-lhes utilidade; a prosa falsa e até mesmo a prosa sem sentido podem ser muito úteis durante a vida - ajudando-nos a construir pontes e a ganhar eleições. Mas o nominalista convicto não deve encarar a matemática dos números como corpo de conhecimentos, literalmente falando. Se o fizesse, estaria segundo alguns não-nominalistas, efetuando a reductio as absurdum do próprio nominalismo.

3.4.6 O conceitualismo e os intuicionistas.

A idéia de que os objetos matemáticos, os números e os conjuntos, por exemplo, seriam criações do espírito, entidades abstratas nascidas do pensar, pareceu, a muitos, bastante atraente. As idéias parecem atribuir um tipo de realidade a essas entidades, embora reconheça, um tanto a contragosto, que elas não têm existência independente. Trata-se, além disso, de idéias que tem certo atrativo, dando, com dá, uma extraordinária dignidade à atividade dos matemáticos Com efeito, uma forma extremada de conceitualismo sustentaria que:

> *“...o espírito está dotado de poderes para criar os números e as entidades matemáticas que desejasse, de modo inteiramente livre e onipotente.”*

Os postulados matemáticos poderiam, então, comparar-se aos feitos da Divindade: quando o matemático pensasse com seus botões, “*Postulemos que existam números de tal ou qual espécie*”, ele os traria à luz, sendo seu poder soberano de criação análogo ao da Divindade onipotente que retira do nada qualquer coisa que deseja ser.

Seria exagero, porém, supor que o matemático estaria completamente liberto de restrições em sua atividade. Não se pode comparar o matemático à Divindade criadora, tal como descrito pelos teólogos voluntaristas, que admitem não estar Ela, submetida a quaisquer peias[3] (tão poderosa que poderia transformar uma prostituta numa virgem - para usar um dos clássicos exemplos).

[3]Ser coisa muito difícil, árdua, complexa.

Tenha a Divindade o poder que tiver, o matemático está sujeito ao requisito da consciência, não podendo criar auto-contradições.

Suponhamos, por exemplo, que alguém tente postular a existência de uma entidade que satisfaça à seguinte descrição:

> "*Um número natural que seja o número cardinal do conjunto de todos os números naturais*"

essa descrição pode, à primeira vista, parecer inteiramente razoável; pode parecer igualmente razoável que o matemático esteja em condições de postular, se assim o desejar, a existência de tal entidade. Não obstante, juntar a hipótese de que existe tal entidade aos axiomas comuns da teoria dos números naturais redunda em inconsistência (se existisse um número natural que fosse o número cardinal do conjunto de números naturais, ele deveria ser, simultaneamente, finito e não-finito - o que é contraditório). Um bom criador desse gênero não traria à vida o seu "*objeto*". O exemplo deve bastar como lembrete de que nem todos o que imaginam ter criado alguma coisa chegaram, de fato, a criá-la.

O conceitualista precisa de qualquer modo, reconhecer que há uma diferença entre desejar e criar, nessa atividade lúdica de criação. Acresce que os principais defensores das concepções conceitualistas admitiram que os poderes criadores do espírito são muito limitados, estando sujeitos a mais imposições do que a simples consistência lógica.

O mais ilustre representante da corrente conceptualista, relativa à matemática dos números, é o filósofo Kant . Sustentava ele que as leis dos números, como as da geometria euclidiana, eram, ao mesmo tempo, a priori e sintéticas. Embora Kant não tenha deixado tão explícitas as suas idéias acerca da Filosofia dos números quanto deixou explícitas as suas impressões a propósito da Filosofia do espaço, disse o bastante para fixar, em seus leitores, a noção de que, para ele, nosso conhecimento dos números se assenta numa consciência do tempo, estendida como "*forma pura de intuição*", e numa consciência que o espírito possui de sua própria capacidade de repetir, seguidamente, o ato de contar.

Eis a explicação que oferece da possibilidade de existência de tal conhecimento sintético e a-priori: ao conhecer as leis dos números, o espírito ganha uma visão de seu próprio funcionamento interior e não da realidade, como ela é em si mesma. A idéia é paralela aquilo que Kant dizia a propósito de nosso conhecimento sintético e $a - priori$ da geometria euclidiana basear-se na consciência que o espírito manifesta em torno de sua própria capacidade de construir, na imaginação pura, as figuras espaciais. Kant afirma, em verdade, que é através de uma visão sintética e *a-priori* que chegamos, a saber, de fatos particulares relativos aos números - tais como o fato de que 5 mais 7 é igual a 12. Isso não é muito plausível porquanto fatos particulares como esses, especialmente quando se referem a os números grandes , podem, por certo - e às vezes precisam - ser demonstrados. Seria preferível adorar o ponto de vista de que a compreensão e a justificação dos axiomas básicos da teoria dos números concordariam com a Filosofia Kantiana.

A concepção Kantiana da aritmética baseada na intuição da contagem parece pretender dizer que os números existem se, e somente se, puderem ser obtidos por meio do ato de contar; presume-se, também , que Kant apreciaria ter dito que os conjuntos existem se, e somente se, os seus elementos puderem ser contados. Em conseqüência, não haverá maior número, pois é sempre possível seguir a contagem para além de qualquer número a que se haja atingido ao contar. Mas não haverá nenhum infinito (número transfinito) porque seria impossível contar até o infinitamente elevado (isso requereria um período infinito de tempo, segundo Kant, e não dispomos desse tempo infinito).

De maneira análoga, uma reta não atinge o comprimento máximo, segundo a geometria Kantiana, porquanto é sempre possível estender, na imaginação, qualquer segmento já traçado; sem embargo, não pode haver uma reta infinita, porquanto não se pode, na imaginação traçar uma reta de comprimento infinito (isso também exigiria um tempo infinito). Segue-se que Kant, tanto com os números como com as linhas, está preso a doutrina; do infinito atual. Kant, em outro ponto de sua exposição, utiliza a doutrina que endossa argumentando que certas contradições insolúveis (por ele denominadas antinomias) aparecem quando se admite que o universo espaço-temporal pode conter qualquer totalidade infinita atual. Aristóteles ao tratar de alguns problemas filosóficos - o famoso paradoxo do movimento, de Zenão de Eléia, por exemplo - também se valeu de noções análogas acerca do infinito potencial.

Em períodos mais recentes, uma Filosofia da matemática de sabor kantiano foi revivida por um grupo de matemáticos liderados por Brouwer. Este matemáticos holandês sustentava, como Kant, que a "*pura intuição*" da contagem temporal seria o ponto de partida para a matemática do número; a filosofia desse grupo recebeu, por isso, o nome de "*intuicionismo*" . Para esses matemáticos modernos, no entanto, o intuicionismo não era apenas uma teoria filosófica, tal como a de Kant; era uma concepção de impregnava o próprio trabalho matemático executado pelo grupo - e a tal ponto que os juízos acerca da validade de argumentos matemáticos diferiam dos juízos formulados por matemáticos alheios ao intuicionismo.

Para ilustrar de modo concreto, um argumento como o de Cantor - de que há mais números reais do números naturais - não é aceito pelos intuicionistas, embora seja dado como legítimo por muitos outros matemáticos. Ao construir s sua demonstração, Cantor definia um determinado número real (nós chamamos r_0) asseverando que em sua representação decimal infinita o *n-ésimo* algarismo deveria ser "5" no caso do *n-ésimo* de r_n não ser "5"; ou deveria ser "6", no caso do *n-ésimo* algarismo de r_n ser, precisamente, "6".

Um intuicionista não pode aceitar como legítima essa definição porque ela não nos mostra de que modo "*construir*" o número real com auxílio da atividade puramente intuitiva de contar e calcular. A definição oferece-nos uma regra; para aplicar a regra, porém, e "*criar*" esse número real, precisaríamos completar um número infinito de passagens, percorrendo cada um dos algarismos do número real - e não há tempo para tanto, dizem os intuicionistas. O intuicionista não aceita, pois, o argumento de Cantor, destinado a revelar que há mais números reais do que naturais e rejeita, assim, toda a teoria cantoriana dos números transfinitos.

A demonstração de Cantor é "*não-construtiva*"; requer, em outras palavras, que consideremos o levar a cabo uma tarefa que requer um número infinito de fases. Poder-se-ia dizer que a forma comum de raciocínio por indução matemática também parece, em certo sentido, requerer a execução de um número infinito de fases. No raciocínio comum por indução matemática, inferimos que algo vale para todos os números naturais a partir de premissas que asseveram que esse algo vale para o zero e que vale para o sucessor de cada número natural para o qual esse algo também vale. Estaríamos autorizados, aqui, a admitir que algo vale para todos os números naturais, não sendo possível considerar completa a tarefa de examiná-los um a um ?

Rejeitaria o intuicionista a indução matemática ? A resposta é que ele não precisa rejeitar a indução matemática. A nossa conclusão a respeito de que algo vale para todos os números naturais não precisa ser entendida como afirmação de que tenhamos percorrido toda a série infinita de números naturais. Pode ser encarada como afirmação de que, para qualquer número natural, arbitrariamente escolhido, é possível contar, a partir de zero, até chegar a esse número, mostrando, assim, que aquele algo - fosse qual fosse - também se aplica ao número em questão. Assim considerado, o raciocínio é "*construtivo*", pois cada específico número natural pode ser alcançado percorrendo-se apenas um número finito de fases do processo de contagem.

Do ponto de vista do intuicionismo, devemos dispor de uma demonstração construtiva de qualquer enunciado matemático a propósito dos números, antes de estarmos autorizados a dizer que sabemos da verdade desse enunciado. Se o enunciado afirma a existência de pelo menos um número de tal ou qual espécie, devemos saber como construir ou computar esse número, usando apenas um número finito de fases. Se o enunciado assevera que todos os números são de tal ou qual espécie, devemos estar em condições de demonstrar, usando apenas um número finito de fases, qualquer que seja o número dado, que esse número é daquela espécie. De maneira semelhante, é preciso dispor-se de uma contra-demonstração construtiva de qualquer enunciado, antes de poder dizer que se sabe da sua falsidade. E que acontece nos caso em que não se dispõe nem de uma demonstração nem de uma contrademonstração matemática ?

Dois exemplos bem conhecidos de asserções matemáticas que não foram demonstradas nem refutadas até o presente merecem atenção. O chamado "*último teorema*" de Fermat assevera que:

> "*não existirem números naturais, com n maior do que 2, tais que se verifique a equação $x^n + y^n = z^n$*"

A "*conjetura de Goldbach*" afirma que:

> "*todo número par pode ser expresso como a soma de dois números primos*"

(sendo o número não exatamente divisível por qualquer outro número, salvo a unidade e o próprio número). A despeito da inúmeras tentativas, os matemáticos não conseguiram encontrar demonstrações para essas duas asserções; também não conseguiram refutá-las.

O intuicionista assume uma posição radical diante de casos como esses. O intuicionista acredita que os números sejam criações do espírito e admite, com Kant, que a mente pode conhecer cabalmente aquilo que ela mesma gera. Sustenta o intuicionista que não pode haver verdade ou falsidade incognoscível (isto é, não-demonstrável construtivamente) acerca dos números.

Afirma, em conseqüência, que não podemos ter certeza a propósito da verdade ou da falsidade do último teorema de Fermat ou da conjetura de Goldbach. Se não podermos demonstrar nem refutar essas asserções, elas nem são verdadeiras nem são falsas. Não podemos demonstrar a demonstrabilidade (para atingir, portanto, a verdade ou a falsidade) dessas asserções; mas é possível que se chegue a fazê-lo, pensam os intuicionistas.

O intuicionismo admite uma terceira possibilidade e sustenta que pode haver um enunciado dotado de sentido e que não seja nem verdadeiro nem falso[4].

Está claro, pois quando se trata de rigor lógico, defenderem os intuicionistas padrões mais altos do que os matemáticos da linha de Cantor. Qualquer raciocínio aceitável aos olhos do intuicionista seria também aceitável aos olhos de Cantor; a recíproca, no entanto (como já vimos), não é verdadeira. É provável que ninguém daria muita importância ao fato, se os rígidos padrões intuicionais implicassem apenas o sacrifício da teoria cantoriana do transfinito. As atividades matemáticas poderiam prosseguir, excluída a teoria de Cantor, sem grande sensação de prejuízo. Acontece, porém, que algumas partes importantes da matemática chamada clássica também teriam de ser sacrificadas ao aceitar-se a posição intuicionista.

Uma vítima importante seria o teorema da análise que afirma que: *todo conjunto limitado de números reais admite um menor limitante superior (supremo).* O teorema é inaceitável para o intuicionista porque a definição do número real que seja o menor limitante superior de um conjunto de números reais exige que se faça referência a um conjunto ao qual a entidade definida pode pertencer (definições desse gênero são chamadas definições "não-predicativas"). Para o intuicionista, a definição "constrói" a entidade que está sendo definida; mas, prossegue ele, não se pode admitir a existência de um conjunto a não ser depois de se haver "*construído*" o conjunto, decidindo quais são os seus elementos.

De acordo com o intuicionista, portanto, uma definição não-predicativa nada chega a construir, pois pressupõe a existência daquilo que, supostamente, devera estar gerando. Outra vítima notável dos escrúpulos intuicionistas seria o "*axioma da escolha*", formulado, pela primeira vez, pelo matemático alemão Zermelo, que se encarregou de mostrar, ainda, que esse axioma é um dado essencial em vários argumentos que dizem respeito ao conjuntos cujos elementos são conjuntos infinitos. Segundo o axioma da escolha, dado um conjunto cujos elementos são conjuntos não-vazios e mutuamente excludentes, existe pelo menos um conjunto que tenha exatamente um elemento em comum com cada um dos conjuntos pertencentes ao conjunto original. A objeção levantada pelos intuicionistas é que esse conjunto, cuja existência é alegada, não pode ser "*construído*"; "*construir*" o conjunto equivaleria a formular uma regra que nos permitisse, relativamente a qualquer objeto, determinar, por meio de algum processo finito de contagem e de computação, se o objeto pertence ou não pertence ao conjunto. Não há, todavia, regra alguma correspondente à espécie de conjunto que o axioma da escolha declara existir.

O intuicionismo - a mais influente das formas da Filosofia conceitualista do número - mutila, assim, de modo considerável, a matemática clássica, rejeitando alguns de seus axiomas. A filosofia que sustenta o intuicionismo teria atrativos bastantes para compensar essas perdas ? Não, por certo. A doutrina segundo a qual números e conjuntos nascem da pura intuição do processo de contagem é toda ela muito vaga e discutível, especialmente se tomada ao pé da letra. Que seria, aliás, essa "*pura intuição*" ? Não poderia a mente contar, em "*pura intuição*´´, com velocidade infinita, construindo, assim, os números transfinitos ? As deficiências da doutrina tornam-se

[4]Para exame de uma linha de pensamento bem diversa, mas que também levou alguns filósofos a abandonar a lei do terceiro excluído, ver "Methapysics" de Richard Taylor, pp 66 – 67, (N. do T: Traduzida para o português e publicada sob o Titulo Metafísica nesta mesa coleção por Zahar Editores , Rio 1.969)

bem visíveis quando se compreende que ela decorre da teoria de Kant (e, presumivelmente, de Brouwer), segundo a qual as leis dos números valem para as coisas como a mente as intui (concebe), não para as coisas como são por si mesmas. A idéia de que o número não se aplica às coisas tais quais elas realmente são, por si mesmas, equivale à idéia de que as coisas, na realidade, não são uma nem muitas. Isso está muito próximo de uma auto-contradição para tornar-se admissible.

A concepção filosófica do intuicionismo, relativa à criação de entidades matemáticas, pode, naturalmente, desligar-se dos seus princípios relativos à prática matemática (como a rejeição de argumentos não-construtivos, a rejeição de definições não-predicativas , e assim por diante). Ainda, separados de seu lastro filosófico, os princípios relativos à prática matemática parecem arbitrários e destituídos de justificativa. Por que abandonar certos tipos de procedimentos matemáticos, em geral aceitos, até determinada época, se isso não defluiu de um princípio filosófico ?

3.4.7 O realismo e a tese logicista.

O nominalismo e o conceitualismo são mesquinhos e avarentos quando se trata de questões de existência matemática. A atitude realista não tem preconceitos contra as entidades abstratas como tais. Ao contrário do que sucede com o conceitualista, o realista não admite que o reino das entidades abstratas esteja limitado pelos pobres poderes criadores do espírito, pois as entidades abstratas existem em si e por si, e não como "*construções*" da mente.

O realista acredita que existem, literalmente falando, quaisquer entidades citadas nos axiomas e teoremas da teoria dos números parecem referir-se a entidades abstratas, deve-se entender que assim, de fato, sucede, e nessa interpretação os axiomas e teoremas são enunciados verdadeiros. Do ponto de vista do realista, a tarefa dos matemáticos é comparável a uma viagem de descobrimentos.

O matemático não pode criar ou inventar os objetos acerca dos quais fala; esses objetos estão aí para serem descobertos e descritos. Como Bertrand Russell, em um de seus escritos mais antigos, afirmou [5]:

> "*Todo conhecimento deve ser reconhecimento, sob pena de não passar de ilusão; a Aritmética precisa ser descoberta exatamente no mesmo sentido em que Colombo descobriu as Índias Ocidentais, e não criamos números, assim como ele não criou os índios... Tudo que o puder ser imaginado existe, e o ser é anterior e não um resultado do fato de ter sido pensado.*"

No entender do realista, não parece haver qualquer justificativa para rejeitar demonstrações não-construtivas e definições não-predicativas na matemática, nem parece haver qualquer justificativa para pensar que um enunciado não seja verdadeiro nem falso (ao contrário do que diz a lei do terceiro excluído). Se os números e as demais entidades matemáticas têm realidade independente de nós, os escrúpulos conceptualistas são lembrados em vão.

[5] Bertrand Russell, em "Is Position in Space and Time Absolute or Relative" na revista Mind, X (1901), 312.

Não há objeções a fazer aos raciocínios não-construtivistas: a demonstração de Cantor fala de um número real cuja representação decimal, infinitamente longa, não podemos percorrer; isso, porém, não tem a menor importância porque a realidade do número não depende de nossa capacidade de percorrer os algarismos de sua representação decimal. Cantor determinou um número genuíno, mesmo que não tenhamos condições para determinar, especificamente, de que número se trata.

O mesmo acontece com as definições não-predicativas: se admitimos que os conjuntos existem por sua própria conta, independentemente de nosso pensamento, temos liberdade, ao definir uma entidade qualquer, de fazer referência a uma classe que contenha a entidade. A lei do terceiro excluído, além disso, não precisa nem deve ser abandonada; como os números naturais existem, o último teorema de Fermat, por exemplo, ou é verdadeiro ou é falso, em relação a eles, e uma dessas duas hipóteses se verifica, possamos ou não demonstrá-lo, constatando qual das duas hipóteses tem lugar.

Que tipo de conhecimento será o nosso conhecimento acerca dos números, sob o prisma realista ? A situação, aqui, torna-se mais delicada. O matemático alemão Frege, um dos que mais claramente e com maior força advogou a tese realista, sustentava que nosso conhecimento do número é , em essência, um questão de visão racional a-priori. (Russell, de maneira geral, concordava com Frege.) Para Frege, o conhecimento que se obtém, com o auxílio do *"olho da Razão"*, contemplando as estruturas atemporais da realidade numérica é um conhecimento a-priori.

Esse conhecimento não é, pois, analítico, no primeiro dos dois sentidos que demos antes a palavra "*analítico*"; o conhecimento dos números, portanto, não é , para Frege, uma questão de compreensão de significados de vocábulos. Quando ele fala de uma Razão que conhece objetos matemáticos, associa a essa espécie de conhecimento matemático muito mais do que a compreensão da linguagem; admite que alguém possa entender tão completamente a linguagem do número quanto se possa imaginar, sem saber, todavia, as leis dos números se a sua Razão estiver nebulosa a ponto de não apreender números.

Seria, então, a concepção de Frege acerca do nosso conhecimento dos números uma simples versão da velha tese racionalista, segundo o qual o olho da Razão pode penetrar no núcleo da realidade ? Não é exatamente isso o que sucede. Frege em verdade, seguido, logo após, de Bertrand Russell, introduziu uma importante novidade na Filosofia do número : admitiu que as leis dos números são todas analíticas. Ele escreveu:

> "*Na aritmética, não nos preocupamos com objetos que chegamos a conhecer de fora, como algo alheio ... mas com objetos que se apresentam diretamente à Razão e que, por se assemelharem a ela, são inteiramente transparentes à Razão.*"

A citação poderá parecer estranha ao leitor habituado com o abuso que se faz do emprego da palavra "*analítico*", em Filosofia Contemporânea, dando-lhe a impressão de que se trata de uma forma tortuosa de dizer que nosso conhecimento dos números é analítico.

Mas Frege emprega a palavra "*analítico*" apenas no segundo dos dois sentidos que apresentamos. Sustentando que as leis dos números são analíticas, Frege sustenta nada mais nada menos do que o fato de serem elas "*redutíveis*" às leis da Lógica (entendendo a Lógica em sentido amplo).

Dizer, pois, que as leis dos números são analíticas nesse sentido é perfeitamente compatível com dizer que o conhecimento que temos dessas leis depende, basicamente, de uma visão racional. Trata-se, porém, do mesmo tipo de visão racional que aquele que nos dá conhecimento das leis da Lógica - e este é, para Frege, o mais direto e o mais claro tipo de visão racional.

A doutrina que sustenta serem as leis da matemática dos números dedutíveis da Lógica e inteiramente "*redutíveis*" à Lógica veio a ser conhecida como "*tese logicista*". Enunciada, pela primeira vez, por Frege, a tese foi depois, independentemente, formulada por Bertrand Russell. Em seu monumental *Principia Mathematica*, Whitehead e Russell entregaram-se à tarefa de estabelecer, de maneira minuciosa, a tese proposta. De acordo com o logicismo, as leis da Aritmética e todo o resto da matemática dos números se relacionam às leis da Lógica da mesma forma que os teoremas da geometria se relacionam aos seus axiomas.

Para evidenciar que assim se dá, duas coisas se impõem: uma formulação clara do que são as leis da Lógica e uma série de definições dos termos-chave da teoria dos números, capaz de fazer que as leis dessa teoria se tornem deduzíveis das leis da Lógica. Estava completamente fora de questão a derivação de qualquer parte da matemática a partir da tradicional Lógica aristotélica; um sistema lógico muito mais potente fazia-se necessário.

Frege e igualmente Whitehead e Russell contribuíram, em larga escala, para a elaboração das leis dessa moderna e poderosa lógica. É importante notar que, para os seus objetivos, os termos "*conjunto*" e "*par ordenado*", assim como as leis relativas aos conjuntos e aos pares ordenados, eram tidos como partes da Lógica e não como partes da matemática. (Russell propôs, a certa altura, o que chamou "*teoria sem classes*" - classe nada mais sendo que outro nome dos conjuntos; mas a supressão das classes implicava o uso das noções de propriedades e relações, tão ou mais complicadas que a noção de conjunto.)

As definições que se faziam indispensáveis eram definições de todos os termos e símbolos, básicos, não-lógicos, da teoria dos números; aí estão incluídos "*zero*", "*sucessor imediato*", "*número natural*", bem como "+ " e " x". Whitehead e Russell definiam os números naturais como certas espécies de conjuntos de conjuntos.

O zero era definido como o conjunto de todos os conjuntos vazios; um como o conjunto de todos os conjuntos não-vazios, cada um dos quais sendo tal que quaisquer objetos a ele pertencentes deveriam se iguais; dois como o conjunto de todos os conjuntos que tivessem um elemento distinto de algum outro elemento, mas tais que quaisquer outros elementos devessem ser iguais a um desses dois elementos; e assim por diante.

Um desses conjuntos se diria sucessor imediato de outro se, e somente se, retirado um elemento de qualquer conjunto da primeira coleção, o conjunto restante viesse a ser da segunda coleção.

Ora, o conjunto dos números naturais é um conjunto ao qual pertence o zero e ao qual pertence cada sucessor imediato de algo que está nesse conjunto. Dizer isso, no entanto, não é caracterizar de maneira completa os números naturais porquanto há muitos conjuntos nessas condições (como, por exemplo, o conjunto formado por todos os franceses e todos os números naturais). O que se pode afiançar, contudo, é que todos os números naturais, e somente eles, pertencem a cada um desses conjuntos.

Um número natural pode, portanto, ser definido como qualquer coisa que pertença a cada conjunto que contenha zero e que contenha o sucessor imediato de qualquer objeto que também pertença ao conjunto. Definições que esclareçam o que significam adicionar e multiplicar esses números naturais também podem ser introduzidas. Desse modo, com o auxílio de uma Lógica ampliada, em que figurem leis relativas aos conjuntos e aos pares ordenados (ou seus equivalentes), os axiomas de Peano e as demais leis da teoria dos números podem ser deduzidos.

Frege sustentava apenas que as leis dos números podiam ser, dessa forma, reduzidas à lógica. A tese de Whitehead e de Russell era mais ambiciosa, sustentando eles que toda a matemática poderia ser reduzida à lógica. A geometria deveria ser tratada por meio da geometria analítica, sendo os pontos do espaço identificados a tríadas de números reais. Formas abstratas da álgebra (onde não se faz emprego dos números) poderiam ser encaradas como resultados da Lógica das relações, amplamente desenvolvida por Whitehead e Russell.

Não foi acidental o fato de ter a tese logicista sido desenvolvida pelos adeptos do realismo como filosofia do número, porquanto as duas concepções caminham juntas, com naturalidade. É claro que uma pessoa não-simpatizante do realismo poderia, perfeitamente, aceitar a tese logicista; a hipótese contrária também é igualmente concebido. Foi o realismo, entretanto, que forneceu a motivação intelectual responsável pelo surgimento das obras de Frege e de Russell; tivessem eles abraçado o nominalismo ou o conceptualismo kantiano, ou alguma Filosofia não-literal acerca dos números, dificilmente chegariam a desenvolver a tese logicista.

Tal como o fenômeno se manifestou, Frege e Russell julgaram-se exploradores de um terreno até então desconhecido da realidade abstrata - exploradores que haviam descoberto que a vasta área da realidade matemática não passava de uma península do amplo continente da realidade lógica. Era um modo otimista e agradável de caracterizar a própria atividade.

Contudo, como acontece com inúmeros sonhos brilhantes e inovadores começou a desfazer-se, antes mesmo de ganhar contornos definidos.

3.5 GIORDANO BRUNO: A METAFÍSICA DO INFINITO

3.5.1 O sacrifício pelo livre pensar.

Filipe Bruno nasceu em Nola, Itália, em 1548 [10]. O nome com que ficou conhecido, Giordano, lhe foi dado quando, ainda muito jovem, ingressou no convento de São Domingos, onde foi ordenado sacerdote, em 1572. Mente inquieta e muito independente, Bruno teve sérios problemas com seus superiores ainda quando estudante no convento. Sabemos que já em 1.567 um processo foi instaurado contra ele, por insubordinação, mas Bruno já granjeara admiração por seus dotes intelectuais, o que possibilitou a suspensão do processo.

Era tão séria a largueza de visão de Bruno quanto aos defeitos do pensamento intelectual de sua época, que em 1576 teve de fugir de Nápoles para Roma devido à perseguições de toda espécie e, depois, para a Suíça, onde freqüentou ambientes calvinistas, que logo abandonaria julgando o pensamento teológico dos protestantes tão restrito quanto o dos católicos.

A partir de 1579, Bruno passa a viver na França, onde atraiu as simpatias de Henrique III. Em meados da década seguinte, Bruno vai para a Inglaterra. Mas logo ele entra em atrito com os docentes de Oxford. Vai, então, depois de um curto período de retorno à França, para a Alemanha luterana. Após um período de vivência no meio dos seguidores de Lutero (de onde seria expulso posteriormente), Bruno parte para Frankfurt, onde publica sua trilogia de poemas latinos. Recebe um convite (que lhe seria fatal) para ensinar a arte da memória ao nobre (na verdade, um interesseiro) veneziano João Mocenigno. Assim, selando seu destino, Bruno parte para a Itália em 1591.

No mesmo ano, Mocenigno (que esperava aprender as artes da magia com Bruno) denuncia o mestre ao Santo Ofício. No ano seguinte, começa o dramático processo contra Bruno, que se conclui com sua retratação. Em 1593, é transferido para Roma, onde é submetido a novo processo. Depois de extenuantes e desumanas tentativas de convencê-lo a retratar-se de algumas de suas teses mais básicas e revolucionárias pelo método inquisitorial, Bruno é, por fim, condenado à morte na fogueira, em 16 fevereiro de 1600.

Giordano Bruno morreu sem renegar seus pontos de vista filosófico-religiosos. Sua morte acabou por causar um forte impacto pela liberdade de pensamento em toda a Europa culta. Como diz A. Guzzo:

> "*Assim, morto, ele se apresenta pedindo que sua filosofia viva. E, desse modo, seu pedido foi atendido: o seu julgamento se reabriu, a consciência italiana recorreu do processo e, antes de mais nada, acabou por incriminar aqueles que o haviam matado.*"

3.5.2 A filosofia de Bruno.

A característica básica da filosofia de Giordano Bruno é a sua volta aos princípios do neoplatonismo de Plotino, e ao hemetismo da Europa pré-cristã, notadamente nos trabalhos que conhecemos como "*O Corpus Hermeticum*". Nos primeiros séculos da era imperial romana durante o desenvolvimento do movimento cristão, veio à tona uma surpreendente literatura de caráter filosófico-religioso, cujo traço de união era, segundo seus autores, as revelações trazidas por Thot, o deus escriba dos egípcios, que os gregos identificaram com Hermes Trismegisto, de onde o nome de literatura hermética. Parece que o Thot egípcio foi, realmente, uma figura religiosa histórica real que o tempo se incubou de envolver nos véus da lenda.

Seja como for, temos conhecimento desses escritos filosófico-religiosos que remontam à tradição iniciada pelo movimento de Thot-Hermes, e que nos chegaram, em parte. O suporte doutrinário dessa literatura, segundo Reale e Antiseri (1990), é uma forma de metafísica inspirada em fontes do medioplatonismo, do neopitagorismo, da tradição de Apolônio de Tiana, e do nascente neoplatonismo. A iluminação pessoal, com a conseguinte salvação da alma, segunda esta doutrina, depende do grau de conhecimento (gnosis) e maturidade a que chega o homem em sua luta por compreender o porquê? Da existência terrena, que é a ante-sala do mundo supra-sensível, além do plano físico. Em virtude da profundidade destes escritos, alguns pais da Igreja (Tertuliano, Lactâncio e outros), consideraram Hermes Trismegsito um tipo de profeta pagão anterior e preparador do ensino de Cristo, embora esta história tenha sido abafada pelo fanatismo católico posterior da Idade Média.

Resgatando parte desta tradição, Bruno se coloca na trilha dos magos-filósofos que ressurgiram na renascença, que, embora procurando manter-se dentro dos limites da ortodoxia cristã, leva-o às últimas conseqüências. O pensamento de Bruno é gnóstico em essência, profundamente mesclado ao pensamento hermético e neoplatônico que o sustenta. Ele conduz a magia renascentista às suas fontes pré-cristãs e as demonstra serem tão válidas e ricas quanto a cristã, tendo, inclusive, o mérito de se enriquecerem mutuamente.

É necessário aceitar o diferente, segundo Bruno, com suas riquezas e pontos de vista complementar ao modo de ver do mundo cristão. Bruno, tal como antes fizera Plotino, considerava a religiosidade pré-cristã uma forma de exercício para uma vivência plena, mística e direta com o Uno. Isso foi fatal para Bruno, que surgiu uma época de extrema intolerância religiosa (e que - sejamos honestos - ainda perdura de forma sutil e ainda mais cruel na Igreja Católica, como no exemplo da condenação da Teologia da Libertação) e de seus formuladores, como Leonardo Boff, e no falso discurso ecumênico que esconde interesses políticos, em que é cegamente seguida por sua filha pródiga: o universo das igrejas e seitas evangélicas), e que buscava no hermetismo um refúgio a cegueira fanática da inquisição. E Bruno vem à tona pregando um reconhecimento da herança pagã antiga e da liberdade de pensamento filosófico-religioso, o que, por si, era uma ameaça e uma atitude por demais revolucionárias para serem suportadas pelo poder de Roma.

O pensamento de Bruno era holista, naturalista e espiritualista. Dentre suas idéias especulativas, destacamos a percepção de uma sabedoria que se exprime na ordem natural, onde todas as coisas, quer tenhamos idéia ou não, estão interligadas e se interrelacionam de maneira mais ou menos sutil (holismo); a pluralidade dos mundos habitados, sendo a Terra apenas mais um de vários planetas que giram em volta de outros sistemas, etc. Por tudo isso, por essa ousadia em pensar, Bruno - que estava séculos adiante de seu tempo - pagou um alto preço. Mas sua coragem serviu de estopim[6] e incentivo ao progresso científico e filosófico posterior.

3.6 DIVERSOS TIPOS DE NÚMEROS

3.6.1 Números irracionais.

A origem histórica da necessidade de criação dos números irracionais está intimamente ligada com fatos de natureza geométrica e de natureza aritmética [2]. Os de natureza geométrica podem ser ilustrados com o problema da medida da diagonal do quadrado quando a comparamos com o seu lado.

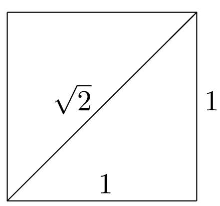


Figura 3.1:

Este problema geométrico arrasta outro de natureza aritmética, que consiste na impossibilidade de encontrar números conhecidos - racionais - para raízes quadradas de outros números, como por exemplo, raiz quadrada de 2.

[6] Acessório de explosivo destinado a transmitir a chama para ignição de uma espoleta ou de outro dispositivo congênere, e constituído por um núcleo de pólvora negra, com um envoltório para contê-lo.

Ora, estes problemas já eram conhecidos da Escola Pitagórica (século V $a.C.$), que considerava os irracionais heréticos. A Ciência grega consegui um aprofundamento de toda a teoria dos números racionais, por via geométrica -*"Elementos"* de Euclides - mas não avançou, por razões essencialmente filosóficas, no campo do conceito de número. Para os gregos, toda a figura geométrica era formada por um número finito de pontos, sendo estes concebidos como minúsculos corpúsculos - "*as mónadas*" - todos iguais entre si; daí resultava que, ao medir um comprimento de n mónadas com outro de m, essa medida seria sempre representada por uma razão entre dois inteiros n/m (número racional); tal comprimento incluía-se, então na categoria dos comensuráveis.

Ao encontrar os irracionais, aos quais não conseguem dar forma de fração, os matemáticos gregos são levados a conceber grandezas incomensuráveis. A reta onde se marcavam todos os racionais era, para eles, perfeitamente contínua; admitir os irracionais era imagina cheia de "*buracos*". É no século $XVII$, com a criação da *Geometria Analítica* (Fermat e Descartes), que se estabelece a simbiose do geométrico com o algébrico, favorecendo o tratamento aritmético do comensurável e do incomensurável. Newton $(1642-1727)$ define pela primeira vez "*número*", tanto racional como irracional.

3.6.2 Outros tipos de número.

Este resumo é uma tentativa de mostra as definições mais básicas sobre diversos tipos de números o que faz acessível para os estudantes e pesquisadores de todas as idades, algumas são somadas definições novas.

Número abundante.

Suponha temos um inteiro positivo n e soma de seus divisores positivos. Por exemplo, se $n = 12$, então a soma é $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12 = 28$. Quando fazemos isto com o inteiro n um dos seguintes três situações acontecem:

a soma é:	**e nós dizemos que n é um:**	**exemplo**
menor que $2n$	número deficiente	1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9
igual a $2n$	número perfeito	6, 28, 496
maior que $2n$	número abundante	12, 18, 20, 24, 30

Números deficientes e abundantes foram nomeados pela primeira vez por Nicomachus em *Introdução à Aritmética* (100 $a.C.$).

Existe uma infinidade de números abundantes, estranho (por exemplo, todo múltiplo de 12) e (por exemplo, todo múltiplo diferente de 945). Todo múltiplo formal de um número perfeito, e todo múltiplo de um número abundante, é abundante (porque quando $n > 1$, $\dfrac{\sigma(n)}{n} > 1 + \dfrac{1}{n}$; e σ é uma função multiplicativa). Deleglise mostrou que em média 24.7 % dos inteiros positivos são abundantes (mais especificamente, que a densidade natural dos inteiros abundantes está no intervalo (0.2474, 0.2480)). Todo inteiro maior que 20.161 pode ser escrito como a soma de dois números abundantes.

Número algébrico.

Um número real diz-se *número algébrico* se é uma *raiz* de um polinômio com coeficientes de números inteiros; e seu grau é o menor dos graus dos polinômios que tem este número como uma raiz. Por exemplo, número racional $\dfrac{a}{b}$ (com $b \neq 0$) é um número algébrico de grau *um*, pois é um *raiz* de $p(x) = bx - a$. A raiz quadrada de 2 é um número algébrico de grau dois porque é uma raiz de $p(x) = x^2 - 2$. Se um real número a não é algébrico, então é um *número transcendente*.

A base dos logaritmos naturais $e = 2.71828...$, e $\pi = 3.14159...$ são ambos transcendentes. Quase de fato, todos os números reais são transcendentais porque o conjunto de números algébricos é enumerável.

Números amigáveis.

O par de números 220 e 284 têm a propriedade curiosa que cada um "*contém* " o outro. De que modo ? Na sensação que é que, a soma dos divisores positivos formais de cada, some o outro. Observe:

Para 220	$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 \ = \ 284$
Para 284	1+2+4+71+142 = 220

Cada par de números é chamado "*números amigáveis*". Estes números têm uma história longa em magia e astrologia e fazem poções de amor e talismãs. Como um exemplo, pensaram alguns comentaristas judeus antigos que o Jacob deu para seu irmão 220 ovelhas (200 fêmeas e 20 machos) quando ele teve medo sabia que seu irmão ia assassina-lo (Gênese 32 : 14). O filósofo Iamblichus de Chalcis ($250 - 330$ *d.C.*) escreve que o Pitágoras conheceu estes números:

> "*Eles chamam certos números amigáveis e adotam virtudes e qualidades sociais para números, como* 284 *e* 220*; para as partes de cada tenha o poder para gerar o outro.*"

Pitágoras falou respeito de um amigo: *"...um que é o outro eu, como é* 220 *e* 284*."*

Agora números amigáveis são freqüentemente (e corretamente!) achados em parte das seções de exercício de textos elementares sob teoria de número.

Não há nenhuma fórmula ou método conhecido para listar tudo dos números amigáveis, mas fórmulas com certeza foram especiais foram descobertas ao longo dos anos. Ibn de Thabit Kurrah (850 *d.C*)diz o seguinte:

> "*Se* $n > 1$ *e cada de* $p = 3.(2)^{n-1} - 1, \quad q = 3.(2)^n - 1, \quad$ *e* $r = 9.(2)^{2n-1} - 1$ *são primos, então* $2^n pq$ *e* $2^n r$ *são números amigáveis*".

Séculos antes desta fórmula descobriam o segundo e terceiro par de números amigáveis! Fermat em uma carta para Mersenne em 1636 anunciou para o par de números amigáveis $17,296$ e $18,416$ aqui $(n = 4)$. Descartes escreveu a Mersenne em 1.638 indicando o par 9.363.584 e $9 + 437.056$ aqui $(n = 7)$.

Euler contribuiu com números amigáveis, incrementando uma lista de sessenta e quatro pares novos, porém ele fez dois erros. Em 1909 um dos pares de Euler foi achado como não sendo amigáveis, e em 1914 o mesmo destino levou um segundo par. Em 1866 um menino de dezesseis anos, Nicolo Paganini, descobriu o par de números amigáveis (1184, 1210) que era previamente desconhecido.

Agora, procuras de computador extensas acharam todos os tais números com 10 ou menos dígitos e numerosos exemplos maiores, para um total de mais de 7500 pares amigáveis. é desconhecido se existe infinitamente pares de números amigáveis. Também é desconhecido se há um par de números primos relativos de números amigáveis.

Número de Bernoulli.

Os números de Bernoulli denotados por B_k onde $k \in \mathbb{N}$ aparecem como os coeficientes na expansão de série de Taylor de $\dfrac{x}{e^x - 1}$. Eles podem são definidos recursivamente fixando $B_0 = 1$, e usando :

$$B_0 + B_1 \binom{k+1}{k} + \cdots + B_{k-1}\binom{k+1}{2} + B_k \binom{k+1}{1} = 0$$

Alguns dos primeiros números de Bernoulli são: $B_0 = 1$, $B_1 = -\dfrac{1}{2}$, $B_2 = \dfrac{1}{6}$, $B_3 = 0$, $B_4 = -\dfrac{1}{30}$, $B_5 = 0$, $B_6 = \dfrac{1}{42}$, $B_7 = 0$, $B_8 = -\dfrac{1}{30}$, $B_9 = 0$, e $B_{10} = \dfrac{5}{66}$. Note-se alguma das condições estranhas, tudo $B_{2n+1}\quad (n > 1)$, é zero; e as condições de sinais alternados.

Estes números que também usam a função ζ de Riemann podem ser definidos como segue: $\zeta(-n) = \dfrac{B_{n+1}}{n+1}$.

Finalmente, usando a fórmula de Stirling, nós temos:

$$| B_{2n} | \sim 4\sqrt{\pi n}\left[\frac{n}{\pi \cdot e}\right]^{2n}$$

Os números de Bernoulli aparecem pela primeira vez no trabalho póstumo "*Ars Conjectandi*" em (1713) por Jakob Bernoulli.

Euler os usou para expressar as somas de potências de inteiros sucessivos iguais. Eles também são importantes nos clássicos resultados do último Teorema de Fermat.

Congruência.

Uma das ferramentas mais importantes em teoria de elementar de números é aritmética modular (ou congruências). Suponha a e b sejam qualquer inteiro sendo $a \neq 0$, então nós dizemos " *a é congruente com b módulo m*" se m divide $a - b$. E escrevemos isto como $a \equiv b (mod\, m)$.

Por exemplo: $6 \equiv 2(mod\, 4)$, $-1 \equiv 9(mod\, 5)$, $1100 \equiv 2(mod\, 9)$, e o quadrado de qualquer número ímpar é 1 módulo 8.

Congruências são achadas ao longo de nossas vidas. Por exemplo, os relógios, eles trabalham por horas modulo 12 ou 24, e modulo 60 durante minutos e segundos. Ca-lendários trabalham em dias ou meses; modulo 7 para dias da semana e modulo 12 para meses.

O idioma de congruências foi desenvolvido por Karl Friedrich Gauss no século XIX. Note que $a \equiv b(mod\, m)$ se e só se há um inteiro q tal que $a = b + qm$, assim podem ser traduzidas congruências a igualdades com a adição de um desconhecido. Talvez três das propriedades importantes de módulo de congruências que m são:

- A propriedade reflexiva: Se a é qualquer inteiro, $a \equiv a(mod\, m)$,
- A propriedade simétrica: Se $a \equiv b(mod\, m)$, então $b \equiv a(mod\, m)$,
- A propriedade transitiva: Se $a \equiv b(mod\, m)$ e $b \equiv c(mod\, m)$, então $a \equiv c(mod\, m)$.

Por causa destas três propriedades, sabemos nós o conjunto de números inteiros pode ser classificado em m congruências diferentes modulo m. Se a, b, c e d são qualquer inteiro com $a \equiv b(mod\, m)$ e $c \equiv d(mod\, m)$, então:

- $(a + c) \equiv (b + d)(mod\, m)$
- $(a - c) \equiv (b - d)(mod\, m)$
- $(a \cdot c) \equiv (b \cdot d)(mod\, m)$

Se o $m.d.c.(c, m) = 1$ e $ac \equiv bc(mod\, m)$, então $a \equiv b(mod\, m)$.

Número de Diofanto.

Diofanto veio ser chamado o *"Pai de Geometria"*. Ele viveu durante o período de 250 a 350$d.C.$, *"uma idade prateada em matemática"*. A obra *"Arithmetica"* escrito por Diofanto estava composta de 13 livros e 189 problemas.

Os problemas que ele trabalhou mostram sistemas lineares de equações e outros sistemas quadráticos. Ele incluiu sugestões fortes as perguntas para resolver seus problemas de modo fácil. A solução de um destes problemas ele usou para indicar sua idade, assim ele aparentemente viveu pelo menos 84 anos.

Diofanto introduziu símbolos para subtração, para uma incógnita, e para o grau de uma variável. Embora houvesse várias soluções a alguns de seus problemas, ele só procurou uma solução em números inteiros e positivos. Agora nós chamamos uma equação a ser resolvida em números inteiros de *"equação diofantina"*. Por exemplo, Diofanto considerou as equações:

$$ax + by = c$$

onde as variáveis x e y são inteiros positivos. Esta equação pode ser resolvida se, e somente se, o maior divisor comum de a e b divide c. Nós podemos achar a solução para estas equações usando o algoritmo modificado de Euclides .

O pequeno teorema de Fermat.

Fermat fez contribuição com o maior e o último de todos seus teoremas que diz:

"*$x^n + y^n = z^n$ não tem nenhuma solução em inteiros positivos x, y, z com $n > 2$.*"

Isto foi finalmente provado por A.Wilkes em 1995. Porém, no estudo de números primos é o pequeno teorema de Fermat que é a usado pela maioria diz:

"*Seja p número primo que não divide o inteiro a, então $a^p \equiv a(mod\, p)$.*"

É tão fácil de calcular a^{p-1} que a maioria dos testes de primários elementares usa uma versão do Pequeno Teorema de Fermat para demonstrar o famoso Teorema de Wilson. Como sempre, Fermat não mostrou uma prova ("*... que eu lhe enviaria a demonstração, se eu não temesse seu ser muito longo*".

Euler publicou uma primeira prova em 1736, mas Leibniz deixou virtualmente a mesma prova algum dia em um trabalho inédito antes de 1683.

Número afortunado.

Seja P o produto dos n primeiros números primos. Reo Fortuna conjeturou que se q é o menor primo maior que $P + 1$, então $q - P$ é primo. Por exemplo, se $n = 3$, então $P = 2 \times 3 \times 5 = 30$, $\quad q = 37$, e $q - P = 7$.

Estes números eram chamados $q - P$ agora são chamados de números afortunados, e a conjetura tem que ainda ser povoada!

A sucessão de números afortunados começa:

3, 5, 7, 13, 23, 17, 19, 23, 37, 61, 67, 61, 71, 47, 107, 59, 61, 109, 89, 103, 79, 151, 197, 101, 103, 233, 223, 127, 223, 191, 163, 229, 643, 239, 157, 167, 439, 239, 199, 191, 199, 383, 233, 751, 313, 773, 607, 313, 383, 293, 443, 331, 283, 277, 271, 401, 307, 331, $\cdots$

Paul Carpenter pensa que nós semelhantemente deveríamos definir os números menos-afortunados deixando q seja o maior primo menor que P (o produto do n primeiro primos) e considerando a sucessão $P - q$. Esta sucessão começa

$$3,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 29,\ 23,\ 43,\ 41,\ 73, ...$$

Ele conjetura todos estes números são como primos.

Estas conjeturas provavelmente são verdadeiras? Há razão boa para pensar assim.

Argumento heurístico.

A heurística é algo como:

"*providenciando ajuda na direção da solução de um problema mas caso contrário injustificado ou incapaz de justificação* ".

Assim são usados argumentos de heurísticos para mostrar para o que nós poderíamos tentar provar depois, ou o que nós poderíamos esperar achar em uma corrida de computador. Eles são, a melhor, suposições educadas.

Por exemplo, suponha a pessoa suspeita que há infinitos números primos de Fermat. Nós poderíamos discutir a resposta heuristicamente como segue.

Pelo teorema de número primo podemos suspeitar que a probabilidade de um *"número fortuito"* n que seja primo é no máximo $\dfrac{A}{\log n}$ para algum número real A. Assim temos a desigualdade

$$\frac{A}{\log Fn} < \frac{A}{2^n \log 2}$$

para os inteiros não-negativos vemos nós deveríamos obter $\dfrac{A}{\log 2}$ assim, um número primo de Fermat é *"finito"*, no máximo!

Acima temos um argumento heurístico, ingênuo observe que foram feitas várias suposições injustificadas. Por exemplo, nós assumimos que os números de Fermat se comportam bastante iguais *"números"* fortuitos para fazer o argumento acima.

Porém, números de Fermat têm propriedades de divisibilidade especiais (veja divisores de fermat). Se aplicarmos o mesmo argumento acima para os números de Mersenne, então obtemos uma soma divergente, assim parece provável que há infinitos números primos de Mersenne.

A estranha Conjetura de Goldbach.

A estranha conjetura de Goldbach (conhecida como o problema dos 3-primos) diz que:

> "*todo inteiro ímpar maior que cinco são a soma de três primos*".

Compare isto com a outra conjetura de Goldbach: todo inteiro maior que dois é a soma de dois primos. Se o a conjetura de Goldbach é verdade, então assim é a estranha conjetura de Goldbach.

Número perfeito.

Muitas culturas antigas dotaram certos inteiros de religioso especial e significado mágico. Um exemplo são os números perfeitos, esses inteiros que são a soma de seus divisores formais positivos. Os primeiros três números perfeitos são·

$6 = 1 + 2 + 3,\qquad 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$, e $496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248.$

O antigo estudioso cristão Augustine explicou aquele Deus poderia ter criado o mundo em outro momento, mas, escolheu fazer isto em um número perfeito de dias, 6. Comentaristas judeus sentiam que a perfeição do universo foi mostrada pelo período da lua de 28 dias.

Qualquer significado designou a eles, estes três números perfeitos e 8.128, foi conhecido para estar "perfeito" pelos gregos antigos, e a procura para números perfeitos estava atrás de algumas das maiores descobertas em teoria de número. Por exemplo, no Livro IX dos *"Elementos"* de Euclides achamos a primeira parte do teorema seguinte (completo depois por Euler depois de 2.000 anos).

Propriedade 3.1.
Se $2^k - 1$ é primo, então $2^{k-1} \cdot (2^k - 1)$ é perfeito e todo número perfeito tem esta forma.

Se mostra que se 2^{k-1} é primo, então k deve ser também primo assim a procura de números perfeitos está de igual modo como a procura de números primos de Mersenne. Armado com esta informação que não leva muito longe, porém aplicando isto conseguimos achar os próximos dois números perfeitos: 33550336 e 8589869056.

Enquanto buscando números perfeitos e amigáveis, Pierre de Fermat descobriu o Pequeno Teorema de Fermat, e comunicou uma versão simplificada disto a Mersenne em 1640.

É desconhecido se há qualquer número perfeito estranho. Se há alguns, então eles são bastante grandes (pelo menos 300 dígitos) e tem inúmeros fatores primos. Mas este permanecerá indubitavelmente totalmente um problema aberto para algum tempo.

Zero de uma função.

Um zero ou raiz de uma função é um valor que faz isto zere. Por exemplo, os zeros de $x^2 - 1$ são $x = 1$ e $x = -1$. Os zeros de $z^2 + 1$ são $z = i$ e $z = -i$. Algumas vezes restringimos nosso domínio e limitamos assim que tipo de zeros serão aceitos? Por exemplo, $z^2 + 1$ não têm nenhum real zero (porque seus dois zeros não são reais números); $x^2 - 2$ não têm nenhum zero racional (seus dois zeros são números irracionais).A função de seno não tem nenhum zero algébrico exceto o 0, mas tem infinitamente muitos zeros transcendentais: $-3\pi,\ -2\pi,\ -\pi,\ \pi,\ 2\pi,\ 3\pi, \cdots$.

A multiplicidade de um zero de um polinômio é com que freqüência acontece. Por exemplo, os zeros de $(x-3)^2(x-4)^5$ são 3 com multiplicidade 2 e 4 com multiplicidade 5. Assim este polinômio tem dois zeros distintos, mas sete zeros (total) contando multiplicidades.

O teorema fundamental de estados de álgebra que um polinômio (com realidade ou coeficientes complexos) de grau n tem n zeros de nos números complexos (contando multiplicidades). Segue então que um polinômio com coeficientes reais e grau n tem no máximo n zeros reais . Finalmente, os zeros complexos de um polinômio com coeficientes reais entram em pares conjugados (quer dizer, se $a + bi$ é um zero, então assim $a - bi$).

O algoritmo da divisão.

O algoritmo de divisão não é de fato um algoritmo, mas o teorema seguinte que uma vez foi demonstrado, dando um algoritmo que explica como dividir. (Agora a prova normalmente está baseada no princípio bem ordenando.)

Propriedade 3.2. *O Algoritmo da Divisão:*
Sejam a e m números inteiros com $m \neq 0$, então há inteiros diferentes q e r tal que $a = qm + r$ com $0 \leq r <\mid m \mid$.

Por exemplo, se $a = 36$ e $m = 13$, então $q = 2$ e $r = 10$ (Observe, $36 = 2 \times 13 + 10$). Igualmente se $a = -63$ e $m = 20$, então $q = -4$ e $r = 17$ (observe, $-63 = (-4) \times 20 + 17$). Finalmente, se $a = 24$ e $m = -15$, então $q = -1$ e $r = 9$ (desde $24 = (-1) \times (-15) + 9$).

Os únicos números q e r são chamados respectivamente o *quociente* e *resto*.

O *resto* também é chamado o menor modulo de resíduo não negativo m. Finalmente, $a = qm + r$ implica $a \equiv r(mod\, m)$, veja congruência.

3.6.3 Conjetura de números primos.

Euclides de Alexandria é chamado freqüentemente "*o pai da geometria*" porque seu texto " *Elementos*" foi usado como o texto padrão da geometria por aproximadamente 2000 anos. Era uma compilação excelente da matemática sabida naquele tempo (aproximadamente 350 $a.C$), e ajustou um padrão importante para a organização lógica e a apresentação da matemática. Entretanto, é associado assim freqüentemente com a geometria de que muitos povos se esquecem que três dos treze livros dos elementos são sobre a teoria do número (livros VII, $VIII$, e IX). Nestes três livros define "*números primos*", desenvolve muitas propriedades da divisibilidade, apresenta o "*algoritmo de Euclides*"para encontrar o maior divisor comum de dois números inteiros, mostra como encontrar um número perfeito (o que é chamado agora) de "*primo de Mersenne*", e indica uma versão do teorema fundamental da aritmética.

Os "*Elementos*" de Euclides são um dos livros o mais extensamente circulados no historia. Mais de mil edições pareceram desde a primeira versão impressa em 1482, e nivelam antes que era o texto matemático padrão no oeste. A qualidade das definições e o desenvolvimento axiomático da aritmética melhoraram extremamente desde o dia que escreveu Euclides.

Respeito de números primos [27]o matemático Karl Friedrich Gauss, escreve em "*Disquisitiones Arithmeticae*", 1801:

> "*O problema de distinguir números primos dos números compostos e de resolver o último em seus fatores primos... Mais, a dignidade da ciência própria parece que cada os meios possíveis estejam explorados para a solução de um problema assim que elegante e assim que comemorados*".

Existem algumas poucas conjeturas concernentes a números primos

Conjetura de Goldbach.

> "*Todo número natural $n > 2$ é a soma de dois números primos.*"

Em 1742 Goldbach escreveu uma carta a Euler que sugere que; todo número inteiro $n > 5$ é a soma de três primos. Euler respondeu que este é equivalente a que cada primo $n > 2$ é a soma de dois primos - isto agora é conhecido como a "*conjetura de Goldbach*".

Schnizel mostrou que a conjetura de Goldbach é equivalente a cada inteiro $n > 17$ é a soma de três primos distintos. Provou que todo inteiro primo é a soma de ao menos seis primos (Goldbach sugere dois) e em 1966 Chen provou que cada número inteiro primo suficientemente grande é a soma de um primo mais um número não primo com mais de dois fatores primos. Em 1993 Sinisalo verificou a conjetura de Goldbach para todos os inteiros menores de $4 \cdot (10)^{11}$. Mais recentemente Jean-Marc Deshouillers, Yannick Saouter e Herman Riele verificaram isto até 10^{14} com a ajuda, de um Cray C 90 e várias estações de trabalho. Em julho 1.998, Joerg Richstein terminou uma verificação para $4 \cdot (10)^{14}$ e colocou uma lista dos números primos em ordem crescente.

Problema do número ímpar de Goldbach.

> "*Cada número ímpar $n > 5$ é a soma de três números primos*".

Houve um progresso substancial neste argumento, o exemplo mais fácil da conjetura de Goldbach. Em 1937 Vinogradov provou que este é verdadeiro para inteiros ímpares suficientemente grandes para n. Em 1956 Borodzkin mostrou que $n > 3^{14348907}$ é suficiente (o expoente é 3^{15}). Em 1989 Chen e Wang reduziram este limite a 10^{43000}. O expoente ainda deve ser reduzido dramaticamente antes que nós possamos usar computadores tomar cuidado de todos os casos pequenos.

3.7 ELES ODIAVAM FAZER CONTAS

É freqüente confundir-se matemática com contas [28]. De acordo com este modo de ver, os matemáticos seriam pessoas que gostam e que tem queda para fazer contas. Nada mais longe da verdade. Se é certo que alguns deles, no passado, foram exímios calculadores, a maior parte sempre deve ter odiado fazer contas de rotina. Alguns passaram mesmo dos sentimentos aos atos: inventando máquinas de calcular que fizessem as contas por eles! Um domínio em que são tradicionais cálculos muito laboriosos é da astronomia. Por exemplo, em meados do século XIX, o astrônomo francês Deiaunay levou 20 anos a efetuar certos cálculos relativos à órbita da Lua. Cem anos mais tarde, em 1970, um computador verificou em 20 horas os cálculos de Deiaunay, tendo encontrado apenas três pequenos erros. é natural que as primeiras tentativas para evitar, ou pelo menos apressar, os cálculos tenham sido feitas no campo da astronomia.

A primeira máquina de calcular conhecida foi construída por Wilhelm Schickard (1592 − 1635) em 1623, que uns anos depois foi nomeado professor de Astronomia na Universidade de Tubingen. Schickard era amigo de Kepler, o famoso matemático e astrônomo que se queixava nas suas cartas de não se descobrirem modos de reduzir os cálculos necessários em astronomia. Em 1631, Schickard escreve-lhe uma carta a anunciar a sua invenção:

> "*O que fizeste por cálculo, eu tentei fazê-lo por meio da mecânica. Construí uma máquina consistindo em rodas dentadas, onze completas e seis incompletas, que podem instantânea e automaticamente combinar números: adicionar, subtrair, multiplicar e dividir*".

Quando efetuava a adição de 13 mais 9, por exemplo, a máquina de Schickard, por meio das engrenagens de rodas dentadas, além de apresentar o digito 2 em face do 9 e do 3, era capaz de realizar mecanicamente a operação de *"e vai um"*, dando o resultado 22.

Mas, embora sendo sinal do relativo avanço da tecnologia, apresentava limitações que foram por ventura uma das razões que levaram ao seu esquecimento, tendo a sua existência sido revelada apenas neste século, quando foi descoberta a correspondência entre Kepler e Schickard. Na realidade, a máquina não era utilizável para operações com os grandes números dos cálculos astronômicos, pois não era possível na época realizar mecanismos suficientemente perfeitos para efetuar em cadeia, tantas vezes quantas poderiam ser necessárias, a operação de *"e vai um"*.

O mesmo acontecia, de resto, com outras máquinas que foram construídas nos anos subseqüentes, como a de Blaise Pascal, nascido no ano em que Schickard tinha construído a sua primeira máquina. Fora dos meios científicos, Pascal é sobretudo conhecido como místico, filósofo e escritor.

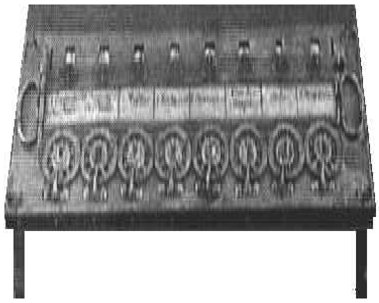


Figura 3.2:

Mas ele foi um dos mais celebres casos de precocidade da história da matemática.

Aos 18 anos, inventou uma máquina de calcular(*Figura* (3.2)). Não se tratava aqui de um empreendimento teórico, pois Pascal registrou a patente e chegaram a ser construídas cerca de 50 cópias, para serem utilizadas em serviços administrativos, como, por exemplo, os cálculos dos impostos, a que seu pai estava ligado. Mas o preço de custo dessas máquinas era muita elevado, pelo que tiveram pouco sucesso. Além disso, a multiplicação era muito lenta, sendo feita apenas por sucessivas adições. Foi preciso esperar mais uns trinta anos para Leibnitz resolver este problema técnico.

3.8 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Quando um matemático fala de seu trabalho, duas são as palavras que não pode deixar de mencionar [25]:

- A primeira é problema e corresponde ao "*alimento*" de que se nutre a Matemática; com efeito, para o verdadeiro matemático, um grande problema é aquele que se torna fonte de novas idéias e é capaz de fertilizar outros campos da matemática.
- A segunda palavra é "*prova*"; uma companheira inseparável da primeira e é quem produz o rigor que dá solidez e consistência ao edifício matemático.

Uma prova matemática é uma seqüencia de raciocínios dedutivos que parte de fatos de veracidade já reconhecida, como teoremas e axiomas, e chega até o resultado em demonstração; somente provas são capazes de dar atestado de veracidade matemática à solução de um problema, semelhantemente ao que fazem observações e experimentos controlados para o cientista natural.

1. O que é um problema ?
2. Como resolver problemas, segundo G. Polya.
3. A importância de revisar a resolução.
4. Níveis de capacidade de resolução.
5. É a argumentação um obstáculo ?
6. Prática em problemas teóricos.
7. Problemas computacionais.

3.8.1 O que é um problema matemático ?

3.8.1.1 O valor dos problemas na Matemática.

A matemática é a única ciência onde pouco valor se dá à erudição. O valor de um matemático é avaliado não pelo que ele sabe, mas por sua capacidade de resolver problemas, E não é para menos: a matemática vive de problemas. Infelizmente, a retórica da *Resolução de Problemas* virou um dos modismos do Sistema Escolar nos últimos anos. O resultado é o de se esperar: os oportunistas de plantão e os ingênuos despreparados conseguiram deturpar de tal modo o assunto que hoje podemos encontrar as atividades mais ridículas rotuladas como resolução de problemas matemáticos. Assim, que é necessário ouvirmos quem tem o real direito de falar sobre o assunto: os matemáticos produtores e os cientistas e técnicos usuários de matemática.

3.8.1.2 Mas, e o que é um problema matemático ?

Um problema matemático é toda situação requerendo a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para a pessoa que tenta resolvé-lo, e/ou a invenção de uma demonstração de um resultado matemático dado. O fundamental é que o resolvedor tenha de inventar estratégias e criar idéias; ou seja: pode até ocorrer que o resolvedor conheça o objetivo a chegar, mas só estará enfrentando um problema se ele ainda não tem os meios para atingir tal objetivo.

Resnick apontou várias características dos problemas que, bastante modificadas, resumimos assim:

- *exigentes*: a solução só é atingida após intenso trabalho mental; embora o caminho possa ser curto, ele tende a ser difícil; exigem lucidez para na aparente desordem vermos as regularidades, os padrões que permitirão a construção do caminho até a solução;
- *complexos*: precisam de vários pontos de vista;
- *sem algoritmização*: o caminho da resolução é desconhecido, ao menos em boa parte;
- *nebulosos*: pode ocorrer que nem todas as informações necessárias estejam aparentes; por outro lado, pode ocorrer que existam conflitos entre as condições estabelecidas pelo problema;

  Não há resposta única além de normalmente ocorrer de existirem várias resoluções para um dado problema, pode ocorrer de não existir a melhor solução e até de não existir solução; ao contrário do que a Escola ensina:

  > "*Resolver um problema não é o mesmo que achar a resposta.*"

3.8.1.3 A diferença entre problema e exercício.

O exercício é uma atividade de adestramento no uso de alguma habilidade/conhecimento matemático já conhecido pelo resolvedor, como a aplicação de um algoritmo conhecido, de uma fórmula conhecida, etc. O exercício envolve mera aplicação e o problema necessariamente envolve invenção ou/e criação significativa.

Exemplificando: Tomemos como *"resolvedor"* um da oitava série do primeiro grau (é importante apontar a pessoa, pois o que pode ser um problema para uma pessoa, pode não o ser para outra) :

Exemplo 3.1.
Resolver a equação $x^2 - 3x + 1 = 0$

Supõe-se que tal aluno conheça a fórmula de Bhaskara.

Problema: provar a fórmula de Bhaskara (supõe-se que tal aluno nunca tenha visto tal demonstração, mas conheça a fórmula).

Problema: (mais difícil) descobrir, provando, uma fórmula para resolver toda e qualquer equação algébrica do segundo grau (supõe-se que tal aluno não conheça a fórmula de Bhaskara).

Problema: (ainda mais difícil) descobrir uma fórmula diferente da de Bhaskara e capaz de resolver toda e qualquer equação algébrica do segundo grau.

3.8.1.4 O que é um bom problema?

Torna-se cada vez mais comum vermos nos livros-texto elementares a inclusão de desafios matemáticos dirigidos ao leitor. Tipicamente não correspondem diretamente ao material em ensino e, assim, muitos pensam que tratam-se de problemas. Contudo, o mais adequado seria classificá-los como charadas ou quebra-cabeças, do tipo que apareciam no rodapé dos antigos almanaques, e que visam mais o entretenimento.

Um bom problema matemático além de representar um desafio, tanto ao poder dos matemáticos como ao poder da disciplina por eles criada, também "*mexe*" com a matemática: faz com que a melhor entendamos, fertiliza-a e permite que possamos resolver outros problemas. Um bom problema de matemática é muito mais do que uma charada.

Um ótimo exemplo é o chamado Problema de Fermat:

> "*Sendo* $n = 3, 4, 5, \cdots$, *mostrar que não há nenhuma trinca de inteiros positivos* x, y *e* z *verificando a equação:* $x^n + y^n = z^n$.

enunciado mais simples é difícil achar, contudo esse problema precisou de quase 400 anos de esforços até ser resolvido por A. Wilkes em 1995. Sua grandeza não está na dificuldade e também não está na utilidade desse resultado (que é praticamente inexistente); ela está no fato que as tentativas de resolvê-lo produziram idéias e problemas que fertilizam inúmeros campos: Teoria dos Números, Geometria Algébrica, etc.

3.8.2 Como resolver problemas, segundo G. Polya.

Procurando organizar um pouco o processo de resolução de problemas, Polya o dividiu em quatro etapas, que resumimos abaixo. Antes de passarmos a elas, é muito importante enfatizar que Polya nunca pretendeu que sua divisão sugerisse que elas devam ser percorridas uma depois da outra, sem que nunca seja conveniente ou necessário voltar atrás funcionasse como uma receita.

3.8.2.1 Entenda o problema.

1^o Primeiro você tem de entender o problema.

2^o Qual é a incógnita? Quais são os dados ? Quais são as condições ? É possível satisfazer as condições? Elas são suficientes para determinar a incógnita? Ou são insuficientes ?. Ou redundantes ? Ou contraditórias ?

3^o Faça uma figura. Outra se necessário. Introduza notação adequada.

4^o Separe as condições em partes.

3.8.2.2 Construa uma estratégia de resolução.

Ache conexões entre os dados e a incógnita. Talvez seja conveniente considerar problemas auxiliares ou particulares, se uma conexão não for achada em tempo razoável. Eventualmente, Você deverá ser capaz de "*bolar*" um plano ou estratégia de resolução.

- Você já encontrou este problema ou algum parecido ?
- Você conhece um problema semelhante ?
- Você conhece teoremas ou fórmulas que possam ajudar ?

Olhe para a incógnita! E tente achar um problema familiar e que tenha uma incógnita semelhante. Aqui está um problema relacionado com o seu e que você já sabe resolver. Você consegue aproveitá-lo ? Você pode usar seu resultado ? Ou seu método?

Deve-se introduzir algum elemento auxiliar de modo a viabilizar esses objetivos? Você consegue enunciar o problema de uma outra maneira ? Se você não consegue resolver o problema dado, tente resolver um problema parecido. Você consegue imaginar um caso particular mais acessível ? Um caso mais geral e mais acessível? Você consegue resolver alguma parte do problema ? Mantenha apenas parte das condições do problema e observe o que ocorre com a incógnita, como ela varia agora ? Você consegue obter alguma coisa desde os dados? Você consegue imaginar outros dados capazes de produzir a incógnita ? Você consegue alterar a incógnita ou os dados, ou ambos, de modo que a nova incógnita e os novos dados fiquem mais próximos ? Você está levando em conta todos os dados? E todas as condições?

3.8.2.3 Execute a estratégia.

Freqüentemente, esta é a etapa mais fácil do processo de resolução de um problema. Contudo, a maioria dos principiantes tendem a pular para essa etapa prematuramente, e acabam dando-se mal. Outros elaboram estratégias inadequadas e acabam se enredando terrivelmente na execução.

Ao executar a estratégia, verifique cada passo. Você consegue mostrar claramente que cada um deles está correto ?

Revise.

Examine a solução obtida.

- Verifique o resultado e o argumento.
- Você pode obter a solução de um outro modo ?
- Qual a essência do problema e do método de resolução empregado ?
- Em particular, você consegue usar o resultado, ou o método, em algum outro problema ?

3.8.3 A importância de revisar a resolução.

A revisão é a última etapa da resolução, segundo Polya.

Conforme vimos em texto anterior, Polya dividiu o processo de resolução de problemas matemáticos em quatro etapas: entendimento do problema, invenção de estratégia de resolução, execução e revisão. Poderíamos dizer que Polya pretendia duas coisas nessa última etapa:

1^o Uma depuração da resolução.

2^o Uma abstração da resolução.

Antes de passarmos a detalhes, observemos que na escola existem ao menos caricaturas das três primeiras etapas de Polya, mas nada no que toca à etapa da revisão. Os professores ou ignoram essa importante etapa ou alegam que a mesma é inviável de trabalhar face à falta de tempo, dificuldade de testar, frustração dos alunos, etc.

3.8.3.1 Revise para depurar a resolução.

O objetivo é verificar a argumentação usada, procurando simplificá-la. Pode-se chegar ao extremo de buscar outras maneiras de resolver o problema, possivelmente mais simples, mas menos intuitivas e só agora acessíveis ao resolvedor. Há uma crítica generalizada aos matemáticos pesquisadores por publicarem demonstrações muito artificiais ou abstratas e que certamente não representam a maneira como o resultado em demonstração foi descoberto. Contudo, é inegável que a revisão de depuração é muito proveitosa.

3.8.3.2 Revise para abstrair a solução.

Agora, o objetivo é refletir no processo de solução procurando descobrir a essência do problema e do método de resolução empregado. Tendo-se sucesso nessa empreitada, poder-se-á resolver outros problemas mais gerais ou de aparência bastante diferente. Ela representa a possibilidade de aumento do "*poder de fogo*" do resolvedor. Feito por matemático talentoso, esse trabalho de depuração representa a possibilidade de fertilização da Matemática.

3.8.4 Níveis de capacidade de resolução de problemas.

Mesmo que uma pessoa tenha extenso conhecimento de um certo assunto matemático, estando aí incluídos um extenso conhecimento de algoritmos e até mesmo de heurísticas, isso não é bastante para garantir que ela tenha uma capacidade minimal de resolver problemas sobre esse assunto

Em Matemática, diferentemente do que ocorre em muitas disciplinas, muito mais importante que erudição e treinamento são:

- Uma intuição cultivada, capaz de fazer ressoar as informações dadas no problema com conhecimentos e experiências do resolvedor;
- Uma profundidade intelectual do resolvedor que seja capaz de relacionar itens conceitualmente e/ou proceduralmente muito distantes entre si.

Em outras palavras: para uma dada pessoa, além de muito da sua capacidade de resolver problemas ser determinada genéticamente, a realização plena de seu potencial passa por uma orientação adequada e experiente.

3.8.4.1 Níveis no desenvolvimento do resolvedor de problemas.

M. G. Kantowski, em 1980, a partir de longas observações, dividiu o continuum das capacidades pessoais de resolução de problemas matemáticos em quatro estágios. Novamente, a dotação genética e a qualidade da orientação didática determinarão quão longe uma dada pessoa conseguirá ir nesse continuum. Ampliando os estágios de Kantowski para cinco, e usando nossa terminologia, teremos como estágios ou níveis de capacitação de resolvedor:

inerte: a pessoa tem nenhum ou quase nenhum entendimento do que seja resolver um problema matemático; em particular, não é capaz de atinar por onde começar. O máximo que se consegue fazer nesse estágio é reproduzir procedimentos de resolução muito simples e que foram exaustivamente explicados e exemplificados. Ou seja: uma pessoa nesse estágio está restrita ao mundo dos exercícios, e é necessário que esses sejam bastante exemplificados.

imitador: com pouca explicação e exemplificação, torna-se capaz de fazer exercícios mas ainda não é capaz de resolver verdadeiros problemas; é capaz de participar produtivamente em grupos que estejam discutindo a resolução de problemas de tipo novo, contudo não é capaz de trabalhar sozinho.

capaz: atingiu a capacidade de resolver problemas, mas esses devem ser variantes relativamente simples de problemas que aprendeu ou já resolveu.

avançado: além de demonstrar uma capacidade superior de resolução, através da velocidade de resolução, da variedade e da maior complexidade dos problemas que é capaz de enfrentar, a pessoa começa a ser capaz de conceber processos de resolução diferentes dos que tinha aprendido.

artista: a pessoa não só atingiu uma proficiência superior de inventar novos processos de resolução como preocupa-se em explorar caminhos alternativos, buscando resoluções mais elegantes ou poderosas.

3.8.5 É a argumentação um obstáculo ?

Os primeiros diagnósticos sob quais poderiam ser as origens da dificuldade para ensinar e aprender a demonstração em matemática foi formulado em términos da natureza do contato didático que emerge naturalmente das posições do aluno e do professor com respeito a os "saberes" em jogo. Dado que o professor é o garante da legitimidade e da validade epistemológica do que se ensina em aula, isto pareceria implicar que o aluno estará privado de um acesso autentico a uma problemática da verdade e da prova. A superação desta dificuldade inerente aos sistemas didáticos pode ser investigada em situações que permitam a devolução aos alunos da responsabilidade matemática sob suas produções, o que significa a desaparição do professor dos processos de toma de decisões durante a resolução de um problema em favor de um esforço de construção de médios autônomos de prova por parte dos alunos".

3.8.5.1 A argumentação: Uma problemática que surge do estudo da inter-relação social.

A inter-relação social entre os alunos manifesta-se claramente como um instrumento potente que serve para favorecer os processos de devolução aos alunos da responsabilidade matemática sob a atividade e as produções por eles. Tanto é assim que a inter-relação social chegou a ser considerada por alguns como a melhor resposta aos problemas propostos. A retórica de aqueles que defendem tal postura articula-se entorno da idéia de que o recuo do professor ao roll de guia ou animador dos aprendizados abre o caminho, como conseqüência da tal passo à margem de uma autentica construção de conhecimentos um grupo de pesquisadores estudou essas situações na década do 80.

Os trabalhos de aquela época parecem ter confirmado o caráter produtivo e essencial da iteração social, não obstante esses trabalhos também revelaram que por sua mesma natureza esses tipos de iteração fomentam processos e comportamentos sociais contrários de uma problemática matemática ou em geral científica da prova por parte dos alunos. Esses processos e comportamentos poderiam se organizar no seio de um mesmo tema de referência, a saber, a questão de argumentação. Nesse então a modo de apoio da conjetura didática segundo a qual uma problemática da argumentação chegaria a se opor a uma problemática matemática da prova.

Entanto na demonstração sob sua forma perfeita é uma seqüencia de estruturas e de formas tais que seu desenvolvimento não pode ser recusado com êxito, a argumentação tem o caráter não restritivo. A argumentação deixa ao autor numa disjuntiva, em uma duvida, dá-le liberdade de eleger ainda quando a argumentação propõe soluções racionais, nenhuma delas necessariamente as obriga (Perelman, 1970, pp. 41, tradução do francês)

Ainda se chegar ao extremo de uma concepção da demonstração "*em sua forma mas perfeita*" o que deveríamos fazer sem considerar o ponto de vista da pratica dos matemáticos existe uma posição fundamental em o que se faz a como esses dois gêneros do discurso contribuem a uma problemática da validação. Esta oposição afeta tanto a questão da prova como a refutação, um fato que passa desapercebido. Nesse sentido o tratamento ad-doc de contra exemplos por parte dos alunos, como o ilustram vários estudos experimentais sugere que os contra-exemplos se olhem não como objeções mas como refutações que indicam uma contradição.

3.8.5.2 A argumentação: Uma problemática que surge do estudo das produções verbais.

A relação entre a argumentação e as demonstrações foram estudadas desde perspectivas cognitivas e linguísticas no passado, falta explorar a complexidade cognitiva de cada gênero, a relação ao conhecimento que cada gênero implica ou favorece, apoiando tal estudo sob as análises do texto e dos usos da língua. Para situar a problemática de tal aproximação tomando emprestada uma idéia de Jean-Blaise Grize argumentar é sem dúvida uma atividade com propósitos, porem é uma atividade discursiva (onde o discurso não obstante é concebido como uma atividade social). A argumentação e a demonstração se observam menos distinguidas de acordo com o gênero dos textos que lhes correspondam. A argumentação dada seu funcionamento parece surgir naturalmente de práticas ordinárias de discurso não permite a identificação das modificações em status e em funcionamento dos conhecimentos, modificações requeridas pelo trabalho matemático, e como contrapartida da modificação do funcionamento do discurso mesmo.

3.8.5.3 Diferentes concepções teóricas da argumentação.

A diversidade que podemos perceber nas problemáticas da argumentação e de suas relações com as matemáticas, em particular com a demonstração, deve-se fundamentalmente, segundo entendo, as diferenças profundas entre os problemas teóricos de investigação nessa área. Não faremos aqui uma análise das diversas problemáticas da argumentação, trataremos de dar uma idéia da importância de considerar esta diversidade, três pesquisadores dado o contraste entre seus problemáticas a distância podem ser usa-dos para estabelecer um sistema de referência com respeito aos quais podemos citar os trabalhos sob argumentação: Chaïm Perelman, Stephen Toulmin e Oswald Ducrot.

Perelman Considera-se que a argumentação se caracteriza menos pela consideração de seu objeto que pela consideração do seu auditório, a argumentação não se preocura em estabelecer a validade de um enunciado, preocupa-se com obter a adesão do auditório.

Considerando a expressão de Plantin nesta concepção da argumentação, um enunciado tem o valor da razão, até de verdade, tão pronto como um individuo aceita.

Toulmin Em contraste relaciona a validade de um enunciado primeiramente à estrutura do discurso (sua racionalidade) que a defende e então faz que aquela validade fundamentalmente dependa da validade das premissas no seio de uma comunidade (de um domínio) de referencia onde a validade destas premissas se estabelece de acordo a algumas regras.

> "*uma argumentação, é a exposição de uma teses controvertida, o exame de suas conseqüências, o intercâmbio de provas e boas razões que a sustentam, e uma clausura bem ou mal estabelecida.*"

Ducrot Coloca a argumentação no centro da atividade de falar.

Como o explica Plantin,"*nesta problemática não se pode argumentar*". A estrutura da seqüencia do argumento tem um roll determinante na força de um argumento não verá de suas características "*naturais*" nem de suas características racionais, porém de seu lugar no enunciado, é mediante a estrutura que tem significado, que se mostra uma orientação que permita receber "*R como o objetivo intelectual de P*" ou "*R como uma conseqüência possível de P*". A análise dos nexos (palavras que ligam o texto) tem na postura de Ducrot uma importância particular desde que são eles que colocam a peças da informação contidas no texto ao serviço de sua intenção argumentativa global.

3.8.5.4 Os riscos de reconhecer uma argumentação matemática.

Neste momento de reflexão ao respeito, teria que considerar que na argumentação existe um duplo movimento de persuasão e prova, é verdade que um pode duvidar em certos princípios nos quais a boa fé não implica rigor, um pode em contraste supor que dentro de uma perspectiva científica devem de ser excluídas a traição e a mentira (uma suposição ideal sem a qual nosso objeto mesmo perderia todo sentido)

A argumentação pretende levar a adesão de um auditório, porém implica isto a dizer que a argumentação: *não é nada mais que aquilo ?*

A argumentação tem como objetivo a validade do enunciado. Porém as fontes da competência argumentativa encontram-se na língua natural e na prática onde as regras são freqüentemente de uma natureza profundamente diferente de aquelas que requerem as matemáticas, práticas que estão profundamente marcadas pelos interlocutores e suas circunstâncias. Nesse sentido estaria disposto a dizer que os marcos teóricos de Toulmin e Ducrot, são menos radicais que os de Perelman, ainda outorgam um lugar central dos acertos sociais e pragmáticos.

Finalmente, um assunto que não podemos esquecer, uma diferença importante que separa a argumentação da demonstração é a necessidade da segunda existir em relação a uma axiomática explícita. Pode ser devido a que na época das matemáticas modernas deixou não boas lembranças, a idéia de ligar da demonstração e axiomática parece freqüentemente suscitar inquietudes e algumas vezes oposição fechada, não obstante poderá se evitar essa associação por muito mais tempo sem reduzir a demonstração a uma retórica particular e as matemáticas a um jogo de linguagem ?

3.8.6 Prática em problemas teóricos.

Entendemos por "*problemas matemáticos teóricos*" aqueles que não tem ênfase na construção de algoritmos; tipicamente pedem para mostrar a existência de um objeto matemático com propriedades dadas ou então pedem para provar um certo resultado. Uma excelente fonte desse tipo de problemas é a Revista do Professor de Matemática, publicada pela Sociedade Brasileira de Matemática, por exemplo:

Problema 1 Achar duas funções lineares, $y = f(x)$ e $y = g(x)$, tais que a função produto

$y = f(x) \cdot g(x)$ tangencie cada uma delas.

Problema 2 Uma câmara de bolhas contém três tipos de partículas sub-atômicas: 1.998 partículas X, 2.002 partículas Y e 2.003 de tipo Z. Sempre que uma partícula X e uma Y colidem ambas se transformam em partículas de tipo Z. Igualmente, a colisão de uma Y com uma Z torna ambas do tipo X, e a colisão de uma X e uma Z torna ambas do tipo Y.

Poderá ocorrer de com o tempo restar apenas um tipo de partículas em tal câmara?

Problema 3 ABC é um triângulo isósceles ($\overline{AB} = \overline{AC}$) e o ângulo $\widehat{BAC}$ mede 100 graus. Prolonga-se $\overline{AB}$ até um ponto D de modo que $\overline{AD} = \overline{BC}$. Qual o valor do ângulo $\widehat{BCD}$?

Problema 4 Um computador foi programado para ficar gerando aleatoriamente números da lista $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, sendo que cada um desses números tem a mesma chance de ser gerado. Se o computador gerar dez de tais números, qual a probabilidade que o produto deles seja igual a um mais um múltiplo de oito ?

3.8.7 Prática em problemas computacionais.

Entendemos por problemas matemáticos computacionais os problemas que tem como ênfase a construção de algorítimos. Esses algorítmos podem ser numéricos, simbólicos (por exemplo, algébricos) ou gráficos. Eventualmente, pode-se pedir que o algorítmo seja apresentado na forma de um programa para computador ou calculador. [21] Exemplos:

Problema 1 Descobrir um procedimento (algoritmo) para contar os números inteiros de 1 até 100.000 e cuja soma dos dígitos vale 16.

Problema 2 Para cada inteiro positivo n, indiquemos por $M(n)$ o número de maneiras de escrevermos n como a soma de inteiros positivos (sem importar a ordem da soma, ou seja: $15 = 3 + 7 + 5$ e $15 = 7 + 3 + 5$ são considerados como iguais). Pede-se calcular $M(120)$.

Apêndice

A.1 TABELA CRONOLÓGICA

Estima-se que o Sol tenha-se originado há cerca de 5 trilhões de anos, a, Terra há cerca de 5 bilhões de anos e o homem há cerca de 2 bilhões de anos.[9]

A.1.1 Antes do nascimento de Cristo.

50.000 Indícios de contagem.

25.000 Arte geométrica primitiva.

6.000 Data aproximada do osso de Ishango.

3.100 Data aproximada de um cetro real egípcio do museu de Oxford.

2.400 Tábuas babilônicas de Ur; notação posicional na Mesopotâmia.

2.200 Data de muitas tábuas matemáticas encontradas em Nipur; data mítica do lo-shu. O exemplo de quadrado mágico mais antigo que se conhece.

1.850 Papiro Moscou, ou Golenishev (vinte e cinco problemas numéricos, "a major pirâmide do Egito"); instrumento astronômico preservado mais amigo.

1.750 Código de Hamurabi; Plimpton 322, em alguma data entre - 1900 a.C. e 1.600 a.C.

1.650 Papiro Rhind, ou Ahmes (85 problemas numéricos).

1.600 Data aproximada de muitas das tábuas babilônicas da coleção de Yale.

1.350 Alfabeto fenício; descoberta do ferro; relógios de água; data de tábuas matemáticas posteriores encontradas em Nipur; papiro Rollin (problemas elaborados sobre alimentos).

1.167 Papiro Hartis (lista da riqueza dos templos).

1.105 Data possível do Chóu-pet; trabalho matemático chinês mais amigo.

650 Introdução do papiro na Grécia.

600 Tales (inicio da geometria demonstrativa).

540 Pitágoras (geometria, aritmética e música).

516 Execução, sob as ordens de Dario, o Grande, das inscrições do rochedo de Behistun.

500 Data possível dos S'ulvasatras (escritos religiosos revelam conhecimento de números pitagóricos construções geométricas); numerais em barra na China.

460 Parménides de Eléia (esfericidade da Terra).

450 Zenão de Eléia (paradoxos sobre o movimento).

440 Hipócrates de Quio (redução do problema da duplicação, lunas, arranjo das proposições da geometria em forma científica); Anaxágoras (geometria).

430 Antífon (método de exaustão).

425 Hípias de Ells (trissecção com a quadratriz); Teodoro de Cirene (números irracionais); Sócrates.

410 Demócrito (teoria atomística).

400 Arquitas (líder da escola pitagórica de Tarento, aplicações da matemática à mecânica).

399 Morte de Sócrates.

380 Platão (adestramento do espírito pela matemática, Academia de Platão).

375 Tecteto (incomensuráveis, sólidos regulares).

370 Eudoxo (incomensuráveis, método de exaustão, astronomia).

350 Mensecmo (cônicas); Dinostrato (quadrature com a quadratriz, irmão (irmão de Menaecmo); Xenócrates (história da geometria); Timaridas (solução de sistemas de equações simplex).

340 Aristóteles (sistematizador da lógica dedutiva).

336 Alexandre, o Grande, começa seu reinado.

335 Eudemo (história da matemática).

323 Morte de Alexandre, o Grande.

320 Aristou (cônicas, sólidos regulares).

306 Ptolomeu I (Soter) do Egito.

300 Euclides (Elementos, números perfeitos, óptica, dados).

280 Aristarco (sistema geocêntrico).

260 Cônon (astronomia, espiral de Arquimedes); Dositeo (destinatário de vários trabalhos de Arquimedes).

250 Colunas de pedra do rei Açoka, com os espécimes preservados mais amigos dos símbolos numéricos atuais.

240 Nicomedes (trissecção com a conchóide).

230 Eratóstenes (crivo, medida da Terra).

225 Apolônio (seções cônicas, lugares planos, tangência, círculo de Apolônio); Arquimedes (medida do circulo e da esfera, cálculo de área de um segmento parabólico, séries infinitas, método de equilíbrio, mecânica, hidrostática).

213 Queima de livros na China.

180 Hipsicles (astronomia, teoria dos números); Dioclés duplicação com a cissóide).

140 Hiparco (trigonometria, astronomia, catálogo de estrelas).

75 Cícero encontra o túmulo de Arquimedes.

50 Sun-tzi (equações indeterminadas).

A.1.2 Depois do nascimento de Cristo.

75 Época possível de Herão (máquinas, mensurarão plana e sólida, extração de raízes, agrimensura).

100 Nicômaco (teoria dos números); Menelau trigonometria esférica); Teodósio (geometria, astronomia); Nove Capítulos sobre a Arte da Matemática; Plutarco.

150 Ptolomeu (trigonometria, tábua de cordas, teoria planetária, catálogo de estrelas, geodesia, Almagesto).

200 Época provável das inscrições esculpidas nas avernas de Nasik.

250 Época provável de Diofanto (teoria dos números, sincopação da álgebra).

265 Wang Fan (astronomia, $\pi = 142/45$); Liu Hui (comentário sobre os Nove Capítulos).

300 Papus (Coleção Matemática, comentários, isoperimetria, invariância projetiva, da razão dupla, problema de Castillon - Cramer, teorema do Arbelos, generalização do Teorema de Pitágoras, teoremas do centróide, teorema de Papus).

320 Jamblico (teoria dos números).

390 Têon de Alexandria (comentador, editou os Elementos de Euclides).

400 Hipátia de Alexandria (comentadora, primeira mulher mencionada na historia da matemática, filha de Têon de Alexandria).

460 Proclo (comentador).

480 Tsu Ch'ung-chih (aproximação de π como 355/113).

500 Metrôdoro e a Antologia Grega.

505 Varãhamihira (astronomia hindu).

510 Boécio (escritos de geometria e aritmética que se tornam textos - padrão nas escolas monásticas); Ãryabhata, o Velho (astronomia e aritmética).

529 Fechamento da Academia de Atenas.

530 Simplício (comentador).

560 Eutócio (comentador).

625 Wang Hstiao-t'ung (equações cúbicas).

628 Brahamagupta (álgebra, quadriláteros cíclicos).

641 Incendiada a última biblioteca de Alexandria.

710 Beda (calendário, cálculos com os dedos).

766 Os trabalhos de Brahmagupta são levados a Bagdá.

775 Alcuino é convidado a trabalhar na corte de Carlos Magno; tradução de textos hindus para o árabe.

790 Harun al-Rashid (califa patrono do saber).

820 Mohammed ibn Musa al-Khowarizm (escreveu influente tratado de álgebra e um livro sobre os numerais hindus, astronomia, "álgebra", "algoritmo"); Mamun (califa patrono do saber).

850 Mahãvira (aritmética, álgebra).

870 Tabit ibn Qorra (tradutor de obras gregas, cônicas, álgebra, quadrados mágicos, números amigáveis).

871 Alfredo, o Grande, começa seu reinado.

900 Abu Kamil (álgebra).

920 Al-Battani, ou Albategnius (astronomia).

950 Manuscrito Balhshãli (data bastante incerta).

980 Abu'l-Wefa (construções geométricas com compasso de abertura fixa, tábuas trigono-métricas).

1.000 Alhazen (óptica, álgebra geométrica); Gerbert, ou papa Silvestre II (aritmética, globos).

1.020 Al-Karkhi (álgebra).

1.048 Morte de al-Biruni.

1.095 Primeira Cruzada.

1.100 Omar Khayyam (solução geométrica de equações cúbicas, calendário).

1.115 Edição impressa importante dos Nove capítulos sobre a Arte da Matemática.

1.120 Platão de Tivoli (tradutor do árabe); Adelardo de Bath (tradutor do árabe).

1.130 Jabir ibn Aflah, ou Gerber (trigonometria).

1.140 Johannes Hispalensis (tradutor do árabe); Robert de Chester (tradutor do árabe)

1.150 Gerardo de Cremona (tradutor do árabe); Bhaskara (álgebra, equações indeterminadas).

1.170 Assassinato de Tomás Becket.

1.202 Fibonacci (aritmética, álgebra, eometria, sequência de Fibonacci, Liberabac).

1.225 Jordanus Nemorarius (álgebra).

1.250 Sacrobosco (numerais indo-arábicos, esfera); Nasir cd-din (trigonometria, postulado das paralelas); Roger Bacon (elogio da matemática); Ch'in Kiu-shao (equações indeterminadas, símbolo do zero, método de Homer), Li Yeh (notação pare os números negativos); origem das universidades européias.

1.260 Campanus (tradução dos "*Elementos*" de Euclides, geometria); Yang Hui (frações decimais, exposição remanescente mais antiga do triângulo aritmético de Pascal); começa o reinado de Kublai Kahn.

1.303 Chu Shi-kié (álgebra, resolução numérica de equações, triângulo aritmético de Pascal.

1.325 Thomas Bradwardine (aritmética, geometria, polígonos estrelados).

1.360 Nicole Oresme (coordenadas, expoentes fracionários).

1.435 Ulugh Beg (tábuas trigonométricas).

1.460 Georg von Peurbach (aritmética, astronomia, tábua de senos

1.470 Regiomontanus, ou Johann Muller (trigonometria).

1.478 Primeira aritmética impressa, em Treviso, Itália.

1.482 Primeira edição impressa dos Elementos de Euclides.

1.484 Nicolas Chuquet (aritmética, álgebra); aritmética de Borghi.

1.489 Johann Widman (aritmética, álgebra, sinais + e -).

1.491 Aritmética de Calandri.

1.494 Pacioli (Suma, aritmética, álgebra, escrituração mercantil de partidas dobradas).

1.500 Leonardo da Vinci (óptica, geometria).

1.506 Scipione del Ferro (equação cúbica); António Maria Fior (equação cúbica)

1.510 Albrecht Durer (curves, perspective, trissecção aproximada, modelos pare dobraduras de poliedros regulares).

1.514 Jakon Kobel (aritmética).

1.518 Adam Riese (aritmética).

1.522 Aritmética de Tonstall.

1.525 Rudolff (álgebra, decimais); Buteo (aritmética).

1.530 Da Coi (equação cúbica); Copérnico (trigonometria, teoria planetária).

1.544 Stifel: Arithmetica integra

1.545 Ferrari (equação quártica); Tartaglia (equação cúbica, aritmética, ciência da artilharia); Cardano (álgebra: Arsmagna)

1.550 Rhaeticus (tábuas de funções trigonométricas); Scheubel (álgebra); Commandinho (tradutor, geometria).

1.556 Primeiro trabalho de matemática impresso no Novo Mundo.

1.557 Robert Record (aritmética, álgebra, geometria, sinal =).

1.570 Billingsley e Dee (primeira tradução inglesa dos "*Elementos*").

1.572 Bombelli (álgebra, caso irredutível das equações cúbicas).

1.573 Valentin Otho encontra valor Chin es antigo de π, a saber $355/113$.

1.575 Xilander, ou Wilhelm Holzamann (tradutor).

1.580 Frangois Viete, ou Vieta (álgebra, geometria, trigonometria, notação, solução numérica de equações, teoria das equações, produto infinito convergente para $2/\pi$.

1.583 Clavius (aritmética, álgebra, geometria, calendário).

1.584 Assassinato de William de Orange.

1.588 Drake derrota a armada espanhola.

1.590 Cataldi (frações contínuas); Stevin (frações decimais, tábua de juros compostos, estática, hidrostática).

1.593 Adrianus Romanus (valor de π, problema de Apolônio).

1.595 Pitiscus (trigonometria).

1.600 Thomas Harriot (álgebra, simbolismo); Jobst Burgi (logaritmos); Galileu (queda dos corpos, pêndulo, projéteis, astronomia, telescópios, ciclóide); Shakespeare.

1.603 Fundação da Academia dei Lincei (Roma).

1.610 Kepler (leis do movimento planetário, volumes, poliedros estrelados, princípio de continuidade); Ludolf van Ceulen (cálculo de π).

1.612 Bachet de Méziriac (recreações matemáticas, edição da Arithmetica de Diofanto).

1.614 Napier (logaritmos, regra das partes circulares, barras de calcular).

1.620 Gunter (escala logarítmica, cadeia de Gunter em agrimensura); Paul Guldin (teoremas do centróide de Papus); Snell (geometria, trigonometria, refinamento do método clássico de cálculo de π, loxodroma); desembarque dos peregrinos.

1.624 Henry Briggs (logaritmos comuns, tábuas).

1.630 Mersenne (teoria dos números, números de Mersenne, câmera de compensação para idéias matemáticas); Oughtred(álgebra, simbolismo, régua de cálculo, primeira tábua de logaritmos naturais); Mydorge (óptica, geometria); Albert Girard (álgebra, geometria esférica).

1.635 Fermat (teoria dos números, máximos e mínimos, probabilidade, geometria analítica, último "teorema"de Fermat); Cavalieri (método dos indivisíveis).

1.637 René Descartes (geometria analítica, folium, ovals, regra de sinais).

1.640 Desargues (geometria projetiva); de Beaune (geometria cartesiana); Torricelli (física, geometria, centro isogônico); Frénicle de Bessy (geometria); Roberval (geometria, tangentes, indivisíveis); De La Loubère (curves, quadrados mágicos)

1.650 Blaise Pascal (cônicas, ciclóide, probabilidade, triângulo de Pascal, máquinas; de calcular); John Wallis (álgebra, números imaginários, comprimento de arcos, expoentes, símbolo de infinito, produto infinito convergente para $\pi/2$, integração primitiva); Frans van Schooten (edição de Descartes e Viète); Grégoire de Saint-Vincent (quadrador do circulo, outras quadraturas); Wingate (aritmética); Nicolaus Mercator (trigonometria, astronomia, série pare aproximação de logaritmos); John Pell (álgebra, atribuição incorreta do nome "equações de Pell").

1.660 Sluze (espirais, pontos de inflexão); Viviani (geometria Brouncker (primeiro presidente da Royal Society,); retificação da parábola e da ciclóide, séries infinitas, frações continuas); Restauração.

1.670 Barrow (tangentes, teorema fundamental do cálculo); James Gregory (óptica, teorema binomial, expansão de funções em séries, astronomia); Huygens (quadratura do círculo, probabilidade, evolutas, relógios de pêndulo, óptica); Sir Christopher Wren (arquitetura, astronomia, física, sistemas de retas geradoras de um hiperbolóide de uma folha, comprimento de arco da ciclóide).

1.671 Giovanni Domenico Cassini (astronomia, curvas de Cassini).

1.672 Mohr (construções geométricas com limitação de instrumentos).

1.680 Isaac Newton (fluxos, dinâmica, hidrostática, hidrodinâmica, gravitação, curvas cúbicas, séries, soluções numéricas de equações, problemas - desafio); Johann Hudde (teoria das equações); Robert Hooke (física, balança de mole); Seki Kõwa (determinantes, cálculo).

1.682 Leibniz (cálculo, determinantes, teorema multinomial, lógica simbólica, notação, máquinas de calcular); fundação da *Acta Eruditoram*.

1.685 Kochanski (retificação aproximada da circunferência).

1.690 Marquês de L'Hospital (cálculo aplicado, formas indeterminadas); Halley (astronomia, tábuas de mortalidade em seguro de vida, tradutor); Jakob (James, Jacques) Bernoulli (curvas isócronas, ciclóide, espiral logarítmica, probabilidade); De la Hire (curvas, quadrados mágicos, mapas); Tschirnhausen (óptica, curvas, teoria das equações).

1.691 Teorema de Rolle para o cálculo.

1.700 Johann (John, Jean) Bernoulli (cálculo aplicado); Giovanni Ceva (geometria); David Gregory (óptica, geometria); Parent (geometria analítica sólida).

1.706 William Jones (primeiro uso de π como razão entre a circunferência e o diâmetro).

1.715 Taylor (expansão em série, geometria).

1.720 De Moivre (matemática atuarial, probabilidade, números complexos, fórmula de Stirling).

1.731 Alexis Clairaut (geometria analítica sólida).

1.733 Saccheri (precursor da geometria não-enclidiana).

1.734 Bispo Berkeley (ataque ao cálculo).

1.740 Marquesa du Chatelet (tradução francesa dos *Principia de Newton)*; Frederico, O Grande, torna-se rei da Prússia.

1.743 Maclaurin (curves planes superiores, física).

1.748 Agnesi (geometria analítica, feiticeira de Agnesi).

1.750 Euler (notação $e^{i\pi} = -1$, reta de Euler, $v - a + f = 2$, equação quártica, função f funções beta e gama, matemática aplicada); regra de Cramer.

1.770 Lambert (geometria não-euclidiana, funções hiperbólicas, uso de projeções para mapas, irracionalidade de π).

1.777 Conde du Buffon (cálculo de por probabilidade).

1.780 Lagrange (cálculo de variações, equações diferenciais, mecânica, solução numérica de equações, tentativa de rigorização do cálculo (1.797), teoria dos números).

1.790 Meusnier (superfícies).

1.794 Fundação da Escola Politécnica e da Escola Normal (França); Monge (geometria descritiva, geometria diferencial de superfícies).

1.797 Mascheroni (geometria do compasso); Wessel (representação geométrica dos números complexos).

1.799 A França adota o sistema métrico decimal de pesos e medidas; é encontrada a Pedra de Roseta.

1.800 Gauss (construção de polígonos, teoria dos números, geometria não-euclidiana, teorema fundamental da álgebra, astronomia, geodesia).

1.803 Carnot (geometria moderna).

1.805 Laplace (mecânica celeste, probabilidade, equações diferenciais); Legendre (Elements de Geométrie (1794), teoria dos números, funções elípticas, método dos mínimos quadrados, integrais.

1.806 Argand (representação geométrica dos números complexos).

1.810 Gergonne (geometria, editor de Annales).

1.816 Germain (teoria da elasticidade, curvatura média).

1.819 Homer (solução numérica de equações).

1.820 Poinsot (geometria).

1.822 Fourier (teoria matemática do calor, series de Fourier); Poncelot (geometria projetiva), construções com régua apenas; teorema de Feuerbach.

1.824 Thomas Carlyle (tradução inglesa da Géométrie de Legendre).

1.826 Journal de Crelle, principio de dualidade (Poncelet, Plucker, Gergone) funções elípticas (Abel Gauss, Jacobi).

1.827 Cauchy (rigorização da análise, funções de variável complexa series infinitas, determinantes), Abel (álgebra, análise).

1.828 Green (física matemática).

1.829 Lobachevsky (geometria não-eucuclidiana); Plucker (geometria analítica superior).

1.830 Poisson (física-matemática, probabilidade); Peacock (álgebra); Bolzano (series); Babbage (máquinas de computar); Jacobí (funções elípticas, determinantes).

1.831 Somervilte (exposição da Mecdnique Celeste de Laplace).

1.832 Bolyai (geometria não-euclidiana); Galois (Grupos, teoria das equações).

1.834 Steiner (geometria sintética superior)

1.837 Demonstração da impossibilidade da trisecção do ângulo e da duplicação do cubo.

1.839 *Cambridge ,Mathematical Journal* que em 1.855 tornou-se *Quarterly Jurnal off Pure and Applied Mathematics.*

1.841 Archiw der .Mathematik und Physik.

1.842 Nourelles Annales de Matemátiques

1.843 Hamilton(quatérnios).

1.844 Grassmann (cálculo de extensões).

1.846 Rawilnson decifra o rochedo de Behistun.

1.847 Sraudt (A geometria projetiva é libertada das bases métricas).

1.849 Dirichler (teoria de números, série).

1.850 Mannheim (padronização da régua do cálculo moderno).

1.852 Chasles (geometria superior, historia da geometria).

1.854 Riemann(análise, geometria não-euclidiana, geometria riemaniana); Boole (lógica).

1.855 Zacarias Dase (calculador relâmpago).

1.857 Cayley (matrizes, álgebra, geometria de dimensão superior).

1.872 Fundação da Societe Mathematique de França ; Erlander Program Klein; Dedekind (números irracionais).

1.873 Hermite demonstra que e é transcendente; Brocard (geometria do triângulo).

1.874 George Cantor (teoria dos conjuntos, números irracionais, números transcendentes, números transfinitos).

1.877 Sylvester (álgebra, teoria dos invariantes).

1.878 *American Journal of Mathematics.*

1.881 Gibbs (análise vetorial).

1.882 Lindemann (transcendência de π, impossibilidade da quadratura do círculo)

1.887 Rendiconti

1.888 Lemoine (geometria do triângulo, geometrografia); fundação da American Mathematical Society (de inicio com um nome diferente; Bulletin of the American Mathematical Society); Kovaleski (equações diferenciais parciais, integrais abelianas, Prêmio Bordin).

1.889 Peano (axioma para os números naturais).

1.890 Weirstrass (aritmetização da análise); é organizada a Deutsche Mathematiker Vereinigung

1.892 Jabresbericht.

1.894 Scott (geometria de curvas); The American Mathematical Monthly.

1.895 Poincaré (Analysis situs).

1.896 O teorema dos números primos é demonstrado por Hadamard e De La Vallée Poussin

1.899 Hilbert (grandlagen der Geometrie, formalismo).

1.900 Transactions of American Mathematical Society

1.903 Integral de Lebesgue.

1.906 Grace Yung (Primeira mulher em receber o doutorado na Alemanha mediante processo regular de exame, teoria de conjuntos); Fréchet (analise funcional, espaços abstratos).

1.907 Brouwer (intuicionismo)

1.909 Russell e Whitehead ("Principia mathematica", logicismo)

1.915 Fundação da Mathematical Association of América.

1.916 Einstein (teoria geral da relatividade).

1.917 Hardy e Ramanujam (teoria analítica dos números); revolução Russa.

1.922 E. Nother (álgebra abstrata, anéis, teoria dos ideais).

1.923 Espaços de Banach.

1.931 Teorema de Godel.

1.934 Teorema de Gelfond.

1.936 Espaços de Sobolev

1.939 Começa o trabalho do grupo Bourbaki.

1.941 Bombardeio de Pearl Harbor.

1.944 IBM Automatic Sequence Controlled Calculator (ASCC)

1.945 Electronic Numerical Integrator and Computer (ENIAC); bombardeio de Hiroshima.- Teoria de Distribuições de L. Schwartz

1.948 É instalado no Campo de Provas da Marinha, em Dahlgren, Virginia, um computador ASCC aprimorado.

1.963 Trabalho de P. J. Cohen sobre a hipótese do contínuo.

1.971 É posta a venda no mercado a primeira calculadora portátil; é fundada a Association for Women in Mathematics.

1.973 K. Appel e W. Haken comprovam a conjetura (ou problema) das quatro cores.

1.985 Entram em uso os supercomputadores.

1.987 Comprova-se a conjetura de Bieberbach.

1.993 Demonstra-se o Teorema de Fermat

A.2 PRÊMIO NOBEL - MEDALHA FIELDS

A.2.1 Prêmio Nobel em Matemática?

Existem prêmios Nobel em Física e Química. Por que não em Matemática? Existem duas respostas [31].

1. (Versão franco-americana): Mittag-Leffler teve um caso com a esposa de Alfred Nobel.
2. (Versão sueca): Mittag-Leffler era o principal matemático sueco na época em que Alfred Nobel escreveu seu testamento. Alfred Nobel sabia que se houvesse prêmio em matemática, Mittag-Leffler poderia usar sua influencia na Academia Sueca de Ciências para tornar-se o primeiro contemplado. Para evitar isto, Nobel não incluiu matemática no prêmio.

Embora seja fato notório que Nobel era solteiro, a versão franco-americana mantém-se bem viva como um dos mitos da matemática e como assunto periódico de conversas daqueles que acham injusto a Física ter premiação e a Matemática não. Por sua vez, a versão sueca é uma elaboração acadêmica sem credibilidade. Na realidade, Alfred Nobel e Mittag-Leffler praticamente não tiveram quaisquer relações. A verdadeira resposta para a questão é que, por motivos naturais, a idéia de um prêmio em matemática nunca ocorreu a Nobel.

Tendo em vista que a primeira resposta acima foi mencionada no *Intelligencer* e que uma carta no *American Mathematical Monthty* 90 (1.983), p.502, solicita esclarecimentos sobre a questão, nos tentaremos fornece-los. Nossa principal fonte e o livro sobre o testamento de Alfred Nobel de Ragnar Sohlman, alias, seu testamenteiro foi mais tarde o diretor da Fundação Nobel.

Quando Nobel morreu, em 10 de dezembro de 1896, existia em adição ao seu último testamento de 27 de novembro de 1895, um anterior datado de 14 de março de 1893. Embora o testamento inicial tenha sido invalidado pelo último, ele pode ser relevante como um reforço para as estórias que devemos discutir. Além de vários legados para algumas pessoas, especialmente parentes, o testamento doou à *Stockholm's Hogekola* (que depois tornou-se Universidade de Stockholm), *Stockholm's Sjukhus* e *Karolinska Institut* 5% dos bens, cada uma. A *Osterreichische Gesellschaft der Friedensfreunde* foi contemplada com 1% , e a Real Academia Sueca de Ciências com 65% para uma fundação cuja renda deveria ser ofertada anualmente "como um prêmio para o mais importante e pioneiro trabalho no vasto domínio do conhecimento e progresso, exceto no campo da fisiologia e medicina. Sem tornar isto uma condição absoluta, e meu desejo que sejam especialmente considerados todos aqueles que através de publicações e ações sejam bem sucedido na luta contra os preconceitos que tanto nações e governantes tem contra a criação de um tribunal europeu da paz".

No testamento final, depois de algumas doações para algumas pessoas, a renda dos bens era para ser destinada para premiações anuais para aqueles que durante os últimos anos fizeram o melhor pela humanidade. Ela deve ser dividida em cinco partes, a saber:

> "*Uma parte para a pessoa que tenha feito no domínio da Física a mais importante descoberta ou invenção; uma parte para a pessoa que tenha feito a mais impor-*

> *tante descoberta ou melhoramento no campo da Química; uma parte para a pessoa que tenha feito a mais importante descoberta no campo da Fisiologia ou Medicina; uma parte para quem na Literatura tenha produzido o melhor trabalho; uma parte para quem tenha feito mais ou melhor para a confraternização dos povos ou abolição ou diminuição dos exercito, e para a criação ou proliferação de congressos para a paz......"*

Nota-se que todos os prêmios, exceto talvez o de Medicina, estão intimamente relacionados com os próprios interesses de Nobel. As formulações com respeito ; Física e Química. indicam que o que Nobel tinha em mente era desenvolver trabalho do tipo no qual ele próprio tinha se sobressaído. O prêmio para Literatura comprova seus interesses literários, e seu idealismo e amizade com Bertha von Suttner, a autora de *"Baixem suas Armas!"*, explicam o prêmio da paz. A matemática simplesmente não era um dos interesses de Nobel.

Sohlman tem duas coisas a dizer a respeito da diferença entre os dois testamentos. Primeiro, que foi muito bom que Nobel tenha feito uma firme divisão entre seus vários desejos e limitado seus propósitos pois, caso contrario, a organização que deveria conferir os prêmios teria grandes dificuldades numa tarefa desgastante. Ele lembra também que o fato da *Stockholm's Hogskola* não estar entre os beneficiários, se explica pelos feudos internos que alí; existiam na época. As duas facções eram os professores, liderados por Mittag-Leffler; e a outra o conselho de curadores. O ponto de discórdia era o controle de novas nomeações. Provavelmente, a versão sueca tem origem neste fato, entretanto, sem conexão alguma com a escolha dos temas para os prêmios.

Em 1.884 Nobel foi eleito membro da Academia Sueca de Ciências, e em 1.883, a Universidade de Upsala havia lhe outorgado um grau honorário. Apesar disso, as relações de Nobel com o mundo acadêmico sueco pareciam estar um pouco frágeis. Nobel, que fora educado em São Petesburgo nos anos 1.840, emigrou da Suécia em 1.865 (quando Mittag-Leffler era um estudante). Depois disso, ele raramente visitou a Suécia; de preferencia fazia uma visita anual a sua mãe, na data de seu aniversario. Em meados doa anos 70, Nobel se estabeleceu em Paris e morou em uma ampla casa situada na avenida Malakoff. Não parece plausível que, como estai declarado no Intelligencer, Nobel e Mittag-Leffler "devem ter colidido dentro da limitada estrutura da culta sociedade de Stockholm."

Durante os últimos anos de sua vida, Nobel passou algum tempo na Suécia, em Bjorkborn perto das industrias Bofors, as quais ele adquirira em 1.893. A questão da residência de A. Nobel torna-se de suma importância, e por isso e discutida com muito cuidado por Sohlman. Convêm mencionar que o advogado francês Coulet, na tentativa de convencer um tribunal francês de que A. Nobel era residente na Suécia e não na França, recorreu a um argumento envolvendo os magníficos cavalos russos mantidos por A. Nobel em Bjorkborn. Sohlman comenta que parece ter sido o fato da existência destes cavalos que persuadiu o tribunal e fez com que o casso fosse esquecido.

A.2.2 Medalhas Fields

Will de John Charles Fields estabeleceu a Medalha Fields que representa o papel do Prêmio de Nobel em Matemática. O Congresso Internacional de Matemáticos em Zurique em 1932 adotou a proposta de Will de John Charles Fields, e a Medalha Fields foi outorgada no próximo congresso, efetuado em Oslo em 1936. Não foram outorgados a Medalha Fields durante a Segunda Guerra Mundial assim com a Medalha Fields ninguém foi premiada até os anos de 1950 [18].

A família Fields desejou que os prêmios devessem reconhecer o trabalho matemático existente e também a promessa de realização futura. Para cumprir com estes desejos a Medalha Fields só pode ser outorgada a matemáticos debaixo da idade de 40. Em 1998 foram premiados:

Richard E. Borcherds (Cambridge Univ.), pelo seu trabalho em, forma de automorfismo e em física-matemática.

William T. Gowers (Cambridge Univ.), pelo seu trabalho em análise funcional e combinatória.

Máxima Kontsevich (*des de Institut Hautes Etudes Scientifiques e Rutgers Univ.*), pelo seu trabalho em geometria algébrica, topologia algébrica, e física-matemática.

Curtis T. Mc Mullen (*Harvard Univ.*), pelo seu trabalho na dinâmica de holomorfismo e geometria de 3-dimensional manifolds

Ademais, um tributo especial, com o prêmio “IMU placa de prata”, para Andrew J. Wiles (Universidade de Princeton e o Instituto para Avançado Estude) pela prova do último Teorema de Fermat.

Os vencedores das medalhas nos últimos tempos são:

1936 L V Ahlfors	1970 A Baker	1986 G Faltings
1936 J. Douglas	1970 H Hironaka	1986 M Freedman
1950 L Schwartz	1970 S P Novikov	1990 V Drinfeld
1950 A Selberg	1970 J G Thompson	1990 V Jones
1.954 K Kodaira	1.974 E Bombieri	1.990 S Mori
1.954 J-P Serre	1.974 D B Mumford	1.990 E Witten
1.958 K F Roth	1.978 P R Deligne	1.994 P-L Lions
1.958 R Thom	1.978 C L Fefferman	1.994 J-C Yoccoz
1.962 L V Hörmander	1.978 G A Margulis	1.994 J Bourgain
1.962 J W Milnor	1.978 D G Quillen	1.994 E Zelmanov
1.966 M F Atiyah	1.982 A Connes	1.998 R Borcherds
1.966 P J Cohen	1.982 W P Thurston	1.998 T Gowers
1.966 A Grothendieck	1.982 S-T Yau	1.998 Maxim Konsevich
1.966 S Smale	1.986 S Donaldson	1.998 C McMullen

A.2.3 Matemáticos vencedores do prêmio Nobel.

A lista dada é de matemáticos em nosso arquivo que foram premiados com o Prêmio Nobel. Exceto que, eles ganharam o prêmio em Física.

1.902 Lorentz	1.950 Russell (Literatura)
1.904 Rayleigh	1.954 Born
1.911 Wien	1.962 Landau, Lev.
1.918 Planck	1.963 Wigner
1.921 Einstein	1.965 Schwinger
1.922 Bohr, Niels	1.965 Feynman
1.929 De Broglie	1.969 Tinbergen (Economia)
1.932 Heisenberg	1.975 Kantorovich (Economia)
1.933 Schrödinger	1.983 Chandrasekhar
1.933 Dirac	1.994 Selten (Economia)
1.945 Pauli	1.994 Nash (Economia)

A Fundação Nobel Rede local está em Estocolmo, Suécia.

Índice

Bibliografia

[1] ANTEZANA Gonzalo Mariscal.- **Una aproximación a la Didáctica en el Proceso del Aprendizaje de las Matemáticas**.-*http : //www.monografias.com/trabajos14/didactica − matem/didactica − matem.shtml*

[2] AIRES Almeida.- *http : //critica.no.sapo.pt/filos*$_f$*ileciencia.html*

[3] BATTISTA MONDIN.- **Curso de Filosofia**.- Edições Paulinas 6^a edição. 1981

[4] CHALMERS ALAN.- **A Fabricação da Ciência.**- Fundação Editora da UNESP 1994.

[5] COTRIN Gilberto. **Fundamentos da Filosofia** 10^a Edição.- Editora Saraiva.- 1995.

[6] DE ARRUDA Maria L & PIRES M. Maria H.- **Temas de Filosofia** 1^a Edição.- Editora Moderna 1991.

[7] DESIDÉRIO Murcho.- *http://www.terravista.pt/Nazare/1339/estudar.html*

[8] DOMINGUES, Hygino H. *http : //www.geocities.com/Athens/Delphi/1862/texto2.html.*

[9] EVES Howard. **Introdução à História da Matemática** 2^a Edição Editora da UNICAMP.

[10] FRAGOSO Guimarâes, C. Antônio. *http : //www.geocities.com/Vienna/2809/bruno.html*

[11] HESSEN Johannes.- **Teoria do Conhecimento**.- Tradução de António Correia Coleção Studium .- 1980.

[12] KAMIL Constance & DECLARK Georgia.- **Reinventando a Aritmética: Implicações da Teoria de Piaget**.- Papirus Editora 13^a Edição 1997.

[13] LIMA, L. O. **Mutações em educação segundo McLuhan**. Petrópolis: Vozes, 1991. 89p.

[14] PIAGET Jean, **A Epistemologia Genética**.- Editor Victor Civita - Os Pensadores 1983.

[15] PINEDO Christian. J. Q. **Epistemologia da Matemática II**.- *http : //geocities.yahoo.com.br/christianjqp*.- Publicações Notas de Aula N^o 7.- 2004.

[16] Pinedo, Christian Q.- **Estruturação para o Ensino da Matemática**. Pato Branco: 1999.v.1. 139p.

[17] Pinedo, Christian Q.- **Estruturação para o Ensino da Matemática**. Pato Branco: 1999.v.2. 235p.

[18] Pinedo, Christian Q.- **História da Matemática I**. 220pp. CEFET-PR Pato Branco: 2003.

[19] Ribeiro Pedro Orlando. $http://www.geocities.com/Athens/Academy/9258/sensocom.html9$.

[20] $http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history$.

[21] $http://www.iqsc.sc.usp.br/\ edsonro/Set98/2950950a.htm$

[22] $http://www.ifqsc.sc.usp.br/ifsc/grad/curso/licenciatura/trabalhos/introdu.htm$

[23] $http://www.madinfo.pt/filosofia/epistem/reflexao/espirito.htm$

[24] $http://www.madinfo.pt/filosofia/epistem/reflexao/realid.htm$

[25] $http://athena.mat.ufrgs.br/\ portosil/resu.html$

[26] $http://www.terravista.pt/FerNoronha/2265/index.htm$

[27] $http://www.utm.edu/research/primes/notes/conjectures/\#Goldbach$

[28] *http://www.terravista.pt/enseada/1524/mat12.html*

[29] $http://www.cacp.org.br/profetas_{d}o_{\%}F3bvio.htm$ em 25/05/2005

[30] $http://noticias.terra.com.br/ciencia/interna$, 3 de julho de 2003

[31] PNM. **Prêmio Nobel**. *http://www-history.mcs.st -andrews.ac.uk/history/Societies*

[32] Stephen F. Barker.- **Filosofia da Matemática.-**