# La función de producción de hogares

Entre 1965 y 1966 los artículos de Gary Becker y Kevin Lancaster, introducen el concepto de Función de Producción de Hogares (household production function). De esta forma, los consumidores en lugar de obtener la utilidad directamente de los bienes comprados en el mercado, derivan ésta de los atributos que poseen los bienes; por ejemplo, aunque el consumidor compre alimentos sin cocinar en el mercado, la utilidad se deriva de consumir una comida que ha sido producida a través de combinar alimentos crudos con trabajo, tiempo, electricidad y otros insumos.

Muchos bienes parecen ser producidos de la forma anterior. Al igual que los alimentos, la ropa y gran parte de los bienes parecen exhibir una gama de variedades y cualidades. Los consumidores parecen seleccionar una o pocas de estas cualidades y privarse completamente del consumo de otras. Becker (1965) propone que "ver una opera" depende de una serie de insumos como el tiempo, los actores, etc. Y por ejemplo, "dormir" depende del insumo cama, del hogar y tiempo. De igual forma, "el jugo de naranja" se produce con un vector de características tales como calorías, vitamina C y tiempo.

El álgebra de maximización, a la cual estamos acostumbrados, indica que debemos clasificar a un bien como X<sub>1</sub> y otro bien como X<sub>2</sub> aplicando este análisis de igual forma a naranjas, kiwi, peras, manzanas o autos.

Esta forma de clasificar los bienes hace que nosotros consideremos la carne de res y la carne de cerdo como sustitutos o un disquete y un programa de computadora como complementarios. Pero esta idea tiene su fundamento en la tecnología de usar dichos bienes particularmente, esto es, la vía a través de la cual se combina una serie de insumos y tiempo en orden a producir alguna utilidad.

Lancaster (1966) postula que el vector de bienes X, comprado en el mercado al vector de precios P se transforma por alguna función Z = g(X), en la cual los atributos Z producen alguna utilidad. En forma general, el problema se puede plantear como:

(5.1) Maximizar z 
$$u = u(z)$$
  
Sujeto a  $Z = g(X)$   
 $P(X) = Y$ 

Siendo Y el Ingreso total del consumidor. Combinando la función de transformación y la función de utilidad, se puede plantear el problema de la siguiente forma:

(5.2) Maximizar 
$$u = u(g(X)) = v(X)$$
; Sujeto a  $PX - Y = 0$ 

A este nivel de generalidad, el modelo de Lancaster es equivalente al modelo de utilidad estándar asumiendo que  $\nu$  (X) exhibe las mismas propiedades de una función de utilidad. Sin embargo, las curvas de demandas compensadas  $X=X^*$  (P,  $\nu$ ) definidas como la solución de:

(5.3) Minimizar PX = Y; Sujeto a 
$$\nu$$
 (X) =  $\nu_0$ 

muestran que las derivadas parciales no tienen realmente efectos puros de sustitución en el sentido tradicional, ya que cambios en la producción, cambios en Z a través de g(X), podrán tomar lugar como cambios en precios solamente aunque la matriz  $\partial(X^*)$   $\partial/P$  sea semidefinida negativa, lo cual al nivel de generalidad propuesta lo hace indistinguible del modelo de utilidad estándar.

En orden a conservar una estructura observable, Lancaster impone algunas restricciones sobre la función de transformación g(X). Para Lancaster g(X) deberá ser lineal Z = b.X siendo b una matriz de coeficientes tecnológicos constantes.

Por otro lado, b deberá ser constante entre los consumidores, esto significa que la tecnología por medio de la cual se convierten X's bienes en los atributos Z's es la misma para todos los consumidores. Si la matriz b difiere de cada consumidor existe poca probabilidad de que el modelo sea operacional. Normalmente una de las X's es tiempo y puede estar en función del salario.

Adicionalmente, la función de producción deberá ser separable, de esta forma sí el conjunto de producción es convexo, es fácil mostrar que la cuasiconcavidad en u(Z) implica la cuasiconcavidad de v (X). De otra forma, existirá una función de producción conjunta y la tecnología subyacente en t(Z,X) no podrá expresarse en términos de dos funciones de producción separadas y existirán rendimientos crecientes a escala. Si existen rendimientos crecientes, el conjunto de producción no es convexo, y esta no-convexidad mostrará unos bienes cuya función de utilidad no es cuasicóncava. Suponga  $u(Z_1,Z_2)=Z_1^{1/2}\ Z_2^{1/2}\ y$  la tecnología en el hogar está dada por las funciones de producción  $Z_1=X_1^4\ y\ Z_2=X_2^4$  la función de utilidad será entonces  $v\ (X_1,X_2)=X_1^2\ X_2^2$  la cual claramente no es cuasicóncava. Esto es apenas evidente: sí hacemos que una de las X's sea la fuerza de trabajo y existen indivisibilidades en el uso de la misma el resultado será el antes mencionado¹¹. Por ejemplo, si X es el tiempo de un individuo y con este tiempo se puede comer y ver simultáneamente televisión, existirán

<sup>11.</sup> Aplicando el teorema de B.K Ross y M Star con indivisibilidades suficientes y disminución de los costes de coordinación el resultado serán rendimientos crecientes.

rendimientos crecientes en el uso de X. Por lo tanto, no se puede asumir producción conjunta en t y la función de costos conjunta deberá tener como restricción t(Z,X) = 0. En general, la restricción podría no ser lineal en los Z's y los costos marginales de los bienes podrían ser solamente funciones del bien elegido.

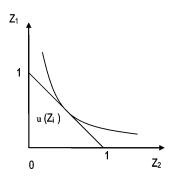
Para alcanzar el máximo de utilidad de Z,  $Z^*$ , el consumidor necesariamente deberá comprar en el mercado los bienes X's que producen  $Z^*$  al menor costo. De esta forma, el consumidor deberá también solucionar el siguiente problema lineal:

(5.4) Min { P.X | 
$$t(Z,X) = 0$$
 }; Sujeto a bX =  $Z^*$ 

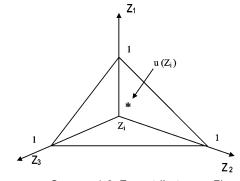
En el caso de n bienes que satisfacen Z, el problema se plantea como:

$$\begin{array}{ccccc} (5.5) & \text{Max m } (g(x)) \\ & \text{Sujeto a } bX_1 & \geq & Z^* \\ & & \cdot & \geq & \cdot \\ & & bX_n & \geq & Z^* \\ & & (X1,...,X_n) & \geq & 0 \\ & & (P1,...,P^n) & \geq & 0 \end{array}$$

Una condición suficiente, consiste en que el conjunto de los Z's alcanzables sea un poliedro convexo n-dimensional con esquinas y caras en  $Z_i$  donde  $u(Z_i) \in Z$ , como se puede observar a continuación.



GRÁFICA 6.2. Dos atributos en Zi.



GRÁFICA 6.3. Tres atributos en Zi.

Si los cambios en los costes de la tecnología, son menores que el costo de producir: algún atributo  $Z_i$ , el cambio en algún bien podría seguirse realizando al menor costo de producción y al mismo tiempo maximizar los atributos  $Z_i$  de la utilidad.

Por ejemplo, si para producir un artículo usted usa una computadora y dado que los productores de computadores van mejorando la calidad de los procesadores pasando desde el 286 hasta el 486 y del Pentium I hasta el Pentium IV, aun cuando un individuo cambie de computadora para producir el artículo, la utilidad derivada de éste no ha cambiado. La idea de una computadora que usa Pentium como un nuevo bien es lo que el análisis tradicional nos indica. Sin embargo, esta idea puede

replantearse ya que la invención de una nueva "computadora" no debe generar una reorganización en el conjunto de preferencias sino una nueva solución al problema de la minimización de los costes que involucra el atributo "computadora".

Como podrá observarse, identificar y medir los atributos puede ser más difícil que medir los bienes de mercado. Incluso si existiesen pocas variables, medir y predecir los cambios en los coeficientes tecnológicos es algo complejo. En general, el modelo funciona bien en aquellos bienes que tienen atributos aditivos y no conflictivos (Silberberg 1985); en el caso de las computadoras, el principio será aplicable para aquel que pase de 286 a 486 comprando las tarjetas necesarias e incluso cambiando a Pentium, pero no modificará el artículo por producido ni la utilidad derivada de éste.

A diferencia de Lancaster, Gary Becker incorpora decisiones respecto al uso del tiempo en el modelo estándar de la utilidad al considerar el costo del tiempo en términos de un uso gastado en producir ingreso. De esta forma, Becker provee las bases para explicar los cambios en el consumo como cambios en el ingreso laboral en términos del efecto sustitución, el cual tiene un signo conocido; así, en lugar de tener que asumir supuestos ad-hoc sobre el efecto ingreso, ya conocemos su signo.

Si el incremento en el ingreso es resultado de un incremento en el salario, entonces este cambio se verá representado en el valor marginal del ocio. Deberá, por lo tanto, esperarse que el consumidor sustituya bienes intensivos en tiempo, aquellos bienes cuyo consumo involucra usar más tiempo, por bienes que tengan un menor costo de tiempo. De esta forma, los cambios en el consumo ya no son ad-hoc, dado que un cambio en los gustos o un cambio en el signo del efecto ingreso, son el resultado de la ley de la demanda.

Becker asume que la utilidad es una función de un vector de atributos  $Z_i$ ,  $u = u(Z_i)$  pero adopta una estructura para la producción de atributos; para cada  $Z_i$  tendríamos:

(5.6) 
$$T_i = t_i Z_i$$
;  $X_i = b_i Z_i$ 

Donde  $t_i$  es un parámetro que indica, por unidad de tiempo, el consumo de tiempo para cada  $Z_i$  consumido. De esta forma, el gasto total de tiempo consumido en alguna cantidad  $Z_i$  es  $T_i$ . Por otro lado,  $b_i$  es un parámetro que indica la cantidad del bien de mercado  $X_i$  requerido por unidad de  $Z_i$ . Así, aquellos atributos que tengan mayores valores de  $t_i$  serán intensivos en tiempo.

Los consumidores maximizarán la utilidad de los atributos consumidos sujetos a las restricciones de presupuesto y a las restricciones de tiempo.

Supongamos que T representa el tiempo total disponible para todas las actividades (por ejemplo 24 Horas), denotando  $T_w$  como la cantidad de tiempo gastado trabajando a alguna tasa de salario constante y asumiendo que los individuos tienen un ingreso individual no salarial (herencias, arriendos, etc.) en la cantidad  $\eta$ , entonces el problema para el consumidor vendrá dado como:

(5.7) Max 
$$u = u (Z_1,..., Z_n)$$
  
Sujeto a  $\sum p_i x_i = wT_w + \eta$   
 $\sum T_i = T_i T_w$ 

Dado que el tiempo y el mercado de bienes se encuentran relacionados por las ecuaciones de producción (5.6), las dos restricciones pueden ser combinadas reemplazando  $T_w$  en la restricción del ingreso por  $T - \sum T_i$  de la segunda restricción, lo cual da como resultado restricción:

(5.8) 
$$\sum p_i x_i = w (T - \sum T_i) + \eta$$

Al despejar,

$$(5.9) \quad \sum p_i x_i + w \sum T_i = w T + \eta$$

Y, al reemplazar (5. 6) en (5.9) obtenemos:

(5.10) 
$$\sum p_i b_i Z_i + w \sum t_i Z_i = wT + \eta$$

Así, finalmente el problema para el consumidor se puede plantear de la siguiente forma:

$$\begin{array}{lll} \text{(5.11)} & \text{Max} & \mu = \mu \, (\text{Z1,...., Zn}) \\ & \text{Sujeto a} & \Sigma(p_i \, b_i \, + \, w \, t_i \,) \, Z_i = w \, T \, + \, \eta \end{array}$$

Además, puede interpretarse  $\alpha_i = p_i \, b_i + w \, t_i$  como el precio total de consumir  $Z_i$ . El precio implícito de  $Z_i$  es independiente de la elección final de  $Z_i$  y solamente depende de la tecnología de la función de producción de hogares; específicamente debemos asumir que  $Z_i = g(X_i)$  tiene rendimientos constantes a escala (Pollack y Watcher) como ya se había mencionado.

Cuando una unidad de algún atributo se consume, el gasto monetario será  $p_i b_i$  más el gasto en tiempo de  $t_i$  horas; este tiempo puede ser usado en la producción de ingreso en la cantidad w  $t_i$  que será el costo de oportunidad de consumir  $Z_i$ .

En este modelo, el tiempo para "holgazanear" y dormir son atributos y parte del conjunto de los  $Z_i$ 's . Dado que no involucran algún gasto monetario, el valor de  $b_i$  para dichos bienes será de cero. Todo el tiempo deberá ser valorado a alguna tasa constante de salario w, asumiendo entonces que el individuo tiene disponible mucho trabajo que el o ella desea a la tasa de salario presente.

Y, como el tiempo total usado en consumir todos los atributos es  $T_c = T$ -  $T_w = \sum T_i$  la solución de las condiciones de primer orden producirá el conjunto de demandas Marshallianas:

$$(5.12) \quad Z_i = Z_i^{Y}(\alpha_1, ...., \alpha_n, w, Y) = Z_i^{Y}(p, b, t, w, \eta)$$

Donde p,b y t son vectores de precios, coeficientes tecnológicos e intensidades de tiempo respectivamente.

## 5.1. Estática comparativa

Bajo el análisis de estática comparativa, nos interesan las respuestas de los consumidores ante un cambio en el salario y los coeficientes tecnológicos. Como cualquier modelo de maximización de la utilidad, todos los parámetros del modelo de Becker entran en la restricción, y las implicaciones usuales pueden ser derivadas de la maximización solamente. Considerando los efectos de sustitución puros las demandas Hicksianas se obtienen de la siguiente forma:

(5.13) Min 
$$\sum (p_i b_i + w t_i) Z_i - w T$$
  
Sujeto a  $u (Z_1,..., Z_n) = u^0$ 

Si las condiciones de primer y segundo orden se mantienen, las demandas Hicksianas serán:

$$(5.14) \quad Z_i^h = Z_i^u (\alpha_1, \dots, \alpha_n, w, u^0) = Z_i^u (p, b, t, w, u^0)$$

La estructura del modelo en  $\alpha_i$  y  $Z_i$  es formalmente idéntica al modelo estándar de minimización del gasto, esto es:  $\partial Z_i^u/\partial \alpha_i < 0$ . Y dados los cambios paramétricos en  $p_i$ ,  $b_i$  y  $t_i$  éste se incrementará en una cantidad proporcional  $\alpha_i$ , de esto se sigue que  $\partial Z_i^u/\partial p_i < 0$ ,  $\partial Z_i^u/\partial b_i < 0$  y  $\partial Z_i^u/\partial t_i < 0$ . A partir de las restricciones tecnológicas y definiendo las demandas Hicksianas para los bienes de mercado y el tiempo gastado en cada bien como  $X_i^u$  y  $T_i^u$ , podemos observar

$$\frac{\partial X_{i}^{u}}{\partial p_{i}} = \frac{b_{i} \partial Z_{i}^{u}}{\partial p_{i}} < 0$$

$$\frac{\partial X_{i}^{u}}{\partial t_{i}} = \frac{b_{i} \partial Z_{i}^{u}}{\partial t_{i}} < 0$$

$$\frac{\partial T_{i}^{u}}{\partial p_{i}} = \frac{t_{i} \partial Z_{i}^{u}}{\partial p_{i}} < 0$$

$$\frac{\partial T_{i}^{u}}{\partial b_{i}} = \frac{t_{i} \partial Z_{i}^{u}}{\partial b_{i}} < 0$$

Sin embargo, los efectos de un cambio en  $b_i$  sobre  $X_i$  y de  $t_i$  sobre  $T_i$  son ambiguos:

$$(5.16) \frac{\partial X_i^u}{\partial b_i} = \frac{\partial (b_i Z_i^u)}{\partial b_i} = Z_i^u + b_i \frac{\partial Z_i^u}{\partial b_i} \frac{Z_i^u}{Z_i^u} = Z_i^u (1 + \varepsilon_b)$$

Donde  $\epsilon_b$  es la elasticidad del consumo en  $Z_i$ , con respecto a los cambios en el coeficiente  $b_i$  uniendo  $X_i$  con  $Z_i$ . La elasticidad es negativa, sin embargo, el signo de la magnitud entera depende de la proporción relativa en la unidad que tenga cada  $Z_i$ . De igual forma, para  $T_i$  tendremos:

$$(5.17) \quad \frac{\partial T_i^u}{\partial t_i} = T_i^u (1 + \varepsilon_t)$$

Donde  $\epsilon_i$  es la elasticidad consumo de  $Z_i$  con respecto a los cambios en el coeficiente  $t_i$ . Esto se puede interpretar de la siguiente forma: suponga que  $t_i$  se incrementa, entonces un aumento en  $t_i$  significa que el consumo de alguna cantidad  $Z_i$  requiere ahora de un mayor tiempo, lo cual aumenta el precio total de  $Z_i$  y además reduce las cantidades consumidas. Solamente cuando la reducción en  $Z_i$  es proporcionalmente mayor que el incremento en  $t_i$ , se reducirá la cantidad total de tiempo gastada sobre el atributo; sin embargo, como  $X_i = b_i \ Z_i$ , una disminución en  $Z_i$  deberá llevar a consumir menos del bien  $X_i$  del cual se deriva.

El análisis sobre los cambios en salarios es todavía más problemático. El parámetro w entra en el precio total de cada uno de los Z<sub>i</sub> para el cual el tiempo es consumido. Un cambio en w deberá cambiar muchos precios simultáneamente (recreación, ocio, etc.) complicando el análisis de la demanda. Dado que w aparece en todas las ecuaciones de primer orden (primeras derivadas) es imposible establecer ecuaciones de demanda compensadas. Por esta razón, Becker arguye que si el salario se incrementa, el consumo podría cambiar de bienes que son más intensivos en tiempo a aquellos menos intensivos en tiempo. Esto parece plausible, pero debe hacerse supuestos adicionales sobre los valores de varios de los parámetros en el modelo para obtener un resultado riguroso.

El efecto sustitución surge de la consideración sobre el número total de horas trabajadas; sin embargo, no existe un signo determinado. Si usamos la relación  $\Sigma T_i = T - T_w$  entonces el modelo de minimización del gasto en todas las n+1 variables, las  $Z_1, \ldots, Z_n, T_w$  y las dos restricciones, se expresa como:

El parámetro w no aparece en las restricciones, éste entra en la función objetivo en una forma simple -wT $_w$  como un precio de  $T_w$ , esto es,  $\partial (-wT_w^u)/\partial w < 0$  lo cual indica que la función de gasto es cóncava en w y  $T_w^u$  muestra la demanda compensada de las horas trabajadas.

Dado que el ocio en este tipo de modelos significa el tiempo total gastado en consumir los  $Z_i$ 's, entonces  $\partial (T_w^u)/\partial w = \partial (T - T_w^u)/\partial w < 0$ .

En un modelo simple de ocio y trabajo, un incremento compensado en los salarios representa un incremento en el coste de oportunidad del ocio y lleva a una caída en el ocio consumido y a un incremento en el número de horas trabajadas.

Las teorías económicas de la familia, de las tasas de nacimiento, del número de hijos óptimos, de la participación en el mercado de trabajo, de la diferenciación entre grupos de hombres y mujeres e incluso el reciente auge en los modelos medioambientales del coste de viaje, se derivan de aquí. Mayores salarios en el mercado para las mujeres, por ejemplo, aumentan el coste de oportunidad de los niños y de otras tareas que deberán realizar las mujeres en el hogar. De esta forma, el incremento en el consumo de "bienes convenientes" por familias con dos trabajadores puede ser atribuido a salarios de mercado más altos y mayores salarios compraran ítems con "mayores cualidades" donde la cualidad del atributo reduce la cantidad de tiempo dedicado a las tareas en el hogar (reparaciones, atención de los niños, etc.).

La teoría de la función producción de hogares nos da para pensar más rigurosamente sobre la importancia de las elecciones y provee un marco para reemplazar las explicaciones basadas en los gustos, por aquella basada en el cambio en las oportunidades.

## 5.2. Análisis de la riqueza en el mercado de bienes

La Función de Producción de Hogares se usa también "para analizar el daño realizado por la contaminación del aire, o los beneficios derivados de actividades recreativas, o proyectos de evaluación social" (Pollack 1978, pág. 28). Esta aproximación depende de la distinción entre bienes comprados y bienes consumidos, y en particular, del uso de la medición de los beneficios derivados de los bienes públicos.

Los trabajos de Willig (1976) y Hausman (1981) emplean el teorema de la dualidad para demostrar que dada la unión entre el gasto y las funciones de utilidad, la demanda compensada no observada (debido a los atributos Z<sub>i</sub>) puede ser encontrada a partir de la función de demanda Marshalliana que sí es observada.

Bockstael y MacConell (1983) por su parte tienen serios reparos en los trabajos anteriores. Como ellos mencionan, es imposible derivar la curva de demanda Marshalliana de la compensada dada la ausencia de precios exógenos, esto es, la utilidad y la función de gasto existen, pero la ausencia de precios para los atributos impide directamente usar la identidad de Roy para recuperar la Marshalliana de la función de utilidad indirecta. Deberá observarse también que es imposible moverse de una función de demanda compensada a una única función de gasto debido a las no linealidades en la función de gasto cuando existen diferentes tecnologías en la producción de los  $Z_i$ 's. Las medidas de riqueza pueden ser derivadas en un espacio de bienes pero de una forma diferente. Por simplicidad, se usará  $Z_1$  pensando que algún  $Z_1$  podrá ser elegido. Supongamos la siguiente partición de bienes  $Z=(Z_1, Z_1)$  donde  $Z=(Z_2,...,Z_n)$ . Al derivar la función de gasto condicionada sobre el atributo  $Z_1$  encontramos:

(5.19) 
$$E(Z_1, p, u^0) = Min[C(Z_1, Z, p) | u^0 = u(Z_1, Z)]$$

Por el teorema de la envolvente:

$$(5.20) \quad \frac{\partial E(Z_1,p,u^0)}{\partial Z_1} = -(\lambda u_1(Z_1,\overset{-}{Z}^*,u^0) - C_1(Z_1,\overset{-}{Z}^*,p))$$
 Donde  $\overset{-}{Z}^* = \overset{-}{Z}^*(Z_1,p,u^0)$  es ajustado óptimamente cuando  $Z_1$ , p y  $u^0$  cambian.

Donde Z=Z ( $Z_1,p,u^0$ ) es ajustado óptimamente cuando  $Z_1$ , p y  $u^0$  cambian. El primer término a la derecha en (5.20), es el valor marginal compensado para  $Z_1$  y el segundo término es el costo marginal de producir  $Z_1$ . De esta forma (5.20) refleja el cambio en el gasto necesario para mantener el nivel de utilidad  $u^0$  cuando  $Z_1$  se incrementa. Esta expresión podrá ser negativa para  $Z_1 < Z_1^*$  (la cantidad óptima de  $Z_1$ ).

A través de  $E(Z_1, p, u^0)$ , se puede calcular la variación compensada asociada con el consumo de  $Z_1^{\star}$ . Esta medida refleja el cambio en el ingreso, el cual podrá alcanzar el consumidor a su nivel de utilidad y se halla integrando entre 0 y  $Z_1^{\star}$  como se puede observar:

(5.21) 
$$\int_{0}^{Z_{1}^{*}} \left[ \frac{\partial E(Z_{1}, p, u^{0})}{\partial Z_{1}} \right] \partial Z_{1}$$
$$= E(Z_{1}, p, u^{0}) - E(0, p, u^{0})$$

Esta expresión es la parte negativa del área entre el valor marginal compensado y el costo marginal para  $Z_1$ . En últimas, dicha área puede ser expresada como:

(5.22) 
$$\int_{0}^{Z_{1}^{*}} [\lambda u_{1}(Z_{1}, \bar{Z}^{*}, u, \bar{Z}^{*}, u^{0}) - C_{1}(Z_{1}, \bar{Z}^{*}, P)] \partial Z_{1}$$

#### 5.3. Bienes Públicos

Supongamos que  $\alpha$  sea un bien medioambiental, tal como la calidad del aire, un lago o un paisaje. Entonces  $\alpha$  entra en la función de utilidad directamente y es complementario con algún bien denotado como  $Z_1$ , por ejemplo recreación. De esta forma, la utilidad es una función de  $\alpha$  y Z. Observe también cómo  $\alpha$  entra en la función de transformación  $t(z,x,\alpha)$  y la función de gasto dependerá de  $\alpha$ . Cuando  $u^0$  es el nivel de riqueza inicial, la variación compensada de un cambio en el vector de parámetro de  $\alpha^0$  a  $\alpha'$  esta dado por:

(5.23) 
$$VC = C(p, u^0, \alpha') - C(p, u^0, \alpha^0)$$

Donde C es la función de gasto. Si  $\alpha$  es un bien público la variación compensada es negativa para un incremento en  $\alpha$  y positiva cuando ésta cae. La medida dada por (5.23) no es directamente observable como señalan Bockstael y MacConnell para evaluar los efectos de riqueza cuando existe un cambio en  $\alpha$  dada la información sobre la producción y el consumo asociado a la del bien  $Z_1$ .

La diferencia entre el valor marginal y el costo marginal evaluado de  $\,\alpha^{\scriptscriptstyle 0}\,$  a  $\,\alpha'\,$  es equivalente a:

$$(5.24) \int_{0}^{Z_{1}^{*}(\alpha')} \left[\frac{\partial E(Z_{1}, p, \mathbf{u}^{0}, \alpha')}{\partial Z_{1}}\right] \partial Z_{1} - \int_{0}^{Z_{1}^{*}(\alpha^{0})} \left[\frac{\partial E(Z_{1}, p, \mathbf{u}^{0}, \alpha^{0})}{\partial Z_{1}}\right] \partial Z_{1}$$

Esta expresión, puede escribirse como:

(5.25) 
$$E(Z_1^*(\alpha'), p, u^0, \alpha') - E(0, p, u^0, \alpha') - E(Z_1^*(\alpha^0), p, u^0, \alpha) - E(0, p, u^0, \alpha^0)$$

Análogamente  $E(Z_1^*(p, u^0)p, u^0) = C(p, u^0)$ , de donde se deduce:

(5.26) 
$$C(p, u^0, \alpha') - C(p, u^0, u^0) - E(Z_1^*, p, u^0, \alpha') + E(0, p, u^0, \alpha^0)$$

Entonces:

(5.27) 
$$E(Z_1^*, p, u^0, \alpha') = E(0, p, u^0, \alpha^0)$$

De esta forma, la variación compensada asociada con un cambio en  $\alpha$  puede ser medida a través de los cambios en el área perteneciente a la demanda compensada y la curva de costo marginal para  $Z_1$ . Además (5.26) es la medida correcta de los cambios en la riqueza dados por (5.23). Por otro lado,  $\alpha$  deberá entrar en la función de preferencias del hogar directamente como una condición suficiente para que (5.27) se mantenga, y deberá también satisfacer que sea débilmente complementaria con  $Z_1$ .

Karl-Göran Mäler define la débil complementariedad de la forma siguiente: "Si la demanda para un bien privado es cero, entonces la demanda para algún servicio medioambiental [bien público] podría también ser cero" (pag 183). Esta débil

complementaried ad consiste en  $\frac{\partial u(\theta, Z, \alpha)}{\partial \alpha} = \theta$  lo cual implica que el individuo es

indiferente a variación en los niveles del bien exógeno cuando él no consume  $Z_1$ . Alternativamente cuando  $\alpha$  entra como un insumo en el proceso productivo la condición (5.27) se mantiene si  $\alpha$  es solamente un insumo en la producción de  $Z_1$ .

#### Bibliografía

- BECKER, G. S. (1965). "A theory of the allocation of time", Economic Journal, vol.75, pp.493-517.
- BOCKSTAEL, N.E. AND K.E., McConnell. (1983). "Welfare measurenment in the household production framework", American economic review, vól.66, pp.799-812,Sep.
- DEATON A, AND MUELLBAUER, J. (1980). Economics and consumer behavior, Cambridge, Cambridge University Press, tercera edición (1989).
- EDWARDS, B.K AND M.R, STARR. (1987). "A note on indivisibilities, specialization, and economics of scale", American Economic Review, march, pp.192-195.
- EUGENE, S. (1985). "Nutrition and the demand for tastes", Journal of political economy, vól.93, núm.5, pp.881-900.
- GARY, B. (1965). "A theory of allocation of the time", Economic journal, núm.75, pp.493-517, Sep.
- HAUSMAN, J.A. (1981). "Exact consumer surplus and deadweight loss", American economic review, vól.71, pp.662-676, Sep.
- KEVIN, L. (1966). "A new approach to consumer theory", Journal of political economy, vól.74, pp.132-157, April.
- LANCASTER, K. J. (1966a). " A new approach to consumer theory", Journal of Political Economy, vol.74, pp132-57.
- -----.(1966b). "Change and innovation in the technology of consumption", American Economic Reviw, vol.56, pp14-23.
- MÄLER, K.G. (1974). Environmental economics: A theoretical inquiry, Baltimore: John Hopkins Press.
- POLLACK, R. A. (1978). "Endogenous tastes in demand and welfare analysis", American Economic Review, vol.68. pp.374-79.
- POLLACK AND WATCHER, M. (1975). "The relevance of the household production function and its implications for the allocation of time", Journal of political economy, vól.88, núm.2, pp.255-277, April.
- Silberberg, E. (1985). "Nutrition and the demand for tastes", Journal of political economy, vól.95,núm.5,pp.881-900.
- WILLIG,R.D. (1976). "Consumer surplus without apology", American economic review, vól.66, núm.5, pp. 89-591, Sep.