3. La demanda del consumidor

La demanda representa la cantidad que un consumidor desea comprar de una serie de bienes, ya sea expresada como una función de los precios y el ingreso o como una función de la utilidad y de los precios.

Debemos partir de que el comportamiento del consumidor es racional. Si las decisiones que toma el consumidor contradicen los supuestos, entonces el consumidor es considerado irracional. De hecho, un estudio en sicóticos crónicos realizado en una institución mental en New York (USA) encontró que aquellas personas a quien la sociedad considera como "irracionales" siguen la famosa ley de la demanda: "compran menos cuando aumentan los precios" (Battalio et-al 1973).

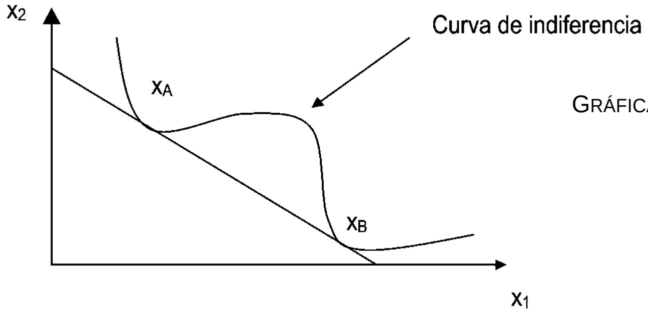
Obviamente la discusión sobre "el comportamiento racional" es más profunda de lo que se considera aquí, ya que no necesariamente se necesita estar en una institución mental para caracterizar a un individuo como "irracional", o que comprar menos cuando aumentan los precios, ratifique el comportamiento maximizador de los individuos[8].

3.1. Unicidad y continuidad

La demanda que corresponde a un vector de precios e ingreso podría no ser única, como se observa en la gráfica (3.1); allí existen dos soluciones x_A y x_B correspondientes a la restricción de presupuesto. Desde un punto de vista técnico, la condición que garantiza una función de demanda única consistirá en:

"Si un orden de preferencias es continuo, satisface la insaciabilidad local, y es estrictamente convexo, entonces para todo $p >> 0$, $y > 0$ la demanda $x(p, y)$ es única, define un valor singular, y es una función continua de (p, y)".

8. Una "buena" discusión sobre el problema de la racionalidad se presenta en la Parte III del libro "Rational Behaviour From An Experimental Approach", de Arrow, K..,Colombato, E., Perlman, M y Schmidt, Ch. (1996), y en McFfadden (1999).



GRÁFICA 3.1. Soluciones no-únicas.

3.2. El excedente del consumidor y disponibilidad a pagar

La teoría del consumidor nos muestra un individuo eligiendo una canasta de bienes, dados unos precios e ingresos ¿Qué sucede cuando el entorno que rodea al consumidor cambia? Este será el objetivo de esta sección.

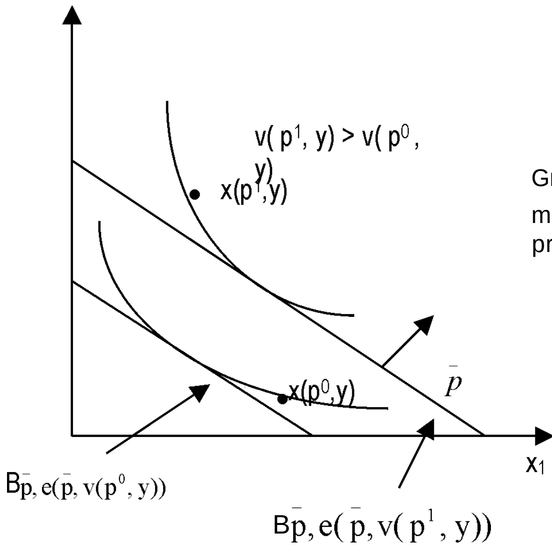
Consideremos a un consumidor con preferencias racionales, continuas y localmente no saciadas. Asumiremos también que las funciones de gasto y utilidad indirectas son diferenciables, y concentraremos nuestro interés en los cambios de precios. Suponga que la riqueza del consumidor permanece constante a un nivel $y > 0$ y el vector inicial de precios es p^0. Nosotros deseamos evaluar el impacto sobre la riqueza del consumidor, de un cambio de p^0 a un nuevo vector de precios p^1. Dicho cambio no debe parecernos extraño. Por ejemplo, si el gobierno decide aumentar los impuestos esto se traducirá directamente en los precios.

El problema se traduce en evaluar cuándo el consumidor estará mejor o peor. Entonces, a partir de la función indirecta de utilidad el consumidor estará en peor situación sí $v(p_1,y) - v(p_0,y) < 0$.

La función de utilidad derivada de $\succsim$ es suficiente para realizar alguna comparación. Sin embargo existe una función de utilidad indirecta que lleva a una medida del cambio de la riqueza en unidades monetarias (pesos) que se puede denominar utilidad indirecta métrica monetaria y que se construye a través de la función de gasto. En particular, se parte de la función de utilidad indirecta v(.,.), eligiendo un vector de precios arbitrarios estrictamente positivo, y a partir de la función e(,v(p, y)), se puede obtener la riqueza necesaria para alcanzar el nivel de utilidad v(p, y) cuando los precios son p. Observe también que la función de gasto es estrictamente creciente, ya que depende del nivel de v(p, y). Así, una medida del cambio de la riqueza expresada en pesos vendrá determinada por:

(3.10)

Gráficamente lo podemos ver como:



GRÁFICA 3.2. Función de utilidad métrica monetaria. $B\bar{p}, e(\bar{p}, v(p^1, y))$ = restricción presupuestaria.

De esta forma, la utilidad indirecta métrica monetaria puede ser construida para algún vector de precios. Estas elecciones llevan a dos medidas en torno al cambio de la riqueza: la primera conocida como la variación equivalente (VE) y la segunda como la variación compensatoria (VC).

Formalmente sea $u^0=v(p^0,y)$ y $u^1=v(p^1,y)$.

Haciendo $e(p^0,u^0)= e(p^1,u^1)= y$, se obtiene:

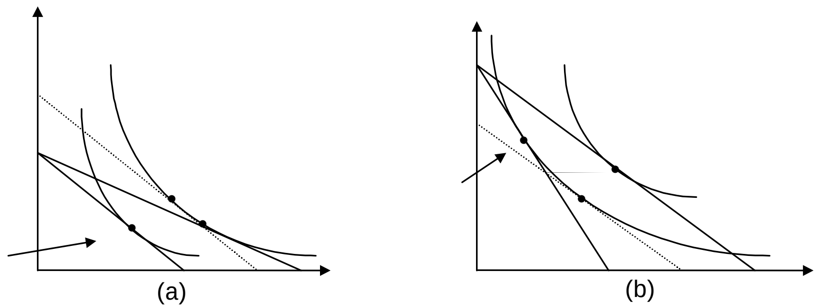
(3.11) $VE\ (p^0, p^1,y) = e(p^0,u^1)- e(p^0,u^0)= e(p^0,u^1)- y$

(3.12) $VC\ (p^0, p^1,y) = e(p^1,u^1)- e(p^1,u^0)= y - e(p^1,u^o)$

La variación equivalente será la cantidad de pesos ante la cual el consumidor es indiferente, en lugar de aceptar un cambio en precios. Esto es, el cambio en su riqueza que es equivalente al cambio en precios en términos del impacto de riqueza (éste es negativo si el cambio en precios hace que el consumidor se encuentre peor). Deberá observarse que $e(p^0,u^1)$ es el nivel de riqueza al cual el consumidor alcanza exactamente el nivel de utilidad u^1, es decir, el nivel generado por el cambio en precios desde p^0. Además $e(p^0,u^1)$ - y es el cambio neto en la riqueza de tal forma que el consumidor alcanza la utilidad u^1 a precios p^0.

La variación compensatoria medirá el ingreso neto que debe compensar al consumidor por el cambio en precios una vez éste ha ocurrido, de tal forma que el consumidor recobre su nivel original de utilidad u^0. Como menciona Mascollel et-al, "ésta puede ser pensada como la cantidad negativa que el consumidor justamente estaría dispuesto a aceptar del planeador que ha asignado el nuevo cambio de precios" (pag 82).

Gráficamente, estas medidas se pueden ver como:



GRÁFICA 3.3. Medidas del cambio de riqueza:
(a) Variación equivalente (b) Variación compensatoria.

Las variaciones equivalentes y compensatorias podrían diferir si el vector de precios (que asume la compensación) difiere. Esto significa, como observa Azqueta (1994), que en el caso de una caída en los precios VC < VE y ante una elevación en el precio del bien VC > VE.

El cambio en la riqueza producido por una variación en el precio del bien 1 puede ser medido a través de la curva de demanda marshallian. De esta forma, si definimos la medida de variación (MV) como:

(3.13) $MV(p^0, p_1, y) = \int_{p_1^1}^{p_1^0} x_1(p_1, \bar{p}_2, ..., \bar{p}_n, y)\partial p_1$

Y si no existen efectos de riqueza en el bien 1, entonces esta medida de variación es exactamente igual a las medidas equivalentes y compensatorias. Esta medida será el cambio en el excedente del consumidor marshalliano. En tanto se consideren las variaciones en la riqueza como efecto de variaciones en los precios, el excedente del consumidor se encuentra entre la variación equivalente y compensatoria. El error cometido de usar esta medida es del 2%, como observa Willing (1976). Cuando las variaciones en la riqueza son debidas a cambios en las cantidades, Hanemman (1991) ha demostrado que estas dos medidas difieren ampliamente, pues ya no sólo se deberá tener en cuenta el efecto renta, sino también efectos de sustitución.

3.2.1. La disponibilidad a pagar

Suponga que un consumidor tiene la oportunidad de comprar una cantidad x de un bien. Nosotros deseamos determinar cuánto de esta oportunidad corresponde al "esfuerzo", medido en unidades de gasto sobre otros ítems. Para determinar este valor, deberemos usar la gráfica (3.3), pero ahora la curva muestra la curva inversa de la demanda del consumidor compensada. Esta curva resulta de fijar la utilidad u^0 al valor original (x=0) y calcular su forma inversa. Imagine entonces una curva que se devuelve una unidad, comprando cada unidad al precio indicado. El consumidor estará dispuesto a pagar más por cada unidad y la utilidad permanecerá constante durante este proceso. De esta forma, la cantidad total que se estaría dispuesto a pagar será:

(3.14) $$DP(x) = \int_0^x p_c(\xi, u^0)\partial\xi$$

Donde $p_c(\xi,u^0)$ es la demanda inversa compensada: el precio ajustado cuando los otros precios están fijos. De aquí se obtiene:

(3.15) $$p_c(x,u^0) = y'(x)$$

Esto es, si el consumidor compra x unidades al precio p, el área bajo la curva de demanda compensada antes del precio p es la disponibilidad a pagar neta. En general, esta medida es diferente al excedente del consumidor, sólo que si no existen efectos ingreso $\partial x(p,y)/\partial y = 0$ las dos curvas de demandas serán iguales y la disponibilidad neta por pagar será igual al excedente del consumidor.

3.2.2. La compensación exigida

La compensación exigida CE, refleja lo que se demandaría con el fin de aceptar un cambio que empeore su situación, o renunciar a un cambio que mejore su situación. Cuando el precio cae la CE es equivalente a la VE y cuando el precio aumenta la CE es equivalente a la VC. Por otro lado la CE no está limitada por la renta, por lo cual su principal efecto será en términos de sustitución.

3.2.3. Comparación entre la disponibilidad a pagar y la compensación exigida

Aunque ambas medidas teóricamente representan los mismos resultados, los estudios de Hahneman (1991), Kahnemann, Knetsh y Thaler (1990) han mostrado que estas medidas difieren. Por un lado, Hahneman señala que existen diferencias cuando el cambio en la renta es debido a un cambio en las cantidades, sobre todo en la provisión de bienes públicos. Por otro lado, existen asimetrías entre lo que un individuo está dispuesto a aceptar y entre lo que un individuo estaría dispuesto a renunciar (Kahnemann, Knetsh y Thaler, 1990). En últimas, si existe un punto de referencia entre ambas medidas, las propiedades de la función de utilidad subyacente hacia dichas medidas diferirán en convexidad y dirección, esto significaría dependencia con respecto al punto de referencia (pérdidas y ganancias), aversión al riesgo (la pendiente de la función del ortante positivo tiene un valor mayor con relación al ortante negativo, lo que significa que las pérdidas tienen un valor superior que las ganancias) y, por último, el valor marginal de las pérdidas y las ganancias disminuye con su tamaño.[Tversky y Kahneman (1991, pag.1039)].

3.3. Integrabilidad de la función de utilidad

A partir de la función de demanda x(p,y) se puede recobrar la función de utilidad subyacente, en lo que se conoce como integrabilidad.

Suponga que nosotros tenemos un función de demanda continua y diferenciable x(p,y). Si esta función se encuentra bien definida y se cumple el supuesto de insaciabilidad local (y la ley de Walras) asegurando la igualdad, entonces como previamente se ha demostrado, deberán cumplirse las siguientes condiciones:

1. No negatividad : $x(p,y) \geq 0 \ \forall \ p$ e y
2. Homogeneidad : $x(tp,ty) = x(p,y) \ \forall \ t > 0$
3. Insaciabilidad : $px(p,y) = y$
4. Simetría : La matrix de Slutzky es simétrica.
5. Semidefinida : S es semidefinida negativa

Usando el Lema de Shepard como la relación entre la demanda compensada y la función de gasto, encontramos:

(3.16) $$\frac{\partial e(p,u)}{\partial p_i} = x_i(p,e(p,u)) \qquad \forall \qquad i = 1,..,m$$

Donde (3.16) es un sistema de ecuaciones diferenciales parciales, y u se introduce como un parámetro. Especificando también las condiciones de contorno de la forma e(p*,u) = c donde p* y c están dados, entonces se podrá recuperar la función de utilidad de e.

La solución que resulta es única y depende continuamente de c. Una vez que la función de gasto sea encontrada, la función de utilidad indirecta se puede hallar teniendo en cuenta que:

(3.17) $e(p,y) = y$

Donde e es estrictamente creciente, y puede ser invertida para encontrar v(p,y). Considere las siguientes funciones de demanda que provienen de una función de utilidad Cobb-Douglas:

(3.18) $$x_i(p,y) = \frac{\alpha_i y}{\alpha p_i} \quad ;\forall i = 1,2,...,m$$

Siendo $\alpha = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i$. De acuerdo con (3.16) se tiene:

(3.19) $$\frac{\partial e(p,u)}{\partial p_i} = \frac{\alpha_i e(p,u)}{\alpha p_i}; \forall i = 1,2,..,m$$

La i- ésima ecuación puede ser integrada con respecto a p_i obteniendo:

(3.20) $$\ln e(p,u) = \frac{\alpha_i}{\alpha} \ln p_i + c_i$$

Donde c_i no depende de p_i (pero podría depender de p_j para algún $j \neq i$). Agregando:

(3.21) $$\ln e(p,u) = \sum_{i=1}^{m} \frac{\alpha_i}{\alpha} \ln p_i + c$$

Ahora c es independiente de todos los p_i´s. La constante c representa la libertad en las condiciones de contorno. Para cada u se deberá hacer p*= (1,1,…,1), y usar la condición de contorno e(p*,u)=u, por lo cual:

(3.22) $$\ln e(p,u) = \sum_{i=1}^{m} \frac{\alpha_i}{\alpha} \ln p_i + \ln u$$

Entonces (3.22) es fácilmente invertible:

(3.23) $$\ln v(p,y) = -\sum_{i=1}^{m} \frac{\alpha_i}{\alpha} \ln p_i + \ln y$$

La cual es una transformación monótona de la función indirecta de utilidad, para una función de utilidad Cobb-Douglas.

3.4. Preferencias reveladas

Los axiomas básicos sobre las preferencias son criticados por ser demasiado fuertes, ya sea en su preordenamiento o en su ordenamiento completo. Sin embargo, a menudo observamos cómo los individuos realizan elecciones, aunque las restricciones sobre el conjunto de preferencias no sean observables. Una forma de hacer compatibles los supuestos sobre las preferencias y las decisiones que observamos en el mercado, consiste en lo que comúnmente se denomina como preferencias reveladas.

La "eficacia" de la teoría de la preferencia revelada radica en que el estado de las preferencias se construye a partir de las decisiones observables, esto es, de las elecciones actuales realizadas por un consumidor determinado.

Dado un vector de precios $p \geq 0$, un nivel de ingreso $y > 0$ y una canasta de bienes $x \in X$, se puede definir una restricción presupuestaria de la forma $px \leq y$. Asumiendo que la existencia de la restricción presupuestaria está relacionada con la elección de una casta posible x para el consumidor, donde x depende de p e y de la forma x(p, y) cuando se realiza la elección[9].

3.4.1. Preferencia revelada directamente

Suponga la existencia de un vector de precios p y un nivel de ingreso (y), de tal forma que $x \in x(p,y)$ y $px' \leq y$ para algún $x' \in X$. Entonces $u(x) \geq u(x')$. Se dice que x se revela preferido directamente a x´, y se escribe esta relación como xR_px'.

La relación R_p es una clase parcial de relación de preferencias sobre x y puede ser usada para construir cómo se realizan las elecciones. Sin embargo, R_p tiene muy pocas propiedades: no se puede cumplir xR_px si x es la canasta elegida, lo que significa que no siempre se cumple la reflexividad; además, xR_px no se cumple si x no es elegida. Rp no es completa y tampoco es transitiva, ya que si se tiene xR_px' y $x'R_px''$ de aquí no se deriva que xR_px''.

3.4.2. Preferencia revelada

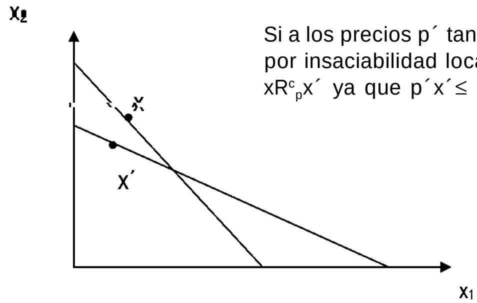
Una cesta x se dice que es revelada preferida a x´, R^c_p, si no se revela preferido x´a x, esto es, si existe un número finito de cestas $x_1,x_2,..,x_m$ en X tales que $xR^c_px_1$, $x_1R^c_px_2$, $x_2R^c_px_3,\ldots$, $x_mR^c_px'$, se dice que $x\,R^c_px'$.

La relación anterior se ha construido teniendo en cuenta la existencia de R^c_p relaciones y se denomina la clausura transitiva, esto es, nosotros tenemos que $x\,R^c_px'$ si x es elegido sobre x_1, x_1 sobre x_2, x_2,.., y finalmente x_m sobre x´ para algún punto intermedio. La relación de comparación no necesariamente deberá ser directa, pero la relación de hecho es transitiva: Si además de tener que $x\,R^c_px'$ tenemos que $x'R^c_px''$ entonces $x'R^c_px'_1$, $x'_1R^c_px'_2,\ldots$, $x'_nR^c_px''$ para algún x'_i, además si tenemos que $xR^c_px_1$, $x_1R^c_px_2$, $x_2\,R^c_px_3,\ldots$, $x_mR^c_px'$, $x'R^c_px'_1,\ldots$, $x'_nR^c_px''$ entonces $x'R^c_px''$ cumple la transitividad.

Adicionalmente deberá observarse que si $x\,R^c_px'$ entonces $p'x' \leq p'x$, lo cual se puede observar gráficamente como:

---

9. Esto implica que x(p,y) deberá ser homogénea de grado cero con respecto a p e y.



Si a los precios p´ tanto x como x´ son alcanzables, entonces por insaciabilidad local u(x) > u(x´). De esto se deduce que $xR^c_p x´$ ya que $p´x´ \leq p´x$.

GRÁFICA 3.4. Preferencias reveladas.

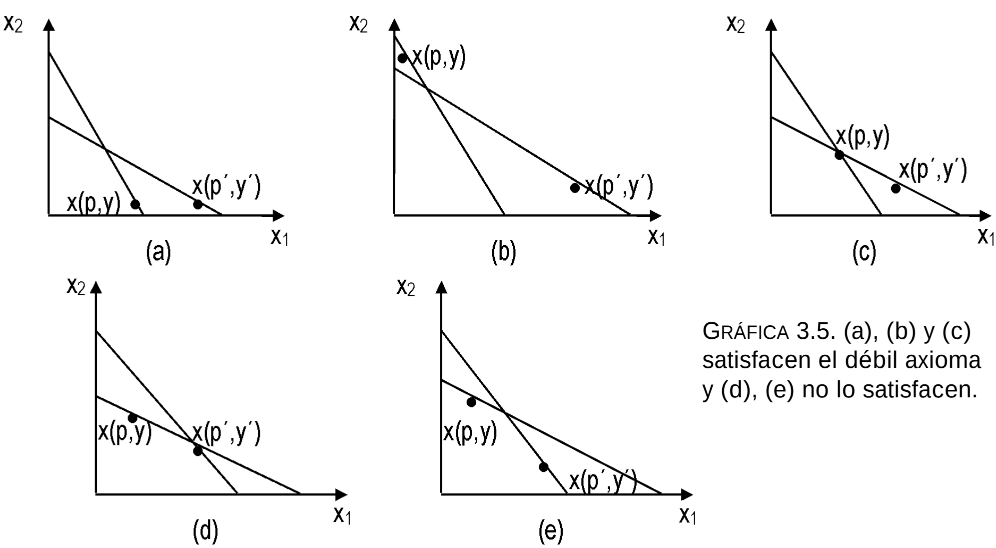
3.4.2.1. El axioma débil de la preferencia revelada

Si $xR^c_p x´$ y x no es igual a x´, entonces no es cierto que $x´R^c_p x$. Esto implica que si $px(p´,y´) \leq y$, y sí $x(p´,y´) \neq x(p,y)$ entonces necesariamente $p´x(p,y)>y´$. De esta forma, dados los precios e ingreso, la canasta x(p,y) es elegida incluso cuando x(p´,y´) es también alcanzable. De aquí se deduce que la canasta x(p,y) no es alcanzable a la combinación de precios y riqueza (p´,y´) en la cual el consumidor ha elegido x(p´,y´), por lo cual deberá cumplirse que $p´x(p,y) > y´$.

Para algún cambio compensado en precios de la situación inicial (p,y), a una nueva situación de riqueza (p´,y´)= (p´,p´x(p,y)), se deberá cumplir:

(3.24) $(p´-p)[x(p´,y´) - x(p,y)] \leq 0$

Con estricta desigualdad siempre que $x(p,y) \neq x(p´,y´)$. Como demuestra Mas-collel et al (1995) la violación del débil axioma implica la violación del cambio compensado en precios. A continuación, veamos gráficamente cuándo se satisface el débil axioma y cuándo lo viola.



GRÁFICA 3.5. (a), (b) y (c) satisfacen el débil axioma y (d), (e) no lo satisfacen.

3.4.2.2. El axioma fuerte de la preferencia revelada

Si xR^c_px' y x no es igual a x´, entonces no es cierto que $x'R^c_px$. Esto implica que dada una lista de precios e ingreso (p,y),(p´,y´),…,(p^m,y^m) con $x(p^{m+1},y^{m+1}) \neq x(p^m,y^m)$ $\forall m \leq M-1$. Entonces p^M $x(p,y) > y^M$ cuando p^M $x(p^{m+1},y^{m+1}) \leq y^M$ $\forall m \leq M-1$. En otras palabras, si x(p,y) es directamente (o indirectamente) revelado preferido a $x(p^m,y^m)$, entonces $x(p^m,y^m)$ no puede ser directa (o indirectamente) revelado preferido a x(p,y), esto es x(p,y) no puede ser alcanzado a (p^m,y^m). De lo anterior se deriva que si una función de demanda Walrasiana x(p,y) satisface el axioma fuerte de la preferencia revelada, entonces existe una relación de preferencia racional ($\succsim$) que racionaliza x(p,y), esto es, para todo (p,y), $x(p,y) > x'$ para cada $x' \neq x(p,y)$ donde x´ pertenece a la restricción presupuestaria en (p,y), y que ($\succsim$) racionalice x(p,y), significa que la conducta observada alcanza su valor máximo en el conjunto presupuestario de las cestas elegidas.

3.4.3. Condición suficiente para maximizar la utilidad

Si las elecciones (p,x) fueron generadas por un consumidor que maximiza su utilidad y sus preferencias cumplen el supuesto de insaciabilidad, entonces estas elecciones satisfacen las preferencias reveladas directamente. Formalmente se requiere el cumplimiento del teorema de Afriat. Supongamos que (p^t,x^t), $\forall t=1,\dots,T$., sea un número finito de observaciones de vectores de precios y cestas de consumo, las siguientes condiciones son equivalentes:

1- Existe una función de utilidad que cumple la insaciabilidad local y que racionaliza las elecciones.

2- Las elecciones (p,x) satisfacen R^c_p.

3- Existe una serie de números positivos (u^t,λ^t),$\forall t=1,\dots,T$ que satisfacen las desigualdades de Afriat; esto implica que $u^1 \leq u^t + \lambda^t (x'-x^t)$ cualesquiera que sean (t) y (´).

4- Existe una función de utilidad monótona, cóncava, continua y no saciada que racionaliza las elecciones.

La existencia de una función de utilidad que racionalice las elecciones (p,x) implica que existe una función de utilidad monótona, cóncava, continua y no saciada que racionaliza las elecciones (p,x), y si la función de utilidad no estuviera definida con las propiedades anteriores, nunca se observaría que se tomara alguna decisión en dichas cestas; esto significa que las elecciones extraídas del mercado no permiten rechazar la hipótesis de convexidad y monotonicidad en las preferencias.

3.5. Agregación

Un punto de singular importancia consiste en la agregación sobre los individuos, ya que el comportamiento agregado de los consumidores, en muchas situaciones, es más importante que el comportamiento de un consumidor en particular. Y desde un punto de vista econométrico, deberán existir restricciones en la agregación cuando se estimen las funciones de demanda.

En torno a la demanda agregada se deberá discutir en primer lugar si ésta puede ser expresada como una función de los precios y de la riqueza agregada. En segundo lugar, si las restricciones individuales sobre las preferencias se sostienen en el agregado; y en tercer lugar, cómo se medirían dichos cambios agregados.

Una agregación perfecta en un período, depende de que todos los precios sean los mismos para todos los individuos. Así, las variaciones provienen por parte de la riqueza que cada individuo posee. Por otro lado, en modelos de elecciones intertemporales no sólo existen diferencias en el ingreso, también existen diferencias en la edad y en las expectativas acerca de los precios futuros.

3.5.1. Agregación lineal

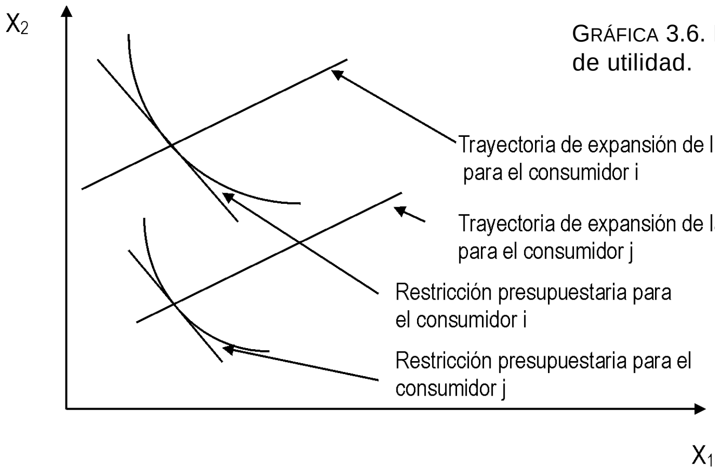
Supongamos la existencia de I consumidores con preferencias racionales $\succsim$ y funciones Walrasianas de demanda $x_i(p,W_i)$. Dados unos precios y unos niveles de riqueza $(W_1,\ldots,W_I)$ para I consumidores y m bienes, la demanda agregada viene determinada por:

(3.26) $$x(p,W_1,....W_I)=\sum_{i=1}^{I}x_i(p,W_i)$$

Se puede observar que la demanda agregada depende no solamente de los precios sino también de los niveles de ingreso de los consumidores. La función (3.26) se mantiene, en tanto la agregación sea igual en todas las posibles distribuciones de la riqueza de los consumidores. Suponga que existen $(W_1,\ldots,W_I)$ y $(W'_1,\ldots,W'_I)$ y $\sum_i W_i=\sum_i W_i'$, entonces:

(3.27) $$\sum_i x_i(p,W_i)=\sum_i x_i(p,W'_i)$$

La condición (3.27) implica invarianza en la demanda agregada ante cambios en la redistribución de la riqueza, gráficamente esto se puede observar como:



GRÁFICA 3.6. Invarianza en la función de utilidad.

La condición (3.27) muestra que para todos los consumidores las trayectorias de expansión de la riqueza son paralelas, como se observa en la gráfica (3.6).

Una condición necesaria y suficiente para que el conjunto de consumidores tenga trayectorias de expansión de riqueza paralelas consistirá en que las preferencias admitan funciones de utilidad indirectas tipo GORMAN:

(3.28) $V_i(p,W_i) = a_i(p) + b(p)W_i$

En (3.28) b(p) deberá ser igual para todos los agentes y a_i podría diferir entre todos los consumidores [Luenberger (1995), Mas-Collel et-al (1995)]. Deaton (1980) considera que a_i puede interpretarse como el gasto de subsistencia que debería ser igual para todos los agentes que pertenecen a una comunidad. A través de la identidad de Roy, se puede demostrar que las demandas vienen definidas como:

(3.29) $X_i(p,W_i) = A_i(p) + B(p)W_i$

Y la demanda agregada, sobre todos los consumidores, viene definida por:

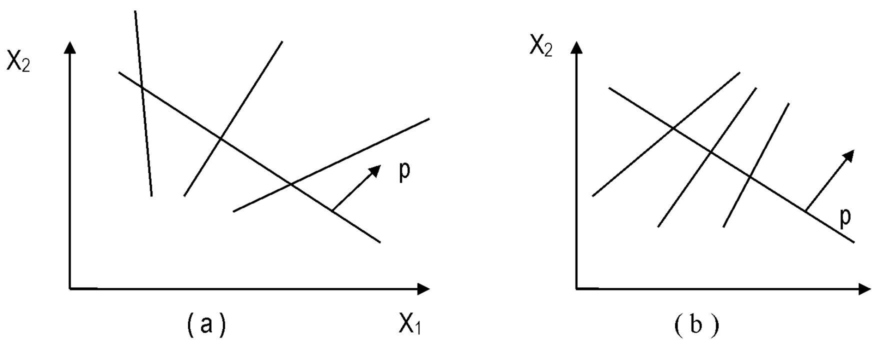
(3.30) $X(p, W_1, W_2, W_3,\ldots,W_I) = \sum_{i=1}^{I} \{ A_i(p) + B(p)W_i \}$

Lo cual muestra que la demanda agregada depende de los niveles de ingreso solamente con relación a la riqueza total. Por otro lado, la demanda de un bien deberá ser cero, siempre que W_i sea cero. En el caso básico a_i debería ser cero, sin embargo todo depende del bien en cuestión. En cumplimiento de la homoteticidad, las curvas de Engel deberán provenir de una elasticidad de gasto unitaria y las funciones de utilidad idénticas y homogéneas de grado 1. La condición anterior no debe ser tomada a la ligera, pues implica que cualquier transformación monótona creciente deberá mantener la función de utilidad. Finalmente, se deberá exigir que la demanda agregada satisfaga el débil y fuerte axioma de la preferencia revelada[Mas-Collel, et-al (1995)] y que sea dos veces continuamente diferenciable.

De esta forma, suponiendo que todos los consumidores tienen preferencias $\succsim$, funciones de demanda individuales $\bar{x}$ (p,W) y que la riqueza individual se distribuye uniformemente en el intervalo [0, $\bar{W}$], entonces existe un continuo de consumidores, cuya función de demanda agregada (el promedio) vendrá determinada por:

$$(3.31) \quad X(p) = \int_0^{\bar{W}} \bar{x}(p,W)\partial W$$

Suponiendo que existe una distribución uniforme de la riqueza a través de los consumidores, en el caso de dos bienes, una relación positiva mostraría que aquellos consumidores con un consumo mayor que el promedio de un bien, gastan una fracción mayor que el promedio de la última unidad de riqueza sobre el bien:



GRÁFICA 3.7. Trayectoria de expansión de la riqueza:
a) Relación positiva.
b) Relación negativa.

Las ecuaciones (3.28) a (3.31) implican que se puede agregar las preferecias de una serie de individuos cuando ellos tienen preferencias consistentes con su comportamiento. Sin embargo, para agregar perfectamente, se deberá imponer como condición que el intercepto, que está reflejando las características del hogar como la edad, el sexo, la raza, la educación del padre, el número de hijos, etc., [ver además Pollak (1970)], no esté relacionado entre los individuos con variables como el gasto total y las cantidades demandadas.

3.5.2. Agregación no lineal

Una agregación lineal exacta requiere que la demanda promedio del mercado esté en función de gasto total promedio [Deaton y Muelbauer (1980:154), Deaton (1989:53)].

La manipulación de esta condición da como restricción curvas de Engel lineales y éstas tienen la misma pendiente para cada individuo. Supongamos que la riqueza agregada, $\overline{W}$, para el i-ésimo bien sea:

(3.32) $$\overline{W}_i = \frac{p_i \sum_h x^h{}_i}{\sum_h x^h} = \sum_h \frac{x^h}{\sum x^h} w^h{}_i$$

De tal forma que el patrón de demanda es un patrón promedio de los patrones del hogar, y estos promedios son proporcionales al gasto de cada hogar. Si $\overline{W}_i$ está en función de los precios y de los gastos totales de cada hogar, una aproximación a la agregación consiste en restringir $\overline{W}_i$ de tal forma que dependa sobre los precios y que el nivel de los gastos x_0 esté en función de la distribución de los mismos. Si esto se mantiene, la demanda agregada de mercado puede ser derivada del comportamiento de un individuo representativo, con un gasto total x_0 a unos precios p.

Formalmente un consumidor representativo existe si nosotros podemos definir una función de utilidad u(x, p) asociada a una función de gasto g(u, p), de tal forma que para algún $u_0 = u(x_0, p)$ se cumpla que:

(3.33) $$\overline{W}_i = W_i(u_0, p) = \frac{\partial \log g(u_0, p)}{\partial Logp_i} = \sum_h \frac{x^h}{\sum x^h} \frac{\partial \log g^h(u^h, p)}{\partial Logp_i}$$

Siendo $g^h(u^h, p)$ la función de gasto del hogar h y $u^h = u(x^h, p)$. Entonces la ecuación (3.33) está definida como una agregación no lineal modificada a través de $m^h = u_0$. El conjunto de ecuaciones diferenciales parciales (3.33) pueden integrarse para encontrar la función de gasto, esto es, para el hogar h la función de gasto toma la forma:

(3.34) $$g^h(u^h, p) = \theta^h[u^h, a(p), b(p)] + \Omega^h(p)$$

Con a(p), b(p) y $\Omega^h(p)$ funciones homogéneas lineales de los precios y θ^h una función homogénea lineal en a(p) y b(p). Por otro lado, θ^h, a(p) y b(p) serán funciones crecientes en sus argumentos y θ^h cóncava en a(p), b(p) y p. Agregando en todos los consumidores $\Omega^h(p)$ deberá ser cero, por lo cual la función de gasto podría expresarse como:

(3.35) $$g(u_0, p) = \theta[u_0, a(p), b(p)]$$

Por otro lado, (3.35) podría reescribirse de la siguiente forma:

(3.36) $$\overline{W}_i = W_i(u_0, p) = \frac{\partial \log\theta}{\partial Loga} \frac{\partial \log a}{\partial Logp_i} + \frac{\partial \log\theta}{\partial Logb} \frac{\partial \log b}{\partial Logp_i}$$

Dado que θ es homogénea de grado uno en a(p) y b(p), entonces $\frac{\partial \log\theta}{\partial Loga} = 1 - \frac{\partial \log\theta}{\partial Logb}$.

De esta forma, (3.36) se puede escribir:

$$(3.37) \quad \overline{W}_i = (1-\lambda)\frac{\partial \log a}{\partial Logp_i} + \lambda\frac{\partial \log b}{\partial Logp_i}$$

Con $\lambda = \frac{\partial \log\theta}{\partial Logb} = \lambda(x_0, p)$

Si los precios son constantes, $\overline{W}_i$ puede estimarse directamente. La restricción lineal impuesta a (3.35), se conoce también como Linealidad Generalizada, y para un consumidor representativo x_0 podría ser algún punto en la función de distribución del gasto; dicha posición está determinada por el grado de no-linealidad en la curva de Engel y el vector de precios p.

Un caso especial ocurre cuando el nivel de gasto para un consumidor representativo es independiente de los precios y depende solamente de la distribución de los gastos, este caso se conoce como Linealidad Generalizada Independiente de los Precios y ocurre cuando las funciones de gasto toman la forma:

$$(3.38) \quad g^h(u^h, p) = k^h[\, a(p)\alpha\,(1 - u^h) + b(p)\alpha\, u^h]^{1/\alpha}$$

La ecuación (3.38) representa la función de gasto, con la utilidad promedio de orden α entre los dos índices. Cuando α tiende a 0 y tomando logaritmos, nosotros tendremos:

$$(3.39) \quad Log\ g(u^h, p) = (1 - u^h)Log\ a(p) + u^h\ Log\ b(p)$$

Esta función logarítmica es también conocida como PIGLOG. Como se puede observar, el parámetro α es importante en determinar la no-linealidad de las curvas de Engel, así cuando α es igual a 1, la función de costo y las curvas de Engel son lineales. Si $\alpha = -1$ entonces las curvas de Engel son cuadráticas.

Bibliografía

ARROW,K.,COLOMBATO, E.,PERLMAN, M Y SCHMIDT,CH. (1996). The Rational Foundations Of Economic Behaviour.

AZQUETA, O.D.(1994).Valoración económica de la calidad ambiental, Mc Graw-Hill.

BATTALIO, (1973). "A test of consumer demand theory using observations of individual purchases", Western economic journal, Dec, pp.411-428.

CHIPMAN,J.S. (1974). "Homothetic preferences and aggregation", Journal of economic theory, vól 8, pp.26-38.

DEATON, A. (1989). El consumo, Alianza Editorial.

DEATON, A Y MUELLBAUER, J. (1980). Economics and consumer behavior. Cambridge University Press (1989).

DEATON, A AND MUELLBAUER, J. (1989). Economics and consumer behavior. Ny. Cambridge University Press.

HANEMANN,W.M. (1991). "Willingness to pay and willingness to accept: how much can they differ?" American economic review, vól.81, núm.3, pp.635-647.

KAHNEMAN,KNETSCH AND THALER. (1990). "Experimental test of the endowment effect and the coase theorem" Journal of political economy, vól.98, núm.6, pp.1325-1348.

LUENBERGER, D.L.(1995). Microeconomic theory, Mc Graw-Hill.

MCFADDEN, D. (1999). "Rationality for economists?". Journal of risk and uncertainty, dec.

MAS-COLLEL,A.,WHINSTON,M.D.,GREEN,J.R. (1995). Microeconomic Theory.Oxford University press.

POLLAK, R.A AND T.J, WALES. (1969). "Estimation of the linear expenditure system", Econometrica, 37, pp. 611-28.

SAMUELSON,P.A. (1956). "Social Indiference curves", Quaterly journal of economics, vól. 70, pp.1-22.

SILBERBERG, E. (1990). The structure of economics: a mathematical analysis. Mc Graw Hill.

TVERSKY, AMOS AND DANIEL. KAHNEMAN.(1991). "Loss Aversion in Riskless Choice : A Reference-Dependent Model", Quart. J. Econ. 106:4, pp.1039-61.

VARIAN,H.R. (1992). Análisis microeconomico. Antoni Bosh (tercera edición).

WILLING,R.D. (1976). "Consumer´s surplus without apology", American economic review, vól.66, num.4, pp.589-597.