Lecturas sobre Gestión de carteras

(Artículos preparados en el Departamento de Finanzas
de la Universidad Comercial de Deusto)

Fernando Gómez-Bezares
José A. Madariaga
Javier Santibáñez
(Editores)

Universidad Comercial de Deusto
Bilbao, enero de 2004

Queremos agradecer a las revistas en las que aparecieron publicados los artículos originales incluidos en este libro (Actualidad Financiera, Análisis Financiero, Análisis Financiero Internacional, Boletín de Estudios Económicos, Cuadernos de Gestión y Foro de Finanzas) las facilidades que nos han proporcionado a la hora de realizar la presente obra.

Edita: Fernando Gómez-Bezares, José Antonio Madariaga y Javier Santibáñez

INDICE

LA EFICIENCIA EN EL MERCADO BURSATIL ESPAÑOL[1]

por Fernando Gómez-Bezares, José Antonio Madariaga y José Vicente Ugarte
Publicado en *Actualidad Financiera*, nº 42, Noviembre, 1.988, págs. 2238-2250

1.- INTRODUCCION

Los mercados bursátiles van adquiriendo una importancia cada vez mayor dentro de la economía, siendo creciente el número de interesados en su funcionamiento. Centrándonos en el mercado de capitales, las bolsas de valores tienen una creciente actualidad. Empresas especializadas se dirigen al mercado a demandar fondos o a invertirlos, también los particulares han acudido frecuentemente a rentabilizar su dinero. Por todo lo anterior, este estudio sobre la eficiencia del mercado bursátil creemos que tendrá interés para un amplio sector del público.

La primera pregunta que nos haremos será el propio concepto de eficiencia y su utilidad. Es importante que el mercado sea eficiente, pero, además, el saberlo resulta de gran interés para el que actúa en la bolsa. En segundo lugar probaremos la eficiencia del mercado bursátil español, en la que se denomina forma débil, utilizando una metodología basada en el análisis Box - Jenkins.

Este artículo creemos que puede resultar de gran interés para personas que, con diferente formación, actúan en la bolsa. Por ello trataremos al principio de explicar los conceptos y las conclusiones, dejando para el final una descripción más detallada de la metodología utilizada, esto último más dirigido al especialista.

2.- EL CONCEPTO DE EFICIENCIA

Para Fama (1970) el mercado cuyos precios siempre reflejan la información disponible se denomina *eficiente*. Según esto, los precios de los valores que cotizan en una bolsa "eficiente"

[1] Este estudio ha sido realizado con la financiación de la Fundación Gangoiti.

reflejarán toda la información referente a dichos valores; visto de otra forma, un mercado eficiente valorará de forma adecuada los títulos que en él se cotizan. De esta manera el mercado guía correctamente la asignación de los recursos, indicando a los agentes cuáles deben ser sus decisiones de inversión.

En muchas ocasiones expertos en estadística y en economía han tratado (y todavía tratan) de sacar rentabilidad a sus conocimientos mediante la especulación en bolsa. Si lográramos predecir el comportamiento de los precios de los valores, podríamos enriquecernos fácilmente; veámoslo con un ejemplo: Si yo compruebo que los precios suben siempre a fin de año (lo que pudiera suceder si los inversores trataran en esas fechas de completar sus carteras) para bajar en Enero, sería muy fácil enriquecerse vendiendo en Diciembre para comprar al comienzo del año siguiente. El propio funcionamiento del mercado hará que esta posibilidad de enriquecimiento vaya disminuyendo hasta casi desaparecer; en efecto, los agentes que actúan en el mercado, al darse cuenta de esta ineficiencia, venderán grandes cantidades de títulos en Diciembre para volver a comprarlos en Enero, con lo que presionarán a la baja los precios en el mes que éstos están altos y al alza en el que están bajos, hasta lograr hacer desaparecer la anomalía. Nadie debe pensar que los agentes económicos luchan por que el mercado sea eficiente, pero su actuación al descubrir ineficiencias consigue que éstas desaparezcan.

Cuando un mercado es eficiente hemos dicho que toda la información está contenida en los precios, en consecuencia, los agentes no pueden usar tal información para conseguir rentabilidades extraordinarias (que superen la rentabilidad normal del inversor). En nuestro ejemplo anterior, mientras se mantenga la ineficiencia de que los precios suben en Diciembre, los agentes que lo saben pueden obtener rentabilidades extraordinarias, cuando eso se corrija, ya no podrán obtener tales rentabilidades.

Hemos visto antes un ejemplo muy sencillo donde analizando una determinada información se conseguía una rentabilidad extraordinaria y cómo esto era corregido por el propio mercado. Es importante comprender que lo mismo sucede con informaciones más complejas. Supongamos que se comprobara que el mercado español se ve afectado por informaciones internacionales (déficit comercial de Estados Unidos, marcha de la economía del Japón, evolución de los precios del petróleo...) de manera exagerada, y así, a los pocos días rectifica una parte de su variación (si, p.ej., ha bajado un 6%, pronto sube hasta dejar la bajada en un 4%). Esto representa una ineficiencia, pues los títulos son castigados (o premiados) más de lo que sería lógico por la variación de las expectativas, quizá por el “susto”, como sucedió, al menos en parte, en Octubre de 1987. Los agentes que observen esta anomalía, esta ineficiencia, ante una bajada de las características comentadas adelantarán sus compras y retrasarán sus ventas. Si son muchos los agentes que así actúan, la ineficiencia acabará por corregirse, volviendo los valores a reflejar “adecuadamente” la información disponible.

En un mercado eficiente los títulos estarán correctamente valorados, al rededor de lo que se suele denominar el valor intrínseco, que es como decir que se valoran en función de lo que se puede esperar de ellos. Así las acciones de una empresa tendrán el valor que corresponda a la marcha de dicha empresa, a sus expectativas de beneficios, riesgo que corre... Para que un mercado sea eficiente es necesario, paradójicamente, que los que actúan en él, al menos una parte importante de ellos, crean que no lo es y traten de aprovechar oportunidades de enriquecerse, analizando para ello la información disponible con la esperanza de vender a un precio más alto que el intrínseco o comprar a uno más bajo (véase por ejemplo Lorie, Dodd y Hamilton, 1985); de esta manera consiguen que la cotización se centre en el valor intrínseco.

La existencia de pequeñas ineficiencias (éstas siempre las hay), justifica el que los analistas estudien métodos cada vez más sofisticados para sacar partido a la información disponible, tratando de obtener rentabilidades extraordinarias; pero su propia actuación hace cada vez más difícil obtener tales rentabilidades, llegando a conseguirse un mercado eficiente. El que esto se dé tiene una importancia capital para el inversor, que puede invertir sin preocuparse demasiado pues los títulos estarán bien valorados, bastándole normalmente con hacerlo en una cartera bien diversificada.

3.- LAS CLASES DE EFICIENCIA

Roberts distingue tres tipos de eficiencia (véase Brealey y Myers, 1988, pág. 297, donde se cita el trabajo inédito de Roberts, 1967):

- *Eficiencia débil*; es cuando el precio refleja toda la información histórica, las series de datos históricos no contienen información que pueda ser usada para obtener rentabilidades extraordinarias.

- *Eficiencia semifuerte*; cuando el precio refleja toda la información pública, tal es el caso del anuncio de los beneficios anuales o de los tipos de interés. En este caso sólo sería posible obtener rentabilidades extraordinarias mediante la utilización de informaciones privilegiadas, si éstas existen.

- *Eficiencia fuerte*; el precio refleja toda la información existente, en tal caso nadie puede obtener una rentabilidad extraordinaria mediante la utilización de informaciones privilegiadas, bien porque no existen, bien porque son públicas.

Resumiendo, un mercado es eficiente, cuando utilizando información no podemos lograr rentabilidades extraordinarias por estar esa información contenida en el precio. Veamos algunos ejemplos:

Si los precios de un valor se mantienen estables y suben sistemáticamente todos los años en la misma fecha, por ejemplo cuando se publica la memoria de la empresa, los especuladores podrán comprar antes de la subida y vender después, obteniendo rentabilidades extraordinarias. No todos los años ganarán lo mismo, algunos podrán perder, pero aplicando esa política normalmente ganarán y consecuentemente la aplicarán. Si esto sucede el mercado no será eficiente en su forma débil, pues el uso de la información histórica permite obtener rentabilidades extraordinarias. Pero, tal como antes comentábamos, será precisamente la actuación de los que no creen en la eficiencia la que propiciará que ésta se cumpla; la actuación generalizada de especuladores en el sentido expuesto llevará a que los precios suban antes de la publicación de la memoria y bajen después de ella, con el tiempo esta irregularidad se irá mitigando y se dará una subida paulatina que es lo que aconseja la marcha de la empresa.

El denominado *análisis técnico* trata de aprovechar la información histórica mediante el uso de sistemas como gráficos, filtros, etc. Si la eficiencia débil se da, estos sistemas carecen de fundamento.

Si el mercado utiliza incorrectamente la información pública, o no la utiliza, nos encontraremos ante una situación de ineficiencia semifuerte. Supongamos que una empresa hace público que va a cambiar el sistema de valoración de sus activos (sin que esto tenga incidencia fiscal), evidentemente esto no afectará a las expectativas de flujos de caja a recibir por los accionistas, luego no debe afectar a la valoración de las acciones (bastante similares a este caso son las ampliaciones de capital con cargo a reservas, los dividendos en acciones, etc.); si lo hace habrá una ineficiencia. Lo mismo sucede si no utiliza correctamente informaciones que sí afectan (p.ej. una variación en los precios del petróleo). Tales ineficiencias permitirán a los que se den cuenta de ellas obtener rentabilidades extraordinarias, y si son muchos llevarán al mercado hacia la eficiencia.

Cuando se pueden obtener informaciones privilegiadas y con ellas lograr rentabilidades extraordinarias, nos encontramos ante una ineficiencia en su sentido fuerte. Pensemos en las carteras gestionadas por profesionales, éstos normalmente poseen informaciones que no llegan al público general. Si el precio no tiene en cuenta tales informaciones, se pueden lograr rentabilidades extraordinarias, y esas carteras serán más rentables que la media del mercado. Sólo si tal tipo de información llega a mucha gente será posible que el juego del mercado lleve a éste a la eficiencia en su forma fuerte. Como esto es difícil suele regularse la utilización de la información privilegiada (sobre el “insider trading” véase Mora del Río, 1988).

4.- ¿SE DA LA EFICIENCIA?

Comencemos este punto con un comentario sobre las condiciones para que se dé la eficiencia. Fama (1970) comenta que son condiciones *suficientes*:

- que no haya costes de transacción,
- toda la información disponible puede ser libremente utilizada por los participantes en el mercado,
- existe acuerdo sobre las implicaciones que la información tiene sobre el precio actual y distribución de los precios futuros de cada valor.

Pero la pérdida de alguna de estas condiciones tampoco garantiza la pérdida de la eficiencia, son suficientes pero no necesarias. La existencia de elevados costes de transacción puede inhibir el flujo de transacciones, pero eso no quiere decir que cuando éstas se producen, los precios no reflejen la información disponible. Las otras dos condiciones también pueden relajarse, al menos parcialmente; así será válido con que una mayoría suficiente las cumpla.

En los mercados habituales existen costes de transacción, pero no muy elevados; no parece que deba haber problemas en este sentido. Lo que parece claro es que la información no es gratuita, pues los analistas de inversiones gastan cantidades importantes en el estudio de cuáles son los valores más interesantes. Esto último tampoco es un problema grave para la existencia de eficiencia, siempre que no se obtengan beneficios extraordinarios, lo que significa que la rentabilidad de los analistas, neta de costes, es cero.

Lo realmente importante no es hasta qué punto se cumplen las condiciones, pues sabemos que en parte sí y en parte no, sino comprobar si las conclusiones son o no coherentes con la realidad. Lo que se trata es de saber si los mercados se comportan eficientemente. Ha habido multitud de estudios sobre el tema y no vamos a hacer aquí un repaso de la literatura sobre contrastes de los tres tipos de eficiencia; un buen resumen puede verse en Fama (1970) y, más actualizado, en Copeland y Weston (1988, caps. 10 y 11). Comentaremos sólo las conclusiones más destacadas, y entendiendo que nos referimos a los grandes mercados del mundo (como el de Nueva York), que es donde se han hecho la mayoría de los estudios.

Tanto para el caso de la eficiencia débil como en el de la semifuerte, se suele aceptar que ambas se cumplen. Algo más conflictivo es el caso de la fuerte, bastantes autores sostienen que hay operadores en el mercado que poseen información privilegiada, pero los test realizados no ponen de manifiesto que así se pueda conseguir una clara rentabilidad extraordinaria; luego incluso en este último caso podemos aceptar una eficiencia "suficientemente" alta.

En el caso español los estudios realizados confirman normalmente la eficiencia débil, si bien con algunas reservas, habiendo más dudas sobre la semifuerte y la fuerte, de todas formas el número de estudios es reducido para sacar conclusiones claras (véase Mateos-Aparicio, 1977, Pérez Gorostegui, 1982, y Bergés, 1984).

Quiero terminar este punto con una pequeña reflexión. La idea de la eficiencia creo que es clara y de gran utilidad; personalmente entiendo que es una idea central de las modernas finanzas, sólo si los mercados son eficientes se pueden aceptar los actuales desarrollos teóricos, y, todavía más importante, sólo si los mercados son eficientes se puede aceptar el mercado como sistema eficiente de asignación de recursos. Para el inversor, el que el mercado sea eficiente le garantiza que no va a pagar más ni menos de lo que los títulos realmente valen. Por fortuna los estudios empíricos corroboran la existencia de eficiencia, habiendo pocos conceptos económicos tan estudiados y contrastados en la práctica. Y, sin embargo, siempre queda una duda, pues muchos piensan que el mercado no es eficiente. Así expertos bursátiles siguen utilizando el análisis técnico (rechazado por la hipótesis débil) como máximo exponente de la poca fe en la eficiencia. Parece también claro que los comportamientos del mercado bursátil ante ampliaciones, aumentos del nominal, etc., al menos en el mercado español, son también muestras de ineficiencia. En último lugar, y por no poner demasiados ejemplos, casi nadie duda de la existencia de informaciones privilegiadas (véase Urquijo, 1987, pág. 340).

Se pueden buscar explicaciones a estos hechos (véanse algunos comentarios sobre todo esto en Gómez-Bezares, 1988), así el comportamiento ante las ampliaciones ha sido justificado porque éstas pueden anunciar un crecimiento en los dividendos. Quizá otros comportamientos que hoy juzgamos de ineficientes puedan ser explicados en el futuro conforme vaya aumentando nuestro conocimiento del mercado. La situación actual la podríamos resumir diciendo:

- la mayoría de los estudios empíricos validan la existencia de eficiencia,

- la mayoría de los prácticos no se la creen, y señalan hechos que contradicen las hipótesis de eficiencia,

- sin embargo no se ha logrado una estrategia comprobable para obtener resultados claramente mejores que manteniendo una cartera al azar.

De todo esto concluyo que hay mucha más eficiencia que la que los prácticos creen, si bien nos quedan por explicar algunos comportamientos, que yo calificaría de “aparentemente” ineficientes.

5.- NUESTRO ESTUDIO

Hemos tratado de contrastar la eficiencia en su forma débil para el caso del mercado español, entre los años 1970 y 1985 (a partir de este momento parece que se dan cambios estructurales, lo que podrá ser analizado dentro de unos años). La idea es muy simple: Tomando datos mensuales de cotizaciones, dividendos y derechos de ampliación, hemos estudiado si era posible modelizar el comportamiento de las rentabilidades para, según las informaciones del pasado, obtener rentabilidades extraordinarias en periodos futuros. Para que esto se dé es preciso que el comportamiento en un periodo, se repita en periodos futuros. Los resultados son claros: “O los comportamientos son totalmente aleatorios, o no hay una repetición de tales comportamientos que permita la obtención de las citadas rentabilidades extraordinarias”.

Esto lo hemos hecho para las acciones más importantes y con datos mensuales, basándonos en la metodología de Box-Jenkins. Lo más interesante, a nuestro entender, es que no nos hemos limitado a constatar si se dan autocorrelaciones, sino a ver si con las que se daban era posible construir un modelo con los datos de un periodo, que sirviera para predecir en el siguiente. Esto, al resultar imposible con la técnica utilizada, confirma la eficiencia débil. Quizá con otros datos u otras técnicas se puedan obtener otros resultados.

A continuación veremos un resumen de la técnica Box-Jenkins, y de cómo la hemos aplicado a nuestro caso; terminando con una breve exposición de los resultados alcanzados.

6.- EL ANALISIS DE SERIES TEMPORALES

Hemos visto cómo el concepto de eficiencia del mercado, está estrechamente ligado con la capacidad de predecir el comportamiento futuro de una acción, para poder sacar de él alguna ventaja diferencial, es decir, una rentabilidad extraordinaria. En concreto, la eficiencia débil se relacionaba con la posibilidad de predicción de la evolución de una acción, a partir de los datos históricos de la propia acción. Esto es lo que en estadística se conoce como *análisis univariante de series temporales*. Este análisis parte de la observación de los resultados pasados de la variable, tratando de buscar un modelo que explique el comportamiento sistemático (si existe) de la misma, para así extrapolar sus resultados y poder predecir su comportamiento futuro (principalmente a corto plazo).

La aplicación de diferentes técnicas estadísticas de análisis de series temporales ha sido extensa en economía, siendo, tal vez, el estudio de la evolución de las acciones en bolsa donde mayores esfuerzos se han realizado. Por otro lado, en la última década, el avance de la teoría estadística en lo referente a las técnicas de análisis de series temporales, ha sido grande. Partiendo de los modelos clásicos de estudio, se han desarrollado otros nuevos, con una base estadística más sólida. El gran salto en el estudio de las series temporales se produjo en 1976, con la publicación del libro "Time Series Analysis: Forecasting and Control" de los autores G.E.P. Box y G.M. Jenkins. Su aparición supuso el nacimiento de la *metodología Box-Jenkins*. Esta metodología ha demostrado ya grandes resultados en su aplicación a los diferentes campos del análisis económico. Veamos a continuación cuáles son las ideas básicas que plantea.

6.1.- La metodología Box-Jenkins

Lo que Box y Jenkins (1976) plantearon no fue un único modelo de serie temporal, sino toda una familia de ellos que pudiesen ajustarse para explicar la evolución de una variable a lo largo del tiempo. Son los denominados modelos ARIMA.

Partiendo de la definición de esta familia de modelos, la metodología Box-Jenkins sigue un proceso que consta de cuatro fases:

1.- Identificación: Se trata de elegir uno o varios modelos ARIMA como posibles candidatos para explicar el comportamiento de la serie.

2.- Estimación: Se realiza la estimación de los parámetros de los modelos seleccionados.

3.- Diagnóstico: Se comprueba la adecuación de cada uno de los modelos estimados y se determina cuál es el más idóneo.

4.- Predicción: Si el modelo elegido es satisfactorio se realizan las predicciones de la variable.

Se trata pues de un procedimiento iterativo de prueba y error, hasta lograr encontrar un modelo que nos satisfaga plenamente.

¿Cuáles son las ventajas de este método frente a los métodos tradicionales?. Pankratz (1983) señala tres ventajas que justifican y aconsejan la utilización de los modelos ARIMA: En primer lugar, los métodos tradicionales son, en su mayor parte, modelos "ad hoc" o intuitivos,

sin un fundamento sólido de estadística matemática y teoría de la probabilidad. En segundo lugar, los modelos ARIMA, como hemos dicho, no son un único modelo sino una familia completa de posibles modelos. Por último, se puede demostrar que un modelo ARIMA adecuado produce las predicciones óptimas, es decir, ningún otro modelo univariante consigue predicciones con menor error medio cuadrático.

6.2.- Condiciones de estacionariedad. Series analizadas

La metodología Box-Jenkins requiere que la serie temporal que estamos analizando cumpla unas hipótesis de partida denominadas *condiciones de estacionariedad*. Estas hipótesis son tres:

1.- Promedio constante.

2.- Varianza constante.

3.- Estructura de autocorrelaciones constante.

La clave de la posibilidad de aplicar los modelos Box-Jenkins estriba en que la serie temporal observada cumpla estas condiciones o, si no es así, lograr su transformación en otra que si lo haga. Este proceso de transformación adquiere por lo tanto una importancia vital en nuestro análisis.

El conocimiento que tenemos sobre la evolución de las cotizaciones nos demuestra que la serie original de *índice de cotización* (C_t) no cumple las dos primeras condiciones de estacionariedad. Si representamos gráficamente la evolución del índice de cotización y dividimos la serie en varios periodos podemos observar que los promedios y las varianzas son diferentes en cada uno de ellos. Hay periodos de tiempo que muestran niveles de cotización, en general, más elevados y otros más bajos. Además, normalmente, los periodos de cotizaciones altas muestran variabilidades mayores en el índice.

Este incumplimiento de las dos primeras hipótesis obliga a una transformación de la serie original de cotizaciones. La metodología Box-Jenkins propone como medio la diferenciación sucesiva de la serie. Realizando una diferenciación de primer orden se obtiene una serie de incrementos de cotización ($\Delta C_t=C_t-C_{t-1}$) que sí parece tener promedio constante, pero no elude el problema de la varianza. Surge entonces la idea de realizar incrementos relativos o porcentuales en la cotización ($\Delta C_t/C_{t-1}$)x100. De esta manera, la serie obtenida sí cumple las dos hipótesis de promedio y varianza constante.

Esta idea podemos interpretarla rápidamente en términos económicos si la completamos con dos elementos distorsionadores de la evolución de la cotización: los dividendos y las ampliaciones de capital. Decimos distorsionadores en el sentido de que la cotización puede recoger una elevación o una baja en su valor por efecto de la entrega de dividendos o el cobro de derechos en ampliaciones. Si corregimos el resultado anterior con estos dos elementos, obtenemos lo que conocemos como *rentabilidad de la acción*:

$$R_t = (C_t - C_{t-1} + D_t + d_t)/C_{t-1}$$

Siendo:

R_t rentabilidad de la acción

C_t cotización final

C_{t-1} cotización inicial

D_t dividendo cobrado (si lo hubiere)

d_t valor del derecho (si lo hubiere)

Podemos hacer una última corrección. El efecto que tienen las rentabilidades no tiene carácter aditivo sino multiplicativo. La rentabilidad de un periodo se acumula con la rentabilidad del periodo anterior de manera multiplicativa, de tal forma que la rentabilidad conseguida durante “n” periodos consecutivos es producto de las “n” obtenidas en cada uno de ellos, de la siguiente manera:

$$(1+R_{1,n}) = (1+R_1).(1+R_2)\ldots(1+R_n)$$

Para conseguir transformar el modelo multiplicativo en aditivo, lo que haremos será tomar como serie a analizar el logaritmo neperiano de uno más la rentabilidad (en tanto por uno):

$$\ln(1+R_{1,n}) = \ln(1+R_1) + \ln(1+R_2) + \ldots + \ln(1+R_n)$$

Esta serie de logaritmos de rentabilidades es la que nosotros consideramos adecuada para ser analizada mediante los modelos ARIMA. De todas formas, dada la abundante literatura que así lo hace, también realizaremos el estudio de los índices de cotización mediante diferenciación de primer grado.

Respecto de la tercera condición de estacionariedad no resulta fácil observar gráficamente su incumplimiento y su tratamiento estadístico no está solucionado por lo que vamos a considerar, inicialmente, que sí se cumple. Al hablar de la predicción volveremos sobre ella.

6.3.- La predicción del futuro

El objetivo final del análisis de series temporales es predecir los resultados futuros de la variable, en nuestro caso la evolución de la acción. Una vez elegido un modelo ARIMA que, con unos parámetros estimados, comprobamos que explica adecuadamente el comportamiento pasado de la acción; la predicción consiste sencillamente en extrapolar estos resultados a nuevos periodos de tiempo.

Toda predicción que hagamos con cualquier modelo econométrico se basa en una hipótesis fundamental que podemos resumir diciendo: *no se producen cambios estructurales*. Esto significa que el modelo que ha explicado en el pasado el comportamiento de la variable, sigue siendo válido, con los mismos valores de los parámetros, en el futuro. En esta hipótesis se halla la clave del problema; si por alguna razón cambiasen de manera significativa las condiciones del mercado u otro factor importante del mismo, esto podría suponer una alteración del modelo que explica la evolución de la acción. Entonces el modelo observado en el pasado no serviría para predecir el futuro de la acción.

La condición de que no existan cambios estructurales en la serie que analizamos, tiene estrecha relación con la hipótesis de estacionariedad que plantean los modelos Box-Jenkins. En concreto, la tercera condición exigía una *estructura de autocorrelaciones constante*. Esto asegura que el modelo ARIMA que explica el comportamiento de la serie es único en todo el horizonte que estamos considerando.

El problema de los cambios estructurales es que resulta difícil saber cuándo se producirán y, en consecuencia, determinar cuándo el modelo pasado deja de ser válido. Por otro lado, la existencia de frecuentes cambios estructurales hace imposible la predicción. ¿Cómo contrastar estadísticamente la existencia o inexistencia de cambios estructurales?. Podemos hacer una comprobación a posteriori con los datos históricos, mediante el siguiente procedimiento: No resulta difícil determinar, aproximadamente, en qué fecha del pasado pudo producirse un cambio en el comportamiento de las acciones. Este momento del tiempo nos divide la serie histórica en dos etapas que analizaremos por separado, llegando a dos modelos, uno para cada etapa. Si ambos modelos coinciden no hay razones para afirmar la existencia de cambio estructural; sin embargo, cuando los modelos difieran entre las dos etapas, estaremos corroborando la existencia del cambio.

En definitiva, para que la metodología Box-Jenkins sirva para predecir la evolución futura de una acción, no basta con encontrar y estimar un modelo ARIMA que sea adecuado para explicar el pasado más reciente de la acción, sino que es necesario contrastar que ese modelo de comportamiento no ha cambiado a lo largo del tiempo.

7.- RESUMEN DE LOS RESULTADOS DE NUESTRO ESTUDIO

Tomando como criterio de selección el volumen de contratación en bolsa, se han escogido los siguientes doce valores, que figuran entre los de mayor volumen en el periodo 1978-1986:

BANCO DE BILBAO
BANCO CENTRAL
BANCO DE VIZCAYA
BANCO ESPAÑOL DE CREDITO
BANCO DE SANTANDER
TELEFONICA
COMPAÑIA ESPAÑOLA DE PETROLEOS
UNION DE EXPLOSIVOS RIO-TINTO

SEVILLANA DE ELECTRICIDAD
UNION ELECTRICA FENOSA
IBERDUERO
HIDROELECTRICA ESPAÑOLA

De ellos se han seleccionado para el periodo 1970-1985 las *Cotizaciones* de fin de mes, los *Dividendos* brutos y el valor medio del *Derecho*; estos datos provienen de las Agendas Financieras del Banco de Bilbao y del servicio de bolsa del mismo banco.

El objetivo de tomar datos comprendidos entre ambas fechas es abarcar dos periodos diferentes en cuanto al comportamiento de la bolsa, siendo estos 1970-1975 y 1976-1985. La crisis en bolsa se empieza a notar precisamente a finales del año 1975, produciéndose el año 1985 un nuevo cambio en su comportamiento con el auge que ha cobrado en los últimos años.

Construimos, a continuación, dos series temporales diferentes: En primer lugar calculamos la correspondiente a las rentabilidades mensuales de las acciones seleccionadas, teniendo como criterios para el caso de ampliaciones y dividendos que se encuentran a caballo entre dos meses, la afección al primer mes, tanto de uno como del otro. Se obtiene a continuación el logaritmo neperiano de la rentabilidad más uno: $\ln(1+R_t)$, por las razones antes aducidas.

En segundo lugar, un índice que refleje la evolución de la cotización corregida por dividendos y derechos, que resulta más intuitivo para el inversor en bolsa. El cálculo será, tomando el año 1970 como base:

Rentabilidad	**Indice**
	100
$(1+R_1)$	$100x(1+R_1)$
$(1+R_2)$	$100x(1+R_1)x(1+R_2)$
....	

Aún aplicando la diferenciación de primer grado, es clara la debilidad de este índice desde el punto de vista estadístico, debido a que resulta afectado por incrementos elevados de cotización (especialmente los que se producen en el año 1985), que se traducen en problemas de heteroscedasticidad, vulnerando la hipótesis de varianza constante, a la vez que afecta a la estructura de autocorrelaciones. Es por ello por lo que nos inclinamos por la primera serie como más adecuada desde el punto de vista estadístico, aunque tal vez menos intuitiva.

Tenemos así dos series de cada valor, y cada una de ellas vamos a dividirlas en dos periodos, el que va desde 1970 a 1975 y el comprendido entre los años 1976 y 1985; haremos una excepción con Unión de Explosivos Rio-Tinto cuyos periodos serán 1970-1978 y 1979-1985, debido a la crisis de la empresa, que deja de pagar dividendos el año 1979. El objetivo de estas divisiones, y de la que se realizará posteriormente entre 1976-1980 y 1981-1985, es tratar de contrastar la aplicabilidad de la técnica viendo si las series son homogéneas, caso en el que se podría tratar de modelizar el comportamiento.

Visto lo anterior, el primer paso será comprobar que existe algún tipo de comportamiento en la serie, alguna estructura en las autocorrelaciones, en caso contrario (lo que correspondería a un “ruido blanco”) no hay posibilidad de predecir con esta técnica. Si la serie no es puramente aleatoria habrá que comprobar su estacionariedad, lo que se traduce en el cumplimiento de las tres hipótesis de partida de la técnica Box-Jenkins, es decir se tratará de analizar si la serie es invariante en el tiempo. Dadas estas características, trataríamos de construir un modelo para predecir. Concretando tenemos tres etapas:

Primera etapa: Comenzaremos el análisis con la serie que va de 1970 a 1985 tanto la de rentabilidad como la del índice. Si obtenemos mediante los test estadísticos que la serie resulta ser aleatoria, concluiremos diciendo que no se puede representar un modelo, ni por lo tanto predecir basándose en la información histórica.

Segunda etapa: Si de la anterior etapa encontramos comportamientos en la serie, procederemos a la división de la misma, lo que llevará a analizar dos series (1970-1975 y 1976-1985) para estudiar su estacionariedad; sólo si se mantiene la estructura de autocorrelaciones habrá posibilidades de predicción. En esta etapa veremos como la crisis afecta de forma importante, de forma que las series divididas son totalmente distintas en sus características; parece evidente que no se puede predecir el segundo periodo basándose en la información del primero, ya que se trata de series diferentes.

Tercera etapa: En aquellas series del periodo 1976-1985 que muestran algún comportamiento, procedemos nuevamente a su división en dos nuevos periodos: 1976-1980 y 1981-1985, y comprobar si son homogéneas. Si se mantiene el comportamiento, se podría estimar algún modelo en el primer periodo para predecir el segundo, en caso contrario no podríamos predecir, y al darse cambios estructurales (ademas sin causa aparente) llegaríamos a la conclusión de la dificultad de aplicación de técnicas estadísticas para la predicción.

8.- RESULTADOS

Siguiendo las etapas indicadas anteriormente, obtenemos los siguientes resultados:

Primera etapa: Al analizar el conjunto de series totales de 1970-1985, resulta que las del BANCO DE SANTANDER y CEPSA son aleatorias según se deduce de la aplicación de test estadísticos (Portmanteau e individuales), mientras que el resto, al no ser tan clara la aleatoriedad (a pesar de que en muchos casos no se pueda rechazar), pasan a la siguiente etapa. En conclusión, los dos valores que quedan en esta etapa, resultan de imposible predicción debido a que sus series son aleatorias.

Segunda etapa: En los casos en los que, en la primera etapa, se ha observado que existe la posibilidad de encontrar algún comportamiento, dividimos en dos periodos, 1970-1975 y 1976-1985, viendo que los siguientes valores: BANCO DE BILBAO, BANCO DE VIZCAYA, BANCO CENTRAL, BANCO ESPAÑOL DE CREDITO y UNION DE EXPLOSIVOS RIO-TINTO, presentan, claramente, diferentes comportamientos en los dos periodos (cambios estructurales) y la última parte de la serie que va de 1976-1985 es aleatoria. Por lo tanto vemos, en primer lugar, que la crisis afecta al comportamiento de la bolsa produciéndose un cambio estructural. Por otro lado, este grupo de acciones, al tener un comportamiento aleatorio en el periodo 1976-1985 (que es el periodo mas cercano a nosotros) no pueden ser susceptibles de predicción por ninguna técnica.

Tercera etapa: Para el resto de valores: HIDROELECTRICA ESPAÑOLA, IBERDUERO, UNION ELECTRICA FENOSA, SEVILLANA DE ELECTRICIDAD y TELEFONICA, se aprecia también en la segunda etapa el cambio estructural del periodo 1976-1985 respecto al periodo 1970-1975, pero además muestran en el periodo 1976-1985 un comportamiento no aleatorio, por lo que lo dividimos en dos partes 1976-1980 y 1981-1985 al objeto de analizar la homogeneidad de la serie. El resultado es que se vuelven a producir cambios en el comportamiento, lo que hace imposible el uso de esta información histórica.

Conclusión: Resulta prácticamente imposible determinar cuando se producen cambios estructurales, por lo que parece difícil la predicción mediante técnicas estadísticas, ya que las estructuras de autocorrelaciones (cuando existen) no se mantienen constantes en el tiempo. Es de destacar que esto ocurre con cualquiera de las dos series analizadas; si bien, la serie de logaritmos demuestra su superioridad estadística.

Como complemento al estudio anterior, y aprovechando los datos de rentabilidades, hemos testado la normalidad de las rentabilidades usando el test de Kolgomorov-Smirnof, resultando que sólo en el caso de Telefónica se puede rechazar la hipótesis de normalidad.

REFERENCIAS

BERGES LOBERA, A. (1984): *El mercado español de capitales en un contexto internacional*, Ministerio de Economía y Hacienda, Madrid.

BOX, G.E.P. and G.M. JENKINS (1976): *Time series analysis: forecasting and control*, Holden Day, San Francisco, 2ª ed.

BREALEY, R. and S. MYERS (1988): *Fundamentos de financiación empresarial*, McGraw-Hill, Madrid.

COPELAND, T.E. and J.F. WESTON (1988): *Financial theory and corporate policy*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 3ª ed.

FAMA, E.F. (1970): "Efficient capital markets: A review of theory and empirical work", *Journal of finance*, Mayo, págs. 383-417.

GOMEZ-BEZARES, F. (1988): "Realidad y teoría del mercado bursátil", *Economía Riojana*, Enero - Febrero, págs. 8-14.

LORIE, J.H., P. DODD and M.T. HAMILTON (1985): *The stock market*, Irwin, Homewood, Illinois, 2ª ed.

MATEOS-APARICIO, P. (1977): *Inversión mobiliaria colectiva*, Servicio de estudios de la Bolsa de Madrid, Madrid.

MORA DEL RIO, F.J. (1988): "El 'insider trading', delito con la nueva bolsa", *Boletín de estudios económicos*, Abril, págs. 87-99.

PANKRATZ, A. (1983): *Forecasting with univariate Box-Jenkins models*, Wiley, Nueva York.

PEREZ GOROSTEGUI, E. (1982): *La información y su incidencia en el precio de los títulos en el mercado de valores*, Servicio de estudios de la Bolsa de Madrid, Madrid.

ROBERTS, H.W. (1967): "Statistical versus clinical prediction of the stock market", documento no publicado presentado al seminario sobre análisis de los precios de los títulos, Universidad de Chicago, Mayo.

URQUIJO, J.L. (1987): "Tiene alguna utilidad el coeficiente beta", *Boletín de estudios económicos*, Agosto, págs. 323-343.

VANDAELE, W. (1983): *Applied time series and Box-Jenkins models*, Academic Press, Nueva York.

MODELOS DE VALORACION DE ACCIONES EN LA BOLSA DE BILBAO

por Fernando Gómez-Bezares
Publicado en *Cuadernos de gestión,* Marzo, 1.989, págs. 103-128

INTRODUCCION

En las líneas que siguen vamos a hacer una aplicación, no demasiado sofisticada, de los dos modelos más conocidos de valoración de acciones, el C.A.P.M. y el A.P.T., sobre los valores de cotización más frecuente en el parqué bilbaíno. Nos centraremos primeramente en el CAPM, llegando al cálculo de las betas para el periodo considerado (1980-87) y a la contrastación de su validez. Haremos después una aplicación de análisis factorial para el mismo período y valores, viendo las semejanzas y diferencias que este modelo (APT) mantiene con el anterior.

Partimos de los datos de los 24 valores más importantes que se cotizan en la bolsa de Bilbao, según su frecuencia de contratación en los años iniciales del periodo considerado; nuestro deseo hubiera sido tomar una muestra más amplia, pero en los siguientes valores la frecuencia de contratación bajaba demasiado. Normalmente hemos utilizado los valores de cotización de la citada bolsa, tomando datos de la de Madrid cuando no había habido cotización en Bilbao. Lógicamente el mercado madrileño, a causa de su mayor tamaño, resulta más fiable, pero las operaciones de arbitraje hacen que las diferencias sean pequeñas. Por otro lado, al ser algunos valores "típicamente bilbaínos", los datos de la bolsa de Bilbao pueden tener una mayor fiabilidad en algunos casos.

Antes de terminar con esta introducción, quiero resaltar que este trabajo ha supuesto el ir acumulando datos año tras año (y confiamos seguir haciéndolo en el futuro), para lo que ha sido necesaria la colaboración de grupos de alumnos de distintas promociones de la Universidad Comercial de Deusto. También ha sido imprescindible la colaboración del Centro de Cálculo de nuestra facultad, habiéndose concluido con la financiación de la Fundación Gangoiti.

DATOS A UTILIZAR EN LA INVESTIGACION

Nos hemos fijado en los siguientes valores:

BANCO DE BILBAO	BANCO CENTRAL
BANESTO	BANCO GUIPUZCONO
BANCO HISPANOAMERICANO	BANCO POPULAR
BANCO SANTANDER	BANCO DE VIZCAYA
SEGUROS AURORA	SEGUROS BILBAO
CARTINBAO	FINSA
HIDROLA	ALTOS HORNOS
UNION CERRAJERA	TUBACEX
TELEFONICA	EXPLOSIVOS RIOTINTO
PAPELERA ESPAÑOLA	EMPETROL
CEMENTOS LEMONA	VACESA
IBERDUERO	SEVILLANA

El primer paso era calcular las rentabilidades semanales (optamos por ese periodo básico de análisis) de cada uno de estos valores en el periodo considerado (1980 - 1987). Para ello hemos utilizado:

A) Las cotizaciones al final de la sesión del viernes, en enteros, que nos sirven simultáneamente como valor final de una semana y comienzo de la siguiente. Dichas cotizaciones se han tomado ex-derecho y ex-dividendo, cuando se daban estas circunstancias.

B) Los dividendos brutos tomados, en pesetas, el primer día que pueden cobrarse. El hecho de tomarlos brutos (sin restar las retenciones por impuestos) se debe a que no consideramos el impuesto sobre la renta (las retenciones son a cuenta de dicho impuesto), suponiendo que todos los agentes pagarán después el impuesto sobre la renta. Al tomarlos el primer día que pueden cobrarse, e introducirlos inmediatamente en la rentabilidad, se justifica el que la cotización sea ex-dividendo.

Cuando aparecen en una sociedad distintas clases de acciones, y por lo tanto con distintos derechos respecto al dividendo, el criterio seguido ha sido el de tomar el más alto de la serie, por ser el que se descuenta en Bolsa.

C) Los derechos tomados, en pesetas, al valor del primer día de cotización; esto justifica, de forma similar a lo visto antes, la utilización de la cotización ex-derecho.

La filosofía de todo lo anterior consiste en dar la entrada de fondos en la caja del accionista en la semana en que esto se produce, y en valores brutos, tal como aparecen en la base del impuesto sobre la renta. Es evidente que al tomar los citados valores del dividendo, cometemos el error de no considerar la deducción por dividendos que contempla nuestro impuesto sobre la renta[1]; pero la consideración de esta particularidad nos llevaría, por la misma razón, a considerar otras, como la posibilidad de desgravación por inversiones, el particular tratamiento de las plusvalías, el de los derechos, etc., lo que daría lugar a una casuística fiscal muy complicada y con notables diferencias individuales. Evidentemente, este planteamiento puede ser discutido, pero creemos que la consideración de las entradas y salidas, prescindiendo del impuesto sobre la renta, puede ser una aproximación suficiente.

Dada la forma de medir las rentabilidades, resulta indiferente que el dividendo se cobre al comienzo de la semana que al final, con tal de que sea dentro de la misma semana. Esto aconseja tomar un periodo básico de análisis (la semana en nuestro caso) suficientemente breve como para disculpar tal error. Hemos tomado datos semanales por ser el periodo más corto dentro de los utilizables. Los datos diarios podrían causar distorsiones debido a los fines de semana, puentes, etc., sin contar con la dificultad de reunir y manejar ese tipo de información, para un periodo de ocho años. La utilización de periodos más largos, como el mes, haría el análisis menos preciso. De todas formas la utilización de uno u otro periodo básico de análisis es bastante discutible, pues ha de considerarse también cuál es el espacio temporal “normal” que usan los accionistas en cada mercado para su actuación, lo que nos llevaría a la semana o incluso al mes (este periodo es también frecuentemente utilizado, véase Bergés, 1984, y Gómez-Bezares y otros, 1988). Respecto al periodo total considerado (1980-1987), partimos de la creación del banco de datos, en 1980, hasta el último año terminado (1987).

CALCULO DE LAS RENTABILIDADES SEMANALES

La rentabilidad semanal (semana t) de un valor (sea el i) se obtiene con la siguiente fórmula:

$$R_{it} = (C_{it} + d_{it} + D_{it} - C_{i,t-1})/C_{i,t-1}$$

Siendo:

C_{it} Cotización final de la semana, en pesetas.

$C_{i,t-1}$ Cotización inicial de la semana (final de la anterior), en pesetas.

d_{it} Derechos vendidos en la semana, en pesetas.

D_{it} Dividendos cobrados en dicha semana, en pesetas.

[1] Nota de los editores: Deducción por dividendos que años después desapareció al cambiar el tratamiento de los dividendos en el impuesto sobre la renta.

Para pasar las cotizaciones a pesetas, hemos multiplicado dicha cotización por el nominal[2]. Todas esas rentabilidades han sido calculadas mediante un programa de ordenador, que tiene incluidos los diversos cambios de nominal que se han producido durante el periodo estudiado en algunas sociedades. Así:

BANCO DE SANTANDER:	NOMINAL	PERIODO (Semana)
	250	1-36
	300	37-81
	330	82-141
	400	142-284
	440	285-329
	470	330-383
	500	384-419

BANCO DE VIZCAYA:	NOMINAL	PERIODO (Semana)
	500	1-397
	750	398-419

BANESTO: Cambió dos acciones de 250 pesetas nominales por una de 500 pesetas, lo cual no afecta para hallar la rentabilidad en el programa.

Por lo tanto, de los datos iniciales una vez transformados, obtenemos 418 rentabilidades de los 24 valores.

CALCULO DE LA RENTABILIDAD DE MERCADO

Hemos calculado también la rentabilidad semanal del mercado. Para ello, hemos sumado la rentabilidad de cada título ponderada por el peso específico de ese título sobre el total de los 24 valores. Dicho peso específico se ha obtenido en función del valor de capitalización bursátil (VCB) de la sociedad al 1 de Enero de cada año. Su cálculo es fácil:

$$\text{VCB} = \text{número de acciones x nominal x cotización}$$

Así el peso específico de cada título (i) se obtiene del siguiente cociente:

$$VCB_i \,/\, \sum VCB$$

[2] Nota de los editores: En esta época la cotización se medía en tanto por ciento del nominal, era la cotización en enteros.

Este cálculo se ha hecho para cada año, porque consideramos que así se recoge mejor el peso de cada valor dentro del total a lo largo del tiempo. Esta forma de calcular, o mejor de aproximar, la rentabilidad del mercado es lógicamente discutible, pero con los datos que se poseen puede ser un buen sistema.

EL MODELO DE MERCADO

Sharpe (1963) propone el que se ha denominado modelo diagonal, de índice simple o de mercado. Este supone que las relaciones entre las rentabilidades de los diferentes títulos se deben únicamente a la relación que todos tienen con un índice de mercado. Esto lo propone Sharpe para simplificar el modelo de cartera de Markowitz (1952 y 1959), facilitando así el cálculo de $\sum$ (matriz de varianzas y covarianzas entre las rentabilidades de los diferentes títulos que operan en el mercado). Sin embargo, para nuestros propósitos, que se centran en el CAPM, no es necesario esto, sino simplemente que exista una relación lineal entre la rentabilidad del mercado y la del título; es decir, que la rentabilidad de un valor es función de la rentabilidad de mercado según el siguiente modelo:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + \varepsilon_{it}$$

donde ε_{it} es un término de error tal que para cada valor R_{mt}, supuestas infinitas muestras:

$E(\varepsilon_{it}) = 0$

$VAR(\varepsilon_{it}) = \sigma^2(\varepsilon_i)$ para todo t (homoscedasticidad)

$COV(\varepsilon_{it}\varepsilon_{it'}) = 0$ para todo t, t' (no autocorrelación)

$COV(\varepsilon_{it}R_{mt}) = 0$ para todo t

De aquí podemos obtener:

$$\sigma^2(R_i) = \beta_i^2\sigma^2(R_m) + \sigma^2(\varepsilon_i)\text{; es decir:}$$

RIESGO TOTAL = RIESGO SISTEMATICO + RIESGO DIVERSIFICABLE

Aplicando este modelo a nuestros datos, hemos realizado 24 regresiones lineales entre la rentabilidad de cada título y la del mercado.

PERIODO TOTAL Y SUBPERIODOS

Hemos seleccionado para nuestro estudio dos subperiodos que son: 1.980-1.985 y 1.986-1.987; también hemos realizado el análisis del periodo total: 1.980-1.987. La razón de hacer esta división es nuestra creencia de que durante 1986 se da un cambio estructural importante en nuestra economía, con dos circunstancias que afectan de forma especial a la bolsa:

1.- La entrada de España en la C.E.E.

2.- La entrada masiva de la inversión extranjera en España, que se incrementa mucho alrededor de este año.

Además, hemos realizado un gráfico con las rentabilidades de mercado a lo largo del tiempo, donde se aprecia claramente un incremento de la variabilidad a partir del año 86. La variabilidad de la rentabilidad de mercado (medida como σ) es:

Período 80-85:	0,021	
Período 86-87:	0,047	Se duplica respecto al anterior.
Período 80-87:	0,030	

En el gráfico anteriormente citado, se observa una subida de las rentabilidades entre Febrero y Marzo del 86 y un fuerte descenso en Octubre del 87 como consecuencia del "crash" de la bolsa. Ya incluso durante el año 85 se empieza a ver un cambio en los indicadores de la economía, siendo este año, un período transitorio.

RESULTADOS DEL MODELO DE MERCADO

En primer lugar, vamos a testar el Modelo de Mercado, que tiene unas condiciones menos restrictivas que el CAPM propiamente dicho.

Una vez realizadas las 24 regresiones anteriormente citadas entre la Rentabilidad semanal de cada valor y la del mercado para cada uno de los períodos de nuestro estudio obtenemos las siguientes conclusiones:

$$R_i = a + bxR_m + e_{it}$$

Periodo 80-87

Se comprueba que todas las β estimadas son positivas, y con una probabilidad de error del 5% rechazamos la Hipótesis nula de β=0 en todos los valores (lo mismo sucede con el 1%).

Período 80-85

La situación es la misma que en el período anterior salvo que se acepta la hipótesis de β=0 en Seguros Bilbao tanto con un α del 5 como del 10%.

Período 86-87

Todas las β estimadas son positivas. Con una probabilidad del 5% se rechaza la hipótesis de β=0 para todas ellas. Con una probabilidad del 1% se acepta para Seguros Aurora y Finsa.

Hay que hacer notar que las correlaciones entre los valores y la rentabilidad del mercado están relacionadas con el peso de los valores, y que variables con poco peso tienen baja correlación e incluso se llega a admitir en ciertos casos que $\beta=0$. Esto se debe, en parte, a la forma de calcular la rentabilidad del mercado (he aquí una limitación de nuestra forma de análisis), y también a la especificidad de esos valores.

De todo lo anterior parece deducirse la existencia de una relación entre la Rentabilidad de Mercado y la del título y por lo tanto la existencia de un riesgo sistemático. La correlación entre los títulos y el mercado es positiva para todos ellos, no existiendo por lo tanto ningún título que realice la función de cobertura para diversificar riesgos en el mercado.

ANALISIS DE LA ESTABILIDAD DEL MODELO DE MERCADO

Este estudio lo realizamos para comprobar si ha habido alguna transformación en la economía, o en sectores específicos de la misma, que haga que el modelo de mercado, y sobre todo el riesgo sistemático de los distintos valores pueda variar.

Para efectuar este análisis, aplicamos el test de Chow, test que se apoya en el siguiente estadístico:

$$\text{F Chow} = \frac{[\text{SCR 80-87} - (\text{SCR 80-85} + \text{SCR 86-87})] / 2}{[\text{SCR 80-85} + \text{SCR 86-87}] / (T-4)}$$

Siendo T=418

Donde SCR indica la suma de los cuadrados de los residuos en los respectivos períodos. De los resultados se obtiene que los coeficientes no se mantienen estables en los siguientes títulos:

Con un 5% de Probabilidad	Con un 1% de Probabilidad
BANCO CENTRAL	BANCO CENTRAL
BANESTO	BANCO HISPANO
BANCO GUIPUZCOANO	SEGUROS BILBAO
BANCO HISPANO	
BANCO DE SANTANDER	
SEGUROS BILBAO	
IBERDUERO	

EL C.A.P.M.

El modelo de Valoración de Activos de Capital, más conocido por sus siglas inglesas CAPM (Capital Asset Pricing Model), fue desarrollado a lo largo de los 60 por diferentes autores como

Sharpe (1964), Lintner (1965), Mossin (1966), etc., pudiendo encontrarse un buen resumen del mismo en la obra de Copeland y Weston (1988, cap. 7), y a un nivel más sencillo en Gómez-Bezares (1988, ap. 6-c). Su desarrollo teórico es relativamente sencillo:

Supongamos una cartera formada por n títulos de rentabilidades r_i y en proporciones w_i tal como aparecen en los siguientes vectores:

$$R' = (r_1 , r_2 , \ldots , r_n) \quad (1)$$
$$W' = (w_1 , w_2 , \ldots , w_n) \quad (2)$$

La rentabilidad P de la cartera será P=R'.W y su rentabilidad media E(P)=E(R').W; su varianza será VAR(P)=W'.∑.W, donde ∑ es la matriz de varianzas y covarianzas de las rentabilidades r_i de los n títulos. El vector de las covarianzas de las rentabilidades de los títulos (expresadas en el vector R), y la cartera, con rentabilidad P, será:

$$\begin{aligned} COV(R,P) &= E\{[R-E(R)].[P-E(P)]\} = E(R.P) - E(R).E(P) = \\ &= E(R.R'.W) - E(R).E(R').W = [E(R.R') - E(R).E(R')].W = \textstyle\sum.W \quad (3) \end{aligned}$$

Hemos de maximizar la esperanza matemática de rentabilidad de nuestra cartera para cada valor de la varianza, sujeto a que tenemos un presupuesto (sumatorio de w_i será la unidad). Llamemos V^* a un valor determinado de la varianza y U al vector de unos, tendremos la siguiente programación cuadrática:

$$\text{MAX: } E(R').W \quad (4)$$
$$\text{Sujeto a: } VAR(P) = W'.\textstyle\sum.W = V^* \quad (5)$$
$$W'.U = 1 \quad (6)$$

Planteando el máximo condicionado por Lagrange:

$$L = E(R').W - \mu_1(W'.\textstyle\sum.W - V^*) - \mu_2(W'.U - 1) \quad (7)$$
$$\partial L/\partial W = E(R) - 2.\mu_1.\textstyle\sum.W - \mu_2.U = 0 \quad (8)$$
$$\partial L/\partial \mu_1 = W'.\textstyle\sum.W - V^* = 0;\ W'.\textstyle\sum.W = V^* \quad (9)$$
$$\partial L/\partial \mu_2 = W'.U - 1 = 0;\ W'.U = 1 \quad (10)$$

Multiplicando por W' la primera derivada (8), y teniendo en cuenta la igualdad de la tercera (10),

$$E(P) - 2.\mu_1.VAR(P) - \mu_2 = 0;\ E(P) - 2.\mu_1.VAR(P) = \mu_2 \quad (11)$$

y substituyendo luego en la misma ecuación (8),

$$E(R) - 2.\mu_1.\textstyle\sum.W - [E(P) - 2.\mu_1.VAR(P)].U = 0 \quad (12)$$
$$E(R) = E(P).U - 2.\mu_1.[VAR(P).U - COV(R,P)] \quad (13)$$

Si existiera un título sin riesgo, tendríamos:

$$E(r_0) = E(P) - 2.\mu_1.VAR(P) \tag{14}$$

Llamemos $\pi=2.\mu_1$; tendremos una forma de medir el precio del riesgo:

$$\pi = [E(P)-E(r_0)]/VAR(P) \tag{15}$$

Así, con (13), (14) y (15), llegamos a la conocida fórmula del CAPM:

$$E(R) = E(r_0).U + \pi.COV(R,P) = E(r_0).U + [E(P)-E(r_0)].\beta \tag{16}$$

Ya que β es igual a COV(R,P)/VAR(P). Por otro lado con las ecuaciones (8) y (10), dividiendo la primera por μ_1, y llamando λ_1 a $1/\mu_1$ y λ_2 a $-\mu_2/\mu_1$, podemos poner:

$$\lambda_1.E(R) = 2.\sum.W - \lambda_2.U \tag{17}$$
$$1 = U'.W \tag{18}$$

A este mismo resultado llegamos si en vez de maximizar la rentabilidad esperada, minimizamos la varianza, en efecto:

$$\text{MIN: } W'.\sum.W \tag{19}$$
$$\text{Sujeto a: } E(P)=E(R').W = E^* \tag{20}$$
$$W'.U = 1 \tag{21}$$

$$L = W'.\sum.W - \lambda_1.[E(R').W - E^*] - \lambda_2.[W'.U - 1] \tag{22}$$
$$\partial L/\partial W = 2.\sum.W - \lambda_1.E(R) - \lambda_2.U = 0 \tag{23}$$
$$\partial L/\partial \lambda_1 = E(R').W - E^* = 0 \tag{24}$$
$$\partial L/\partial \lambda_2 = W'.U - 1 = 0 \tag{25}$$

De donde se deducen las ecuaciones (17) y (18). Si ponemos dichas ecuaciones en forma matricial, tenemos:

$$\begin{bmatrix} E(R) \\ 0 \end{bmatrix} \lambda_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\,\Sigma & -U \\ U' & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W \\ \lambda_2 \end{bmatrix}$$

El sistema de las ecuaciones (19 a 21), es equivalente al siguiente:

$$\text{MIN: } W'.\sum.W - \lambda_1.E(R').W \tag{26}$$
$$\text{Sujeto a: } W'.U = 1 \tag{27}$$

Donde λ_1 representa las diferentes pendientes de las rectas de un mapa donde estén las varianzas y las esperanzas matemáticas de las carteras. Al cumplirse la condición W'.U=1, nos vamos al mapa de oportunidades posibles de la figura 1, y al minimizar vamos "barriendo" la frontera eficiente; cada punto de dicha frontera corresponde a un valor de λ_1. Si existe un título sin riesgo, la frontera eficiente resultante llegaría a tocar el eje de ordenadas.

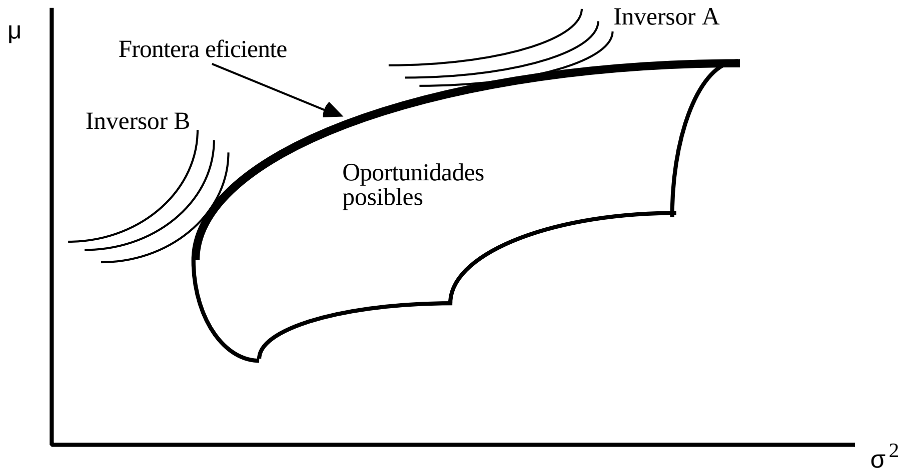


Figura 1

Si cambiamos ahora el eje de abscisas, poniendo desviaciones típicas en vez de varianzas, el mapa correspondiente quedará menos alargado (figura 2).

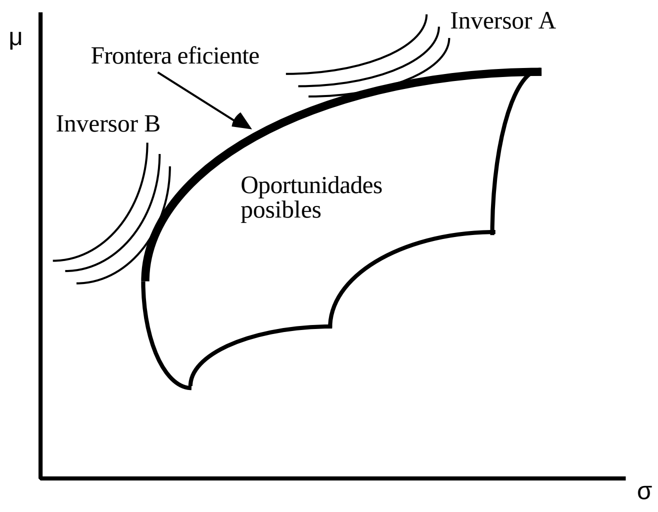


Figura 2

Si suponemos ahora la existencia de un título sin riesgo, se podrán hacer diferentes combinaciones entre dicho título y las carteras consideradas anteriormente. En este sistema de coordenadas, estas combinaciones dan lugar a líneas rectas. Tal como se ve en la figura 3; las combinaciones óptimas se encuentran en la recta que partiendo del rendimiento seguro del título sin riesgo (r_0=i), es tangente a la que antes denominábamos frontera eficiente. Esta tangente es la nueva frontera eficiente, todos los inversores se situarán sobre ella. En consecuencia, sólo habrá una combinación óptima de títulos con riesgo, que es la que denominamos R^*, ésta es la cartera de mercado. (Suponemos que nos podemos endeudar en el título sin riesgo, lo que nos lleva a la derecha de R^* en algunos casos).

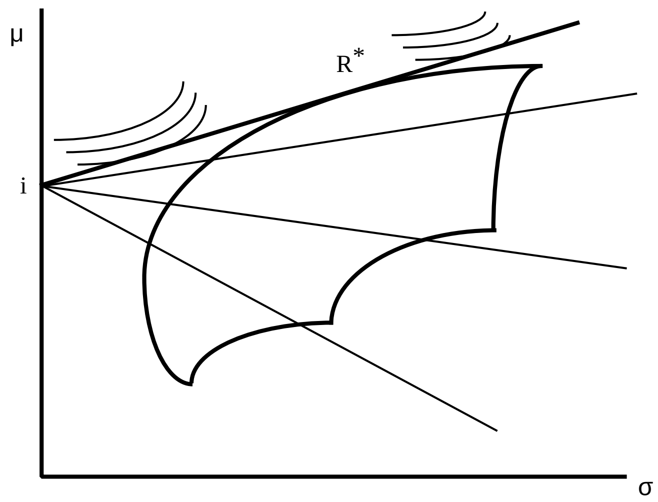


Figura 3

Como conclusión de todo lo anterior, vemos que los inversores realizarán su inversión en una proporción de la cartera de mercado y otra del título sin riesgo. Así el CAPM postula que existe una cartera de mercado, P, formada por todos los títulos y con las proporciones que éstos representan en el mercado. La rentabilidad esperada de cada título E(R), será la del título sin riesgo (r_0), más un premio por riesgo [E(P)-E(r_0)] multiplicado por la beta del título, según el modelo de la fórmula (16), que reproducimos a continuación.

$$E(R) = r_0.U + [E(P)-r_0].\beta \qquad (28)$$

Esta es la denominada línea del mercado de títulos, ó SML. La fórmula del CAPM que aparece en la fórmula (28) es un modelo ex-ante, y tiene el problema de que las expectativas no son observables. Suponiendo expectativas racionales, se puede testar en base a los datos del pasado. Partimos del modelo de mercado:

$$R = \alpha + \beta.P + \varepsilon \qquad (29)$$

α, β y ε, son vectores. Tomando esperanzas matemáticas, restando y sustituyendo el valor de la fórmula del CAPM (28),

$$E(R) = \alpha + \beta.E(P) \tag{30}$$
$$R - E(R) = \beta.[P-E(P)] + \varepsilon \tag{31}$$
$$R = r_0.U + [P-r_0].\beta + \varepsilon \tag{32}$$

Que ya es un modelo testable, utilizándose normalmente una regresión cross - seccional, con medias de varios periodos:

$$\overline{R}_j = y_0 + y_1 x \beta_j + u_j$$

(véase también Copeland y Weston, 1988, pág. 212 y ss.). Nosotros ya tenemos estimadas las betas, trataremos ahora de contrastar la veracidad del CAPM.

LA SML

Como se ha explicado anteriormente, el CAPM se lleva a cabo en dos etapas. Primero hemos realizado la regresión entre cada título y la rentabilidad de mercado. Y así hemos obtenido la β para cada título. En segundo lugar, se trata de calcular, a partir de los datos anteriores, la línea del mercado de títulos o SML. Para ello hacemos la regresión entre la rentabilidad media de cada título y su β.

$$\overline{R}_j = y_0 + y_1 x \beta_j + u_j \quad » \quad \overline{R}_j = i + (\overline{R}_m - i) x \beta_j$$

Donde R_m es la rentabilidad del mercado e i la del título sin riesgo. Las hipótesis a comprobar en este modelo son:

$y_0 > 0$ donde y_0 representa el tipo de interés sin riesgo

$y_1 > 0$ siendo y_1 la prima por riesgo sistemático.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Período 80 - 87:

$$\overline{R}_j = 0{,}00459 + 0{,}0028\ \beta_j + u_j \qquad R^2 = 0{,}21161$$
$$(0{,}001178) \quad (0{,}00118) \qquad \text{Desv. tip.} = 0{,}00202$$

El término independiente representa el tipo de interés sin riesgo semanal, suponiendo que se trata de un interés simple obtenemos el interés anual:

$$0{,}00459 \times 52 = 0{,}2386$$

A primera vista nos puede parecer algo elevado pero hay que tener en cuenta que se trata de un interés bruto. La media de las desgravaciones fiscales de la renta fija durante este período fueron superiores al 15%.

Respecto a la hipótesis nula de $y_1=0$, se rechaza para una probabilidad del 5%, y se acepta para el 1%.

Rechazamos que y_0 sea igual a 0.

Período 80 - 85:

$$\overline{R}_j = \underset{(0{,}001149)}{0{,}00459} + \underset{(0{,}00117)}{0{,}00142}\,\beta_j + u_j \qquad R^2 = 0{,}06297 \quad \text{Desv. tip.} = 0{,}00224$$

El tipo de interés bruto anual será: 0,00459 x 52 = 0,2386.

En cuanto a las pruebas de hipótesis en este período se acepta que y_1 sea cero con una probabilidad del 5%.

Rechazamos que y_0 sea cero.

Período 86 - 87:

$$\overline{R}_j = \underset{(0{,}003179)}{0{,}00422} + \underset{(0{,}00313)}{0{,}00766}\,\beta_j + u_j \qquad R^2 = 0{,}2145 \quad \text{Desv. tip.} = 0{,}00542$$

El tipo de interés bruto anual será: 0,00422 x 52 = 0,2194.

En este período se rechaza la hipótesis nula de que $y_1=0$ con una probabilidad del 5% y está justo en el límite con una probabilidad del 1%. No podemos rechazar que y_0 sea 0.

Al estimar y_0 e y_1 existen problemas econométricos (véase Bergés, 1984, págs. 94 y ss.), tal es el caso de la heteroscedasticidad y el de los errores de observación. También puede haber problemas en el propio modelo de mercado. Hacemos esta advertencia al lector para que acepte los resultados con ciertas reservas, pero por no alargarnos demasiado en el estudio, no entraremos en el tratamiento de estos problemas. Por otro lado, las soluciones econométricas resultan discutibles en algunos casos, resultando algunas veces injustificado el aparato teórico para las conclusiones alcanzadas.

EL A.P.T.

La Teoría de Valoración por Arbitraje (Arbitrage Pricing Theory, ó APT), fue formulada por Ross (1976). Es ésta una teoría que supera muchas de las críticas hechas al CAPM, incluidas las más importantes, mediante la utilización de un modelo más general (Copeland y Weston, 1988, págs. 219 y ss.). Así se ha criticado al CAPM el basarse en la eficiencia de la cartera de mercado; el APT no necesita esa condición y utiliza el argumento del arbitraje: "En equilibrio, las carteras que supongan una inversión cero y que no tengan riesgo, deberán dar una rentabilidad cero. En caso contrario los arbitrajistas invertirán en ellas hasta conseguir que este principio se mantenga". Estas carteras se denominan carteras de arbitraje. Otra diferencia consiste en que el CAPM se basa en el modelo de mercado, que mantiene que la rentabilidad de un valor viene explicada por su relación lineal con un único factor, la rentabilidad del mercado; por su parte el APT introduce más de un factor explicativo.

CAPM y APT dan lugar a una ecuación de valoración de activos similar, existiendo una relación lineal entre la rentabilidad esperada del título y el riesgo sistemático. Pero la definición de dicho riesgo sistemático es diferente en ambos modelos. En el CAPM, se define como el coeficiente "beta", que es la pendiente en la regresión lineal entre la rentabilidad del título y la cartera de mercado. En el APT, el riesgo sistemático viene dado por varias "betas", que son los coeficientes de los factores del modelo factorial. Por otro lado, en ambos modelos, se supone que existe un riesgo diversificable que no debe producir rentabilidad. Vamos ahora a desarrollar el APT.

Utilizaremos la nomenclatura ya expuesta al desarrollar el CAPM, añadiendo lo siguiente: El vector F, con k variables aleatorias que son los k factores que tomarán valores en los diferentes momentos,

$$F' = (F_1 , F_2 , F_3 , F_4 ,\ldots\ldots, F_k) \tag{1}$$

Tendremos además la matriz β, que antes era un vector, teniendo ahora en cada fila los coeficientes para todos los factores, correspondientes a un determinado título. El vector R de rentabilidades de los títulos, quedará:

$$R = E(R) + \beta.F + \varepsilon \tag{2}$$

Vamos a tratar de deducir el modelo de la teoría del arbitraje. Supuesta una cartera de arbitraje, cualquiera de ellas supone una inversión 0:

$$W'.U = 0 \tag{3}$$

La rentabilidad de la cartera será:

$$P = W'.R = W'.E(R) + W'.\beta.F + W'.\varepsilon \qquad (4)$$

Hemos dicho que la cartera de arbitraje no debe tener riesgo; esto se consigue con un número n de títulos suficientemente grande en la cartera, una inversión pequeña en cada título y que la suma de los coeficientes de cada factor de riesgo sistemático sea cero para el total de la cartera. Esto último implica que los términos del vector $W'.\beta$ deben ser cero: $W'.\beta=0$. Mientras que la eliminación del riesgo diversificable puede darse por supuesta.

Eliminamos así el riesgo sistemático y el diversificable. En consecuencia, de (4), $P=W'.E(R)$, que deja de ser una variable aleatoria para el caso de una cartera de arbitraje.

Resumiendo tenemos que (i) una cartera de inversión nula [$W'.U=0$] y (ii) sin riesgo sistemático [$W'.\beta=0$], (iii) debe tener rentabilidad nula [$W'.E(R)=0$]. Las proposiciones (i) y (ii), forman un sistema de k+1 ecuaciones; si éstas se cumplen, se ha de cumplir (iii), luego la ecuación (iii) debe ser combinación lineal de las anteriores. También se puede razonar diciendo que un vector W que sea ortogonal al vector unitario [$W'.U=0$] y a los k vectores columna que forman la matriz β [$W'.\beta=0$], ha de ser ortogonal al vector E(R) [$W'.E(R)=0$]; esto implica que E(R) debe ser combinación lineal del vector unitario y de los vectores de la matriz β. En consecuencia:

$$E(R) = \mu_0.U + \beta.\mu \qquad (5)$$

Donde μ es un vector de k coeficientes y μ_0 un escalar. Si existe título sin riesgo, su rentabilidad r_0 coincidirá con μ_0. Por otro lado, en el vector μ tendremos los premios por riesgo (precio del riesgo) para cada tipo de riesgo, representado por cada columna de la matriz β.

Supongamos la existencia de un título t, tal que su único riesgo sistemático dependa del factor j, y con coeficiente igual a uno; tendremos que la fila correspondiente de la matriz β estará compuesta de ceros, exceptuando un uno correspondiente al cruce con la columna j. Supongamos también que existe un título sin riesgo, de rentabilidad r_0, y denominemos j a tal título t ya que su riesgo sistemático depende sólo de este factor. Tendremos: $E(r_j)=r_0+\mu_j$; luego $\mu_j=E(r_j)-r_0$, que es el premio por unidad de riesgo sistemático del factor j. El vector μ es, en consecuencia, un vector de premios por unidad de riesgo de cada uno de los factores.

Si sólo hubiera un factor de riesgo, β sería un vector columna y μ un escalar, que indica el premio por el único factor de riesgo considerado, tomando el riesgo del mercado, tendremos la fórmula del CAPM:

$$E(R) = r_0.U + [E(P)-r_0].\beta \qquad (6)$$

En efecto, la primera parte es el tipo de interés sin riesgo, no necesitando de más aclaración. Por lo que se refiere a la segunda, la cartera de mercado tiene β igual a la unidad y, en consecuencia, μ será su premio por riesgo [E(P)-r_0]. Luego el CAPM es un caso particular del APT, con un sólo factor, y siendo éste observable.

Igual que sucedía con el CAPM, el APT es un modelo de expectativas de rentabilidad, por lo que no es directamente testable. La solución es muy similar a la que antes planteábamos; utilizaremos la hipótesis de expectativas racionales y haremos unos pasos operativos similares:

$$R = E(R) + \beta.F + \varepsilon \qquad (7)$$

Y sustituyendo E(R) por su valor según la teoría: $E(R) = \mu_0.U + \beta.\mu$,

$$R = \mu_0.U + \beta.\mu + \beta.F + \varepsilon \qquad (8)$$

Llamando $u=\beta.F+\varepsilon$, podemos hacer una regresión cross - seccional:

$$R = \mu_0.U + \beta.\mu + u \qquad (9)$$

Donde podemos, como antes, usar las medias. Luego veremos que este último paso no lo daremos en nuestro estudio, por las razones que después apuntaremos. Pueden verse, empero, algunos de sus problemas y soluciones en Bergés (1984, págs. 112-113).

EL MODELO FACTORIAL

Partiendo del fichero de rentabilidades, que es una matriz de 24 valores (variables) con sus rentabilidades semanales (individuos) que son 418, 314 y 104 respectivamente para los diferentes periodos, realizamos un análisis factorial (por el método de componentes principales) sobre la matriz de correlaciones (de las rentabilidades de los valores), obteniendo así en un primer momento 9 factores que no rotamos. El resultado fue que el primer factor explicaba el 36% mientras que el resto no llegaban al 8%. Esto indica que hay un corte significativo entre el primer y segundo factor, explicando el resto de factores un porcentaje decreciente. Para elegir el número de factores más adecuado, realizamos rotaciones con diferente numero de factores.

Observamos que con un número superior a cinco, aparecen factores que sólo explican una variable. Con cuatro factores nos encontramos con que un factor explica un grupo de valores muy heterogéneo constituido por los valores que menos peso tienen a la hora de hallar la rentabilidad media del mercado en el modelo de mercado. Además, realizamos un análisis factorial para cada grupo obtenido tras la rotación de cuatro factores. En los tres grupos homogéneos (bancos, eléctricas - telefónica, químicas - siderometalúrgicas) aparece un factor claramente explicativo de ese grupo, mientras que en el cuarto grupo (heterogéneo) aparecen dos. Esto, nos hace pensar que este cuarto grupo se puede dividir en dos. Por tanto hemos elegido para la explicación cinco factores.

Antes de rotar, el primer factor explica un alto porcentaje de todos los valores, excepto de aquellos menos explicados en el modelo de mercado. Los demás factores no se acercan claramente a ningún grupo de valores, salvo un factor que parece que explica a las eléctricas.

Después de rotar, aparecen factores que explican a grupos de valores, lo cual indica que sí hay un riesgo específico de los distintos grupos.

Estos grupos valores son:

<u>Sector bancos</u>

Banco de Bilbao
Banco Central
Banesto
Banco Hispano
Banco de Santander
Banco de Vizcaya
Banco Popular

<u>Sector eléctricas y Telefónica</u>

Telefónica*
Hidrola
Iberduero
Sevillana
Lemona*

<u>Sector químico-siderometalúrgico</u>

Altos Hornos
Unión Cerrajera
Tubacex
Explosivos Riotinto
Papelera Española
Empetrol

<u>Sector “inversiones”</u>

Finsa
Cartinbao
Vacesa*
Banco Guipuzcoano*

<u>Sector seguros</u>

Seguros Bilbao
Seguros Aurora

Estos grupos de valores se mantienen en los tres periodos salvo pequeñas variaciones en los valores con menor peso. Nos encontramos que en los grupos hay valores que realmente no pertenecen a esos sectores, esto se explica por las características propias de las empresas. Es el caso de Telefónica y las eléctricas que tienen similitudes en su comportamiento; el banco Guipuzcoano, cementos Lemona, la inmobiliaria Vacesa.

En conclusión, los grupos de valores corresponden a los sectores económicos, lo cual significa que los sectores económicos siguen un comportamiento similar. También vemos que los valores menos explicados por el primer factor son los mismos que quedaban mal explicados en el modelo de mercado, luego la forma de calcular la rentabilidad del mercado no ha tenido influencia decisiva.

MODELO FACTORIAL-MODELO DE MERCADO

El modelo factorial explica más que el de mercado, dado que utiliza más variables explicativas (en nuestro caso, con cinco factores se consigue un 60% en el periodo 80-87). Pero ya el primer factor supera el 36%, lo que pone en duda el interés del resto de factores, como luego comentaremos. Lo primero que vamos a ver es si ese primer factor es diferente de la rentabilidad del mercado; para ello utilizaremos dos procedimientos:

Tenemos las 24 correlaciones de la rentabilidad semanal de cada valor con la rentabilidad semanal del mercado. Y otras 24 correlaciones de los valores con el primer factor. La correlación de ambas variables de 24 valores, para cada uno de los tres periodos es:

1980-1987: -0,97381

1980-1985: -0,95774

1986-1987: -0,96727

(los signos menos resultan indiferentes; el factor indica justo lo contrario de la rentabilidad de mercado, pero el signo que toma el factor no es relevante, por lo que nos olvidaremos de ello).

Si ahora elevamos al cuadrado las series de 24 datos (con lo que el problema podría variar), tendremos coeficientes de determinación que indican el porcentaje de varianza explicada, calculando nuevamente los correspondientes coeficientes de correlación, tendremos:

1980-1987: 0,9618

1980-1985: 0,9408

1986-1987: 0,9594

Suponiendo, tal como se hace en el modelo factorial, que todas las variables tienen varianza uno (tipificadas), podemos comparar el porcentaje de explicación del modelo de mercado y del primer factor del modelo factorial en los diferentes periodos:

	MODELO DE MERCADO	PRIMER FACTOR
1980-1987	33,98%	36,33%
1980-1985	29,14%	32,09%
1986-1987	39,20%	41,45%

Con lo que concluimos que el primer factor explica casi lo mismo (aunque siempre un poco más) que el modelo de mercado. Aún podemos afirmar más, "es prácticamente lo mismo"; si establecemos las correlaciones entre las mediciones (valores que toma en cada semana) del primer factor (ligeramente diferente según el periodo) y los valores de la rentabilidad del mercado, tenemos:

1980-1987: -0,9627

1980-1985: -0,9459

1986-1987: -0,9684

Vemos que el primer factor es algo muy parecido (cambiado de signo) a la rentabilidad del mercado, y el que explique un poco más del total de varianza, puede deberse a que para el modelo factorial todas las variables son iguales, mientras que en la rentabilidad del mercado hemos considerado las variables con diferentes pesos, según su importancia, postura que creo más realista.

Por otro lado hemos hecho un estudio del segundo factor con la intención de ver si había alguna correlación entre sus coeficientes de determinación y el tanto por uno de varianza de los valores no explicada por la rentabilidad del mercado (tanto por uno de riesgo no sistemático), los resultados son:

1980-1987: -0,5672

1980-1985: -0,4942

1986-1987: 0,0538

Vemos cómo en el periodo total y en el primer subperiodo, se ve una correlación negativa relativamente importante, indicadora de que son los valores mejor explicados por el modelo de mercado, los que también mejor explica el segundo factor; pero esto cambia en el segundo subperiodo, luego parece tratarse de un hecho poco claro. Lo que sí parece que podemos afirmar es que no tiene mucho que ver con el riesgo no sistemático.

NOTA FINAL

Para terminar el estudio del APT sería preciso realizar un proceso de regresión cross - seccional similar al realizado en el CAPM, sin embargo diferentes motivos me impulsan a no seguir adelante: Así sabemos que existen dificultades econométricas (véase Bergés, 1984, págs. 112-113); otro problema es si procedemos o no a la rotación, si no lo hacemos los factores son difícilmente interpretables, si lo hacemos perdemos una serie de propiedades que pueden ser importantes. Pero lo más desalentador son los resultados, pues el primer factor nos lleva al CAPM y los cuatro factores restantes quedan lejos de alcanzar la explicación del primero, ganando así mucho en complejidad y poco en explicación. Los factores rotados son una especie de índices sectoriales, a los que personalmente no les veo demasiado interés. Queda, sin embargo, abierta la puerta para investigaciones posteriores.

Se adjuntan al final los resultados del modelo de mercado y del factorial.

BIBLIOGRAFIA

BERGES, A. (1984): *El mercado español de capitales en un contexto internacional*, Ministerio de Economía y Hacienda, Madrid.

COPELAND, T.E. y WESTON, J.F. (1988): *Financial theory and corporate policy*, Addison - Wesley, Reading, Massachusetts, 3ª ed.

GOMEZ-BEZARES, F. (1981): "Análisis multivariante", *Boletín de estudios económicos*, Agosto, págs. 233-257.

GOMEZ-BEZARES, F. (1988): *Las decisiones financieras en la práctica*, Desclée de Brouwer, Bilbao, 2ª ed.

GOMEZ-BEZARES, F., MADARIAGA, J.A. y UGARTE, J.V. (1988): "La eficiencia en el mercado bursátil español", *Actualidad financiera,* 42, Noviembre, págs. 2238-2250.

GRANDE, I. (1985): *Modelos de valoración de acciones y métodos de contrastación*, Universidad del País Vasco, Bilbao.

LINTNER, J. (1965): "The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets", *Review of economics and statistics*, Febrero, págs. 13-37.

MARKOWITZ, H. (1952): "Portfolio selection", *Journal of finance*, Marzo, págs. 77-91.

MARKOWITZ, H. (1959): *Portfolio selection: efficient diversification of investments*, Wiley, Nueva York.

MOSSIN, J. (1966): "Equilibrium in capital asset market", *Econometrica,* Octubre, págs. 768-783.

ROSS, S.A. (1976): "The arbitrage Theory of capital asset pricing", *Journal of economic theory*, Diciembre, págs. 343-362.

SHARPE, W. F. (1963): "A simplified model for portfolio analysis", *Management science*, Enero, págs. 277-293.

SHARPE, W. F. (1964): "Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk", *Journal of finance,* Septiembre, págs. 425-442.

MODELO DE MERCADO. PERIODO 80-87

	α	ß	Desviación típica de ß	Desviación típica de U	R^2
B.BILBAO	0,00145	0,8383	0,03476	0,02136	0,58296
B.CENTRAL	0,00176	0,81519	0,0403	0,02476	0,49584
BANESTO	0,00074	1,03796	0,04473	0,02748	0,56418
B.GUIPUZCOANO	-0,00004	0,66905	0,06129	0,03766	0,22264
B.HISPANO	-0,0018	1,12222	0,05336	0,03278	0,51536
B.POPULAR	0,00052	1,17867	0,04333	0,02662	0,64013
B.SANTANDER	0,00187	0,82746	0,04145	0,02547	0,4893
B.VIZCAYA	0,00201	0,95436	0,03841	0,0236	0,59747
S.AURORA	0,00392	0,19066	0,06481	0,03982	0,02038
S.BILBAO	0,00361	0,6475	0,13556	0,08329	0,05199
CARTINBAO	0,00446	0,35718	0,05216	0,03205	0,10131
FINSA	0,00651	0,24818	0,05975	0,03671	0,03983
HIDROLA	-0,00159	1,07516	0,04801	0,0295	0,54659
ALTOS HORNOS	0,00346	1,32596	0,17659	0,1085	0,11935
UNION CERRAJERA	0,0028	1,08544	0,17394	0,10687	0,08559
TUBACEX	0,00066	1,47382	0,12332	0,07577	0,2556
TELEFONICA	-0,00045	1,04507	0,03964	0,02436	0,62557
RIOTINTO	0,00145	1,42077	0,1347	0,08276	0,211
PAPELERA	0,0054	1,43976	0,15404	0,09465	0,17355
EMPETROL	0,00022	1,1745	0,06716	0,04126	0,42494
LEMONA	0,0034	0,67221	0,07129	0,0438	0,1761
VACESA	0,00406	0,62211	0,06655	0,04089	0,17361
IBERDUERO	-0,00057	1,09555	0,05309	0,03262	0,50585
SEVILLANA	-0,00134	1,12957	0,05153	0,03166	0,53597

SUMA R^2 = 8,15511
% EXPLICADO = 33,98%

MODELO DE MERCADO. PERIODO 80-85

	α	ß	Desviación típica de ß	Desviación típica de U	R^2
B.BILBAO	0,00019	0,80619	0,04785	0,01813	0,47643
B.CENTRAL	-0,0007	0,99107	0,04651	0,01762	0,59277
BANESTO	-0,00067	1,18505	0,05513	0,02089	0,59697
B.GUIPUZCOANO	-0,00036	0,45834	0,04583	0,01737	0,24273
B.HISPANO	-0,00354	0,94583	0,05925	0,02245	0,44957
B.POPULAR	-0,00067	1,24917	0,05793	0,02195	0,59842
B.SANTANDER	0,0003	0,96127	0,05601	0,02123	0,48562
B.VIZCAYA	0,00105	0,89006	0,043	0,01629	0,57867
S.AURORA	0,00454	0,23569	0,10639	0,04032	0,01549
S.BILBAO	0,00496	0,08235	0,16497	0,06252	0,0008
CARTINBAO	0,00565	0,29302	0,06732	0,02551	0,05724
FINSA	0,00664	0,33398	0,07281	0,02759	0,06317
HIDROLA	0,0005	1,01861	0,06442	0,02441	0,44485
ALTOS HORNOS	0,0048	1,49567	0,2761	0,10463	0,08597
UNION CERRAJERA	-0,00066	1,20743	0,2557	0,0969	0,0667
TUBACEX	0,00148	1,43224	0,17565	0,06657	0,17566
TELEFONICA	0,00124	1,01267	0,06011	0,02278	0,47631
RIOTINTO	0,00026	1,37471	0,20023	0,07588	0,13125
PAPELERA	0,00302	1,34483	0,2302	0,08724	0,0986
EMPETROL	-0,00049	1,17714	0,09563	0,03624	0,3269
LEMONA	0,00425	0,64475	0,10275	0,03894	0,11205
VACESA	0,00404	0,55807	0,07781	0,02949	0,14155
IBERDUERO	0,00165	0,94668	0,0712	0,02698	0,36168
SEVILLANA	0,00032	1,04072	0,06995	0,02651	0,41502

SUMA R^2 = 6,99442
% EXPLICADO = 29,14%

MODELO DE MERCADO. PERIODO 86-87

	α	ß	Desviación típica de ß	Desviación típica de U	R^2
B.BILBAO	0,00561	0,84946	0,05973	0,02879	0,66477
B.CENTRAL	0,00776	0,69645	0,0788	0,03798	0,43366
BANESTO	0,00379	0,94261	0,08524	0,04108	0,54521
B.GUIPUZCOANO	0,00279	0,79122	0,14291	0,06888	0,23107
B.HISPANO	0,00513	1,21537	0,10771	0,05191	0,55519
B.POPULAR	0,00357	1,12979	0,07749	0,03735	0,67576
B.SANTANDER	0,0055	0,739	0,07227	0,03485	0,50622
B.VIZCAYA	0,00551	0,98637	0,0785	0,03783	0,60754
S.AURORA	0,00161	0,16796	0,07991	0,03851	0,04151
S.BILBAO	0,00447	0,98871	0,25917	0,12491	0,12487
CARTINBAO	0,00135	0,40234	0,09682	0,04666	0,14479
FINSA	0,00535	0,19842	0,1164	0,0561	0,0277
HIDROLA	-0,00753	1,12137	0,08493	0,04093	0,63089
ALTOS HORNOS	-0,00215	1,23423	0,24907	0,12004	0,19403
UNION CERRAJERA	0,01235	0,99228	0,27619	0,13311	0,11233
TUBACEX	-0,00148	1,50335	0,20594	0,09925	0,34316
TELEFONICA	-0,00534	1,07453	0,05867	0,02828	0,76681
RIOTINTO	0,00551	1,44058	0,21053	0,10147	0,31461
PAPELERA	0,01354	1,48107	0,23784	0,11463	0,27545
EMPETROL	0,0024	1,17328	0,11213	0,05404	0,51769
LEMONA	0,00101	0,69365	0,11697	0,05637	0,25639
VACESA	0,00467	0,65974	0,13364	0,06441	0,19284
IBERDUERO	-0,00609	1,19693	0,09347	0,04505	0,61651
SEVILLANA	-0,00566	1,19214	0,09044	0,04359	0,63009

SUMA R^2 = 9,40909
% EXPLICADO = 39,20%

MODELO FACTORIAL. PERIODO 80-87

SIN ROTAR	F1	F2	F3	F4	F5	VAR. EXPLIC.
BILBAO	-0,8007	-0,2316	0,2036	-0,0303	-0,0059	0,7371
CENTRAL	-0,6971	-0,4182	0,1318	0,2012	0,0332	0,7199
BANESTO	-0,7627	-0,279	0,079	0,1374	0,0764	0,6905
GUIPUZCOANO	-0,5408	-0,0948	0,093	-0,1845	-0,2127	0,3894
HISPANO	-0,7433	-0,2306	0,0126	0,1728	0,0842	0,6428
POPULAR	-0,8254	-0,1636	0,1724	0,0727	0,06	0,7468
SANTANDER	-0,7069	-0,3941	0,1371	0,0848	-0,0076	0,6811
VIZCAYA	-0,7828	-0,2673	0,2423	0,0334	0,1065	0,7554
AURORA	-0,1576	0,0475	0,0749	-0,4381	0,6059	0,5918
S. BILBAO	-0,278	-0,105	-0,2317	-0,4035	0,4433	0,5014
CARTINBAO	-0,3825	-0,0678	0,1652	-0,5	-0,254	0,4927
FINSA	-0,2292	-0,0515	0,1374	-0,404	-0,5521	0,5421
HIDROELEC.	-0,699	0,5395	0,1847	0,1608	0,0019	0,8396
ALTOS HOR.	-0,4053	-0,032	-0,4579	0,2184	-0,033	0,4238
UNION CERR.	-0,3893	0,0016	-0,5114	-0,05	-0,1299	0,4325
TUBACEX	-0,6056	0,0316	-0,4813	0,0109	0,0486	0,6019
TELEFONICA	-0,6716	0,2671	0,0981	0,0462	0,0871	0,5417
RIO TINTO	-0,5519	0,0002	-0,4516	-0,0427	-0,1826	0,5437
PAPELERA	-0,5088	0,0725	-0,4805	0,0043	0,0457	0,4971
EMPETROL	-0,6965	0,0979	-0,1706	0,0658	-0,1569	0,5527
LEMONA	-0,4851	0,2929	-0,0851	-0,2594	0,0822	0,4024
VACESA	-0,4829	0,0918	0,0134	-0,4553	-0,0743	0,4546
IBERDUERO	-0,6652	0,55	0,1981	0,0778	0,0121	0,7904
SEVILLANA	-0,6999	0,5345	0,2157	0,1715	0,0037	0,8516
VAR. EXPLIC.	36,33%	7,1%	6,63%	5,42%	4,62%	

MODELO FACTORIAL. PERIODO 80-87 (Continuación)

ROTANDO	F1	F2	F3	F4	F5	VAR. EXPLIC.
BILBAO	-0,7402	0,2716	-0,1583	-0,2784	0,1137	0,7371
CENTRAL	-0,8226	0,0887	-0,1797	-0,0543	-0,0083	0,7199
BANESTO	-0,7559	0,2109	-0,25	-0,0771	0,0788	0,6905
GUIPUZCOANO	-0,3838	0,183	-0,1666	-0,4248	0,0208	0,3894
HISPANO	-0,7029	0,2272	-0,3032	-0,0284	0,066	0,6428
POPULAR	-0,7404	0,3497	-0,1962	-0,1618	0,1077	0,7468
SANTANDER	-0,7821	0,0938	-0,1785	-0,1664	0,0329	0,6811
VIZCAYA	-0,7903	0,2611	-0,1038	-0,1667	0,1552	0,7554
AURORA	-0,0577	0,1034	0,1033	-0,0002	0,7531	0,5918
S. BILBAO	-0,1262	-0,0465	-0,2402	-0,0598	0,6496	0,5014
CARTINBAO	-0,1966	0,0926	-0,0213	-0,6491	0,1537	0,4927
FINSA	-0,0649	0,0188	-0,0255	-0,7161	-0,155	0,5421
HIDROELEC.	-0,253	0,8617	-0,1658	-0,075	-0,0082	0,8396
ALTOS HOR.	-0,2051	0,0847	-0,5991	0,109	-0,0615	0,4238
UNION CERR.	-0,0777	0,0409	-0,6377	-0,1307	0,0312	0,4325
TUBACEX	-0,2522	0,2023	-0,6857	-0,0379	0,1606	0,6019
TELEFONICA	-0,3504	0,5927	-0,2041	-0,0949	0,1301	0,5417
RIO TINTO	-0,2041	0,137	-0,6626	-0,2103	0,0049	0,5437
PAPELERA	-0,1599	0,185	-0,6442	-0,0176	0,1483	0,4971
EMPETROL	-0,3627	0,3849	-0,4818	-0,1973	-0,0441	0,5527
LEMONA	-0,0716	0,4197	-0,2692	-0,2393	0,3024	0,4024
VACESA	-0,1536	0,2457	-0,1836	-0,5012	0,2929	0,4546
IBERDUERO	-0,2075	0,8442	-0,1333	-0,1221	0,0446	0,7904
SEVILLANA	-0,2691	0,8686	-0,1389	-0,0718	-0,0159	0,8516
VAR. EXPLIC.	20,52%	14,5%	12,18%	7,26%	5,61%	

MODELO FACTORIAL. PERIODO 80-85

SIN ROTAR	F1	F2	F3	F4	F5	VAR. EXPLIC.
BILBAO	-0,7657	-0,3109	0,0311	-0,0286	-0,0424	0,6866
CENTRAL	-0,7914	-0,3274	0,1659	0,0455	0,1261	0,7791
BANESTO	-0,8122	-0,2959	0,0992	0,0812	0,0951	0,7726
GUIPUZCOANO	-0,5779	-0,2357	-0,0122	-0,0626	-0,1474	0,4153
HISPANO	-0,7293	-0,2891	0,1271	0,0224	0,0844	0,6392
POPULAR	-0,8116	-0,085	0,0727	-0,1394	0,1468	0,7121
SANTANDER	-0,7131	-0,3502	0,12	-0,0234	0,0569	0,6493
VIZCAYA	-0,828	-0,3574	0,035	-0,0718	0,0085	0,8198
AURORA	-0,1475	-0,125	-0,5397	0,2789	0,4383	0,5985
S. BILBAO	-0,0451	-0,0628	-0,6656	0,1614	0,3712	0,6128
CARTINBAO	-0,3209	-0,0063	-0,3873	0,136	-0,2381	0,3282
FINSA	-0,2847	-0,0529	-0,3417	-0,1861	-0,4536	0,441
HIDROELEC.	-0,6093	0,5317	0,0514	-0,2417	0,1691	0,7436
ALTOS HOR.	-0,3395	0,3295	0,3069	0,4217	0,0305	0,4968
UNION CERR.	-0,329	0,2734	0,0807	0,3887	0,1333	0,3584
TUBACEX	-0,5333	0,2318	0,0502	0,4113	-0,1063	0,5212
TELEFONICA	-0,4929	0,2746	-0,114	-0,3517	0,0418	0,4569
RIO TINTO	-0,454	0,2236	0,022	0,3001	-0,2407	0,4046
PAPELERA	-0,391	0,2144	-0,133	0,3998	-0,2635	0,4458
EMPETROL	-0,619	0,2456	0,0286	0,0938	-0,0728	0,4584
LEMONA	-0,3927	0,1738	-0,2747	-0,1312	0,0106	0,2772
VACESA	-0,4525	-0,0014	-0,3547	-0,1311	-0,4327	0,535
IBERDUERO	-0,5458	0,4662	-0,1311	-0,2333	0,2153	0,6333
SEVILLANA	-0,6178	0,4747	0,1099	-0,3113	0,0759	0,7218
VAR. EXPLIC.	32,09%	8,06%	6,02%	5,5%	4,61%	

MODELO FACTORIAL. PERIODO 80-85 (Continuación)

ROTANDO	F1	F2	F3	F4	F5	VAR. EXPLIC.
BILBAO	-0,7694	0,1538	-0,0211	0,1384	-0,2266	0,6866
CENTRAL	-0,8461	0,15	-0,0407	0,1966	-0,0185	0,7791
BANESTO	-0,8228	0,1576	-0,082	0,2397	-0,0813	0,7726
GUIPUZCOANO	-0,5609	0,1093	0,035	0,0826	-0,284	0,4153
HISPANO	-0,7633	0,1503	-0,0316	0,172	-0,058	0,6392
POPULAR	-0,706	0,4284	-0,042	0,1507	-0,0753	0,7121
SANTANDER	-0,7848	0,1208	-0,0132	0,1054	-0,0865	0,6493
VIZCAYA	-0,8536	0,1886	-0,0426	0,1007	-0,2088	0,8198
AURORA	-0,1107	-0,0071	-0,763	0,0637	0,0021	0,5985
S. BILBAO	0,0351	0,0404	-0,7719	-0,0499	-0,1077	0,6128
CARTINBAO	-0,1261	0,0366	-0,2171	0,1939	-0,4756	0,3282
FINSA	-0,1241	0,1018	0,0341	-0,053	-0,6413	0,441
HIDROELEC.	-0,1849	0,7984	0,0384	0,2653	-0,0072	0,7436
ALTOS HOR.	-0,1116	0,1313	0,1036	0,6517	0,178	0,4968
UNION CERR.	-0,102	0,1513	-0,1212	0,5443	0,1189	0,3584
TUBACEX	-0,2442	0,1454	-0,031	0,6497	-0,1317	0,5212
TELEFONICA	-0,204	0,6146	-0,0022	0,0107	-0,1934	0,4569
RIO TINTO	-0,171	0,1294	0,0613	0,544	-0,2426	0,4046
PAPELERA	-0,0876	0,0462	-0,0702	0,5712	-0,3238	0,4458
EMPETROL	-0,3143	0,3747	0,026	0,4325	-0,1777	0,4584
LEMONA	-0,1398	0,3879	-0,1775	0,077	-0,2641	0,2772
VACESA	-0,2175	0,19	-0,0082	0,0713	-0,6682	0,535
IBERDUERO	-0,1416	0,7475	-0,1317	0,1813	-0,0651	0,6333
SEVILLANA	-0,2299	0,7736	0,15	0,2118	-0,0555	0,7218
VAR. EXPLIC.	21,68%	12,21%	5,62%	9,8%	6,94%	

MODELO FACTORIAL. PERIODO 86-87

SIN ROTAR	F1	F2	F3	F4	F5	VAR. EXPLIC.
BILBAO	-0,8303	-0,1077	-0,2657	-0,0561	0,0852	0,7821
CENTRAL	-0,6288	0,0748	-0,4435	0,263	-0,0218	0,6673
BANESTO	-0,7344	0,0205	-0,1859	0,1874	0,0862	0,6169
GUIPUZCOANO	-0,5443	-0,0432	-0,1428	-0,2804	-0,0677	0,4018
HISPANO	-0,7636	0,1289	-0,1698	0,2334	-0,0179	0,6834
POPULAR	-0,8342	-0,0742	-0,2799	0,0736	0,1486	0,8073
SANTANDER	-0,7199	0,0846	-0,3487	0,0542	0,1038	0,6607
VIZCAYA	-0,7585	-0,1427	-0,2966	0,0969	0,283	0,7732
AURORA	-0,2011	-0,3389	0,2403	-0,2028	0,5564	0,5637
S. BILBAO	-0,4241	0,3431	0,0111	-0,0429	0,2297	0,3523
CARTINBAO	-0,4185	-0,1506	-0,3483	-0,5898	-0,0086	0,6671
FINSA	-0,1924	-0,0847	-0,3022	-0,5118	-0,5119	0,6594
HIDROELEC.	-0,7454	-0,4866	0,2441	0,1261	-0,2093	0,9118
ALTOS HOR.	-0,5154	0,4267	0,0208	0,1057	0,0183	0,4597
UNION CERR.	-0,4622	0,4956	0,2039	-0,2441	-0,065	0,5647
TUBACEX	-0,6824	0,4111	0,2823	-0,0008	0,0397	0,7159
TELEFONICA	-0,8039	-0,1535	0,1095	0,1191	0,0102	0,6961
RIO TINTO	-0,6584	0,4223	0,1598	-0,1272	-0,2015	0,6943
PAPELERA	-0,6321	0,4061	0,3481	0,1214	-0,0676	0,7049
EMPETROL	-0,7577	0,1013	0,0548	0,0284	-0,3002	0,6783
LEMONA	-0,5815	-0,0404	0,432	-0,2221	0,1121	0,5883
VACESA	-0,5019	-0,044	0,2024	-0,4666	0,3104	0,6089
IBERDUERO	-0,725	-0,5035	0,2801	0,1034	-0,2245	0,9186
SEVILLANA	-0,7425	-0,5126	0,2875	0,1233	-0,1406	0,9317
VAR. EXPLIC.	41,45%	8,59%	6,84%	5,57%	4,67%	

MODELO FACTORIAL. PERIODO 86-87 (Continuación)

ROTANDO	F1	F2	F3	F4	F5	VAR. EXPLIC.
BILBAO	-0,7069	0,2277	0,323	-0,2884	0,2074	0,7821
CENTRAL	-0,7667	0,164	0,1362	-0,0885	-0,1618	0,6673
BANESTO	-0,6733	0,2805	0,2824	-0,0329	0,0643	0,6169
GUIPUZCOANO	-0,3313	0,2213	0,2055	-0,4198	0,1568	0,4018
HISPANO	-0,6685	0,3873	0,2871	-0,0301	-0,0555	0,6834
POPULAR	-0,7775	0,2285	0,3014	-0,1613	0,1836	0,8072
SANTANDER	-0,7306	0,2677	0,1296	-0,1812	0,075	0,6607
VIZCAYA	-0,7835	0,1173	0,2517	-0,0829	0,2746	0,7732
AURORA	-0,0582	-0,0826	0,1657	0,0924	0,7194	0,5637
S. BILBAO	-0,3131	0,458	-0,0811	0,0187	0,1939	0,3523
CARTINBAO	-0,2989	0,0228	0,0292	-0,7004	0,2929	0,6671
FINSA	-0,014	0,0149	0,0986	-0,7854	-0,1801	0,6594
HIDROELEC.	-0,3032	0,1173	0,8835	-0,1045	0,1206	0,9118
ALTOS HOR.	-0,3563	0,5735	0,028	0,0384	-0,04	0,4597
UNION CERR.	-0,0693	0,7198	0,0011	-0,1868	0,0831	0,5647
TUBACEX	-0,2664	0,7627	0,2094	0,0253	0,1368	0,7159
TELEFONICA	-0,4849	0,3209	0,5691	-0,0422	0,1799	0,6961
RIO TINTO	-0,224	0,7455	0,1994	-0,218	-0,0319	0,6943
PAPELERA	-0,2023	0,7568	0,2812	0,1096	0,0068	0,7049
EMPETROL	-0,378	0,5045	0,4644	-0,2315	-0,1076	0,6783
LEMONA	-0,0528	0,4539	0,4254	-0,0894	0,4365	0,5883
VACESA	-0,1242	0,3261	0,1608	-0,2663	0,6248	0,6089
IBERDUERO	-0,2555	0,113	0,9005	-0,1131	0,1301	0,9186
SEVILLANA	-0,291	0,108	0,8911	-0,0631	0,1933	0,9317
VAR. EXPLIC.	20,71%	16,56%	15,99%	7,12%	6,71%	

MODELOS DE VALORACION DE ACCIONES EN EL MERCADO DE CAPITALES ESPAÑOL (Experiencia empírica)

por Fernando Gómez-Bezares

Comunicación presentada a la ponencia española en el *Congreso nº 16 de la FEAAF (Federación Europea de Asociaciones de Analistas Financieros)*, Estocolmo, Junio, 1990. La versión en inglés aparece en las Actas del Congreso y la versión en castellano fue publicada en *Análisis Financiero*, nº 51, Julio, 1.990, págs. 53-67

INTRODUCCION

Los modelos de valoración de activos han suscitado el interés de los especialistas desde los años sesenta, habiéndose concentrado gran parte del trabajo en la contrastación empírica de los mismos. El objeto de las páginas que siguen consiste en tratar de recoger algunos estudios realizados bajo mi dirección en el Departamento de Finanzas de la Universidad de Deusto. Por ello he de comenzar agradeciendo la colaboración prestada por mis alumnos de 5º curso de los últimos años, que han participado en la creación, mantenimiento y explotación del banco de datos. También, y de forma muy especial a Javier Santibáñez, profesor del Departamento, que ha coordinado los trabajos este último año. De igual manera a la Fundación Luis Bernaola, que nos ha apoyado económicamente.

Estudiaremos el CAPM y el APT, según una metodología desarrollada con anterioridad (Gómez-Bezares, G-B, 1989a, comentada por Rodríguez Castellanos, 1989; véase también G-B, 1989b, caps. IV y V). Comenzaremos calculando las rentabilidades de los periodos base (día, semana y mes). Tales rentabilidades se calculan suponiendo que el accionista compra la acción al final de un periodo, manteniéndola hasta el final del siguiente, cuando la vende a su precio correspondiente. Durante este tiempo, si los hay, cobra los dividendos y vende los derechos de suscripción a su precio de cotización. Estos fondos se consideran un aumento de su patrimonio final. En resumen hemos de tomar:

A) Las cotizaciones en pesetas al final de cada periodo base, que nos sirven simultáneamente como valor final de un periodo y comienzo del siguiente.

Dichas cotizaciones se han tomado ex-derecho y ex-dividendo, cuando se daban estas circunstancias.

B) Los dividendos brutos tomados, en pesetas, el primer día que pueden cobrarse.

C) Los derechos (nos referimos a los derechos preferentes de suscripción que se cotizan ante una ampliación) tomados, en pesetas, al valor del primer día de cotización (para ampliar todo esto puede acudirse a G-B, 1989a).

Calculamos después la rentabilidad de cada título en cada periodo base:

$$R_{i,t} = (C_{i,t} + d_{i,t} + D_{i,t} - C_{i,t-1})/C_{i,t-1}$$

Siendo:

$C_{i,t}$ Cotización final del periodo base, en pesetas.

$C_{i,t-1}$ Cotización inicial del periodo (final del anterior), en pesetas.

$d_{i,t}$ Derechos vendidos en el periodo base, en pesetas.

$D_{i,t}$ Dividendos cobrados en dicho periodo, en pesetas.

Un tema importante es la elección del periodo base de análisis. Los periodos cortos (como el día) tienen, entre otras, la dificultad de que el mercado muchas veces no reacciona con la suficiente rapidez, más con el sistema clásico (los corros) de la bolsa española. Los periodos más largos (el mes) resultan más inexactos (a no ser que se considere la reinversión de dividendos y derechos).

Es importante que el lector conozca que en la bolsa española había hasta hace unos meses un único sistema de contratación, basado en corros donde se cantaban las cotizaciones. Estos corros funcionan simultáneamente en cuatro mercados: Madrid, Barcelona, Bilbao y Valencia. Recientemente ha comenzado a funcionar un mercado continuo, basado en una conexión informática, al cual se están incorporando rápidamente los valores más importantes. Este dato es interesante pues vamos a presentar el análisis de diferentes mercados, y el mercado a analizar influirá en la elección del periodo base. Alternaremos así los diferentes periodos, utilizando el mes y la semana para los datos más antiguos y del mercado bilbaíno (lo que se justifica por la menor rapidez de reacción de este mercado al utilizarse un método de contratación menos eficiente y ser un mercado más pequeño). Para los datos más modernos utilizaremos el periodo diario (lo que se justifica en el caso del mercado madrileño por su mayor tamaño y más aún en el mercado continuo a causa de su mayor agilidad en la contratación).

Dado lo anterior hemos pasado al cálculo de la rentabilidad del mercado. Tal magnitud se calcula para cada periodo como una media ponderada de la rentabilidad de los diferentes títulos analizados, tratamos de conseguir así una aproximación a la verdadera cartera de mercado que estaría compuesta por todos los activos. Roll (1977) critica con acierto las carteras que normalmente se utilizan, teniendo las nuestras también esas deficiencias, pero ésta es una limitación de los tests del CAPM. Los factores de ponderación se obtienen calculando el valor de capitalización bursátil que representa la empresa sobre el total de la muestra utilizada. También hemos usado la media sin ponderar, como un complemento al estudio.

Calculadas las rentabilidades, el siguiente paso es el estudio del modelo de mercado, regresión lineal entre la rentabilidad de la cartera de mercado y cada uno de los diferentes títulos. Esto da lugar a los coeficientes "beta" (pendiente de cada una de las rectas) que representan el riesgo sistemático.

Pasamos después a la contrastación del CAPM, efectuando la regresión entre los coeficientes beta y la rentabilidad media de cada título. Veremos que en general el ajuste que se produce es realmente pobre.

Para utilizar el APT el paso previo es la realización de un análisis factorial sobre las rentabilidades de los diferentes títulos. Veremos que el primer factor es siempre muy parecido a la rentabilidad del mercado (que es lo que se utiliza en el CAPM), bajando mucho la explicación en los siguientes factores, por lo que no parece interesante el paso al APT. Para la interpretación de los factores, se ve claro que el primero es la rentabilidad del mercado, siendo poco relevantes los demás. Haciendo rotaciones se puede ver hasta qué punto pueden identificarse los factores con los sectores bursátiles. En cada caso hemos hecho varias pruebas con el número de factores, presentándose el resultado que se considera más claro.

Paso a resumir los resultados más relevantes, siendo muy breve en los comentarios por no alargarme demasiado.

1. BOLSA DE BILBAO. DATOS SEMANALES

Comenzamos recordando el estudio ya citado (G-B, 89a), donde partíamos de datos de los 24 valores más importantes que se cotizan en la Bolsa de Bilbao, según su frecuencia de contratación en los años iniciales del periodo considerado (1980-1987); nuestro deseo hubiera sido tomar una muestra más amplia, pero en los siguientes valores la frecuencia de contratación bajaba demasiado. Normalmente hemos utilizado los valores de cotización de la citada Bolsa, tomando datos de la de Madrid cuando no había habido cotización en Bilbao. Lógicamente el mercado madrileño, a causa de su mayor tamaño, resulta más fiable, pero las operaciones de arbitraje hacen que las diferencias sean pequeñas. Por otro lado, al ser algunos valores "típicamente bilbaínos", los datos de la Bolsa de Bilbao pueden tener una mayor fiabilidad en algunos casos.

Nos hemos fijado en los siguientes valores:

BANCO DE BILBAO	BANCO CENTRAL
BANESTO	BANCO GUIPUZCONO
BANCO HISPANOAMERICANO	BANCO POPULAR

BANCO SANTANDER	BANCO DE VIZCAYA
SEGUROS AURORA	SEGUROS BILBAO
CARTINBAO	FINSA
HIDROLA	ALTOS HORNOS
UNION CERRAJERA	TUBACEX
TELEFONICA	EXPLOSIVOS RIOTINTO
PAPELERA ESPAÑOLA	EMPETROL
CEMENTOS LEMONA	VACESA
IBERDUERO	SEVILLANA

Tenemos, en consecuencia, 24 valores y 418 semanas en las que calculamos rentabilidades. Tomadas esas rentabilidades semanales y utilizando como cartera de mercado la media ponderada, los resultados del modelo de mercado pueden verse en el cuadro nº 1, alcanzándose una explicación total del 33,98%. El resultado del CAPM es:

$$\overline{R} = \underset{(0{,}001178)}{0{,}00459} + \underset{(0{,}00118)}{0{,}0028}\,\beta + u_j \qquad R^2 = 0{,}21161 \quad \text{Desv. t.} = 0{,}00202$$

Rechazamos que el término independiente sea cero; respecto a que lo sea la pendiente, se rechaza con un 5% pero se acepta con un 1%. Los resultados son bastante pobres, aunque no desastrosos, consiguiéndose una explicación total del 21%.

Utilizando el análisis factorial, puede verse en el cuadro nº 2 que el primer factor explica el 36,33%, algo más que el modelo de mercado, bajando mucho la explicación en los demás factores. Ese primer factor es prácticamente lo mismo que la rentabilidad del mercado (más bien lo contrario por tener el signo cambiado), y eso se puede comprobar haciendo la correlación entre las mediciones de ese primer factor y los valores de la cartera de mercado; el resultado es -0,9627. En los resultados de la rotación puede estudiarse la identificación de cada factor con los diferentes sectores.

Si utilizamos ahora como cartera de mercado la media sin ponderar, los resultados del modelo de mercado varían algo (véase el cuadro nº 3), alcanzándose una explicación total del 34,17%. El resultado del CAPM es:

$$\overline{R} = \underset{(0{,}000684)}{0{,}00409} + \underset{(0{,}00061)}{0{,}00318}\,\beta + u_j \qquad R^2 = 0{,}54917 \quad \text{Desv. t.} = 0{,}00153$$

Rechazamos que el término independiente y la pendiente sean cero. Los resultados son mucho mejores, luego comentaremos este hecho.

Comparando las mediciones del primer factor con las de la cartera de mercado no ponderada la correlación es de -0,96062, muy parecida a la de antes.

2. BOLSA DE BILBAO. DATOS MENSUALES

Agrupando las semanas podemos formar meses (que no coincidirán con los oficiales, sino que serán grupos de semanas -normalmente cuatro- para poder utilizar nuestro banco de datos; cada año tendrá así trece meses, con un total de 104 meses en el periodo total). Y, utilizando el mes como periodo base, repetimos el estudio anterior.

Calculadas las rentabilidades mensuales y tomando como cartera de mercado la media ponderada, los resultados del modelo de mercado pueden verse en el cuadro nº 4, alcanzándose una explicación total del 40,68%. Como dato curioso apuntaré que la variabilidad de la cartera de mercado aumenta considerablemente respecto al modelo semanal.

El resultado del CAPM es:

$$\overline{R} = \underset{(0,00644)}{0,01919} + \underset{(0,00657)}{0,01113}\,\beta + u_j \qquad R^2 = 0,1155 \quad \text{Desv. t.} = 0,00828$$

Rechazamos que el término independiente sea cero; respecto a que lo sea la pendiente, está en el límite con un 5%. Los resultados son muy pobres, con una explicación total del 12%.

Utilizando el análisis factorial, puede verse en el cuadro nº 5 que el primer factor explica el 43,48%. Este primer factor es prácticamente lo mismo (aunque con el signo cambiado) que la rentabilidad del mercado, lo que se puede comprobar haciendo la correlación entre las mediciones de ese primer factor y los valores de la cartera de mercado; el resultado es -0,96272. En los resultados de la rotación puede verse la relación de cada factor con los diferentes sectores.

Si utilizamos ahora como cartera de mercado la media sin ponderar, los resultados del modelo de mercado varían algo (véase el cuadro nº 6), alcanzándose una explicación total del 41,89%. El resultado del CAPM es:

$$\overline{R} = \underset{(0,003926)}{0,01431} + \underset{(0,00369)}{0,01542}\,\beta + u_j \qquad R^2 = 0,44267 \quad \text{Desv. t.} = 0,00657$$

Rechazamos que el término independiente y la pendiente sean cero. Los resultados vuelven a ser mejores, luego lo comentaremos.

Comparando las mediciones del primer factor con las de la cartera de mercado no ponderada la correlación es de -0,9776, parecida a la de antes.

3. ALGUNOS COMENTARIOS

Antes de pasar a los siguientes estudios me parece conveniente hacer unas breves reflexiones sobre lo anterior. En primer lugar vemos que la utilización de la media no ponderada para el cálculo de la cartera de mercado mejora el modelo de mercado (sobre todo la explicación de los títulos con poco peso), esto es una consecuencia de la metodología utilizada. Lo sorprendente es la mejoría del CAPM, que hemos de atribuir (Roll, 1977) a que tal cartera ha resultado más eficiente[1]. También podrían analizarse, aunque no entraremos en ello, sus superiores propiedades estadísticas.

Recordemos que la cartera de mercado trata de reproducir la marcha general de la economía, y eso parece más lógico que lo haga la media ponderada, si bien al estar manejando sólo unos pocos títulos (importantes dentro de la bolsa, pero con escaso peso en el total de la economía) puede no ser esto tan cierto. Lo que sí es verdad es que las carteras eficientes ex-post, al ser tomadas como carteras de mercado dan lugar a un ajuste perfecto, lo que hace que pensemos que en este caso se ha dado una mayor eficiencia en la cartera no ponderada. En mi opinión esto tiene bastante de casualidad, y se da en estos datos concretos; estudios posteriores podrán confirmar o refutar esta idea (en el resto de trabajos aquí resumidos no se confirma como veremos).

Otra conclusión importante es que las betas varían de un modelo a otro (también varían según el corte temporal que se haga, G-B, 1989a). Incluso hemos hecho pruebas (que no adjuntamos) con periodos base de cuatro semanas y sobre los mismos datos, pero corriendo alguna semana, con resultados bastante diferentes, sobre todo en la contrastación del CAPM.

Hemos hecho también un repaso a los problemas econométricos más frecuentes que se plantean en este tipo de estudios (véase Bergés, 1984), centrándonos principalmente en el primer caso (semanal ponderado). Así en el modelo de mercado no se aprecia autocorrelación y sí cierta heteroscedasticidad.

Respecto a la heteroscedasticidad en la contrastación del CAPM, frecuentemente analizada, también se aprecia (aunque son muy pocos datos), pero no hemos encontrado una variable explicativa. Comenzamos relacionando el cuadrado de los residuos del CAPM con las varianzas de las perturbaciones del modelo de mercado, sin éxito. Tampoco hay relación con el riesgo sistemático, ni con la desviación típica, ni con el sector de actividad.

Lo que sí parece claro es que existirán errores de medición en las betas, que en el CAPM actúan como variable explicativa. Pero esto es difícil de arreglar.

Lo que sí se da es que los títulos del mismo sector tienen normalmente residuos del mismo signo, apareciendo una especie de autocorrelación sectorial, lo que da sentido a utilizar el análisis factorial.

[1] Nota de los editores: Entendiendo más eficiente en el sentido de ajustar mejor el posterior CAPM, y no necesariamente como cercanía a la frontera eficiente. Sólo si está en la frontera tendríamos la seguridad del ajuste perfecto.

Lamentablemente tal análisis no da más que un factor relevante por lo que difícilmente se justifica la complicación que supone el APT.

4. BOLSA DE MADRID. DATOS DIARIOS

Tomando otra perspectiva, puede ser interesante estudiar datos diarios, para ello hemos de acudir al mercado más grande, que en España es el de Madrid, pues si no encontraríamos pocos valores con cotización continuada.

Con la metodología ya citada (G-B, 89a), tomamos 30 valores según la frecuencia de cotización de la Bolsa de Madrid (una muestra más amplia daría entrada a títulos con frecuencia menor) y calculamos sus rentabilidades diarias desde el 2 de Enero hasta el 29 de Mayo de 1989, lo que supone 100 días.

Tenemos los siguientes valores:

BBV	BANCO DE FOMENTO
BANCO DE ANDALUCIA	BANCO HISPANO
BANCO ATLANTICO	BANCO PASTOR
BANKINTER	BANCO POPULAR
BANCO EXTERIOR	BANCO DE SANTANDER
BANCO ZARAGOZANO	VIESGO
AZUCARERA	TUDOR
TABACALERA	AMPER
CANTABRICO	ARAGONESAS
ENDESA	EXPLOSIVOS
ESPAÑOLA	PETROLEOS
FECSA	SARRIO
IBERDUERO	DRAGADOS
SEVILLANA	URALITA
FENOSA	TELEFONICA

Tomadas las rentabilidades diarias y utilizando como cartera de mercado la media ponderada, los resultados del modelo de mercado pueden verse en el cuadro nº 7, alcanzándose una explicación total del 17,22%, mucho más baja que antes. El resultado del CAPM es:

$$\overline{R} = \underset{(0{,}0006252)}{0{,}00130} + \underset{(0{,}00048)}{0{,}00022}\,\beta + u_j \qquad R^2 = 0{,}00709$$

$$\text{Desv. t.} = 0{,}00145$$

Se ve que el modelo no explica casi nada, apareciendo una recta prácticamente paralela al eje de abscisas. En realidad el problema es que los promedios son muy parecidos entre todos los títulos.

Utilizando el análisis factorial, puede verse en el cuadro nº 8 que el primer factor explica el 23,27%, algo más que el modelo de mercado, bajando mucho la explicación en los demás factores. Ese primer factor es algo bastante parecido a la rentabilidad del mercado (con signo cambiado), y eso se puede comprobar haciendo la correlación entre las mediciones de ese primer factor y los valores de la cartera de mercado; el resultado es -0,8346. En los resultados de la rotación puede analizarse la identificación de cada factor con los diferentes sectores.

Si utilizamos ahora como cartera de mercado la media sin ponderar, los resultados del modelo de mercado varían algo (véase el cuadro nº 9), alcanzándose una explicación total del 22,87%. El resultado del CAPM es:

$$\overline{R} = 0{,}00141 + 0{,}00014\,\beta + u_j \qquad R^2 = 0{,}00349$$
$$(0{,}0005325) \quad (0{,}00046) \qquad \text{Desv. t.} = 0{,}00145$$

Los resultados son algo peores que en el ponderado. Comparando las mediciones del primer factor con las de la cartera de mercado no ponderada, la correlación es de -0,98886, mayor que antes. Vemos que en este caso la utilización de la cartera no ponderada, sólo aumenta la explicación del modelo de mercado, identificándose con el primer factor, pero nada aporta al CAPM.

5. MERCADO CONTINUO. DATOS DIARIOS

Dado que en 1989 ha comenzado a funcionar el mercado continuo, he querido completar este estudio aplicando la misma metodología a dicho mercado. En tal sentido podemos considerarlo como una aportación pionera en este campo, pero que indudablemente podrá ser mejorada cuando el mercado esté más rodado y con más títulos. La cartera de mercado puede ser también más criticada en este caso.

Hemos tomado los primeros 22 títulos que llegaron a los 100 días de cotización en el mercado continuo, calculando las rentabilidades diarias para el periodo que va desde el 31 de Julio de 1989 hasta el 26 de Diciembre del mismo año (100 rentabilidades).

Tenemos los siguientes valores:

ATOS HORNOS
ARAGONESA
AZUCARERA
CANTABRICA
CATALGAS
DURO FELGUERA
HIDROLA
KOIPE
MAPFRE
MOTOR IBERICA
NUEVA MONTAÑA
PAPELERA ESPAÑOLA
PETROMED
RENTA INMOBILIARIA
SARRIO
SNIACE
TUBACEX
UNION Y EL FENIX
URALITA
VALLEHERMOSO
VIDRALA
ZARDOYA

La única particularidad es que al tomar los datos de la información que proporciona el BBV (igual que el resto del estudio), los viernes se toma una cotización algo anterior al cierre.

Con las rentabilidades diarias y utilizando como cartera de mercado la media ponderada, los resultados del modelo de mercado pueden verse en el cuadro nº 10, con una explicación total del 27,47%. El resultado del CAPM es:

$$\overline{R} = -0{,}00076 + 0{,}001\ \beta + u_j \qquad R^2 = 0{,}03096$$
$$(0{,}001305) \quad (0{,}00125) \qquad \text{Desv. t.} = 0{,}00221$$

Se ve que el modelo no explica prácticamente nada, pudiendo aceptarse que vale cero tanto el término independiente como la pendiente.

Utilizando el análisis factorial, puede verse en el cuadro nº 11 que el primer factor explica el 31,16%, algo más que el modelo de mercado, bajando mucho la explicación en los demás factores. Ese primer factor es muy parecido a la rentabilidad del mercado, lo que se puede comprobar calculando la correlación entre las mediciones de ese primer factor y los valores de la cartera de mercado; el resultado es 0,9269. En los resultados de la rotación puede verse la difícil identificación de cada factor en este caso.

Si utilizamos ahora como cartera de mercado la media sin ponderar, los resultados del modelo de mercado varían poco (véase el cuadro nº 12), alcanzándose una explicación total del 30,16%. El resultado del CAPM es:

$$\overline{R} = -0{,}00051 + 0{,}00073\ \beta + u_j \qquad R^2 = 0{,}01767$$
$$(0{,}0012998) \quad (0{,}00121) \qquad \text{Desv. t.} = 0{,}00223$$

Los resultados son aún peores que en el ponderado, que ya era muy malo. Comparando las mediciones del primer factor con las de la cartera de mercado no ponderada la correlación es de 0,9808, algo mayor que antes. Vemos que en este caso, nuevamente, la utilización de la cartera no ponderada, sólo aumenta la explicación del modelo de mercado, identificándose con el primer factor, pero nada aporta al CAPM.

Hemos realizado alguna otra prueba, que no adjuntamos, cambiando algo las condiciones de entrada de datos, pero tan defendibles como las antes planteadas. El resultado ha sido que el modelo CAPM varía bastante, siendo más parecidos el modelo de mercado y el factorial.

CONCLUSIONES

De todo lo anterior puede colegirse que el CAPM da resultados desiguales en la bolsa española, al menos a la vista de estos estudios; careciendo de interés para el caso de datos diarios, lo que puede justificarse por el hecho de que la bolsa española no es tan rápida como para ajustarse diariamente. También puede influir el que el mercado continuo se ha tomado en sus inicios, faltándole el necesario rodaje.

Un hecho curioso es que en algunos casos el tomar la media no ponderada para el modelo de mercado mejora notablemente el CAPM. Es un tema que se puede estudiar, pero personalmente me inclino por pensar que ha habido en esto algo de casualidad, que ha hecho que la media no ponderada sea más eficiente ex-post.

El modelo de mercado da en todos los casos resultados bastante satisfactorios y similares al del primer factor del modelo factorial. El resto de los factores son escasamente relevantes, lo que no anima a continuar con el estudio del APT.

Cuando sobre datos similares se ha aplicado la metodología, parece que el modelo factorial y el de mercado quedan relativamente parecidos. Sin embargo el CAPM varía considerablemente. De aquí podemos aventurar una mayor "robustez" de los primeros frente al segundo, pero esto debe ser estudiado más ampliamente.

BIBLIOGRAFIA

BERGES, A. (1984): *El mercado español de capitales en un contexto internacional*, Ministerio de Economía y Hacienda, Madrid.

COPELAND, T.E. y WESTON, J.F. (1988): *Financial theory and corporate policy*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 3ª ed.

GOMEZ-BEZARES, F. (1988): *Las decisiones financieras en la práctica*, Desclée de Brouwer, Bilbao, 2ª ed.

GOMEZ-BEZARES, F. (1989a): "Modelos de valoración de acciones en la bolsa de Bilbao", *Cuadernos de gestión*, 8, Marzo, págs. 103-128.

GOMEZ-BEZARES, F. (1989b): *Dirección financiera*, Desclée de Brouwer, Bilbao.

RODRIGUEZ CASTELLANOS, A. (1989): "Volatilidad y equilibrio en mercados polarizados: El caso de la Bolsa de Bilbao", *Economía y empresa*, Enero-Abril, págs. 51-67.

ROLL, R. (1977): "A critique of the asset pricing theory tests", *Journal of financial economics*, Marzo, págs. 129-176.

MERCADO DE BILBAO. PERIODO 80-87
MODELO DE MERCADO. RENTABILIDADES SEMANALES
CARTERA DE MERCADO PONDERADA

	α	ß	Desviación típica de ß	Desviación típica de U	R^2
B.BILBAO	0,00145	0,8383	0,03476	0,02136	0,58296
B.CENTRAL	0,00176	0,81519	0,0403	0,02476	0,49584
BANESTO	0,00074	1,03796	0,04473	0,02748	0,56418
B.GUIPUZCOANO	-0,00004	0,66905	0,06129	0,03766	0,22264
B.HISPANO	-0,0018	1,12222	0,05336	0,03278	0,51536
B.POPULAR	0,00052	1,17867	0,04333	0,02662	0,64013
B.SANTANDER	0,00187	0,82746	0,04145	0,02547	0,4893
B.VIZCAYA	0,00201	0,95436	0,03841	0,0236	0,59747
S.AURORA	0,00392	0,19066	0,06481	0,03982	0,02038
S.BILBAO	0,00361	0,6475	0,13556	0,08329	0,05199
CARTINBAO	0,00446	0,35718	0,05216	0,03205	0,10131
FINSA	0,00651	0,24818	0,05975	0,03671	0,03983
HIDROLA	-0,00159	1,07516	0,04801	0,0295	0,54659
ALTOS HORNOS	0,00346	1,32596	0,17659	0,1085	0,11935
UNION CERRAJERA	0,0028	1,08544	0,17394	0,10687	0,08559
TUBACEX	0,00066	1,47382	0,12332	0,07577	0,2556
TELEFONICA	-0,00045	1,04507	0,03964	0,02436	0,62557
RIOTINTO	0,00145	1,42077	0,1347	0,08276	0,211
PAPELERA	0,0054	1,43976	0,15404	0,09465	0,17355
EMPETROL	0,00022	1,1745	0,06716	0,04126	0,42494
LEMONA	0,0034	0,67221	0,07129	0,0438	0,1761
VACESA	0,00406	0,62211	0,06655	0,04089	0,17361
IBERDUERO	-0,00057	1,09555	0,05309	0,03262	0,50585
SEVILLANA	-0,00134	1,12957	0,05153	0,03166	0,53597

R^2 TOTAL = 8,15511
% DE VARIANZA EXPLICADA = 33,98%

Cuadro nº 1

MERCADO DE BILBAO. PERIODO 80-87
MODELO FACTORIAL. RENTABILIDADES SEMANALES

Antes rotación	F1	F2	F3	F4	F5	VAR. EXPLIC.
BILBAO	-0,8007	-0,2316	0,2036	-0,0303	-0,0059	0,7371
CENTRAL	-0,6971	-0,4182	0,1318	0,2012	0,0332	0,7199
BANESTO	-0,7627	-0,279	0,079	0,1374	0,0764	0,6905
GUIPUZCOANO	-0,5408	-0,0948	0,093	-0,1845	-0,2127	0,3894
HISPANO	-0,7433	-0,2306	0,0126	0,1728	0,0842	0,6428
POPULAR	-0,8254	-0,1636	0,1724	0,0727	0,06	0,7468
SANTANDER	-0,7069	-0,3941	0,1371	0,0848	-0,0076	0,6811
VIZCAYA	-0,7828	-0,2673	0,2423	0,0334	0,1065	0,7554
AURORA	-0,1576	0,0475	0,0749	-0,4381	0,6059	0,5918
S. BILBAO	-0,278	-0,105	-0,2317	-0,4035	0,4433	0,5014
CARTINBAO	-0,3825	-0,0678	0,1652	-0,5	-0,254	0,4927
FINSA	-0,2292	-0,0515	0,1374	-0,404	-0,5521	0,5421
HIDROELEC.	-0,699	0,5395	0,1847	0,1608	0,0019	0,8396
ALTOS HOR.	-0,4053	-0,032	-0,4579	0,2184	-0,033	0,4238
UNION CERR.	-0,3893	0,0016	-0,5114	-0,05	-0,1299	0,4325
TUBACEX	-0,6056	0,0316	-0,4813	0,0109	0,0486	0,6019
TELEFONICA	-0,6716	0,2671	0,0981	0,0462	0,0871	0,5417
RIO TINTO	-0,5519	0,0002	-0,4516	-0,0427	-0,1826	0,5437
PAPELERA	-0,5088	0,0725	-0,4805	0,0043	0,0457	0,4971
EMPETROL	-0,6965	0,0979	-0,1706	0,0658	-0,1569	0,5527
LEMONA	-0,4851	0,2929	-0,0851	-0,2594	0,0822	0,4024
VACESA	-0,4829	0,0918	0,0134	-0,4553	-0,0743	0,4546
IBERDUERO	-0,6652	0,55	0,1981	0,0778	0,0121	0,7904
SEVILLANA	-0,6999	0,5345	0,2157	0,1715	0,0037	0,8516
Var. explicada	36,33%	7,10%	6,63%	5,42%	4,62%	

Cuadro nº 2

MERCADO DE BILBAO. PERIODO 80-87
MODELO FACTORIAL. RENTABILIDADES SEMANALES

Después rotación	F1	F2	F3	F4	F5	VAR. EXPLIC.
BILBAO	-0,7402	0,2716	-0,1583	-0,2784	0,1137	0,7371
CENTRAL	-0,8226	0,0887	-0,1797	-0,0543	-0,0083	0,7199
BANESTO	-0,7559	0,2109	-0,25	-0,0771	0,0788	0,6905
GUIPUZCOANO	-0,3838	0,183	-0,1666	-0,4248	0,0208	0,3894
HISPANO	-0,7029	0,2272	-0,3032	-0,0284	0,066	0,6428
POPULAR	-0,7404	0,3497	-0,1962	-0,1618	0,1077	0,7468
SANTANDER	-0,7821	0,0938	-0,1785	-0,1664	0,0329	0,6811
VIZCAYA	-0,7903	0,2611	-0,1038	-0,1667	0,1552	0,7554
AURORA	-0,0577	0,1034	0,1033	-0,0002	0,7531	0,5918
S. BILBAO	-0,1262	-0,0465	-0,2402	-0,0598	0,6496	0,5014
CARTINBAO	-0,1966	0,0926	-0,0213	-0,6491	0,1537	0,4927
FINSA	-0,0649	0,0188	-0,0255	-0,7161	-0,155	0,5421
HIDROELEC.	-0,253	0,8617	-0,1658	-0,075	-0,0082	0,8396
ALTOS HOR.	-0,2051	0,0847	-0,5991	0,109	-0,0615	0,4238
UNION CERR.	-0,0777	0,0409	-0,6377	-0,1307	0,0312	0,4325
TUBACEX	-0,2522	0,2023	-0,6857	-0,0379	0,1606	0,6019
TELEFONICA	-0,3504	0,5927	-0,2041	-0,0949	0,1301	0,5417
RIO TINTO	-0,2041	0,137	-0,6626	-0,2103	0,0049	0,5437
PAPELERA	-0,1599	0,185	-0,6442	-0,0176	0,1483	0,4971
EMPETROL	-0,3627	0,3849	-0,4818	-0,1973	-0,0441	0,5527
LEMONA	-0,0716	0,4197	-0,2692	-0,2393	0,3024	0,4024
VACESA	-0,1536	0,2457	-0,1836	-0,5012	0,2929	0,4546
IBERDUERO	-0,2075	0,8442	-0,1333	-0,1221	0,0446	0,7904
SEVILLANA	-0,2691	0,8686	-0,1389	-0,0718	-0,0159	0,8516
Var. explicada	20,52%	14,50%	12,18%	7,26%	5,61%	

Cuadro nº 2 (Continuación)

MERCADO DE BILBAO. PERIODO 80-87
MODELO DE MERCADO. RENTABILIDADES SEMANALES
CARTERA DE MERCADO NO PONDERADA

	α	ß	Desviación típica de ß	Desviación típica de U	R^2
B.BILBAO	0,00101	0,7384	0,03584	0,02327	0,50502
B.CENTRAL	0,00165	0,67393	0,04235	0,0275	0,37839
BANESTO	0,00028	0,90287	0,04639	0,03012	0,47664
B.GUIPUZCOANO	-0,00105	0,67939	0,05674	0,03684	0,02563
B.HISPANO	-0,00266	1,0269	0,05221	0,039	0,48183
B.POPULAR	-0,00005	1,03228	0,04594	0,02983	0,54823
B.SANTANDER	0,00167	0,69713	0,04295	0,02788	0,38779
B.VIZCAYA	0,00179	0,80157	0,04168	0,02706	0,47061
S.AURORA	0,00331	0,23746	0,06087	0,03952	0,03529
S.BILBAO	0,00018	0,9956	0,12239	0,07946	0,13724
CARTINBAO	0,00376	0,38556	0,04852	0,0315	0,13181
FINSA	0,00599	0,27225	0,05614	0,03645	0,05351
HIDROLA	-0,00167	0,881	0,05184	0,03366	0,40978
ALTOS HORNOS	-0,00249	1,8904	0,15206	0,09873	0,52045
UNION CERRAJERA	-0,00411	1,82756	0,14699	0,09543	0,27093
TUBACEX	-0,00447	1,89755	0,09819	0,06375	0,47307
TELEFONICA	0,00001	0,78264	0,04782	0,03104	0,39174
RIOTINTO	-0,00373	1,86035	0,1108	0,07194	0,40393
PAPELERA	-0,00059	1,98716	0,12736	0,08269	0,36915
EMPETROL	-0,00155	1,19496	0,05993	0,03891	0,48868
LEMONA	0,00186	0,7547	0,06446	0,04185	0,24784
VACESA	0,00282	0,67381	0,06089	0,03953	0,2274
IBERDUERO	-0,0006	0,88928	0,05663	0,03677	0,37215
SEVILLANA	-0,00137	0,91731	0,00557	0,03616	0,39469

R^2 TOTAL = 8,2018
% DE VARIANZA EXPLICADA = 34,17%

Cuadro nº 3

MERCADO DE BILBAO. PERIODO 80-87
MODELO DE MERCADO. RENTABILIDADES MENSUALES
CARTERA DE MERCADO PONDERADA

	α	ß	Desviación típica de ß	Desviación típica de U	R^2
B.BILBAO	0,00238	1,02451	0,06728	0,05009	0,6945
B.CENTRAL	0,00681	0,89789	0,09028	0,06721	0,49284
BANESTO	-0,0019	1,12426	0,07663	0,05705	0,67847
B.GUIPUZCOANO	-0,00236	0,7764	0,11018	0,08203	0,32741
B.HISPANO	-0,00956	1,27829	0,09264	0,06897	0,65118
B.POPULAR	0,00016	1,27651	0,06989	0,05203	0,76584
B.SANTANDER	0,00666	0,86962	0,06815	0,05073	0,61487
B.VIZCAYA	0,00408	1,1729	0,06595	0,0491	0,75613
S.AURORA	0,01187	0,38449	0,1155	0,08599	0,09799
S.BILBAO	0,1337	0,71477	0,2151	0,16014	0,09768
CARTINBAO	0,01781	0,59748	0,17569	0,1308	0,10183
FINSA	0,02226	0,67575	0,17809	0,13258	0,1237
HIDROLA	-0,00356	0,92958	0,07454	0,05549	0,60394
ALTOS HORNOS	0,01542	1,01857	0,26754	0,19918	0,12442
UNION CERRAJERA	0,00892	1,06455	0,26945	0,2006	0,13272
TUBACEX	0,01085	1,06618	0,19283	0,14356	0,23061
TELEFONICA	0,00015	1,00278	0,06538	0,04868	0,69754
RIOTINTO	0,00583	1,47107	0,21737	0,16183	0,30988
PAPELERA	0,02657	1,19015	0,24968	0,18589	0,18217
EMPETROL	0,00223	1,17739	0,11723	0,08728	0,49722
LEMONA	0,0117	0,58656	0,11486	0,08551	0,20361
VACESA	0,01487	0,61068	0,10767	0,08016	0,23977
IBERDUERO	0,00156	0,84755	0,0799	0,05949	0,52452
SEVILLANA	-0,00174	0,96803	0,076	0,05658	0,61402

R^2 TOTAL = 9,76286
% DE VARIANZA EXPLICADA = 40,68%

Cuadro nº 4

MERCADO DE BILBAO. PERIODO 80-87
MODELO FACTORIAL. RENTABILIDADES MENSUALES

Antes rotación	F1	F2	F3	F4	F5	VAR. EXPLIC.
BILBAO	-0,8422	-0,2789	-0,1511	-0,132	-0,1213	0,8421
CENTRAL	-0,6547	-0,1498	-0,5033	-0,1776	0,1054	0,747
BANESTO	-0,8052	-0,1464	-0,2475	-0,1044	-0,0126	0,7421
GUIPUZCOANO	-0,6243	-0,0689	-0,1137	-0,0376	-0,0548	0,4119
HISPANO	-0,8011	-0,2806	-0,2184	-0,0455	-0,0231	0,7709
POPULAR	-0,8779	-0,3049	-0,042	-0,0285	-0,0415	0,8679
SANTANDER	-0,7604	-0,2313	-0,3015	-0,2507	-0,0233	0,786
VIZCAYA	-0,853	-0,3119	-0,0321	0,0043	0,0496	0,8284
AURORA	-0,3854	0,1253	0,3375	0,1129	-0,507	0,5479
S. BILBAO	-0,3388	-0,0743	-0,0442	0,1682	-0,5852	0,493
CARTINBAO	-0,3607	-0,1584	0,5866	-0,5352	0,1163	0,7993
FINSA	-0,3563	-0,0236	-0,2618	0,7093	-0,2217	0,7483
HIDROELEC.	-0,7748	-0,0655	0,3822	0,2991	0,2548	0,9049
ALTOS HOR.	-0,4435	0,6257	-0,1643	0,0429	0,1632	0,6437
UNION CERR.	-0,4696	0,6105	0,0188	0,1189	-0,0485	0,61
TUBACEX	-0,5982	0,5075	0,0393	-0,0985	-0,0762	0,6324
TELEFONICA	-0,734	-0,0843	0,0965	0,189	0,1227	0,6059
RIO TINTO	-0,6573	0,3817	-0,0129	0,0134	0,1725	0,6078
PAPELERA	-0,5306	0,5686	-0,2175	-0,2112	-0,0165	0,697
EMPETROL	-0,7774	0,2629	-0,1486	-0,0665	0,1496	0,7223
LEMONA	-0,5681	0,1665	0,3236	-0,3374	-0,2591	0,6361
VACESA	-0,5823	0,0157	0,31	-0,1124	-0,3233	0,5526
IBERDUERO	-0,7276	-0,0341	0,3738	0,3363	0,1696	0,8121
SEVILLANA	-0,7723	-0,1558	0,3091	0,2644	0,3081	0,8812
Var. explicada	43,47%	8,83%	7,12%	6,11%	4,82%	

Cuadro nº 5

MERCADO DE BILBAO. PERIODO 80-87
MODELO FACTORIAL. RENTABILIDADES MENSUALES

Después rotación	F1	F2	F3	F4	F5	VAR. EXPLIC.
BILBAO	-0,8199	0,1309	0,2651	-0,0682	-0,2787	0,8421
CENTRAL	-0,8196	0,2445	0,0314	0,0677	0,1	0,747
BANESTO	-0,7756	0,2559	0,2327	-0,0037	-0,1444	0,7421
GUIPUZCOANO	-0,5314	0,2181	0,2188	-0,0015	-0,1845	0,4119
HISPANO	-0,8013	0,1256	0,293	0,0252	-0,1627	0,7709
POPULAR	-0,7721	0,108	0,4321	-0,0611	-0,2641	0,8679
SANTANDER	-0,8487	0,1801	0,1161	-0,0912	-0,1075	0,786
VIZCAYA	-0,7428	0,0972	0,4808	-0,054	-0,182	0,8284
AURORA	-0,0193	0,1609	0,2006	-0,0289	-0,6932	0,5479
S. BILBAO	-0,2529	0,0066	-0,0036	0,2357	-0,6111	0,493
CARTINBAO	-0,1671	-0,0147	0,3033	-0,8079	-0,1626	0,7993
FINSA	-0,2011	0,0867	0,3039	0,7348	-0,2611	0,7483
HIDROELEC.	-0,2894	0,2211	0,8626	-0,0638	-0,1557	0,9049
ALTOS HOR.	-0,1019	0,7794	0,1227	0,0922	0,0481	0,6437
UNION CERR.	-0,0169	0,7212	0,1874	0,0865	-0,2169	0,61
TUBACEX	-0,2	0,6965	0,1579	-0,1089	-0,2656	0,6324
TELEFONICA	-0,4447	0,2224	0,579	0,0288	-0,1505	0,6059
RIO TINTO	-0,2888	0,6365	0,3396	-0,0399	-0,0485	0,6078
PAPELERA	-0,2852	0,7742	-0,0057	-0,0622	-0,0958	0,697
EMPETROL	-0,5144	0,6061	0,2947	-0,0381	-0,0453	0,7223
LEMONA	-0,2528	0,3408	0,1546	-0,4397	-0,4888	0,6361
VACESA	-0,2759	0,1904	0,2647	-0,2449	-0,557	0,5526
IBERDUERO	-0,2383	0,2175	0,8125	-0,0103	-0,2184	0,8121
SEVILLANA	-0,3727	0,1595	0,8408	-0,0639	-0,0761	0,8812
Var. explicada	24,86%	15,00%	15,56%	6,54%	8,39%	

Cuadro nº 5 (Continuación)

MERCADO DE BILBAO. PERIODO 80-87
MODELO DE MERCADO. RENTABILIDADES MENSUALES
CARTERA DE MERCADO NO PONDERADA

	α	ß	Desviación típica de ß	Desviación típica de U	R^2
B.BILBAO	0,00008	0,90992	0,07363	0,05735	0,59953
B.CENTRAL	0,00605	0,75555	0,09525	0,07418	0,38152
BANESTO	-0,00401	0,98464	0,08476	0,06601	0,56954
B.GUIPUZCOANO	-0,00666	0,77591	0,10291	0,08015	0,35786
B.HISPANO	-0,011199	1,12089	0,10081	0,07851	0,54794
B.POPULAR	-0,00206	1,11229	0,08325	0,06484	0,63636
B.SANTANDER	0,00589	0,73251	0,07588	0,0591	0,47746
B.VIZCAYA	0,00276	0,99796	0,08084	0,06296	0,59907
S.AURORA	0,00671	0,48589	0,10583	0,08242	0,17126
S.BILBAO	0,00563	0,84118	0,19979	0,15561	0,14806
CARTINBAO	0,01456	0,59523	0,16712	0,13016	0,11061
FINSA	0,01886	0,66338	0,16957	0,13207	0,13046
HIDROLA	-0,00603	0,8385	0,07697	0,05995	0,53777
ALTOS HORNOS	-0,00638	1,56114	0,2254	0,17555	0,31687
UNION CERRAJERA	-0,014	1,63604	0,22417	0,17459	0,34306
TUBACEX	-0,00611	1,4371	0,15463	0,12043	0,45852
TELEFONICA	0,00079	0,79344	0,08211	0,06395	0,47793
RIOTINTO	-0,01205	1,79684	0,1758	0,13692	0,50596
PAPELERA	0,00589	1,66309	0,20625	0,16063	0,3893
EMPETROL	-0,00732	1,27814	0,09466	0,07372	0,64126
LEMONA	0,00425	0,72749	0,09974	0,07768	0,34277
VACESA	0,0096	0,67347	0,0974	0,07586	0,31913
IBERDUERO	-0,00121	0,78194	0,07921	0,06169	0,48859
SEVILLANA	-0,00324	0,83748	0,08244	0,0642	0,50294

R^2 TOTAL = 10,05377
% DE VARIANZA EXPLICADA = 41,89%

Cuadro nº 6

MERCADO DE MADRID. PERIODO: Enero-Mayo, 1989
MODELO DE MERCADO. RENTABILIDADES DIARIAS
CARTERA DE MERCADO PONDERADA

	α	ß	Desviación típica de ß	Desviación típica de U	R^2
BBV	-0,00068	0,95886	0,23004	0,0118	0,15191
B.ANDALUCIA	0,00136	0,61772	0,16587	0,00851	0,12509
B.ATLANTICO	0,00068	1,05993	0,24508	0,01257	0,16166
BANKINTER	-0,00029	1,21271	0,24105	0,01236	0,20694
B.EXTERIOR	0,00088	0,42776	0,16969	0,0087	0,06148
B.FOMENTO	0,00145	0,38625	0,23932	0,01227	0,02615
B.HISPANO	0,00056	0,37193	0,14453	0,00741	0,06391
B.PASTOR	-0,00081	0,21371	0,13234	0,00679	0,02618
B.POPULAR	0,00026	0,50483	0,13935	0,00715	0,11918
B.SANTANDER	-0,00149	0,53977	0,15238	0,00782	0,11454
B.ZARAGOZAN	0,00236	0,52275	0,50107	0,0257	0,0111
G.AZUCARERA	0,00309	1,59846	0,43712	0,02242	0,12116
TABACALERA	0,00215	1,02038	0,33608	0,01724	0,08679
CANTABRICO	-0,00064	1,31514	0,25345	0,013	0,21726
ENDESA	0,00217	1,46684	0,24174	0,0124	0,27515
ESPAÑOLA	0,00015	1,07778	0,24695	0,01267	0,16414
FECSA	-0,00155	1,96088	0,49494	0,02539	0,13928
IBERDUERO	-0,00025	1,77726	0,21359	0,01096	0,4165
SEVILLANA	0,00078	1,49474	0,17555	0,009	0,42773
U.E.FENOSA	-0,00055	1,78726	0,25274	0,01296	0,34016
VIESGO	-0,00135	1,00939	0,32675	0,01676	0,08957
ACUM.TUDOR	0,00175	2,00382	0,46791	0,024	0,15901
AMPER	-0,00209	1,4012	0,33805	0,01734	0,15047
ARAGONESAS	-0,00049	1,35802	0,24184	0,0124	0,24533
EXPLOSIVOS	-0,00144	2,16355	0,47051	0,02413	0,17897
PETROLEOS	-0,00033	1,20596	0,27158	0,01393	0,16894
SARRIO	-0,00109	1,99067	0,3093	0,01586	0,29924
DRAGADOS	0,00141	1,75605	0,29664	0,01521	0,2654
URALITA	0,00201	0,95384	0,24001	0,01231	0,14002
TELEFONICA	0,00025	1,02109	0,19988	0,01025	0,21201

R^2 TOTAL = 5,16527
% DE VARIANZA EXPLICADA = 17,22%

Cuadro nº 7

MERCADO DE MADRID. PERIODO: Enero-Mayo, 1989
MODELO FACTORIAL. RENTABILIDADES DIARIAS

Antes rotación	F1	F2	F3	F4	F5	F6	VAR. EXPLIC.
BBV	-0,0498	-0,0181	0,1055	-0,445	-0,4046	0,1014	0,386
B.ANDALUCIA	-0,3864	-0,1342	0,0642	-0,2084	0,3145	0,1189	0,3279
B.ATLANTICO	-0,513	-0,448	0,2912	0,1677	-0,0687	-0,0014	0,5816
BANKINTER	-0,4661	-0,2183	-0,0204	-0,3441	0,2936	0,1275	0,4862
B.EXTERIOR	-0,295	-0,2162	0,7221	0,2205	-0,0396	-0,0339	0,7066
B.FOMENTO	-0,1983	0,0222	0,071	-0,3329	0,4617	0,0999	0,3788
B.HISPANO	-0,2874	-0,4754	0,2411	-0,1318	0,1457	-0,2492	0,4675
B.PASTOR	-0,1948	-0,2718	0,5579	0,2627	-0,0596	0,4209	0,6728
B.POPULAR	-0,3955	-0,4538	-0,1978	-0,358	0,2675	-0,0862	0,6086
B.SANTANDER	-0,2337	-0,3929	0,08	-0,1097	-0,0871	0,1973	0,2739
B.ZARAGOZANO	-0,1703	-0,0998	-0,2762	0,5813	0,3831	-0,2314	0,6534
G.AZUCARERA	-0,5161	0,3027	0,0664	-0,2442	0,0215	0,1193	0,4367
TABACALERA	-0,2679	0,2084	0,074	0,1833	0,0204	0,3337	0,266
CANTABRICO	-0,5819	-0,2527	-0,3195	0,1863	-0,1423	0,0971	0,5689
ENDESA	-0,4353	0,3564	-0,0792	0,2133	0,2515	0,1206	0,4462
ESPAÑOLA	-0,4919	-0,2761	-0,4099	0,0037	-0,239	0,0295	0,5443
FECSA	-0,5178	0,0286	-0,2552	0,0817	-0,3226	-0,0317	0,4458
IBERDUERO	-0,7114	-0,1198	-0,2768	0,1459	-0,0599	0,2208	0,6707
SEVILLANA	-0,7165	-0,2399	-0,2177	0,0609	-0,0354	0,02	0,6237
FENOSA	-0,7344	-0,0778	-0,2483	0,1812	-0,2719	0,0566	0,717
VIESGO	-0,2861	0,1667	-0,2278	-0,2947	0,1886	0,3656	0,4176
ACUM.TUDOR	-0,5777	0,2312	0,116	-0,1983	0,1395	0,0642	0,4636
AMPER	-0,5508	-0,2265	0,2087	0,0134	0,0953	-0,192	0,4444
ARAGONESAS	-0,647	0,3379	0,0133	-0,1863	-0,02	-0,1109	0,5803
EXPLOSIVOS	-0,5212	0,1889	0,0963	0,0462	-0,032	-0,3404	0,4356
PETROLEOS	-0,5613	0,3102	0,1248	-0,2025	-0,0818	-0,2719	0,5485
SARRIO	-0,6359	0,428	0,2342	-0,0378	-0,2856	0,0848	0,7326
DRAGADOS	-0,6512	0,2522	0,2263	0,1085	-0,09	-0,0097	0,5588
URALITA	-0,542	0,1231	0,0308	0,0305	0,1051	-0,5976	0,6789
TELEFONICA	-0,2825	0,3042	0,0288	0,4336	0,414	0,2424	0,5913
Var. explicada	23,27%	7,33%	6,32%	5,85%	4,96%	4,65%	

Cuadro nº 8

MERCADO DE MADRID. PERIODO: Enero-Mayo, 1989
MODELO FACTORIAL. RENTABILIDADES DIARIAS

Después rotación	F1	F2	F3	F4	F5	F6	VAR. EXPLIC.
BBV	-0,0849	-0,0635	0,0112	-0,6065	0,0254	-0,0786	0,386
B.ANDALUCIA	-0,1269	-0,1062	0,154	0,0338	0,5195	0,0762	0,3279
B.ATLANTICO	-0,1403	-0,3654	0,636	0,0542	0,1318	-0,0595	0,5816
BANKINTER	-0,1288	-0,2172	0,1173	-0,0504	0,6372	0,0064	0,4862
B.EXTERIOR	-0,2293	0,0981	0,8003	0,0135	-0,037	0,0489	0,7066
B.FOMENTO	-0,105	0,1481	-0,0145	0,0316	0,5813	0,0823	0,3788
B.HISPANO	-0,1198	-0,1017	0,4344	0,0608	0,3236	-0,3816	0,4675
B.PASTOR	0,1357	-0,0291	0,7296	-0,0845	0,0058	0,3377	0,6728
B.POPULAR	-0,0348	-0,3401	0,0612	0,0274	0,6215	-0,3177	0,6086
B.SANTANDER	0,1187	-0,2794	0,3142	-0,1836	0,2184	-0,0411	0,2739
B.ZARAGOZANO	-0,0039	-0,2229	0,004	0,7762	-0,0321	-0,013	0,6534
G.AZUCARERA	-0,465	-0,1257	-0,0248	-0,1785	0,288	0,2988	0,4367
TABACALERA	-0,0979	-0,1117	0,1011	0,0293	0,0204	0,4821	0,266
CANTABRICO	-0,0998	-0,7209	0,1065	0,1115	0,0982	0,0765	0,5689
ENDESA	-0,3307	-0,1342	-0,0704	0,2995	0,1432	0,4513	0,4462
ESPAÑOLA	-0,0766	-0,721	-0,0258	-0,0391	0,1024	-0,0763	0,5443
FECSA	-0,3147	-0,575	-0,0343	-0,0565	-0,0805	0,0733	0,4458
IBERDUERO	-0,195	-0,7041	0,101	0,0935	0,2147	0,2681	0,6707
SEVILLANA	-0,2605	-0,6675	0,1656	0,1054	0,2653	0,0366	0,6237
U.E.FENOSA	-0,3349	-0,7507	0,1149	0,0297	0,0159	0,1644	0,717
VIESGO	-0,0498	-0,1632	-0,2432	-0,136	0,4436	0,3378	0,4176
ACUM.TUDOR	-0,4901	-0,1179	0,0669	-0,0602	0,3649	0,261	0,4636
AMPER	-0,3637	-0,2387	0,4015	0,1262	0,2544	-0,1154	0,4444
ARAGONESAS	-0,667	-0,2167	-0,0505	-0,0758	0,2191	0,1795	0,5803
EXPLOSIVOS	-0,6178	-0,165	0,1002	0,1253	0,0163	-0,0264	0,4356
PETROLEOS	-0,7136	-0,112	0,0109	-0,1023	0,1249	0,0243	0,5485
SARRIO	-0,6605	-0,205	0,1435	-0,2509	-0,0369	0,4116	0,7326
DRAGADOS	-0,59	-0,2234	0,2519	0,008	0,0364	0,3099	0,5588
URALITA	-0,7035	-0,1504	0,0541	0,2964	0,0883	-0,2494	0,6789
TELEFONICA	-0,1282	0,0047	0,0611	0,4837	0,1035	0,5714	0,5913
Var. explicada	12,82%	12,34%	7,71%	5,46%	7,67%	6,38%	

Cuadro nº 8 (Continuación)

MERCADO DE MADRID. PERIODO: Enero-Mayo, 1989
MODELO DE MERCADO. RENTABILIDADES DIARIAS
CARTERA DE MERCADO NO PONDERADA

	α	ß	Desviación típica de ß	Desviación típica de U	R^2
BBV	0,00025	0,09789	0,17902	0,01279	0,00307
B.ANDALUCIA	0,00131	0,47055	0,11798	0,00843	0,14089
B.ATLANTICO	0,00041	0,91942	0,16792	0,012	0,23611
BANKINTER	-0,0003	0,86381	0,17336	0,01239	0,20379
B.EXTERIOR	0,0008	0,34829	0,12065	0,00862	0,07912
B.FOMENTO	0,00125	0,39385	0,16941	0,01211	0,05278
B.HISPANO	0,00055	0,26983	0,10366	0,00741	0,06529
B.PASTOR	-0,00085	0,1727	0,09464	0,00676	0,03319
B.POPULAR	0,00021	0,38208	0,09926	0,00709	0,13251
B.SANTANDER	-0,00129	0,25595	0,11329	0,0081	0,04999
B.ZARAGOZANO	0,00165	0,81014	0,35218	0,02517	0,05173
G.AZUCARERA	0,0021	1,74905	0,28368	0,02027	0,28156
TABACALERA	0,00207	0,77165	0,23996	0,01715	0,09634
CANTABRICO	-0,00092	1,10333	0,17243	0,01232	0,29681
ENDESA	0,00239	0,89781	0,18227	0,01302	0,20008
ESPAÑOLA	0,00001	0,84937	0,17364	0,01241	0,19787
FECSA	-0,00261	2,0481	0,32153	0,02298	0,29493
IBERDUERO	-0,00044	1,37165	0,14451	0,01033	0,48154
SEVILLANA	0,0007	1,10601	0,12301	0,00879	0,45455
U.E.FENOSA	-0,00099	1,53978	0,15948	0,0114	0,49006
VIESGO	-0,00144	0,76471	0,23321	0,01666	0,09979
ACUM.TUDOR	0,00051	2,18705	0,29122	0,02081	0,36766
AMPER	-0,00276	1,40996	0,22093	0,01579	0,29573
ARAGONESAS	-0,00096	1,25853	0,15361	0,01098	0,40898
EXPLOSIVOS	-0,00221	2,00574	0,31216	0,02231	0,29855
PETROLEOS	-0,00083	1,16982	0,17781	0,01271	0,30855
SARRIO	-0,00156	1,69771	0,20155	0,0144	0,42246
DRAGADOS	0,00081	1,61576	0,18654	0,01333	0,43613
URALITA	0,00154	0,97173	0,1574	0,01125	0,28208
TELEFONICA	0,00061	0,49773	0,15351	0,01097	0,09778

R^2 TOTAL = 6,85992
% DE VARIANZA EXPLICADA = 22,87%

Cuadro nº 9

MERCADO CONTINUO. PERIODO: Julio-Diciembre, 1989
MODELO DE MERCADO. RENTABILIDADES DIARIAS
CARTERA DE MERCADO PONDERADA

	α	ß	Desviación típica de ß	Desviación típica de U	R^2
ALTOS HORNOS	0,00026	1,0448	0,15057	0,01783	0,32945
ARAGONESAS	-0,00188	1,22706	0,14412	0,01707	0,4252
AZUCARERA	0,00178	0,21827	0,1551	0,01837	0,01981
CANTABRICO	0,0005	1,05675	0,13239	0,01568	0,39399
CATALANA DE GAS	0,00256	0,82669	0,23174	0,02745	0,11493
DURO FELGUERA	-0,00267	0,75032	0,11665	0,01382	0,29685
HIDROLA	0,00212	1,29719	0,12914	0,0153	0,50729
KOIPE	-0,00041	1,21665	0,29075	0,03444	0,15159
MAPFRE	-0,00004	1,99547	0,26496	0,03138	0,3666
MOTOR IBERICA	-0,00268	0,63314	0,15544	0,01841	0,14479
NUEVO MONTE	-0,00202	0,96415	0,12924	0,01531	0,36222
PETROMED	-0,00018	0,68072	0,08927	0,01057	0,3724
PAPELERA ESP.	-0,00537	1,29813	0,13571	0,01607	0,48285
RENTA INMOB.	0,00523	1,42666	0,3352	0,0397	0,15601
SARRIO	-0,00093	0,63681	0,13521	0,01602	0,18457
SNIACE	-0,00111	1,07764	0,15817	0,01874	0,32143
TUBACEX	-0,00229	1,08487	0,14368	0,01702	0,36777
UNION DEL FENIX	-0,00026	0,96395	0,1831	0,02169	0,22046
URALITA	-0,00044	1,23007	0,14551	0,01724	0,42171
VALLEHERMOSO	0,00022	0,66575	0,14269	0,0169	0,18175
VIDRALA	-0,00101	0,72662	0,17233	0,02041	0,15355
ZARDOYA	-0,00078	0,40986	0,15294	0,01812	0,06828

R^2 TOTAL = 6,0435
% DE VARIANZA EXPLICADA = 27,47%

Cuadro nº 10

MERCADO CONTINUO. PERIODO: Julio-Diciembre, 1989
MODELO FACTORIAL. RENTABILIDADES DIARIAS

Antes rotación	F1	F2	F3	F4	F5	VAR. EXPLIC.
ALT.-HORNOS	-0,6844	-0,0031	0,0206	-0,223	0,0129	0,5188
ARAGONESA	-0,6832	0,3014	0,3999	0,0555	0,1427	0,741
AZUCARERA	-0,1586	-0,3346	-0,3372	-0,292	0,2698	0,4089
CANTABRICA	-0,5796	0,3509	-0,2004	0,2257	0,2566	0,616
CATALGAS	-0,2784	0,1539	0,3486	0,2519	-0,4588	0,4967
DUR.FELGUERA	-0,6635	-0,1437	0,1425	0,0987	0,151	0,5137
HIDROLA	-0,5819	0,1728	-0,1743	0,2225	0,2816	0,5277
KOIPE	-0,4612	0,0098	0,5216	0,0385	0,2549	0,5513
MAPFRE	-0,4799	-0,1068	-0,1105	0,5981	0,0543	0,6146
MOT.IBERICA	-0,2874	0,5752	0,3519	-0,1218	0,1228	0,5672
NUEV.MONT.	-0,7669	-0,1633	0,1315	-0,1479	0,0897	0,662
PETROMED	-0,7219	-0,2683	0,1171	-0,1257	-0,0736	0,6281
PAPER. ESPAÑ.	-0,8162	-0,188	-0,0328	-0,1102	-0,0406	0,7164
RENTA INM.	-0,3558	-0,3691	-0,1241	0,6661	-0,0489	0,7244
SARRIO	-0,5288	-0,4345	0,1054	-0,0848	-0,145	0,5077
SNIACE	-0,6823	-0,1599	-0,1932	-0,0567	-0,2153	0,578
TUBACEX	-0,6979	0,2305	0,0587	-0,2357	-0,166	0,6267
UNION FENIX	-0,3884	-0,1991	-0,2977	-0,0753	0,4471	0,4847
URALITA	-0,6929	-0,1072	-0,087	-0,183	-0,2606	0,6006
VALLEHERMOSO	-0,3841	0,5554	-0,368	0,1497	-0,3886	0,7648
VIDRALA	-0,4779	0,1758	-0,4293	-0,1904	-0,2836	0,5603
ZARDOYA OTIS	-0,1893	0,6086	-0,2824	-0,0531	0,28	0,5672
Var. explicada	31,16%	9,28%	6,77%	6,12%	5,66%	

Cuadro nº 11

MERCADO CONTINUO. PERIODO: Julio-Diciembre, 1989
MODELO FACTORIAL. RENTABILIDADES DIARIAS

Después rotación	F1	F2	F3	F4	F5	VAR. EXPLIC.
ALT.-HORNOS	-0,6228	0,1903	0,2867	0,0258	0,1087	0,5188
ARAGONESA	-0,3652	0,2463	0,7109	0,13	-0,1574	0,741
AZUCARERA	-0,2485	-0,0413	-0,1303	-0,0222	0,5727	0,4089
CANTABRICA	-0,1868	0,58	0,3308	0,3446	0,1287	0,616
CATALGAS	-0,2395	0,0209	0,159	0,1605	-0,6228	0,4967
DUR.FELGUERA	-0,4769	0,0263	0,4024	0,3358	0,1041	0,5137
HIDROLA	-0,2341	0,427	0,3121	0,3926	0,1974	0,5277
KOIPE	-0,2373	-0,1143	0,683	0,1188	-0,0359	0,5513
MAPFRE	-0,1835	0,1498	0,1236	0,7364	-0,0311	0,6146
MOT.IBERICA	-0,0387	0,3567	0,5849	-0,2282	-0,2106	0,5672
NUEV.MONT.	-0,6779	0,0366	0,3928	0,1544	0,1518	0,662
PETROMED	-0,7268	-0,0568	0,2491	0,1756	0,0611	0,6281
PAPER. ESPAÑ.	-0,7655	0,1164	0,223	0,2252	0,128	0,7164
RENTA INM.	-0,1786	-0,089	-0,063	0,8239	-0,0417	0,7244
SARRIO	-0,6354	-0,2423	0,0801	0,1917	0,0456	0,5077
SNIACE	-0,7011	0,1784	-0,0245	0,2296	0,0355	0,578
TUBACEX	-0,631	0,3528	0,2905	-0,0739	-0,1191	0,6267
UNION FENIX	-0,2452	0,1308	0,1249	0,2147	0,588	0,4847
URALITA	-0,7518	0,1607	0,042	0,0842	-0,0256	0,6006
VALLEHERMOSO	-0,2397	0,746	-0,147	0,1167	-0,34	0,7648
VIDRALA	-0,5178	0,4966	-0,2123	-0,0192	0,0079	0,5603
ZARDOYA OTIS	0,1082	0,6944	0,1996	-0,086	0,1612	0,5672
Var. explicada	22,32%	10,68%	10,49%	9,05%	6,43%	

Cuadro nº 11 (Continuación)

MERCADO CONTINUO. PERIODO: Julio-Diciembre, 1989
MODELO DE MERCADO. RENTABILIDADES DIARIAS
CARTERA DE MERCADO NO PONDERADA

	α	ß	Desviación típica de ß	Desviación típica de U	R^2
ALTOS HORNOS	0,0007	1,146	0,13858	0,01672	0,41099
ARAGONESAS	-0,00134	1,26682	0,13591	0,01639	0,46992
AZUCARERA	0,00188	0,25039	0,15175	0,0183	0,02703
CANTABRICO	0,00099	0,96401	0,13569	0,01637	0,33996
CATALANA DE GAS	0,00294	0,78719	0,22846	0,02756	0,10806
DURO FELGUERA	-0,00236	0,85355	0,10597	0,01278	0,39831
HIDROLA	0,00275	1,05066	0,14622	0,01764	0,34506
KOIPE	0,00007	1,49099	0,27095	0,03268	0,23606
MAPFRE	0,00089	1,81909	0,27041	0,03262	0,3159
MOTOR IBERICA	-0,00237	0,4954	0,15729	0,01897	0,09191
NUEVO MONTE	-0,00163	1,11506	0,11211	0,01352	0,50235
PETROMED	0,00011	0,72708	0,08277	0,00998	0,44052
PAPELERA ESP.	-0,00482	1,42209	0,11709	0,01412	0,60084
RENTA INMOB.	0,00581	1,65614	0,31687	0,03822	0,21799
SARRIO	-0,00067	0,73037	0,1272	0,01534	0,25174
SNIACE	-0,00066	1,23691	0,14122	0,01703	0,43908
TUBACEX	-0,00182	1,13717	0,13527	0,01632	0,41899
UNION DEL FENIX	0,0002	0,81804	0,18614	0,02245	0,16463
URALITA	0,00011	1,21731	0,14209	0,01714	0,42824
VALLEHERMOSO	0,00053	0,62157	0,14162	0,01708	0,16427
VIDRALA	-0,00071	0,82747	0,16386	0,01976	0,20648
ZARDOYA	-0,00059	0,36672	0,15113	0,01823	0,05668

R^2 TOTAL = 6,63501
% DE VARIANZA EXPLICADA = 30,16%

Cuadro nº 12

LAS CARTERAS EN LA BOLSA DE BILBAO (1.980-1.987)

por Fernando Gómez-Bezares y Javier Santibáñez
Publicado en *Actualidad Financiera,* nº 28, Julio, 1.991, págs. F547-F559

1. INTRODUCCION

En las líneas que siguen vamos a estudiar la adecuación de algunos aspectos fundamentales de la teoría de cartera de Markowitz y del Modelo de Valoración de Activos de Capital (más conocido por sus iniciales en inglés: CAPM) a la realidad de los valores más importantes de la Bolsa de Bilbao en el periodo 1980-1987. Una parte importante de estos estudios han sido publicados con anterioridad (Gómez-Bezares, 1989a, 1990 a y b), lo que aquí haremos será resumir algunas de sus conclusiones y aportar algunas nuevas.

Lo primero a plantear será la razón del periodo elegido, y ésta es clara: se trata de un periodo suficientemente extenso y relativamente reciente. No hemos añadido datos más próximos pues en 1988 empiezan a producirse fusiones importantes en nuestra bolsa, y al comenzar a funcionar el mercado continuo en 1989, el tipo de análisis se ve afectado.

Partimos de los datos de los 24 valores más importantes que se cotizan en la bolsa de Bilbao, según su frecuencia de contratación en los años iniciales del periodo considerado; si hubiéramos querido tomar una muestra más amplia, nos habríamos encontrado con valores cuya frecuencia de contratación bajaba demasiado. Hemos empleado generalmente los valores de cotización de la bolsa bilbaína, tomando datos de la de Madrid cuando no había habido cotización en Bilbao. Lógicamente, el mercado de Madrid, por su mayor tamaño, resulta más fiable, pero las operaciones de arbitraje hacen que las diferencias sean pequeñas. Por otro lado, al ser algunos valores "típicamente bilbaínos", los datos de la bolsa de Bilbao pueden tener una mayor fiabilidad en algunos casos.

Antes de terminar con esta introducción, queremos resaltar que este trabajo ha supuesto el ir acumulando datos año tras año, para lo que ha sido necesaria la colaboración de grupos de alumnos de distintas promociones de la Universidad Comercial de Deusto. Ellos también nos han ayudado en cálculos y comprobaciones. Desde aquí queremos testimoniarles nuestro agradecimiento.

2. DATOS A UTILIZAR EN LA INVESTIGACION

Tenemos los siguientes valores:

BANCO DE BILBAO	BANCO CENTRAL
BANESTO	BANCO GUIPUZCOANO
BANCO HISPANOAMERICANO	BANCO POPULAR
BANCO SANTANDER	BANCO DE VIZCAYA
SEGUROS AURORA	SEGUROS BILBAO
CARTINBAO	FINSA
HIDROLA	ALTOS HORNOS
UNION CERRAJERA	TUBACEX
TELEFONICA	EXPLOSIVOS RIOTINTO
PAPELERA ESPAÑOLA	EMPETROL
CEMENTOS LEMONA	VACESA
IBERDUERO	SEVILLANA

El primer paso era calcular las rentabilidades semanales (optamos por ese periodo básico de análisis) de cada uno de estos valores en el periodo considerado (1980 - 1987). Para ello hemos utilizado:

A) Las cotizaciones al final de la sesión del viernes, en enteros, convertidos después en pesetas, que nos sirven simultáneamente como valor final de una semana y comienzo de la siguiente. Dichas cotizaciones se han tomado ex-derecho y ex-dividendo, cuando se daban estas circunstancias.

B) Los dividendos brutos tomados, en pesetas, el primer día que pueden cobrarse. El hecho de tomarlos brutos (sin restar las retenciones por impuestos) se debe a que no consideramos el impuesto sobre la renta (las retenciones son a cuenta de dicho impuesto), suponiendo que todos los agentes pagarán después el impuesto sobre la renta. Al tomarlos el primer día que pueden cobrarse, e introducirlos inmediatamente en la rentabilidad, se justifica el que la cotización sea ex-dividendo.

Cuando aparecen en una sociedad distintas clases de acciones, y por lo tanto con distintos derechos respecto al dividendo, el criterio seguido ha sido el de tomar el más alto de la serie, por ser el que se descuenta en Bolsa.

C) Los derechos tomados, en pesetas, al valor del primer día de cotización; esto justifica, de forma similar a lo visto antes, la utilización de la cotización ex-derecho.

La filosofía de todo lo anterior consiste en dar la entrada de fondos en la caja del accionista en la semana en que esto se produce, y en valores brutos, tal como aparecen en la base del impuesto sobre la renta. Es evidente que al tomar los citados valores del dividendo, cometemos el error de no considerar la deducción por dividendos que contempla nuestro impuesto sobre la renta[1]; pero la consideración de esta particularidad nos llevaría, por la misma razón, a considerar otras, como la posibilidad de desgravación por inversiones, el particular tratamiento de las plusvalías, el de los derechos, etc., lo que daría lugar a una casuística fiscal muy complicada y con notables diferencias individuales. Evidentemente, este planteamiento puede ser discutido, pero creemos que la consideración de las entradas y salidas, prescindiendo del impuesto sobre la renta, puede ser una aproximación suficiente.

Dada la forma de medir las rentabilidades, resulta indiferente que el dividendo se cobre al comienzo de la semana que al final, con tal de que sea dentro de la misma semana. Esto aconseja tomar un periodo básico de análisis (la semana en nuestro caso) suficientemente breve como para disculpar tal error. Hemos tomado datos semanales por ser el periodo más corto dentro de los utilizables. Los datos diarios podrían causar distorsiones debido a los fines de semana, puentes, etc., sin contar con la dificultad de reunir y manejar ese tipo de información, para un periodo de ocho años. La utilización de periodos más largos, como el mes, haría el análisis menos preciso. De todas formas la utilización de uno u otro periodo básico de análisis es bastante discutible, pues ha de considerarse también cuál es el espacio temporal “normal” que usan los accionistas en cada mercado para su actuación, lo que nos llevaría a la semana o incluso al mes.

Justificada la utilización de los datos, pasamos a la fórmula de cálculo de las rentabilidades. La rentabilidad semanal (semana t) de un valor (sea el i) se obtiene con la siguiente fórmula:

$$R_{it} = \frac{C_{it} + d_{it} + D_{it} - C_{i,t-1}}{C_{i,t-1}}$$

Siendo:

C_{it} Cotización final de la semana, en pesetas.

$C_{i,t-1}$ Cotización inicial de la semana (final de la anterior), en pesetas.

d_{it} Derechos vendidos en la semana, en pesetas.

D_{it} Dividendos cobrados en dicha semana, en pesetas.

Por lo tanto, de los datos obtenemos las 418 rentabilidades de los 24 valores.

[1] Nota de los editores: Deducción por dividendos que años después desapareció al cambiar el tratamiento de los dividendos en el impuesto sobre la renta.

3. CALCULO DE LA RENTABILIDAD DE MERCADO

Hemos calculado también la rentabilidad semanal de la cartera de mercado, para ello hemos usado varias aproximaciones: la ponderada, la sin ponderar, y, finalmente, una cartera equivalente al primer factor del modelo factorial (que luego explicaremos). Para el cálculo de la rentabilidad media ponderada del mercado hemos sumado la rentabilidad de cada título ponderada por el peso específico de ese título sobre el total de los 24 valores, es la que denominaremos cartera ponderada. Dicho peso específico se ha obtenido en función del valor de capitalización bursátil (VCB) de la sociedad al 1 de Enero de cada año. Su cálculo es fácil:

VCB = número de acciones x nominal x cotización[2]

Así el peso específico de cada título (i) se obtiene del siguiente cociente:

$$\frac{VCB_i}{\sum_i VCB_i}$$

Este cálculo se ha hecho para cada año, porque consideramos que así se recoge mejor el peso de cada valor dentro del total a lo largo del tiempo. Esta forma de calcular, o mejor de aproximar, la rentabilidad del mercado es lógicamente discutible, pero con los datos que se poseen puede ser un buen sistema.

La segunda alternativa consiste en calcular una media no ponderada de los 24 títulos obteniendo la cartera no ponderada.

La tercera alternativa es más original, y consiste en el cálculo de una cartera equivalente al primer factor del modelo factorial obtenido con las rentabilidades de los 24 títulos. No queremos cansar aquí al lector con consideraciones matemáticas que ya han aparecido en trabajos anteriores (los resultados del primer factor aparecen en Gómez-Bezares, 1989a, y en 1990b el razonamiento para el cálculo de la cartera). Creemos que puede ser suficiente con afirmar que hemos construido una cartera equivalente a un factor que es el que mejor explica la variabilidad de los 24 títulos. Llamaremos a esta cartera: cartera factor.

Con cada una de estas carteras construiremos un modelo de mercado, donde aparecerán las regresiones entre cada título y la cartera (un total de 24 regresiones). Y con las betas de ese modelo de mercado tendremos la posibilidad de testar el CAPM. Este proceso lo repetiremos tres veces, una con cada cartera.

Sobre esta metodología se pueden discutir numerosos aspectos, muchos de ellos ya tratados en trabajos citados, de los que este pretende ser un resumen, de todas formas recordaremos

[2] Nota de los editores: En esta época la cotización se medía en tanto por ciento del nominal, era la cotización en enteros.

algunos puntos que pueden resultar interesantes. Así existe el problema de la elección de la cartera de mercado, que siempre plantea dificultades en este tipo de estudios. En nuestro caso hemos propuesto tres alternativas, conscientes de que ninguna es óptima; veremos hasta qué punto pueden resultar suficientemente válidas.

Importantes pueden ser los problemas estadísticos que se plantean tanto en el modelo de mercado como en la posterior contrastación del CAPM, ampliamente debatidos por la literatura especializada. En nuestro caso hemos preferido prescindir de ellos, conscientes de la simplificación que eso supone. Con todo, en los trabajos anteriormente citados, ya se estudió la posibilidad de utilizar procedimientos estadísticos más sofisticados, rechazándose en nuestro caso su conveniencia.

4. LA FRONTERA EFICIENTE

Un primer cálculo interesante puede ser la búsqueda del mapa de oportunidades posibles y de la frontera eficiente, según la teoría de cartera de Markowitz. Hechos los cálculos correspondientes (véase Gómez-Bezares, 1990b) llegamos a los resultados siguientes, que dan lugar a la frontera eficiente de la figura 1:

E = 0,0065	VAR = 0,0003961569
E = 0,0095	VAR = 0,0007875206
E = 0,0125	VAR = 0,0017194892
E = 0,0225	VAR = 0,0087304170

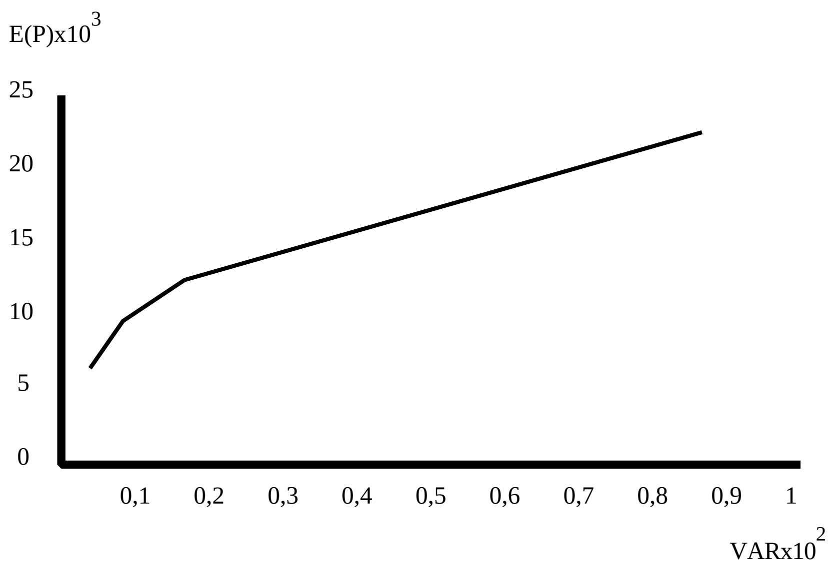


Figura 1

Introduciendo el título sin riesgo, que suponemos para esta época con una rentabilidad bruta del 17% anual, lo que equivale a un 0,30238655% semanal capitalizable, llegamos a los resultados siguientes y a la figura 2:

E = 0,0030238655*	VAR = 0
E = 0,0060	VAR = 0,000164479
E = 0,0090	VAR = 0,000663202
E = 0,010359074	VAR = 0,000999158

* Es el título sin riesgo.

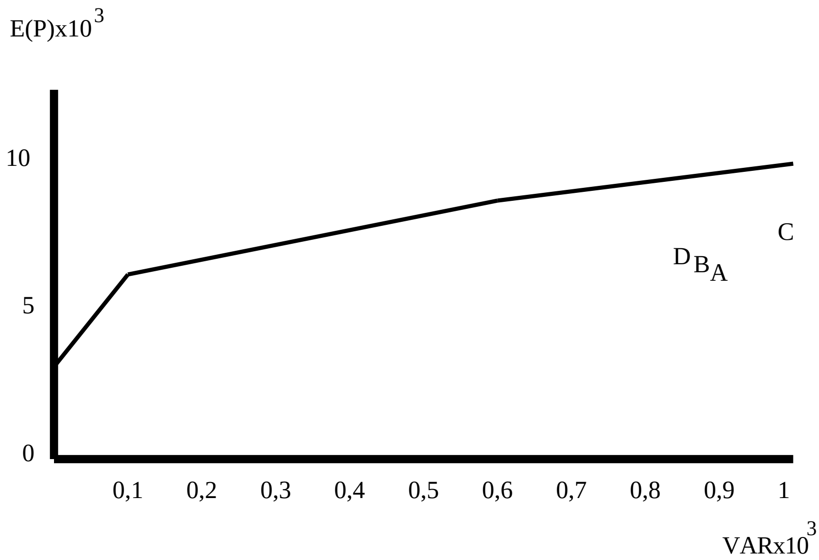


Figura 2

En la figura 2 aparecen además cuatro carteras (A, B, C y D) que corresponden a cuatro posibles aproximaciones a la "cartera de mercado". Así la A es una cartera que contiene los 24 títulos, en porcentajes proporcionales a su peso en el mercado al comienzo del periodo considerado (1980). La B es muy similar, diferenciándose sólo en que los pesos se toman al final del periodo (1987), entre la A y la B se encuentra la "cartera ponderada". La C es la que hemos denominado "cartera no ponderada". Finalmente la D es la "cartera factor". Los valores de media y varianza para las carteras citadas son:

E(A) = 0,00602719	VAR(A) = 0,00092523
E(B) = 0,00631134	VAR(B) = 0,00089326
E(C) = 0,00727349	VAR(C) = 0,00100842
E(D) = 0,00670379	VAR(D) = 0,000866356

Dado que ninguna de esas carteras es ex-post eficiente, el CAPM no se cumplirá de forma totalmente satisfactoria. Veremos a continuación los diferentes modelos de mercado y sus correspondientes CAPMes ajustados, y luego comentaremos los resultados.

5. RESULTADOS CON LA "CARTERA PONDERADA"

Tomadas las rentabilidades semanales de los 24 valores en las 418 semanas y utilizando como cartera de mercado la media ponderada, los resultados del modelo de mercado pueden verse en el cuadro nº 1, alcanzándose una explicación total del 33,98%. El resultado del CAPM es:

$$\overline{R} = 0{,}00459 + 0{,}0028\,\beta + u_j \qquad R^2 = 0{,}21161$$
$$(0{,}001178) \quad (0{,}00118) \qquad \text{D. típica} = 0{,}00202$$

Rechazamos que el término independiente sea cero; respecto a que lo sea la pendiente, se rechaza con un 5% pero se acepta con un 1%. Los resultados son bastante pobres, aunque no desastrosos, consiguiéndose una explicación total del 21%.

6. RESULTADOS CON LA "CARTERA NO PONDERADA"

Si utilizamos ahora como cartera de mercado la media sin ponderar, los resultados del modelo de mercado varían algo (véase el cuadro nº 2), alcanzándose una explicación total del 34,17%. El resultado del CAPM es:

$$\overline{R} = 0{,}00409 + 0{,}00318\,\beta + u_j \qquad R^2 = 0{,}54917$$
$$(0{,}000684) \quad (0{,}00061) \qquad \text{D. típica} = 0{,}00153$$

Rechazamos que el término independiente y la pendiente sean cero. Los resultados son mucho mejores, luego comentaremos este hecho.

7. RESULTADOS CON LA "CARTERA FACTOR"

Veamos lo que ocurre ahora tomando como cartera de mercado la que hemos llamado "cartera factor". Los resultados del modelo factorial pueden verse en el cuadro nº 3. En él puede apreciarse cómo la capacidad explicativa del modelo es del 36,33%, ligeramente mejor que el obtenido en los modelos de mercado anteriores, tomando las carteras “ponderada” y “no ponderada” como aproximaciones a la cartera de mercado. En cuanto al CAPM, el resultado es el siguiente:

$$\bar{R} = 0{,}00390 + 0{,}00325\ \beta + u_j \qquad R^2 = 0{,}39425$$
$$(0{,}000963) \quad (0{,}00086) \qquad \text{D. típica} = 0{,}00177$$

Rechazamos que el término independiente y el coeficiente de regresión sean iguales a cero. Puede verse cómo el resultado es significativamente mejor que el obtenido con la “cartera ponderada”, pero peor que el que resulta de utilizar la “cartera no ponderada”.

CONCLUSIONES

En primer lugar, y como ya quedaba explicitado en un artículo anterior (Gómez-Bezares, 1.990a), puede observarse cómo la utilización de la “cartera no ponderada” como aproximación a la cartera de mercado mejora el modelo de mercado si lo comparamos con el obtenido utilizando la “cartera ponderada”. Ello es debido a la metodología utilizada, que hace que los títulos con menor peso relativo en el valor de capitalización bursátil total queden ahora mejor explicados. También se obtiene una ligera mejoría en el modelo de mercado al utilizar la “cartera factor”. Dicha cartera, como se demuestra en el apéndice de otro trabajo citado (Gómez-Bezares, 1.990b), tiene correlación uno con el primer factor (antes de rotar) obtenido aplicando la técnica de Componentes Principales a las rentabilidades de los 24 títulos. Dado que en el modelo factorial se obtiene una capacidad explicativa del 36,33% (véase Gómez-Bezares, 1.990a, cuadro nº 2), es lógico que utilizando la cartera factor lleguemos a este mismo resultado. En cualquier caso, las diferencias entre las capacidades explicativas de los modelos de mercado no son demasiado grandes.

Diferencias más importantes se obtienen en el CAPM. Así, puede verse cómo el resultado mejor corresponde a la “cartera no ponderada”, seguida de la “cartera factor” y dejando en último lugar a la “cartera ponderada”. Ello parece deberse a que la “cartera no ponderada” ha resultado ser más eficiente[3] ex-post que la “factor”, y ésta más que la “ponderada”.

Nuevamente volvemos a la idea apuntada en los artículos mencionados, de que la cartera de mercado trata de reproducir la marcha general de la economía. Parece que los valores con mayor capitalización bursátil tendrán más peso en la economía que los correspondientes a los valores con menos valor de capitalización, y que en este sentido, la cartera ponderada nos llevaría a una mejor estimación de la cartera de mercado.

---

[3] Nota de los editores: Entendiendo más eficiente en el sentido de ajustar mejor el posterior CAPM, y no necesariamente como cercanía a la frontera eficiente. Sólo si está en la frontera tendríamos la seguridad del ajuste perfecto.

Sin embargo, no debe olvidarse que teóricamente, en la cartera de mercado deberían estar representados todos los bienes de la economía (en su sentido más amplio, y por lo tanto, debería recoger, además de los bienes representados en Bolsa, otros de difícil valoración, como el capital humano, y en general, todos los demás bienes, como las casas, la tierra, etc.), y es posible que la Bolsa española en general, y la de Bilbao en particular, no sean todavía un reflejo suficientemente fiel de este concepto.

Por otro lado, y abundando en la idea anterior, parece que la cartera factor debería funcionar todavía mejor que la cartera ponderada. En efecto, si aceptamos que el primer factor obtenido mediante la aplicación de la técnica de Componentes Principales a las rentabilidades de los títulos estudiados (el factor, por tanto, que explica la máxima varianza) representa la marcha de la economía, lo cual parece razonable, tendríamos que la cartera factor recoge una información importante, al dar más peso a aquellos títulos más relacionados con dicho factor. Sin embargo, nos encontramos nuevamente con la sorpresa de que el CAPM empeora utilizando esta aproximación con respecto a la “cartera no ponderada”.

Todo ello nos lleva nuevamente a la idea de Roll. Y a la idea de que la mejoría se ha producido por el hecho de que la cartera no ponderada ha resultado más eficiente ex-post que las demás. De aquí podemos concluir que los criterios considerados lógicos a priori para estimar la cartera de mercado pueden a veces no ser los mejores. Y es que no hay forma de conocer a priori cuáles van a ser las carteras eficientes (o al menos, “más eficientes”). Esto nos lleva a pensar que el resultado de la comprobación del CAPM depende más de la “suerte” que tengamos en la elección de la cartera de mercado que del funcionamiento real del modelo en un mercado concreto. O dicho de otro modo, de que la cartera de mercado que hayamos elegido para realizar la comprobación, se parezca más o menos a la que realmente utilizaron los agentes en sus decisiones (pese a que indudablemente, algunos métodos de estimación presenten ventajas estadísticas frente a los demás).

Otra conclusión importante es que las betas varían de un modelo a otro (también varían según el corte temporal que se haga, G-B, 1989a). Incluso hemos hecho pruebas (que no adjuntamos) con periodos base de cuatro semanas y sobre los mismos datos, pero corriendo alguna semana, con resultados bastante diferentes, sobre todo en la contrastación del CAPM. Esto tiene una importancia grande, ya que las betas son una medida del riesgo sistemático, y su utilidad está en utilizar las betas del pasado como estimaciones del riesgo sistemático futuro de los valores. Esto no tiene demasiado sentido si no existe una cierta estabilidad en las betas.

Como conclusión final, diremos que algunos puntos del trabajo requieren una investigación más profunda. En este sentido, el Departamento de Técnicas Cuantitativas de nuestra Facultad, está trabajando actualmente en este campo. En concreto, el profesor José Vicente Ugarte está a punto de concluir su tesis doctoral, cuyas conclusiones permitirán aplicar en un futuro ponderaciones distintas a las actuales a la hora de realizar el análisis factorial (el método de Componentes Principales parte en la actualidad de la misma ponderación para todas las variables intervinientes). De esta forma, podremos realizar nuevos estudios que complementen los realizados, ayudando a aceptar o refutar algunas de las conclusiones obtenidas.

BIBLIOGRAFIA

COPELAND, T.E. y WESTON, J.F. (1988): *Financial theory and corporate policy*, Addison - Wesley, Reading, Massachusetts, 3ª ed.

FAMA, E.F. (1976): *Foundations of finance*, Basic Books, Nueva York.

GOMEZ-BEZARES, F. (1988): "Análisis factorial por componentes principales", *Estadística española*, Mayo-Agosto, págs. 215-232.

GOMEZ-BEZARES, F. (1989a): "Modelos de valoración de acciones en la bolsa de Bilbao", *Cuadernos de gestión*, Marzo, págs. 103-128.

GOMEZ-BEZARES, F. (1989b): *Dirección financiera*, Desclée de Brouwer, Bilbao.

GOMEZ-BEZARES, F. (1990a): "Stock pricing models in the spanish capital market", *16 Congreso de la FEAAF -Federación Europea de Asociaciones de Analistas Financieros* -, Estocolmo, Junio, aparecido en *Análisis Financiero*, Julio, págs. 53-67.

GOMEZ-BEZARES, F. (1990b): "Frontera eficiente y crítica de Roll (un ejercicio empírico)" *Cuadernos de gestión*, de próxima aparición.

MARKOWITZ, H. (1952): "Portfolio selection", *Journal of finance*, Marzo, págs. 77-91.

MARKOWITZ, H. (1959): *Portfolio selection: efficient diversification of investments*, Wiley, Nueva York.

ROLL, R. (1977): "A critique of the asset pricing theory tests", *Journal of financial economics*, Marzo, págs. 129-176.

SHARPE, W.F. (1976): *Teoría de cartera y del mercado de capitales*, Deusto, Bilbao.

MODELO DE MERCADO. RENTABILIDADES SEMANALES
“CARTERA PONDERADA”

	α	ß	Desviación típica de ß	Desviación típica de U	R^2
B.BILBAO	0,00145	0,8383	0,03476	0,02136	0,58296
B.CENTRAL	0,00176	0,81519	0,0403	0,02476	0,49584
BANESTO	0,00074	1,03796	0,04473	0,02748	0,56418
B.GUIPUZCOANO	-0,00004	0,66905	0,06129	0,03766	0,22264
B.HISPANO	-0,0018	1,12222	0,05336	0,03278	0,51536
B.POPULAR	0,00052	1,17867	0,04333	0,02662	0,64013
B.SANTANDER	0,00187	0,82746	0,04145	0,02547	0,4893
B.VIZCAYA	0,00201	0,95436	0,03841	0,0236	0,59747
S.AURORA	0,00392	0,19066	0,06481	0,03982	0,02038
S.BILBAO	0,00361	0,6475	0,13556	0,08329	0,05199
CARTINBAO	0,00446	0,35718	0,05216	0,03205	0,10131
FINSA	0,00651	0,24818	0,05975	0,03671	0,03983
HIDROLA	-0,00159	1,07516	0,04801	0,0295	0,54659
ALTOS HORNOS	0,00346	1,32596	0,17659	0,1085	0,11935
UNION CERRAJERA	0,0028	1,08544	0,17394	0,10687	0,08559
TUBACEX	0,00066	1,47382	0,12332	0,07577	0,2556
TELEFONICA	-0,00045	1,04507	0,03964	0,02436	0,62557
RIOTINTO	0,00145	1,42077	0,1347	0,08276	0,211
PAPELERA	0,0054	1,43976	0,15404	0,09465	0,17355
EMPETROL	0,00022	1,1745	0,06716	0,04126	0,42494
LEMONA	0,0034	0,67221	0,07129	0,0438	0,1761
VACESA	0,00406	0,62211	0,06655	0,04089	0,17361
IBERDUERO	-0,00057	1,09555	0,05309	0,03262	0,50585
SEVILLANA	-0,00134	1,12957	0,05153	0,03166	0,53597

R^2 TOTAL = 8,15511
% DE VARIANZA EXPLICADA = 33,98%

Cuadro nº 1

MODELO DE MERCADO. RENTABILIDADES SEMANALES
“CARTERA NO PONDERADA”

	α	ß	Desviación típica de ß	Desviación típica de U	R^2
B.BILBAO	0,00101	0,7384	0,03584	0,02327	0,50502
B.CENTRAL	0,00165	0,67393	0,04235	0,0275	0,37839
BANESTO	0,00028	0,90287	0,04639	0,03012	0,47664
B.GUIPUZCOANO	-0,00105	0,67939	0,05674	0,03684	0,02563
B.HISPANO	-0,00266	1,0269	0,05221	0,039	0,48183
B.POPULAR	-0,00005	1,03228	0,04594	0,02983	0,54823
B.SANTANDER	0,00167	0,69713	0,04295	0,02788	0,38779
B.VIZCAYA	0,00179	0,80157	0,04168	0,02706	0,47061
S.AURORA	0,00331	0,23746	0,06087	0,03952	0,03529
S.BILBAO	0,00018	0,9956	0,12239	0,07946	0,13724
CARTINBAO	0,00376	0,38556	0,04852	0,0315	0,13181
FINSA	0,00599	0,27225	0,05614	0,03645	0,05351
HIDROLA	-0,00167	0,881	0,05184	0,03366	0,40978
ALTOS HORNOS	-0,00249	1,8904	0,15206	0,09873	0,52045
UNION CERRAJERA	-0,00411	1,82756	0,14699	0,09543	0,27093
TUBACEX	-0,00447	1,89755	0,09819	0,06375	0,47307
TELEFONICA	0,00001	0,78264	0,04782	0,03104	0,39174
RIOTINTO	-0,00373	1,86035	0,1108	0,07194	0,40393
PAPELERA	-0,00059	1,98716	0,12736	0,08269	0,36915
EMPETROL	-0,00155	1,19496	0,05993	0,03891	0,48868
LEMONA	0,00186	0,7547	0,06446	0,04185	0,24784
VACESA	0,00282	0,67381	0,06089	0,03953	0,2274
IBERDUERO	-0,0006	0,88928	0,05663	0,03677	0,37215
SEVILLANA	-0,00137	0,91731	0,00557	0,03616	0,39469

R^2 TOTAL = 8,2018
% DE VARIANZA EXPLICADA = 34,17%

Cuadro nº 2

MODELO DE MERCADO. RENTABILIDADES SEMANALES
"CARTERA FACTOR"

	α	ß	Desviación típica de ß	Desviación típica de U	R^2
B.BILBAO	0,00037	0,89755	0,03293	0,01982	0,64107
B.CENTRAL	0,00103	0,824	0,04155	0,025	0,48598
BANESTO	-0,00036	1,07614	0,04474	0,02692	0,58175
B.GUIPUZCOANO	-0,00136	0,78299	0,0597	0,03593	0,29251
B.HISPANO	-0,00315	1,1864	0,05235	0,0315	0,55253
B.POPULAR	-0,00087	1,24158	0,04163	0,02505	0,68135
B.SANTANDER	0,00101	0,85374	0,04189	0,02521	0,49966
B.VIZCAYA	0,00101	0,98679	0,03846	0,02315	0,61274
S.AURORA	0,0036	0,21491	0,06602	0,03973	0,02484
S.BILBAO	0,00202	0,80602	0,13655	0,08217	0,07728
CARTINBAO	0,00362	0,43826	0,0519	0,03123	0,14631
FINSA	0,00602	0,29106	0,0606	0,03646	0,05255
HIDROLA	-0,00222	1,03793	0,05206	0,03133	0,48864
ALTOS HORNOS	0,00062	1,58826	0,17564	0,1057	0,16427
UNION CERRAJERA	-0,0007	1,4746	0,17107	0,10295	0,15154
TUBACEX	-0,00275	1,80264	0,11613	0,06988	0,36679
TELEFONICA	-0,00037	0,90603	0,04901	0,02949	0,45104
RIOTINTO	-0,00188	1,74288	0,12912	0,0777	0,30458
PAPELERA	0,00183	1,79523	0,14894	0,08963	0,25884
EMPETROL	-0,00147	1,28442	0,06489	0,03905	0,48505
LEMONA	0,00203	0,79343	0,07012	0,0422	0,23534
VACESA	0,00278	0,73614	0,06545	0,03939	0,23318
IBERDUERO	-0,00114	1,04613	0,05758	0,03465	0,44245
SEVILLANA	-0,00209	1,1026	0,05516	0,0332	0,48988

R^2 TOTAL = 8,72017
% DE VARIANZA EXPLICADA = 36,33%

Cuadro nº 3

RIESGO Y RENTABILIDAD EN MERCADOS DE TAMAÑO INTERMEDIO (el caso español)[1]

por Fernando Gómez-Bezares, José Antonio Madariaga y Javier Santibáñez
Comunicación presentada al *III Foro de Finanzas*, Universidad Comercial de Deusto, Bilbao, Nov.-Dic. de 1.995
Publicado en Gómez-Bezares, F. y J. V. Ugarte, ed., *III Foro de Finanzas,* 1.995, págs. 697-731 y en *Análisis Financiero*, nº 78, Segundo cuatrimestre, 1.999, págs. 52-74

I. Introducción

A la hora de adquirir un valor, existen tres características clásicas en las que nos hemos de fijar: Rentabilidad, riesgo y liquidez; supuesta la última[2], la teoría financiera se ha centrado en la relación entre el riesgo y la rentabilidad. Trabajos pioneros en este campo pueden considerarse el de Markowitz (1952) y el de Arrow (1964)[3]. En los años sesenta se desarrolló el Modelo de Valoración de Activos de Capital, CAPM, de la mano de autores como Sharpe (1964), Lintner (1965) o Mossin (1966). Es bien conocido que este modelo defiende que, en equilibrio, los títulos deben rendir en función de su beta: la rentabilidad esperada ha de ser una función lineal positiva de la beta, que será la única medida del riesgo; además, el término independiente debe coincidir con el tipo de rentabilidad sin riesgo, y la pendiente con el premio por riesgo (diferencia entre la rentabilidad esperada del mercado y el tipo sin riesgo). Los estudios de principios de los setenta -Black, Jensen y Scholes (1972), Blume y Friend (1973), Fama y MacBeth (1973)- fueron coherentes con las principales predicciones del modelo: existe una relación lineal positiva entre las rentabilidades esperadas y el riesgo, cuya medida es la beta. Es cierto que la estimación del tipo sin riesgo o del premio por riesgo daba más problemas, pero éstos podían solucionarse gracias a la versión del CAPM aportada por Black

[1] Esta investigación se ha realizado con el apoyo de la Fundación Luis Bernaola y Bilbao Plaza Financiera.

[2] Tradicionalmente, en los modelos de valoración de activos, se ha supuesto que los títulos eran suficientemente líquidos, lo que no siempre es real, sobre todo en mercados pequeños y medianos. Luego volveremos sobre esto.

[3] Cuya primera versión se expuso en 1952.

(1972). En consecuencia, nos encontramos en una época de optimismo en cuanto al funcionamiento del modelo y a la eficiencia del mercado.

Pero pronto comenzaron las críticas al modelo, como la de Roll (1977), que pone en duda la posibilidad práctica de testar el CAPM. Por otro lado, estudios empíricos encuentran variables, que denominaremos "fundamentales", que ayudan a estudiar la evolución de las rentabilidades, y por lo tanto, parecen aproximaciones interesantes al riesgo: así, Banz (1981) encontró que el valor de mercado de una empresa (efecto tamaño), completaba la explicación de las rentabilidades medias cross-seccionales dada por las betas. Basu (1983) muestra que el PER ayuda a la explicación de las citadas rentabilidades, en tests que incluyen el tamaño y la beta. Bhandari (1988) observa que el leverage es una variable explicativa de las rentabilidades, incluso introduciendo en los tests el tamaño y la beta. Ya en los noventa, Chan, Hamao y Lakonishok (1991) encuentran un papel relevante de las variables "valor en libros entre valor de mercado" y "cash-flow entre precio" a la hora de explicar las rentabilidades medias, mientras Fama y French (1992) observan que las variables "valor en libros entre valor de mercado" y "valor de la empresa" son interesantes para explicar las rentabilidades medias.

La aparición de medidas del riesgo diferentes de la beta nos lleva, forzosamente, a recordar la teoría de valoración por arbitraje, APT, de Ross (1976), que propone que la rentabilidad esperada de un activo será función de varias betas (que medirán diferentes riesgos). El APT ha tenido contrastaciones empíricas favorables, como la de Roll y Ross (1980), y algunas críticas, como las de Shanken (1982b y 1985), sin que esté todavía muy clara su utilidad práctica. Sin embargo, la idea de riesgo multidimensional coincide con los planteamientos de Chan, Hamao y Lakonishok (1991) o Fama y French (1992).

El trabajo de Fama y French (1992) ha tenido una importante repercusión, tanto en el mundo académico como entre los profesionales de la gestión de carteras, aunque también ha sido criticado. Así, Kothari, Shanken y Sloan (1992), ponen en duda sus resultados. Sin embargo, Fama y French (1993a y 1993b) han seguido trabajando en la línea del riesgo multidimensional.

Otra línea de crítica al CAPM, muy relacionada con todo lo anterior, es que numerosos estudios han encontrado que la relación entre las betas y las rentabilidades medias es demasiado baja, prácticamente nula. El tema no es nuevo, pues ya lo detectó, por ejemplo, Reinganum (1981), y ha sido confirmado por Fama y French (1992). La cuestión es de suma importancia, puesto que si no hay relación entre las rentabilidades medias y las betas, el CAPM no tiene ningún sentido[4]. Kothari, Shanken y Sloan (1992) han criticado también en este punto las conclusiones de Fama y French (1992), debido al bajo poder de los tests utilizados. Por otro lado, en nuestra opinión, la propia estimación que estos estudios hacen de las betas no tiene por qué coincidir con la que hacen los agentes económicos, lo que justificaría algunos malos resultados[5]. También Roll y Ross (1994) comentan los resultados de Fama y French (1992), y

[4] Podría alegarse que el problema no viene del CAPM, sino de la falta de eficiencia del mercado; pero, en cualquier caso, llegaríamos a que el CAPM no sirve.

[5] Aunque somos conscientes de que esta opinión, llevada al extremo, nos conduciría a una situación de práctica incontrastabilidad del CAPM, al no poder conocer nunca la estimación de las betas que utilizan los agentes.

no les parecen extraños, al utilizarse aproximaciones a la cartera de mercado que no son eficientes ex-ante.

Vemos, tras este rápido repaso de algunos trabajos fundamentales, que en el mundo académico existe la polémica, que podríamos resumir de la siguiente manera: ¿son las betas del Modelo de Mercado una buena medida del riesgo? ¿existen otras medidas alternativas? Y, en caso de que la beta sea una buena medida, ¿se cumplen el resto de predicciones del CAPM? Y si hay varias betas, ¿podemos aceptar el APT? A estas preguntas se ha tratado de responder con numerosos estudios, algunos de ellos citados anteriormente, y la mayoría se han realizado en las bolsas más importantes del mundo. En los mercados grandes es posible coger un número importante de títulos para estudiar la relación entre riesgo y rentabilidad, pero en los pequeños esto no es posible. En mercados de tamaño intermedio, como el español, el número de títulos con cotización frecuente y volumen de contratación aceptable es bastante reducido, como luego veremos, lo que obliga a adaptar la metodología usual en este tipo de contrastes. En nuestra opinión, sólo si los títulos cotizan con frecuencia y se contratan en un volumen importante podemos hablar realmente de títulos valorados con eficiencia, y sólo en esos casos merece la pena hacerse preguntas en torno al CAPM o APT.

Ante lo intenso de la polémica, el importante desarrollo de las diferentes metodologías y la escasez de estudios que apliquen esas metodologías a mercados intermedios, y concretamente al caso español[6], nos animamos a realizar un estudio suficientemente completo, cuyo resumen puede encontrarse en Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1994), y del que comentaremos a continuación sus elementos más importantes. Pero antes nos gustaría adelantar las conclusiones más relevantes de nuestro estudio: en el caso español, y con una muestra de las principales empresas de ese mercado, en un periodo que va desde 1959 hasta 1993, podemos concluir que existe relación entre las rentabilidades medias y las betas, sobre todo en los últimos periodos, y que no podemos rechazar el CAPM. La búsqueda de otras variables para medir el riesgo ha sido infructuosa, y parece que tendríamos que rechazar el APT. Finalmente, utilizando rentabilidades anuales, los resultados son esperanzadores, y el funcionamiento del CAPM mejora considerablemente. Esto nos lleva a confirmar el fenómeno, ya observado entre otros por Kothari, Shanken y Sloan (1992), de que el periodo anual da buenos resultados en el contraste del CAPM, y habrá que seguir investigando sobre cuál es el horizonte de inversión más adecuado, así como en la influencia que las fricciones tienen en los periodos cortos.

II. Los datos

En nuestro estudio, hemos considerado dos periodos diferentes para el análisis, el que va desde 1959 a 1988, y el que va de Agosto de 1990 a Agosto de 1993. La razón de la elección de estos dos periodos es bastante clara: comenzamos nuestro análisis en 1959, dado que en ese año comenzó una época nueva para la economía española, que la llevó por una senda de desarrollo bastante importante; y terminamos en 1988, pues ese es el último año en el que los títulos más importantes del mercado español se contrataban de viva voz. En 1989 comenzó a

[6] Aunque sí ha habido algunos interesantes, como el de Palacios (1973), Bergés (1984) o Rubio (1988).

funcionar el "mercado continuo", que conecta informáticamente las diferentes bolsas españolas. Los títulos se fueron incorporando de manera paulatina a este mercado, así en Agosto de 1990 ya había una muestra suficientemente representativa. Es por eso que el último periodo de análisis va de Agosto del noventa a ese mismo mes de 1993. Sin duda, en estudios posteriores este análisis del "mercado continuo" podrá ampliarse temporalmente.

Respecto a la elección de los títulos, hemos considerado de suma importancia que tales valores reflejaran en su cotización lo más rápidamente posible la información disponible (Fama, 1970), y para ello es importante que tengan alta frecuencia de contratación y con elevados volúmenes; también es interesante que el valor de capitalización bursátil sea importante. Para conseguir esto, partimos, para el periodo 1959-1988, de la selección efectuada para construir el "Indice largo de la Bolsa de Madrid". Los valores que componen dicho índice cumplen con exigentes condiciones respecto a volumen y frecuencia de contratación, y representan, según los años, aproximadamente un 80% del valor de capitalización bursátil de la Bolsa de Madrid (que, a su vez, en 1989 representaba alrededor del 80% de la capitalización bursátil española). Finalmente, se seleccionaron 42 títulos, los que aparecían con mayor frecuencia en el citado índice durante el periodo considerado[7]. Los títulos escogidos pueden verse en el cuadro 1.

Para el periodo 1990-1993, se hizo una nueva selección, partiendo de los 200 títulos con mayor volumen de contratación, y haciendo una segunda selección según su frecuencia de contratación. Así, llamando n_i al número de días hábiles de cada año, se formaron dos grupos:

- Grupo 1, compuesto por los títulos que cotizaron más de n_i - 4 días.

- Grupo 2, compuesto por los títulos que cotizaron más de n_i - 20 días[8].

Los títulos escogidos pueden verse en el cuadro 2, y son 35 en el primer grupo, y 29 en el segundo.

A la vista de todo lo anterior, puede verse con claridad que el número de títulos es relativamente pequeño, sobre todo si lo comparamos con el número utilizado en los contrastes más conocidos. Pensamos que en un mercado "de tamaño intermedio" como el español, es difícil encontrar más títulos "realmente valorados por las fuerzas del mercado con la suficiente frecuencia".

Dados los títulos, pasamos a calcular las rentabilidades mensuales para el primer periodo (360 en total), y las mensuales (36) y semanales (160) para el segundo. También se recogió información sobre datos de los balances y cuentas de resultados de las citadas empresas para construir el banco de "variables fundamentales". Estos datos contables se tomaron con

[7] Para más detalles sobre la selección, puede acudirse a Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1994), o a las fuentes que allí se citan. Puede ser interesante señalar que los títulos seleccionados representan, como promedio, el 80% del valor de capitalización del índice. Puede argumentarse que este sistema de selección da lugar a un "sesgo de supervivencia", lo que es cierto. Realmente, nuestras conclusiones son "realmente aplicables" a los títulos más importantes de la bolsa española, que permanecen en el mercado durante un tiempo suficientemente largo.

[8] Y no están en el primer grupo.

periodicidad anual, y se supusieron disponibles para los inversores en julio del año siguiente al que corresponden los datos[9]. Las variables construidas, inspiradas en las empleadas por Chan, Hamao y Lakonishok (1991) y Fama y French (1992), fueron: Activo/Libros[10], Bº/Precio[11], Libros/Mercado[12], Valor[13] y Cash/Precio[14]. También se recogieron datos del tipo de interés sin riesgo y de variables económicas, inspiradas en el trabajo de Roll y Ross (1984)[15]. La utilidad de cada una de estas variables se irá viendo en las siguientes páginas.

III. Estudio con las rentabilidades

Dado que el primer periodo de estudio era demasiado largo (30 años), lo dividimos en seis subperiodos de cinco años cada uno[16]. Con estos seis subperiodos, el periodo total (59-88) y el último periodo (90-93), hicimos algunos estudios con las rentabilidades, que empiezan con el estudio de la forma de la distribución, siguen con el análisis de la diversificación, y terminan con el Modelo de Mercado.

La forma de las distribuciones de rentabilidad resulta bastante crítica en muchos modelos financieros, que se basan implícita o explícitamente en su normalidad. Es por eso que comenzamos nuestro estudio preguntándonos si se podía aceptar que las distribuciones de rentabilidad eran normales para los títulos y el periodo considerados. Aplicamos tests de asimetría, curtosis, rango estudentizado y Shapiro-Wilk (1965). La conclusión es que con rentabilidades mensuales se da cierta asimetría a la derecha y cierta leptocurtosis, lo que es coherente con otros estudios sobre el tema, sin embargo, aunque con ciertas dificultades, podemos aceptar la normalidad de dichas distribuciones, como también hace Fama (1976). Para el caso de rentabilidades semanales (periodo 90-93), las dificultades para aceptar la normalidad son mayores, pero no insalvables.

En los actuales modelos financieros de valoración de activos (tanto CAPM como APT), juega un papel fundamental la existencia de un riesgo diversificable. Es por eso que nos

---

[9] Véase Fama y French (1992).

[10] Cociente entre los valores contables del Activo de la empresa y de sus fondos propios. En el periodo 1990-1993 se utilizó el ratio Activo/Mercado, donde el denominador es el valor de mercado de los fondos propios.

[11] Cociente entre el beneficio y el valor de mercado de los fondos propios.

[12] Cociente entre los valores contable y de mercado de los fondos propios.

[13] Valor de Capitalización bursátil, frecuentemente denominado “tamaño”. En la práctica, trabajamos con el logaritmo neperiano de esta variable, dada su importante asimetría.

[14] Cociente entre el cash-flow y el valor de los fondos propios en el mercado.

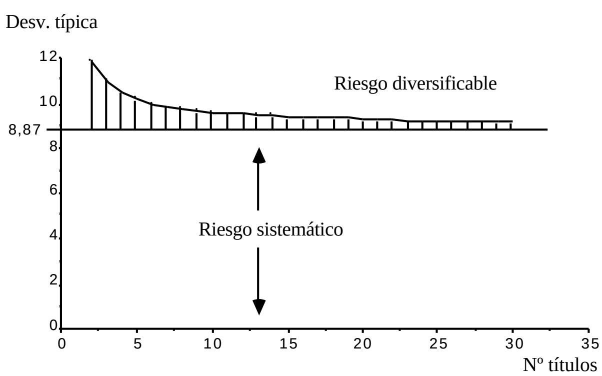
[15] Roll y Ross hablan de variables como: cambios no anticipados en la inflación, cambios no anticipados en la producción industrial, cambios no anticipados en el diferencial de rentabilidad entre los bonos de alto y bajo riesgo, cambios no anticipados en el diferencial entre tipos a largo y corto plazo; que luego pueden utilizarse para identificar los factores del APT. Nosotros las aproximamos de diferentes maneras, según los datos disponibles, pero no descenderemos a más detalles, dado que su utilidad práctica fue muy pequeña.

[16] Fama (1976) considera que con rentabilidades mensuales, y para el estudio del CAPM, el periodo ideal es de 5 a 7 años, debido a los problemas de estabilidad de la beta para periodos más largos.

preguntamos con cuántos títulos era posible conseguir la eliminación de ese riesgo. Fama (1976) señala que en el mercado norteamericano, con unos 20 títulos tomados al azar, el riesgo diversificable puede considerarse eliminado. Para estudiar este tema en nuestro caso, nos centramos primero en el subperiodo 84-88, comparando el promedio de riesgo de carteras de 2, 3, 4, … hasta 39 títulos, con el riesgo de la cartera de mercado no ponderada, cuyos resultados pueden verse en la Figura 1. La diferencia entre el promedio de riesgo y el riesgo de la cartera de mercado es nuestra estimación del riesgo diversificable. Como puede verse, la disminución del riesgo por diversificación es pequeña a partir de 5 ó 6 valores, y mínima a partir de 10.

Figura 1

Mercado de corros: Diversificación del riesgo en el periodo 84-88 (rentabilidades mensuales). Se considera como "riesgo sistemático" el asociado a la cartera de mercado no ponderada.



En el análisis para el periodo 90-93, las conclusiones son similares, tal como puede verse en la Figura 2.

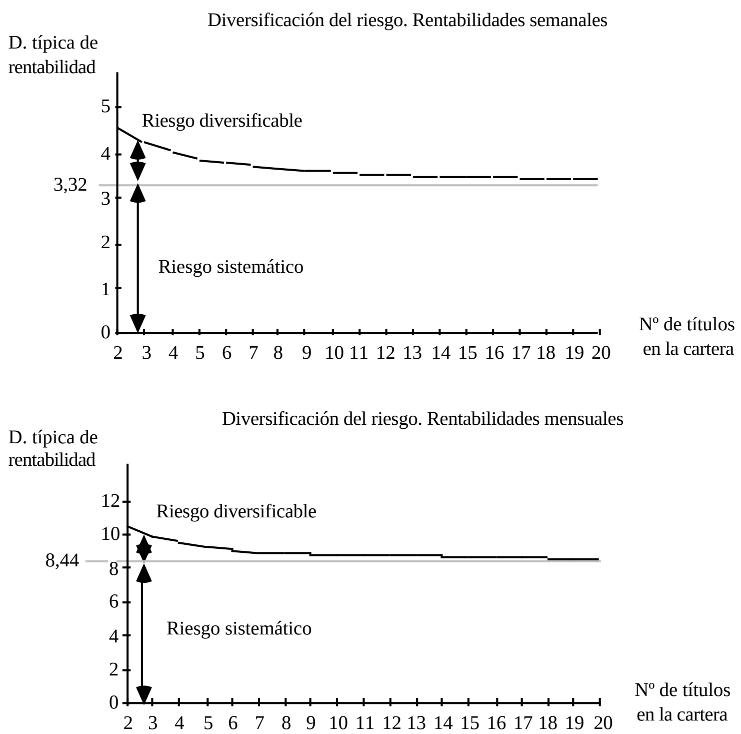
Muy relacionado con la idea de la existencia de un riesgo diversificable, y, por lo tanto, también de un riesgo sistemático, está el Modelo de Mercado. Este modelo, en su versión más simple y también más utilizada, propone una regresión entre la rentabilidad del título y la del mercado, que nosotros mediremos por la rentabilidad de la cartera compuesta por el conjunto de los títulos que manejamos igualmente ponderados (R^*. Llamaremos a la cartera así construida "cartera de mercado no ponderada"). Aplicando la siguiente fórmula:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i \quad R_t^* + \varepsilon_{it} \qquad [1]$$

estimamos los parámetros de regresión (α y β), donde los segundos, las betas, representan la medición del riesgo sistemático de los títulos. En el cuadro 1 pueden verse los resultados para el periodo 59-88, y en el cuadro 2 los del 90-93[17], obtenidos siempre por mínimos cuadrados ordinarios.

Figura 2

Mercado Continuo: Diversificación del riesgo en el periodo 90-93 (rentabilidades semanales y mensuales). Se considera como "riesgo sistemático" el asociado a la cartera de mercado no ponderada.



[17] Se hicieron diferentes aproximaciones, con distintas carteras de mercado, definiendo el modelo en rentabilidades o en excesos sobre el tipo sin riesgo, etc. Con resultados muy similares.

Posteriormente, realizamos pruebas sobre la significación de las betas (normalmente bastante alta) y sobre su estabilidad (Chow, 1960), que en periodos cortos puede considerarse suficiente, pudiendo llegar a aceptarse en las tres cuartas partes de los títulos en el periodo largo: 1959-1988. Por lo que se refiere a la capacidad explicativa del modelo, ronda el 35% en el periodo 59-88, y es superior en el 90-93.

Para analizar el fenómeno de la negociación asincrónica se compararon las betas que subían o bajaban según si la estimación era semanal o mensual (sólo en el segundo periodo). Parecería lógico que las betas semanales sean inferiores a las mensuales en los títulos con menor movimiento (grupo 2)[18].

Y así sucede, aunque dado que las diferencias son pequeñas, habrá que pensar que el fenómeno de negociación asincrónica no es importante. Lo que no nos sorprende, dadas las exigentes condiciones impuestas en la selección de los títulos.

IV. Contraste del CAPM

El Capital Asset Pricing Model -CAPM-, también conocido como modelo de Sharpe-Lintner[19], propugna que la rentabilidad esperada de un título es una función lineal de su beta (que será la única medida del riesgo); concretamente, se dará la siguiente función lineal:

$$E(R_i) = R_0 + \left[E(R^*) - R_0\right] \quad \beta_i \qquad [2]$$

donde $E(R_i)$ es el valor esperado de rentabilidad para el título i en el periodo considerado, y β_i su riesgo sistemático medido por beta; R_0 es la rentabilidad del título sin riesgo y $E(R^*)$ el valor esperado de rentabilidad de la cartera de mercado. El modelo se obtiene fácilmente de una deducción matemática[20], el problema viene a la hora de comprobar si la realidad responde a las predicciones del modelo.

El primer problema que se presenta para el contraste con datos reales es que la fórmula [2] es un modelo de expectativas, si introducimos la hipótesis de expectativas racionales, podemos testar en base a datos del pasado. Otro problema es la elección del periodo sobre el que medir las rentabilidades (día, semana, mes, año), así como el conjunto de periodos sobre los que vamos a aplicar el test. En este campo pensamos que queda bastante por investigar, y que hasta el momento la elección se ha hecho, normalmente, por conveniencia del analista. En nuestro caso, trabajamos con rentabilidades mensuales, que estudiábamos en seis grupos de cinco años (de 1959 a 1988); dejamos de momento el periodo 90-93. Un tercer problema es la elección de R^*. Ya hemos comentado que la aproximaremos por la cartera formada por los títulos que

---

18 Hawawini (1983), Reilly y Wright (1988).

19 Puede verse en Fama (1976) esta denominación.

20 Puede encontrarse en cualquier manual sobre el tema, como el de Copeland y Weston (1988).

poseemos, introducidos con igual ponderación[21]. Otra dificultad viene por los numerosos problemas econométricos a los que da lugar la contrastación del modelo, pero esos ya los iremos viendo al comentar las distintas metodologías de contraste.

Comenzaremos por la metodología que Black, Jensen y Scholes (1972) denominan de Serie Temporal. Es fácil demostrar que, si se cumple el CAPM, y definimos el Modelo de Mercado en excesos sobre el tipo sin riesgo:

$$(R_{it} - R_{0t}) = \alpha_i + \beta_i \quad (R_t^* - R_{0t}) + \varepsilon_{it} \qquad [3]$$

los valores de α_i, para todos los títulos, deben ser cero. En su estudio, Black, Jensen y Scholes (1972), realizan una agrupación de títulos en carteras y luego proceden al contraste; en nuestro caso, y luego comentaremos esto con más detalle, no parecía conveniente la agrupación, dado el número total de títulos con los que contábamos (42 en total), por lo que optamos por un contraste individual para ver si se puede aceptar que las α_i son cero, y un contraste multivariante para ver si todas, simultáneamente, puede aceptarse que son cero. Los resultados del primero pueden verse en el cuadro 3, y los del multivariante, en el 4. A la vista de los mismos, podemos concluir que sólo algunos títulos se comportan fuera de lo previsto por el CAPM. Atendiendo a los resultados del test multivariante, éstos son más pesimistas, pero apoyarían la hipótesis de Sharpe-Lintner para los últimos periodos (para $\alpha = 1\%$); y en cualquier caso, podrían ser coherentes con la hipótesis de Black (1972).

El contraste cross-seccional con medias, utilizado, entre otros, por Miller y Scholes (1972), consiste en estimar las betas para un periodo de tiempo y, después, realizar una regresión entre las rentabilidades medias y las betas:

$$\overline{R}_i = \gamma_0 + \gamma_1 \quad \beta_i + \varepsilon_i \qquad [4]$$

donde debe suceder, según la hipótesis de Sharpe-Lintner, que γ_0 sea el tipo sin riesgo, y γ_1 el premio por riesgo de la cartera de mercado. Al aplicar la regresión propuesta [4] aparecen algunos problemas econométricos bien conocidos en la literatura: Heteroscedasticidad, Autocorrelación y Errores en las variables[22]. Para resolver este último problema, la existencia de errores de medición en las betas, Black, Jensen y Scholes (1972) propusieron una solución que se ha hecho clásica: la agrupación de títulos en carteras[23]. En nuestro caso, esta solución no era interesante, debido al reducido número de títulos de los que partíamos.

---

[21] Aparece aquí la conocida crítica de Roll (1977); si la cartera de mercado es eficiente, el CAPM funcionará, y no lo hará en caso contrario; al tener que usar aproximaciones, no debe extrañarnos que el CAPM funcione mal (Roll y Ross, 1994). Con todo, otros autores sostienen que los contrastes del CAPM son poco sensibles a la aproximación de cartera de mercado utilizada (por ejemplo, Stambaugh, 1982). Nosotros hemos utilizado diferentes aproximaciones, con resultados bastante similares.

[22] Black, Jensen y Scholes (1972) introducen otro que se ha comentado menos: los coeficientes aleatorios.

[23] Aunque también ha tenido, posteriormente, críticas (Lo y MacKinlay, 1990).

La consideración de los problemas econométricos citados nos llevó a emplear diferentes técnicas de estimación, como Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)[24], Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG), que tiene en cuenta los problemas de heteroscedasticidad y autocorrelación, y Máxima Verosimilitud (MV), que considera la heteroscedasticidad y los errores en las variables[25]. En el cuadro 5 se presentan los principales resultados del contraste por las diferentes técnicas.

Para aceptar el CAPM en su versión clásica (Sharpe-Lintner) ha de cumplirse que el término independiente (γ_0) sea distinto de cero e igual al tipo sin riesgo, simultáneamente la pendiente (γ_1) también ha de ser distinta de cero e igual al premio por riesgo. Esto sólo sucede para la técnica de MCO (la más imperfecta), y en el periodo 84-88. Sin embargo, si sólo nos fijamos en la significatividad de la pendiente (lo que significa que existe un premio por riesgo, medido por beta), hay bastantes más casos en los que se acepta el CAPM[26]. Por otro lado, la no significatividad puede deberse a problemas de potencia de las pruebas (Kothari, Shanken y Sloan, 1992).

Frente a la metodología cross-seccional con medias, aparece la alternativa sin medias (Fama y MacBeth, 1973), que estima el siguiente modelo para cada mes:

$$R_{it} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t} \quad \beta_{it} + \varepsilon_{it} \qquad [5]$$

Se realiza así un ajuste para cada mes, relacionando la rentabilidad R_{it} con la beta calculada en base a los cinco años anteriores. Dada la alta variabilidad de las estimaciones γ, se realiza un promedio de las mismas para cada periodo de cinco años, lo que puede dar lugar a nuevos problemas de heteroscedasticidad y autocorrelación. En nuestro caso sí se da la heteroscedasticidad, pero no la autocorrelación. Por otro lado, la estimación de los parámetros de la ecuación [5] tiene los ya conocidos problemas de heteroscedasticidad, autocorrelación y errores en las variables[27], que se podrían tratar por los métodos MCG y MV, sin embargo, nosotros hemos optado en este caso por utilizar MCO. El resultado debe dar $\bar{\gamma}_0$ igual al tipo sin riesgo, y $\bar{\gamma}_1$ igual al premio por riesgo, para que se cumpla la hipótesis de Sharpe-Lintner. Los resultados pueden verse en el cuadro 6.

Desde un punto de vista estricto (es necesaria la significatividad e igualdad de los parámetros a sus valores teóricos), no se cumpliría el CAPM. También aplicamos la metodología de Litzenberger y Ramaswamy (1979) para el cálculo de las medias, con resultados similares.

En resumen, la metodología de Serie Temporal, que es la que menos problemas econométricos tiene, da resultados relativamente buenos, siendo peores los de la cross-seccional con medias, y todavía peores cuando aplicamos la metodología de Fama y MacBeth. Detrás de todo esto puede estar, sin duda, el problema de la “potencia estadística” de las

[24] Que no considera ninguno de los problemas citados.

[25] Inspirada en la idea de Litzenberger y Ramaswamy (1979).

[26] Nuestros resultados resultan bastante coherentes con la hipótesis de Black (1972).

[27] El problema de los coeficientes aleatorios se resuelve implícitamente en la metodología de Fama y MacBeth (1973).

pruebas utilizadas, que lleva a aceptar con mucha facilidad la no significatividad de los parámetros. Por otro lado, la forma de cálculo de la beta (contemporánea en el contraste con medias y con datos del pasado en el de sin medias) es en cualquier caso discutible, e influye sin duda en el resultado del contraste.

En el contraste para el periodo 90-93 se utilizaron idénticas metodologías a las ya descritas para el contraste de Serie Temporal, con resultados muy similares. Para los contrastes cross-seccionales, se amplió el aparato econométrico con nuevos estimadores, como el Estimador Máximo Verosímil suponiendo Betas Fijas[28], el Estimador por Mínimos Cuadrados Generalizados Corregido[29] y el de Shanken[30]. La utilización de las diferentes metodologías con distintos sistemas de estimación, dos grupos distintos de títulos y el conjunto de ambos, y rentabilidades semanales y mensuales, da lugar a muchas páginas de cuadros, imposibles de reproducir aquí, y que aparecen resumidas en Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1994). Las conclusiones son que la metodología con medias nos lleva a rechazar la versión de Sharpe-Lintner, pero sus resultados pueden ser más coherentes con la versión de Black (1972). La metodología sin medias, dada la escasa potencia estadística de los estimadores, nos lleva a aceptar cualquier hipótesis.

Para concluir esta parte queremos comentar que realizamos un contraste en base a datos anuales para el periodo 59-88. Calculadas las rentabilidades anuales y sus betas, se procedió al contraste del CAPM por la metodología cross-seccional y por Serie Temporal, con resultados que confirman claramente el CAPM.

V. Utilización de otras variables explicativas

Incluiremos en este punto un resumen muy breve de un trabajo muy amplio de búsqueda de variables que completaran la explicación de las rentabilidades medias ofrecida por las betas, y que ya adelantamos que resultó infructuosa.

Estudios clásicos sobre la materia han introducido el cuadrado de beta y el riesgo diversificable como variables explicativas de las rentabilidades medias (lo que pondría en duda la linealidad del modelo, si la primera fuera significativa, o la retribución sólo del riesgo sistemático, si lo fuera la segunda). La conclusión es que se puede rechazar la significatividad del cuadrado de beta en nuestro caso, pero no la del riesgo diversificable. Sin embargo, entendemos que esto puede explicarse por la elevada correlación entre el riesgo sistemático y el diversificable, lo que provocaría problemas de multicolinealidad; además de la explicación que a este fenómeno dan Miller y Scholes (1972) en base a la asimetría de las distribuciones.

---

[28] Que aborda los problemas de errores en las variables y de heteroscedasticidad, suponiendo betas fijas. Puede verse, entre otros, en Fuller (1987, págs. 124 y ss).

[29] Este estimador aborda, con la estimación puntual MCG, la heteroscedasticidad y la autocorrelación, e introduce una corrección en la varianza de los estimadores para considerar los problemas de errores en las variables y coeficientes aleatorios.

[30] Que aborda los mismos problemas que el anterior, excepto el de los coeficientes aleatorios, que se elimina en la metodología de Fama y MacBeth (1973). Véase Shanken (1982a).

La segunda opción fue la introducción de las que antes hemos denominado variables fundamentales. Con estas variables hemos utilizado metodologías tanto de Serie Temporal como cross-seccionales. Para la primera se ajustó la siguiente ecuación:

$$R_{it} - R_{0t} = \tau_i + \beta_i \quad (R_t^* - R_{0t}) + \delta_{1i} \quad (\text{Fundamental}_{1it}) + \delta_{2i} \quad (\text{Fundamental}_{2it}) + \ldots + \nu_{it} \qquad [6]$$

donde hay que estudiar si los parámetros δ_{ji} son significativos. El método econométrico utilizado fue la metodología SUR (Seemingly Unrelated Regression), con y sin restricciones[31]. También se aplicaron contrastes cross-seccionales, con y sin medias, por diferentes metodologías. Los resultados para el periodo 59-88 pueden verse en el cuadro 7.

A la vista del cuadro podemos ver que hay variables que influyen en determinados periodos, e incluso que se mantienen por las diferentes metodologías, pero ninguna tiene una suficiente constancia temporal como para pensar que va a seguir influyendo en el futuro. Por otro lado, los signos son en general poco coherentes con la lógica y con los obtenidos por Chan, Hamao y Lakonishok (1991) o Fama y French (1992)[32]. La conclusión de todo esto es que las variables fundamentales no nos ayudan a mejorar la explicación dada por el CAPM clásico.

Una tercera opción de mejora de la explicación dada por el CAPM es la utilización del APT, desarrollado por Ross (1976). Partiendo del Modelo Factorial:

$$R_{it} = E(R_i) + \beta_{1i} \quad F_{1t} + \beta_{2i} \quad F_{2t} + \ldots + \beta_{ki} \quad F_{kt} + \varepsilon_{it} \qquad [7]$$

(donde llamamos F_{jt} al valor que toma el factor j en el momento t, y las betas son los coeficientes), éste se obtiene normalmente por análisis factorial (Roll y Ross, 1980), aunque también puede aplicarse, como hemos hecho nosotros, la técnica de componentes principales (Shukla y Trzcinka, 1990). Del Modelo Factorial, y aplicando el argumento de arbitraje, puede llegarse a la ecuación [8][33].

$$E(R_i) = \lambda_0 + \lambda_1 \quad \beta_{1i} + \lambda_2 \quad \beta_{2i} + \ldots + \lambda_k \quad \beta_{ki} \qquad [8]$$

donde λ_0 debe ser el tipo sin riesgo, y el resto de λ serán premios por riesgo.

Para contrastar el APT hay que volver a apelar, como hacíamos en el caso del CAPM, a la hipótesis de expectativas racionales, pues así puede testarse en base a datos del pasado. Supuesto esto, procederemos a estimar el Modelo Factorial [7], para después hacer un estudio

[31] La utilización de SUR con restricciones, que es la que aplican Chan, Hamao y Lakonishok (1991), supone que la influencia de cada variable fundamental en todos los títulos es la misma. En nuestro caso, aceptar eso no parece lógico, al aplicar pruebas de hipótesis, pero los resultados de la metodología SUR sin restricciones llevan a resultados confusos e inutilizables, pues la influencia de las fundamentales no es consistente ni entre títulos, ni entre sectores, ni entre periodos. Esto nos lleva a aplicar SUR con restricciones.

[32] El estudio del periodo 90-93 no mejora la situación.

[33] Puede verse esto en cualquier manual de teoría financiera, como el conocido de Copeland y Weston (1988).

cross-seccional. En el periodo 59-88, (con sus seis subperiodos), optamos por usar la metodología con medias (Miller y Scholes, 1972) y en el periodo 90-93, utilizamos, además, la metodología sin medias (Fama y MacBeth, 1973). En ambos casos conservamos cuatro factores y al proceder al estudio cross-seccional, vimos que a lo más que podríamos llegar es a una aceptación unibeta del APT, lo que nos devolvería al CAPM. Por otro lado, respecto a la interpretación de los factores, sólo el primero es claro, pues casi coincide con la rentabilidad de la cartera de mercado (lo que nuevamente nos lleva al CAPM)[34].

VI. Conclusiones

Dos motivos nos animaron a realizar la investigación de la que este artículo es un breve resumen: en primer lugar, la intensa polémica entre investigadores favorables y no favorables al CAPM, que ha dado lugar a una intensa investigación sobre otras formas de medir el riesgo o los diferentes tipos de riesgo sistemático. Por otro lado, nos parecía interesante aplicar las diferentes metodologías a un mercado de tamaño intermedio como el español, y ver cómo respondía este mercado a las predicciones de los diferentes modelos.

Pero hay un segundo motivo, más práctico, y es que mercados como el español resultan cada vez más interesantes para la confección de carteras internacionales; sin embargo, los estudios empíricos son escasos. Tal vez estudios como el nuestro resulten útiles para los inversores extranjeros.

La conclusión fundamental de nuestro estudio es que no hay razones para rechazar el CAPM, y menos la utilización de beta como medida del riesgo. Con todo, los métodos de contraste que tenemos resultan muy poco precisos, aunque el aparato estadístico empleado sea muy importante. La utilización de “variables fundamentales” no parece clara en el mercado español, y aunque influyen, es difícil interpretar esa influencia. El APT, al nivel que nosotros lo hemos estudiado, tampoco parece interesante en este mercado.

En definitiva, parece que en el mercado español, el CAPM puede seguir utilizándose, al menos en la valoración de los títulos más importantes, dado que aunque los resultados distan mucho de ser convincentes, éstos parece que van mejorando en los últimos periodos y no existen modelos alternativos que den mejores resultados.

Para terminar, quizá sea de interés para el inversor extranjero conocer algunos resultados del mercado español. En los cuadros 1 y 2, ya se han proporcionado estimaciones de beta para distintos títulos y periodos. En el cuadro 8 resumimos las estimaciones de las betas anuales, los resultados de los tests que justifican que con datos anuales el CAPM se cumple en el periodo 59-88, y los valores teóricos y empíricos de la ordenada en el origen (tipo sin riesgo) y de la pendiente (premio por riesgo) para ese periodo.

---

[34] Habiendo resultado infructuosos los intentos de explicación de los factores en base a las variables de Roll y Ross (1984).

Además añadimos, en el cuadro 9 una relación de los títulos sobrevalorados e infravalorados en el mercado español, según el CAPM.

Para terminar, si posteriores estudios confirman el buen funcionamiento del CAPM con datos anuales, tendremos que replantearnos el periodo básico de análisis en el futuro.

Bibliografía

ARROW, K.J. (1964): "The role of securities in the optimal allocation of risk-bearing", *Review of economic studies*, Abril, págs. 91-96.

BANZ, R.W. (1981): "The relationship between return and market value of common stocks", *Journal of financial economics*, Marzo, págs. 3-18.

BASU, S. (1983): "The relationship between earnings yield, market value and return for NYSE common stocks: further evidence", *Journal of financial economics*, 12, págs. 129-156.

BERGES, A. (1984): *El mercado español de capitales en un contexto internacional*, Ministerio de Economía y Hacienda, Madrid.

BHANDARI, L.C. (1988): "Debt/equity ratio and expected common stock returns: empirical evidence", *Journal of finance*, 43, págs. 507-528.

BLACK, F. (1972): "Capital market equilibrium with restricted borrowing", *Journal of business*, Julio, págs. 444-455.

BLACK, F., M.C. JENSEN and M. SCHOLES (1972): "The capital asset pricing model: some empirical tests", en Jensen, ed., *Studies in the theory of capital markets*, Praeger, Nueva York, págs. 79-121.

BLUME, M.E. and I. FRIEND (1973): "A new look at the capital asset pricing model", *Journal of finance*, Marzo, págs. 19-33.

COPELAND, T.E. and J.F. WESTON (1988): *Financial theory and corporate policy*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 3ª ed.

CHAN, L.K.C., Y. HAMAO and J. LAKONISHOK (1991): "Fundamentals and stock returns in Japan", *Journal of finance*, Diciembre, págs. 1739-1764.

CHOW, G.C. (1960): "Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions", *Econometrica*, Vol. 28, nº 3, págs. 591-605.

FAMA, E.F. (1970): "Efficient capital markets: a review of theory and empirical work", *Journal of finance*, Mayo, págs. 383-417.

FAMA, E.F. (1976): *Foundations of finance*, Basic books, Nueva York.

FAMA, E.F. and K.R. FRENCH (1992): "The cross-section of expected stock returns", *Journal of finance*, Junio, págs. 427-465.

FAMA, E.F. and K.R. FRENCH (1993a): "Common risk factors in the returns on stocks and bonds", *Journal of financial economics*, 33, Febrero, págs. 3-56.

FAMA, E.F. and K.R. FRENCH (1993b): *Size and book-to-market factors in earnings and returns*, Working paper, Center for research in security prices, Septiembre, Universidad de Chicago.

FAMA, E.F. and J.D. MacBETH (1973): "Risk, return and equilibrium: empirical tests", *Journal of political economy*, Mayo-Junio, págs. 607-636.

FULLER, W.A. (1987): *Measurement error models*, John Wiley & Sons, Nueva York.

GOMEZ-BEZARES, F., J.A. MADARIAGA y J. SANTIBAÑEZ (1994): *Valoración de acciones en la bolsa española. Un análisis de la relación entre la rentabilidad y el riesgo*, Desclée de Brouwer, Bilbao.

HAWAWINI, G.A. (1983): "Why beta shifts as the return interval changes", *Financial analysts journal*, Mayo-Junio, págs. 73-77.

KOTHARI, S.P., J. SHANKEN and R.G. SLOAN (1992): *Another look at the cross-section of expected stock returns*, Working paper, Bradley policy research center, Diciembre, Universidad de Rochester, New York.

LINTNER, J. (1965): "The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets", *Review of economics and statistics*, Febrero, págs. 13-37.

LITZENBERGER, R.H. and K. RAMASWAMY (1979): "The effect of personal taxes and dividends on capital asset prices: theory and empirical evidence", *Journal of financial economics*, Junio, págs. 163-195.

LO, A.W. and A.C. MacKINLAY (1990): "Data-snooping biases in tests of financial asset pricing models", *Review of financial studies*, 3, págs. 431-467.

MARKOWITZ, H. (1952): "Portfolio selection", *Journal of finance*, Marzo, págs. 77-91.

MILLER, M.H. and M. SCHOLES (1972): "Rates of return in relation to risk: a re-examination of some recent findings", en Jensen, ed., *Studies in the theory of capital markets*, Praeger, Nueva York, págs. 47-78.

MOSSIN, J. (1966): "Equilibrium in a capital asset market", *Econometrica*, Octubre, págs. 768-783.

PALACIOS, J. (1973): *The stock market in Spain: test of efficiency and capital market theory*, Tesis doctoral no publicada, Stanford University.

REILLY, F.K. and D.J. WRIGHT (1988): "A comparison of published betas", *Journal of portfolio management*, Primavera, págs. 64-69.

REINGANUM, M.R. (1981): "A new empirical perspective on the CAPM", *Journal of financial and quantitative analysis*, 16, págs. 439-462.

ROLL, R. (1977): "A critique of the asset pricing theory's tests", *Journal of financial economics*, Marzo, págs. 129-176.

ROLL, R. and S.A. ROSS (1980): "An empirical investigation of the arbitrage pricing theory", *Journal of finance*, Diciembre, págs. 1073-1103.

ROLL, R. and S.A. ROSS (1984): "The arbitrage pricing theory approach to strategic portfolio planning", *Financial analysts journal*, Mayo-Junio, págs. 14-26.

ROLL, R. and S.A. ROSS (1994): "On the cross-sectional relation between expected returns and betas", *Journal of finance*, Marzo, págs. 101-121.

ROSS, S.A. (1976): "The arbitrage theory of capital asset pricing", *Journal of economic theory*, Diciembre, págs. 341-360.

RUBIO, G. (1988): "Further international evidence on asset pricing. The case of the Spanish Capital Market", *Journal of banking and finance,* 12, págs. 221-242.

SHANKEN, J. (1982a): *An analysis of the traditional risk-return model*, Unpublished doctoral dissertation, Graduate School of Business, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, PA.

SHANKEN, J. (1982b): "The arbitrage pricing theory: is it testable?", *Journal of finance,* Diciembre, págs. 1129-1140.

SHANKEN, J. (1985): "Multi-beta CAPM or equilibrium-APT?: a reply", *Journal of finance*, Septiembre, págs. 1189-1196.

SHAPIRO, S.S. and M.B. WILK (1965): "An analysis of variance test for normality", *Biometrika*, Diciembre, págs. 591-611.

SHARPE, W.F. (1964): "Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk", *Journal of finance*, Septiembre, págs. 425-442.

SHUKLA, R. and C. TRZCINKA (1990): "Sequential tests of the arbitrage pricing theory: a comparison of principal components and maximum likelihood factors", *Journal of finance*, Diciembre, págs. 1541-1564.

STAMBAUGH, R.F. (1982): "On the exclusion of assets from tests of the two-parameter model: a sensitivity analysis", *Journal of financial economics*, Noviembre, págs. 237-268.

Cuadro 1

Mercado de corros (periodo 59-88): Modelo de Mercado. Estimación puntual de las betas con la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios, a partir de la cartera de mercado no ponderada, y sobre el modelo definido en rentabilidades (mensuales).

Nº	TITULO	59-63	64-68	69-73	74-78	79-83	84-88	59-88
1	BANESTO	0,902	1,188	0,742	1,855	1,004	0,777	0,952
2	BILBAO	1,163	0,904	1,008	1,736	0,637	0,736	0,907
3	CENTRAL	0,638	0,866	0,772	1,445	0,833	0,662	0,804
4	EXTERIOR	1,386	1,475	1,046	1,256	0,546	0,885	0,905
5	HISPANO	0,946	1,294	0,751	1,263	0,562	1,088	0,946
6	POPULAR	0,831	1,498	1,056	1,521	1,056	0,960	1,059
7	VIZCAYA	1,045	0,860	1,068	1,719	0,810	0,882	0,997
8	FECSA	0,894	1,074	1,012	0,402	0,470	0,243	0,468
9	FENOSA	0,881	0,512	0,643	0,247	.	.	0,558
10	H.CANTABRICO	1,052	0,815	0,784	0,757	0,867	0,653	0,751
11	H.CATALUÑA	0,499	0,895	0,773	0,250	0,585	0,614	0,576
12	H.ESPAÑOLA	1,064	1,030	0,769	0,547	0,644	0,550	0,647
13	IBERDUERO	0,939	0,829	0,742	0,609	0,573	0,610	0,661
14	SEVILLANA	0,870	0,729	0,689	0,509	0,685	0,651	0,667
15	U.ELECTRICA	1,022	0,589	0,725	0,457	0,516	0,577	0,609
16	VIESGO	0,907	0,856	0,822	0,517	0,515	0,473	0,584
17	AGUILA	1,381	0,623	1,111	0,651	1,848	0,981	1,127
18	AZUCARERA	0,893	0,865	1,248	0,666	0,962	0,991	0,984
19	EBRO	1,248	1,575	0,640	0,508	0,570	0,623	0,714
20	CRISTALERIA	.	.	0,727	0,642	1,568	1,094	1,078
21	DRAGADOS	1,236	1,320	1,387	1,668	1,746	1,196	1,347
22	I.METROPOL.	1,036	0,692	0,823	0,933	0,719	0,709	0,796
23	URBIS	0,910	1,910	1,160	1,025	1,904	1,357	1,385
24	VALLEHERMOSO	0,736	1,168	0,856	0,719	1,259	1,531	1,224
25	VALDERRIVAS	1,037	1,066	1,132	1,073	0,734	0,806	0,921
26	G.INVERSIONES	0,558	0,417	1,336	2,163	1,424	1,204	1,307
27	DURO FELGUERA	0,995	1,890	1,429	0,814	1,210	1,144	1,144
28	RIOTINTO	.	0,704	.	.	.	.	0,704
29	CAMPSA	0,899	0,477	1,337	0,924	0,252	0,158	0,498
30	TABACALERA	0,425	0,264	0,610	0,865	0,568	0,998	0,821
31	TELEFONICA	1,141	0,739	0,696	0,770	0,767	0,812	0,809
32	ALTOS HORNOS	1,313	1,692	1,615	1,291	1,741	1,320	1,447
33	CAF	1,110	1,170	1,371	0,341	0,774	1,780	1,301
34	FASA	0,980	-0,104	1,010	0,677	0,472	1,372	0,976
35	SEAT	0,792	0,592	1,206	1,185	1,838	.	1,306
36	CEPSA	1,078	0,671	1,339	1,560	1,238	1,237	1,239
37	CROS	1,268	0,772	1,314	0,698	1,845	1,740	1,531
38	E.I.ARAGONES.	1,369	1,019	0,889	0,872	1,660	1,340	1,284
39	EXPLOSIVOS	1,401	1,536	1,412	1,276	1,930	1,695	1,629
40	PAPELERA	1,299	1,637	1,254	2,314	1,295	1,639	1,590
41	SNIACE	1,229	1,111	1,254	1,462	0,744	1,897	1,466
42	U. Y EL FENIX	0,626	1,779	0,446	0,815	0,628	1,016	0,846

.: Título eliminado en el periodo considerado, por carecerse de la información completa referida al mismo

Cuadro 2

Mercado Continuo (periodo 90-93): Modelo de Mercado. Estimación puntual de las betas con la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios, a partir de la cartera de mercado no ponderada, y sobre el modelo definido en excesos de rentabilidad sobre el tipo de interés sin riesgo (semanales y mensuales). Grupo 1.

		Datos semanales	Datos mensuales
Nº	TITULO	Beta	Beta
1	B. ALICANTE	0,065	0,066
2	B. ANDALUCIA	0,437	0,495
3	B. CENTRAL (CEN-HISP)	0,420	0,413
4	B. EXTERIOR	0,142	0,068
5	B. PASTOR	0,681	0,524
6	B. POPULAR	0,759	0,700
7	B. SANTANDER	1,097	0,846
8	BANESTO	1,189	1,133
9	BBV	0,979	0,849
10	B. FOMENTO	0,680	0,457
11	BANKINTER	0,968	1,020
12	E. R. ZARAGOZANAS	0,865	0,689
13	ENDESA	0,619	0,435
14	ENHER	0,470	0,559
15	GESA	0,793	0,924
16	H. CANTABRICO	0,720	0,693
17	U. E. FENOSA	0,693	0,534
18	TABACALERA	0,639	0,703
19	VISCOFAN	0,924	0,898
20	ASLAND	1,629	1,693
21	DRAGADOS	1,151	1,060
22	HUARTE	1,494	1,510
23	METROVACESA	0,872	0,816
24	URALITA	1,552	1,729
25	URBIS	1,621	1,508
26	VALLEHERMOSO	1,432	1,355
27	CORP. FIN. ALBA	0,925	0,976
28	SARRIO	1,205	1,168
29	ENCE	1,589	1,340
30	REPSOL	0,704	0,664
31	MAPFRE	1,085	1,125
32	ACERINOX	1,413	1,257
33	NISSAN	1,178	1,123
34	ACESA	0,663	0,543
35	TELEFONICA	0,451	0,430

Cuadro 2 (Continuación)

Mercado Continuo (periodo 90-93): Modelo de Mercado. Estimación puntual de las betas con la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios, a partir de la cartera de mercado no ponderada, y sobre el modelo definido en excesos de rentabilidad sobre el tipo de interés sin riesgo (semanales y mensuales). Grupo 2.

		Datos semanales	Datos mensuales
Nº	TITULO	Beta	Beta
1	B. VALENCIA	0,724	0,637
2	FECSA	0,694	0,834
3	IBERDUERO (IBERDROLA I)	0,585	0,405
4	SEVILLANA	0,709	0,729
5	AGUILA	1,015	1,321
6	CAMPOFRIO	0,583	0,746
7	EBRO	1,256	1,273
8	AGROMAN	1,794	2,063
9	CRISTALERIA	1,506	1,658
10	HISALBA	1,710	1,687
11	SOTOGRANDE	1,611	1,299
12	VALDERRIVAS	1,047	0,976
13	GRAL. DE INVERSIONES	0,749	0,861
14	ARGON	0,611	0,491
15	CARBUROS METALICOS	1,072	0,921
16	CEPSA	0,533	0,524
17	ERCROS	1,614	1,968
18	SNIACE	1,783	2,253
19	TAFISA	1,291	1,478
20	UNION Y EL FENIX	1,123	1,284
21	AMPER	1,332	1,589
22	ASTURIANA DEL ZINC	1,730	1,640
23	DURO FELGUERA	0,861	0,991
24	NUEVA MONTAÑA	1,394	1,189
25	TUBACEX	1,337	1,800
26	ZARDOYA-OTIS	0,709	0,620
27	TUDOR	0,823	1,081
28	AUT. DEL MARE NOSTRUM	0,652	0,381
29	PROSEGUR	1,047	0,995

Cuadro 3

Mercado de corros (periodo 59-88): Contraste del CAPM con la metodología de Serie Temporal. Estimación del modelo con la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios, a partir de la cartera de mercado no ponderada, y sobre el modelo definido en excesos de rentabilidad sobre el tipo de interés sin riesgo (mensuales). Nº de títulos para los que se rechaza el CAPM mediante tests univariantes (sobre el total analizado en cada periodo).

Periodo	error α = 5%	error α = 1%
1.959-63	7/40	4/40
1.964-68	8/41	2/41
1.969-73	4/41	1/41
1.974-78	7/41	2/41
1.979-83	1/40	0/40
1.984-88	0/39	0/39
1.959-88	1/42	0/42

Cuadro 4

Mercado de corros (periodo 59-88): Contraste del CAPM con la metodología de Serie Temporal. Estimación del modelo con la metodología SUR (Seemingly Unrelated Regression), a partir de la cartera de mercado no ponderada, y sobre el modelo definido en excesos de rentabilidad sobre el tipo de interés sin riesgo (mensuales). Periodos para los que se rechaza el CAPM mediante test multivariante.

Periodo*	error α = 5%	error α = 1%
59-63	R	R
64-68	R	R
69-73	R	R
74-78	R	R
79-83	R	
84-88	R	

R: Se rechaza la hipótesis de no significación de la ordenada en el origen de manera simultánea para todos los títulos (se rechaza el CAPM)

En blanco: Se acepta la hipótesis de no significación de la ordenada en el origen de manera simultánea para todos los títulos (se acepta el CAPM)

* No presentamos el resultado del test multivariante correspondiente al periodo total debido a los problemas econométricos que plantea su aplicación

Cuadro 5

Mercado de corros (periodo 59-88): Contraste del CAPM con la metodología de Corte Transversal con medias. Estimación del modelo con diversas técnicas, con betas calculadas a partir de la cartera de mercado no ponderada, y sobre el modelo definido en rentabilidades (mensuales).

Ordenada en el origen: γ_0

- Prueba sobre significación del parámetro ($\gamma_0 = 0$, para error $\alpha = 5\%$)

Periodo	MCO	MCG	MV
59-63	NO	NO	NO
64-68	NO		
69-73		NO	
74-78	NO		NO
79-83	NO	NO	NO
84-88	NO		
59-88	NO	.	.

- Prueba sobre igualdad del parámetro al valor teórico ($\gamma_0 = \overline{R}_0$, para error $\alpha = 5\%$)

Periodo	MCO	MCG	MV
59-63	NO		NO
64-68			
69-73			
74-78	NO	NO	NO
79-83			
84-88			
59-88		.	.

MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios
MCG: Mínimos Cuadrados Generalizados
MV: Máxima Verosimilitud
$\overline{\mathbf{R}}_C$: Promedio del tipo de interés sin riesgo en el periodo considerado

NO: Se rechaza la hipótesis nula **En blanco**: Se acepta la hipótesis nula

.: El contraste no se aplica al periodo total por problemas econométricos

Cuadro 5 (Continuación)

Mercado de corros (periodo 59-88): Contraste del CAPM con la metodología de Corte Transversal con medias. Estimación del modelo con diversas técnicas, con betas calculadas a partir de la cartera de mercado no ponderada, y sobre el modelo definido en rentabilidades (mensuales).

Pendiente del ajuste: γ_1

- Prueba sobre significación del parámetro ($\gamma_1 = 0$, para error $\alpha = 5\%$)

Periodo	MCO	MCG	MV
59-63			NO
64-68		NO	
69-73	NO		NO
74-78			
79-83			NO
84-88	NO	NO	NO
59-88		.	.

- Prueba sobre igualdad del parámetro al valor teórico ($\gamma_1 = \overline{R}^* - \overline{R}_0$, para error $\alpha = 5\%$)

Periodo	MCO	MCG	MV
59-63	NO	NO	NO
64-68			
69-73			
74-78	NO	NO	NO
79-83	NO		NO
84-88			
59-88	NO	.	.

MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios
MCG: Mínimos Cuadrados Generalizados
MV: Máxima Verosimilitud
$\overline{\mathbf{R}}^* - \overline{\mathbf{R}}_0$: Promedio del premio por riesgo en el periodo considerado

NO: Se rechaza la hipótesis nula **En blanco**: Se acepta la hipótesis nula

. : El contraste no se aplica al periodo total por problemas econométricos

Cuadro 6

Mercado de corros (periodo 59-88): Contraste del CAPM con la metodología de Corte Transversal sin medias. Estimación del modelo con la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios, con betas calculadas a partir de la cartera de mercado no ponderada, y sobre el modelo definido en rentabilidades (mensuales).

• **Metodología de Fama y MacBeth**

			$H_0: \bar{\gamma}_0 = 0$	¿Acepto?			$H_0: \bar{\gamma}_0 = \bar{R}_0$	¿Acepto?	
Periodo	$\bar{g}_0$	Desv. $\bar{g}_0$	$t_{exper.}$	α=5%	α=1%	$\bar{R}_0$	$t_{exper.}$	α=5%	α=1%
64-68	1,569	0,450	3,487	NO	NO	0,535	2,298	NO	
69-73	1,955	0,605	3,233	NO	NO	0,694	2,085	NO	
74-78	-0,650	0,595	-1,092			0,929	-2,653	NO	
79-83	1,870	0,647	2,889	NO	NO	1,214	1,014		
84-88	3,619	0,902	4,013	NO	NO	1,035	2,866	NO	NO

			$H_0: \bar{\gamma}_1 = 0$	¿Acepto?			$H_0: \bar{\gamma}_1 = \bar{R}^* - \bar{R}_0$	¿Acepto?	
Periodo	$\bar{g}_1$	Desv. $\bar{g}_1$	$t_{exper.}$	α=5%	α=1%	$\bar{R}^* - \bar{R}_0$	$t_{exper.}$	α=5%	α=1%
64-68	-0,588	0,440	-1,337			0,389	-2,221	NO	
69-73	-0,217	0,495	-0,439			1,051	-2,563	NO	
74-78	-0,237	0,833	-0,285			-1,817	1,898		
79-83	-0,464	0,708	-0,656			0,179	-0,909		
84-88	0,580	0,954	0,608			3,152	-2,696	NO	NO

$\bar{\mathbf{g}}_0$: Valor estimado del tipo de interés sin riesgo — $\bar{\mathbf{g}}_1$: Valor estimado del premio por riesgo

$\bar{\gamma}_0$: Valor teórico del tipo de interés sin riesgo — $\bar{\gamma}_1$: Valor teórico del premio por riesgo

$\bar{\mathbf{R}}_0$: Promedio del tipo de interés sin riesgo en el periodo considerado

$\bar{\mathbf{R}}^* - \bar{\mathbf{R}}_0$: Promedio del premio por riesgo en el periodo considerado

$\mathbf{t_{exper.}}$: Valor de la t de Student experimental — $\mathbf{H_0}$: Hipótesis nula

NO: Se rechaza la hipótesis nula — **En blanco**: Se acepta la hipótesis nula

Cuadro 7

Mercado de corros (periodo 59-88): Contraste de la influencia de las “variables fundamentales” en la formación de las rentabilidades (mensuales). Estimación del modelo con diversas técnicas, y a partir de la cartera de mercado no ponderada. Periodos en los que se acepta la influencia de cada “fundamental” (error α = 1%) y signo de dicha influencia.

Metodología	Activo/Libros	Bº/Precio	Libros/Mercado	Valor	Cash/Precio
SUR	59-63 (+)	74-78 (-)	59-63 (-)	59-63 (+)	84-88 (-)
(con restricciones)	64-68 (+)	84-88 (+)	69-73 (-)		
	74-78 (+)		74-78 (-)		
			79-83 (-)		
C.T. con medias	64-68 (+)		59-63 (-)		
C.T. sin medias (F y M)	64-68 (+)		79-83 (-)		84-88 (-)
C.T. sin medias (L y R)	64-68 (+)		79-83 (-)		84-88 (-)

C.T.: Metodología de Corte Transversal

F y M: Metodología de Fama y MacBeth **L y R**: Metodología de Litzenberger y Ramaswamy

+: Influencia positiva **-**: Influencia negativa

Cuadro 8

Mercado de corros (periodo 59-88): Modelo de Mercado y contraste del CAPM con la metodología de Serie Temporal con rentabilidades anuales. Estimación del modelo con la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios, a partir de la cartera de mercado no ponderada, y sobre el modelo definido en excesos de rentabilidad sobre el tipo de interés sin riesgo.

Nº	TITULO	Ordenada	No significación (error α = 1%)*	Beta
1	BANESTO	5,122	A	0,683
2	BILBAO	2,307	A	1,206
3	CENTRAL	5,300	A	0,964
4	EXTERIOR	2,974	A	0,648
5	HISPANO	1,991	A	0,983
6	POPULAR	4,059	A	1,341
7	VIZCAYA	1,081	A	1,054
8	FECSA	-3,656	A	0,436
9	FENOSA	.	.	.
10	H.CANTABRICO	-2,265	A	0,568
11	H.CATALUÑA	-3,519	A	0,332
12	H.ESPAÑOLA	-1,104	A	0,449
13	IBERDUERO	-1,378	A	0,627
14	SEVILLANA	-2,693	A	0,555
15	U.ELECTRICA	-3,692	A	0,563
16	VIESGO	-1,878	A	0,664
17	AGUILA	-4,645	A	0,786
18	AZUCARERA	2,568	A	0,847
19	EBRO	3,679	A	0,881
20	CRISTALERIA	.	.	.
21	DRAGADOS	4,797	A	1,220
22	I.METROPOL.	1,615	A	0,696
23	URBIS	-4,204	A	3,007
24	VALLEHERMOSO	-4,630	A	1,839
25	VALDERRIVAS	6,840	A	1,145
26	G.INVERSIONES	5,518	A	0,995
27	DURO FELGUERA	8,904	A	0,851
28	RIOTINTO	.	.	.
29	CAMPSA	0,827	A	0,510
30	TABACALERA	1,445	A	1,062
31	TELEFONICA	-2,269	A	0,578
32	ALTOS HORNOS	-10,038	A	0,910
33	CAF	3,802	A	1,032
34	FASA	18,528	A	2,442
35	SEAT	.	.	.
36	CEPSA	-3,452	A	1,110
37	CROS	-5,733	A	1,282
38	E.I.ARAGONES.	-3,175	A	1,056
39	EXPLOSIVOS	-10,004	A	2,030
40	PAPELERA	-6,051	A	2,278
41	SNIACE	-8,299	A	1,120
42	U. Y EL FENIX	4,995	A	0,642

A: Se acepta el CAPM **En blanco**: Se rechaza el CAPM

.: Título eliminado en el periodo considerado, por carecerse de la información completa referida al mismo

* También se acepta el CAPM considerando un error α del 5%, así como mediante el test multivariante (para los dos niveles de error considerados)

Cuadro 8 (Continuación)

Mercado de corros (periodo 59-88): Contraste del CAPM con la metodología de Corte Transversal con medias con rentabilidades anuales. Estimación del modelo con la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios, con betas calculadas a partir de la cartera de mercado no ponderada, y sobre el modelo definido en rentabilidades y en excesos sobre el tipo de interés sin riesgo.

			H_0: $\gamma_0 = 0$	¿Acepto?		H_0: $\gamma_0 = \bar{R}_0$		¿Acepto?	
Concepto	g_0	Desv. g_0	$t_{exper.}$	α=5%	α=1%	$\bar{R}_0$	$t_{exper.}$	α=5%	α=1%
Rentabilid.	9,665	1,864	5,185	NO	NO	10,382	-0,384		
Excesos	-0,090	1,894	-0,047			.	.	.	.

			H_0: $\gamma_1 = 0$	¿Acepto?		H_0: $\gamma_1 = \bar{R}^* - \bar{R}_0$		¿Acepto?	
Concepto	g_1	Desv. g_1	$t_{exper.}$	α=5%	α=1%	$\bar{R}^* - \bar{R}_0$	$t_{exper.}$	α=5%	α=1%
Rentabilid.	10,340	1,582	6,536	NO	NO	10,567	-0,144		
Excesos	10,747	1,596	6,734	NO	NO	10,567	0,113		

g_0: Valor estimado del tipo de interés sin riesgo g_1: Valor estimado del premio por riesgo
γ_0: Valor teórico del tipo de interés sin riesgo γ_1: Valor teórico del premio por riesgo

$\bar{R}_0$: Promedio del tipo de interés sin riesgo en el periodo considerado
$\bar{R}^* - \bar{R}_0$: Promedio del premio por riesgo en el periodo considerado

$t_{exper.}$: Valor de la t de Student experimental H_0: Hipótesis nula

NO: Se rechaza la hipótesis nula   **En blanco**: Se acepta la hipótesis nula

.: La prueba de hipótesis propuesta carece de sentido en el modelo definido en excesos

Cuadro 9

Mercado de corros (periodo 59-88): Valoración de los títulos según su situación con respecto a la Línea del Mercado de Títulos teórica (mapa $\mu-\beta$). Estimación puntual de las betas con la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios, a partir de la cartera de mercado no ponderada, y sobre el modelo definido en rentabilidades.

		Rentabilidades mensuales							R. anuales
Nº	TITULO	59-63	64-68	69-73	74-78	79-83	84-88	59-88	59-88
1	BANESTO	I	I	S	I	S	I	I	I
2	BILBAO	S	I	I	I	S	I	I	I
3	CENTRAL	I	I	I	I	S	I	I	I
4	EXTERIOR	S	S	S	I	S	S	I	I
5	HISPANO	I	I	S	I	S	S	I	I
6	POPULAR	I	I	I	I	S	I	I	I
7	VIZCAYA	S	I	I	I	S	S	I	S
8	FECSA	I	S	S	S	S	S	S	S
9	FENOSA	I	S	S	S	.	.	S	S
10	H.CANTABRICO	S	S	I	S	I	S	S	S
11	H.CATALUÑA	I	S	I	S	I	S	S	S
12	H.ESPAÑOLA	I	S	S	S	S	S	S	S
13	IBERDUERO	S	I	I	S	S	I	S	S
14	SEVILLANA	S	I	S	S	S	S	S	S
15	U.ELECTRICA	S	S	I	S	S	S	S	S
16	VIESGO	S	S	I	S	I	S	I	S
17	AGUILA	I	S	S	S	I	S	S	S
18	AZUCARERA	S	S	S	S	I	I	I	I
19	EBRO	S	I	S	S	I	I	I	I
20	CRISTALERIA	.	.	I	S	S	I	I	I
21	DRAGADOS	S	I	I	I	S	S	I	I
22	I.METROPOL.	S	I	S	S	I	I	I	I
23	URBIS	S	I	S	S	S	I	S	S
24	VALLEHERMOSO	S	I	S	S	S	S	S	S
25	VALDERRIVAS	I	S	I	S	I	I	I	I
26	G.INVERSIONES	I	I	I	I	I	S	I	I
27	DURO FELGUERA	S	S	I	I	I	S	I	I
28	RIOTINTO	.	I	.	.	.	.	I	S
29	CAMPSA	S	S	I	I	S	I	I	S
30	TABACALERA	I	S	I	S	S	I	I	I
31	TELEFONICA	S	I	I	S	I	S	S	S
32	ALTOS HORNOS	S	S	I	S	S	S	S	S
33	CAF	S	S	S	S	I	S	S	I
34	FASA	I	I	I	S	I	S	I	I
35	SEAT	S	I	S	S	S	.	S	S
36	CEPSA	S	I	S	I	S	S	S	S
37	CROS	S	S	S	S	S	I	S	S
38	E.I.ARAGONES.	S	S	S	S	I	S	S	S
39	EXPLOSIVOS	S	S	S	S	S	I	S	S
40	PAPELERA	S	S	S	I	S	I	S	S
41	SNIACE	S	S	S	I	S	S	S	S
42	U. Y EL FENIX	I	S	S	I	I	I	I	I

S: Título sobrevalorado **I**: Título infravalorado

.: Título eliminado en el periodo considerado, por carecerse de la información completa referida al mismo

MODELOS DE VALORACION Y EFICIENCIA: ¿BATE EL CAPM AL MERCADO?

por Fernando Gómez-Bezares, José Antonio Madariaga y Javier Santibáñez
Publicado en *Análisis Financiero*, nº 68, Primer cuatrimestre, 1.996, págs. 72-96

1. Introducción

En trabajos anteriores, hemos contrastado en profundidad el grado de funcionamiento del CAPM en el mercado bursátil español[1]. Así, en Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1994) presentábamos un amplio resumen de las conclusiones alcanzadas en el contraste del modelo en dos periodos distintos de la realidad española: el comprendido entre 1959 y 1988 (Mercado de corros), y el que abarca los años 1990 a 1993 (Mercado Continuo).

En estos trabajos se aplican las metodologías clásicas de contraste, así como las novedades que han ido apareciendo en la literatura financiera durante los últimos años. El aparato estadístico y econométrico empleado es importante, al intentar considerar los problemas econométricos que los diversos tipos de contraste van planteando. El objetivo de dichos trabajos es el de determinar hasta qué punto puede afirmarse que el modelo propuesto, el CAPM[2], es capaz de explicar el comportamiento de nuestro mercado, o dicho de otro modo, hasta qué punto las rentabilidades de los títulos se comportan según lo propuesto por el modelo.

---

[1] Véase Santibáñez (1994), en el que se estudia el periodo 1959-1988 (Mercado de corros), Madariaga (1994), en el que se analiza el periodo 1990-1993 (Mercado continuo), y Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1994), en el que se recoge un muy amplio resumen de los trabajos anteriores. Pueden también consultarse Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1995b), en el que se presentan las principales conclusiones de los trabajos anteriores, y Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1995a), en donde se recoge un resumen pormenorizado de las metodologías y posibles problemas que aparecen en la contrastación del CAPM.

[2] Aunque también se estudian modelos alternativos al CAPM.

El objetivo de este artículo es diferente al planteado en los anteriores. Lo que tratamos de ver aquí es si el inversor puede batir al mercado utilizando el CAPM. Si las conclusiones de los anteriores estudios determinaran la clara aceptación del modelo, lo que ahora planteamos no tendría ningún sentido: si el mercado se comporta exactamente conforme a lo propuesto por el modelo, no habría forma de obtener rentabilidades extraordinarias mediante su utilización, ya que, como promedio, los títulos rendirían en función del riesgo sistemático que aportan a su propietario, siendo la relación entre rentabilidad media y riesgo exacta y conocida.

Sin embargo, los muchos problemas que el contraste plantea, así como el propio comportamiento del mercado, hacen que las conclusiones obtenidas en dichos estudios no hayan sido en ningún caso definitivas. Es cierto que tenemos indicios para pensar que no hay motivos para rechazar el CAPM, que la "beta" propuesta por el modelo debe seguir considerándose como una buena medida del riesgo relevante, y que parece que el modelo funciona mejor conforme nos acercamos a la actualidad. Pero, con todo, las conclusiones no son del todo claras.

Por otro lado, cuando los resultados de los contrastes del CAPM no son todo lo buenos que cabría desear, éstos pueden leerse siempre bajo dos ópticas diferentes:

- Si aceptamos la eficiencia del mercado, y los resultados del contraste no concuerdan con las predicciones del modelo, deberíamos llegar a la conclusión de que éste no sirve para explicar la realidad, lo que supondría el rechazo del modelo.

- Si partimos de que el modelo es el que explica de una manera lógica la realidad, y los resultados del contraste no concuerdan con sus predicciones, deberíamos concluir que el mercado no es eficiente, al no reflejar adecuadamente la información relevante.

Ante los poco claros resultados obtenidos, tanto en nuestros trabajos como en los de otros autores, decidimos realizar una prueba de eficiencia del mercado a la luz del CAPM. La pregunta que nos hacemos es si el inversor puede "batir" sistemáticamente al mercado mediante la aplicación de dicho modelo, es decir, si puede obtener rentabilidades superiores a las del mercado (ajustadas por el riesgo) tomando sus decisiones sobre la base del CAPM. Si esto fuera así, un posible rechazo del modelo debería ser matizado: es decir, debería concluirse que en la actualidad las rentabilidades esperadas de los títulos no son exactamente explicadas por las betas, pero la "lógica" del modelo podría ser aceptada, ya que, en último término, el inversor podría aprovechar los desajustes que se producen en el mercado, lo que simultáneamente llevaría a éste a incorporar de manera progresiva la mencionada lógica. Es la paradoja del mercado eficiente: para que el mercado sea eficiente, es decir, para que no puedan obtenerse rentabilidades extraordinarias mediante la utilización de información (histórica, pública o privada, según la eficiencia sea débil, semifuerte o fuerte), hace falta que haya mucha gente que no crea en dicha eficiencia. De esta manera, los agentes hacen que las cotizaciones de los títulos vayan recogiendo dicha información.

Debemos decir que en este artículo hemos decidido huir deliberadamente de procedimientos complicados y de gran aparato econométrico, optando por una metodología conceptualmente sencilla, que no requiere de grandes conocimientos teóricos, y que pretende responder a una pregunta sencilla que cualquier inversor se plantea a la hora de utilizar o no un determinado modelo en la toma de sus decisiones: ¿se puede decidir mejor utilizando el CAPM? ¿se pueden obtener rentabilidades extraordinarias con este modelo?

2. Un brevísimo resumen de las ideas fundamentales del CAPM

Como es sabido, el CAPM propone que la rentabilidad esperada de un título es función de su riesgo sistemático:

$$E(R_i) = R_0 + \left[E(R^*) - R_0\right] \beta_i \qquad [1]$$

donde:

$E(R_i)$ Rentabilidad esperada del título i.

R_0 Rentabilidad del título sin riesgo (renta fija).

$E(R^*)$ Rentabilidad esperada de la cartera de mercado (teóricamente compuesta por todos los activos que aportan valor a la economía).

β_i Beta del título i. Es una medida de su riesgo sistemático.

Como se ve, según el modelo, el único riesgo relevante, el único que debe ser retribuido, es el que se denomina "riesgo sistemático" (aquel que no puede eliminarse por diversificación), y propone una medida del mismo, la beta. Esta beta es una medida del grado de relación de la rentabilidad de un título con la del mercado, y se define de la siguiente manera:

$$\beta_i = \frac{COV\,(R_i,\ R^*)}{VAR\,(R^*)} \qquad [2]$$

es decir, como cociente entre la covarianza de la rentabilidad del título con el mercado y la varianza de rentabilidad de éste último. Esta medida puede obtenerse en el llamado "Modelo de mercado", que propone un ajuste de regresión entre la rentabilidad del título y la correspondiente al mercado, en el que la pendiente del ajuste coincidiría con la mencionada beta.

Así, el mercado tendría una beta igual a la unidad, y cada título tendría un premio de rentabilidad en función del riesgo que aporta a su propietario: dicho premio vendría dado por el producto del premio por unidad de riesgo (la diferencia entre la rentabilidad de la cartera de mercado y el tipo sin riesgo) multiplicado por la cantidad de riesgo sistemático que aporta (su beta). Puede verse todo ello en la fórmula [1].

Si el modelo se cumpliera estrictamente en la realidad, el inversor que corriera un mayor riesgo, obtendría una mayor rentabilidad, por lo que se vería recompensado del mismo. Pero sólo se premiaría esa parte del riesgo que no puede eliminarse por diversificación, precisamente por estar relacionada con la marcha del mercado. La única manera de obtener rentabilidades superiores sería soportando riesgos mayores.

Todos los títulos se situarían en la que llamamos Línea del Mercado de Títulos (LMT), tal como puede verse en la figura 1:

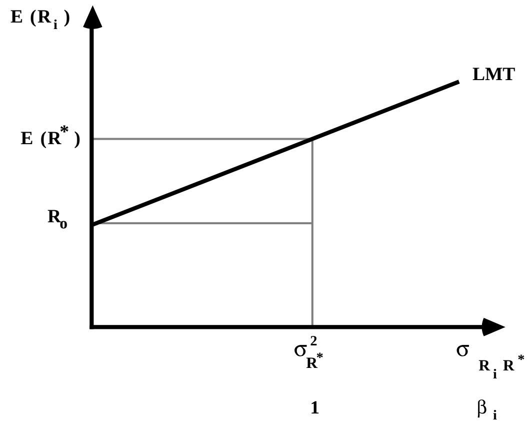


Figura 1

Pero, en la medida en que el CAPM no se cumpliera exactamente en la realidad, los títulos aparecerían alrededor de la recta propuesta. Ello podría deberse a multitud de motivos, entre ellos el hecho de que la verdadera cartera de mercado es imposible de conocer, y trabajamos siempre con estimaciones de la misma. Pero también podemos suponer que el mercado está equivocado, y no actúa eficientemente. Esto provocaría la existencia de títulos que quedan por encima de la recta (que, al rendir más de lo que cabría exigírseles en función de su riesgo sistemático, estarían infravalorados), y títulos que se sitúan por debajo de la recta (que estarían sobrevalorados). Si aceptamos la lógica del modelo, y suponemos que esta situación se va a mantener en el futuro, deberíamos comprar los primeros y deshacernos de los segundos, constituyendo el CAPM una herramienta para la toma de decisiones en bolsa.

3. Metodología utilizada

Como hemos dicho, la pregunta a la que tratamos de responder en este trabajo es si pueden obtenerse rentabilidades extraordinarias mediante la utilización del CAPM, es decir, si las rentabilidades derivadas de su utilización son mayores de lo que cabría esperar en función del riesgo sistemático soportado.

Para comprobar este extremo, decidimos estudiar el periodo 1959-1988, suficientemente amplio y cercano a la actualidad, y que evita mezclar datos del mercado de corros y el mercado continuo.

El estudio se centra en 38 títulos representativos del mercado bursátil español (véase cuadro 1) durante el periodo propuesto (que cumplen con exigentes condiciones respecto a volumen y frecuencia de contratación, así como a valor de capitalización bursátil). Consideramos la rentabilidad (en tanto por cien) que el inversor obtiene vía plusvalía, dividendos y venta de derechos de suscripción, partiendo del mes como periodo básico de decisión, es decir, suponiendo que el inversor toma el mes como horizonte básico para la toma de sus decisiones. Así, la rentabilidad (R_{it}) vendría dada por la siguiente fórmula:

$$R_{it} = \frac{C_{it} + D_{it} + d_{it} - C_{i,t-1}}{C_{i,t-1}} \quad 100 \qquad [3]$$

donde:

C_{it} Cotización del título i al final del mes t.

$C_{i,t-1}$ Cotización del título i al principio del mes t.

D_{it} Dividendos cobrados por el título i en el mes t.

d_{it} Derechos de suscripción vendidos en el mes t.

A partir de las rentabilidades de los títulos, se calculó la rentabilidad de la cartera de mercado, como media no ponderada de las anteriores[3]. Obtuvimos también la rentabilidad del título sin riesgo, tomando para ello el rendimiento de la renta fija del estado con carácter mensual.

Disponemos así de toda la información necesaria para el estudio: tenemos una serie de 360 rentabilidades mensuales asociadas a cada título, a la cartera de mercado, y al título sin riesgo.

Debe recordarse aquí que el CAPM es un modelo pensado fundamentalmente en el largo plazo, es decir, que sus conclusiones se cumplirían en una perspectiva de largo plazo, siendo de menor utilidad para el inversor de tipo especulativo.

[3] Debemos decir aquí que en el cálculo de la rentabilidad de la cartera de mercado se incluyeron también, en algunos meses, las correspondientes a cuatro títulos adicionales (FENOSA, CRISTALERIA, RIOTINTO y SEAT), que no se consideraron posteriormente en el estudio por carecerse de información completa referida a la totalidad del periodo analizado. Al considerar sólo títulos para los que se posee información completa, somos conscientes de la posibilidad de existencia de un sesgo de supervivencia.

Sobre la base de lo anterior, decidimos hacer el estudio bajo dos hipótesis distintas: la primera consistiría en suponer que el individuo ajusta sus posiciones al final de cada mes (es decir, que al final de cada mes liquida sus inversiones y compra los títulos que aparezcan como infravalorados, siempre según el CAPM); la segunda, más coherente con el espíritu del modelo, consistiría en suponer que el inversor compra en un mes concreto los títulos que componen su cartera, y los mantiene durante un periodo de 60 meses, liquidándolos al final de dicho periodo.

3.1. Estudio bajo el supuesto de que el inversor ajusta sus posiciones al final de cada mes

3.1.1. Decisión respecto a los títulos que compondrán la cartera

El primer paso que debemos realizar es estimar las betas asociadas a cada título. Esto lo haremos tomando como periodo de estimación el de cinco años.

Ello significa que, para tomar la decisión sobre la cartera correspondiente al mes de enero de 1964, calculamos las betas mediante un ajuste de regresión entre las rentabilidades de cada título y la cartera de mercado en el periodo de cinco años inmediatamente anterior (1959-1963)[4]. La primera consecuencia que de esta metodología se deriva es el hecho de que el análisis se limita al periodo 1964-1988, al carecer de los datos correspondientes a los meses anteriores a 1959.

Para las inversiones correspondientes al mes de febrero de 1964, las betas de los títulos se calculan con los datos del periodo comprendido entre febrero de 1959 y enero de 1964 (es decir, los de los cinco años inmediatamente anteriores), y así sucesivamente, hasta llegar a diciembre de 1988, en el que el cálculo de las betas se realiza con los datos comprendidos entre diciembre de 1983 y noviembre de 1988.

Tenemos así la serie de betas asociadas a cada título en cada uno de los meses comprendidos entre enero de 1964 y diciembre de 1988. Para tomar las decisiones correspondientes, el siguiente paso a realizar es ver lo que en cada periodo de cinco años ha rendido cada título, y comparar esta cifra con lo que, según el CAPM, debería haber ofrecido.

Realizaremos el razonamiento correspondiente a la decisión en enero de 1964. El rendimiento medio obtenido por el título “i” durante los cinco últimos años se calcula como promedio simple de las rentabilidades mensuales correspondientes:

$$\overline{R}_i = \sum_{t=1}^{t=60} \frac{R_{it}}{60} \qquad [4]$$

[4] El cálculo de estas betas puede realizarse también mediante la aplicación de la fórmula [2] (que coincide con la estimación que se obtiene aplicando la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios al Modelo de mercado).

donde, en nuestro caso, el 1 asociado a la t es el mes de enero de 1959, y el 60 corresponde a diciembre de 1963.

Para ver lo que como promedio debería haber obtenido el título "i", según el CAPM, necesitamos calcular el premio por riesgo promedio del periodo. Este se calcula como diferencia entre el promedio de rentabilidad de la cartera de mercado y el del tipo sin riesgo en los 60 meses correspondientes:

$$\text{Premio por riesgo del periodo}_{59\text{-}63} = \overline{R}^* - \overline{R}_0 = \sum_{t=1}^{t=60} \frac{R_t^*}{60} - \sum_{t=1}^{t=60} \frac{R_{0t}}{60} = \sum_{t=1}^{t=60} \frac{R_t^* - R_{0t}}{60} \qquad [5]$$

donde, nuevamente, t viene delimitada por el periodo comprendido entre enero del 59 y diciembre del 63.

Según el modelo, el título i debería haber tenido durante dicho periodo un rendimiento medio que viene dado por la fórmula [1], vista ahora a posteriori (es decir, en términos de promedio en lugar de esperanza):

$$\overline{R}_i = \overline{R}_0 + \left[\overline{R}^* - \overline{R}_0\right] \beta_i \qquad [6]$$

De la comparación entre la rentabilidad media efectivamente obtenida y la que debería haber dado obtenemos el carácter "infra" o "sobre" valorado de cada título: si la primera es superior a la segunda, la decisión será comprar el título, al hallarse infravalorado, mientras que si ocurre lo contrario, la decisión sería no comprar (supondremos en todo el estudio que no pueden realizarse ventas en corto).

3.1.2. Estudio comparativo del rendimiento obtenido por la cartera gestionada frente al asociado a la cartera de mercado

Así, en el mes de enero de 1964 se compran todos los títulos que aparecen infravalorados con la información anteriormente descrita. El siguiente paso consiste en calcular el promedio de beta de la cartera así construida, así como el promedio de rentabilidad obtenido al final del mes (recordemos que en esta primera parte del estudio se supone que el inversor ajusta sus posiciones al final de cada mes, es decir, vende todos los títulos y vuelve a comprar aquellos que, según la información correspondiente a los últimos cinco años, aparecen como infravalorados).

El promedio de beta de la cartera se calcula como media simple de las correspondientes a los títulos que la componen:

$$\text{Beta de la cartera}_{\text{enero},64} = \sum_{i=1}^{i=g} \frac{\beta_{i\,(\text{ene},59\text{-dic},63)}}{g} \qquad [7]$$

donde g es el número de títulos (que varía de mes a mes) que componen la cartera en el mes considerado.

En cuanto al promedio de rentabilidad obtenido, éste se obtiene también por media simple de las obtenidas por cada uno de los títulos que componen la cartera:

$$\text{Rentabilidad de la cartera}_{enero,64} = \sum_{i=1}^{i=g} \frac{R_{i\ (enero,64)}}{g} \qquad [8]$$

Para ver si hemos batido al mercado, utilizamos el índice de Jensen dividido por beta (véase índice de Treynor, 1965). La fórmula a aplicar es la siguiente:

$$J/\beta = \frac{(\mu - i)}{\beta} - (\mu^{*} - i) \qquad [9]$$

donde:

μ Rentabilidad de la cartera gestionada en el mes correspondiente (enero del 64, en nuestro caso).

i Tipo de interés sin riesgo del mes correspondiente.

β Beta de la cartera gestionada (presentada anteriormente; corresponde al promedio de las de los títulos que componen la cartera, las cuales se han estimado en el paso anterior con los datos de los últimos cinco años).

μ^{*} Rentabilidad de la cartera de mercado en el mes correspondiente (enero del 64).

Como puede verse, el sentido de la fórmula [9] es el de comparar el premio obtenido por unidad de riesgo sistemático en la cartera gestionada (el quebrado de la fórmula), con el premio ofrecido por la cartera de mercado (cuya beta es la unidad). Si el índice es positivo podemos decir que hemos batido al mercado, es decir, hemos obtenido una rentabilidad (ajustada por el riesgo) superior que el que invierte en una cartera compuesta por todos los títulos estudiados.

El mismo proceso descrito para el mes de enero de 1964 se repite para todos los meses posteriores, hasta llegar a diciembre de 1988.

3.2. Estudio bajo el supuesto de que el inversor mantiene su inversión durante un plazo de 60 meses

3.2.1. Decisión respecto a los títulos que compondrán la cartera

El proceso realizado para determinar los títulos que en cada mes deben ser comprados es exactamente el mismo aquí que en el apartado anterior: después del cálculo de las betas de los títulos correspondientes a cada mes (a partir de los datos de los últimos sesenta meses), se compara la rentabilidad media ofrecida por cada uno de ellos durante los últimos cinco años con la que, según el CAPM, deberían haber ofrecido. De la comparación entre ambas se deriva el carácter de “infra” o “sobre” valorado de cada título, procediéndose a la compra de aquellos valores que aparecen como infravalorados.

3.2.2. Estudio comparativo del rendimiento obtenido por la cartera gestionada frente al asociado a la cartera de mercado

Es en este punto donde se plantea la diferencia con respecto a la hipótesis manejada en el apartado anterior. Así, mientras que entonces se suponía que la cartera iba cambiando su composición cada mes (al partir de la hipótesis de que el inversor ajustaba sus posiciones con dicha periodicidad), ahora suponemos que el inversor que compra los títulos en enero de 1964 los mantiene durante 60 meses, hasta diciembre de 1968; el que compra en febrero del 64, mantiene su inversión hasta enero de 1969; y así sucesivamente.

A partir de las carteras obtenidas con la misma metodología que en el paso anterior, lo que queremos ver es si la rentabilidad media obtenida en esta cartera durante los cinco años (siempre ajustada por el riesgo) es mayor o menor que la ofrecida por la cartera de mercado. Veamos cómo se realiza el proceso correspondiente a la inversión realizada en el mes de enero de 1964.

Calculamos en primer lugar el riesgo sistemático que como promedio ha soportado el inversor durante los sesenta meses en que ha mantenido su inversión, lo cual lo obtenemos como media de la beta de la cartera a lo largo de dicho periodo. Recordemos que la decisión se toma en enero de 1964 a partir de la beta calculada con los datos de los últimos 60 meses (entre enero de 1959 y diciembre de 1963), pero el riesgo sistemático no tiene por qué mantenerse durante los 60 meses en que se mantiene la inversión. Así, optamos por calcular la beta de los títulos que componen dicha cartera en cada uno de los meses comprendidos entre enero de 1964 y diciembre de 1968, lo que nos permite calcular la beta de la cartera en cada mes (mediante la aplicación de la fórmula [7]), y posteriormente, obtenemos el promedio de beta asociado a la cartera durante el periodo de inversión:

$$\text{Promedio de Beta de la cartera}_{\text{enero,64-diciembre,68}} = \sum_{t=1}^{t=60} \frac{\beta_t}{60} \qquad [10]^5$$

donde β_t es la beta de la cartera correspondiente al mes t (y donde el 1 asociado a la t se corresponde con enero del 64, y el 60 es el mes de diciembre del 68).

---

[5] Esto podría haberse hecho de otras muchas maneras. Una alternativa lógica y sencilla sería calcular la beta asociada a cada título durante el periodo 64-68 (mediante una única estimación), obteniendo después la asociada a la cartera. Sin embargo, el procedimiento que hemos utilizado hace los resultados más comparables con el estudio que presentábamos en el apartado anterior.

A continuación, calculamos el promedio de rentabilidad obtenido por la cartera gestionada a partir del CAPM durante el periodo considerado:

$$\text{Promedio de Rentabilidad de la cartera}_{\text{enero,64-diciembre,68}} = \sum_{t=1}^{t=60} \frac{R_t}{60} \qquad [11]$$

donde R_t es la rentabilidad de la cartera en el mes t (cuyo cálculo se realiza a partir de las rentabilidades de los títulos en dicho mes, mediante la aplicación de la fórmula [8]).

El siguiente paso es calcular el promedio de rentabilidad ofrecido por la cartera de mercado y por el título sin riesgo en el mismo periodo considerado:

$$\text{Promedio de Rentabilidad de la cartera de mercado}_{\text{enero,64-diciembre,68}} = \sum_{t=1}^{t=60} \frac{R_t^*}{60}$$

$$\text{Promedio de Rentabilidad del título sin riesgo}_{\text{enero,64-diciembre,68}} = \sum_{t=1}^{t=60} \frac{R_{0t}}{60} \qquad [12]$$

donde toda la nomenclatura ha sido definida anteriormente.

Una vez calculada dicha información, estamos en disposición de ver si la cartera creada en enero del 64 ha batido o no al mercado durante el tiempo en el que se ha mantenido la inversión (hasta diciembre del 68). Ello se hace nuevamente mediante el índice de Jensen dividido por beta (índice de Treynor), al igual que hacíamos en el apartado anterior:

$$J/\beta = \frac{(\mu - i)}{\beta} - (\mu^* - i) \qquad [9]$$

y donde ahora la nomenclatura tiene un significado ligeramente distinto:

μ Promedio de rentabilidad de la cartera formada en el mes correspondiente (enero del 64 en nuestro caso) durante el periodo en el que se ha mantenido (enero del 64 a diciembre del 68).

i Tipo de interés sin riesgo promedio en el lustro correspondiente.

β Beta promedio de la cartera gestionada durante los 60 meses en los que se mantiene la inversión.

μ^* Rentabilidad promedio de la cartera de mercado en el lustro correspondiente.

Debemos aquí hacer una precisión metodológica: dado que no queríamos mezclar datos del mercado de corros y el continuo, suponemos que el periodo termina estrictamente en diciembre de 1988. En este sentido, la cartera formada, por ejemplo, en enero de 1984, se mantiene durante los 60 meses que quedan hasta diciembre del 88; la formada en febrero, suponemos que se liquida también en diciembre del 88, por lo que los datos (promedios de rentabilidad, beta, etc.) se refieren sólo a una inversión mantenida durante 59 meses; y así sucesivamente, de manera que la inversión comprada en diciembre del 88 se mantiene sólo durante un mes[6].

También conviene señalar que, obviamente, los resultados que obtenemos en esta segunda simulación corresponden, cada mes, a individuos diferentes. La lectura de dichos resultados debe realizarse partiendo de que la fecha asociada al resultado corresponde al momento en el que “se entra” en la inversión (que, tal como se ha visto, incluye datos de los sesenta meses siguientes, con la salvedad mencionada respecto al periodo 84-88).

4. Resultados obtenidos

4.1. Bajo la hipótesis de que el inversor ajusta sus posiciones al final de cada mes

En el cuadro 2 se presentan los resultados obtenidos bajo esta hipótesis de comportamiento. En concreto, se ofrecen, para cada uno de los meses comprendidos entre enero de 1964 y diciembre de 1988, la rentabilidad de la cartera de mercado y la asociada al título sin riesgo, la rentabilidad y la beta de la cartera gestionada con el CAPM, y el resultado de estudiar si dicha cartera bate o no al mercado en el mes correspondiente.

De la observación de esta información, podemos deducir que el CAPM no ofrece una estrategia significativamente mejor que la mera inversión en la cartera de mercado: sólo en 172 de los 300 meses se consigue batir al mercado (lo cual supone un 57,33%)[7]. De alguna manera, este resultado podría esperarse, en la medida en que el CAPM, tal como hemos indicado, es un modelo de valoración a largo plazo.

Por periodos, diremos que en el periodo 64-68, la cartera gestionada bate al mercado en 41 de los 60 meses (68,33%); en el 69-73, en 30 (un 50%); en el 74-78, en 38 (63,33%); en el 79-83, en 34 (56,67%); y en el 84-88, en 29 (48,33%). Estos resultados son también de alguna manera coherentes con los que obteníamos en el contraste del CAPM en trabajos anteriores (véase Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez, 1994), donde aparecía una mejoría en el funcionamiento del modelo en los últimos años, sobre todo en el periodo 84-88. Así, la

---

[6] La diferente duración del periodo de mantenimiento de la inversión que se produce en todo este subperiodo de cinco años (84-88) no plantea ningún problema estadístico, ya que no hemos realizado pruebas de hipótesis, etc., que pudieran hacerlo.

[7] Además, el lector debe considerar que no hemos considerado aquí los costes de transacción, que indudablemente serían mayores en la cartera gestionada, y restarían interés a esta estrategia.

ventaja de utilizar el CAPM desaparece totalmente en dicho periodo (en el que su utilización sólo nos lleva a batir al mercado en un 48,33% de los meses).

4.2. Bajo la hipótesis de comprar y mantener cinco años

Los resultados obtenidos bajo esta hipótesis se presentan en el cuadro 3. En este caso, el grado de interés del CAPM crece significativamente: en 212 de los 300 casos considerados se obtendría con el modelo una rentabilidad ajustada por el riesgo mayor que invirtiendo en la cartera de mercado, lo cual supone un porcentaje del 70,67% de éxito, que empieza a alejarse de lo que podríamos considerar azar[8].

Al analizar la información por periodos, podemos ver cómo es en los primeros años en los que aparecía una ventaja mayor en la utilización del modelo: así, en el periodo 64-68, se bate al mercado en 57 de los 60 meses considerados (un 95%); en el 69-73, en 47 (78,33%); y en el 74-78, en 48 (un 80%). Ello significa que, considerando únicamente el periodo comprendido entre 1964 y 1978, la estrategia basada en el CAPM habría batido al mercado en 152 ocasiones (de 180, es decir, un 84,44%).

En el periodo 79-83, el porcentaje disminuye significativamente, hasta el 31,67% (sólo se bate al mercado en 19 de los 60 meses); mientras que en el 84-88, vuelve a recuperarse, para situarse en un 68,33% (41 de los 60 meses). Es decir, que durante los diez años comprendidos entre 1979 y 1988, la estrategia basada en el CAPM bate al mercado en un 50% de las ocasiones[9].

5. Conclusiones

En este artículo hemos pretendido, de manera deliberada, huir de planteamientos y contrastes complicados, en los que normalmente hay que considerar una serie casi interminable de problemas econométricos, para estudiar el CAPM desde una perspectiva más intuitiva, aunque no necesariamente "menos científica". Así, y para ver el grado de interés del CAPM, hemos tratado de ver si estrategias basadas en este modelo permiten al inversor obtener rentabilidades extraordinarias.

Si ello fuera así, podría interpretarse como una muestra de ineficiencia del mercado. En caso contrario, no podríamos concluir que el modelo no sirve (salvo que, sistemáticamente, perdiéramos dinero mediante su aplicación), ya que ello podría indicar, simplemente, que el mercado incorpora la información aportada por el CAPM.

---

[8] Los costes de transacción serían menores que en el caso anterior.

[9] El análisis realizado es sólo cualitativo (se bate o no al mercado, pero no se indica por cuánto). Esto es coherente con el hecho de que hemos partido de que los títulos están "sobre" o "infra" valorados (también de forma cualitativa). Con todo, luego daremos alguna rentabilidad global.

A la vista de los resultados, podemos concluir que el modelo es de una utilidad relativa menor al ser utilizado como instrumento de toma de decisiones con una perspectiva de corto plazo: así, bajo la hipótesis de que el inversor ajusta sus posiciones al final de cada mes, vemos que el modelo bate al mercado en un porcentaje muy cercano (aunque algo superior) al 50%, lo que indica una ventaja demasiado pequeña, que aún sería más matizable al considerar los costes de transacción. Ello se ve también corroborado si estimamos la rentabilidad final acumulada con esta estrategia: así, el inversor que tomó sus decisiones sobre la base del modelo, obtendría al final del periodo 49,15 pesetas por cada peseta invertida veinticinco años antes (con una beta promedio soportada muy cercana a la unidad), mientras que el inversor en la cartera de mercado habría obtenido 48,60.

El CAPM parece tener un interés mayor cuando se utiliza como herramienta de decisión a largo plazo: así, bajo la hipótesis de que el inversor mantiene su inversión durante un periodo de 5 años a partir de su compra, se bate al mercado en un 71% de las veces. Este porcentaje es mayor en los años más alejados de la actualidad, y disminuye algo al acercarnos al momento actual, lo cual tampoco dice nada en contra del CAPM, sino que puede interpretarse como una tendencia hacia una mayor eficiencia del mercado.

Todo este análisis ha sido deliberadamente cualitativo, y nos hemos centrado en si se bate o no al mercado, y no por cuánto se le bate. La razón ha sido no complicar demasiado la presentación de unos datos, que hemos tratado que sean claramente comprensibles. Este estudio podría ampliarse con diferentes estrategias que compraran los títulos según diferentes niveles de infravaloración y estudiando después los resultados cuantitativamente. En nuestro caso, con todo, hemos analizado los premios por riesgo de la estrategia de comprar y mantener durante cinco años, con resultados coherentes con los aquí presentados; tales resultados varían bastante según si se trata de los primeros periodos o de los últimos: así, entre 1964 y 1978 la diferencia entre los promedios del índice de Treynor de la cartera gestionada y del mercado supera los dos puntos anuales; entre 1979 y 1988 tal diferencia es prácticamentedespreciable (del 4 por diez mil anual).

Para terminar, habría que decir que en todo el estudio hemos aceptado implícitamente la lógica del CAPM, al medir la Performance con el índice de Treynor (lo que supone basarnos en el CAPM). Esto supuesto, puede concluirse que nuestro estudio sería coherente con que la ineficiencia del mercado es la que lleva a resultados poco claros en el contraste del CAPM, y que esto tiende a corregirse en los últimos periodos.

Bibliografía

GOMEZ-BEZARES, F., J.A. MADARIAGA y J. SANTIBAÑEZ (1994): *Valoración de acciones en la bolsa española. Un análisis de la relación entre la rentabilidad y el riesgo*, Desclée de Brouwer, Bilbao.

GOMEZ-BEZARES, F., J.A. MADARIAGA y J. SANTIBAÑEZ (1995a): “El CAPM: metodologías de contraste”, *Boletín de Estudios Económicos*, 156, Diciembre, págs. 557-582.

GOMEZ-BEZARES, F., J.A. MADARIAGA y J. SANTIBAÑEZ (1995b): "Riesgo y rentabilidad en mercados de tamaño intermedio (el caso español)", *III Foro de Finanzas*, Universidad Comercial de Deusto, Bilbao, págs. 697-731.

MADARIAGA, J.A. (1994): *Rentabilidad y riesgo de las acciones en el mercado continuo español*, Tesis doctoral (publicada en microficha), Universidad Comercial de Deusto, Bilbao.

SANTIBAÑEZ, J. (1994): *Valoración de acciones en la bolsa española (1959-1988),* Tesis doctoral (publicada en microficha), Universidad Comercial de Deusto, Bilbao.

TREYNOR, J.L. (1965): "How to rate management of investment funds", *Harvard business review*, Enero - Febrero, págs. 63-75.

Cuadro 1. Títulos utilizados en el estudio.

BANCOS
Banco Español de Crédito Banco de Bilbao Banco Central Banco Exterior de España Banco Hispano Americano Banco Popular Español Banco de Vizcaya
ELECTRICAS
Fuerzas Elécricas de Cataluña (FECSA) Hidroeléctrica del Cantábrico Hidroeléctrica de Cataluña Hidroeléctrica Española Iberduero Compañía Sevillana de Electricidad Unión Eléctrica Electra de Viesgo
ALIMENTACION
Sociedad Anónima El Aguila Sociedad General Azucarera de España Ebro, Cía. de Azúcares y Alcoholes
CONSTRUCCION
Dragados y Construcciones Compañía Inmobiliaria Metropolitana Inmobiliaria Urbis Inmobiliaria Vallehermoso Portland Valderrivas

INVERSION MOBILIARIA
Compañía General de Inversiones
MINERAS
Sociedad Metalúrgica Duro Felguera
MONOPOLIOS
CAMPSA Tabacalera Compañía Telefónica Nacional de España
SIDERO-METALURGICAS
Altos Hornos de Vizcaya Constr. y Aux. de Ferrocarriles (CAF) Fab. de Autom. Renault de España (FASA)
QUIMICO-TEXTIL
Compañía Española de Petróleos (CEPSA) Sociedad Anónima CROS Energía e Industrias Aragonesas Unión Española de Explosivos Papelera Española SNIACE
SEGUROS
La Unión y el Fénix Español

Cuadro 2. Simulación 1: ajuste de posiciones al final de cada mes.

Año-Mes	Rentabilidad Mercado	Rentabilidad Título sin riesgo	Rentabilidad cartera	Beta cartera	¿Bate la cartera al mercado?
64,01	2,0837	0,4535	0,8124	0,8292	NO
64,02	-1,2437	0,4559	1,3275	0,7970	SI
64,03	0,5028	0,4622	2,2317	0,8095	SI
64,04	-0,3442	0,4654	-0,1871	0,9036	SI
64,05	-1,5218	0,4654	-1,1825	0,9083	SI
64,06	0,1858	0,4662	0,7109	0,9047	SI
64,07	2,3404	0,4670	1,2678	0,9247	NO
64,08	1,5141	0,4717	1,2670	0,8844	NO
64,09	0,0203	0,4702	0,5096	0,9038	SI
64,10	1,1277	0,4725	1,7764	0,9106	SI
64,11	1,9593	0,4741	3,4416	0,8904	SI
64,12	-1,8052	0,4670	-1,6592	0,9173	NO
65,01	2,7492	0,4591	3,0137	0,9581	SI
65,02	-2,4456	0,4638	-1,4752	0,9271	SI
65,03	0,5027	0,4709	2,9648	0,9324	SI
65,04	0,4712	0,4796	2,6210	0,9434	SI
65,05	-0,0782	0,4915	-2,1585	0,9329	NO
65,06	-1,9314	0,4891	-1,2550	0,9002	SI
65,07	5,4515	0,4852	7,8706	0,9035	SI
65,08	3,9267	0,4804	4,1504	0,9412	SI
65,09	0,7094	0,4804	3,2244	0,9511	SI
65,10	-0,8511	0,5120	-1,2043	0,9267	NO
65,11	0,1359	0,5136	1,1563	0,9113	SI
65,12	-0,8128	0,5096	0,0492	0,9511	SI
66,01	2,3188	0,5128	2,3276	0,9523	SI
66,02	-0,9008	0,5246	-0,0514	0,9511	SI
66,03	-0,2432	0,5356	0,8476	0,9583	SI
66,04	-2,3318	0,5403	-1,9342	0,9046	SI
66,05	-0,1903	0,5490	-0,6733	0,9293	NO
66,06	1,5928	0,5482	2,8319	0,9358	SI
66,07	0,7399	0,5623	1,3456	0,9632	SI
66,08	1,6516	0,5678	2,7432	1,0034	SI
66,09	-1,2192	0,5717	0,5218	1,0624	SI
66,10	-1,4424	0,5740	-1,8399	1,0530	NO
66,11	3,7503	0,5709	3,1674	1,0662	NO
66,12	-1,3960	0,5662	-0,3909	1,0485	SI
67,01	0,9670	0,5631	4,4772	1,0480	SI
67,02	0,3596	0,5654	0,8532	1,0380	SI
67,03	0,5707	0,5693	0,0351	1,0324	NO
67,04	1,1901	0,5701	2,9292	1,0720	SI
67,05	-1,0280	0,5764	0,5453	1,0714	SI
67,06	-0,6344	0,5779	-0,7840	1,0528	NO
67,07	1,7222	0,5850	2,9810	1,1048	SI
67,08	4,1058	0,5881	5,0420	1,1376	SI
67,09	0,0796	0,5873	2,0151	1,1716	SI
67,10	0,2351	0,5959	1,2580	1,1117	SI
67,11	-0,5207	0,5811	-0,7437	1,0748	NO
67,12	0,1780	0,5850	0,2502	1,1042	SI
68,01	5,6744	0,5811	9,6257	1,1026	SI
68,02	1,8361	0,5818	4,4326	1,1360	SI
68,03	0,4439	0,5842	-0,5762	1,2239	NO
68,04	5,4120	0,5748	7,1424	1,2194	SI
68,05	7,4255	0,5803	5,6961	1,1973	NO
68,06	-1,0576	0,5889	-1,5392	1,1087	NO
68,07	0,0169	0,5897	-2,4648	1,0919	NO
68,08	5,7241	0,5943	4,8439	1,0556	NO
68,09	0,5530	0,5951	1,2900	0,9942	SI
68,10	0,4251	0,5951	-0,3255	0,9943	NO
68,11	2,1633	0,6068	2,0506	1,0187	NO
68,12	4,5861	0,6068	6,1504	0,9873	SI

Cuadro 2. Simulación 1: ajuste de posiciones al final de cada mes.

Año-Mes	Rentabilidad Mercado	Rentabilidad Título sin riesgo	Rentabilidad cartera	Beta cartera	¿Bate la cartera al mercado?
69,01	14,3673	0,6076	12,8754	0,9739	NO
69,02	6,6300	0,6146	5,8439	0,9311	NO
69,03	9,3804	0,6123	5,9099	0,8998	NO
69,04	1,8307	0,6115	1,8496	0,8465	SI
69,05	-1,4062	0,6045	-0,4474	0,8431	SI
69,06	2,1338	0,6061	1,4360	0,8400	NO
69,07	15,1234	0,6333	10,5577	0,8427	NO
69,08	1,7931	0,6317	5,5401	0,7830	SI
69,09	1,3931	0,6271	0,3908	0,7948	NO
69,10	3,7274	0,6177	4,2326	0,7624	SI
69,11	3,2767	0,6209	3,3882	0,8131	SI
69,12	-0,3177	0,6333	-1,6257	0,8121	NO
70,01	3,1424	0,6558	1,5196	0,7758	NO
70,02	7,3844	0,6519	6,1491	0,7605	SI
70,03	-2,4089	0,6605	-2,5822	0,7242	NO
70,04	-10,2620	0,6620	-9,8365	0,7794	NO
70,05	-4,9110	0,6791	-9,2588	0,8791	NO
70,06	0,9063	0,6976	3,5615	0,9365	SI
70,07	0,5019	0,7530	-0,3444	0,9325	NO
70,08	-0,4801	0,7684	-0,5340	0,9252	NO
70,09	-5,3799	0,7622	-5,1065	0,8976	NO
70,10	3,4366	0,7561	3,2059	0,9291	NO
70,11	0,4401	0,7653	1,1984	0,9268	SI
70,12	-2,2111	0,7752	-1,2636	0,9287	SI
71,01	3,2895	0,7638	-0,1178	0,9241	NO
71,02	2,4500	0,7423	1,0025	0,9189	NO
71,03	-2,6441	0,7453	-0,8677	0,9173	SI
71,04	1,2857	0,7346	0,8372	0,9153	NO
71,05	0,1827	0,7338	0,4507	0,8958	SI
71,06	-0,8904	0,7377	-0,4480	0,8707	SI
71,07	5,1872	0,7546	6,9481	0,8825	SI
71,08	1,7096	0,7546	2,4734	0,8993	SI
71,09	-1,5551	0,7653	-1,2526	0,8982	SI
71,10	1,8981	0,7607	2,2679	0,8939	SI
71,11	-1,9885	0,7530	-1,2063	0,9079	SI
71,12	3,6018	0,7354	2,6737	0,8702	NO
72,01	6,7366	0,7192	6,7238	0,8743	SI
72,02	5,2303	0,7130	6,0543	0,9007	SI
72,03	1,9631	0,7045	1,3711	0,8976	NO
72,04	4,5460	0,6914	5,7341	0,8677	SI
72,05	2,9682	0,6814	3,1318	0,8698	SI
72,06	-0,9659	0,6721	-0,8381	0,8725	NO
72,07	1,2083	0,6845	1,7103	0,8651	SI
72,08	6,0049	0,6991	4,7633	0,8827	NO
72,09	-2,6349	0,7038	-2,5899	0,8610	NO
72,10	4,1496	0,6783	5,6396	0,9219	SI
72,11	-1,1481	0,6961	-0,6345	0,9551	SI
72,12	-0,6623	0,6806	-0,0846	0,9443	SI
73,01	7,6854	0,6937	8,4745	0,9380	SI
73,02	7,5633	0,6721	7,0020	0,9454	NO
73,03	7,8668	0,6729	6,9856	0,9532	NO
73,04	1,9229	0,6775	1,8314	0,9636	NO
73,05	-5,0433	0,6868	-5,6648	0,9650	NO
73,06	2,0662	0,6814	2,1048	0,9947	SI
73,07	-2,4968	0,6907	-3,1795	0,9743	NO
73,08	2,7278	0,6984	2,9883	0,9564	SI
73,09	6,2716	0,7022	7,4248	1,0106	SI
73,10	1,0313	0,7061	0,6255	1,0002	NO
73,11	-11,3656	0,7238	-12,2309	0,9826	NO
73,12	-1,5111	0,7446	-1,3129	1,0075	SI

Cuadro 2. Simulación 1: ajuste de posiciones al final de cada mes.

Año-Mes	Rentabilidad Mercado	Rentabilidad Título sin riesgo	Rentabilidad cartera	Beta cartera	¿Bate la cartera al mercado?
74,01	9,3235	0,7691	10,9033	1,0166	SI
74,02	3,8879	0,7837	4,6822	1,0385	SI
74,03	-3,5583	0,7860	-4,1470	1,1068	NO
74,04	8,5818	0,8172	8,1898	1,1201	NO
74,05	-6,6888	0,8355	-7,9249	1,1753	SI
74,06	3,8646	0,8575	4,3852	1,2214	NO
74,07	-2,4482	0,8818	-2,0351	1,2114	SI
74,08	-6,5308	0,8962	-4,2657	1,2490	SI
74,09	-8,8706	0,8962	-12,6689	1,2243	NO
74,10	-4,7247	0,8984	-10,0593	1,2559	NO
74,11	7,6589	0,9165	7,5761	1,1935	NO
74,12	-5,2818	0,9316	-7,7632	1,1833	NO
75,01	2,9008	0,9421	7,4925	1,1826	SI
75,02	5,2963	0,9594	8,6048	1,2424	SI
75,03	-2,3889	0,9849	-3,3223	1,2933	SI
75,04	1,6925	0,9826	1,4958	1,2715	NO
75,05	-2,9027	0,9804	-3,4447	1,2528	SI
75,06	-4,5599	0,9571	-6,4821	1,2938	NO
75,07	1,0375	0,9429	-1,5145	1,3244	NO
75,08	-1,0242	0,9504	0,4202	1,2758	SI
75,09	-3,1657	0,9691	-4,6321	1,2957	NO
75,10	4,5963	0,9459	2,5299	1,2834	NO
75,11	7,1250	0,9271	10,3858	1,2986	SI
75,12	-0,4857	0,9271	0,0001	1,3040	SI
76,01	-4,1479	0,9173	-2,2894	1,3027	SI
76,02	-3,0940	0,9128	-3,0797	1,3243	SI
76,03	-4,4155	0,9128	-11,2021	1,3254	NO
76,04	8,9060	0,9293	17,3774	1,3744	SI
76,05	-0,8776	0,9316	-0,5944	1,3885	SI
76,06	-5,6199	0,9022	-7,0756	1,3984	SI
76,07	-0,7665	0,9135	-0,9158	1,3994	SI
76,08	-2,9642	0,9338	-5,3660	1,3828	NO
76,09	1,3107	0,9624	-1,4131	1,4083	NO
76,10	-4,6975	0,9436	-6,2248	1,4064	SI
76,11	0,9867	0,9286	5,3004	1,3678	SI
76,12	-6,8434	0,9534	-10,8270	1,3666	NO
77,01	-5,2358	0,9248	-6,0391	1,3787	SI
77,02	3,8261	0,9014	5,6491	1,3785	SI
77,03	-5,3945	0,9180	-6,1558	1,3680	SI
77,04	0,3153	0,9278	0,3769	1,3694	SI
77,05	-2,4840	0,8818	-6,1843	1,3952	NO
77,06	-0,5396	0,8939	-0,0687	1,3797	SI
77,07	-10,0636	0,9180	-13,1138	1,3440	SI
77,08	-1,2438	0,9601	-2,5923	1,3504	NO
77,09	-8,6800	0,9938	-13,3634	1,3602	NO
77,10	-0,3219	1,0289	-0,4332	1,3416	SI
77,11	-1,3985	1,0080	-0,0359	1,4171	SI
77,12	3,4366	1,0408	2,0078	1,3794	NO
78,01	-2,7338	0,9811	-2,4882	1,3522	SI
78,02	-4,0126	0,9968	-5,0066	1,4124	SI
78,03	0,8284	0,9871	-0,5847	1,4173	NO
78,04	9,1156	0,9399	14,3712	1,4832	SI
78,05	4,2407	0,9759	0,6421	1,4834	NO
78,06	-2,3123	0,9451	-2,7598	1,4388	SI
78,07	2,5970	0,8848	5,2002	1,4241	SI
78,08	-0,7307	0,8878	-1,0347	1,4674	SI
78,09	-3,8716	0,9180	-5,4015	1,4708	SI
78,10	-3,1779	1,0021	-2,6238	1,4840	SI
78,11	-5,2237	1,0349	-3,8840	1,4819	SI
78,12	-1,2798	0,9308	-1,1708	1,5005	SI

Cuadro 2. Simulación 1: ajuste de posiciones al final de cada mes.

Año-Mes	Rentabilidad Mercado	Rentabilidad Título sin riesgo	Rentabilidad cartera	Beta cartera	¿Bate la cartera al mercado?
79,01	-5,8498	0,9616	-5,4620	1,5011	SI
79,02	4,9740	1,0073	4,0770	1,4591	NO
79,03	8,3444	1,0296	11,0940	1,4542	NO
79,04	-7,6262	1,0356	-6,3661	1,3332	SI
79,05	-2,7516	1,0497	-2,7182	1,2030	SI
79,06	0,3370	1,0050	-1,2640	1,2091	NO
79,07	-3,1162	1,0073	-2,5989	1,2616	SI
79,08	2,8073	1,0259	1,2466	1,1879	NO
79,09	-3,0206	1,0505	-3,2322	1,1264	SI
79,10	-2,3077	1,0831	-3,7612	1,1090	NO
79,11	-4,3626	1,1171	-2,7727	1,1225	SI
79,12	-0,7294	1,1839	4,3803	1,1565	SI
80,01	6,2474	1,2081	-0,1537	1,1133	NO
80,02	0,8264	1,2008	3,3333	1,0811	SI
80,03	-2,9578	1,2234	-1,5674	1,0178	SI
80,04	-3,4582	1,2431	-2,5816	1,0162	SI
80,05	1,2823	1,2372	3,4744	1,0368	SI
80,06	2,6948	1,1759	2,2983	0,9906	NO
80,07	3,7983	1,2285	4,7649	0,9833	SI
80,08	4,6821	1,2598	3,1478	0,9862	NO
80,09	5,2807	1,2685	3,4147	1,0044	NO
80,10	0,6742	1,2960	1,8122	0,9610	SI
80,11	-2,9234	1,2960	0,7688	1,0148	SI
80,12	-0,9568	1,2612	-0,0449	1,0490	SI
81,01	10,0919	1,2467	8,4323	0,9701	NO
81,02	6,6495	1,2685	5,1777	1,0493	NO
81,03	-1,1993	1,2641	0,8785	1,0629	SI
81,04	4,8981	1,2336	4,8807	1,0368	NO
81,05	8,0855	1,2438	4,4293	1,0448	NO
81,06	16,2771	1,2095	13,8758	0,9696	NO
81,07	1,9232	1,1708	4,2834	0,8738	SI
81,08	8,5308	1,1781	9,0983	0,8989	SI
81,09	-5,9109	1,2249	-4,4677	0,8701	SI
81,10	-7,9999	1,2416	-5,1923	0,8714	SI
81,11	0,7771	1,2590	2,0045	0,9008	SI
81,12	-4,0572	1,2270	-1,7023	0,8869	SI
82,01	10,4877	1,2095	6,0464	0,8724	NO
82,02	3,2970	1,2416	4,3588	0,8421	SI
82,03	-4,8532	1,2387	-4,3095	0,9156	SI
82,04	-0,3549	1,2576	0,0012	0,8571	SI
82,05	-3,6177	1,2249	-0,0295	0,8803	SI
82,06	-6,1053	1,2503	-4,2611	0,8425	SI
82,07	1,7167	1,2489	-3,4324	0,8291	NO
82,08	-7,7458	1,2496	-6,7057	0,8696	NO
82,09	-7,5150	1,2489	-7,6605	0,8730	NO
82,10	7,9687	1,2794	6,9436	0,8943	NO
82,11	1,7634	1,2612	3,6248	0,8650	SI
82,12	-2,1427	1,2117	-0,2274	0,8996	SI
83,01	6,2731	1,2307	6,5606	0,9060	SI
83,02	6,1947	1,2008	3,9821	0,8927	NO
83,03	11,6101	1,2314	10,2917	0,8708	SI
83,04	-2,9335	1,2736	-1,2675	0,9066	SI
83,05	9,5946	1,3184	8,3820	0,9043	NO
83,06	0,1810	1,2953	-0,9163	0,7984	NO
83,07	7,2814	1,3126	6,1745	0,8096	SI
83,08	-3,0574	1,3623	-3,2328	0,8371	NO
83,09	8,1914	1,3709	6,3190	0,8627	NO
83,10	10,1024	1,3967	12,7335	0,8553	SI
83,11	1,4195	1,3967	-1,2733	0,8712	NO
83,12	-4,0800	1,3335	-8,5257	0,9529	NO

Cuadro 2. Simulación 1: ajuste de posiciones al final de cada mes.

Año-Mes	Rentabilidad Mercado	Rentabilidad Título sin riesgo	Rentabilidad cartera	Beta cartera	¿Bate la cartera al mercado?
84,01	10,5423	1,3307	8,0054	0,9157	NO
84,02	8,2517	1,3083	8,8031	0,9258	SI
84,03	1,3822	1,3364	1,2239	0,9160	NO
84,04	0,0311	1,3566	1,1524	0,9783	SI
84,05	6,8559	1,3580	7,2527	1,0269	SI
84,06	2,4603	1,3249	1,6970	0,9837	NO
84,07	11,9841	1,3134	10,8366	0,9820	NO
84,08	6,7130	1,3083	9,3322	0,9574	SI
84,09	10,9244	1,2743	11,2454	1,0082	SI
84,10	-6,1439	1,2117	-5,0773	0,9234	SI
84,11	2,1394	1,1700	1,4284	0,8895	NO
84,12	0,9796	1,0920	3,9421	0,9269	SI
85,01	14,3614	1,0386	14,6613	0,9584	SI
85,02	-1,5756	1,0401	-2,8133	0,9109	NO
85,03	-2,6863	1,0579	-2,0388	0,8996	SI
85,04	-2,6190	1,0534	-2,6003	0,9115	NO
85,05	-0,7939	1,0661	-2,0681	0,9172	NO
85,06	-3,4870	1,0824	-4,3310	0,9207	NO
85,07	8,1056	1,1303	13,5400	0,9346	SI
85,08	-0,0041	1,1267	-1,0953	0,9026	NO
85,09	-0,2422	1,0920	-0,4378	0,9495	NO
85,10	12,8389	0,9938	14,1046	0,9410	SI
85,11	7,3326	0,9564	11,2830	0,9443	SI
85,12	5,1106	0,9729	3,2019	0,9516	NO
86,01	13,2708	0,9751	12,3961	0,9416	NO
86,02	15,7816	0,9759	10,5564	0,9440	NO
86,03	22,4958	0,9669	12,2610	0,8920	NO
86,04	23,3607	0,9541	27,4678	0,8934	SI
86,05	-0,7863	0,8999	-0,7920	0,9270	NO
86,06	-4,5725	0,8712	-2,7704	0,8943	SI
86,07	-0,1950	0,9128	1,1864	0,9020	SI
86,08	15,0727	0,9120	15,8614	0,8932	SI
86,09	3,3790	0,8810	4,9258	0,8912	SI
86,10	-8,1554	0,8089	-8,6930	0,8991	NO
86,11	3,6285	0,8195	3,8027	0,8864	SI
86,12	8,3845	0,8249	11,2764	0,8796	SI
87,01	24,2627	0,8537	22,8970	0,8804	SI
87,02	8,2879	0,8424	10,6733	0,8825	SI
87,03	-9,6352	0,8697	-7,9090	0,9136	SI
87,04	2,1540	0,9519	4,4171	0,8705	SI
87,05	7,1095	1,0557	7,8564	0,9114	SI
87,06	10,1049	1,0386	8,5880	0,9546	NO
87,07	16,6944	1,0653	20,3809	0,9650	SI
87,08	14,4269	1,0794	12,6195	0,9749	NO
87,09	2,8689	1,1171	2,3323	0,9127	NO
87,10	-29,9471	1,1156	-34,6279	0,9505	NO
87,11	-6,5865	1,0490	-15,8366	1,0533	NO
87,12	4,0613	1,0341	3,0956	1,0354	NO
88,01	13,1465	0,9849	11,9090	0,9920	NO
88,02	3,4967	0,9421	5,9133	0,9720	SI
88,03	9,4317	0,9353	8,7580	0,9625	NO
88,04	1,0731	0,8999	5,3531	0,9585	SI
88,05	2,4940	0,9210	2,1056	0,9889	NO
88,06	5,4329	0,8939	5,4976	1,0112	SI
88,07	-0,2246	0,8841	-1,1857	0,9681	NO
88,08	-3,9910	0,8841	-4,5355	0,9590	NO
88,09	-2,0347	0,9052	-1,1551	0,9915	SI
88,10	3,9181	0,9594	3,0289	0,9705	NO
88,11	-4,7319	0,9871	-4,5817	0,9719	NO
88,12	-4,7211	1,0103	-5,3904	0,9752	NO

Cuadro 3. Simulación 2: comprar y mantener durante cinco años.

Año-Mes	Promedio Rent. Mercado	Promedio Rent. Título sin riesgo	Promedio rent. cartera	Promedio Beta cartera	¿Bate la cartera al mercado?
64,01	0,9234	0,5346	1,2581	1,0133	SI
64,02	1,1281	0,5371	1,6787	1,0472	SI
64,03	1,2594	0,5398	1,8590	1,0739	SI
64,04	1,4073	0,5423	1,6507	1,0478	SI
64,05	1,4436	0,5447	1,6760	1,0221	SI
64,06	1,4455	0,5470	1,6820	1,0213	SI
64,07	1,4780	0,5494	1,7626	1,0470	SI
64,08	1,6910	0,5521	1,8082	0,9998	SI
64,09	1,6957	0,5548	1,8572	0,9673	SI
64,10	1,7185	0,5574	1,8910	0,9791	SI
64,11	1,7619	0,5598	1,9527	0,9944	SI
64,12	1,7838	0,5623	1,8656	0,9685	SI
65,01	1,8086	0,5650	1,9343	0,9915	SI
65,02	1,8152	0,5683	1,9251	0,9619	SI
65,03	1,9790	0,5715	2,2340	0,9553	SI
65,04	1,9305	0,5746	1,9999	0,9741	SI
65,05	1,7516	0,5777	1,7940	0,9723	SI
65,06	1,6710	0,5808	1,7519	0,9466	SI
65,07	1,7183	0,5843	2,0143	0,9526	SI
65,08	1,6358	0,5887	1,8788	0,9605	SI
65,09	1,5624	0,5935	1,8413	0,9643	SI
65,10	1,4609	0,5982	1,6750	0,9496	SI
65,11	1,5324	0,6023	1,6410	0,9401	SI
65,12	1,5374	0,6065	1,7716	0,9602	SI
66,01	1,5141	0,6109	1,7230	0,9589	SI
66,02	1,5303	0,6151	1,7185	0,9533	SI
66,03	1,5862	0,6187	1,7312	0,9522	SI
66,04	1,5462	0,6222	1,6964	0,9277	SI
66,05	1,6064	0,6255	1,7588	0,9369	SI
66,06	1,6127	0,6285	1,8005	0,9362	SI
66,07	1,5713	0,6317	1,7360	0,9353	SI
66,08	1,6454	0,6349	1,8254	0,9339	SI
66,09	1,6464	0,6380	1,8075	0,9462	SI
66,10	1,6408	0,6412	1,7853	0,9432	SI
66,11	1,6964	0,6443	1,8630	0,9404	SI
66,12	1,6008	0,6474	1,8067	0,9373	SI
67,01	1,6841	0,6502	1,8611	0,9345	SI
67,02	1,7802	0,6528	1,9167	0,9156	SI
67,03	1,8614	0,6553	2,0215	0,9293	SI
67,04	1,8846	0,6575	2,0772	0,9337	SI
67,05	1,9406	0,6595	2,1082	0,9307	SI
67,06	2,0072	0,6613	2,1417	0,9197	SI
67,07	2,0016	0,6629	2,1729	0,9524	SI
67,08	1,9931	0,6645	2,1472	0,9249	SI
67,09	2,0247	0,6664	2,1542	0,9211	SI
67,10	1,9795	0,6683	2,0562	0,9118	SI
67,11	2,0447	0,6697	2,1542	0,9089	SI
67,12	2,0343	0,6716	2,1309	0,8925	SI
68,01	2,0203	0,6732	2,1224	0,8891	SI
68,02	2,0538	0,6751	2,1326	0,8858	SI
68,03	2,1492	0,6766	1,9657	0,8920	NO
68,04	2,2730	0,6781	2,1043	0,8866	SI
68,05	2,2148	0,6798	1,9961	0,8974	NO
68,06	2,0070	0,6815	1,7843	0,8801	NO
68,07	2,0590	0,6831	1,9130	0,8894	SI
68,08	2,0172	0,6848	2,0594	0,8740	SI
68,09	1,9672	0,6865	2,0041	0,8580	SI
68,10	2,0625	0,6883	2,1329	0,8565	SI
68,11	2,0726	0,6901	2,2208	0,8686	SI
68,12	1,8471	0,6921	1,9814	0,8844	SI

Cuadro 3. Simulación 2: comprar y mantener durante cinco años.

Año-Mes	Promedio Rent. Mercado	Promedio Rent. Título sin riesgo	Promedio rent. cartera	Promedio Beta cartera	¿Bate la cartera al mercado?
69,01	1,7455	0,6944	1,8361	0,8704	SI
69,02	1,6615	0,6971	1,8901	0,8836	SI
69,03	1,6158	0,6999	1,8494	0,8711	SI
69,04	1,4001	0,7028	1,7083	0,8726	SI
69,05	1,5126	0,7062	1,8063	0,8754	SI
69,06	1,4246	0,7101	1,7270	0,8781	SI
69,07	1,4534	0,7143	1,7540	0,8808	SI
69,08	1,1606	0,7184	1,5219	0,8834	SI
69,09	1,0218	0,7228	1,3743	0,9005	SI
69,10	0,8508	0,7273	1,2372	0,8833	SI
69,11	0,7099	0,7320	0,9998	0,9268	SI
69,12	0,7830	0,7369	1,1240	0,9314	SI
70,01	0,7002	0,7419	1,0774	0,9167	SI
70,02	0,6962	0,7466	1,0987	0,9051	SI
70,03	0,6614	0,7518	1,1792	0,8915	SI
70,04	0,6617	0,7572	1,1772	0,9308	SI
70,05	0,8610	0,7625	1,2389	0,9796	SI
70,06	0,8944	0,7675	1,3230	0,9871	SI
70,07	0,8033	0,7719	1,1662	0,9905	SI
70,08	0,8123	0,7750	1,1462	0,9940	SI
70,09	0,8032	0,7781	1,1927	0,9768	SI
70,10	0,8401	0,7815	1,2219	1,0012	SI
70,11	0,8594	0,7847	1,1941	1,0047	SI
70,12	0,9708	0,7874	1,3245	1,0081	SI
71,01	0,9996	0,7899	1,2790	0,9988	SI
71,02	0,8756	0,7925	1,2679	1,0151	SI
71,03	0,7832	0,7953	1,1149	1,0054	SI
71,04	0,7537	0,7981	1,0008	1,0089	SI
71,05	0,8807	0,8013	1,3221	1,0079	SI
71,06	0,8631	0,8046	1,2937	1,0026	SI
71,07	0,7842	0,8074	1,0665	0,9926	SI
71,08	0,6850	0,8100	0,9416	1,0037	SI
71,09	0,6071	0,8130	0,8877	1,0227	SI
71,10	0,6549	0,8163	0,7992	0,9935	SI
71,11	0,5449	0,8193	0,6430	1,0021	SI
71,12	0,5945	0,8223	0,5851	0,9538	NO
72,01	0,4204	0,8259	0,4194	0,9600	NO
72,02	0,2209	0,8293	0,2598	0,9731	SI
72,03	0,1975	0,8325	0,2307	0,9710	SI
72,04	0,0749	0,8360	0,0953	0,9542	NO
72,05	0,0044	0,8400	0,0399	0,9764	SI
72,06	-0,0865	0,8433	-0,0747	0,9786	NO
72,07	-0,0794	0,8470	-0,0976	0,9696	NO
72,08	-0,2673	0,8509	-0,2468	0,9964	SI
72,09	-0,3881	0,8552	-0,3928	0,9718	NO
72,10	-0,4888	0,8601	-0,4807	0,9881	NO
72,11	-0,5634	0,8659	-0,5584	0,9980	SI
72,12	-0,5675	0,8711	-0,6065	0,9845	NO
73,01	-0,4992	0,8771	-0,5358	0,9669	NO
73,02	-0,6729	0,8819	-0,7127	0,9674	NO
73,03	-0,8658	0,8873	-0,8818	0,9687	NO
73,04	-0,9831	0,8926	-0,9979	0,9841	NO
73,05	-0,8632	0,8969	-0,8545	1,0097	SI
73,06	-0,7085	0,9018	-0,7027	1,0037	SI
73,07	-0,7815	0,9061	-0,8751	1,0000	NO
73,08	-0,6966	0,9094	-0,6637	0,9955	SI
73,09	-0,7542	0,9125	-0,7620	1,0582	SI
73,10	-0,9233	0,9161	-0,9288	1,0560	SI
73,11	-0,9934	0,9211	-0,9304	1,0502	SI
73,12	-0,8911	0,9263	-0,8267	1,0576	SI

Cuadro 3. Simulación 2: comprar y mantener durante cinco años.

Año-Mes	Promedio Rent. Mercado	Promedio Rent. Título sin riesgo	Promedio rent. cartera	Promedio Beta cartera	¿Bate la cartera al mercado?
74,01	-0,8872	0,9294	-0,9404	1,0607	SI
74,02	-1,1401	0,9326	-1,0932	1,0757	SI
74,03	-1,1220	0,9363	-1,2108	1,2263	SI
74,04	-0,9236	0,9404	-0,9754	1,1999	SI
74,05	-1,1938	0,9440	-1,5139	1,2975	SI
74,06	-1,1281	0,9476	-1,4309	1,3444	SI
74,07	-1,1869	0,9500	-1,6350	1,3617	SI
74,08	-1,1981	0,9521	-1,4734	1,3275	SI
74,09	-1,0424	0,9543	-1,4987	1,3778	SI
74,10	-0,9449	0,9569	-1,3826	1,3798	SI
74,11	-0,9046	0,9599	-1,2149	1,2565	SI
74,12	-1,1050	0,9633	-1,4207	1,2575	SI
75,01	-1,0291	0,9675	-1,3237	1,2317	SI
75,02	-0,9734	0,9719	-1,3990	1,3370	SI
75,03	-1,0478	0,9759	-1,5382	1,3795	SI
75,04	-1,0573	0,9799	-1,5205	1,3549	SI
75,05	-1,1432	0,9842	-1,6060	1,3396	SI
75,06	-1,0734	0,9885	-1,5459	1,3824	SI
75,07	-0,9525	0,9922	-1,4898	1,3970	SI
75,08	-0,9065	0,9969	-1,2699	1,3587	SI
75,09	-0,8114	1,0021	-1,2430	1,3853	SI
75,10	-0,6706	1,0071	-1,0608	1,3604	SI
75,11	-0,7360	1,0129	-1,1255	1,3866	SI
75,12	-0,9035	1,0191	-1,2596	1,3635	SI
76,01	-0,9113	1,0246	-1,3372	1,3631	SI
76,02	-0,6740	1,0301	-1,1608	1,4275	SI
76,03	-0,5116	1,0361	-0,9335	1,4291	SI
76,04	-0,4580	1,0419	-0,7461	1,4084	SI
76,05	-0,5248	1,0470	-0,9478	1,4318	SI
76,06	-0,3754	1,0522	-0,7752	1,4061	SI
76,07	-0,0105	1,0573	-0,4132	1,4045	SI
76,08	0,0344	1,0616	-0,2783	1,3920	SI
76,09	0,2260	1,0657	-0,0970	1,3990	SI
76,10	0,1056	1,0700	-0,1741	1,3959	SI
76,11	0,0506	1,0750	-0,2138	1,3552	SI
76,12	0,0471	1,0805	-0,2805	1,3525	SI
77,01	0,0935	1,0851	-0,2160	1,3498	SI
77,02	0,3556	1,0898	0,1010	1,3467	SI
77,03	0,3467	1,0955	0,2327	1,3225	SI
77,04	0,3558	1,1008	0,2264	1,3198	SI
77,05	0,3446	1,1063	0,1801	1,3536	SI
77,06	0,3257	1,1121	0,2477	1,3146	SI
77,07	0,2329	1,1180	0,0719	1,2817	SI
77,08	0,4293	1,1235	0,3962	1,2579	SI
77,09	0,3209	1,1283	0,3559	1,2535	SI
77,10	0,3403	1,1326	0,4578	1,1974	SI
77,11	0,4785	1,1368	0,4127	1,2701	SI
77,12	0,5312	1,1410	0,3313	1,2130	NO
78,01	0,4382	1,1438	0,2459	1,2318	NO
78,02	0,5883	1,1480	0,2458	1,2670	NO
78,03	0,7584	1,1514	0,4618	1,2653	NO
78,04	0,9381	1,1555	0,5124	1,2805	NO
78,05	0,7373	1,1610	0,2090	1,2726	NO
78,06	0,8265	1,1667	0,5375	1,2538	NO
78,07	0,8681	1,1726	0,7866	1,2403	NO
78,08	0,9462	1,1797	0,6646	1,2587	NO
78,09	0,9074	1,1876	0,6574	1,2511	NO
78,10	1,1085	1,1951	1,1026	1,2259	SI
78,11	1,3298	1,2017	1,2424	1,2171	NO
78,12	1,4405	1,2078	1,2853	1,2081	NO

Cuadro 3. Simulación 2: comprar y mantener durante cinco años.

Año-Mes	Promedio Rent. Mercado	Promedio Rent. Título sin riesgo	Promedio rent. cartera	Promedio Beta cartera	¿Bate la cartera al mercado?
79,01	1,3938	1,2145	1,3116	1,1989	NO
79,02	1,6670	1,2206	1,7299	1,1701	NO
79,03	1,7217	1,2256	1,6571	1,1805	NO
79,04	1,6056	1,2307	1,6243	1,1044	NO
79,05	1,7333	1,2361	1,4027	1,0203	NO
79,06	1,8934	1,2412	1,4993	1,0141	NO
79,07	1,9288	1,2466	1,4927	1,0451	NO
79,08	2,1804	1,2517	1,9509	1,0053	NO
79,09	2,2455	1,2564	2,1367	0,8970	NO
79,10	2,4780	1,2601	2,2964	0,8818	NO
79,11	2,4140	1,2622	2,3627	0,8811	SI
79,12	2,5224	1,2631	2,4690	0,9079	SI
80,01	2,5509	1,2616	2,3211	0,8936	NO
80,02	2,6861	1,2588	2,3600	0,8904	NO
80,03	2,6461	1,2561	2,4218	0,8353	SI
80,04	2,6506	1,2533	2,3923	0,8157	NO
80,05	2,6646	1,2502	2,2471	0,7977	NO
80,06	2,6300	1,2473	2,3997	0,8006	SI
80,07	2,5269	1,2458	2,3106	0,7969	SI
80,08	2,5987	1,2441	2,4718	0,7837	SI
80,09	2,5206	1,2419	2,3682	0,8245	SI
80,10	2,4286	1,2390	2,2050	0,7986	SI
80,11	2,6313	1,2339	2,3734	0,8550	NO
80,12	2,8023	1,2283	2,5064	0,8973	NO
81,01	2,9034	1,2235	2,4988	0,8038	NO
81,02	2,9564	1,2189	2,7179	0,9017	NO
81,03	3,1086	1,2141	2,9422	0,9155	NO
81,04	3,5035	1,2091	3,3451	0,8745	SI
81,05	3,8112	1,2044	3,5019	0,8954	NO
81,06	3,6633	1,1987	3,3557	0,8664	SI
81,07	3,3158	1,1931	3,0026	0,8296	SI
81,08	3,2805	1,1888	2,9654	0,8316	SI
81,09	3,3896	1,1843	3,0664	0,7958	SI
81,10	3,5444	1,1786	3,1820	0,7955	SI
81,11	3,5418	1,1714	3,1186	0,8268	NO
81,12	3,5893	1,1641	3,0867	0,8184	NO
82,01	3,7967	1,1574	3,2599	0,8123	NO
82,02	4,0263	1,1514	3,5018	0,8051	SI
82,03	4,1095	1,1448	3,7089	0,8841	NO
82,04	4,0298	1,1386	3,4677	0,8330	NO
82,05	4,0716	1,1335	3,5314	0,8464	NO
82,06	4,2504	1,1307	3,5587	0,8122	NO
82,07	4,5205	1,1272	3,7357	0,7999	NO
82,08	4,7702	1,1241	3,9043	0,8449	NO
82,09	5,1397	1,1213	4,2852	0,8454	NO
82,10	5,3128	1,1191	4,6321	0,8683	NO
82,11	4,6808	1,1164	3,8458	0,8461	NO
82,12	4,5417	1,1128	3,7989	0,8665	NO
83,01	4,6451	1,1099	3,8929	0,8696	NO
83,02	4,7596	1,1058	4,0435	0,8625	NO
83,03	4,7147	1,1015	4,0142	0,8449	NO
83,04	4,6784	1,0965	4,2258	0,9033	NO
83,05	4,7451	1,0903	4,1363	0,8996	NO
83,06	4,6268	1,0837	3,8441	0,8304	NO
83,07	4,7143	1,0770	3,9948	0,8362	NO
83,08	4,5892	1,0698	4,2794	0,8616	SI
83,09	4,5737	1,0619	4,3004	0,9023	SI
83,10	4,4032	1,0541	4,3748	0,9175	SI
83,11	4,3002	1,0468	3,9368	0,9151	NO
83,12	4,1976	1,0400	4,1421	0,9662	SI

Cuadro 3. Simulación 2: comprar y mantener durante cinco años.

Año-Mes	Promedio Rent. Mercado	Promedio Rent. Título sin riesgo	Promedio rent. cartera	Promedio Beta cartera	¿Bate la cartera al mercado?
84,01	4,1869	1,0346	4,1138	0,9174	SI
84,02	4,0792	1,0296	4,2771	0,9516	SI
84,03	4,0073	1,0248	3,9787	0,9173	SI
84,04	4,0533	1,0193	4,1321	0,9724	SI
84,05	4,1252	1,0133	4,3320	1,0342	SI
84,06	4,0755	1,0070	4,3821	1,0174	SI
84,07	4,1054	1,0011	4,4318	1,0180	SI
84,08	3,9568	0,9953	4,2054	1,0210	SI
84,09	3,9038	0,9892	4,0941	1,0496	SI
84,10	3,7661	0,9836	3,9497	0,9819	SI
84,11	3,9643	0,9791	3,9839	0,9483	SI
84,12	4,0016	0,9752	3,9782	0,9657	SI
85,01	4,0645	0,9728	4,0028	0,9914	NO
85,02	3,8454	0,9714	3,7880	0,9675	SI
85,03	3,9633	0,9699	3,9779	0,9582	SI
85,04	4,1111	0,9679	4,3180	0,9769	SI
85,05	4,2640	0,9660	4,4753	0,9783	SI
85,06	4,3816	0,9636	4,6274	0,9798	SI
85,07	4,5690	0,9608	4,9141	0,9704	SI
85,08	4,4827	0,9567	4,5455	0,9347	SI
85,09	4,5949	0,9524	4,8310	0,9718	SI
85,10	4,7189	0,9488	4,6363	0,9315	SI
85,11	4,5052	0,9477	4,3871	0,9312	SI
85,12	4,4288	0,9474	4,2008	0,9309	SI
86,01	4,4099	0,9467	4,5368	0,9425	SI
86,02	4,1567	0,9459	4,3123	0,9426	SI
86,03	3,8148	0,9450	3,9950	0,9177	SI
86,04	3,2487	0,9444	3,8186	0,9698	SI
86,05	2,6202	0,9441	3,0795	0,9721	SI
86,06	2,7301	0,9455	3,1385	0,9523	SI
86,07	2,9735	0,9480	3,4820	0,9639	SI
86,08	3,0828	0,9492	3,4241	0,9509	SI
86,09	2,6546	0,9505	2,8963	0,9427	SI
86,10	2,6277	0,9531	3,0224	0,9576	SI
86,11	3,0425	0,9586	3,3467	0,9117	SI
86,12	3,0190	0,9642	3,0877	0,9041	SI
87,01	2,7955	0,9700	2,8688	0,9046	SI
87,02	1,8621	0,9750	1,9980	0,9057	SI
87,03	1,5700	0,9811	1,6197	0,9545	SI
87,04	2,1036	0,9864	1,9059	0,9049	NO
87,05	2,1011	0,9881	1,6246	0,9416	NO
87,06	1,8375	0,9845	1,6216	1,0205	NO
87,07	1,3782	0,9815	1,3689	1,0424	NO
87,08	0,4772	0,9766	0,2505	1,0470	NO
87,09	-0,3946	0,9702	-0,2488	0,9918	SI
87,10	-0,6122	0,9604	-0,9857	1,0256	NO
87,11	1,4832	0,9493	1,1328	1,0834	NO
87,12	2,1039	0,9416	2,0849	1,0408	NO
88,01	1,9408	0,9339	2,0612	0,9918	SI
88,02	0,9221	0,9293	0,9530	0,9761	SI
88,03	0,6646	0,9280	0,5671	0,9681	NO
88,04	-0,3095	0,9272	-0,5904	0,9591	NO
88,05	-0,4823	0,9306	-1,3312	0,9913	NO
88,06	-0,9075	0,9320	-1,7358	1,0138	NO
88,07	-1,9642	0,9383	-2,2241	0,9741	NO
88,08	-2,3121	0,9492	-2,4473	0,9643	NO
88,09	-1,8924	0,9655	-2,0044	0,9927	NO
88,10	-1,8450	0,9856	-2,3144	0,9725	NO
88,11	-4,7265	0,9987	-4,9860	0,9736	NO
88,12	-4,7211	1,0103	-5,3904	0,9752	NO

LOS PROBLEMAS ETICOS DE LA ESPECULACION

por Fernando Gómez-Bezares
Ponencia presentada en la mesa de ética del V Foro de Finanzas, Universidad de Málaga,
y publicada en *Nuevos desarrollos financieros*, V Foro de Finanzas,
Asociación Española de Finanzas, Málaga, 1.997, págs. 693-703

1. Introducción

La valoración ética de las diferentes conductas humanas es, sin duda, un trabajo de enorme interés. La persona busca su propia excelencia, y la ética es una reflexión para buscar esa excelencia. Sin embargo, para algunos es imposible, hoy en día, emitir juicios éticos de carácter general, pues lo que para unos es éticamente correcto para otros no lo es; parece que carecemos de un modelo suficientemente aceptado de persona excelente y, en consecuencia, tenemos grandes dificultades pare consensuar las normas éticas[1]. Sin duda la fundamentación religiosa de la ética ayuda a resolver estos problemas, pero el ser humano puede aceptar o rechazar un fundamento trascendente y, en consecuencia, se está haciendo un importante esfuerzo para construir una ética aceptable en una sociedad pluralista.

Como muy bien dice la profesora Adela Cortina (1994, pág. 49) el pluralismo precisa que se compartan unos mínimos sobre los que construir una sociedad mejor (como por ejemplo el respeto a los derechos humanos): esos mínimos dan lugar a la denominada “ética de la sociedad civil”. En base a esos mínimos podemos trabajar juntos para construir una sociedad más justa. Y partiendo de esos mínimos, cada uno habrá de perseguir su propio ideal de felicidad, lo que representará su máximo ético[2]; tal es el caso de las religiones, que proponen un proyecto de excelencia para el ser humano. Los mínimos serán exigibles para todos (la justicia se exige), el ideal de felicidad podrá ser aconsejado, pero cada uno puede elegir el suyo. Esta distinción puede ser fructífera, aunque también criticable; sin embargo es un intento serio para dotar de normas éticas a una sociedad pluralista. A nivel económico, que es el que ahora nos interesa, podemos aceptar que entre los mínimos compartidos por nuestra sociedad actual está la

---

[1] Puede verse una breve discusión en Gómez-Bezares (1991).

[2] Véase también Gorosquieta (1996, págs. 40-42).

búsqueda del bienestar individual y colectivo dentro de un sistema de economía de mercado, tal como se recoge en los ordenamientos jurídicos de los países más avanzados[3].

En este trabajo me propongo aplicar los principios éticos al problema de la especulación. Con frecuencia se tiende a condenar éticamente este tipo de práctica económica, y muchas veces habrá razón para ello, pero no siempre es así. En las líneas que siguen me referiré fundamentalmente a la especulación en los mercados financieros, pero mucho de lo que diré puede aplicarse a otros tipos de especulación.

2. Etica y mercado

Partamos de que, con sus evidentes limitaciones, el mercado es un buen sistema de asignación de recursos[4]. Es decir, utiliza de forma eficiente los recursos que se ponen a su disposición para producir los bienes y servicios que la sociedad demanda.

Sin entrar ahora en una justificación académica sobre las virtudes del mercado, y mucho menos en una discusión sobre el alcance real de tales virtudes, supondré como aceptado que los mercados mejoran su asignación si son más eficientes, es decir, si los precios reflejan rápida y correctamente toda la información disponible[5]; en tales circunstancias los precios darán señales correctas sobre la abundancia o escasez de los diferentes bienes y servicios, indicando lo que es escaso y lo que es abundante. Todo lo que avancemos por el camino de la eficiencia será positivo para que el mercado cumpla su importante función asignativa. Centrándonos en los mercados de capitales, también es importante que los mercados sean lo más completos posible[6] (permitiendo, por ejemplo, cubrir riesgos muy variados), y que sean líquidos, posibilitando a los inversores dejar el mercado cuando lo deseen, sin tener que soportar elevados costes de iliquidez. Las actuaciones que avancen en la mejora del funcionamiento del mercado (haciéndolos, por ejemplo, más eficientes, más completos, más líquidos) pueden considerarse socialmente positivas y, en consecuencia, éticamente correctas, pues van a colaborar en la creación de riqueza, y, si el resto de mecanismos funciona correctamente[7], en la mejora del bienestar de la sociedad. En este sentido, la actuación de los especuladores ayudará, en muchas ocasiones, al mejor funcionamiento del mercado, y de ahí su justificación ética; pero también pueden manipular las cotizaciones o, simplemente, aprovecharse de la ignorancia ajena, lo que dará lugar a una negativa valoración ética de algunas de sus actuaciones.

En el sistema económico de mercado, el beneficio es un importante motor para la actuación de los agentes[8], lo que ha llevado a no pocas dudas éticas: ¿es moralmente correcto que una

[3] Esto puede verse más fundamentado en Gómez-Bezares (1991).

[4] Una explicación sencilla puede verse en Gómez-Bezares (1991).

[5] Puede ampliarse en Gómez-Bezares (1993, cap. 2).

[6] Puede ampliarse este concepto en Gómez-Bezares (1991b, tema II).

[7] Me refiero principalmente a los de distribución de la riqueza.

[8] En muchos modelos teóricos el único, y en la mayoría el más importante. Véase por ejemplo Jensen y Meckling (1995).

persona actúe movida por la búsqueda del máximo beneficio? Personalmente creo que lo importante es que las actuaciones de los individuos contribuyan al bien común; si estas actuaciones se ven recompensadas por el beneficio, éste puede ser interpretado como un “incentivo”, que en sí no es malo[9].

Lo que parece mucho menos claro es que las actuaciones de los agentes (incentivados por la búsqueda de su propio beneficio) siempre contribuyan a la consecución del bien común. Habrá ocasiones en que esto no sea así (como es el caso del que gana dinero especulando con información privilegiada). Es importante que la legislación trate de que tales situaciones se den lo menos posible.

Adam Smith, considerado el padre de la moderna ciencia económica, nos indica (con su famosa mano invisible) que los individuos, al tratar de conseguir su propio beneficio, se esfuerzan por ser más eficientes en su trabajo, utilizan mejor los recursos, se esmeran en complacer a los clientes... Pero esto no es siempre exactamente así. Tal como comenta el profesor William J. Baumol (en una colaboración con Sue Anne Batey Blackman)[10] los mercados perfectos no impiden que las empresas puedan engañar (mediante la adulteración o la información engañosa), impulsándolas incluso a comportamientos poco éticos. Este problema no se soluciona con la buena voluntad de las empresas (sistema en el que ya Adam Smith tenía poca fe), sino con una intervención del estado, que diseñe un marco para que el mercado lleve al bien común. Estos autores tienen fe en el mercado y en sus instrumentos, pero para que esto funcione es necesaria una correcta intervención. Así es preciso incentivar (mediante subsidios) o penalizar el uso de determinados recursos. También hay que establecer las reglas del juego que lleven a los empresarios hacia actividades productivas, frente a las improductivas (como podría ser la evasión de impuestos).

Si nos movemos en un marco mundial, el tema se complica todavía más. Hugo Assmann[11] (brasileño y teólogo de la liberación) comentaba, hace 25 años, que la situación histórica de pobreza de gran parte de la humanidad, ha de ser el punto de partida de cualquier teología cristiana. El Papa Juan Pablo II[12] también se ha ocupado de este tema, y considera necesaria la actuación de organismos internacionales para que la economía mundial se oriente al bien común. Aunque esta problemática excede las pretensiones de este trabajo, comentaré al final alguna idea relacionada con esto.

En definitiva, la idea de Smith de que los individuos al buscar su propio beneficio logran el bien común, tiene claras limitaciones. Bastantes pueden ser solucionadas por una inteligente intervención del estado, pero queda mucho por avanzar a nivel internacional. Mientras no digamos lo contrario, supondremos que tales limitaciones están resueltas, pero una recta conciencia ética debe ser consciente de que esto no siempre es así.

---

[9] Puede ampliarse esta idea en Gómez-Bezares (1991, pág. 461). Puede verse también Argandoña (1995, pág. 42).

[10] Baumol y Batey Blackman (1993).

[11] Reproducido en Assmann (1997, pág. 4).

[12] Juan Pablo II (1991, puntos 57 y 58).

3. Breve comentario sobre la postura de la Iglesia

La Iglesia Católica ha mantenido con frecuencia una postura beligerante en contra de las ganancias, sobre todo cuando éstas no se han basado en un trabajo que aumente el valor. Bien conocida es la larga discusión sobre la licitud del tipo de interés[13] (la usura).

Platón y Aristóteles (con su evidente influencia en la teología cristiana) ya mostraron poco aprecio por los asuntos económicos en general y financieros en particular[14]. La Iglesia también se opuso durante muchos siglos al cobro de intereses. Hoy todavía, muchos miembros destacados de la Iglesia, tienen opiniones muy negativas sobre todo lo que tiene que ver con la economía y con los beneficios. Ciertamente el Evangelio muestra muchas más simpatías por los pobres que por los ricos, pero yo creo que eso no debe interpretarse como un rechazo a la actividad mercantil, creadora de riqueza, sino como propuesta de ideal a alcanzar: el reparto de la riqueza conseguida.

Juan Pablo II[15], en la encíclica Centesimus Annus, nos indica algunas ideas generales que pueden ser de interés para aclarar la postura de la moral católica: el libre mercado es un instrumento eficaz (aunque con limitaciones) para asignar recursos (puntos 34 y 42) y se reconoce la función de los beneficios (35) como índice de la buena marcha de la empresa, aunque la Iglesia no tiene un modelo económico concreto (43); se reconoce el papel del estado en la economía (48) y se declara la opción preferencial por los pobres (57), a la vez que se demandan organismos internacionales que orienten la economía hacia el bien común (58).

Como conclusión de lo anterior, y de forma muy simplificada, podemos colegir que, aunque son precisas numerosas mejoras en los mecanismos que regulan el mercado (sobre todo a nivel internacional), la doctrina social de la Iglesia considera positivo el mercado. Y volviendo a la distinción de Adela Cortina entre éticas de máximos y de mínimos, parece que esto se correspondería con una ética de mínimos, y, en consecuencia, aceptable por todos.

En definitiva aceptaremos (siempre como ética de mínimos, y, por tanto, asumible por todos) que la búsqueda del propio beneficio, dentro de las reglas del mercado, es éticamente aceptable, siempre que las actuaciones que llevan al beneficio contribuyan al bien común. Es más, la búsqueda del bien común, debe considerarse como algo éticamente positivo, y el beneficio puede interpretarse como un incentivo[16] para alcanzarlo. En consecuencia, la valoración ética de las conductas en el mercado se deberá guiar por si éstas contribuyen o no a la consecución del bien común.

---

[13] Puede verse un interesante resumen en Barrenechea (1995).

[14] Véase Barrenechea (1995).

[15] Juan Pablo II (1991).

[16] Al que uno siempre puede renunciar, si así se lo pide su ideal.

4. La especulación en los mercados

Especular es comprar algo barato para revenderlo caro. Algunos autores distinguen entre especulación en el tiempo y en el espacio[17]; la primera hace referencia a comprar hoy barato para vender caro más adelante, mientras la segunda está pensando en comprar allí donde es barato para vender donde es caro. También en ocasiones se distingue la especulación (con riesgo) del arbitraje (sin riesgo); podríamos así entender por especulación aquella actividad en la que compramos barato, esperando vender más caro, pero corriendo riesgo en tal operación (si no ocurre lo previsto), mientras que arbitraje sería la operación que hace esto sin riesgo (comprando por ejemplo en una plaza y vendiendo automáticamente en otra donde el producto está más caro). En este sentido puede asociarse el arbitraje con la especulación en el espacio (cuando la operación de compraventa se hace automáticamente), aunque también puede haber arbitrajes entre el mercado de presente y el de futuros[18], o dentro de un mismo mercado con productos equivalentes.

En este trabajo nos referimos a la especulación en general, sea en el tiempo o en el espacio, con riesgo o sin riesgo, pues lo que vamos a comentar es aplicable en los diferentes casos. También quiero recordar que, en principio, vamos a estudiar la especulación en los mercados financieros, como pueden ser las bolsas de valores. Para los lectores que no estén muy familiarizados con los temas financieros tal vez sea bueno que piensen en la especulación más típica: compramos un título hoy para venderlo más adelante, cuando los precios suban, obteniendo un lucro en la operación. El trabajo del especulador consiste, en consecuencia, en aprovechar las ineficiencias del mercado: si alguien es capaz de predecir una importante subida de los precios, es que ha manejado la información con mayor destreza que el resto de los agentes del mercado, que están utilizando un precio inadecuado en sus transacciones. Si el mercado fuera eficiente el precio actual debería ser más alto, recogiendo así la expectativa de subida. De hecho, si muchos especuladores compran hoy para obtener una plusvalía vendiendo más caro en el futuro, presionarán al alza los precios, hasta que no resulte interesante la operación de especulación. Vemos aquí que la actuación de los especuladores tiene tres importantes consecuencias:

a) Introduce en el precio la información de que existen expectativas de que suba, presionándolo al alza. Esto hace el mercado más eficiente, mejorando la asignación de los recursos.

b) Produce beneficios en el especulador, lo que significa un incentivo para que actúe. Pero no olvidemos que también corre un riesgo, pues puede equivocarse en sus predicciones. Si el mercado funciona correctamente la rentabilidad deberá estar ajustada al riesgo que corre. En caso contrario el propio mercado se encargará de

---

[17] Como Gorosquieta (1996, pág. 119).

[18] Puede verse en Gómez-Bezares (1991b, pág. 215).

hacer el ajuste, pues si los especuladores ganaran mucho dinero, mucha gente querría especular, y tal actividad se haría menos interesante y viceversa.

c) La propia actuación de los especuladores agotará sus posibilidades de ganancia. Sus compras impulsan los precios hacia arriba, hasta que deja de ser interesante seguir comprando. De esta manera los especuladores que encuentran una ineficiencia, pueden lucrarse aprovechándola, pero al final ellos mismos la agotan (la ineficiencia desaparece) y deben buscar una nueva.

En consecuencia, y centrándonos en los mercados bursátiles (a los que me referiré mientras no diga lo contrario), los especuladores contribuyen de manera decisiva a la formación del precio de los activos. Sin su colaboración la valoración en bolsa sería mucho menos exacta. Es cierto que se les ha acusado con frecuencia de provocar subidas artificiales (las famosas burbujas), lo que poco tiene que ver con una correcta valoración en bolsa; pero es fácil hablar de burbujas a posteriori, y mucho más difícil detectarlas cuando estás dentro. Si logramos que el mercado funcione bien, no evitaremos los errores en la valoración (es una operación que conlleva riesgo, y, en consecuencia, posibilidades de error), pero éstos no irán más allá de los lógicos. En estas condiciones los especuladores harán su trabajo (buscar información, aplicarla a la valoración de los activos y tomar sus correspondientes decisiones de compra y de venta), emplearán su dinero y asumirán un riesgo, y por todo ello merecerán una retribución, que deberá guardar relación con los recursos empleados y el riesgo asumido.

Por otro lado, al actuar los especuladores, dotan al mercado de la necesaria liquidez. Muchas de las transacciones cotidianas están ordenadas por especuladores, sin cuyo concurso los mercados disminuirían dramáticamente su liquidez. Los inversores[19] a largo plazo, absolutamente necesarios en la economía, se verían muy perjudicados si no encontraran especuladores dispuestos a comprar o vender en el momento en el que ellos quieren hacer la operación contraria, lo que retraería la inversión, con el consiguiente perjuicio general.

Desde otro punto de vista los especuladores los podríamos definir como especialistas en correr riesgos. En efecto, cuando las cosas van mal y todo el mundo quiere vender, son los especuladores los que compran. Es cierto que compran barato, pero también es cierto que los que abandonan el mercado no quieren comprar ni a esos precios. Su esperanza es que los precios se recuperen, obteniendo así los correspondientes beneficios, pero para ello asumen un riesgo que otros no quieren correr. De la misma manera los especuladores dan contrapartida a los inversores en los mercados de opciones o de futuros, asumiendo el riesgo que otros no desean soportar. En este sentido podemos afirmar que los especuladores consiguen mercados más completos, donde se pueden conseguir productos que no se ofrecerían sin su concurso (tal es el caso de muchas fórmulas de cobertura del riesgo).

Pero esta visión un tanto idílica de los especuladores no evita que también podamos ver su lado obscuro. De hecho la imagen pública de los especuladores es realmente negativa, y sin

[19] No siempre es fácil trazar una división nítida entre los inversores y los especuladores; a los primeros se les suele asociar con la inversión a largo plazo y a los segundos con la de corto plazo, pero en ocasiones la frontera entre ambos es borrosa.

duda hay razones para ello. Frecuentemente los especuladores han ganado dinero utilizando malas artes: marcando precios ficticios, utilizando informaciones privilegiadas, difundiendo información falsa, manipulando el precio en base a su importante volumen de negocio... Este tipo de actuaciones proporcionan beneficios al especulador, pero perjudican, o en el mejor de los casos no benefician, al conjunto de la sociedad.

Coincido con el teólogo y moralista Luis González-Carvajal cuando afirma[20] que “sólo si la acción del especulador reporta algún servicio a la sociedad podrá legitimarse éticamente su ganancia”.

5. Valoración ética de la especulación

Me imagino que si preguntáramos por la calle cuál es el nivel ético de las personas dedicadas a las finanzas, la calificación obtenida sería bastante baja. Sin embargo, el conocido experto en temas bursátiles Burton Malkiel (1992, pág. 157) comenta que los niveles éticos en Wall Street son muy altos, mayores que en otras profesiones. El profesor Antonio Argandoña (1995, pág. 44), en una línea similar, no cree que haya más inmoralidad en las finanzas que en otros sitios. A estas ideas yo añadiría otra: probablemente, los problemas éticos que se plantean en otras actividades económicas (como en la dirección de personal o en el marketing), son más frecuentes y más complejos que los planteados en el mundo financiero ¿Cuál puede ser la causa de que los agentes financieros tengan tan mala fama? Probablemente habrá muchas causas, entre otras se me ocurre la propia complejidad de las operaciones financieras, que hacen para muchas personas difícil la distinción entre una actuación correcta y un fraude; también tenemos el problema de que muchos han sufrido importantes pérdidas en los mercados, y prefieren culpar de ello a los especuladores; o la propia actitud de los medios de información, para los que la noticia es el que ha obrado incorrectamente y no todos los que lo hacen correctamente. Soy de los que opinan que se ha abusado de términos como ingeniería financiera, que en muchas ocasiones se ha utilizado para describir una forma, no siempre elegante, de estafa; y todo esto ha dañado el prestigio de la profesión. Lo que es indiscutible es que en el mundo financiero, como en cualquier otro, hay actitudes éticas y no éticas, por lo que es bueno reflexionar sobre la ética en la actividad financiera, y en concreto, en la especulación.

La primera idea que puede venir a la mente es que la especulación es innecesaria, pero esto ya hemos visto que es falso, pues existen unas funciones de la especulación, que refiriéndonos a los mercados de valores hemos resumido en tres:

- Mejorar la eficiencia, consiguiendo precios más correctos.

- Asumir riesgos, consiguiendo mercados más completos.

- Dar liquidez.

[20] González-Carvajal (1997, pág. 25).

Con todo, algunos autores se cuestionan si para hacer esto hacen falta tantos especuladores, sospechando que realizan operaciones innecesarias. La respuesta a esto es que dado que los especuladores buscan su propia rentabilidad, deberán prescindir de las operaciones innecesarias, que como media producirán gastos. Argandoña (1995, pág. 39) opina que no hay más operaciones innecesarias en las finanzas que en otras actividades industriales o comerciales.

Otra acusación frecuente a la especulación ha sido el que ha causado subidas y bajadas injustificadas en los precios, es el caso de las famosas burbujas. Argandoña (1995, pág. 41) no ve claros sus efectos perjudiciales. Personalmente sospecho que las alzas o bajadas injustificadas, o las operaciones puramente especulativas sobre monedas, pueden resultar dañinas para la economía. Un ejemplo tenemos en Malkiel (1992, pág. 36) cuando comenta los efectos negativos que tuvo la fiebre de los tulipanes sobre la economía holandesa en el siglo XVII. En la medida de lo posible es interesante establecer mecanismos que eviten los excesos especulativos, pero sin dificultar el grado necesario de especulación que debe haber en todo mercado. Un ejemplo claro son los mercados internacionales: soy de los que piensan que es necesaria alguna regulación para evitar, por ejemplo, el excesivo poder de algunos agentes, que nada tiene que ver con un mercado competitivo, y que usan su fuerza para ganar dinero especulando contra una divisa, perjudicando a muchas personas.

La valoración ética de la especulación pasará, en consecuencia, por calificar positivamente las actividades que promuevan el bien común, utilizando la especulación para lograr las funciones que una economía de mercado le reserva. Será en consecuencia lícito analizar la información existente para tratar de predecir los precios futuros, comprando lo que se considera infravalorado y viceversa. También será lícito aceptar riesgos a cambio de un precio, como puede hacer un vendedor de opciones. O manejar un spread (diferencia entre el precio de venta y el de compra) como precio cobrado por dar liquidez al mercado.

Centrándonos en el tema del uso de la información, me parece claro que es ético enriquecerse usando información pública (siempre que los mecanismos del mercado funcionen correctamente), pero me parece que no lo es cuando la información no es pública. Mucho se ha discutido sobre la posibilidad de utilización de la información privilegiada, y su valoración ética. De entrada hay que destacar que nuestro ordenamiento jurídico prohíbe la utilización de dicha información (entendiendo como tal la que si se hiciera pública podría afectar de manera relevante a la cotización)[21]. Y coincido con González-Carvajal (1997, pág. 27) en que el uso de información privilegiada (pensemos en que adquiero acciones de una empresa porque sé que va a dar a conocer un importante acuerdo que hará subir las acciones, y del que me he enterado por formar parte del comité directivo) es doblemente inmoral, pues es un abuso de confianza respecto a la empresa y una competencia desleal con los demás inversores, que creen que las informaciones que afectan a la cotización de los valores son públicas.

Con todo hay defensores del uso de información privilegiada, como Henry Manne[22]. Los argumentos que se manejan giran fundamentalmente sobre la idea de que los que compran o venden con información privilegiada presionan los precios suavemente al alza o a la baja (hacia

[21] Puede verse Gorosquieta (1996, pág. 125).

[22] Véase Gorosquieta (1996, pág. 126).

su verdadero valor), llevando poco a poco al mercado hacia la eficiencia. Se argumenta que los beneficios que en este caso consigue el especulador se deben a su mejor información, y al correcto uso que hace de ella. Por otro lado se puede interpretar que el que vende un título, lo hace a precio de mercado, y si no se lo hubiera vendido al que maneja información privilegiada se lo hubiera vendido a otro.

Estos argumentos no me parecen convincentes, pues el especulador, en el ejemplo que comentábamos, se beneficia de algo que es de los accionistas (los resultados de un importante acuerdo) y de lo que se ha enterado por ser su empleado. No es que haya hecho una interpretación muy inteligente de los datos, simplemente ha manejado información que los demás no poseen. Además, si se argumenta que los precios “subirán suavemente” ya no vale decir que el vendedor hubiera vendido en cualquier caso, pues la subida de precios animará a nuevos vendedores, que no venderían de saber que se van a publicar noticias positivas sobre la empresa. Por otro lado, si se permite la especulación en base a informaciones privilegiadas, los directivos estarían incentivados para retrasar la llegada de esa información al mercado (incluso les convendría precederla de informaciones de signo contrario para hacer más rentable su especulación), el resto de especuladores sospecharían esto y operarían con mucha mayor desconfianza, dando lugar al final a muchos más errores en la valoración. Para terminar, si se quiere lograr la eficiencia lo mejor es que la información llegue cuanto antes al mercado, haciéndose pública.

En el mejor de los casos el uso de información privilegiada daría lugar a un juego de suma cero. Supongamos un efecto nulo sobre los precios, haciéndose una operación pequeña antes de que se haga pública la información, en tal caso el comprador que posee la información adquiere las acciones, apropiándose lo que debería ganar el anterior poseedor. Creo que es éticamente incorrecto. Por todo lo anterior considero conveniente que se regule la utilización de la información privilegiada.

Una cuestión que en ocasiones se discute es si es ético manejar información privilegiada cuando ésta ha llegado al especulador por azar. Personalmente opino que no, pues su enriquecimiento se hace a costa de otros, sin que se aporte valor a la sociedad. Es diferente el caso del agente cuyo trabajo es la búsqueda de información, y en ocasiones la consigue (se entiende que por medios lícitos); en tal caso si su utilización le proporciona un enriquecimiento, éste se debe a su trabajo, que es interesante para la sociedad. Lo mismo sucede cuando el especulador posee la misma información que los demás, pero la utiliza con mayor destreza.

González-Carvajal (1997, pág. 27) relata el negocio que hizo el barón de Rothschild en 1815 en la Bolsa de Londres, anticipándose al mercado al conocer antes que los demás la derrota de Napoleón en Waterloo. Esto lo consiguió porque su hermano le comunicó la noticia desde Bruselas gracias a una paloma mensajera. González-Carvajal no cree que haya nada objetable desde un punto de vista ético; la información usada era pública, ellos fueron más ingeniosos.

Lo que no es ético es especular en base a oscilaciones de precios provocadas por los propios especuladores gracias a su fuerza en el mercado, la difusión de noticias falsas, o cualquier otro procedimiento que distorsione la valoración de los activos.

Por resumir mi postura diré que es ética la labor del especulador cuando de su actuación se derive una mejora para el conjunto de la sociedad, aunque haya beneficiados y perjudicados particulares, y siempre que no parta de una situación de privilegio.

Un problema muy comentado respecto a la especulación es que se producen enriquecimientos demasiado rápidos; muchos autores[23] son partidarios de que en esos casos el tratamiento fiscal (o de otro tipo) haga revertir a la sociedad una parte importante de las plusvalías.

La Iglesia Católica ha criticado en diferentes ocasiones los excesos de la especulación[24], y ha estudiado diferentes casos particulares. Uno de los problemas que se discuten es qué sucede con el que, sin buscarlo, se encuentra con una importante plusvalía; especialmente interesante es la postura de la Comisión Social del Episcopado francés que, refiriéndose al precio del suelo, considera que el precio justo es aquél que al precio de adquisición anterior añade la compensación del proceso inflacionario y los diversos gastos que hayan tenido lugar. Si se vende a un precio mayor habría que dar una utilidad social a la plusvalía conseguida[25]. Sin embargo otros moralistas no ven problema en vender a precio de mercado y quedarse con la plusvalía. Personalmente entiendo que la posibilidad de tal plusvalía es inherente a la inversión, y una parte de la recompensa del inversor, lo que no es obstáculo para que el ideal ético pueda llevar a dicho inversor a repartir la plusvalía conseguida.

6. Conclusión

Es evidente que la especulación tiene efectos positivos sobre la economía, así como que se puede prestar a abusos. Será bueno que los poderes públicos frenen esos abusos, para que quede sólo el efecto positivo; pero todo no puede ser regulado, por lo que será fundamental que los individuos hagan una valoración ética de sus conductas. Un tema que se puede plantear desde la Administración es el socializar una parte de las ganancias de los especuladores (con impuestos especiales u otros procedimientos). En el caso de la Bolsa supongo que un trato discriminatorio sería perjudicial, pero esto podría ser objeto de otro trabajo. En todo caso me parece claro que un individuo puede verse impulsado a devolver sus ganancias a la sociedad por su ideal ético.

[23] Véase por ejemplo Gorosquieta (1996, pág. 129) o González-Carvajal (1997, pág. 26).

[24] Véase González-Carvajal (1997, págs. 28-29).

[25] Véase González-Carvajal (1997, pág. 29).

Si el mercado está regulado correctamente, los individuos podrán especular en igualdad de oportunidades, y en general su actividad será correcta desde un punto de vista ético, aunque la casuística es muy amplia. De todas formas coincido con Argandoña (1995, pág. 44) cuando dice que “no existen guías éticas claras..., porque las acciones humanas son complejas”; y añade (pág. 45) que el que trata de acertar, aunque se equivoque, estará obrando moralmente bien, se perfeccionará como persona. Sin embargo me parece simplificadora la opinión de un experto en banca como Manuel Martín (1995, pág. 63) cuando entiende que la ética empresarial se reduce en la práctica a cumplir las “reglas del juego”.

Terminaré con unas ideas del profesor Xavier Vives (1995, pág. 56): “La economía y la sociedad pueden estabilizarse... con niveles distintos de honestidad (o fraude y corrupción). Soy de la opinión de que las situaciones con niveles bajos de corrupción y fraude, sustentadas por los correspondientes valores éticos, generan un mayor nivel de bienestar social, incluyendo mayores niveles de bienestar económico”. Luego afirma que aunque a nivel individual existen incentivos para desviarse, a nivel social es bueno que el conjunto sea ético; mucho se arreglaría aumentando la competencia, pero sobre todo hay que potenciar los valores éticos.

Bibliografía

ARGANDOÑA, A. (1995): “El tratamiento de los problemas éticos en las instituciones y los mercados financieros”, en Argandoña, ed., *La dimensión ética de las instituciones y mercados financieros*, Fundación BBV, Bilbao, págs. 21-48.

ASSMANN, H. (1997): *Las falacias religiosas del mercado*, Cristianisme i Justícia, Barcelona.

BARRENECHEA, J.M. (1995): *Moral y economía en el siglo XVIII. Antología de textos sobre la usura* (estudio preliminar), Gobierno Vasco, Vitoria.

BAUMOL, W.J. y S.A. BATEY BLACKMAN (1993): *Mercados perfectos y virtud natural*, Colegio de economistas de Madrid y Celeste ediciones, Madrid.

CORTINA, A. (1994): *La ética de la sociedad civil*, Anaya, Madrid.

FERNANDEZ, J.L. (1994): *Etica para empresarios y directivos*, Esic, Madrid.

GOMEZ-BEZARES, F. (1991): “Etica y objetivo financiero”, *Boletín de estudios económicos*, diciembre, págs. 435-463.

GOMEZ-BEZARES, F. (1991b): *Dirección financiera*, Desclée de Brouwer, Bilbao, 2ª ed.

GOMEZ-BEZARES, F. (1993): *Gestión de carteras*, Desclée de Brouwer, Bilbao.

GOMEZ-BEZARES, F. (1997): *Las decisiones financieras en la práctica*, Desclée de Brouwer, Bilbao, 5ª ed.

GONZALEZ-CARVAJAL, L. (1997): “La especulación y la economía de casino desde la ética cristiana”, *Vida nueva*, nº 2084, págs. 23-29.

GOROSQUIETA, J. (1996): *Etica de la empresa*, Mensajero, Bilbao.

JENSEN, M.C. y W.H. MECKLING (1995): “Specific and general knowledge, and organizational structure”, *Journal of applied corporate finance*, vol. 8, nº 2, págs. 4-18.

JUAN PABLO II (1991): *Centesimus annus*, Ediciones Paulinas, Madrid.

MALKIEL, B.G. (1992): *Un paseo aleatorio por Wall Street*, Alianza, Madrid.

MARTIN, M. (1995): “El tratamiento de los problemas éticos en las instituciones y los mercados financieros (comentarios)”, en Argandoña, ed., *La dimensión ética de las instituciones y mercados financieros*, Fundación BBV, Bilbao, págs. 59-65.

VIVES, X. (1995): “El tratamiento de los problemas éticos en las instituciones y los mercados financieros (comentarios)”, en Argandoña, ed., *La dimensión ética de las instituciones y mercados financieros*, Fundación BBV, Bilbao, págs. 51-57.

APLICACION PRACTICA DE LA TEORIA DE CARTERA

Trabajo inédito preparado por Miguel Angel Larrínaga Ojanguren,
Universidad Comercial de Deusto

INTRODUCCION

La teoría de cartera es un modelo general para el estudio de la inversión en condiciones de riesgo, basado en que la decisión sobre cuál es la cartera de inversiones óptima se fundamenta en el estudio de la media y la variabilidad de los diferentes títulos existentes en el mercado.

A continuación vamos a suponer que en el mercado existen 5 títulos con riesgo y un título sin riesgo, de modo que las carteras estarán compuestas de combinaciones de los diferentes títulos, con o sin riesgo.

A efectos prácticos hemos escogido como títulos con riesgo los 5 que a continuación - y sin ánimo de darles un mayor interés sobre otros títulos - referenciamos:

- Banco Popular (Título 1)

- Iberduero (Título 2)

- Sarrio, Papelera de Leiza (Título 3)

- Dragados y Construcciones (Título 4)

- Papelera Española (Título 5)

Para aplicar esta teoría de cartera, hemos dicho que necesitamos conocer los valores de las medias y desviaciones de las rentabilidades de los mismos. Para ello hemos calculado las rentabilidades anuales a lo largo de 20 años (1968-1988) a partir de los datos obtenidos de la Agenda Financiera publicada por el Servicio de Estudios del Banco de Bilbao y referidos a la Bolsa de Madrid.

Las fórmulas y gráficos que a continuación se expresan no son más que el reflejo práctico de la exposición teórica que sobre la Teoría de la Cartera puede encontrarse en el libro de Fernando Gómez-Bezares, “Dirección Financiera (Teoría y Aplicaciones)”, Editorial Desclée de Brouwer, Bilbao, 1991, 2º ed., en su capitulo IV y en el apéndice IV-D sobre “la forma de la frontera”. Para diferenciar esta doble referencia, anotaremos (1) cuando se refiere al capitulo IV y notaremos como (1A) cuando la expresión o el gráfico hagan referencia al apéndice mencionado. También puede verse el libro del mismo autor “Gestión de Carteras”, Editorial Desclée de Brouwer, Bilbao, 1993, capítulo 3.

PROBLEMA BASICO SIN TITULO SIN RIESGO

El problema básico es el más sencillo. En este caso podemos emitir los títulos, y por tanto no hay ningún tipo de restricción en forma de desigualdad.

Tenemos el vector de rentabilidades, proporciones y matriz de varianzas y covarianzas:

$$R' = (r_1, r_2, r_3, r_4, r_5) \qquad (4.1) \quad (1\ A)$$

$$E(R') = (E(r_1), E(r_2), E(r_3), E(r_4), E(r_5)) =$$
$$= (27{,}866 \quad 18{,}855 \quad 46{,}647 \quad 32{,}181 \quad 15{,}371)$$

$$W' = (w_1, w_2, w_3, w_4, w_5) \qquad (4.2) \quad (2\ A)$$

y la matriz ∑ de varianzas y covarianzas

$$\Sigma = \begin{matrix} 3116 & 984 & 4569 & 2536 & 895 \\ 984 & 1244 & 2876 & 982 & 523 \\ 4569 & 2876 & 11206 & 4806 & 1333 \\ 2536 & 982 & 4806 & 3044 & 733 \\ 895 & 523 & 1333 & 733 & 625 \end{matrix}$$

Así, vamos a hallar la frontera de mínima varianza para estos títulos aplicando las fórmulas (4.14), (4.15), (4.16), que no son otras que las que aparecen en el Apéndice IV-D como (3), (4) y (5). Recordemos que resolvemos un problema en el que minimizamos la varianza de la cartera, sujeta a un valor dado de promedio de la misma (E^*). Lógicamente, la suma de las proporciones invertidas en cada título debe dar la unidad.

Para ello incluimos aquí algunos valores, por si el lector desea comprobar algún resultado:

A = 0,03428
B = 0,59514
C = 0,00257
D = 0,00035

$$\sum^{-1} = \begin{matrix} 0,00148 & 0,00077 & -0,0005 & -0,0005 & -0,0013 \\ 0,00077 & 0,00344 & -0,0013 & 0,00079 & -0,0022 \\ -0,0005 & -0,0013 & 0,00078 & -0,0006 & 0,0008 \\ -0,0005 & 0,00079 & -0,0006 & 0,00158 & -0,0005 \\ -0,0013 & -0,0022 & 0,0008 & -0,0005 & 0,00412 \end{matrix}$$

De esta forma podemos despejar los valores de los multiplicadores de Lagrange λ_1, λ_2

λ_1 = 14,685 E(P) — 195,885 (15 A)

λ_2 = 3400,8 — 195,885 E(P) (16 A)

De este modo podemos representar las expresiones que recogen la frontera en el mapa de esperanzas y varianzas (19 A) y en el mapa de esperanzas y desviaciones (20 A)

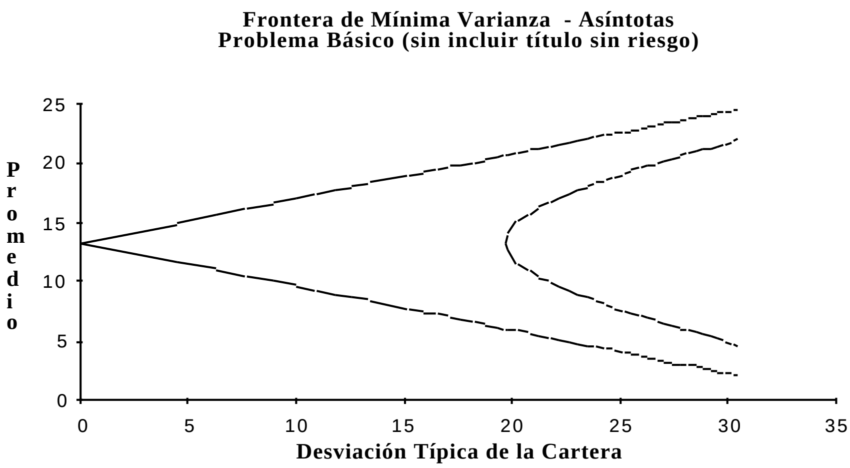
$[\text{DES (P)}]^2 = 7{,}2733\ \text{E(P)}^2 — 194{,}212\ \text{E(P)} + 1685{,}95$ (19 A)

$0{,}00257\ \text{E(P)}^2 – 0{,}06856\ \text{E(P)} + (0{,}59514 – (0{,}00035 * [\text{DES (P)}]^2)) = 0$ (20 A)

Y antes de dibujar la frontera, vamos a indicar las ecuaciones de las asíntotas:

E(P) = 13,351 ± 0,3708 * DES(P) (32 A)

En el gráfico siguiente recogemos la Frontera de Mínima Varianza que hace referencia a la figura 1 del apéndice IV-D.

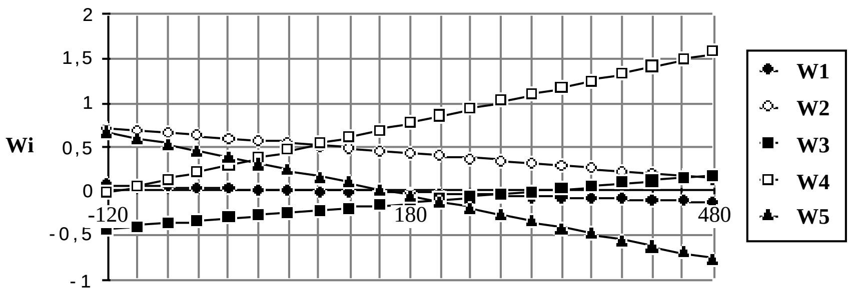


Una vez obtenida la frontera, podemos llegar a obtener la figura 5.1 del capítulo IV en donde recogemos cómo varía la composición de la cartera a medida que varían los valores de los multiplicadores de Lagrange, dando respuesta a las ecuaciones planteadas con los números (5.1) y siguientes del capitulo IV.

$$w_1 = -0{,}00032\ \lambda_1 + 0{,}03023$$
$$w_2 = -0{,}00095\ \lambda_1 + 0{,}59722$$
$$w_3 = 0{,}001007\ \lambda_1 - 0{,}3045$$
$$w_4 = 0{,}002648\ \lambda_1 + 0{,}30111$$
$$w_5 = -0{,}00239\ \lambda_1 + 0{,}37694$$

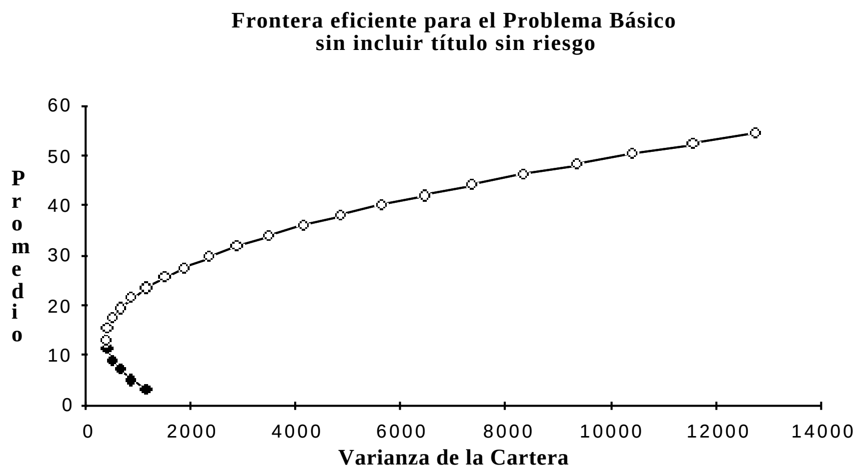
Así el gráfico 5.1 de dicho capítulo IV queda como sigue:

Proporciones de títulos para el Problema Básico sin incluir título sin riesgo

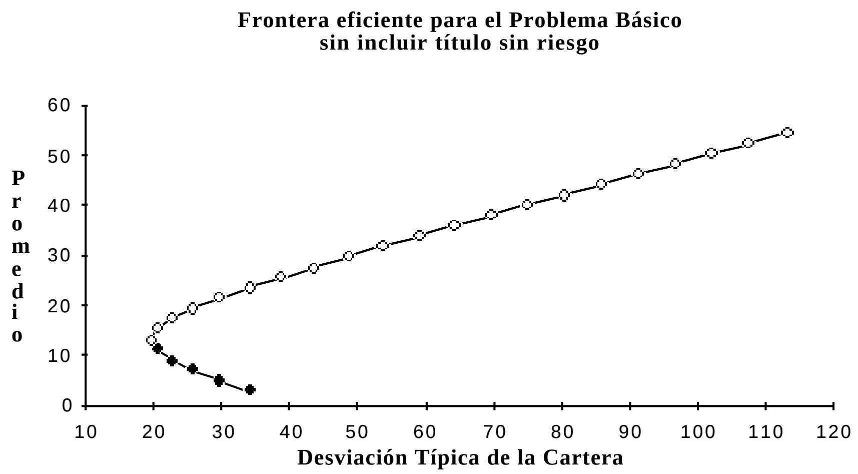


Valores de Lambda o multiplicador de lagrange referido a la restricción de cierto promedio de la cartera E(P)

Terminamos este apartado aproximándonos a la obtención de la frontera eficiente, que sabemos es la parte de la frontera de mínima varianza que se corresponde con valores positivos de λ_1 . Expresamos el gráfico 4.1 del capítulo IV. Así, la frontera eficiente está representada por el tramo de curva que une puntos blancos. De este modo, podemos comprobar cómo, efectivamente, la frontera eficiente es el subconjunto de puntos de la frontera de mínima varianza en los que se cumple que para una esperanza dada la varianza es mínima, y que para una varianza dada, la esperanza es máxima. Dibujamos la frontera eficiente tanto en el mapa de esperanzas y varianzas como en el mapa de esperanzas y desviaciones.



Vemos que en el mapa de promedios y varianzas, la frontera de mínima varianza tiene una forma de parábola, mientras que en el mapa de promedios y desviaciones tenemos una forma de hipérbola.



PROBLEMA BASICO CON TITULO SIN RIESGO

En este caso introducimos el título sin riesgo, que suponemos tiene una rentabilidad del 13%. No lo referenciamos a ningún título en concreto.

Para ello incluimos aquí el valor de algunas variables y matrices, por si el lector desea comprobar algún resultado. Recordemos que en este caso la matriz de varianzas y covarianzas ∑ es una matriz singular y no tiene inversa, por lo que debíamos sortear este problema de otro modo. Así se indica en las fórmulas (35),(36) del apéndice IV-D. Así, los valores de los diferentes escalares se mantienen los mismos, con lo que se simplifica la obtención de los resultados, a partir de lo obtenido en el apartado anterior.

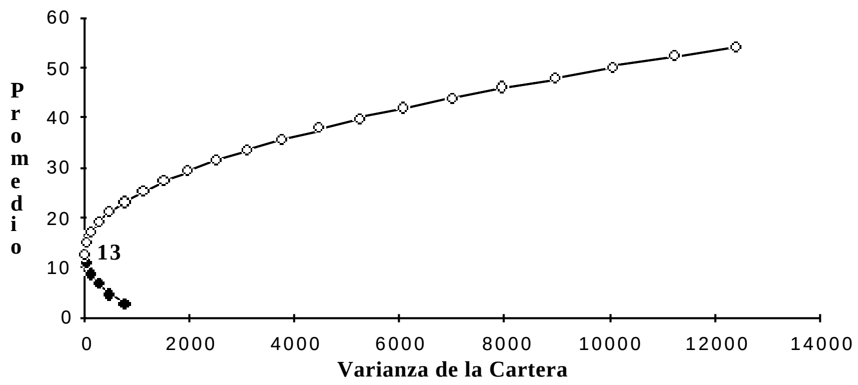
A = 0,03428
B = 0,59514
C = 0,00257
D = 0,00035

De este modo podemos representar las expresiones que recogen la frontera en el mapa de esperanzas y varianzas (42 A) y en el mapa de esperanzas y desviaciones (44 A)

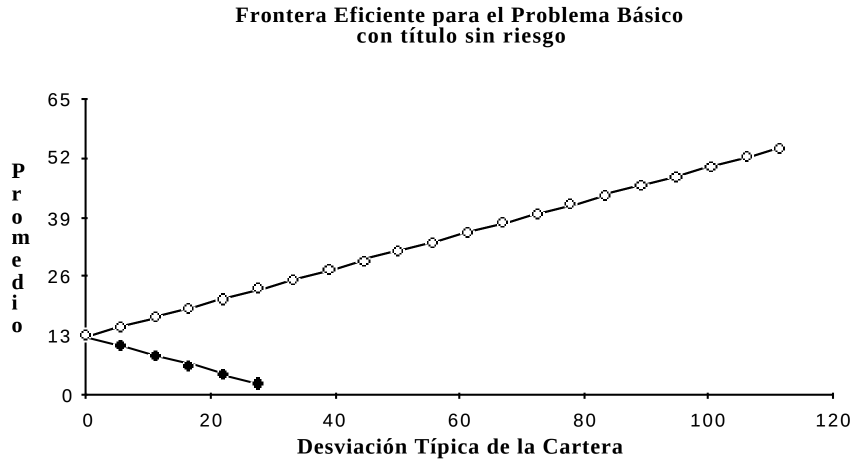
$$VAR(P) = (E(P) — 13)^2 / 0,13781 \qquad (42\ A)$$
$$E(P) = 13 \pm DES(P) \sqrt{(0,59514 - 2 * 0,03428 * 13 + 0,00257 * 13^2)} \qquad (44\ A)$$

En los siguientes gráficos recogemos la expresión de la frontera de mínima varianza, señalando en puntos blancos el subconjunto de puntos de la frontera eficiente. Compruébese la diferencia con los gráficos obtenidos en el problema básico sin incluir el título sin riesgo:

Frontera Eficiente para el Problema Básico con título sin riesgo



Comprobemos cómo realmente la frontera eficiente en el mapa de promedios y desviaciones es una recta. Teóricamente se recoge en la figura 2 del apéndice IV-D.

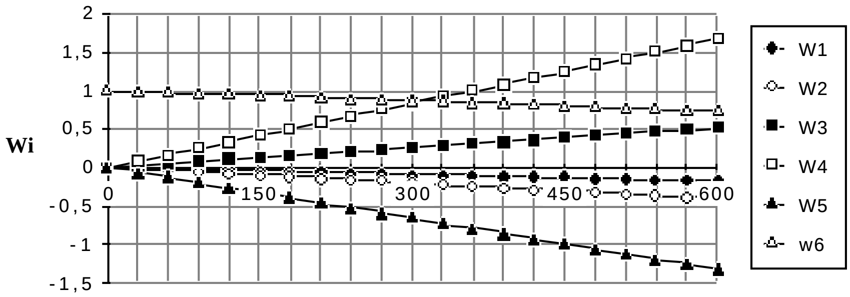


Una vez obtenida la frontera podemos reflejar numéricamente la figura 5.2 del capítulo IV, en la que plasmamos cómo varía la composición de la cartera a medida que cambia el valor del multiplicador de Lagrange λ_1 . Esta relación (indicada en la exposición teórica como ecuación (46 A) del apéndice IV-D) la exponemos a continuación:

$w_1 = -0{,}0003\ \lambda_1$
$w_2 = -0{,}00068\ \lambda_1$
$w_3 = 0{,}00087\ \lambda_1$
$w_4 = 0{,}002783\ \lambda_1$
$w_5 = -0{,}00222\ \lambda_1$
$w_6 = -0{,}00045\ \lambda_1 + 1$

Fijémonos ahora en que los vectores de proporciones W forman un espacio unidimensional. Es el teorema de separación: al existir un título sin riesgo, en la frontera, todos los vectores de proporciones (que en el fondo representan carteras) tendrán las mismas proporciones de títulos, variando sólo la proporción entre éstos y el título sin riesgo. Así, para un valor de $\lambda_1 = 0$, todo se invierte en título sin riesgo.

Proporciones de Títulos para el Problema Básico con título sin riesgo



Valores de Lambda o multiplicador de Lagrange referido a la restricción de promedio de la cartera

PROBLEMA ESTANDAR SIN TITULO SIN RIESGO

En este caso, vamos a introducir la restricción adicional de que NO SE PUEDEN EMITIR TITULOS. Es decir, que aparecen unas restricciones en desigualdad del tipo siguiente:

$$0 \leq w_i \leq \infty \qquad (5.9)$$

En este caso, el gráfico de variación de la composición de la cartera no ofrece linealidad total con los valores del multiplicador, sino que aparecen tramos lineales entre diferentes valores de dicho multiplicador. Son los puntos singulares.

Dentro de cada intervalo nos encontramos con subproblemas básicos donde el problema se plantea exclusivamente con restricciones de igualdad. Por ello, podemos resolver el problema globalmente, o más cómodamente, resolver dichos subproblemas básicos dentro de cada intervalo. La solución es exactamente la misma. Los valores de los multiplicadores de Lagrange permanecen iguales, puesto que se mantiene la lógica de su valor: ese multiplicador nos refleja el impacto que tiene en la varianza de la cartera una variación de nuestras exigencias sobre el promedio de dicha cartera.

Así tenemos las ecuaciones que recogen la relación entre λ_1 y w_i, que como vemos son lineales por tramos:

$$-58{,}108961 \leq \lambda_1 \leq 19{,}7008604$$

$$\mathbf{W_2} = 0{,}1231195329 + 0{,}0021187812\ \lambda_1$$
$$\mathbf{W_5} = 0{,}8768804671 - 0{,}0021187812\ \lambda_1$$

$19{,}7008604 \leq \lambda_1 \leq 215{,}761512$

$\mathbf{W_2} = 0{,}1544400506 + 0{,}00052898562\ \lambda_1$
$\mathbf{W_4} = -\ 0{,}0734962165 + 0{,}0037306075\ \lambda_1$
$\mathbf{W_5} = 0{,}919055559 - 0{,}0042595957\ \lambda_1$

$215{,}761512 \leq \lambda_1 \leq 246{,}965642$

$\mathbf{W_2} = 0{,}8869753172 - 0{,}0028661304\ \lambda_1$
$\mathbf{W_4} = 0{,}1130246828 + 0{,}0028661304\ \lambda_1$

$246{,}965642 \leq \lambda_1 \leq 307{,}494038$

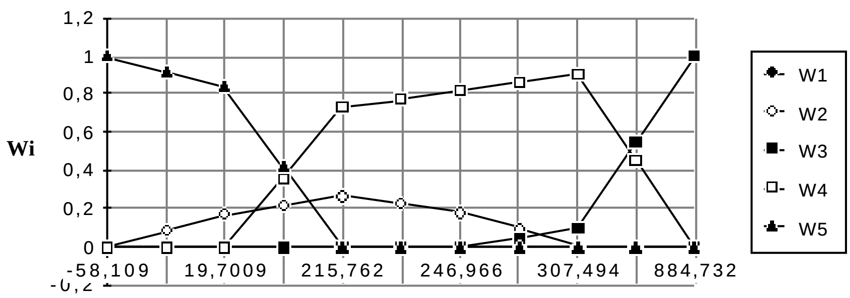
$\mathbf{W_2} = 0{,}9100572967 - 0{,}0029595970\ \lambda_1$
$\mathbf{W_3} = -0{,}4060886544 + 0{,}0016443122\ \lambda_1$
$\mathbf{W_4} = 0{,}4960307906 + 0{,}0013152823\ \lambda_1$

$307{,}494038 \leq \lambda_1 \leq 884{,}731932$

$\mathbf{W_3} = -0{,}3801530494 + 0{,}0015599676\ \lambda_1$
$\mathbf{W_4} = 1{,}3801530494 - 0{,}0015599676\ \lambda_1$

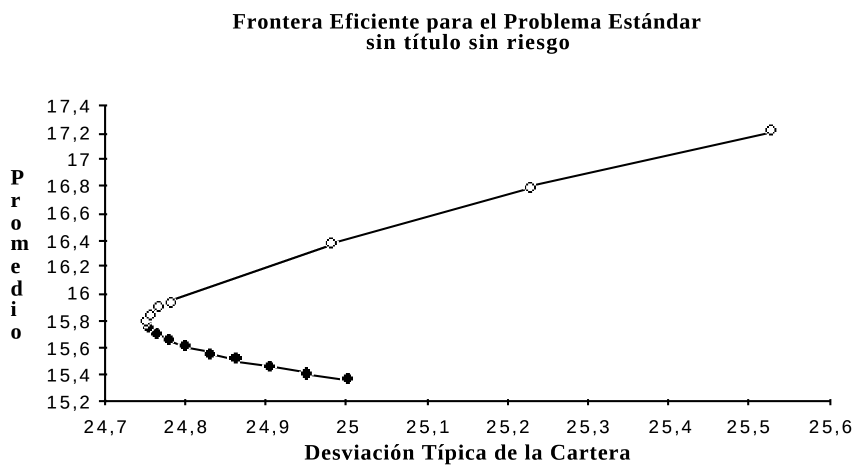
El gráfico 5.3 del capítulo IV queda como sigue en este ejemplo:

Proporciones de títulos del Problema Estándar sin incluir título sin riesgo, resuelto a través de varios subproblemas básicos



Valores de Lambda1 (Multiplicador de Lagrange)

Así llegamos a la siguiente expresión de la frontera eficiente que se recoge en la figura 3.6.(b) del capítulo IV.



Los diferentes intervalos, que representan los diversos subproblemas básicos y, así, recogen los diferentes tramos de curva y combinaciones de los diferentes títulos, son:

$15{,}37 < E^* < 15{,}945$

En este caso el problema queda como sigue:

$W_1 = W_3 = W_4 = 0$

$\text{Min } Z = 1244{,}9\, W_2^2 + 625{,}18\, W_5^2 + 1047{,}9178\, W_2 W_5$

$18{,}85495\, W_2 + 15{,}37095\, W_5 = E^*$

$W_2 + W_5 = 1$

De este forma nos da la solución:

$\sigma^2 = 67{,}7338426\, E^{*2} - 2140{,}37571\, E^* + 17521{,}5813$

$15{,}945 < E^* < 28{,}60196$

En este caso el problema queda como sigue:

$W_1 = W_3 = 0$

$\text{Min } Z = 1244{,}9\, W_2^2 + 3044{,}1427\, W_4^2 + 625{,}18\, W_5^2 + 1964{,}3012\, W_2 W_4 +$

$+ 1047{,}9178\, W_2 W_5 + 1466{,}0084\, W_4 W_5$

$18{,}85495\, W_2 + 32{,}181\, W_4 + 15{,}37095\, W_5 = E^*$

$W_2 + W_4 + W_5 = 1$

De este forma nos da la solución:

$\sigma^2 = 7{,}74537119\, E^{*2} - 227{,}304096\, E^* + 2269{,}30476$

28,6 < E* < 29,79

En este caso el problema queda como sigue:

$W_1 = W_3 = W_5 = 0$
$\text{Min } Z = 1244{,}9\, W_2^2 + 3044{,}1427\, W_4^2 + 1964{,}3012\, W_2 W_4$
$18{,}85495\, W_2 + 32{,}181\, W_4 = E^*$
$W_2 + W_4 = 1$

De este forma nos da la solución:

$\sigma^2 = 13{,}0909934\, E^{*2} - 533{,}094649\, E^* + 6642{,}40948$

29,79 < E* < 33,62

En este caso el problema queda como sigue:

$W_1 = W_5 = 0$

$\text{Min } Z = 1244{,}9\, W_2^2 + 11206{,}20937\, W_3^2 + 3044{,}1427\, W_4^2 + 5753{,}9\, W_2 W_3 +$

$+ 1964{,}3012\, W_2 W_4 + 9613{,}62\, W_3 W_4$

$18{,}85495\, W_2 + 46{,}6473\, W_3 + 32{,}181\, W_4 = E^*$

$W_2 + W_3 + W_4 = 1$

De este forma nos da la solución:

$$\sigma^2 = 7{,}90803592\ E^{*2} - 224{,}254886\ E^* + 2041{,}65786$$

$33{,}62 < E^* < 46{,}6473$

En este caso el problema queda como sigue:

$$W_1 = W_2 = W_5 = 0$$

$$\text{Min } Z = 11206{,}20937\ W_3^2 + 3044{,}1427\ W_4^2 + 9613{,}62\ W_3\ W_4$$

$$46{,}6473\ W_3 + 32{,}181\ W_4 = E^*$$

$$W_3 + W_4 = 1$$

De este forma nos da la solución:

$$\sigma^2 = 22{,}1562857\ E^{*2} - 1182{,}32988\ E^* + 18147{,}2798$$

PROBLEMA ESTANDAR CON TITULO SIN RIESGO QUE SE PUEDE EMITIR

Es un caso bastante normal en el que no se pueden emitir títulos (excepto el título sin riesgo), pero que sí se pueden comprar.

En este caso tenemos sólo dos puntos singulares dentro de los cuales siempre adquirimos W_3 y W_4 mientras que podemos emitir o comprar título sin riesgo

$$W_1 = W_2 = W_5 = 0$$

$$\text{Min } Z = 11206{,}209\ W_3^2 + 3044{,}1427\ W_4^2 + 9613{,}62\ W_3\ W_4$$

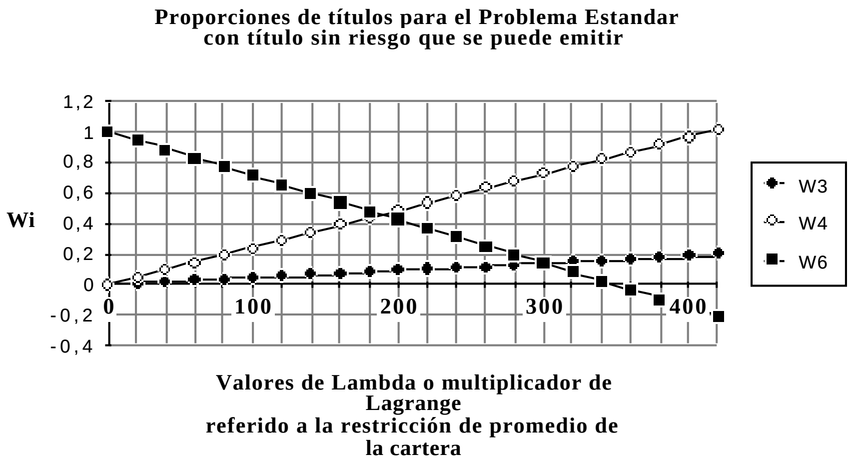
$$46{,}6473\ W_3 + 32{,}181\ W_4 + 13\ W_6 = E^*$$

$$W_3 + W_4 + W_6 = 1$$

De este forma nos da la solución:

$$\sigma^2 = 8{,}0657987\ E^{*2} - 209{,}7107665\ E + 1363{,}12$$

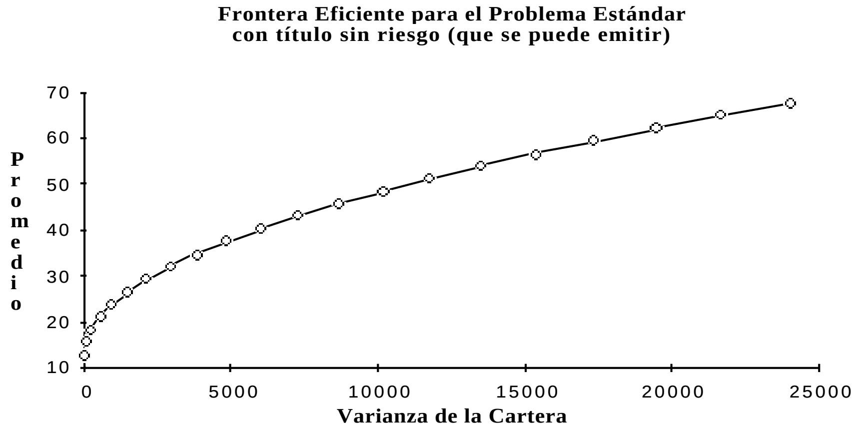
Las proporciones de títulos varían en el siguiente modo: fijémonos que sólo existe un punto singular, que hace referencia al punto inicial. Es una expresión de la figura 5.4 del capítulo IV.



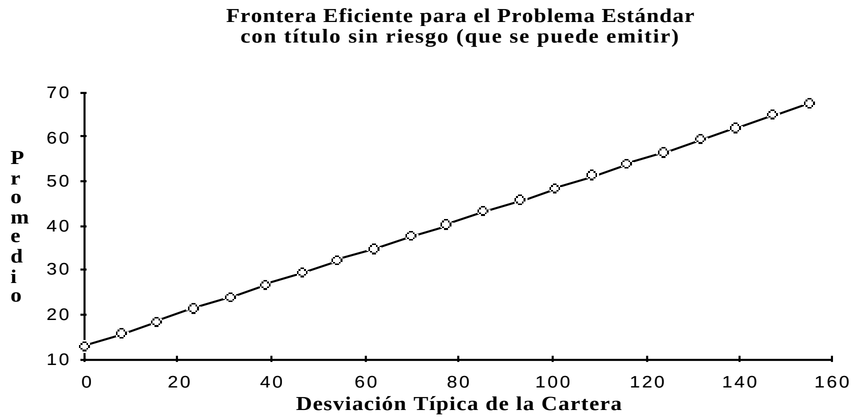
Vemos que únicamente existe un punto singular que corresponde al valor de $\lambda_1 = 0$. Las proporciones reflejadas en el gráfico anterior son numéricamente las siguientes:

$\mathbf{w_3} = 0{,}00046457\ \lambda_1$
$\mathbf{w_4} = 0{,}00241691\ \lambda_1$
$\mathbf{w_6} = -0{,}00288148\ \lambda_1 + 1$

A partir de un valor como $\lambda_1 = 347{,}044294$, que se corresponde con un valor promedio de la cartera $E^* = 34{,}513$ pasamos de comprar títulos sin riesgo a emitirlos. A continuación reflejamos la frontera eficiente como el subconjunto (en puntos blancos) de la frontera de mínima varianza en el que para una esperanza dada la varianza es mínima, y para una varianza dada la esperanza es máxima. La reflejamos en el mapa de varianzas y esperanzas, y en el mapa de desviaciones y esperanzas (donde el gráfico es justamente una recta).



Este gráfico refleja en parte el resultado final de los razonamientos explicados en la páginas 156 y 157 y plasmados, en parte, en la figura 6 del mencionado apéndice.



PROBLEMA ESTANDAR CON TITULO SIN RIESGO

Finalmente incluimos el caso en el que la restricción en desigualdad, $w_i \geq 0$, también afecta al título sin riesgo y por tanto no podemos emitirlo, sólo comprarlo.

Tenemos un problema estándar, con varios puntos singulares. Como en todo problema estándar podemos resolverlo por subproblemas básicos.

$0 \leq \lambda_1 \leq 347{,}044294$

$\mathbf{w_3} = 0{,}00046457\ \lambda_1$
$\mathbf{w_4} = 0{,}00241691\ \lambda_1$
$\mathbf{w_6} = -0{,}00288148\ \lambda_1 + 1$

$347{,}044294 \leq \lambda_1 \leq 884{,}731922$

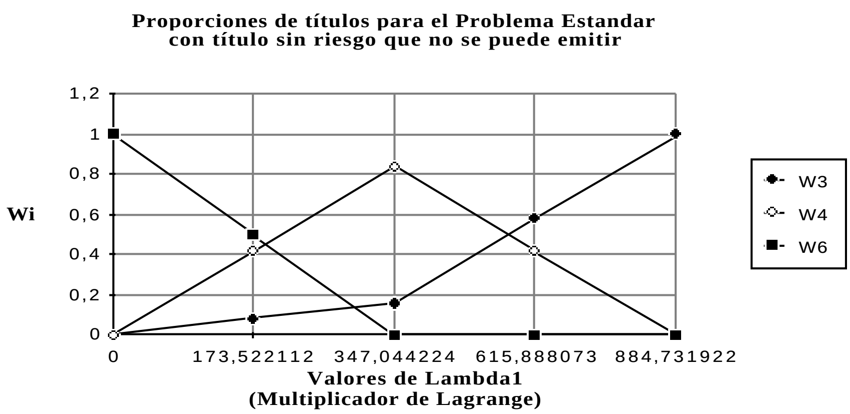
$\mathbf{W_3} = -0{,}3801530494 + 0{,}0015599676\ \lambda_1$
$\mathbf{W_4} = 1{,}3801530494 - 0{,}0015599676\ \lambda_1$

Si nos fijamos en las proporciones:

- las del primer intervalo, son las mismas que las expresadas para el problema estándar con título sin riesgo que se puede emitir

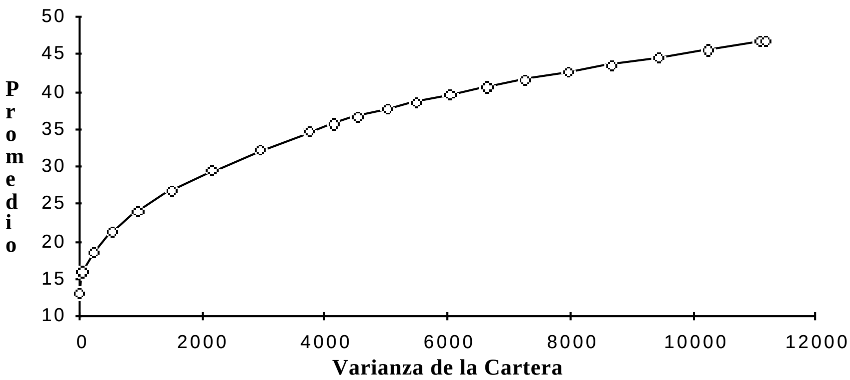
- las del segundo intervalo, son las mismas que las expresadas en el último intervalo considerado para el problema estándar sin título sin riesgo, por lo que la frontera eficiente en este caso, se confundirá con la frontera eficiente del problema estándar sin titulo sin riesgo en el valor de promedio y varianza que se corresponde con un valor del multiplicador de Lagrange $\lambda_1 = 347{,}044294$.

En el gráfico siguiente de proporciones recogemos el resultado de la resolución de este problema:



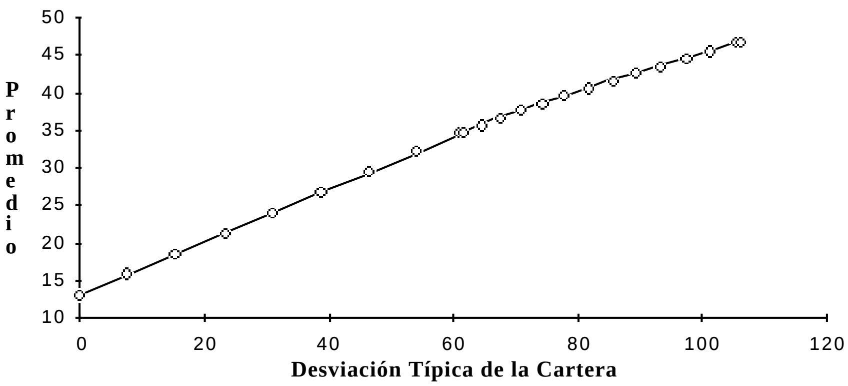
Reflejamos finalmente la frontera eficiente como subconjunto de la frontera de mínima varianza en el mapa de promedios y desviaciones y en el de varianzas y promedios.

Frontera Eficiente para el Problema Estándar con título sin riesgo (que no se puede emitir)



Fijémonos que en el mapa de promedios y desviaciones, la frontera eficiente tiene un tramo inicial recto, en que todas las carteras tienen título sin riesgo, hasta un punto en el que toma la figura de una hipérbola. Es la figura 3.6. c) del capítulo IV que hemos estado comentando en todo nuestro ejemplo.

Frontera Eficiente para el Problema Estándar con título sin riesgo (que no se puede emitir)

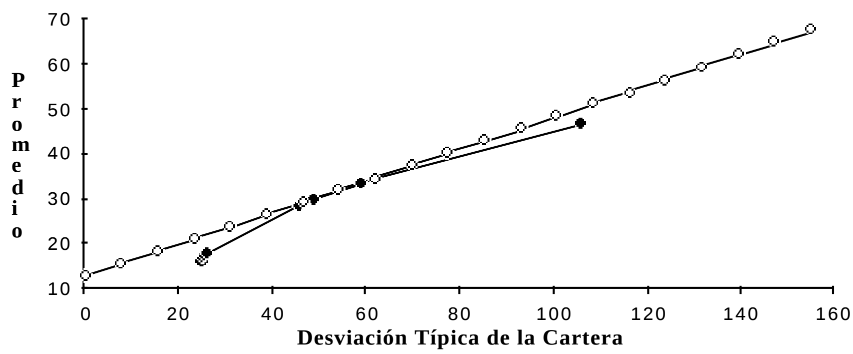


PROBLEMA ESTANDAR: INFLUENCIA DE LA EXISTENCIA DEL TITULO SIN RIESGO

En este punto, analizamos el efecto de la introducción de un título sin riesgo en el mercado, con las dos posibilidades comentadas de emisión o no del título.

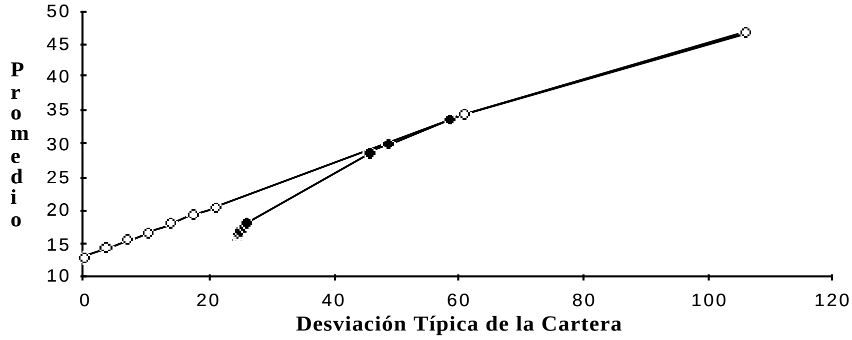
Así, en este gráfico, en el que recogemos la influencia de un título sin riesgo que se puede emitir, la frontera eficiente (señalada con puntos blancos) es totalmente recta y tangente a la frontera eficiente del problema estándar normal (señalado con puntos negros). Es tangente en el punto R^*, como aparece indicado en el gráfico 6 del apéndice IV-D. En nuestro caso, R^* = 34%.

Comparación entre las Fronteras Eficientes del Problema Estándar, al incluirse el título sin riesgo que se puede emitir



En cambio, si no es posible la emisión del título sin riesgo, su frontera eficiente es recta hasta dicho valor R^* y posteriormente se confunde con la frontera eficiente del problema estándar normal.

Comparación entre las Fronteras Eficientes del Problema Estándar al incluirse el título sin riesgo que no se puede emitir



APROXIMACIÓN GRÁFICA A LA DIVERSIFICACIÓN INTERNACIONAL DE RIESGOS

por Fernando Gómez-Bezares y Miguel Angel Larrínaga
Publicado en *Análisis Financiero*, nº 74, 1.998, págs. 10-17

1. Introducción

Si existe un principio básico dentro de la gestión empresarial, éste es la búsqueda de los mayores logros con los recursos disponibles. Este principio optimizador moviliza, en todos sus ámbitos, todas las reglas de comportamiento del gestor. De este modo, el principio abarca también el campo financiero, y dentro de él, al análisis de las inversiones que ofrecen rentabilidad, con la contrapartida del riesgo de las mismas.

Así, inmersos como estamos en un contexto de posibilidades de inversión mundiales, la búsqueda de mejores destinos para los recursos aparece mucho más atractiva. Y dentro del campo de esta búsqueda aparece nuevamente el problema de la decisión de inversión puramente financiera. ¿Que títulos deben componer nuestra cartera de inversión?. La respuesta se ha ampliado dentro del contexto internacional en el que nos movemos.

En los últimos años han aparecido trabajos interesantes que han tratado de analizar las ventajas o desventajas de acudir al mercado internacional. Por ejemplo, podemos citar los trabajos de Solnik y Noetzlin (1982), Eun y Resnick (1994), Punti y Garrigasait (1994), Solnik (1994), Sinquefield (1996), Eicholtz (1996), Solnik, Boucrelle y Le Fur (1996), en los que destacamos una nota común a todos ellos: el análisis para un periodo concreto amplio, y, normalmente, desde una perspectiva estadounidense.

En general, estos autores tienen como referencia básica el trabajo de Solnik (1974a)[1], como uno de los primeros estudios en los que se realizaba un análisis internacional de las posibilidades de inversión. De hecho, varios de los trabajos citados anteriormente plantean su

[1] Este trabajo inicial llevaría a Solnik (1974b, 1974c) a plantear su propuesta de modelo internacional de valoración de activos.

análisis mediante la construcción de las fronteras eficientes para los periodos considerados, en base tanto al trabajo pionero de Markowitz (1952) como a las expresiones de Merton (1972).

El estudio de todos estos artículos nos ha conducido a realizar un análisis similar de las posibilidades de diversificación internacional de riesgos, pero con una doble perspectiva:

- Contraponiendo una visión estadounidense con una visión española.

- Analizando diversos periodos para estudiar la evolución de esas posibilidades de diversificación.

Con estas premisas, las siguientes páginas tienen la siguiente estructura[2]:

- Breve análisis de los datos y periodos manejados.

- Análisis de las posibilidades de diversificación por cambios en la dimensión de las carteras.

- Análisis de las posibilidades de diversificación mediante el estudio de las fronteras de mínima varianza.

2. Base de Datos y Periodo de Análisis

Para nuestro análisis hemos manejado los índices nacionales proporcionados por la publicación mensual Morgan Stanley Capital International Perspective. Esta base de datos es una de las más frecuentemente utilizadas en los análisis de carácter internacional (por ejemplo, Dumas y Solnik, 1995). Los países manejados han sido los siguientes: Australia, Austria, Bélgica, Canadá, Dinamarca, Francia, Alemania, Hong Kong, Italia, Japón, Países Bajos, Noruega, Singapur, España, Suecia, Suiza, U.K., USA. Del mismo modo hemos obtenido los datos sobre los bonos de los países citados, según el criterio utilizado por Ferson y Harvey (1994), donde remitimos al lector para una mayor concreción. Las rentabilidades manejadas son mensuales y calculadas tanto en dólares como en pesetas.

Por último, indicar que el periodo total manejado, 1980-1994, ha sido dividido en periodos de 5 años, puesto que es un periodo en el que podemos suponer que las relaciones entre los activos han permanecido relativamente constantes. En conclusión tenemos rentabilidades mensuales, en dólares y en pesetas, de 36 índices (18 de acciones y 18 de bonos).

Dentro del periodo analizado, aparece como dato más significativo el mes de octubre de 1987, fecha del crack bursátil. Como, por ejemplo, Roll (1988) indica, este mes fue el único dentro de un largo periodo de años (1981 a 1987) en el que todos los mercados se movieron en

[2] Para un mayor detalle en cuanto a la obtención de datos, metodología y resultados puede acudirse a Larrinaga (1997).

el mismo sentido: todos bajaron. Si, como suponemos, las ventajas de la diversificación internacional se basan en la inexistencia de elevados coeficientes de correlación entre los mercados, la inclusión de este dato afectaba a los datos manejados. Por ello, hemos decidido realizar el análisis con el dato de dicho mes y sin el dato de dicho mes.

3. Diversificacion vía dimensionamiento

En un primer acercamiento, hemos tratado de comprobar si aumentar la dimensión de la cartera puramente nacional mediante la posibilidad de acceder a otros índices extranjeros con riesgo suponía ventajas en términos de reducción de riesgo, para luego analizar las ventajas de acceder al mercado global incluyendo los bonos.

El procedimiento seguido aparece descrito en Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1994, págs. 68-69). Así, hemos ido construyendo carteras compuestas por dos, tres,…, hasta 36 índices, obteniendo para cada cartera el riesgo total de la misma. Finalmente, se obtuvo el promedio de riesgo para cada uno de los posibles tamaños de cartera manejados.

En los gráficos I y II recogemos en abscisas el nº de índices que componen la cartera y en ordenadas el tanto por uno de riesgo medio de la misma (medido con la desviación típica). Como disponemos únicamente de 18 índices de acciones planteamos los gráficos sólo hasta este nivel. En el gráfico I puede verse el resultado para un inversor que mide sus resultados en dólares y, en el gráfico II en pesetas.

Gráfico I: Diversificación: Acciones ⇔ Acciones y bonos $

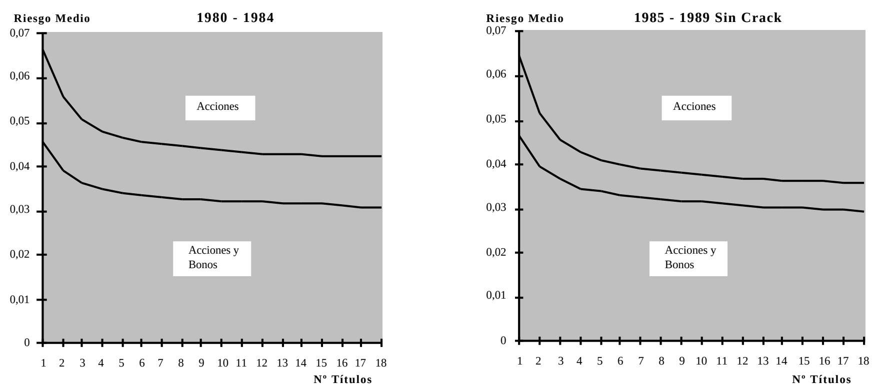
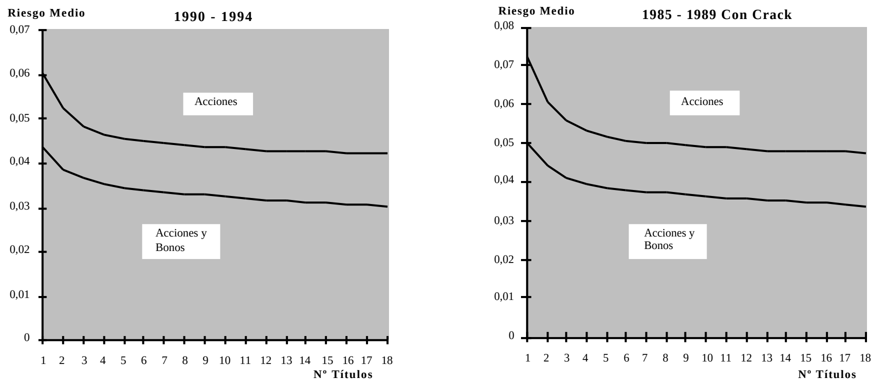


Gráfico I (Continuación): Diversificación: Acciones ⇔ Acciones y bonos $



De los gráficos anteriores, obtenemos como primera conclusión que la posibilidad de construir carteras no sólo de acciones sino también con bonos redunda en unos menores riesgos, lo que es perfectamente lógico dado el menor riesgo de los bonos.

Como segunda conclusión, vemos una característica que es común a todos los periodos: en general, a partir de 5 ó 6 índices, la reducción de riesgo no es tan significativa.

Gráfico II: Diversificación: Acciones ⇔ Acciones y bonos Pts

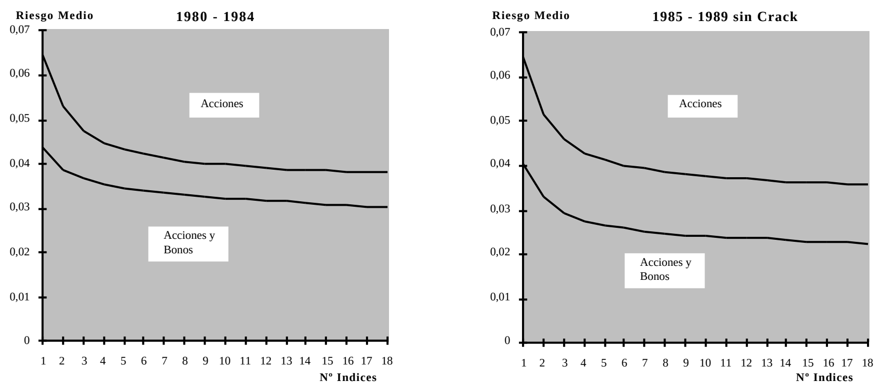
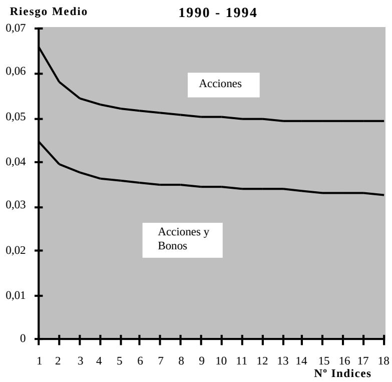
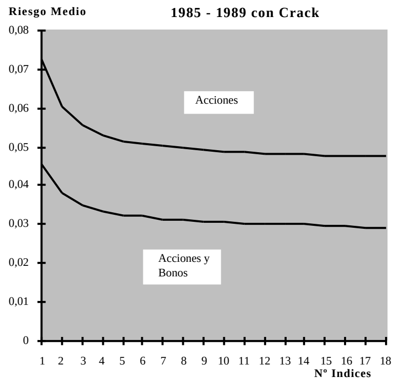


Gráfico II (Continuación): Diversificación: Acciones ⇔ Acciones y bonos Pts





Desde el punto de vista del inversor español la situación no ofrece grandes diferencias, en cuanto al hecho de que, mediante la inversión en 5 ó 6 índices el riesgo de la cartera ha decrecido notablemente.

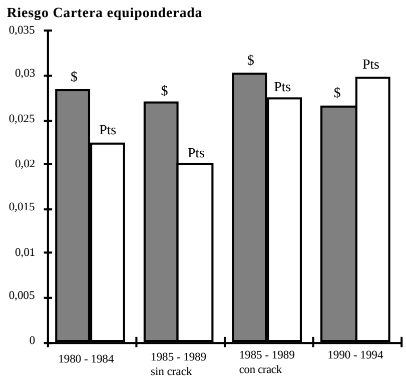
Nuevamente es evidente el interés, que, desde el punto de vista de diversificación del riesgo para el inversor español, supone el acceder a un mercado global de acciones y bonos. Resulta interesante destacar cómo el periodo 1980-1984 es un periodo en el que las diferencias no son tan abultadas como los otros periodos (aunque en el caso de las carteras compuestas exclusivamente por acciones se ve una notable caída del riesgo con carteras compuestas por cinco o seis índices).

En todo caso, en el gráfico III recogemos el riesgo de una cartera con la máxima dimensión posible: una cartera equiponderada con todos los índices (tanto acciones como bonos).

Como podemos ver, en todos los casos, el inversor español puede llegar a una cartera más interesante en términos de riesgo, excepto en el último periodo, en el que aparece un mayor riesgo para el caso del inversor español.

Lógicamente, la inclusión del dato de octubre de 1987 supone incrementar el riesgo para ambos inversores. Así, dicho dato parece afectar más al inversor español que al inversor estadounidense, puesto que el nivel de riesgo crece proporcionalmente en mayor medida.

Gráfico III: Riesgo de una cartera mundial equiponderada de acciones y bonos



4. Diversificación vía optimización

4.1. Fronteras de Mínima Varianza

En el apartado anterior hemos visto cómo el acceso a mayores oportunidades de inversión ha posibilitado disminuir el riesgo de la cartera del inversor. En todo ese análisis no hemos realizado ningún comentario sobre los rendimientos obtenidos. Para ello, vamos a plantear los conocidos mapas de carteras y, más concretamente, las fronteras de mínima varianza, según el conocido esquema de Markowitz (1952).

El planteamiento habitual puede o no permitir la posibilidad de ventas en corto de los diferentes índices. Las formulaciones pueden consultarse en el apéndice IV-D de Gómez-Bezares (1991)[3]. En aras de una mayor brevedad, los gráficos IV y V recogen directamente la frontera de mínima varianza[4] sin la posibilidad de realizar ventas en corto (suponiendo que podemos invertir en los 18 índices de acciones y los 18 de bonos).

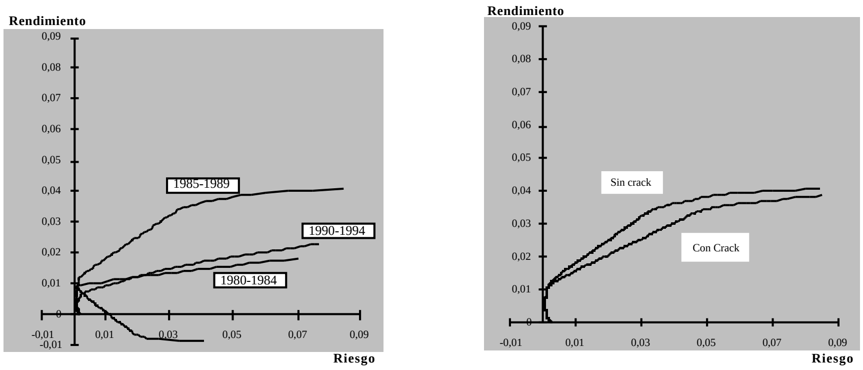
Para esos gráficos IV y V se ha planteado el problema cuadrático de minimizar la varianza de la cartera de inversión, sujeto a que la suma de las proporciones invertidas en cada índice

[3] El lector puede consultar, igualmente, el capítulo III de Gómez-Bezares (1993).

[4] En los gráficos medimos el riesgo con la desviación típica, luego en realidad son fronteras de mínima desviación.

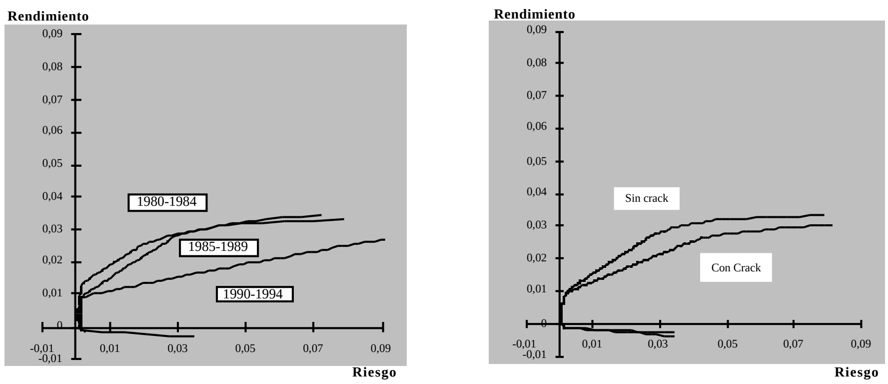
suman la unidad, para cada posible valor de esperanza de rendimiento exigido a la misma. Así, en abscisas se recoge la desviación típica y en ordenadas, el promedio de rendimiento.

Gráfico IV: Frontera de Mínima Varianza en $



De este modo, si lo analizamos desde una perspectiva estadounidense, es importante hacer notar cómo en el periodo 1985-1989 podemos acceder a carteras más interesantes que en el resto de periodos. Así, un riesgo de la cartera del 3% se ve asociado a algo más del 1% de rendimiento en los periodos 1980-1984 y 1990-1994, mientras que en el periodo 1985-1989 ronda el 3%. La escasa pendiente del periodo más reciente nos indica que para lograr niveles adicionales de rendimiento, el "coste" en términos de riesgo es muy importante. Por ejemplo, con un 7% de riesgo en ese periodo alcanzamos un rendimiento del 2%, cuando en el periodo 1985-1989 ese mismo rendimiento venía acompañado por un riesgo de sólo el 1%.

Gráfico V: Frontera de Mínima Varianza en Pts



En cambio, desde el punto de vista de un inversor español la situación es ligeramente diferente: si bien el periodo 1985-1989 aparece igualmente como interesante, es el periodo 1980-1984 en el que podíamos conseguir mejores niveles de rendimiento para cada nivel de riesgo. En cambio, las conclusiones sobre el periodo más reciente parecen similares.

Tanto en el gráfico IV como V podemos comprobar cómo la inclusión del dato del crack de octubre supone que para cada nivel de riesgo se ofrece un nivel de rendimiento menor que en el caso de la frontera sin dicho dato.

En definitiva, según vamos escogiendo periodos más cercanos en el tiempo, las fronteras eficientes para el inversor español y estadounidense ofrecen similares perspectivas. Resulta, en cualquier caso, interesante acudir a mercados internacionales porque permite acceder a posibilidades superiores en la relación rendimiento-riesgo. Tengamos en cuenta que las fronteras eficientes manejadas reflejan carteras de índices con dichas posibilidades, respecto a los índices aislados, que no se han dibujado para una mayor claridad de los gráficos IV y V. Para un mayor detalle, el lector puede acudir a Larrinaga (1997).

4.2. Comportamiento de los índices nacionales

Pero ¿cuál ha sido el comportamiento de los índices nacionales con riesgo respectivos?, ¿resulta, en definitiva, conveniente acudir al mercado internacional con una cartera equiponderada?. Para ello hemos realizado un análisis similar al de Eun y Resnick (1994). Hemos planteado el ratio de Sharpe (1966) como un indicador del comportamiento de los diferentes índices. Este ratio es el cociente entre el premio de rentabilidad[5] y el riesgo del título, índice o cartera manejado. En nuestro caso, para cada índice, el ratio se ha calculado como:

$$\text{Ratio de Sharpe} = \frac{\text{Promedio del Premio}}{\text{Desviación Tipica de dicho Premio}}$$

El análisis lo hemos realizado sin incluir el dato de octubre de 1987.

Así, hemos planteado las tablas I y II en las que recogemos para el inversor estadounidense y español el comportamiento de tres carteras posibles (los datos se refieren a premios):

Indice Nacional: la cartera está compuesta al 100% por el índice nacional de acciones.

Indice Acciones: una cartera equiponderada de todos los índices nacionales de acciones.

Indice Mundial: una cartera equiponderada de todos los índices nacionales de acciones y bonos.

[5] Medido por el exceso sobre el tipo sin riesgo.

La Tabla I recoge los datos medidos en dólares mientras que la Tabla II ofrece los resultados medidos en pesetas. Para el caso del inversor estadounidense vemos que los resultados varían según el periodo, pero si nos fijamos en los periodos más recientes, el ratio para el índice mundial es mayor, logrado básicamente en base a menores niveles de riesgo. En el periodo 1985-1989, podemos ver que se logra, adicionalmente, una ligera ganancia en rendimiento.

Estas conclusiones pueden situarse en línea con las planteadas por Sinquefield (1996), aunque éste emplea como índice mundial, un índice mundial elaborado por Morgan Stanley Capital International.

Tabla I: Comportamiento desde el punto de vista del inversor USA

1980-1984	Indice Nacional	Indice Acciones	Indice Mundial
PROMEDIO	0,33%	-0,18%	-0,54%
DESV. TIPICA	4,34%	4,28%	3,00%
RATIO DE SHARPE	0,07	-0,04	-0,18

1985-1989	Indice Nacional	Indice Acciones	Indice Mundial
PROMEDIO	1,47%	2,48%	1,64%
DESV. TIPICA	4,16%	3,58%	2,8%
RATIO DE SHARPE	0,35	0,69	0,58

1990-1994	Indice Nacional	Indice Acciones	Indice Mundial
PROMEDIO	0,39%	0,31%	0,31%
DESV. TIPICA	3,57%	4,24%	2,73%
RATIO DE SHARPE	0,10	0,07	0,11

Tabla II: Comportamiento desde el punto de vista del inversor español

1980-1984	Indice Nacional	Indice Acciones	Indice Mundial
PROMEDIO	0,69%	1,05%	0,62%
DESV. TIPICA	4,96%	3,77%	2,28%
RATIO DE SHARPE	0,13	0,27	0,27

1985-1989	Indice Nacional	Indice Acciones	Indice Mundial
PROMEDIO	2,14%	1,47%	0,50%
DESV. TIPICA	6,50%	3,37%	2,00%
RATIO DE SHARPE	0,32	0,43	0,25

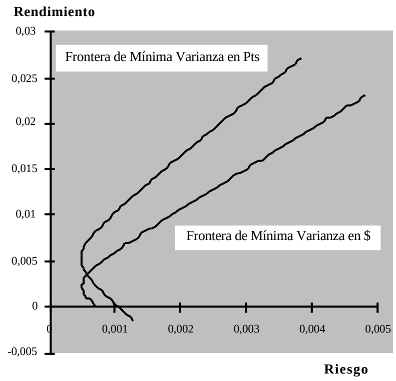
1990-1994	Indice Nacional	Indice Acciones	Indice Mundial
PROMEDIO	-0,34%	0,14%	0,04%
DESV. TIPICA	6,82%	4,91%	2,96%
RATIO DE SHARPE	-0,04	0,02	0,01

En la tabla II se ve claro que el inversor español obtiene ventajas por la diversificación, sobre todo con el índice de acciones.

5. Conclusiones

Como podemos comprobar, a la luz de los resultados propuestos, las ventajas de la diversificación internacional parecen comunes para los dos inversores analizados, aunque con diferencias según los periodos. De todos modos, en aras a reforzar estas ventajas, queremos concluir este artículo con un gráfico en el que recogemos el interés de poder llegar a planteamientos de composiciones de carteras en los que sean posibles las ventas en corto. Así, el gráfico VI recoge la frontera de mínima varianza con ventas en corto para el periodo 1990-1994 (invirtiendo en los 36 índices).

Gráfico VI: Fronteras de Mínima Varianza con Ventas en Corto. Periodo 1990 - 1994



Si lo comparamos con los gráficos IV y V podemos ver cómo es posible acceder a mayores rendimientos con menores riesgos. (Por ejemplo, fíjese en los valores en abscisas).

Fijémonos que, en todo este periodo más reciente, el inversor español ha podido conseguir mejores posiciones que el inversor estadounidense.

En definitiva, esta aproximación, fundamentalmente gráfica pone de manifiesto las ventajas de la diversificación con los criterios de dimensionamiento y optimización. El lector puede consultar Sinquefield (1996) o Eicholtz (1996) para una visión complementaria sobre la posición estadounidense. En todo caso, nuestros resultados para el inversor español indican que sigue siendo interesante acudir a la diversificación internacional, lo que justifica el interés creciente que se está dando en España por las carteras o los fondos diversificados internacionalmente.

Bibliografía

DUMAS, B. y B. SOLNIK (1995): "The world price of foreign exchange risk", *The journal of finance*, Junio, págs. 445-477.

EICHOLTZ, P. (1996): "Does international diversification work better for real estate than for stocks and bonds?", *Financial analysts journal*, Enero-Febrero, págs. 56-62.

EUN, C.S. y B.G. RESNICK (1994): "International diversification of investment portfolios: U.S. & Japan", *Management science*, Enero, págs. 140-161.

FERSON, W. y C.R. HARVEY (1994): "An exploratory investigation of the fundamental determinants of national equity market returns", en *The internationalization of equity markets*, Frankel eds., Chicago University Press, págs. 59-149.

GOMEZ-BEZARES, F. (1991): *Dirección financiera (teoría y aplicaciones)*, Ed. Desclée de Brouwer, Bilbao, 2º Ed.

GOMEZ-BEZARES, F. (1993): *Gestion de carteras. Eficiencia, teoría de cartera, capm, apt*., Ed. Desclée de Brouwer, Bilbao.

GOMEZ-BEZARES, F., J.A. MADARIAGA y J. SANTIBAÑEZ (1994): *Valoración de acciones en la bolsa española*, Desclée de Brouwer, Bilbao.

LARRINAGA, M.A. (1997): *La diversificación internacional*, Tesis doctoral, Universidad Comercial de Deusto, Bilbao.

MARKOWITZ, H.M. (1952): "Portfolio selection", *The journal of finance*, 7, págs. 77-91.

MERTON, R.C. (1972): "An analytic derivation of the efficient portfolio frontier", *Journal of financial and quantitative analysis*, Septiembre, págs. 1851-1872.

PUNTI, A y M. GARRIGASAIT (1994): "Gestión de carteras internacionales, algunas lecciones de la crisis del S.M.E.", *Análisis financiero*, nº 64, págs. 8-27.

ROLL, R. (1988): "The international crash of october 1987", *Financial analysts journal*, Septiembre-Octubre, págs. 19-35.

SHARPE, W.F. (1966): "Mutual fund performance", *Journal of business, a supplement*, 1, Parte 2, págs. 119-138.

SINQUEFIELD, R. (1996): "Where are the gains from international diversification", *Financial analysts journal*, Enero-Febrero, págs. 8-14.

SOLNIK, B. (1974a): "Why not diversify internationally rather than domestically?", *Financial analysts journal*, Julio-Agosto, págs. 48-54.

SOLNIK, B. (1974b): "An international market model of security price behaviour", *Journal of financial and quantitative analysis*, Septiembre, págs. 537-554.

SOLNIK, B. (1974c): "An equilibrium model of the international capital market", *Journal of economic theory*, 8, págs. 500-524.

SOLNIK, B. (1994): *Fundamental considerations in cross-border investment: The european view*, The research foundation of the institute of chartered financial analysts, Charlottesville, USA.

SOLNIK, B., C. BOUCRELLE e Y. LE FUR (1996): "International market correlation and volatility", *Financial analysts journal*, Septiembre-Octubre, págs. 17-34.

SOLNIK, B y B. NOETZLIN (1982): "Optimal international asset allocation", *Journal of portfolio management*, Otoño, págs. 11-21.

MODELOS INTERNACIONALES DE VALORACIÓN DE ACTIVOS: CONTRASTACIÓN EMPÍRICA

por Fernando Gómez-Bezares y Miguel Angel Larrínaga
Comunicación presentada al VI Foro de Finanzas organizado por la Asociación Española de Finanzas (AEFIN) y la Universidad de Jaén en Úbeda en noviembre de 1.998 y publicada en A. Partal y F. Moreno eds. (1.998): *Las Finanzas del Fin de Siglo*, VI Foro de Finanzas, AEFIN y Universidad de Jaén, Jaén, págs. 439-456.
La versión en inglés con el título "International Asset Pricing Models: A Comparative View" se presentó en diciembre de 1.998 en la "11ª Annual Australasian Finance and Banking Conference" celebrada en Sidney (Australia), organizada por la "School of Banking and Finance" y el "Asia Pacific Financial Research Centre", de la Universidad de South Wales, Australia. Dicha versión en inglés apareció publicada en las Actas del citado Congreso

1. Introducción

Dentro del campo financiero, la cuestión sobre los elementos que influyen en la valoración de los títulos ha sido ampliamente tratada. Así, podemos mencionar como uno de los modelos más influyentes el modelo de Valoración de Activos de Capital, CAPM, desarrollado por autores como Sharpe (1964), Lintner (1965) o Mossin (1966). Este modelo defiende que, en equilibrio, los títulos deben rendir en función de su beta: es decir, que la rentabilidad esperada de un título debe ser una función lineal positiva de la beta. Este modelo se centraba en la valoración nacional de un título.

Pero, casi simultáneamente a este modelo nacional de valoración, empezaron a plantearse cuestiones sobre las posibilidades de ampliar el marco de inversión a otros mercados supranacionales. Así, por ejemplo, el trabajo de Levy y Sarnat (1970) para la construcción de carteras internacionales óptimas en un esquema rentabilidad - riesgo.

Pero son los trabajos de Grauer, Litzenberger y Stehle (1976), y, muy especialmente, Solnik (1974a) quienes plantean propiamente un primer modelo internacional de valoración, en el que se incluye la existencia de diversos países, y, por tanto, de diferentes monedas. Aparece un nuevo tipo de riesgo: el riesgo de tipo cambio. Así, el modelo de Solnik plantea básicamente que el premio por riesgo de un activo sobre su título nacional sin riesgo es proporcional al premio por riesgo de una cartera mundial de acciones.

Estos modelos constituyeron la raíz de los modelos internacionales de valoración que han surgido desde entonces: fundamentalmente, Roll y Solnik (1977), Sercu (1980), Stulz (1981), Adler y Dumas (1983), Errunza y Losq (1985), Uppal (1993). Se utilizan modelos unifactoriales y multifactoriales de valoración de los rendimientos de los activos. En breves palabras, aparecen factores adicionales al de mercado como elementos influyentes en la valoración de un título.

Por otro lado, y, tras el modelo nacional de valoración APT de Ross (1976), Solnik desarrolla en 1983 la versión internacional del mismo. Esta línea de investigación proporciona la fuente de modelos sucesivos como por ejemplo, Ikeda (1991), Korajczyk y Viallet (1992), Bansal, Hsieh y Viswanathan (1993). Estos modelos tienen en común la existencia de un modelo factorial generador de los rendimientos. Estos factores no son identificables a priori.

Curiosamente, a pesar de la profusión de estos trabajos, podemos leer las palabras que John W. Peavy III, director de investigación de "The Research Foundation of the Institute of Chartered Financial Analysts", comenta en su presentación de un reciente artículo de Solnik (1993): "La importancia de la inversión en activos internacionales no debe ser sobreenfatizada. En parte, porque la inversión internacional está aún en su infancia, sin embargo, la investigación en los méritos relativos de esta inversión alternativa permanece dispersa. Las características del rendimiento y riesgo observadas para diversas clases de activos en diferentes países son elementos de particular interés para los inversores".

En el presente trabajo, tratamos de contemplar los dos modelos básicos internacionales de valoración de activos bursátiles. De este modo, creemos ofrecer un enfoque relativamente integrador de ambas posturas. Los modelos analizados son los modelos básicos propuestos por Solnik en sus trabajos de 1974a y 1983 y una variación propuesta por nosotros.

De este modo, la estructura del trabajo es la siguiente: en el apartado 2 se comenta la obtención de los datos y el periodo de análisis, en el 3 se comenta y contrasta el IAPM, y en el 4 se hace lo mismo con el IAPT. En ambos apartados se indica brevemente la metodología de contraste y los principales resultados obtenidos. Termina el trabajo con las conclusiones en el apartado 5.

2. Base de Datos y Periodo de Análisis

Para nuestro análisis hemos manejado los índices nacionales proporcionados por la publicación mensual Morgan Stanley Capital International Perspective. Esta base de datos ha sido frecuentemente utilizada en los análisis de carácter internacional (por ejemplo, Dumas y Solnik, 1995). Los 18 países manejados han sido los siguientes: Australia, Austria, Bélgica, Canadá, Dinamarca, Francia, Alemania, Hong Kong, Italia, Japón, Países Bajos, Noruega, Singapur, España, Suecia, Suiza, U.K., USA. Del mismo modo hemos obtenido los datos sobre los considerados como tipos sin riesgo nacionales de los países citados, según el criterio utilizado por Ferson y Harvey (1994), donde remitimos al lector para una mayor concreción. Las rentabilidades manejadas son mensuales y calculadas en dólares.

Por último, indicar que el periodo total manejado, 1977-1994, ha sido dividido en dos subperiodos: 1977-1987 y 1987-1994[1]. Dentro del segundo periodo analizado, aparece como dato más significativo el mes de octubre de 1987, fecha del crack bursátil. Como, por ejemplo, Roll (1988) indica, este mes fue el único dentro de un largo periodo de años (1981 a 1987) en el que todos los mercados se movieron en el mismo sentido: todos bajaron. Si tratamos de comprobar la validez de unos modelos de valoración en épocas normales, este dato puede resultar anómalo. Si quisiéramos comprobar la validez del modelo en épocas anómalas, tenemos pocos datos en el periodo considerado. Por tanto, en todo el artículo, los resultados han sido obtenidos tras eliminar del estudio la referencia al mes de octubre de 1987.

En resumen, manejamos premios mensuales de 18 índices nacionales, medidos en dólares. Concretamente son 213 datos, divididos en dos periodos de 120 y 93 datos.

3. Modelo de Valoración de Activos: IAPM

3.1. Breve descripción teórica

El modelo de valoración propuesto por Solnik (1974a) propugna que el premio[2] por riesgo de un activo de un país respecto al tipo sin riesgo de ese país es proporcional a su componente de riesgo sistemático internacional, siendo dicho coeficiente de proporcionalidad el premio de una cartera mundial de acciones sobre una cartera mundial de tipos sin riesgo[3].

Así, la formulación explícita de este modelo es la siguiente:

$$E(R_i - R_{i0}) = \beta_i \, E(R_M - R_{M0}) \qquad [1]$$

donde

$E(R_i - R_{i0})$ recoge el valor esperado del premio por riesgo del índice de acciones del país i sobre el tipo sin riesgo de dicho país i.

[1] Los periodos son concretamente: marzo 77 - febrero 87 y marzo 87 - Diciembre 94.

[2] Al medir las rentabilidades con neperianos, el valor del premio no se ve afectado por la moneda base en que se mida.

[3] Una versión simplificada de dicho modelo puede encontrarse en Larrinaga (1997).

β_i es su riesgo sistemático internacional.

$E(R_M - R_{M0})$ recoge el valor esperado del premio por riesgo de una cartera mundial de acciones sobre un cartera mundial de tipos sin riesgo.

Así, los pasos para realizar el contraste con datos reales, en principio, exigen dos fases: primero el conocimiento de los coeficientes de riesgo sistemático internacional de cada índice, para luego realizar el contraste propiamente dicho de esa ecuación [1].

3.2. Modelo de Mercado

Para la obtención de las betas internacionales, hemos planteado un modelo de mercado, que propone una regresión entre el premio de cada índice y el del mercado. Este premio del índice de mercado lo hemos compuesto mediante un índice equiponderado de dichos índices.

Así, la regresión planteada es la siguiente:

$$R_{it} - R_{i0t} = \alpha_i + \beta_i (R_{Mt} - R_{M0t}) + \varepsilon_{it} \qquad [2]$$

con la que estimamos los parámetros de la regresión, especialmente las betas, que representan la medición del riesgo sistemático de los índices. Así, en el cuadro I se recogen las estimaciones puntuales de esos valores en los tres periodos analizados.

Como podemos comprobar en el cuadro II, salvo el caso puntual de Austria, podemos aceptar la significatividad de las betas. La capacidad explicativa del modelo en todo el periodo es cercana al 40%, llegando casi al 50% en el periodo más reciente.

3.3. Contrastes

Una vez obtenidos los coeficientes de riesgo sistemático, hemos pasado a realizar los contrastes propiamente dichos. Las características de la metodología manejada, y el detalle de las fórmulas, pueden consultarse en Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1995). En todos los casos, y al trabajar con 18 índices, los hemos tratado individualmente, sin agrupar en carteras.

3.3.1. Contraste de Serie Temporal

Comenzaremos aplicando la metodología que Black, Jensen y Scholes (1972) denominan de serie temporal, y, que por ejemplo se ha utilizado en un contexto nacional por Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1994) y en un contexto internacional por Adler y Dumas (1983), Dumas y Solnik (1995) o Quan y Titman (1997).

Cuadro I: Modelo de mercado. Estimación puntual de la beta con la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios, a partir de la cartera de mercado equiponderada

PAÍS	1977-1987	1987-1994	1977-1994
AUSTRALIA	1,330752	0,744174	0,98899
AUSTRIA	0,337357	1,188289	0,824247
BÉLGICA	0,834946	0,921325	0,884603
CANADÁ	1,228875	0,585481	0,85957
DINAMARCA	0,660568	0,817456	0,747877
FRANCIA	1,143978	1,076373	1,109705
ALEMANIA	0,747199	1,146272	0,976899
HONG KONG	1,786556	1,098317	1,386802
ITALIA	1,30988	1,052629	1,16991
JAPÓN	0,592414	0,935216	0,796891
HOLANDA	1,145481	0,881688	0,992849
NORUEGA	1,403322	1,37724	1,386614
SINGAPUR	0,990456	1,049793	1,018863
ESPAÑA	0,717358	1,172499	0,981019
SUECIA	0,893847	1,414961	1,195297
SUIZA	0,791441	0,986564	0,90205
UK	1,131065	0,946937	1,026958
USA	0,954505	0,604787	0,750858

Cuadro II: Modelo de mercado. Estimación puntual de la beta con la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios, a partir de la cartera de mercado equiponderada. Indices para los que se acepta la no significatividad de la beta

PERIODO	α = 5%	α = 1%
Periodo 1977-1987		Austria
Periodo 1987-1994		
Periodo Total		

Así, comparando las ecuaciones [1] y [2], si el IAPM es cierto, los valores de α_i para todos los índices deben ser cero. Para realizar este contraste planteamos dos posibilidades:

- Test univariante para cada índice, cuyos resultados se recogen en el cuadro III.

- Test multivariante de aceptación conjunta de igualdad a cero de los términos independientes: este test se ha realizado mediante dos estadísticos diferentes, cuyas expresiones puede el lector encontrar en Novales (1993, pág. 282) y Gibbons, Ross y Shanken (1989) respectivamente. Los resultados de ambos test se recogen en el cuadro IV.

Cuadro III: Contraste del IAPM con la metodología de Serie Temporal. Estimación del modelo con la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios, a partir de la cartera de mercado equiponderada. Indices para los que se rechaza el modelo mediante la aplicación de un test univariante

PERIODO	α = 5%	α = 1%
Periodo 1977-1987		
Periodo 1987-1994	Hong Kong	
Periodo Total	Hong Kong	

Cuadro IV: Contraste del IAPM con la metodología de Serie Temporal. Estimación del modelo con la metodología SUR (Seemingly Unrelated Regression) a partir de la cartera de mercado equiponderada. Periodos para los que se acepta o rechaza el IAPM mediante test multivariante

	Test Multivariante		**Test Multivariante de Gibbons, Ross y Shanken**	
PERIODO	α = 5%	α = 1%	α = 5%	α = 1%
Periodo 1977-1987	**Acepto**	**Acepto**	**Acepto**	**Acepto**
Periodo 1987-1994	**Acepto**	**Acepto**	**Acepto**	**Acepto**
Periodo Total	**Acepto**	**Acepto**	**Acepto**	**Acepto**

Como podemos ver, de los resultados del test univariante, sólo el índice de Hong Kong (índice con gran variabilidad), parece no seguir el planteamiento del modelo IAPM, aunque con un error del 1% sí se acepta. En cambio, el test multivariante acepta en todos los periodos la hipótesis de que todos los términos independientes de la regresión [2] son cero.

3.3.2. Contrastes Cross-Seccionales

Por otro lado, se realizaron contrastes del modelo propuesto desde una perspectiva de corte transversal o cross-seccional. Es decir, se analiza la validez del modelo para el conjunto de los índices dentro de un periodo de tiempo concreto. Estos procedimientos se realizan en dos etapas: en la primera hemos estimado las betas de los índices por la metodología de mínimos cuadrados ordinarios, para luego realizar un ajuste entre dichas betas y los premios de los índices, mediante dos metodologías alternativas que más tarde indicamos.

En primer lugar planteamos un análisis de corte transversal sin medias[4], según la propuesta de Fama y Macbeth (1973). Un contraste similar en un ámbito nacional puede encontrarse en

[4] Nos referimos a que no se calculan rentabilidades medias.

Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1994) mientras que en un contexto internacional puede encontrarse, por ejemplo, en Ferson y Harvey (1994). El modelo a estimar es, para cada momento de tiempo, el siguiente:

$$R_{it} – R_{i0t} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\beta_{it} + \varepsilon_{it} \qquad [3]$$

Siguiendo la metodología de Fama y Macbeth (1973) hemos estimado los valores de los parámetros γ_{0t}, γ_{1t} para los últimos 93 meses utilizados mediante dos métodos alternativos: mínimos cuadrados ordinarios y la metodología propuesta por Shanken (1982). Los principales resultados, tras calcular las medias de las estimaciones de γ_{0t} y γ_{1t}[5], se recogen en el cuadro V, donde aceptamos que la ordenada en el origen es cero y que la pendiente es igual al premio teórico (que es lo debería suceder si comparamos las ecuaciones [1] y [3]). Pero también aceptamos la nulidad de la pendiente, poniéndose de manifiesto problemas de potencia de la metodología.

Cuadro V: Contraste del IAPM con la metodología de Corte Transversal sin Medias. Estimación del modelo con metodologías de Mínimos Cuadrados Ordinarios y Shanken (1982)

				H_0: $\gamma_0 = 0$	
Método	$\bar{g}_0$	Desv. $\bar{g}_0$	t_{exp}	α = 5%	α = 1%
MCO	0,005	0,0041	1,228	**Acepto**	**Acepto**
Shanken	0,0578	0,0409	1,413	**Acepto**	**Acepto**

				H_0: $\gamma_1 = 0$				H_0: $\gamma_1 = \bar{R}_M - \bar{R}_{M0}$	
Método	$\bar{g}_1$	Desv. $\bar{g}_1$	t_{exp}	α = 5%	α = 1%	$\bar{R}_M - \bar{R}_{M0}$	t_{exp}	α = 5%	α = 1%
MCO	-0,0063	0,0097	-0,645	**Acepto**	**Acepto**	0,0042	-1,082	**Acepto**	**Acepto**
Shanken	-0,3457	0,1979	-1,747	**Acepto**	**Acepto**	0,0042	-1,768	**Acepto**	**Acepto**

En segundo lugar, realizamos un contraste cross-seccional con medias, siguiendo las líneas de Miller y Scholes (1972) y que ha sido aplicado por Solnik desde su artículo de 1974b. Trabajos recientes de aplicación del mismo son, Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1994) en un contexto nacional, mientras que podemos citar a Mitoo (1992) en un contexto internacional. Así, el modelo a estimar es:

$$\bar{R}_i - \bar{R}_{i0} = \gamma_0 + \gamma_1\beta_i + \omega_i \qquad [4]$$

donde ponemos en regresión los premios medios de los índices en un periodo, con sus betas en ese periodo.

En los cuadros VI y VII se recogen los datos de los resultados obtenidos mediante las dos metodologías de estimación de los dos parámetros propuestos: mínimos cuadrados ordinarios y

[5] Llamaremos g_0 a la estimación de γ_0, y g_1 a la de γ_1.

Shanken (1992). Los resultados permiten aceptar la nulidad del término independiente mientras que los resultados no son concluyentes respecto a la pendiente.

Por último se realizó el test multivariante propuesto por Shanken (1985), sobre la validez global del modelo, obteniéndose óptimos resultados: se acepta el modelo en los tres periodos analizados.

Cuadro VI: Contraste del IAPM con la metodología de Corte Transversal con Medias. Estimación del modelo con metodología de Mínimos Cuadrados Ordinarios

				H_0: $\gamma_0 = 0$	
Periodo	g_0	Desv. g_0	t_{exp}	α = 5%	α = 1%
1977-1987	-0,00008	0,0032	-0,025	**Acepto**	**Acepto**
1987-1994	0,00294	0,0066	0,4434	**Acepto**	**Acepto**
Periodo Total	-0,00652	0,0046	-1,4010	**Acepto**	**Acepto**

				H_0: $\gamma_1 = 0$				H_0: $\gamma_1 = \bar{R}_M - \bar{R}_{M0}$	
Periodo	g_1	Desv. g_1	t_{exp}	α = 5%	α = 1%	$\bar{R}_M - \bar{R}_{M0}$	t_{exp}	α = 5%	α = 1%
1977-1987	0,0074	0,0030	2,484	Rechazo	**Acepto**	0,0073	0,033	**Acepto**	**Acepto**
1987-1994	0,0013	0,0065	0,2001	**Acepto**	**Acepto**	0,0042	-0,446	**Acepto**	**Acepto**
Periodo Total	0,0125	0,0045	2,7773	Rechazo	**Acepto**	0,0059	1,466	**Acepto**	**Acepto**

Cuadro VII: Contraste del IAPM con la metodología de Corte Transversal con Medias. Estimación del modelo con metodología de Shanken (1992)

				H_0: $\gamma_0 = 0$	
Periodo	g_0	Desv. g_0	t_{exp}	α = 5%	α = 1%
1977-1987	0,00118	0,0044	0,2653	**Acepto**	**Acepto**
1987-1994	0,00011	0,0042	0,0260	**Acepto**	**Acepto**
Periodo Total	-0,00178	0,0045	-0,3916	**Acepto**	**Acepto**

				H_0: $\gamma_1 = 0$				H_0: $\gamma_1 = \bar{R}_M - \bar{R}_{M0}$	
Periodo	g_1	Desv. g_1	t_{exp}	α = 5%	α = 1%	$\bar{R}_M - \bar{R}_{M0}$	t_{exp}	α = 5%	α = 1%
1977-1987	0,0063	0,0050	1,239	**Acepto**	**Acepto**	0,0073	-0,2	**Acepto**	**Acepto**
1987-1994	0,0040	0,0058	0,6875	**Acepto**	**Acepto**	0,0042	-0,034	**Acepto**	**Acepto**
Periodo Total	0,0077	0,0050	1,5418	**Acepto**	**Acepto**	0,0059	0,36	**Acepto**	**Acepto**

4. Modelo de Valoración de Activos: IAPT

4.1. Breve Descripción teórica

El modelo IAPT es desarrollado por Solnik (1983) tomando como referencia el modelo propuesto por Ross (1976). Así, según Solnik, la rentabilidad de un título viene influida por una serie de factores. La ecuación de valoración es la siguiente:

$$E(R_i - R_0) = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_{i1} + \lambda_2 \beta_{i2} + \ldots + \lambda_K \beta_{iK} \qquad [5a]$$

donde

$E(R_i - R_0)$ recoge la esperanza del premio de rendimiento de cada índice sobre el único tipo sin riesgo considerado: el tipo de la moneda base en la que se miden los rendimientos.

β_{ik} recoge la sensibilidad del índice i al factor de riesgo k.

λ_k es el premio por unidad de riesgo del factor k.

El cambio de moneda base afecta a los valores concretos pero no a la estructura de esta ecuación [5a]. Al usar el tipo sin riesgo de la moneda base, ésta es relevante. Nosotros hemos usado dólares y el tipo sin riesgo USA.

Ante este planteamiento, proponemos uno ligeramente distinto. Las principales diferencias son dos[6]:

- La rentabilidad explicada por los factores es el premio de cada índice sobre el tipo sin riesgo del país al que pertenece: es decir, planteamos un modelo factorial de generación de estos premios.

- Los valores concretos de la ecuación de valoración son los mismos cualquiera que sea la moneda base en la que se midan los rendimientos[7].

Así, nuestra ecuación de valoración queda como sigue:

$$E(R_i - R_{i0}) = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_{i1} + \lambda_2 \beta_{i2} + \ldots + \lambda_K \beta_{iK} \qquad [5b]$$

---

[6] Para una mayor discusión el lector puede acudir a Larrinaga (1997).

[7] Aquí se vuelven a utilizar rentabilidades calculadas con neperianos (interés continuo), a diferencia de la ecuación [5a] donde se usan rentabilidades mensuales normales.

donde $E(R_i - R_{i0})$ recoge el premio esperado del índice del país i sobre el tipo sin riesgo de dicho país i.

Este segundo planteamiento permite comparar mejor los resultados con el modelo IAPM propuesto, puesto que la variable a explicar es la misma en ambos casos.

4.2. Contrastes

Los principales resultados referentes a la ecuación de valoración se recogen en los cuadros VIII y IX donde, una vez obtenidas las betas asociadas a cada uno de los cuatro factores de riesgo obtenidos mediante componentes principales[8], se han estimado vía mínimos cuadrados ordinarios los parámetros de las ecuaciones [5a] y [5b], mediante la metodología, antes comentada, de corte transversal con medias.

Los resultados obtenidos para el periodo total reflejan la existencia de dos factores premiados (los dos primeros) en las dos versiones presentadas (con alguna menor claridad en nuestra versión), y que el término independiente se acepta que es cero (tal como debía ocurrir). En la versión de Solnik el factor 1 aparece muy relacionado con una cartera equiponderada de acciones mientras que el segundo factor tiene una gran relación con una cartera equiponderada de bonos. Estos resultados van en la línea de los apuntados por Cho, Eun y Senbet (1986).

En nuestra versión, el primer factor aparece íntimamente relacionado con una cartera equiponderada de premios, aunque no hemos podido obtener ninguna conclusión relevante sobre la posible naturaleza del segundo factor.

Cuadro VIII: Contraste del IAPT (versión Solnik) con la metodología de Corte Transversal Con Medias, mediante la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios. Test univariante de no significatividad de los premios asociados a los factores conservados

					$H_0 : \lambda_i = 0$	
PERIODO	**Variable**	**Estimación**	**Desv.**	t_{exp}	α = 5%	α = 1%
Periodo Total	Término Independiente	-0,001167	0,001056	-1,105	**Acepto**	**Acepto**
	λ_1	0,178344	0,032804	5,437	Rechazo	Rechazo
	λ_2	-0,082046	0,023848	-3,44	Rechazo	Rechazo
	λ_3	0,005768	0,030408	0,19	**Acepto**	**Acepto**
	λ_4	0,008147	0,030636	0,266	**Acepto**	**Acepto**

Nota: En este contraste usamos 35 índices (18 de acciones y 17 de bonos), tomando como tipo sin riesgo el bono USA, a diferencia del resto de los análisis que se han hecho sobre 18 índices tomados en excesos sobre el tipo sin riesgo de cada país.

[8] La elección de cuatro factores es común a otros trabajos, como, por ejemplo, Cho, Eun y Senbet (1986). Bansal, Hsieh y Viswanathan (1993), aunque desarrollan un modelo no lineal, en sus resultados sobre el modelo que manejamos emplean sólo dos factores.

Cuadro IX: Contraste del IAPT (nuestra versión) con la metodología de Corte Transversal Con Medias, mediante la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios. Test univariante de no significatividad de los premios asociados a los factores conservados

					$H_0 : \lambda_i = 0$	
PERIODO	**Variable**	**Estimación**	**Desv.**	t_{exp}	α = 5%	α = 1%
Periodo Total	Término Independiente	-0,000844	0,00319556	-0,264	**Acepto**	**Acepto**
	λ_1	0,205196	0,09064159	2,264	Rechazo	**Acepto**
	λ_2	-0,119815	0,03513311	-3,41	Rechazo	Rechazo
	λ_3	-0,037389	0,03502249	-1,068	**Acepto**	**Acepto**
	λ_4	-0,036122	0,04017459	-0,899	**Acepto**	**Acepto**

5. Conclusiones

Los estudios más recientes sobre el comportamiento de los activos en un contexto internacional se han centrado en el análisis de la valoración del riesgo de tipo de cambio. Por ejemplo, Dumas y Solnik (1995). Pero estos trabajos parten de modelos de valoración de activos anteriores: Solnik (1974a), Sercu (1980), Stulz (1981), Adler y Dumas (1983)… Nosotros hemos recurrido nuevamente al modelo original de Solnik (1974a) para realizar unos contrastes con un número significativo de índices y periodos, utilizando tests univariantes y multivariantes.

Así, los resultados de la contrastación del modelo de valoración IAPM propuesto por Solnik (1974a) nos han revelado un comportamiento suficientemente bueno del mismo. Es decir, existe un premio por el riesgo internacional basado en la relación de los títulos con el mercado.

Complementando este modelo, aunque no aparecen los datos en el artículo[9], se analizó la posible influencia de tres variables fundamentales: los ratios Valor de Mercado/Valor en Libros, Valor de Mercado/Cash-Flow, Yield (rentabilidad por dividendo). Así se realizaron dos tipos de contraste[10]:

- Contraste multivariante de serie temporal donde se analizó la significatividad del coeficiente de cada variable en el global de los índices manejados: en este caso, merece la pena destacar el hecho de que para el periodo 1987-1994 se acepta la no significatividad, y por lo tanto la no influencia de las tres variables.

[9] El lector puede consultar los datos concretos en Larrinaga (1997).

[10] En lo que sigue resumiremos, únicamente, los resultados referentes al último periodo (1987-1994).

- Contraste transversal con medias, donde podemos destacar cómo en el periodo 1987-1994 aparece premiado el ratio Valor de Mercado/Cash-Flow, con signo positivo, lo que puede extrañar al lector.

Por último, reseñar la posible influencia del ratio Valor de Mercado/Valor en Libros en el periodo 1987-1994[11], con un signo positivo, a pesar de que lo lógico era esperar lo contrario. En este punto conviene indicar que estos resultados comulgan con los indicados por Ferson y Harvey (1994).

La conclusión de estos resultados es que las variables fundamentales, o no influyen, o cuando lo hacen su signo no es el lógicamente esperado. De hecho, los signos son poco consistentes entre periodos.

Por otro lado, la alternativa al modelo IAPM, el modelo del IAPT, parece apoyar en cierta medida estos resultados, ante el hecho de la aparición de un factor claramente relacionado con el mercado. Esta versión no excluye la aparición de otras fuentes de riesgo adicionales.

La versión que proponemos de IAPT permite una comparación más clara con los resultados del IAPM.

Bibliografía

ADLER, M. y B. DUMAS (1983): "International Portfolio Choice and Corporation Finance: a synthesis", *Journal of Finance*, Junio, vol. 38, págs. 925-984.

BANSAL, R., D. A. HSIEH y S. VISWANATHAN (1993): "A New Approach to International Arbitrage Pricing", *Journal of Finance*, vol. 48, págs. 1719-1747.

BLACK, F, M.C. JENSEN y M. SCHOLES (1972): "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Test" en Jensen ed., *Studies in the Theory of Capital Markets*, Praeger, Nueva York, págs. 79-121.

CHO, D.C., C.S. EUN y L.W. SENBET (1986): "International Arbitrage Pricing Theory, an Empirical Investigation", *Journal of Finance*, vol. 41, págs. 313-329.

DUMAS, B. y B. SOLNIK (1995): "The World Price of Foreign Exchange Risk", *Journal of Finance*, vol. 50, págs. 445-477.

[11] Se realizó una estimación de los coeficientes asociados a cada variable (en serie temporal) mediante la metodología SUR sujeta a la restricción de que la influencia de cada variable era la misma para todos los índices considerados.

ERRUNZA, V. y E. LOSQ (1985): "International Asset Pricing under Mild Segmentation: Theory and Tests", *Journal of Finance*, vol. 40, págs. 105-124.

FAMA, E.F. y J.D. MACBETH (1973): "Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests", *Journal of Political Economy,* Mayo-Junio, págs. 607-636.

FERSON, W. y C.R. HARVEY (1994): "An Exploratory Investigation of the Fundamental Determinants of National Equity Market Returns", en *The Internationalization of Equity Markets*, Frankel eds., University of Chicago Press, Chicago, págs. 59-149.

GIBBONS, M.R., S.A. ROSS y J. SHANKEN (1989): "A Test of the Efficiency of a Given Portfolio", *Econométrica*, vol. 57, págs. 1121-1152.

GOMEZ-BEZARES, F., J.A. MADARIAGA y J. SANTIBAÑEZ (1994): *Valoración de Acciones en la Bolsa Española*, Desclée de Brouwer, Bilbao.

GOMEZ-BEZARES, F., J.A. MADARIAGA y J. SANTIBAÑEZ (1995): “El CAPM: Metodologías de Contraste”, *Boletín de Estudios Económicos*, Diciembre, Bilbao, vol. 50, nº 156, págs. 557-582.

GRAUER, F.L., R.H. LITZENBERGER y R.E. STEHLE (1976): "Sharing Rules and Equilibrium in an International Capital Market Under Uncertainty", *Journal of Financial Economics*, vol. 3, págs. 233-256.

IKEDA, S. (1991): "Arbitrage Asset Pricing under Exchange Risk", *Journal of Finance,* Marzo, vol. 46, págs. 447-455.

KORAJCZYK, R. y C. VIALLET (1992): "Equity Risk Premia and the Pricing of Foreign Exchange Risk", *Journal of International Economics*, 33, págs. 199-219.

LARRINAGA, M.A. (1997): *La Diversificación Internacional*, Tesis Doctoral, Universidad Comercial de Deusto, Bilbao.

LEVY, H y Z. SARNAT (1970): "International Diversification of Investment Portfolios", *American Economic Review*, Septiembre, págs. 668-675.

LINTNER, J. (1965): "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", *Review of Economics and Statistics*, Febrero, págs. 13-37.

MILLER, M.H. y M. SCHOLES (1972): "Rates of Return in Relation to Risk: a Re-examination of Some Recent Findings", en Jensen ed., *Studies in the Theory of Capital Markets*, Praeger, Nueva York, págs. 47-78.

MITOO, U. R. (1992): "Evidence on Integration in the Canadian Stock Market", *Journal of Finance,* vol. 47, págs. 2034-2054.

MOSSIN, J. (1966): "Equilibrium in a Capital Asset Market", *Econometrica*, Octubre, págs. 768-783.

NOVALES, A. (1993): *Econometría*, McGraw-Hill, Madrid, 2º Ed.

QUAN, D.C. y S. TITMAN (1997): "Commercial Real Estate Prices and Stock Market Returns: an International Analysis", *Financial Analysts Journal*, Mayo-Junio, págs. 21-34.

ROLL, R. (1988): "The International Crash of October 1987", *Financial Analysts Journal*, Septiembre-Octubre, págs. 19-35.

ROLL, R. y B. SOLNIK (1977): "A Pure Foreign Exchange Asset Pricing Model", *Journal of International Economics*, Mayo, págs. 161-179.

ROSS, S.A. (1976): "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", *Journal of Economic Theory*, Diciembre, págs. 341-360.

SERCU, P. (1980): "A Generalisation of the International Asset Pricing Model", *Revue de l'Association Française de Finance*, Junio, págs. 91-136.

SHANKEN, J (1982): *An Analysis of the Traditional Risk-return Model*, Unpublished Doctoral Dissertation, Graduate School of Business, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, PA.

SHANKEN, J. (1985): "Multivariate Tests of the Zero-Beta CAPM", *Journal of Financial Economics*, 14, págs. 327-348.

SHANKEN, J. (1992): "On the Estimation of Beta-Pricing Models", *The Review of Financial Studies*, 5, págs. 1-33.

SHARPE, W.F. (1964): "Capital Asset Prices: a Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk", *Journal of Finance*, vol. 19, págs. 425-442.

SOLNIK, B. (1974a): "An Equilibrium Model of the International Capital Market", *Journal of Economic Theory*, vol. 8, págs. 500-524.

SOLNIK, B. (1974b): "An International Market Model of Security Price Behaviour", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Septiembre, págs. 537-554.

SOLNIK, B. (1974c): "The International Pricing of Risk: an Empirical Investigation of the World Capital Market Structure", *Journal of Finance*, vol. 29, págs. 365-378.

SOLNIK, B. (1977): "Testing International Asset Pricing: Some Pessimistic Views", *Journal of Finance*, vol. 32, págs. 503-512.

SOLNIK, B. (1983): "International Arbitrage Pricing Theory", *Journal of Finance*, vol. 38, págs. 449-457.

SOLNIK, B. (1993): *Predictable Time-Varying Components of International Asset Returns*, The Research Foundation of The Institute of Chartered Financial Analysts. Charlottesvile, Virginia.

STULZ, R.M. (1981): "A Model of International Asset Pricing", *Journal of Financial Economics*, vol. 9, págs. 383-406.

UPPAL, R. (1993): "A General Equilibrium Model of International Portfolio Choice", *Journal of Finance*, vol. 48, págs. 529-553.

EL CAPM: METODOLOGÍAS DE CONTRASTE

por Fernando Gómez-Bezares, José A. Madariaga y Javier Santibáñez*
Comunicación presentada al *III Foro de Finanzas*, Universidad Comercial de Deusto, Bilbao, Nov.-Dic. de 1.995
Publicado en Gómez-Bezares, F. y J. V. Ugarte, ed., *III Foro de Finanzas,* 1.995, págs. 663-695 y en el *Boletín de Estudios Económicos*, nº156, Diciembre, 1.995, págs. 557-582

1. Introducción

Este trabajo pretende presentar al lector diferentes métodos de contrastar el Modelo de Valoración de Activos de Capital, más conocido por las siglas CAPM, desarrollado por Sharpe (1964), Lintner (1965), Mossin (1966), etc. Es bien conocido que el modelo preconiza que, en el equilibrio, los títulos deben rendir linealmente en función de su riesgo medido por la beta (o covarianza entre la rentabilidad del título y del mercado relativizada por la varianza de ésta última). La expresión matemática del mismo es la siguiente:

$$E(r_i) = r_0 + [E(r_m) - r_0]\ \beta_i \qquad [1]$$

donde:

$E(r_i)$	Valor esperado o esperanza matemática de la rentabilidad del título i.
r_0	Tipo de interés sin riesgo.
$E(r_m)$	Valor esperado o esperanza matemática de la rentabilidad de la cartera de mercado.
β_i	Riesgo sistemático del título i.

La deducción matemática del modelo puede verse en cualquier manual de teoría financiera como, por ejemplo, el de Copeland y Weston (1988)[1].

---

* Queremos agradecer a Gonzalo Rubio, de la UPV, sus interesantes sugerencias, así como la documentación que nos facilitó. Los errores, en todo caso, son responsabilidad exclusiva de los autores.

[1] Una exposición detallada del modelo CAPM puede verse en Gómez-Bezares (1991) y de sus contrastes en Gómez-Bezares (1993).

A raíz de su desarrollo teórico a lo largo de la década de los sesenta, se realizaron los primeros contrastes empíricos relevantes a comienzos de los setenta. Concretamente, nos estamos refiriendo a los trabajos de Black, Jensen y Scholes (1972), Blume y Friend (1973) y el de Fama y MacBeth (1973), que marcaron un hito en la historia de los contrastes, ya que establecieron las metodologías básicas de contrastación que, con pocas novedades, han sobrevivido hasta nuestros días. Estas novedades, como veremos posteriormente, son básicamente de carácter econométrico y consisten en el sucesivo afinamiento de los procedimientos de estimación de los diferentes modelos empíricos.

Nuestra intención es la de recoger las metodologías básicas de contrastación del modelo, señalando los problemas estadísticos que hay que afrontar en cada caso. Para ello nos basaremos en un amplio estudio del mercado español (en un periodo que va desde 1959 hasta 1993), cuyo resumen puede encontrarse en Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1994), en donde nos enfrentamos con todos los problemas y adoptamos las soluciones que vamos a exponer.

También comentaremos una línea de investigación que sólo fue tenida en cuenta parcialmente en el trabajo mencionado y que constituye los denominados contrastes multivariantes del modelo. Efectivamente, a raíz del trabajo de Gibbons (1982), este campo se ha convertido en uno de los más relevantes y ha sido objeto de diversos estudios empíricos, de entre los que podríamos destacar los trabajos de Shanken (1985, 1986) y, en el caso español, Rubio (1988).

2. El modelo teórico: problemas preliminares

El primer problema con el que nos encontramos a la hora de realizar la contrastación empírica es que el modelo teórico [1] está expresado en expectativas, tanto de rendimiento, como de riesgo. Ello nos obliga a acudir a la hipótesis de expectativas racionales, para poder testar el modelo en base a datos del pasado.

Otra dificultad consiste en la elección del periodo básico sobre el que se miden las rentabilidades, así como el conjunto de periodos sobre los que contrastamos el modelo. La decisión al respecto suele ser a conveniencia del investigador y se suelen tener en cuenta los criterios marcados por autores de prestigio. Así, Fama y MacBeth (1973) se decidieron por utilizar el mes como periodo sobre el que se miden las rentabilidades y el cuatrienio como periodo de contraste del modelo. Sin embargo, Kothari, Shanken y Sloan (1992) utilizaron periodos anuales para medir las rentabilidades obteniendo resultados aceptables. Nosotros utilizamos para el conjunto de datos comprendido entre 1959 y 1988 ambas posibilidades (véase Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez, 1994). En cualquier caso, creemos que en este campo queda mucho por investigar y que posteriores estudios vendrán a esclarecer el tema.

Un tercer problema consiste en la elección de la cartera de mercado r_m. En este sentido, conviene recordar la crítica de Roll (1977), ya que si la cartera elegida es eficiente, el CAPM funcionará, y no lo hará en caso contrario. En la contrastación empírica, al tener que usar aproximaciones, no deben sorprender los malos resultados (Roll y Ross, 1994). En cualquier caso, Stambaugh (1982) concluyó que los contrastes del modelo son poco sensibles a la aproximación utilizada como cartera de mercado.

3. Metodología de serie temporal

La metodología que Black, Jensen y Scholes (1972) denominan de serie temporal, realiza el contraste del CAPM apoyándose en el Modelo de Mercado (propuesto por Sharpe, 1963), planteado en excesos sobre el tipo sin riesgo. La ecuación del modelo para el título i en forma matricial es:

$$(\mathbf{r_i}-\mathbf{r_0}) = \alpha_i \, \mathbf{1_n} + \beta_i \, (\mathbf{r_m}-\mathbf{r_0}) + \varepsilon_\mathbf{i} \qquad t = 1, 2, \ldots, n \qquad [2]$$

donde:

$(\mathbf{r_i}-\mathbf{r_0})$	Vector columna que contiene los excesos de rentabilidad del título i sobre el tipo sin riesgo, desde t = 1, 2, ..., n.
α_i	Ordenada en el origen del título i.
$\mathbf{1_n}$	Vector columna que contiene n unos.
β_i	Riesgo sistemático del título i.
$(\mathbf{r_m}-\mathbf{r_0})$	Vector columna que contiene los excesos de rentabilidad de la cartera de mercado[2] sobre el tipo sin riesgo, desde t = 1, 2, ..., n.
$\varepsilon_\mathbf{i}$	Vector que contiene los valores que toman las perturbaciones aleatorias del título i en cada uno de los momentos de tiempo, desde t = 1, 2, ..., n.

Las hipótesis de comportamiento de los términos aleatorios se pueden recoger de la siguiente manera[3]:

$$\varepsilon_\mathbf{i} \rightarrow \mathbf{DN_n}\left(0_\mathbf{n};\, \sigma^2_{\varepsilon_i}\, \mathbf{I_n}\right) \qquad [3]$$

[2] A pesar de que a lo largo del trabajo la denominemos cartera de mercado y la designemos como r_m, debe tenerse en cuenta que nos referimos a la aproximación utilizada en el contraste empírico, que puede obtenerse a partir de las rentabilidades de los títulos estudiados o de los de un índice. La más habitual es la obtenida como media aritmética, aunque también pueden utilizarse promedios ponderados. En cualquier caso, la media equiponderada presenta ventajas de cara a la realización del contraste.

[3] Además de éstas, también están implícitas las hipótesis estructurales de linealidad (relación lineal entre la variable explicada y la explicativa) y estructura única (coeficientes α_i y β_i constantes durantes los n periodos considerados).

donde:

$\mathbf{DN_n}$	Distribución normal multivariante n dimensional.
$\mathbf{0_n}$	Vector columna que contiene n ceros.
σ^2_{ε}	Varianza de las perturbaciones aleatorias del título i.
$\mathbf{I_n}$	Matriz unidad de orden n•n.

La variable explicativa en sentido estricto del modelo [2], es decir, el exceso de rentabilidad de la cartera de mercado ($\mathbf{r_m}$-$\mathbf{r_0}$), es estocástica, lo que nos lleva a entender las hipótesis anteriores en términos condicionales, y a añadir una nueva hipótesis que establece la independencia entre el regresor y las perturbaciones aleatorias[4]:

$$\mathbf{Cov}\,(\varepsilon_{\mathbf{i}},\ \mathbf{r_m}\text{-}\mathbf{r_0}) = \mathbf{0_{nn}} \qquad [4]$$

donde:

$\mathbf{Cov}$ ( )	Matriz de covarianzas entre los vectores de variables que aparecen entre paréntesis.
$\mathbf{0_{nn}}$	Matriz de ceros de orden n•n.

El procedimiento óptimo de estimación del modelo [2] con las hipótesis consideradas es el de Mínimos Cuadrados Ordinarios (a partir de ahora MCO). Vamos a expresar los estimadores, para lo que pasaremos el modelo [2] a notación matricial convencional:

$$(\mathbf{r_i}\text{-}\mathbf{r_0}) = \mathbf{X}\beta + \varepsilon_{\mathbf{i}} \qquad [5]$$

donde:

$\mathbf{X}$	Matriz que contiene las variables explicativas. Se corresponde con la siguiente matriz particionada de dos vectores columna [$\mathbf{1_n}$; ($\mathbf{r_m}$-$\mathbf{r_0}$)].
β	Vector que contiene los parámetros de la relación: el término independiente α_i y el coeficiente angular β_i.

La expresión en forma matricial de los estimadores MCO del modelo [5] es la siguiente[5]:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X'X})^{-1}\,\mathbf{X'}\,(\mathbf{r_i}\text{-}\mathbf{r_0}) \qquad [6]$$

---

[4] Esta hipótesis supone, en realidad, que las perturbaciones aleatorias son independientes de los valores pasados, presentes y futuros de la rentabilidad del mercado.

[5] Puede verse cualquier manual de econometría como, por ejemplo, Johnston (1984).

donde:

b Vector que contiene el estimador del término independiente a_i y del coeficiente angular b_i.

La estimación de la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores resulta ser:

$$\mathbf{S_{bb}} = s^2_{\varepsilon_i}(\mathbf{X'X})^{-1} \qquad [7]$$

donde:

s^2_ε Estimación de la varianza de las perturbaciones aleatorias. Su cálculo se realiza a partir de los residuos del modelo [5], como cociente entre la suma cuadrática y los grados de libertad (n-2).

Si el CAPM es cierto, deben cumplirse las siguientes condiciones:

$$\alpha_i = 0 \qquad \beta_i = \frac{Cov(r_{it}-r_{0t}, r_{mt}-r_{0t})}{V(r_{mt}-r_{0t})} \qquad [8]$$

donde:

Cov ( ) Covarianza entre las variables que aparecen entre paréntesis.

V ( ) Varianza de la variable que aparece entre paréntesis.

Es decir, el término independiente de la relación [2], α_i, debe ser igual a cero, y el coeficiente angular, β_i, igual al cociente expresado. La comprobación de ambas condiciones exige la realización de sendas pruebas de hipótesis individuales, que en la práctica se resumen en una única, la relativa a la ordenada en el origen[6], ya que la estimación puntual de la pendiente coincide precisamente con el cociente de estimaciones indicado en [8]. En cualquier caso, Black, Jensen y Scholes (1972) critican la prueba propuesta, debido a que para la aceptación o rechazo del modelo únicamente se utiliza la información relativa a un título concreto, el activo i. Una alternativa, utilizada por los autores señalados, consiste en la realización del contraste a partir de carteras de títulos en lugar de activos individuales[7].

[6] La prueba, suponiendo que las perturbaciones aleatorias siguen la distribución normal, se realiza comparando el resultado del cociente entre la estimación puntual del término independiente y la estimación insesgada de su desviación típica, con un valor teórico de la t de Student con n-2 grados de libertad para un error α especificado.

[7] Existen diferentes criterios para la construcción de carteras no exentos de complicaciones, hasta el punto que algunos autores, como Lo y MacKinlay (1990), desconfían de su utilización. En nuestro estudio (véase Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez, 1994), aplicamos el contraste únicamente a títulos individuales. En realidad, las razones de tal decisión están en relación con el mercado objeto de estudio, la Bolsa española, pues al tratarse de un

Otra posibilidad, más actual, consiste en la consideración del conjunto de g Modelos de Mercado (tantos como títulos individuales se están estudiando) como un único sistema de ecuaciones. En realidad, todas las ecuaciones se pueden considerar como un sistema aparentemente no relacionado (conocido en la literatura econométrica como SUR[8]), debido a la existencia de relaciones cruzadas entre las perturbaciones aleatorias de los diferentes títulos. Estas relaciones cruzadas incluyen, entre otros, los denominados efectos sectoriales (véase Blume, 1971)[9].

El problema se puede expresar de la siguiente manera:

$$\mathbf{Cov}\ (\varepsilon_{\mathbf{i}},\ \varepsilon_{\mathbf{j}}) = \sigma_{ij}\ \mathbf{I_n} \qquad i \neq j \qquad [9]$$

donde:

σ_{ij}	Covarianza contemporánea entre las perturbaciones aleatorias de los títulos i y j.

Es importante observar que únicamente se consideran relaciones cruzadas contemporáneas, suponiendo, por tanto, la inexistencia de relaciones para diferentes retardos temporales.

La ecuación [2] junto con las correspondientes al resto de activos considerados, en total g, pueden expresarse:

$$(\mathbf{r}\text{-}\mathbf{1_g} \quad \mathbf{r_0}) = [\mathbf{I_g} \quad \mathbf{1_n}]\ \alpha + [\mathbf{I_g} \quad (\mathbf{r_m}\text{-}\mathbf{r_0})]\ \beta + \varepsilon \qquad t = 1, 2, ..., n \qquad [10]$$

donde:

$(\mathbf{r}\text{-}\mathbf{1_g} \quad \mathbf{r_0})$	Vector columna que contiene los g•n excesos de rentabilidad de los g títulos.
$\mathbf{I_g}$	Matriz unidad de orden g•g.
α	Vector que contiene los g términos independientes.
β	Vector que contiene los g coeficientes angulares o riesgos sistemáticos.
ε	Vector que contiene los g•n valores que toman las perturbaciones aleatorias de los g títulos.

mercado de tamaño intermedio, no permite la selección de suficientes títulos como para formar carteras, si ponemos condiciones exigentes de frecuencia y volumen de contratación.

[8] Seemingly Unrelated Regression, puede verse Johnston (1984).

[9] Obsérvese que la utilización del procedimiento de estimación de MCO para las ecuaciones individuales no tiene en cuenta dicha información, lo que puede afectar a la propiedad de eficiencia de los estimadores. Posteriormente veremos que una coincidencia hace que, a pesar de todo, los estimadores MCO sean óptimos.

Operador del producto directo o de Kronecker, véase Johnston (1984).

Las hipótesis de los términos de error se pueden recoger en este caso[10]:

$$\varepsilon \rightarrow DN_{\mathbf{ng}}\left(0_{\mathbf{ng}};\ \Sigma_{\varepsilon\varepsilon}\quad \mathbf{I_n}\right) \qquad [11]$$

donde:

$\mathbf{0_{ng}}$ Vector columna que contiene n•g ceros.

$\Sigma_{\varepsilon\varepsilon}$ La matriz g•g de varianzas y covarianzas contemporáneas de las perturbaciones aleatorias, donde el elemento general de la misma es σ_{ij}. Es cuadrada, simétrica y definida positiva.

El procedimiento de estimación óptimo del sistema planteado en [10] es el de Mínimos Cuadrados Generalizados (a partir de ahora MCG). En cualquier caso, la coincidencia de la única variable explicativa en sentido estricto ($\mathbf{r_m}$-$\mathbf{r_0}$) para el conjunto de g ecuaciones, hace que los resultados de aplicar MCG al sistema coincidan con los obtenidos por MCO (véanse las expresiones [6] para los estimadores y [7] para la matriz de varianzas y covarianzas estimada), por lo que éstos últimos son eficientes[11].

La hipótesis nula multivariante a comprobar, si el CAPM se cumple, es:

$$H_0: \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \dots \\ \alpha_i \\ \dots \\ \alpha_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \qquad H_a: \quad \alpha \neq 0 \qquad [12]$$

En nuestro estudio (véase Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez, 1994) realizamos la prueba planteada en [12] apoyándonos en la F de Fisher[12]. Otra posibilidad, debida a Gibbons, Ross y Shanken (1989), se basa en un estadístico que, bajo el supuesto de normalidad, es el siguiente:

[10] En cualquier caso, debe tenerse en cuenta que, para el conjunto de ecuaciones, también se suponen las hipótesis estructurales indicadas anteriormente: linealidad y estructura única.

[11] Debe tenerse en cuenta que la denominación SUR hace únicamente referencia al sistema [10], debido a la relación existente entre las perturbaciones aleatorias de las ecuaciones individuales. En cambio, la estimación del modelo [10] se realiza por MCG, como ya hemos indicado. Pueden verse Johnston (1984) o Novales (1993), donde se ofrece una exposición más detallada.

[12] Puede encontrarse la expresión general del estadístico en Novales (1993).

$$W_u = \frac{\mathbf{a}' \, \mathbf{S}_{\varepsilon\varepsilon}^{-1} \, \mathbf{a}}{\left(1 + \hat{\theta}_m^2\right)} \; ; \; \text{siendo } \hat{\theta}_m = \frac{\bar{r}_m}{s_m} \qquad [13]$$

donde:

a Vector que contiene los estimadores del término independiente del Modelo de Mercado de los g títulos.

$\mathbf{S}_{\varepsilon\varepsilon}$ Estimación de la matriz de varianzas y covarianzas contemporánea de las perturbaciones aleatorias, obtenida a partir de los residuos de la estimación del modelo [2] para todos los títulos[13]. También puede calcularse el estadístico basado en la estimación máximo verosímil de dicha matriz.

$\bar{r}_m$ Promedio de rentabilidad de la cartera de mercado.

s_m Estimador máximo verosímil de la desviación típica de la rentabilidad de la cartera de mercado[14].

Puede demostrarse que el estadístico propuesto tiene una relación exacta con la F de Fisher que viene dada por:

$$\left[\frac{n\,(n\text{-}g\text{-}1)}{g\,(n\text{-}2)}\right] W_u \;\rightarrow\; F(g;\, n\text{-}g\text{-}1) \qquad [14]$$

Otra alternativa que, apoyándose en el Modelo de Mercado, sirve para contrastar el CAPM, y que omitimos en este trabajo, consiste en la utilización del Método Generalizado de Momentos (puede verse MacKinlay y Richardson, 1991). Su interés se basa en que los contrastes planteados son robustos a desviaciones en el supuesto de normalidad de las rentabilidades de los títulos, que, aunque desde el punto de vista teórico no resulta necesario de cara a demostrar el CAPM, sí resulta imprescindible desde el punto de vista estadístico, para que las propiedades de muestra finita de los tests planteados sean fácilmente derivables.

4. Metodología de corte transversal sin medias

La metodología de corte transversal sin medias fue utilizada por Fama y MacBeth en su influyente trabajo de 1973. En esta ocasión, el contraste se basa en datos de corte transversal y consta de dos etapas:

---

[13] Para ello basta con dividir los numeradores de las estimaciones de las varianzas y covarianzas entre (n-2), es decir, el número de periodos considerado menos los grados de libertad que se pierden por el hecho de estimar α_i y β_i.

[14] Se calcula dividiendo la raíz de la suma cuadrática de desviaciones respecto a la media entre la raíz de n, sin considerar la pérdida de un grado de libertad por la estimación del promedio.

-Periodo de estimación: A partir de observaciones anteriores al momento t de contraste del modelo, se obtienen las estimaciones del riesgo sistemático de los títulos mediante el Modelo de Mercado[15].

-Periodo de contraste: Se plantea una regresión para cada momento t que configura el periodo en su conjunto (t = 1, 2, ..., n)[16], explicando las rentabilidades de los g títulos mediante el riesgo sistemático estimado en la etapa anterior.

Suponiendo g activos, el modelo empírico planteado en rentabilidades[17] para cada momento de tiempo t, y expresado en forma matricial, es:

$$\mathbf{r_t} = \gamma_t \mathbf{1_g} + \delta_t \mathbf{b_t} + \mathbf{w_t} \qquad i= 1, 2, ..., g \qquad [15]$$

donde:

$\mathbf{r_t}$ Vector columna que contiene las rentabilidades de los g títulos en el momento de tiempo t.

γ_t Término independiente de la relación establecida en el modelo empírico.

$\mathbf{1_g}$ Vector columna que contiene g unos.

δ_t Pendiente de la relación establecida en el modelo empírico.

$\mathbf{b_t}$ Vector columna que contiene las estimaciones de las expectativas de los riesgos sistemáticos de los g títulos en el momento t.

$\mathbf{w_t}$ Vector que contiene las perturbaciones aleatorias de los g títulos en el momento t.

Es importante observar que en la ecuación [15] está implícita la primera etapa señalada anteriormente, ya que, precisamente, la variable explicativa $\mathbf{b_t}$ es el resultado obtenido en la misma, es decir, el vector que contiene las estimaciones de los riesgos sistemáticos de los títulos basados en periodos anteriores al momento t de contraste del modelo[18]. Dicho vector se obtiene a partir de las series históricas de rentabilidad de los títulos mediante el Modelo de Mercado expresado en la ecuación [2]. Como se trata de una estimación, es evidente que se encuentra sujeta

[15] Fama y MacBeth (1973) hacen, además, una agrupación previa en carteras. Pero no entraremos ahora en ello.

[16] No deben confundirse estos momentos con el periodo previo, es decir, el utilizado para estimar las betas y que configura la primera etapa mencionada anteriormente.

[17] También cabe la posibilidad de realizar el planteamiento en excesos sobre el tipo sin riesgo.

[18] Esta característica, que parece poco relevante, plantea una importante diferencia respecto al contraste de serie temporal, ya que permite que el riesgo sistemático de los títulos pueda cambiar en cada momento t en el que se contraste el modelo, aunque la utilización del Modelo de Mercado para realizar la estimación obliga a introducir la hipótesis de riesgo constante (véase la nota 3) en los periodos previos a t en los que se basa la misma.

a error, por lo que el modelo [15] presenta regresores estocásticos debido a errores de medición en la variable explicativa. El problema que plantea la existencia de los mismos se ve agravado por el hecho de que se encuentran relacionadas las perturbaciones empíricas $\mathbf{w_t}$ con la variable explicativa observada $\mathbf{b_t}$.

El modelo [15] planteado de manera convencional queda:

$$\mathbf{r_t} = \mathbf{X}\,\gamma_{\mathbf{t}} + \mathbf{w_t} \qquad [16]$$

donde:

X Matriz que contiene a las variables explicativas formada por dos vectores columna $[\mathbf{1_g}; \mathbf{b_t}]$.

$\gamma_{\mathbf{t}}$ Vector columna que contiene los parámetros γ_t y δ_t.

En cuanto a las hipótesis necesarias para la correcta definición estadística del modelo, se puede demostrar que el comportamiento de las perturbaciones aleatorias $\mathbf{w_t}$[19] es el siguiente:

$$\mathbf{w_t} \rightarrow DN_g\left[0_{\mathbf{g}},\ \Sigma_{\mathbf{ww}}\right] \qquad [17]$$

donde:

$\mathbf{0_g}$ Vector columna que contiene g ceros[20].

$\Sigma_{\mathbf{ww}}$ La matriz g•g de varianzas y covarianzas contemporáneas de las perturbaciones aleatorias, donde el elemento general de la misma es σ_{ij}. Es cuadrada, simétrica y definida positiva.

Es importante destacar la existencia de dos problemas clásicos en las perturbaciones aleatorias de [15]:

-Por un lado, existe un problema de heteroscedasticidad debido a las diferencias entre los riesgos específicos de los títulos, siendo éste un problema inevitable. Puede observarse que las perturbaciones aleatorias del modelo [15], recogen la parte de la rentabilidad no explicada por el riesgo sistemático, es decir, la debida a

[19] Además, aunque no las indiquemos, se suponen las hipótesis estructurales habituales de linealidad y estructura única.

[20] En realidad, las perturbaciones aleatorias del modelo [15] engloban un componente aleatorio específico de los títulos, al que se le incorpora un término adicional debido a los errores de medición en la beta. Suponiendo promedio cero para el primero, para que se cumpla la hipótesis de promedio cero de las perturbaciones empíricas, es necesario que el promedio de los errores de medición sea cero, para lo cual basta con que el estimador utilizado para estimar el riesgo sistemático sea insesgado, como el obtenido a partir del Modelo de Mercado (véase la expresión [6]). Puede verse una exposición más detallada en Madariaga (1994).

componentes específicos. La varianza de la rentabilidad se descompondrá en dos partes: la sistemática y la diversificable, y ambas serán distintas para cada título, lo que justifica el problema de la heteroscedasticidad.

-Por otro, puede existir un problema de autocorrelación si se detectan relaciones cruzadas significativas entre las perturbaciones de los diferentes activos, aunque, en este caso, la cuestión queda supeditada a la existencia de dichas relaciones. El problema es evidente si se aceptan relaciones entre los títulos aparte de la común que tienen con el mercado, lo cual es coherente, por ejemplo, con los denominados efectos sectoriales.

Además, la variable explicativa del modelo empírico y las perturbaciones aleatorias están relacionadas[21], por lo que:

$$\mathbf{Cov}\,(\mathbf{b},\ \mathbf{w}) \neq 0_{\mathbf{gg}} \qquad [18]$$

donde:

$\mathbf{0_{gg}}$ Matriz de ceros de orden g•g.

Si el CAPM es cierto, en el modelo [15] debe suceder que:

$$\gamma_t = r_{0t} \qquad \delta_t = (r_{mt} - r_{0t}) \qquad [19]^{22}$$

El procedimiento de estimación del modelo [15] ha tenido diversas soluciones desde que fue utilizado por Fama y MacBeth (1973). Fundamentalmente, las diferencias entre todas ellas vienen por la distinta consideración del problema de los errores de medición en las betas y las especiales

---

21 Ya hemos indicado con anterioridad cómo las perturbaciones aleatorias del modelo [15] engloban dos términos: una parte específica de cada título y otra debida a los errores de observación en las betas. Es precisamente ésta última la que origina la relación mencionada, ya que debe tenerse en cuenta que, por otro lado, la beta estimada con error se puede descomponer como suma de la verdadera beta y el error cometido en el proceso de estimación. En definitiva, tanto la estimación de la beta como la perturbación empírica son combinación de los errores de medición, por lo que existirá un problema de relación entre ambas. Es interesante señalar que, por otro lado, los errores de medición no se encuentran relacionados con la parte específica de los títulos debido al procedimiento utilizado, como señalaremos posteriormente.

22 Si el planteamiento del modelo se realiza en excesos sobre el tipo sin riesgo, el término independiente debe anularse y, al igual que en el planteamiento en rentabilidades, el coeficiente angular coincidir con el premio por riesgo de la cartera de mercado. En cualquier caso, cabe señalar que la utilización de una aproximación a la cartera de mercado hace que dichas condiciones se sustituyan por otras alternativas: el término independiente puede tomar cualquier valor y el coeficiente angular debe ser significativo (versión de Black, 1972). Puede consultarse Gómez-Bezares (1991, apéndice V-B).

características de las perturbaciones aleatorias[23] de [15]. Como ya hemos indicado con anterioridad, el proceso de contraste consta de dos fases: periodo de estimación, en el que se obtienen las aproximaciones a los riesgos sistemáticos de los títulos[24] y periodo de contraste, en el que se estima el modelo [15] y se contrasta el CAPM mediante la realización de las pruebas sugeridas en [19]. Así, Fama y MacBeth (1973) estimaron las betas de los títulos a partir del Modelo de Mercado[25], utilizando en la segunda fase el método de MCO para estimar el premio por riesgo. El problema de este método es que no considera la problemática introducida por los errores de observación en las betas[26]. Para ello, tal y como indica Fama (1976), se pueden adoptar dos posibles soluciones:

-En primer lugar, la utilización de series temporales más largas para la obtención de las estimaciones de las betas a partir del Modelo de Mercado [2], ya que la variabilidad del coeficiente angular es inversamente proporcional al tamaño muestral.

-En segundo lugar, la utilización de carteras, ya que al ser la beta de las mismas combinación lineal de las de los títulos[27], se garantiza la disminución de variabilidad de las estimaciones[28].

De ambas posibilidades la primera no es idónea, ya que, como indica Fama (1976, pág. 132), partiendo de datos mensuales y de cara a la estimación de las betas, es conveniente la utilización de series de rentabilidad comprendidas entre cinco y siete años, debido a que para periodos superiores cambian[29]. Fama y MacBeth (1973) adoptaron la segunda solución, esto es, estimaron el modelo [15] no para títulos individuales, sino para carteras. Con ello, como hemos dicho con anterioridad, se puede conseguir disminuir el problema de los errores de medición, pero lo cierto es que sus consecuencias están presentes en mayor o menor grado[30]. Por ello, el método de MCO, utilizado por Fama y MacBeth (1973), no garantiza la obtención de estimadores con propiedades estadísticas deseables, ya que, por otra parte, no aborda los problemas de heteroscedasticidad y

---

[23] Es interesante señalar que la principal complicación de esta metodología no consiste en la realización de las pruebas de hipótesis señaladas en [19], sino en la estimación del modelo empírico [15]. Esta es una característica fundamental de los contrastes de corte transversal (de éste y del que analizaremos en el apartado siguiente), frente al de serie temporal, donde el método de estimación no plantea problemas y existen diferentes alternativas en cuanto a cómo realizar el contraste del modelo.

[24] Con ello, aunque se provoca un problema de errores de estimación, al hacerlo a partir de datos previos a t se garantiza la independencia de éstos con la parte de las perturbaciones aleatorias empíricas que no engloban el efecto del error de medición.

[25] Véase ecuación [2].

[26] Tampoco heteroscedasticidad y autocorrelación, aunque lo comentaremos en detalle más adelante. En cualquier caso, sí se debe indicar que estos problemas no implican sesgo ni inconsistencia, mientras que los errores en la variables explicativas hacen que se pierdan todas las propiedades de los estimadores, lo que da muestra de la gravedad del problema.

[27] Puede verse Copeland y Weston (1988).

[28] En realidad, la disminución de variabilidad se produce siempre, excepto si la relación entre las estimaciones de ambos títulos es exacta y positiva, como puede verse en Madariaga (1994).

[29] Incumpliéndose la hipótesis de estructura única señalada en la nota 3.

[30] Regresores estocásticos relacionados con las perturbaciones aleatorias del modelo.

autocorrelación de las perturbaciones aleatorias del modelo. Una alternativa que considera estas cuestiones es la utilización de MCG para la estimación del modelo [15], aunque dejaría de lado el problema de los errores de observación. Lo cierto es que, si las estimaciones de las betas fuesen precisas, podría ser considerado como método óptimo, aunque esta condición no se puede garantizar para las aproximaciones obtenidas a partir del Modelo de Mercado, ni siquiera agrupando los títulos en carteras.

Litzenberger y Ramaswamy (1979) ofrecieron una solución parcial al problema de la estimación del modelo [15]. Concretamente, abordaron la problemática de los errores de observación y la existencia, únicamente, de heteroscedasticidad en las perturbaciones aleatorias del modelo. El supuesto de no autocorrelación implica que el comportamiento de los términos estocásticos puede resumirse de la siguiente manera:

$$\mathbf{w_t} \rightarrow DN_g\left[0_\mathbf{g},\ \mathbf{Diag}\left(\sigma^2_{w_i}\right)\right] \qquad [20]$$

donde:

$\mathbf{Diag}\left(\sigma^2_{w_i}\right)$ La matriz de varianzas y covarianzas diagonal de orden g•g de las perturbaciones aleatorias.

La suposición de inexistencia de relaciones cruzadas implica, por otra parte, que las covarianzas entre las variables contenidas en el vector de errores de medición son nulas[31], lo que facilita la transformación del modelo [15], dividiendo las variables entre la desviación típica de la estimación de la beta, llegando al siguiente modelo transformado:

$$\mathbf{r_t}^* = \gamma_t\, \mathbf{1_g}^* + \delta_t\, \mathbf{b_t}^* + \mathbf{w_t}^* \qquad [21]$$

donde los términos con asterisco se corresponden con las variables de la expresión [15] transformadas[32], es decir, divididas por la desviación típica de la estimación de la beta correspondiente, lógicamente, a cada título. Simplificando más la ecuación anterior y llevándola a notación convencional queda:

$$\mathbf{r_t}^* = \mathbf{X}^*\, \boldsymbol{\gamma_t} + \mathbf{w_t}^* \qquad [22]$$

donde:

- $\mathbf{r_t}^*$ Vector columna que contiene el cociente entre las rentabilidades de los g títulos en el momento de tiempo t y las desviaciones típicas de los estimadores de las betas.
- $\mathbf{X}^*$ Matriz que contiene a las variables explicativas formada por dos vectores columna $[\mathbf{1_g}^*; \mathbf{b_t}^*]$.

---

31 Puede verse Litzenberger y Ramaswamy (1979).

32 Téngase en cuenta que el vector de unos asociado al término independiente también debe ser dividido entre dicha desviación típica.

$\mathbf{w_t}^*$ Vector columna que contiene las perturbaciones aleatorias del modelo transformado.

El comportamiento de las perturbaciones aleatorias es ahora:

$$\mathbf{w}_\mathbf{t}^* \rightarrow DN_g\left[0_\mathbf{g},\ \sigma^2_{w^*}\,\mathbf{I_g}\right] \qquad [23]$$

donde:

$\sigma^2_{w^*}$ Varianza de las perturbaciones aleatorias del modelo [22][33].

El método de estimación propuesto por Litzenberger y Ramaswamy (1979) para el modelo expresado en las ecuaciones [22] y [23], es el de Máxima Verosimilitud (a partir de ahora MV). La expresión del estimador es:

$$\mathbf{g_t} = \left[\frac{\mathbf{X}^{*'}\mathbf{X}^*}{g} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]^{-1} \frac{\mathbf{X}^{*'}\mathbf{r}_\mathbf{t}^*}{g} \qquad [24][34]$$

[33] En realidad, otra posibilidad que resuelve el problema de la heteroscedasticidad consiste en transformar las variables del modelo [15] dividiéndolas por el riesgo diversificable, ya que, como hemos indicado, es la causa de la diferente variabilidad de las perturbaciones aleatorias. En cualquier caso, al ser la varianza de la estimación de la beta obtenida a partir del Modelo de Mercado proporcional al riesgo diversificable, se consigue, de igual manera, resolver el problema. Esta última posibilidad presenta una ventaja adicional de cara a la estimación posterior del modelo, ya que, mediante dicha transformación, se puede suponer que el vector de errores se comporta normal e idénticamente distribuido, con un vector de ceros por promedio y matriz de varianzas y covarianzas unidad. Efectivamente, ya hemos indicado que bajo la hipótesis supuesta por Litzenberger y Ramaswamy (1979), es decir, ausencia de relaciones cruzadas, las covarianzas entre los errores de medición son nulas. Pero las varianzas del error de cada título serán diferentes, ya que, si recordamos que el riesgo sistemático estimado es suma de la verdadera beta y el error de medición, la varianza del error coincide con la varianza de la estimación de la beta y ésta no es igual para los activos analizados. Así, al dividir la beta estimada para cada título entre la desviación típica de su estimación, se consigue que los errores de medición tengan varianza uno, lo que unido al hecho de que (al ser la beta estimada mediante el Modelo de Mercado un estimador insesgado) tienen promedio cero, e introduciendo la hipótesis de normalidad, constituyen las hipótesis de comportamiento de los errores de medición.

[34] No debe confundirse $\mathbf{g_t}$, es decir, el vector columna que contiene los estimadores del modelo, con g, que coincide con el número de títulos considerados en el contraste de corte transversal.

Por otra parte se puede observar cómo al momento de segundo orden respecto al origen correspondiente a la variable explicativa del modelo transformado se le resta 1, es decir, la varianza del error de medición.

Además, puede obtenerse la matriz de varianzas y covarianzas del vector de estimadores propuesto en [24], como puede verse en Madariaga (1994)[35], donde además se presenta otra solución alternativa basada en el método de MV[36].

En cualquier caso, la solución planteada por Litzenberger y Ramaswamy (1979) no considera la existencia de relaciones cruzadas, lo que en definitiva limita ciertamente la validez del procedimiento. En este sentido, una solución más adecuada es la de Shanken (1982), que aborda la problemática completa del modelo expresado en [16] y [17], y para el que propone el siguiente estimador:

$$\mathbf{g_t} = \left[\mathbf{X}'\mathbf{S}_{\varepsilon\varepsilon}^{-1}\mathbf{X} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma_v^2 \end{pmatrix} \right]^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{S}_{\varepsilon\varepsilon}^{-1}\mathbf{r_t} \qquad [25]^{37}$$

donde:

$\sigma_v{}^2$ Varianza del error de medición.

En la aplicación empírica, la estimación de la varianza del error toma el siguiente valor:

$$s_v^2 = \frac{(n-2)\, g}{(n-g-3) \sum_{t=1}^{n} (r_{mt}-\bar{r}_m)^2} \qquad [26]^{38}$$

Puede demostrarse que las propiedades del estimador propuesto son: eficiencia asintótica (cuando el número de periodos tiende a infinito) y consistencia (cuando el número de activos tiende a infinito).

En cualquier caso, existe un problema adicional, ya que las estimaciones del término independiente y coeficiente angular obtenidas para el momento de contraste t carecen de precisión estadística. Ello hizo que Fama y MacBeth (1973) utilizaran un procedimiento interesante,

---

[35] El caso general puede encontrarse en Fuller (1987).

[36] En concreto (véase, también, Fuller, 1987), se presenta un estimador que se puede demostrar suponiendo fijos los valores de la variable explicativa no observada (verdadera beta). En cualquier caso, debe señalarse que se trata de una solución parcial a los problemas del modelo, al igual que la de Litzenberger y Ramaswamy (1979).

[37] La estimación de la matriz de varianzas y covarianzas que aparece en la expresión [25] se obtiene a partir de los resultados obtenidos en la primera etapa del método, es decir, a partir de los residuos de los Modelos de Mercado planteados para estimar las betas. Dicha estimación está corregida por los grados de libertad, o lo que es lo mismo, dividida por n-2.

[38] Obsérvese que la estimación de la varianza del error hace referencia a las betas obtenidas a partir del Modelo de Mercado, por ello en la fórmula [26] aparece n, que coincide, precisamente, con la amplitud del periodo de estimación de las mismas (primera etapa de la metodología de corte transversal sin medias); g, que es el número de títulos; y la suma cuadrática de desviaciones respecto al promedio de la rentabilidad de la cartera de mercado en el periodo de estimación.

aplicable a todos los métodos de estimación propuestos, consistente en estimar el modelo [15] para una serie de momentos de tiempo que constituyen el periodo de contraste (t = 1, 2, ..., n). Con ello se obtienen series temporales de términos independientes y coeficientes angulares, a partir de las cuales estiman el promedio de las mismas suponiendo que se comportan normal, independiente e idénticamente distribuidas[39].

Las pruebas que deben realizarse en este caso, si el CAPM es cierto, coinciden con las indicadas en [19], pero, evidentemente, haciendo referencia a los valores promedio. Así, para el periodo de contraste considerado (t = 1, 2, ..., n), el promedio del término independiente debe coincidir con el promedio del tipo sin riesgo y el promedio de coeficientes angulares con el premio por riesgo promedio[40].

Posteriores estudios vinieron a confirmar la posibilidad de obtener estimaciones eficientes de dichos promedios, ya que, aunque la serie sea aleatoria, las estimaciones pueden tener diferente variabilidad, lo que en definitiva implica un problema de heteroscedasticidad. Su consideración obliga a la utilización de Mínimos Cuadrados Ponderados (a partir de ahora MCP[41]) y, si además existiera autocorrelación, sería necesaria la utilización de MCG.

Con ello hemos dado un repaso a las diferentes soluciones adoptadas por diversos autores de cara a la contrastación del CAPM mediante la metodología de corte transversal sin medias. Suele ser norma habitual utilizar todos los métodos propuestos, para comparar los resultados derivados de cada uno de ellos. Así, en nuestro estudio (véase Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez, 1994), se presentan los resultados derivados de cada uno de ellos y se puede apreciar una gran coherencia en cuanto a las pocas diferencias que se derivan de la utilización de los mismos[42].

---

39 En realidad, Fama y MacBeth (1973) comprobaron la aleatoriedad de la serie a partir del cálculo de autocorrelaciones, siendo aceptada.

40 Véase la nota 22 para matizar las condiciones en el caso de que el planteamiento del modelo [15] se haga en excesos, donde el promedio de términos independientes deberá ser igual a cero, coincidiendo el resultado en cuanto al promedio de coeficientes angulares. Por otra parte, resaltar de nuevo las condiciones para que se pueda aceptar la versión de Black (1972) del modelo: el promedio de términos independientes puede tomar cualquier valor y el de los coeficientes angulares debe ser significativo.

41 Esta idea la plantean Litzenberger y Ramaswamy (1979) y consiste, en la versión de MCP, en obtener un promedio de los coeficientes estimados (términos independientes y coeficientes angulares) ponderado, donde los pesos sean inversamente proporcionales a las varianzas de las estimaciones. Obsérvese que, frente a esta solución, Fama y MacBeth (1973) optaron por un promedio equiponderado. La discusión puede centrarse en torno al cálculo de las estimaciones de las varianzas de los estimadores del promedio, tanto del término independiente como de los coeficientes angulares. En este caso, Litzenberger y Ramaswamy (1979) proponen su obtención a partir de las estimaciones de las varianzas de los coeficientes del modelo [15] como combinación lineal. Por otro lado, Fama y MacBeth (1973) lo realizan a partir de las series históricas, mientras que en nuestro trabajo (véase Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez, 1994), además de esta última vía, optamos por calcular dichas estimaciones a partir del método utilizado, es decir, MCP (según si el cálculo del promedio se hacía equiponderado o a partir de MCP).

42 Por supuesto, cuando hablamos de coherencia hacemos referencia a que los diferentes métodos llevan a parecidas conclusiones en cuanto a la aceptación o rechazo del CAPM. Evidentemente, tanto las estimaciones

5. Metodología de corte transversal con medias

La metodología de corte transversal con medias fue utilizada por Miller y Scholes en su trabajo de 1972. De la misma manera que en el contraste presentado en el apartado anterior, el procedimiento requiere de dos etapas:

-Periodo de estimación: A partir de las observaciones del periodo de contraste del modelo, se calculan las estimaciones de las betas de los títulos[43].

-Periodo de contraste: Se plantea una regresión explicando las rentabilidades medias de los títulos mediante el riesgo sistemático en el periodo considerado.

El modelo empírico de corte transversal para el periodo de contraste, planteado en rentabilidades[44] y expresado en forma matricial, es:

$$\bar{\mathbf{r}} = \gamma\, \mathbf{1_g} + \delta\, \mathbf{b} + \mathbf{w} \qquad [27]$$

donde:

$\bar{\mathbf{r}}$ Vector columna que contiene los promedios de rentabilidad de los g títulos a lo largo del periodo de tiempo considerado.

γ Término independiente de la relación establecida en el modelo empírico.

δ Pendiente de la relación establecida en el modelo empírico.

$\mathbf{b}$ Vector columna que contiene las estimaciones de las betas de los g títulos a lo largo del periodo de tiempo considerado.

$\mathbf{w}$ Vector que contiene las perturbaciones aleatorias de los g títulos del modelo empírico.

---

puntuales como las desviaciones típicas de los estimadores del término independiente y premio por riesgo del modelo [15] son diferentes en cada caso.

43 Aquí tenemos una primera diferencia respecto de la metodología de corte transversal sin medias. En esta ocasión, las betas se estiman a partir de la información del periodo en el que se contrasta el CAPM, mientras que en el caso anterior las estimaciones se basaban en datos previos.

44 También puede realizarse el planteamiento en excesos sobre el tipo sin riesgo. Posteriormente señalaremos las diferencias de cara a la contrastación del CAPM.

Como se puede apreciar, el modelo [27] introduce como variable explicativa las estimaciones de las betas obtenidas a partir del periodo de contraste del modelo. Ello, además de obligar a considerar la hipótesis de expectativas de riesgo constantes si se utiliza el Modelo de Mercado, introduce, nuevamente, un problema de regresores estocásticos por errores de observación en la variable explicativa **b**, que, además, se encuentra relacionada con las perturbaciones aleatorias del modelo **w**[45].

Expresando [27] en forma convencional, tenemos que:

$$\bar{\mathbf{r}} = \mathbf{X}\,\gamma + \mathbf{w} \qquad [28]$$

donde:

- **X** Matriz que contiene a las variables explicativas formada por dos vectores columna $[\mathbf{1_g}; \mathbf{b}]$.
- γ Vector columna que contiene los parámetros γ y δ.

La correcta definición estadística del modelo exige, además, la especificación de las hipótesis de comportamiento de los términos aleatorios del modelo [27][46]. En cuanto a las perturbaciones aleatorias tenemos que:

$$\mathbf{w} \rightarrow DN_g\left[0_{\mathbf{g}},\ \Sigma_{\mathbf{ww}}\right] \qquad [29]$$

donde:

- $\Sigma_{\mathbf{ww}}$ La matriz g•g de varianzas y covarianzas contemporáneas de las perturbaciones aleatorias, donde el elemento general de la misma es σ_{ij}. Es cuadrada, simétrica y definida positiva.

De nuevo nos encontramos con una matriz de varianzas y covarianzas no escalar, debido a la presencia de perturbaciones heteroscedásticas y autocorrelacionadas, justificables por las mismas razones que en el apartado anterior[47].

---

[45] Nos remitimos al planteamiento del modelo empírico de corte transversal sin medias analizado en el apartado anterior, donde se estudiaron las características fundamentales de las perturbaciones aleatorias, que, prácticamente, pueden extenderse al modelo que nos ocupa. Nos centraremos en esta ocasión en las características diferenciales del contraste que ahora se analiza.

[46] Además, por supuesto, de las habituales hipótesis estructurales de linealidad y estructura única.

[47] Recordemos que la heteroscedasticidad constituye un problema inevitable debido al diferente riesgo específico de los títulos, mientras que la autocorrelación está supeditada a la existencia de relaciones cruzadas entre los mismos.

Por otro lado, la variable explicativa y las perturbaciones aleatorias no son independientes, lo que equivale a señalar que la matriz de covarianzas entre ambos vectores de variables es distinta de la matriz de ceros (puede verse la expresión [18]).

Si el CAPM es cierto, en el modelo [27] debe suceder que:

$$\gamma = \bar{r}_0 \qquad \bar{\delta}\ (\bar{r}_m - \bar{r}_0) \qquad [30]^{48}$$

Los modelos de corte transversal, tanto el analizado en este apartado como el estudiado en el anterior, tienen una característica especial que, en el caso que nos ocupa, se torna en dificultad adicional de cara a la estimación del mismo. Efectivamente, se puede demostrar que las pendientes teóricas resultan ser aleatorias, ya que dependen de la rentabilidad de la cartera de mercado r_m[49] en el momento t, para el caso del modelo analizado en el apartado anterior, y del promedio de rentabilidad de dicha cartera, en el caso del modelo [27]. Esa nueva fuente de aleatoriedad debe ser tenida en cuenta en la varianza del estimador del premio, considerando la variabilidad de la rentabilidad del mercado a lo largo del periodo de contraste analizado. En cualquier caso, la metodología descrita en el apartado anterior resuelve implícitamente la cuestión, ya que, una vez estimados los coeficientes del modelo [15] para cada momento t, se obtiene, como ya indicamos, una estimación conjunta para el periodo de contraste del CAPM. Así, si el procedimiento de cálculo de la varianza del estimador para el periodo en su conjunto se realiza, bien al estilo de Fama y MacBeth (1973), es decir, a partir de las series históricas de estimadores para cada momento t, o bien a partir del método de MCP señalado en el apartado anterior (que también tiene en cuenta la serie histórica, aunque con las correspondientes ponderaciones), el efecto de la rentabilidad del mercado recogida en cada estimación de t y, por tanto, el efecto de la variabilidad del mercado, ya es considerado al calcular la varianza del estimador conjunto[50]. Esta cuestión es conocida en la literatura financiera como problema de los coeficientes aleatorios y fue señalado por Black, Jensen y Scholes (1972). En cualquier caso, las consecuencias del problema son especialmente importantes en la metodología de contraste que nos ocupa, como señalaremos a continuación[51].

---

[48] En el caso de realizarse el planteamiento del modelo empírico [27] en excesos sobre el tipo sin riesgo, el término independiente debe anularse y se mantiene la condición sobre el coeficiente angular, es decir, debe coincidir con el premio por riesgo promedio del periodo de contraste. En cualquier caso, debe recordarse de nuevo que la utilización de una aproximación a la verdadera cartera de mercado hace que dichas condiciones no tengan por qué cumplirse. Así, se puede comprobar la existencia de un premio por riesgo significativo, aceptando cualquier valor para el término independiente, lo que equivale a aceptar la versión de Black (1972) del CAPM.

[49] Que puede obtenerse, como ya hemos comentado, a partir de las rentabilidades de los títulos utilizados en la contrastación del modelo, o de un índice.

[50] Obsérvese que el cálculo de la varianza del estimador conjunto como combinación lineal de las varianzas de los estimadores para cada momento t no resuelve el problema.

[51] Otra forma de entender el problema de los coeficientes aleatorios es observando que el CAPM, como puede verse en la expresión [1], plantea una restricción sobre las esperanzas de las rentabilidades. En cambio, el análisis empírico obliga a utilizar una aproximación a la rentabilidad de mercado r_m que es aleatoria, por lo que los resultados quedan condicionados a dichos valores. Ello obliga a considerar la restricción equivalente a [1] sobre los rendimientos esperados condicionales y este proceso lleva a que las pendientes de los modelos empíricos de corte transversal resulten aleatorias, al ser función de la rentabilidad del mercado.

Desde el trabajo de Miller y Scholes (1972) han sido bastantes las soluciones ofrecidas de cara a la estimación y, en definitiva, contrastación del CAPM. En primer lugar, los métodos habituales de estimación de [27], como son MCO y MCG, no ofrecen estimadores que garantizan las propiedades adecuadas. Es interesante señalar que, en este caso, ni siquiera suponiendo que las betas sean estimadas con poco error (algo que, como hemos señalado con anterioridad, no garantiza el Modelo de Mercado que, por otra parte, es el método habitual de cara a obtener el riesgo sistemático de los títulos), MCG garantiza que los estimadores de [27] consideren todos los problemas, ya que, además, debería tenerse en cuenta el efecto de los coeficientes aleatorios[52].

Otras posibilidades, como MV, en una versión similar a la planteada por Litzenberger y Ramaswamy (1979)[53], también fue utilizada por Bergés (1984), aunque no se puede negar la existencia de problemas. Idéntica base y dificultad[54] tienen las planteadas por Madariaga (1994), cuyos resultados pueden verse en Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1994).

Una alternativa que posibilita la realización del contraste teniendo en cuenta el problema de los errores de estimación en las betas y el de los coeficientes aleatorios (además de heteroscedasticidad y autocorrelación), garantizando la propiedad de consistencia en n, consiste en utilizar el estimador MCG y calcular la estimación de la matriz de varianzas y covarianzas a partir de una expresión corregida (véase Shanken, 1992).

Así, los estimadores de los parámetros por el método de MCG[55] para el modelo [28] son:

$$\mathbf{g} = \left(\mathbf{X}'\mathbf{S}^{-1}_{\bar{\varepsilon}\bar{\varepsilon}}\mathbf{X}\right)^{-1}\left(\mathbf{X}'\mathbf{S}^{-1}_{\bar{\varepsilon}\bar{\varepsilon}}\bar{\mathbf{r}}\right); \text{ siendo } \mathbf{S}_{\bar{\varepsilon}\bar{\varepsilon}} = \frac{1}{n}\mathbf{S}_{\varepsilon\varepsilon} \qquad [31]$$

donde:

$\mathbf{S}_{\varepsilon\varepsilon}$ La estimación de la matriz g•g de varianzas y covarianzas contemporáneas de las perturbaciones aleatorias corregidas por los grados de libertad, donde el elemento general de la misma es s_{ij}, y que es calculada a partir de los residuos obtenidos mediante los Modelos de Mercado estimados en la primera etapa o periodo de estimación. Es cuadrada, simétrica y definida positiva. En cualquier caso, obsérvese cómo en la expresión [31] aparece la matriz de varianzas y covarianzas de

52 Debe tenerse presente que los programas de ordenador utilizan las fórmulas habituales que pueden encontrarse en Johnston (1984) y éstas requerirían de la inclusión de un factor corrector que afectase a la variabilidad de la estimación de la pendiente por efecto de la varianza del mercado.

53 Que aborda los problemas de errores en las variables y heteroscedasticidad de las perturbaciones aleatorias, bajo el supuesto de inexistencia de relaciones cruzadas.

54 Son soluciones parciales a los problemas del modelo, ya que no consideran la existencia de relacionescruzadas entre las perturbaciones aleatorias y, además, no abordan la problemática introducida por los coeficientes aleatorios.

55 Puede verse Johnston (1984).

los residuos medios, ya que el modelo empírico está expresado en promedios para un periodo considerado.

La matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores [31] viene dada por:

$$\mathbf{S_{gg}} = \frac{1}{n}\left(\mathbf{X}'\mathbf{S}_{\varepsilon\varepsilon}^{-1}\mathbf{X}\right)^{-1}\left(1+\frac{d^2}{s_m^2}\right)+\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{s_m^2}{n} \qquad [32]$$

donde:

d Estimación del premio por riesgo obtenida mediante la aplicación de la expresión [31].

s_m^2 Estimador consistente de la varianza de la rentabilidad de la cartera de mercado.

Concretamente, en la expresión [32] el cociente entre el cuadrado del premio estimado y la varianza de la rentabilidad del mercado aparece debido a los errores de estimación en las betas y, a la varianza del coeficiente angular, se le suma el efecto de la variabilidad media del mercado para considerar el problema de los coeficientes aleatorios[56].

Una interesante posibilidad consiste en el planteamiento de un test multivariante en el contexto de los contrastes de corte transversal que comentaremos brevemente. La idea del mismo se basa en que, si el CAPM es cierto, los residuos derivados de la estimación del modelo [28], mediante la aplicación del estimador de Shanken (1982) expresado en [25], deben ser cero[57]. Evidentemente, los resultados obtenidos a partir de una muestra concreta no tienen por qué anularse, por lo que se debe comprobar si son, efectivamente, pequeños. Ello se realiza creando una variable a partir del vector de residuos, la suma de cuadrados residual, y planteando como hipótesis nula la igualdad de la misma a cero.

---

[56] Se puede apreciar claramente cómo, no tener en cuenta los problemas, exagera la significación de los coeficientes, ya que la precisión de la estimación parece mayor si no se suman los términos correspondientes.

[57] Ello sería indicio de que la relación entre rentabilidad y riesgo es lineal y además la beta es la única medida del riesgo. Estas condiciones han sido comprobadas profusamente en la literatura financiera, así Fama y MacBeth (1973) lo comprueban mediante la introducción de otras variables explicativas en el modelo empírico: riesgo sistemático elevado al cuadrado (para comprobar la linealidad del modelo) y riesgo específico (para testar la existencia de un único riesgo beta retribuido por el mercado). En el caso español, Santibáñez (1994) realiza un análisis similar, cuyos resultados fundamentales pueden encontrarse en Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1994). La principal ventaja del contexto multivariante consiste en que no resulta necesario especificar ninguna hipótesis alternativa para contrastar el CAPM, con lo que supera los contrastes clásicos señalados anteriormente. Téngase en cuenta que los trabajos clásicos únicamente prueban algunas variables adicionales, y lo mismo sucede con otros más modernos que, en el contexto de los denominados modelos multifactoriales, tratan de comprobar la influencia de variables fundamentales en las rentabilidades de los títulos. En este sentido son interesantes los trabajos de Chan, Hamao y Lakonishok (1991), Fama y French (1992, 1993a y 1993b) y Kothari, Shanken y Sloan (1992), así como nuestro trabajo, cuyo resumen puede encontrarse en Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1994).

El estadístico utilizado para la realización del contraste, sugerido por Shanken (1985), es:

$$Q = \frac{n\,\mathbf{e}'\,\mathbf{S}_{\varepsilon\varepsilon}^{-1}\,\mathbf{e}}{\left(1+\frac{d^2}{s_m^2}\right)} \qquad [33]$$

donde:

n Número de momentos considerados para el contraste del modelo.

e Vector columna de residuos del modelo de corte transversal con medias.

$\mathbf{S}_{\varepsilon\varepsilon}$ Estimación de la matriz de varianzas y covarianzas de las perturbaciones aleatorias corregida por los grados de libertad y calculada a partir de los residuos obtenidos mediante los Modelos de Mercado estimados en la primera etapa, o periodo de estimación.

d Estimador consistente del premio por riesgo. Se calcula, como ya hemos indicado, utilizando el propuesto por Shanken (1982) aplicado al contraste de corte transversal con medias (véase la expresión [25]). Para su cálculo debe tenerse en cuenta las especificidades de la metodología que nos ocupa, es decir, coincidencia de los periodos de estimación y de contraste del modelo que, además, se realiza en base a los promedios de rentabilidad de los activos. Por ello, en [25] debe sustituirse el vector de rentabilidades por el vector de los promedios para el periodo considerado.

Shanken (1985) muestra que el estadístico Q sigue aproximadamente la T de Hotelling [T^2(g-2, n-2)][58]. Por otra parte, si no se considera el ajuste por los errores de estimación en las betas que aparece en el denominador, el estadístico sigue la T de Hotelling acotada por arriba por T^2(g-2, n-2), de tal manera que, si realizada la prueba se rechaza la hipótesis nula, la conclusión no puede ser considerada como resultado para muestras pequeñas.

Para realizar la prueba hay que tener en cuenta la relación existente entre la T de Hotelling y la F de Fisher, que expresada para nuestro caso es:

$$F = \frac{Q\,(n\text{-}g\text{+}1)}{(g\text{-}2)\,(n\text{-}2)}; \qquad F(g\text{-}2;\, n\text{-}g\text{+}1) \qquad [34]$$

Así, la prueba se realiza mediante la relación expresada en [34] y puede demostrarse que si se acepta la hipótesis nula el resultado obtenido es exacto. En caso contrario, es posible obtener una cota por abajo a la distribución exacta de Q, que ayuda a realizar las inferencias en el caso de muestras pequeñas (véase Shanken, 1986). Esta cota inferior hace que se pueda rechazar la hipótesis nula sin necesidad de apelar a procedimientos asintóticos.

[58] El ajuste que aparece en el denominador del cociente [33] es debido a los errores de estimación en las betas.

La cota por abajo, que se basa en estimaciones del término independiente y coeficiente angular por el método de MV[59], es:

$$Q^* = \frac{n\,\mathbf{e}'\,\mathbf{S}_{\varepsilon\varepsilon}^{-1}\,\mathbf{e}}{\left(1 + \frac{d_{MV}^2}{s_m^2}\right)}; \quad d_{MV} = \bar{r}_m - g_{MV} \qquad [35]$$

donde:

g_{MV} Estimador MV del término independiente.

d_{MV} Estimador MV del coeficiente angular.

La prueba se puede realizar teniendo en cuenta que en términos de F:

$$F = \frac{Q^*(n\text{-}g\text{-}1)}{(g)(n\text{-}2)}; \quad F(g;\, n\text{-}g\text{-}1) \qquad [36]^{60}$$

Bibliografía

BERGES, A. (1984): *El mercado español de capitales en un contexto internacional,* Ministerio de Economía y Hacienda, Madrid.

BLACK, F. (1972): "Capital market equilibrium with restricted borrowing", *Journal of business*, Julio, págs. 444-455.

BLACK, F., M.C. JENSEN and M. SCHOLES (1972): "The capital asset pricing model: some empirical tests", en Jensen, ed., *Studies in the theory of capital markets*, Praeger, Nueva York, págs. 79-121.

BLUME, M.E. (1971): "On the assessment of risk", *Journal of finance*, Marzo, págs. 1-10.

BLUME, M.E. and I. FRIEND (1973): "A new look at the capital asset pricing model", *Journal of finance*, Marzo, págs. 19-33.

[59] Para ello, se obtiene en primer lugar una estimación del término independiente, partiendo de una regresión por MCG en la que se cruza la ordenada en el origen estimada en el Modelo de Mercado en función de uno menos la beta estimada. El estimador del premio se obtendrá como diferencia entre el promedio de rentabilidad del mercado y la estimación del término independiente obtenida. A partir de estos resultados se obtienen las estimaciones máximo verosímiles resolviendo una función cuadrática (véase Shanken, 1986).

[60] Los grados de libertad no coinciden, puesto que resulta más sencillo trabajar con la especificación de Black, Jensen y Scholes (1972), como ya hemos indicado en la nota anterior (véase Shanken, 1986).

CHAN, L.K.C., Y. HAMAO and J. LAKONISHOK (1991): "Fundamentals and stock returns in Japan", *Journal of finance*, Diciembre, págs. 1739-1764.

COPELAND, T.E. and J.F. WESTON (1988): *Financial theory and corporate policy*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 3ª ed.

FAMA, E.F. (1976): *Foundations of finance*, Basic Books, Nueva York.

FAMA, E.F. and K.R. FRENCH (1992): "The cross-section of expected stock returns", *Journal of finance*, Junio, págs. 427-465.

FAMA, E.F. and K.R. FRENCH (1993a): "Common risk factors in the returns on stocks and bonds", *Journal of financial economics*, 33, Febrero, págs. 3-56.

FAMA, E.F. and K.R. FRENCH (1993b): *Size and book-to-market factors in earnings and returns*, Working paper, Center for research in security prices, Septiembre, Universidad de Chicago.

FAMA, E.F. and J.D. MacBETH (1973): "Risk, return and equilibrium: empirical tests", *Journal of political economy*, Mayo-Junio, págs. 607-636.

FULLER, W.A. (1987): *Measurement error models*, John Wiley & Sons, Nueva York.

GIBBONS, M.R. (1982): "Multivariate tests of financial models: a new approach", *Journal of financial economics*, 10, págs. 3-27.

GIBBONS, M.R., S.A. ROSS and J. SHANKEN (1989): "A test of the efficiency of a given porfolio", *Econometrica*, 57, págs. 1121-1152.

GOMEZ-BEZARES, F. (1991): *Dirección financiera (teoría y aplicaciones)*, Desclée de Brouwer, Bilbao, 2ª ed.

GOMEZ-BEZARES, F. (1993): *Gestión de carteras*, Desclée de Brouwer, Bilbao.

GOMEZ-BEZARES, F., J.A. MADARIAGA y J. SANTIBAÑEZ (1994): *Valoración de acciones en la bolsa española (un análisis de la relación entre la rentabilidad y el riesgo)*, Desclée de Brouwer, Bilbao.

JOHNSTON, J. (1984): *Econometric methods*, McGraw Hill, Singapur, 3ª ed.

KOTHARI, S.P., J. SHANKEN and R.G. SLOAN (1992): *Another look at the cross-section of expected stock returns*, Working paper, Bradley policy research center, Diciembre, Universidad de Rochester, New York.

LINTNER, J. (1965): "The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets", *Review of economics and statistics*, Febrero, págs. 13-37.

LITZENBERGER, R.H. and K. RAMASWAMY (1979): "The effect of personal taxes and dividends on capital asset prices: theory and empirical evidence", *Journal of financial economics*, Junio, págs. 163-195.

LO, A.W. and A.C. MacKINLAY (1990): "Data-snooping biases in tests of financial asset pricing models", *Review of financial studies*, 3, págs. 431-467.

MacKINLAY, A.C. and M.P. RICHARDSON (1991): "Using Generalized Method of Moments to test Mean-Variance Efficiency", *Journal of finance*, Junio, págs. 511-527.

MADARIAGA, J.A. (1994): *Rentabilidad y riesgo de las acciones en el mercado continuo español*, Tesis doctoral, Universidad Comercial de Deusto, Bilbao.

MILLER, M.H. and M. SCHOLES (1972): "Rates of return in relation to risk: a re-examination of some recent findings", en Jensen, ed., *Studies in the theory of capital markets*, Praeger, Nueva York, págs. 47-78.

MOSSIN, J. (1966): "Equilibrium in a capital asset market", *Econometrica*, Octubre, págs. 768-783.

NOVALES, A. (1993): *Econometría*, McGraw-Hill, Madrid, 2ª ed.

ROLL, R. (1977): "A critique of the asset pricing theory's tests", *Journal of financial economics*, Marzo, págs. 129-176.

ROLL, R. and S.A. ROSS (1994): "On the cross-sectional relation between expected returns and betas", *Journal of finance*, Marzo, págs. 101-121.

RUBIO, G. (1988): "Further international evidence on asset pricing. The case of the spanish capital market", *Journal of banking and finance*, 12, págs. 221-242.

SANTIBAÑEZ, J. (1994): *Valoración de acciones en la bolsa española (1959-1988)*, Tesis doctoral, Universidad Comercial de Deusto, Bilbao.

SHANKEN, J. (1982): *An analysis of the traditional risk-return model*, Unpublished doctoral dissertation, Graduate School of Business, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, PA.

SHANKEN, J. (1985): "Multivariate tests of the zero-beta CAPM", *Journal of financial economics*, 14, págs. 327-348.

SHANKEN, J. (1986): "Testing portfolio efficiency when the zero-beta rate is unknown: A note", *Journal of finance*, Marzo, págs. 269-276.

SHANKEN, J. (1992): "On the estimation of beta-pricing models", *The review of financial studies*, 5, págs. 1-33.

SHARPE, W.F. (1963): "A simplified model for portfolio analysis", *Management science*, Enero, págs. 277-293.

SHARPE, W.F. (1964): "Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk", *Journal of finance*, Septiembre, págs. 425-442.

STAMBAUGH, R.F. (1982): "On the exclusion of assets from tests of the two-parameter model: a sensitivity analysis", *Journal of financial economics*, Noviembre, págs. 237-268.

EL PERFIL DE RIESGO DEL MERCADO DE FONDOS DE INVERSIÓN ESPAÑOL

por Alejandro Babío, Fernando Gómez-Bezares, José A. Madariaga y Javier Santibáñez
Comunicación presentada al *VI Foro de Finanzas de Segovia (Workshop in Finance)*,
Segovia, 2, 3 y 4 de Julio de 2.002
Publicado en las *Actas del VI Foro de Finanzas de Segovia*
y en *Análisis Financiero Internacional*, nº 109, Tercer Trimestre, 2.002, págs. 25-43

1. Introducción y Objetivos

1.1. El mercado de fondos español

En la última década del siglo XX se produce en España un importante auge de lo que se ha llamado "capitalismo popular", que se manifiesta en el acercamiento del inversor medio a la bolsa. Este proceso se produce, fundamentalmente, por la búsqueda de rentabilidad que había dejado de obtener en los productos en los que tradicionalmente había volcado su ahorro, como los depósitos bancarios. De esta manera, asistimos en este periodo al despegue de los fondos de inversión, que ofrecen la posibilidad de obtener una gestión profesionalizada y de acceder a una amplia gama de productos con la que satisfacer las necesidades de las diferentes tipologías de inversores en lo que se refiere al binomio rentabilidad-riesgo. Son varias las razones que contribuyen a apuntalar el proceso descrito:

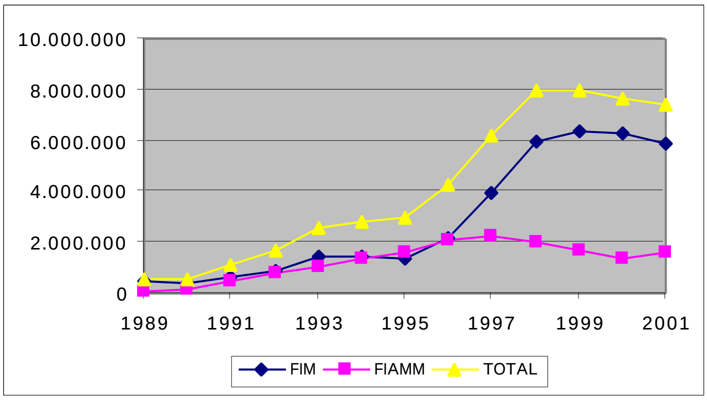
- Razones legales y fiscales. El Real Decreto 1393/1990 (por el que se aprueba el nuevo reglamento de la Ley Reguladora de las Instituciones de Inversión Colectiva -Ley 46/1984-) y las sucesivas reformas fiscales de la década de los noventa a favor de los fondos de inversión trajeron consigo la aparición de nuevos productos, así como un mejor tratamiento fiscal de los mismos, condición necesaria para que los inversores fijaran su atención en el sector.

Además, el proceso se vio favorecido también por el desarrollo de legislación complementaria, que provee al mercado español de la transparencia y seguridad necesarias, lo que incidió de manera notable en la atracción de capitales extranjeros[1].

- Razones económicas. Por otra parte, la Unión Económica y Monetaria obligaba a los diferentes países a la convergencia en términos monetarios[2], lo que en el caso español supuso una espectacular caída de los tipos de interés que favoreció el *boom* bursátil.

Prueba clara de las tendencias apuntadas la encontramos en la evolución del número de partícipes y del patrimonio invertido en fondos de inversión entre los años 1989 y 2001. Así, en las Figuras 1 y 2 puede verse el espectacular crecimiento experimentado en las dos variables señaladas, si bien se observa un cierto freno, incluso caída, en el último bienio.

Figura 1: Evolución del número de partícipes de los fondos de inversión



Fuente: INVERCO

Con todo, y aunque es cierto que los dos últimos años han supuesto un importante revés desde la perspectiva bursátil, hay que decir que el negocio de los fondos de inversión aún no ha tocado techo en España, tal y como se deduce de algunas estimaciones realizadas por instituciones solventes[3]. La Figura 3 presenta, por ejemplo, un aspecto claramente relacionado con lo comentado: aunque los partícipes y el patrimonio han disminuido en el último bienio, el número de fondos no ha parado de crecer hasta la actualidad. Este crecimiento, fruto por un

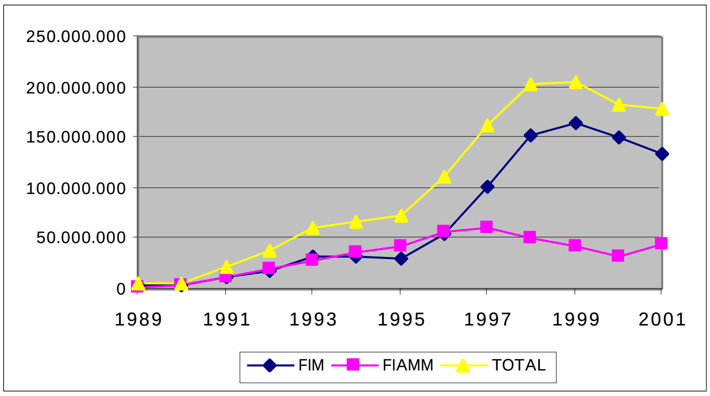
[1] Estos aspectos se tratan con mayor profundidad en Arriola y Madariaga (1998).

[2] Puede verse a este respecto Madariaga y Sáez (1998).

[3] Véase a este respecto Arriola y Madariaga (1998).

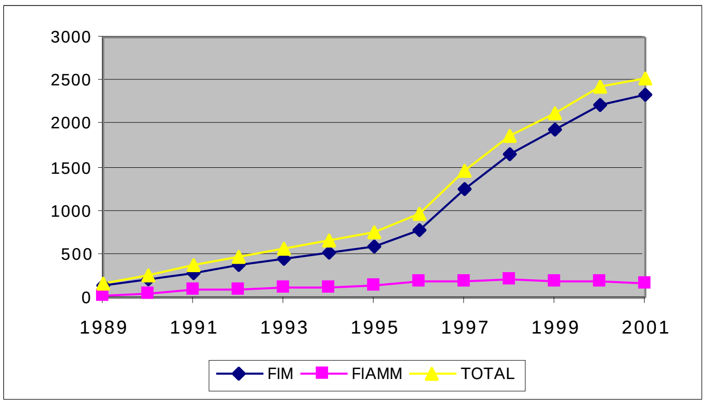
lado de la impresionante velocidad de innovación en los mercados financieros, y de la necesidad de armonización de la legislación a la normativa comunitaria por otro (lo que ha obligado a recoger nuevos productos en la nueva Ley del Mercado de Valores -Ley 24/1988 de 28 de julio, del Mercado de Valores, modificada por las Leyes 37/1998, de 16 de noviembre y 14/2000 de 29 de diciembre-), también tiene su lado negativo, que se manifiesta en el importante aumento del grado de complejidad de los productos existentes en los mercados.

Figura 2: Evolución del patrimonio de los fondos de inversión en miles de euros



Fuente: INVERCO

Figura 3: Evolución del número de fondos de inversión



Fuente: INVERCO

Así, y de forma similar a lo que ocurre en los mercados más avanzados, el inversor dispone en la actualidad de una oferta de más de dos mil quinientos fondos[4], lo que puede causarle ciertos problemas a la hora de elegir o discriminar entre ellos. Estos problemas se acentúan en situaciones como la que estamos viviendo en los últimos tiempos, en los que la incertidumbre sobre la evolución de la economía mundial es un hecho y la elección del tipo de fondo adecuado puede causar cierta zozobra. De hecho, las razones apuntadas anteriormente como justificación del acercamiento del inversor medio a la bolsa se han visto alimentadas por un mercado claramente alcista que ha venido a durar unos 5 ó 6 años, en los que el problema de elección era prácticamente inexistente, ya que cualquier fondo se revalorizaba en un plazo relativamente corto. Esta costumbre de "ganar siempre" hacía que los inversores se fijaran exclusivamente en la rentabilidad de los fondos. Sin embargo, la situación actual obliga a considerar el problema del riesgo con toda su crudeza.

1.2. La clasificación de los fondos. Objetivos del trabajo

Es conocido el viejo aforismo bursátil, según el cual las características que el inversor debe considerar a la hora de decidir la composición de su cartera son la rentabilidad, el riesgo y la liquidez. Supuesta suficiente ésta última, el interés del inversor debería centrarse en el análisis del binomio rentabilidad-riesgo. En esta línea, la propia Comisión Nacional del Mercado de Valores (CNMV) propone una clasificación de los fondos de inversión, que recogemos en la Tabla 1 (CNMV, 2002).

Es evidente que la clasificación anterior está relacionada con el riesgo asociado a los diferentes tipos de fondos, al establecer unos márgenes en lo que se refiere a las proporciones que éstos deben incorporar de los distintos tipos de productos existentes en el mercado. De esta manera, la utilidad de la clasificación para el inversor es clara, al definir una tipología de fondos con una relación evidente con el riesgo asumido (que viene dado por la propia naturaleza de los productos que componen cada tipo de fondo).

Sin embargo, parece también bastante claro a nuestro juicio que la clasificación anterior no va a recoger los problemas asociados a las diferentes estrategias y riesgos que pueden plantear fondos incluidos en un epígrafe concreto. De esta manera, algunos aspectos clave en la gestión de un fondo, como la utilización de derivados o los cambios en la composición de la cartera dentro de un periodo concreto de análisis, no son tenidos en cuenta en la clasificación propuesta; y estos aspectos pueden variar considerablemente el perfil de riesgo de un fondo a lo largo del tiempo. Lógicamente, estas cuestiones introducen incertidumbres en cuanto al riesgo del fondo para el inversor particular, e incluso, desde la perspectiva del gestor, dificultan la identificación de los posibles competidores, el cálculo de la *performance* y el análisis de las estrategias de los productos.

Todo ello pone de manifiesto el interés de los objetivos de nuestro trabajo: describir los perfiles de riesgo de las categorías de clasificación recomendadas por la CNMV para los fondos de inversión, realizar una clasificación alternativa, y describir las implicaciones prácticas de todo ello para el inversor medio que se enfrenta a la totalidad de fondos del mercado español.

---

[4] Según la Asociación de Instituciones de Inversión Colectiva y Fondos de Pensiones -INVERCO- y el registro de la Comisión Nacional del Mercado de Valores -CNMV- a diciembre de 2001; a los que hay que sumar 2.313 Sociedades de Inversión -SIMCAV-. Puede verse todo ello en www.inverco.es y www.cnmv.es.

Tabla 1: Categorías y características de los Fondos de Inversión[5]

Categoría	Características
FIAMM EURO	Al menos el 90% debe estar invertido en productos del mercado de dinero. Máximo de un 5% en moneda no euro.
FIAMM INTERNACIONAL	Al menos el 90% debe estar invertido en productos del mercado de dinero. Más del 5% en moneda no euro.
RENTA FIJA A CORTO PLAZO	No incluye activos de renta variable en su cartera de contado, ni derivados cuyo subyacente no sea de renta fija. La duración media de la cartera no puede superar los dos años. Máximo de un 5% en moneda no euro.
RENTA FIJA A LARGO PLAZO	No incluye activos de renta variable en su cartera de contado, ni derivados cuyo subyacente no sea de renta fija. La duración media de la cartera debe ser superior a los dos años. Máximo de un 5% en moneda no euro.
RENTA FIJA INTERNACIONAL	No incluye activos de renta variable en su cartera de contado, ni derivados cuyo subyacente no sea de renta fija. Más del 5% en moneda no euro.
RENTA FIJA MIXTA	Menos del 30% de la cartera en activos de renta variable. Máximo del 5% en moneda no euro.
RENTA FIJA MIXTA INTERNACIONAL	Menos del 30% de la cartera en activos de renta variable. Más del 5% en moneda no euro.
RENTA VARIABLE MIXTA	Entre el 30% y el 75% de la cartera en activos de renta variable. Máximo 30% en moneda no euro.
RENTA VARIABLE MIXTA INTERNACIONAL	Entre el 30% y el 75% de la cartera en activos de renta variable. Más de 30% en moneda no euro.
RENTA VARIABLE EURO	Más del 75% de la cartera en activos de renta variable; la inversión en renta variable nacional no podrá superar el 90% de la cartera. Máximo 30% en moneda no euro.
RENTA VARIABLE NACIONAL	Al menos 75% de la cartera en renta variable (de ésta al menos el 90% en valores de emisores españoles). Máximo 30% en moneda no euro.
RENTA VARIABLE INTERNACIONAL EEUU / JAPÓN / EUROPA / EMERGENTES / RESTO	Más del 75% de la cartera en activos de renta variable. Más de 30% en moneda no euro.
GARANTIZADO RENTA FIJA	Fondo para el que existe garantía de un tercero (bien a favor del fondo o de los partícipes), y que asegura exclusivamente un rendimiento fijo.
GARANTIZADO RENTA VARIABLE	Fondo para el que existe garantía de un tercero (bien a favor del fondo o de los partícipes), y que asegura una cantidad total o parcialmente vinculada a la evolución de instrumentos de renta variable o divisa.
FONDOS GLOBALES	Fondos sin identificación precisa de su vocación y que no encajen en ninguna de las anteriores clasificaciones.

Fuente: CNMV

[5] Esta clasificación, con algunas pequeñas modificaciones, es la seguida por Standard & Poor en su análisis de la *performance* del mercado español.

La organización del trabajo es la siguiente: en el apartado 2 presentaremos la base teórica sobre la que se obtendrán posteriormente las series de riesgos asociados a cada fondo, presentando algunas alternativas muy extendidas en la práctica; en el apartado 3 presentaremos los resultados empíricos obtenidos en el análisis de 1.420 fondos del mercado español; y cerraremos el trabajo con dos breves epígrafes relativos a las principales conclusiones del trabajo y a la bibliografía citada en el mismo.

2. Medidas de Riesgo

2.1. Algunas consideraciones previas

El problema de la medición del riesgo asociado a los activos de renta variable es un tema ampliamente tratado en la literatura econométrico - financiera. Consideramos en cualquier caso adecuado realizar algunas precisiones previas.

En primer lugar, dado que nuestro interés se centra en un análisis meramente descriptivo del mercado de fondos español, y de cara a aliviar la exposición, omitiremos la formalización econométrica de los diversos modelos (algo que puede encontrarse en multitud de obras, de las que propondremos una breve selección) y nos centraremos propiamente en el planteamiento de dichos modelos, señalando sus implicaciones de cara al problema que pretendemos abordar.

La segunda precisión hace referencia a la nomenclatura a utilizar. En este apartado estudiaremos una serie de medidas de la volatilidad, de entre las que seleccionaremos posteriormente algunas que resultan especialmente interesantes para nuestro análisis. Como es sabido, es habitual en estadística distinguir entre los parámetros, que se representan mediante letras griegas, y los estimadores, que vienen representados mediante letras latinas. En principio, los parámetros se obtienen a partir de la información contenida en un colectivo, y los estimadores a partir de una muestra. Aunque lo habitual es trabajar en base a muestras, es común en finanzas utilizar la nomenclatura paramétrica al hablar del binomio rentabilidad - riesgo. Por ello, y siguiendo esta convención habitual, a lo largo de la breve exposición teórica que ofrecemos a continuación utilizaremos dicha nomenclatura. Una forma de entender este pequeño contrasentido estadístico consiste en suponer que las muestras utilizadas son suficientemente grandes, con lo que la distinción comentada pierde sentido y cobra fuerza la nomenclatura paramétrica.

Finalmente, un aspecto importante de nuestro trabajo es el hecho de que trataremos de plantear modelos que expliquen el cambio de las volatilidades a lo largo del tiempo, estableciendo la distinción estadística fundamental entre volatilidades condicionales e incondicionales (asociadas al corto y largo plazo, respectivamente), tal y como comentaremos en este apartado.

2.2. Algunas medidas de riesgo[6]

• La varianza

El cálculo de las volatilidades se realizará sobre las series de rentabilidades asociadas a los fondos, utilizando un periodo determinado como base. Partiendo de los valores liquidativos de los fondos en cada uno de los momentos de tiempo -v_1, v_2, ..., v_t, ...-, la rentabilidad del periodo t se define como:

$$r_t = \frac{v_t - v_{t-1}}{v_{t-1}}$$

donde:

- r_t: es la rentabilidad del fondo en el periodo t.
- v_t: es el valor liquidativo del fondo en el periodo t[7].

El promedio de rentabilidad en el momento t, calculado a partir de la información hasta t-1, se calcula como:

$$\mu = \frac{\sum_{j=1}^{s} r_{t-j}}{s}$$

donde:

- s: es el número de periodos utilizados para el cálculo de la media[8].

[6] Aunque a lo largo de este apartado presentaremos diferentes formas de calcular la varianza, la medida del riesgo (o volatilidad) es en realidad la desviación típica. Con todo, y al obtenerse como suma de cuadrados, la varianza presenta una serie de propiedades interesantes de cara a operar con la misma.

[7] Una alternativa para el cálculo de las rentabilidades bastante utilizada en la práctica consiste en tomar logaritmos neperianos de los valores liquidativos y calcular las diferencias primeras de dicha serie, es decir, el incremento del logaritmo neperiano de los precios. Dichos incrementos coinciden aproximadamente con los incrementos relativos planteados en la expresión propuesta en el texto, sobre todo cuando el periodo base que se utiliza para calcular las rentabilidades es el día y, por tanto, los cambios relativos no son muy importantes. Como veremos después, en este trabajo utilizamos datos semanales, por lo que las diferencias entre ambas alternativas de cálculo comienzan a ser relativamente importantes, optando por trabajar con los incrementos relativos de las series de precios.

[8] Obsérvese que considerar que la muestra es suficientemente grande es equivalente a suponer que s es cercano a infinito, por lo que en este caso no tiene sentido hablar de estimador, sino de parámetro.

Llamando ε_t a la desviación de la rentabilidad respecto al promedio en un periodo concreto, la varianza en el momento t, calculada a partir de la información hasta t-1, se obtiene mediante[9]:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{j=1}^{s} (r_{t-j} - \mu)^2}{s} = \frac{\sum_{j=1}^{s} \varepsilon_{t-j}^2}{s}$$

Obsérvese que la ausencia de subíndices temporales en ambas expresiones -μ y σ^2- indica que, tanto el promedio como la varianza (cuya raíz sería el riesgo total), permanecen constantes a lo largo del tiempo.

La varianza es ya un criterio que puede servirnos para clasificar un conjunto de productos en función de su riesgo. Lógicamente, esta medida tendrá gran utilidad para aquellos inversores cuya vocación sea de largo plazo y quieran tener una idea del riesgo asociado a su inversión[10].

Sin embargo, y dando un paso más, resulta bastante habitual encontrar en las series históricas periodos en los que se producen cambios bruscos en el perfil de riesgo de los productos. Determinados acontecimientos hacen que durante algunos periodos la volatilidad se incremente extraordinariamente, volviendo a niveles más normales una vez superados los mismos. Esto nos hace pensar que, desde la perspectiva de más corto plazo de algunos inversores, lo que realmente importa es determinar el riesgo en cada uno de los momentos de tiempo, presentando desde este punto de vista ciertos problemas la medida de riesgo total planteada.

Un primer método con el que pueden abordarse los cambios en la variabilidad dentro de un mismo periodo consiste en calcular una varianza móvil obtenida a partir de q observaciones previas (q<s) en cada momento t. El cálculo se realizaría a partir de la expresión:

$$\sigma_t^2 = \frac{\sum_{j=1}^{q} (r_{t-j} - \mu)^2}{q} = \frac{\sum_{j=1}^{q} \varepsilon_{t-j}^2}{q} \qquad [1]$$

donde:

- μ: es el promedio de rentabilidad de los q periodos utilizados.

---

[9] En cuanto a la varianza es interesante señalar que suele calcularse sustituyendo μ por 0 (algo que utilizando datos diarios no tiene gran efecto), y que en ocasiones se utiliza como medida la S'^2: la única diferencia radica en que esta última viene dividida por s–1 y es el estimador insesgado, frente a la S^2, que es el estimador Máximo Verosímil. No obstante, dada la condición de que s es suficientemente grande, las diferencias entre ambos tienden a cero, y podemos suponer que lo que se obtiene de dicha operación es el propio parámetro.

[10] En el caso de los fondos, y siempre que las carteras en las que están invertidos estén suficientemente diversificadas, el riesgo diversificable puede suponerse eliminado, con lo que puede considerarse el riesgo total aproximadamente igual al sistemático o riesgo relevante.

Obsérvese que seguimos manteniendo la notación griega para la varianza, con la única matización referida al número de sumandos incorporados en la operación (en este caso q) y al subíndice t, que refleja la posibilidad de cambio en cada periodo de tiempo y permite analizar la evolución histórica de la volatilidad. Obsérvese que frente a la propuesta anterior, la varianza móvil permite recoger más rápidamente el efecto que las nuevas informaciones tienen en la medida de la volatilidad, ya que se calcula sobre un número de datos inferior ($q<s$), lo que hace que a cada dato se le asigne un peso superior en el cálculo de dicha volatilidad.

- **Varianza calculada como Media Móvil con Ponderación Exponencial (a partir de ahora método MMPE)**

Las dos formas de cálculo de la varianza propuestas en el subapartado anterior tienen un problema común, al asignar el mismo peso a cada una de las desviaciones respecto del promedio, y parece que si se está interesado en calcular la volatilidad en cada momento de tiempo es más razonable dar un mayor peso a los datos más próximos en el tiempo, es decir:

$$\sigma_t^2 = \sum_{j=1}^{q} \alpha_j (r_{t-j}-\mu)^2 = \sum_{j=1}^{q} \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 \qquad [2]$$

donde, para la secuencia temporal t-1, t-2, ... t-q, sucede que α de (t-1) > α de (t-2) > … > α de (t-q), siendo además todos los pesos α_j positivos (>0) y su suma igual a 1.

Un caso particular de lo anterior es el que permite calcular la varianza como MMPE, en el que los pesos α_j son:

$$\alpha_j = (1-\lambda)\,\lambda^{j-1} \quad \text{donde} \quad 0<\lambda<1$$

y, por tanto, dichos pesos decrecen exponencialmente a la tasa λ según la expresión:

$$\alpha_{j+1} = \lambda\, \alpha_j$$

El esquema propuesto, suponiendo que q tiende a infinito, lleva a la siguiente expresión general bastante intuitiva[11]:

$$\sigma_t^2 = \lambda\, \sigma_{t-1}^2 + (1-\lambda)\, \varepsilon_{t-1}^2 \qquad [3]$$

en la que se aprecia que la volatilidad de un periodo t depende de la volatilidad del periodo anterior (calculada, lógicamente, con la información disponible hasta t-2) y de la desviación respecto al promedio producida en t-1. Ambos elementos están multiplicados por λ y su

[11] Para comprobarlo, basta con sustituir recursivamente en [3] σ_{t-1}^2, σ_{t-2}^2, ..., y operar suponiendo que q es muy elevado (infinito), llegando a [2] con $\alpha_j = (1-\lambda)\,\lambda^{j-1}$.

complementario hasta llegar a uno, respectivamente, siendo éstos los pesos asignados a cada factor.

El parámetro λ tiene una importancia especial en la determinación de la volatilidad. Cuanto mayor sea -más cercano a uno- menor es la importancia que se le asigna a la desviación respecto del promedio del periodo anterior en el cálculo de la volatilidad, y mayor a la volatilidad del periodo anterior (y, por tanto, a los datos anteriores), y viceversa[12]. Posteriormente nos centraremos en la determinación del mismo.

• Modelo GARCH (1, 1)[13]

Bollerslev (1986) extendió el trabajo de Engle (1982), desarrollando una técnica que permite que la varianza condicional siga un proceso autorregresivo de medias móviles[14]. El modelo más sencillo es el GARCH(1, 1)[15], cuya expresión:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 \sigma^2 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \qquad [4]$$

puede verse como una extensión del modelo analizado en el subapartado anterior, ya que presenta a la varianza condicional como una función de la varianza a largo plazo -σ^2-, la desviación respecto al promedio correspondiente al periodo anterior -ε_{t-1}^2- y la varianza de dicho periodo -σ_{t-1}^2-, cada una con su ponderación, de forma que:

$$\alpha_0 + \alpha_1 + \beta_1 = 1$$

La estabilidad del modelo GARCH (1, 1)[16] requiere que se cumpla la condición[17]:

$$\alpha_1 + \beta_1 < 1$$

---

[12] Este procedimiento es el método propuesto por RiskMetrics (véase J. P. Morgan/Reuters, 1996, y Mina y Xiao, 2001) para calcular la volatilidad a partir de datos históricos.

[13] Acrónimo de *Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedastic*; puede verse Bollerslev (1986).

[14] Puede verse la obra original de Box y Jenkins (1976) de cara al desarrollo de los modelos autorregresivos de medias móviles.

[15] Omitimos los detalles matemáticos de los modelos, que pueden encontrarse en cualquier obra de carácter general, como por ejemplo Hamilton (1994).

[16] El modelo GARCH planteado se identifica mediante las cifras contenidas en el paréntesis, en este caso (1, 1). El modelo general se denomina GARCH (p, q). El subíndice q hace referencia en este contexto al número de retardos de desviación respecto al promedio incorporados en la ecuación, y p al número de retardos de varianza.

[17] Sin entrar en grandes detalles matemáticos, el modelo GARCH (1, 1) se estima en la forma:

$$\sigma_t^2 = \omega_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

donde $\omega_0=\alpha_0 \sigma^2$. Estimados los parámetros ω_0, α_1 y β_1, se puede estimar α_0 como diferencia entre $(1-\alpha_1-\beta_1)$, lo que permite estimar la varianza de largo plazo como $\sigma^2=\omega_0/\alpha_0$. La condición de estabilidad garantiza que el peso asignado a la varianza de largo plazo sea positivo.

y, lógicamente, si el primer sumando se anula, el modelo GARCH (1, 1) se reduce al analizado en el subapartado anterior. De esta manera podemos ver el modelo MMPE como un caso particular del GARCH (1, 1).

Llegados a este punto, es claro que existe la posibilidad de plantear modelos que incorporen más retardos, tanto en la parte autorregresiva como en la de medias móviles, llegando así al modelo GARCH (p, q) más general. Sin embargo, dada la utilidad del modelo más sencillo GARCH (1, 1) y que, en ocasiones, el incremento de complejidad que supone utilizar modelos más elaborados[18] no se ve compensado por la mejora de los resultados obtenidos, nos decidimos por el modelo comentado. Por otra parte, la utilización del modelo GARCH (1, 1) permite tener una medida de riesgo estándar para una gran variedad de productos.

2.3. Procedimiento de estimación[19]

En el subapartado anterior se presentaban diferentes alternativas de cara a la medición del riesgo. El procedimiento de estimación del parámetro λ del modelo MMPE descrito por RiskMetrics es el de la minimización de la raíz cuadrada del error cuadrático medio[20]. Por otra parte, suele utilizarse el método de máxima verosimilitud de cara a estimar los parámetros del modelo GARCH (1, 1). Lógicamente, al ser el modelo MMPE un caso particular del GARCH (1, 1) (tal y como hemos podido ver anteriormente), ambos pueden estimarse por el método de máxima verosimilitud, que es el que utilizaremos en este trabajo.

No obstante, la alternativa que se aborda en el estudio consiste en estimar el modelo GARCH por el método *Variance Targeting* propuesto por Engle y Mezrich (1996), que consiste en dar un valor a la varianza a largo plazo -σ^2- igual a la varianza muestral, lo que hace que el GARCH (1, 1) se transforme en un modelo que depende únicamente de dos parámetros[21], y la ecuación resultante:

$$\sigma_t^2 = \sigma^2(1 - \alpha_1 - \beta_1) + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \qquad [5]$$

se estima mediante el método de máxima verosimilitud.

Los dos procedimientos comentados en los párrafos anteriores, MMPE y *Variance Targeting*, se estiman utilizando la macro Solver de la hoja de cálculo Excel[22].

[18] Pueden verse en la literatura financiera otras aplicaciones interesantes de cara a modelizar impactos asimétricos mediante los modelos EGARCH o TARCH, por ejemplo.

[19] Puede verse una descripción detallada en Hull (2000).

[20] Puede verse en J. P. Morgan / Reuters (1996) o en Mina y Xiao (2001).

[21] Ya que el término independiente del modelo GARCH (1, 1) debe ser igual a $\sigma^2(1 - \alpha_1 - \beta_1)$.

[22] Tenemos así un procedimiento que está al alcance de muchos usuarios.

2.4. "Promedio de riesgo" y "factor de cambio del riesgo"

El procedimiento de estimación descrito en 2.3 permite el cálculo de las series temporales de la varianza para cada fondo[23], cuya raíz cuadrada constituye la estimación del riesgo en cada uno de los periodos de tiempo t considerados.

Una vez calculadas las series y de cara a abordar los objetivos propuestos en el apartado 1, resumiremos la información contenida en las mismas en dos parámetros: el "promedio de riesgo" y lo que llamaremos el "factor de cambio del riesgo". El promedio de riesgo no es otra cosa que la media de la volatilidad, medida como desviación típica en el periodo considerado y calculada para cada fondo.

El factor de cambio del riesgo es una medida de la dispersión de la serie obtenida a partir de:

$$\text{Factor de cambio del riesgo} = \frac{\sigma_{Máx} - \sigma_{Mín}}{\overline{\sigma}} \quad [6]$$

donde:

- $\sigma_{Máx}$ es el valor máximo de la serie de desviación típica.
- $\sigma_{Mín}$ es el valor mínimo de la serie de desviación típica.
- $\overline{\sigma}$ es la media de la serie de desviación típica.

Lógicamente el "factor de cambio del riego" es una medida muy sensible a valores extremos de la serie de volatilidades, al estar basada en el "recorrido" o "rango" de los datos (diferencia entre el valor máximo y mínimo). Por otra parte, al tipificar el recorrido se consigue una medida comparable para diferentes productos, de forma que puedan obtenerse conclusiones sobre la estabilidad relativa del riesgo.

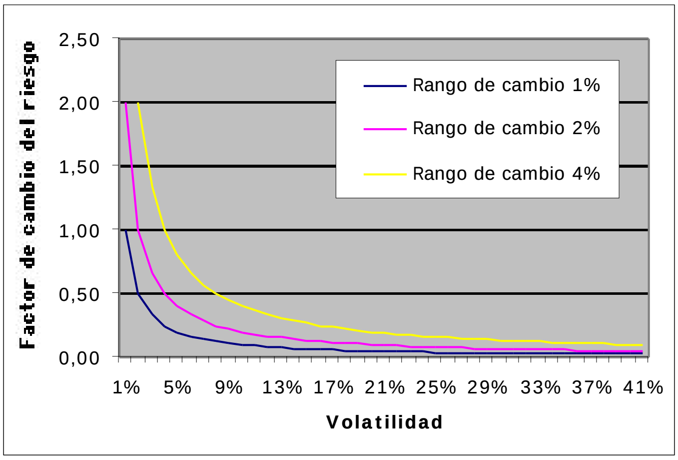
La Figura 4 muestra la función teórica del factor de cambio del riesgo. Obsérvese que éste es más grande cuanto mayor es el rango de los datos, y disminuye a medida que aumenta la volatilidad media.

Aunque sería factible utilizar otras medidas de dispersión (alternativas a la propuesta en [6]), el interés de la que proponemos radica en que puede ayudar a detectar con mayor facilidad aquellos productos en los que la medida de riesgo es menos estable.

---

[23] En realidad tendríamos tres series de varianza para cada fondo, una por cada uno de los métodos discutidos en el punto 2.2: ventana móvil de varianzas, MMPE y la estimación por *Variance Targeting* del modelo GARCH (1, 1).

Figura 4: Función teórica del factor de cambio del riesgo para diferentes rangos de cambio de la volatilidad



Fuente: Elaboración propia

A partir de la combinación de ambas medidas descriptivas del riesgo, promedio y estabilidad, agruparemos aquellos fondos de inversión cuyo perfil de riesgo tenga mayores similitudes, estudiando, posteriormente, las causas que determinan dicha similitud: tipología de activos en los que invierte, estrategias implementadas, gestión activa vs gestión pasiva, etc.

3. Análisis Empírico

3.1. Base de datos

La realización del estudio requiere disponer de las series temporales de valores liquidativos de una muestra representativa de los fondos de inversión comercializados en España. El primer problema consiste en tomar una decisión con respecto a la frecuencia con la que se tomarán los datos, cabiendo diversas alternativas: datos diarios, semanales, etc.

En este sentido, es preciso tener en cuenta que la Ley establece la obligación de publicación diaria de los valores liquidativos de los fondos de inversión, aunque se permite un plazo de hasta siete días consecutivos (quince alternos en un mismo mes), cuando el precio no puede ser publicado bajo ciertas circunstancias[24]. Esta falta de obligación estricta de publicación de

[24] Puede verse a este respecto INVERCO (2001).

valores liquidativos diarios provoca que las series históricas diarias tengan bastantes huecos, por lo que optamos por trabajar con series semanales.

La segunda cuestión hace referencia al horizonte temporal que cubrirán los datos, siendo especialmente interesante que sea suficientemente amplio. El problema es que, tal como comentábamos en el apartado 1.1, el mercado español de fondos de inversión es relativamente joven, por lo que disponer de un número de fondos razonablemente amplio obliga a fijar el punto de partida muestral en la segunda mitad de los noventa. Por otro lado, resulta también interesante de cara al análisis que los datos analizados cubran un ciclo bursátil completo, lo que nos lleva de nuevo al segundo lustro de los años noventa.

Otro elemento que cabe destacar es el hecho de que, debido al escaso volumen de fondos existentes en algunas de las categorías definidas por la CNMV (véase Tabla 1), hemos considerado conveniente realizar algunas agrupaciones: así, en el apartado FIAMM se han incorporado tanto los de la categoría EURO como los INTERNACIONALES; y lo mismo ocurre en el apartado de RENTA VARIABLE MIXTA, que incluye la INTERNACIONAL. También hemos considerado oportuno incorporar la antigua categoría de los fondos GARANTIZADOS INTERNACIONALES y eliminar los fondos GLOBALES, por ser muy escasos. Todo ello hace que el número de categorías de fondos consideradas sea trece.

Partiendo de todo lo anterior, la muestra a partir de la que se realiza el estudio incluye los datos semanales correspondientes a 1.420 fondos en el periodo comprendido entre diciembre de 1997 y junio de 2001. Ello supone cubrir al menos el 50% del total de los fondos incluidos en cada una de las categorías definidas por la CNMV (con las matizaciones que comentábamos en el párrafo anterior).

Las fuentes utilizadas en la confección de la base de datos son las siguientes:

- Bloomberg Professional (Bloomberg L. P.).
- Infobolsa (Bolsa de Madrid).
- Euro Performance (Grupo Fininfo).
- Grupo Fineco - Fondos Inversión (Base de datos interna).

3.2. Cálculo de las varianzas en cada uno de los momentos de tiempo t

El primer paso consiste en obtener las series de varianza para cada fondo. Esto lo haremos mediante tres de las metodologías descritas en el apartado 2, utilizando el método de máxima verosimilitud y con la ayuda de la macro Solver de la hoja de cálculo Excel en los dos últimos casos. Concretamente, y para cada fondo, se obtienen las series de varianza siguientes:

- Ventana móvil de volatilidades basadas en 52 semanas.

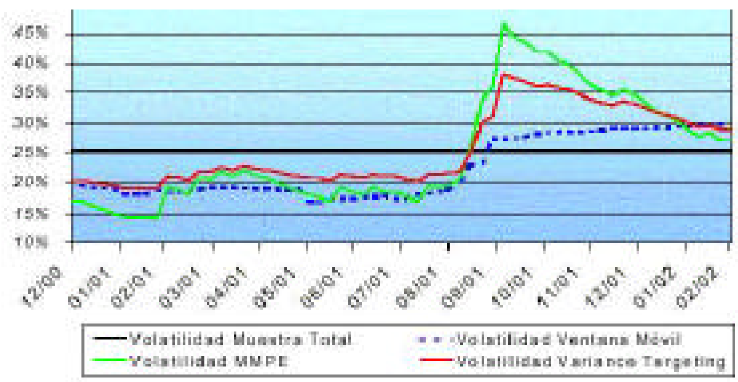
- Método MMPE.

- *Variance Targeting* de la volatilidad, como versión restringida del modelo GARCH (1,1).

A la vista de los resultados obtenidos se puede apreciar, en primer lugar, algo que ya se ha sugerido en el apartado 2 al comparar la varianza con la ventana móvil: como en la fórmula [1] todos los datos tienen idéntico peso, la series obtenidas reaccionan con demasiada lentitud ante cambios de riesgo, por lo que decidimos prescindir de las mismas.

Una idea de lo que puede suponer este problema puede verse en la Figura 5, en la que se representan las series de volatilidades para el DJ Eurostoxx-50 entre diciembre de 2000 y febrero de 2002. Obsérvese que la serie de volatilidad calculada por el método ventana móvil alcanza máximos cuando la crisis de los mercados provocada por el atentado de las Torres Gemelas ya había pasado, mientras que en las series calculadas por los otros dos métodos, MMPE y *Variance Targeting*, este elemento se recoge de una manera mucho más precisa.

Figura 5: Comparación de volatilidades calculadas por los tres métodos



Fuente: Elaboración propia

En cuanto a las series de volatilidad calculadas a partir de los métodos MMPE y *Variance Targeting*, hay que recordar que el primero es una versión restringida del segundo, por lo que cabría suponer que el último es un modelo superior. Sin embargo, comparando los resultados de las series de varianza para cada fondo se observa que estas son similares. De hecho, el valor máximo de la verosimilitud[25] al que se llega es bastante parecido en ambos modelos, tal y como puede verse en la Tabla 2.

[25] En realidad lo que se maximiza es el logaritmo de la función de verosimilitud, lo que se denomina función soporte. La idea consiste en calcular los estimadores de los parámetros que maximizan la probabilidad de haber obtenido una muestra concreta.

Tabla 2: Comparación MMPE - *Variance Targeting*

	MMPE	***Variance Targeting***
Suma total MAX Verosimilitud	1.405.065,19	1.426.650,30
Media verosimilitud por cada producto	990,88	1.320,97
Nº Fondos con solución óptima	1418	1080
Nº procesos de optimización fallida con Solver	2	340

Fuente: Elaboración propia

Pero el optimizador Solver tiene problemas cuando trata de alcanzar soluciones sobre dos parámetros a la vez. El porcentaje de soluciones fallidas parece demasiado alto como para optar por el modelo de *Variance Targeting* (véase nuevamente la Tabla 2). Por ello, y dado que en los fondos en los que se alcanza solución las diferencias no son importantes, se decidió utilizar únicamente las series de varianza obtenidas por el método MMPE, lo que permitirá disponer de un mayor número de fondos de cara al análisis posterior.

3.3. Promedios de riesgo y factores de cambio del riesgo

Una vez calculadas las series de varianza de cada uno de los fondos, se procede al cálculo del promedio de volatilidad de cada uno de ellos (medido como media aritmética de la desviación típica) y el factor de cambio del riesgo (utilizando la expresión [6])[26].

En la Tabla 3 presentamos los perfiles de riesgo de los 1418 fondos[27] agrupados por categorías y utilizando distintas medidas obtenidas por el método MMPE[28]. Se puede apreciar con claridad cómo el promedio de riesgo aumenta a medida que las categorías incorporan una mayor exposición a la renta variable.

También se puede observar cómo las categorías MIXTAS y GARANTIZADAS muestran valores más altos en el factor de cambio del riesgo que las de RENTA VARIABLE pura. Ello puede ser debido a la mayor posibilidad de gestión activa que estos productos ofrecen a los gestores, así como a la propia naturaleza de los activos que implementan la estrategia del fondo, aspectos que serán tratados más adelante.

Por otra parte, en la Tabla 4 se comparan los valores estimados del factor de decaimiento λ del modelo MMPE con los valores obtenidos en RiskMetrics[29], apreciándose una consistente reducción de los valores de dicho factor λ en las diferentes categorías. Este efecto puede ser atribuible a los constantes *shocks* sufridos por el perfil de riesgo de los mercados desde 1996

---

26 Ambas medidas anualizadas, suponiendo 52 semanas al año.

27 Eliminados los dos fondos originalmente considerados para los que la optimización con Solver resultaba fallida; véase la Tabla 2.

28 Lo que se presenta en dicha Tabla 3, para cada uno de los conceptos considerados, es el promedio obtenido para el conjunto los fondos clasificados en cada categoría.

29 Puede verse en J. P. Morgan / Reuters (1996).

hasta la actualidad, lo que obliga a una mayor velocidad de reacción del modelo de suavizado exponencial (menor λ).

Tabla 3: Perfil de riesgo (modelo MMPE de volatilidad)

	Última volatilidad	Media	Mínima	Máxima	Factor de decaimiento (λ)	Factor de Cambio del Riesgo
FIAMM	0,23%	0,23%	0,12%	0,49%	0,86	1,68
RENTA FIJA CORTO PLAZO EURO	0,73%	0,73%	0,42%	1,42%	0,89	1,46
GARANTIZADO RENTA FIJA	1,19%	1,49%	0,72%	2,84%	0,90	1,59
RENTA FIJA LARGO PLAZO EURO	1,65%	1,89%	1,06%	3,15%	0,91	1,16
RENTA FIJA INTERNACIONAL	0,68%	2,19%	0,43%	6,47%	0,84	2,76
RENTA FIJA MIXTA EURO	4,84%	4,59%	2,86%	7,56%	0,92	1,16
RENTA FIJA MIXTA INTERNACIONAL	6,83%	5,96%	3,24%	10,74%	0,90	1,33
GARANTIZADO INTERNACIONAL	4,18%	6,05%	2,69%	11,57%	0,90	1,75
GARANTIZADO RENTA VARIABLE	4,45%	7,19%	2,75%	16,57%	0,89	2,03
RENTA VARIABLE MIXTA	11,53%	10,96%	7,28%	17,46%	0,92	1,01
RENTA VARIABLE EURO	18,19%	17,97%	12,78%	26,84%	0,94	0,80
RENTA VARIABLE ESPAÑA	19,68%	18,77%	13,22%	28,90%	0,93	0,86
RENTA VARIABLE INTERNACIONAL	21,40%	20,44%	15,20%	26,43%	0,95	0,66
TOTAL	7,35%	7,57%	4,83%	12,34%	0,90	1,40

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4: Comparación de los valores de λ

	Renta Fija Corto Plazo	Renta Fija Largo Plazo	Renta Variable
RiskMetrics	0,945	0,935	0,98
Nuestras estimaciones	0,89	0,91	0,94

Fuente: Elaboración propia

Para completar el análisis anterior presentamos en la Tabla 5 otra información complementaria que trata de describir el comportamiento de cada categoría en escenarios particularmentedesfavorables[30]. Así, para cada categoría de fondos se ofrece la rentabilidad semanal media (anualizada); la volatilidad media muestral (anualizada; es la desviación ordinaria asociada a los fondos de la categoría); la pérdida media semanal (considerando sólo las semanas con rentabilidades negativas) y la máxima pérdida semanal; el *Value at Risk* semanal al 95%; el

30 Nuevamente, y al igual que en la Tabla 3, se ofrece para cada concepto el promedio de los valores obtenidos para el conjunto de los fondos incluidos en cada categoría.

tanto por ciento empírico de las semanas que presentan rentabilidades inferiores al VaR95 semanal; y la pérdida media semanal considerando los datos a la izquierda del VaR95 semanal.

Tabla 5: Perfil de riesgo (análisis de pérdidas)

	Rentabilidad semanal media anualizada	Volatilidad media muestral anualizada	Pérdida media semanal	Máxima pérdida semanal	VaR95 semanal	% empírico fuera del VaR95	Pérdida media en la cola
FIAMM	2,71%	0,24%	-0,04%	-0,07%	0,00%	3,48%	-0,03%
RENTA FIJA CORTO PLAZO EURO	2,79%	0,79%	-0,13%	-0,37%	-0,13%	4,13%	-0,25%
GARANTIZADO RENTA FIJA	3,38%	1,64%	-0,20%	-0,84%	-0,31%	4,83%	-0,52%
RENTA FIJA LARGO PLAZO EURO	3,15%	1,91%	-0,23%	-0,99%	-0,38%	5,57%	-0,63%
RENTA FIJA INTERNACIONAL	4,48%	2,79%	-0,52%	-1,75%	-0,55%	4,95%	-0,99%
RENTA FIJA MIXTA EURO	3,06%	4,85%	-0,55%	-2,38%	-1,05%	5,33%	-1,52%
RENTA FIJA MIXTA INTERNACIONAL	2,97%	6,40%	-0,73%	-3,56%	-1,40%	5,36%	-2,19%
GARANTIZADO INTERNACIONAL	4,32%	7,06%	-0,75%	-3,80%	-1,53%	4,88%	-2,36%
GARANTIZADO RENTA VARIABLE	5,82%	9,61%	-0,97%	-5,84%	-2,08%	4,77%	-3,37%
RENTA VARIABLE MIXTA	3,66%	11,79%	-1,33%	-5,79%	-2,61%	5,60%	-3,77%
RENTA VARIABLE EURO	7,42%	19,17%	-2,12%	-9,03%	-4,21%	5,44%	-5,90%
RENTA VARIABLE ESPAÑA	5,11%	20,58%	-2,24%	-9,84%	-4,57%	5,23%	-6,60%
RENTA VARIABLE INTERNACIONAL	6,10%	20,78%	-2,38%	-9,67%	-4,60%	5,43%	-6,39%
TOTAL	4,23%	8,28%	-0,94%	-4,15%	-1,80%	5,00%	-2,66%

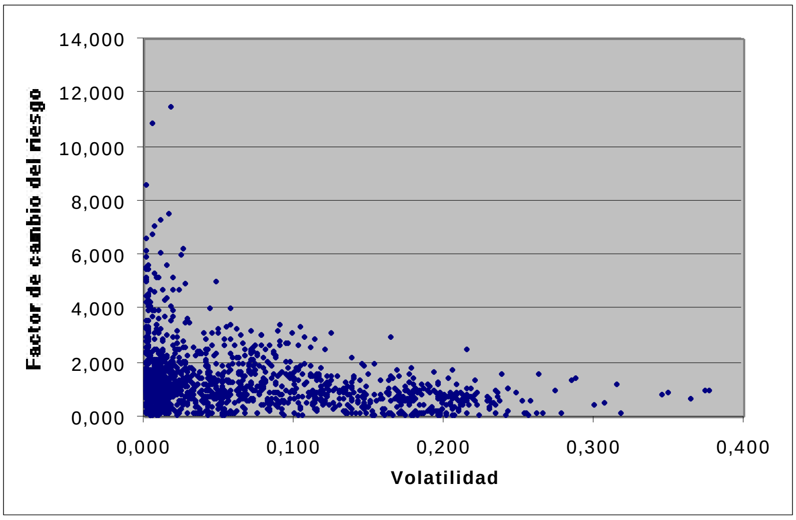
Fuente: Elaboración propia

Incluso teniendo en cuenta que los datos que aparecen en las Tablas 3 y 5 son información agregada referida al conjunto de los fondos que integran una determinada categoría, sí resulta interesante señalar, por ejemplo, que la categoría GARANTIZADO RENTA VARIABLE, una de las que mayor factor de cambio del riesgo tiene, lleva asociada, en el periodo considerado, una máxima pérdida semanal superior a RENTA VARIABLE MIXTA, categoría esta última que tiene mayor riesgo. Esta comparación, aunque no tenga valor estadístico, nos pone sobre la pista de la importancia que tiene el factor de cambio del riesgo, cuyas posibles causas ya hemos apuntado anteriormente y sobre las que volveremos después.

3.4. Clasificación de los fondos en base al perfil de riesgo[31]

Tomaremos como medidas descriptivas del perfil de riesgo de los diferentes fondos el promedio de volatilidades anualizadas calculadas por el método MMPE y el factor de cambio del riesgo definido en [6]. Partiendo de lo anterior, puede representarse el comportamiento de los 1.418 fondos finalmente considerados en un mapa "factor de cambio del riesgo - volatilidad", tal como presentamos en la Figura 6, en la que cada punto representa un fondo.

Figura 6: Mapa "factor de cambio del riesgo" - "volatilidad"



Fuente: Elaboración propia

La forma del mapa indica que los fondos de menor riesgo tienen mayor variabilidad en la variable factor de cambio del riesgo (y viceversa); lo cual es razonable, ya que la medida adimensional propuesta en [6] expresa el cociente entre el recorrido de la desviación típica y la media de esta última. Lógicamente un mismo recorrido da lugar a valores diferentes según el riesgo medio del fondo en cuestión. Así, en los fondos con poco riesgo, como por ejemplo los FIAMM, el factor de cambio del riesgo puede ser importante, frente a los fondos con mucho riesgo, como los de RENTA VARIABLE.

[31] En lo que sigue se utilizan diversas técnicas de análisis multivariante (Análisis Cluster, Análisis de Correspondencias Simples, cálculo de distancias de Mahalanobis) cuyos fundamentos teóricos pueden encontrarse en cualquier manual en el que se traten técnicas multivariantes, como por ejemplo Jobson (1992).

A partir de los datos representados en la Figura 6, procedemos a la obtención de grupos homogéneos de fondos mediante la aplicación del Análisis Cluster. Optamos por el método de Ward en versión jerárquica, es decir, sin decidir a priori el número de grupos de fondos que consideraremos finalmente.

A la vista del dendrograma obtenido, optamos por analizar los resultados si conservamos 13, 10, 7 y 5 grupos de fondos. El criterio que utilizamos para ello consistió en analizar el punto a partir del cual el incremento de variabilidad interna por el hecho de unir grupos empezaba a ser exponencial. Así, a partir de 14 ó 13 grupos dicho incremento comenzaba a ser importante. No obstante, nos pareció conveniente llegar hasta la solución de realizar 5 grupos, debido a que en las soluciones de 13 y de 10 había algún cluster que agrupaba a pocos fondos, y al hecho de que los resultados del análisis posterior no variaban al considerar las diferentes soluciones.

El siguiente paso consiste en estudiar si existe relación entre la clasificación a la que llegamos mediante la técnica Cluster (con cinco grupos) y la propuesta por la CNMV[32]. Para ello, calculamos la tabla de contingencia que se obtiene al cruzar ambas variables, y que se presenta en la Tabla 6.

Tabla 6: Tabla de contingencia

	Grupos de fondos (Análisis Cluster)					
Tipo de Fondo (CNMV con correcciones)	Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3	Cluster 4	Cluster 5	Total
FIAMM EURO	0	0	48	12	116	176
GARANTIZADO INTERNACIONAL	3	27	15	2	4	51
GARANTIZADO RENTA FIJA	0	8	50	9	101	168
GARANTIZADO RENTA VARIABLE	9	45	49	3	3	109
RENTA FIJA CORTO PLAZO	0	0	42	8	107	157
RENTA FIJA INTERNACIONAL	0	25	9	3	5	42
RENTA FIJA LARGO PLAZO	0	5	18	1	96	120
RENTA FIJA MIXTA	2	65	39	0	50	156
RENTA FIJA MIXTA INTERNACIONAL	0	17	2	1	5	25
RENTA VARIABLE EURO	56	3	0	0	0	59
RENTA VARIABLE INTERNACIONAL	87	9	3	0	0	99
RENTA VARIABLE MIXTA	54	102	12	1	2	171
RENTA VARIABLE NACIONAL	82	3	0	0	0	85
Total	293	309	287	40	489	1418

Fuente: Elaboración propia

[32] Véase la Tabla 1, teniendo en cuenta las modificaciones comentadas en el apartado 3.1.

Al realizar la prueba de la chi-cuadrado de cara a comprobar la independencia entre ambos atributos se obtiene un valor experimental de 1.723,329, con lo que se podría afirmar que hay relación entre ambos con una probabilidad de error casi nula[33]. De hecho, la simple observación de las frecuencias absolutas de la Tabla 6 pone de manifiesto dicha relación. Así, si nos fijamos, por ejemplo, en las filas, puede observarse cómo se produce una acumulación de frecuencias en determinadas casillas, quedando el resto de celdillas con escasas observaciones: de esta manera, la mayoría de los fondos de RENTA VARIABLE se encuentran clasificados en el cluster 1, etc.

Una explicación más clara del sentido de la relación puede hallarse mediante la aplicación de la técnica de Análisis de Correspondencias Simple a los datos contenidos en la Tabla 6. La Figura 7 muestra la proyección de las filas y las columnas en el espacio definido por los dos primeros factores, que explican aproximadamente el 95% de la inercia total. Fijándonos exclusivamente en las filas de la Tabla 6 (es decir, en los diferentes tipos de fondos) podemos ver con claridad que hay básicamente tres grupos:

- Los FIAMM, RENTA FIJA A LARGO PLAZO, RENTA FIJA A CORTO PLAZO y GARANTIZADOS DE RENTA FIJA.
- Los fondos de RENTA VARIABLE NACIONAL, RENTA VARIABLE EURO y RENTA VARIABLE INTERNACIONAL.
- El grupo que recoge el resto de fondos, constituido por los MIXTOS, GARANTIZADOS e INTERNACIONALES.

Los perfiles o frecuencias condicionales de los fondos incluidos en cada uno de estos tres grupos son parecidos, lo que implica que se reparten en proporciones parecidas en cada una de las modalidades del atributo columna, constituido por los cinco cluster[34].

En cuanto a las columnas, se aprecia básicamente que sus perfiles (frecuencias condicionales de las columnas) son bastante diferentes, exceptuando quizá los cluster 3 y 4, que se encuentran entre el 2 y el 5.

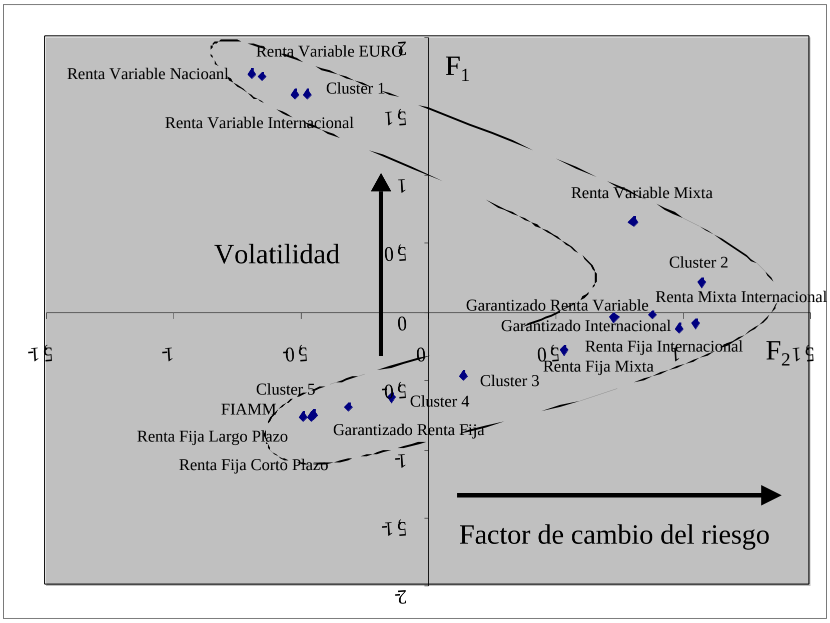
La proximidad fila - columna, aunque no tiene sentido interpretar distancias, implica frecuencias anormalmente elevadas en la intersección de ambas. Así, la frecuencia, tanto absoluta como relativa, de todos los tipos de fondos de RENTA VARIABLE en el cluster 1 es elevada, tal y como puede comprobarse en la Tabla 6.

---

[33] La realización de la prueba de hipótesis presupone que la muestra es aleatoria. Con todo, también podría suponerse que se está trabajando con un colectivo, en cuyo caso no sería preciso realizar dicha prueba de hipótesis, bastando con comprobar que el valor de la chi-cuadrado experimental es distinto de cero (lo que implica que no se produce la igualdad entre frecuencias condicionales y marginales necesaria para que las variables sean independientes).

[34] Otra manera de expresar lo mismo sería decir que las distancias entre los fondos incluidos en cada uno de los tres grupos es pequeña. Lógicamente esto implica que los fondos de RENTA VARIABLE y los FIAMM, por ejemplo, se encuentran a gran distancia o que sus perfiles son muy diferentes.

Figura 7: Representación Análisis de Correspondencias



Fuente: Elaboración propia

A la vista de la Figura 7, F_1 sería el factor riesgo, siendo los fondos de RENTA VARIABLE los que aparecen como más arriesgados, los FIAMM y los fondos de RENTA FIJA los menos arriesgados, y situándose entre ambos los GARANTIZADOS y los MIXTOS.

El segundo factor F_2 podría interpretarse como el factor de cambio del riesgo, apareciendo posicionados a la derecha del mismo aquellos fondos y clusters que tienen como característica principal el tener mucho factor de cambio del riesgo, y viceversa. Así, los fondos con mayor factor de cambio del riesgo son los GARANTIZADOS y los MIXTOS. En realidad, los fondos que se agrupan en la zona positiva del F_2, y que acumulan altos valores en el factor de cambio del riesgo, poseen además una serie de características financieras comunes que apoyan los resultados estadísticos[35] y que apuntamos a continuación:

- Muchos de estos fondos implementan sus estrategias a través de productos financieros de perfiles de riesgo muy cambiante (opciones, futuros ...), que provocan importantes cambios en la sensibilidad y exposición de dichos fondos a las oscilaciones del mercado. Son productos que pueden provocar movimientos inesperados y no correlacionados con el mercado en determinadas circunstancias.

[35] El lector puede comprobar que los resultados de la Figura 7 discrepan en algún sentido de los más inmediatos obtenidos en la Tabla 3, lo que se debe, a nuestro juicio, al enriquecimiento del estudio que se produce al utilizar el análisis multivariante.

Las categorías de productos GARANTIZADOS son un buen ejemplo de lo apuntado: no pueden caer más a partir de determinadas valoraciones y, por el contrario, no alcanzan las mismas cotas de rentabilidad en periodos alcistas. Sólo en los momentos en que la estructura se encuentra en el rango de mercado al que está más expuesta mantiene altas correlaciones con sus índices de referencia ("*in the money*"). Son productos que requieren de un esfuerzo de información por parte de las entidades que lo comercializan para con sus inversores y evitar así desagradables sorpresas.

- En el caso de los productos GARANTIZADOS, hay que tener en cuenta además que al ser sus estructuras "cerradas" (no pueden ser modificadas durante la vida de la estructura), estas categorías quedan expuestas en ocasiones a los momentos más extremos y de mayores nervios de mercado (a menudo, picos importantes de volatilidad), sin que sus gestores puedan "cubrir" las posiciones abiertas.

- Los productos MIXTOS tienden a tener perfiles más cambiantes de riesgo por las posibilidades que las políticas de inversión ofrecen a sus gestores a la hora de reducir o ampliar su exposición a la renta variable en determinadas circunstancias, en función de su visión de mercado. De esta manera, un mismo fondo mixto puede, como regla general, cambiar la proporción invertida en renta variable dentro de unos límites amplios. Las diferencias en volatilidad, sobre todo en momentos extremos de mercado, serán, por tanto, apreciables.

- Hay que tener en cuenta además que los productos MIXTOS son los más proclives a poder estructurar sus estrategias a través de los productos derivados (futuros y opciones) cuyo perfil de riesgo variable antes describíamos. Este hecho contribuye aún más a su perfil de riesgo cambiante.

- Finalmente, hay categorías que por su heterogeneidad (las INTERNACIONALES y, sobre todo, la GLOBAL que no incluíamos en el análisis por la escasez de fondos disponibles en la base) tienden a recoger fuentes de riesgo muy dispares dentro de sus carteras, y por tanto, el riesgo del producto en sí puede cambiar de forma importante al cambiar esas fuentes de riesgo.

Todos estos factores y algunos más específicos y puntuales, como los cambios de la política de gestión de un fondo (reclasificaciones...), son a nuestro entender responsables de los resultados estadísticos obtenidos y nos ofrecen una comprensión más adecuada de los perfiles de riesgo de las categorías de inversión definidas por la CNMV.

3.5. Detección de "*outliers*"

La conclusión del análisis realizado en el apartado anterior es clara. A partir de dos variables, volatilidad media y factor de cambio del riesgo, hemos definido una nueva clasificación de fondos (en 13, 10, 7 y 5 grupos, aunque los resultados no difieren de los presentados para 5) que está muy relacionada con la propuesta por la CNMV.

Además, hemos descrito las características del perfil de riesgo de cada categoría CNMV, indagando las posibles razones financieras que se encuentran detrás de los rasgos distintivos de dichas categorías. Con ello reafirmamos la idea de que la clasificación de la CNMV tiene que ver con el riesgo y dispone, por tanto, de una evidente utilidad para el inversor particular a la hora de seleccionar fondos en base a su perfil.

Sin embargo, no podemos obviar la importante complejidad y amplitud de las estrategias implementadas por los fondos de inversión. Por ello, es necesario reconocer la existencia de productos que “no encajan” en las categorías en las que quedan encuadrados. En muchas ocasiones la razón para ello será seguramente que ni siquiera existe una categoría adecuada para ellos. El fenómeno de constante incremento del número de categorías en los últimos años y su especialización es una prueba clara de la existencia de este problema.

Por todo ello, reconocemos la necesidad de identificar los “intrusos” que hay en cada categoría como una limpieza necesaria dentro de todo proceso de clasificación. Con este fin, nuestra aproximación al problema de depuración de las categorías ha sido detectar los fondos que muestran unos niveles de volatilidad o del factor de cambio del riesgo significativamente diferentes a los de su categoría.

Concretamente, fijándonos sólo en la variable factor de cambio del riesgo, y en base a las distancias de Mahalanobis respecto al centro de gravedad de cada grupo, hemos conseguido separar del total de fondos, 1.418, un grupo de 51, cuya característica especial consiste en tener un factor de cambio del riesgo elevado respecto a los del grupo al que pertenecen. Puede verse el reparto de este número de fondos en las diferentes categorías en la Tabla 7.

Tabla 7: Número de fondos con alto factor de cambio del riesgo detectados

Tipo de fondo	Número
FIAMM EURO	8
GARANTIZADO INTERNACIONAL	2
GARANTIZADO RENTA FIJA	9
GARANTIZADO RENTA VARIABLE	3
RENTA FIJA CORTO PLAZO	7
RENTA FIJA INTERNACIONAL	1
RENTA FIJA LARGO PLAZO	1
RENTA FIJA MIXTA	8
RENTA FIJA MIXTA INTERNACIONAL	1
RENTA VARIABLE EURO	1
RENTA VARIABLE INTERNACIONAL	6
RENTA VARIABLE MIXTA	1
RENTA VARIABLE NACIONAL	3
Total	51

Fuente: Elaboración propia

Como hemos señalado, la decisión de inversión en cada uno de estos fondos o la comparación de su *performance* con el resto de productos de sus correspondientes categorías, debe venir precedida de un análisis detallado de los mismos.

4. Conclusiones

Las conclusiones del trabajo podrían resumirse en los siguientes términos. En primer lugar, tenemos que decir que la clasificación de los fondos de inversión propuesta por la CNMV resulta ser de utilidad para el inversor, dado que presenta una relación clara con el riesgo asumido. Con todo, puede constatarse que la simple consideración del riesgo o volatilidad de los diferentes productos no resulta suficiente en muchos casos, en la medida en que los perfiles de riesgo de algunos productos no son estables. En concreto, los fondos clasificados en las categorías de GARANTIZADOS, los fondos MIXTOS y los que aparecen en el grupo de los INTERNACIONALES presentan problemas claros en lo que se refiere a la estabilidad de sus medidas de volatilidad. Ello se debe a que este tipo de fondos incorporan en mayor o menor medida alguna de las siguientes características: invierten en productos cuyo perfil de riesgo es especialmente cambiante a lo largo de su vida (derivados, etc.); llevan a cabo una gestión muy activa de sus niveles de inversión (fondos mixtos); o están expuestos a fuentes de riesgos derivadas de mercados muy diferentes (internacionales).

Lo anterior nos llevaría, por un lado, a defender la utilización de medidas de la volatilidad que respondan más rápidamente a los acontecimientos que pueden suponer variaciones importantes en el riesgo del mercado (como la varianza calculada como media móvil con ponderación exponencial -MMPE-, utilizada en el trabajo, de manera coherente a lo propuesto por RiskMetrics); y por otro, a proponer una medida adicional a la volatilidad tradicional, y que permita definir mejor el perfil de riesgo de los productos: el factor de cambio del riesgo, que proporciona información sobre el grado de variabilidad del riesgo de un mismo producto en el tiempo.

La consideración de las dos variables descritas (promedio del riesgo y factor de cambio del riesgo) tiene unas implicaciones prácticas claras, en la medida en que permite mejorar aspectos de gestión, de análisis y de la relación gestor - inversor. Así, la consideración del factor de cambio del riesgo permitirá evitar errores que podrían cometerse en procesos de optimización apoyados en la Teoría de cartera de Markowitz cuando algunos de los productos considerados no presenten medidas del riesgo estables en el tiempo; por otro lado, y sobre todo en aquellas categorías más afectadas por el cambio del riesgo, habrá que tener especial cuidado a la hora de definir las medidas de *performance* a utilizar, así como los *benchmarks* que van a tomarse; y en la relación gestor - cliente, la consideración de este problema puede ayudar a definir mejor los compromisos, en la medida en que plantea la posibilidad de definir no sólo la desviación del *tracking error*[36], sino la variabilidad de ésta (lo que puede mejorar la información y evitar

36 Al *tracking error* se le puede llamar en castellano “riesgo activo”, en denominación propuesta por Prosper Lamothe.

desagradables sorpresas en determinadas ocasiones); finalmente, y relacionado tanto con el análisis de la *performance* como con la relación gestor - cliente, la consideración del factor de cambio del riesgo puede ayudar a detectar mejor posibles "intrusos" en una categoría, lo que permitirá en ocasiones al gestor explicar mejor el porqué de aparentes contradicciones en la *performance* de determinados productos.

Bibliografía

ARRIOLA, E. y J. A. MADARIAGA (1998): "Retos de los Fondos de Inversión ante el Euro", *Boletín de Estudios Económicos*, Vol. LIII, nº 165, Diciembre, págs. 499-528.

BOLLERSLEV, T. (1986): "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, 31, págs. 307-327.

BOX, G. and G. JENKINS (1976): *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holden Day, San Francisco, California.

CNMV (2002): Nota sobre nuevos criterios de clasificación de fondos (Registro de Salida nº 2002002876, de 16/01).

ENGLE, R. (1982): "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica*, 50, July, págs. 987-1008.

ENGLE, R. and J. MEZRICH (1996): "GARCH for Groups", *Risk*, August, págs. 36-40.

HAMILTON, J. D. (1994): *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

HULL, J. C. (2000): *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall, New Jersey, 4th ed.

INVERCO (2001): Texto refundido. Reglamento por el por el que se desarrolla la ley 46/1984, de 26 de diciembre, reguladora de las instituciones de inversión colectiva, Junio.

JOBSON, J. D. (1992): *Applied Multivariate Data Analysis, Volume II: Categorical and Multivariate Methods*, Springer-Verlag, New York.

J. P. MORGAN / REUTERS (1996): *RiskMetrics - Technical Document*, Fourth Edition, New York. Consultado en www.riskmetrics.com.

MADARIAGA, J. A. y E. SÁEZ (1998): "Las Consecuencias del Euro en los Mercados de Valores", *Cuadernos Europeos de Deusto*, nº 19, págs. 115-139.

MINA, J. and J. Y. XIAO (2001): *Return to RiskMetrics: The Evolution of a Standard*, New York, April. Consultado en www.riskmetrics.com.

Páginas de Internet consultadas y no citadas anteriormente:

www.inverco.es

www.cnmv.es

MEDIDAS DE *PERFORMANCE*: ALGUNOS INDICES CLASICOS Y RELACION DE LA TRIP CON LA TEORIA DE CARTERA

por Fernando Gómez-Bezares, José A. Madariaga y Javier Santibáñez
Publicado (en versión reducida, sin apéndices) en *Análisis Financiero Internacional*, nº 113, Tercer Trimestre, 2.003, págs. 5-19

1.- INTRODUCCION

El Valor Actualizado Penalizado (VAP) es un criterio de selección de inversiones en ambiente de riesgo propuesto hace ya unos veinte años por Fernando Gómez-Bezares[1] y sobre el que hemos venido trabajando en el Departamento de Finanzas de la Universidad Comercial de Deusto a lo largo de los últimos años[2]. En una comunicación presentada al III Foro de Finanzas celebrado en los meses de noviembre y diciembre de 1995 en la Universidad Comercial de Deusto (Bilbao)[3], tratábamos de desarrollar un criterio apoyado en la idea anterior, la TRIP (Tasa de Rentabilidad Interna Penalizada), coherente con ella, y que trataba de conectarlo con los criterios clásicos de tratamiento de la decisión de inversión en condiciones de riesgo (ajuste del tipo de descuento y equivalente de certeza). Veíamos entonces las hipótesis de partida del criterio, su justificación teórica y la coherencia del mismo con los mencionados criterios.

En este artículo intentaremos conectar la TRIP con otra línea interesante de trabajo desarrollada en el campo de las modernas finanzas como es la Teoría de cartera de Markowitz, así como con uno de los modelos desarrollados a partir de aquella (el *Capital Asset Pricing Model*). Y lo haremos tratando de analizar la coherencia de la TRIP con algunas medidas de *performance* utilizadas habitualmente para el estudio del desempeño de títulos y carteras en Bolsa y que encuentran su base en la citada Teoría de cartera.

---

[1] El primer trabajo relacionado con el tema data de principios de los ochenta (véase Gómez-Bezares, 1984).

[2] Pueden verse Gómez-Bezares (1991, 1993 y 2002), Santibáñez (1995) o Santibáñez y Gómez-Bezares (1999), por citar sólo algunos de los trabajos más representativos relacionados con el tema.

[3] Véase Laka y Santibáñez (1995).

2. LA DECISION DE INVERSION EN CONDICIONES DE RIESGO: CRITERIOS CLASICOS

Como es sabido, el análisis de un proyecto de inversión parte de la construcción y análisis de su perfil de fondos, el cual presenta tres características fundamentales: es un perfil de tesorería (es decir, analiza los impactos que el proyecto tiene en la tesorería de la empresa, y no en el beneficio); es un perfil incremental (recoge sólo las variaciones experimentadas en la tesorería de la compañía como consecuencia de afrontar el proyecto); y se construye con total independencia de cómo se financie (aspecto éste último, la financiación, que aparece al calcular las medidas del interés del proyecto).

Una vez construido el perfil de fondos asociado al proyecto, la Teoría Financiera pone a nuestra disposición una serie de criterios de decisión, de entre los que los más interesantes son el Valor Actualizado Neto y la Tasa de Rentabilidad Interna.

El Valor Actualizado Neto (VAN) propone comparar en valor actual las entradas y salidas de fondos provocadas por el proyecto. Ello exige estimar la tasa de descuento apropiada (la rentabilidad mínima a exigir), que es entendida siempre como coste de oportunidad o rentabilidad de la mejor alternativa de riesgo similar a la que se renuncia al afrontar el proyecto en cuestión. En condiciones de certeza, esta rentabilidad sería el tipo de interés sin riesgo a un plazo similar. Así:

$$VAN = -DI + \sum_{t=1}^{t=n} \frac{GF_t}{(1+k)^t} \qquad [1]$$

donde:

DI	Desembolso Inicial asociado al proyecto
GF_t	Impacto en caja del proyecto en el año "t" (supuestos proyectos a largo plazo y generaciones de fondos definidas en términos anuales)
n	Vida útil del proyecto (número de años en los que el proyecto tiene impacto en la tesorería de la empresa)
k	Rentabilidad exigida al proyecto (tipo de interés sin riesgo)

En cuanto a la Tasa de Rentabilidad Interna (TRI), ésta se define como la rentabilidad asociada al proyecto, y se calcula sobre el mismo perfil de fondos, igualando a cero el VAN y despejando el tipo de descuento que cumple tal condición.

El criterio de actuación es claro: se aceptarán aquellos proyectos cuyo VAN sea mayor que cero (son los que aportan valor a la empresa), o lo que es lo mismo, los que presenten una TRI mayor que k (es decir, aquellos que rinden más que la mejor alternativa -de riesgo similar- a la que se renuncia). Los dos criterios son consistentes a la hora de aceptar o rechazar un proyecto, aunque pueden discrepar cuando se trata de ordenar varios proyectos en función de su interés para la compañía, situación en la que el VAN aparece como un mejor criterio, ya que tal discrepancia está motivada por la diferente hipótesis implícita de reinversión que los dos criterios consideran, siendo más lógica la del VAN.

En ambientes de riesgo, la Teoría Financiera propone dos criterios clásicos para el tratamiento de la decisión de inversión: el ajuste del tipo de descuento y el equivalente de certeza. Ambos parten de la idea de que los individuos nos comportamos como enemigos del riesgo, es decir, que sólo estamos dispuestos a aceptar riesgos si se nos premia por ello[4].

El ajuste del tipo de descuento propone penalizar el interés de los proyectos en función del riesgo que aportan a su propietario a través de los denominadores del VAN. Así:

$$VAN_{ajustado} = -DI + \sum_{t=1}^{t=n} \frac{E\,(GF_t)}{(1+k+p)^t} = -DI + \sum_{t=1}^{t=n} \frac{E\,(GF_t)}{(1+r)^t} \qquad [2]$$

donde:

$E\,(GF_t)$	Generación de Fondos “esperada” del proyecto en el año “t”
p	Prima de riesgo asociada al proyecto
r	Rentabilidad exigida al proyecto en función de su riesgo (r = k + p)

De esta manera, y tal como puede verse en la fórmula [2], la rentabilidad exigida al proyecto está compuesta por el tipo de interés sin riesgo (k), al que se añade una prima de riesgo (p). El criterio sería aceptar proyectos cuyo VAN ajustado sea mayor que cero; o lo que es lo mismo, aceptar aquellos que tengan una TRI (esperada)[5] mayor que el tipo primado “r”.

El equivalente de certeza propone algo parecido, pero realizando la penalización en los numeradores de la fórmula. Así, de lo que se trata es de convertir las generaciones esperadas en aquellas cantidades seguras que reportan la misma utilidad, es decir, en sus equivalentes ciertos:

$$VAN_{ajustado} = -DI + \sum_{t=1}^{t=n} \frac{\alpha_t \cdot E\,(GF_t)}{(1+k)^t} = -DI + \sum_{t=1}^{t=n} \frac{GF_t^{'}}{(1+k)^t} \qquad [3]$$

---

[4] Para ampliar todo lo relativo al tratamiento de la decisión de inversión en condiciones de riesgo a un nivel relativamente sencillo puede consultarse Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (2001).

[5] Entendiendo en este contexto el término “esperada” no en la forma habitual (asociado al concepto estadístico de “esperanza matemática”), sino en el sentido de “calculada a partir de las generaciones de fondos esperadas”; más tarde volveremos sobre ello.

donde:

α_t	Coeficiente corrector (entre 0 y 1, supuestos individuos enemigos del riesgo) correspondiente a la generación de fondos esperada del año “t”
GF'_t	Generación de fondos equivalente cierta del año “t”

Obsérvese que el tipo de descuento es en este caso “k”, el tipo de interés sin riesgo, ya que la penalización por el riesgo se hace ahora a través del numerador. El criterio de actuación sería nuevamente el de aceptar aquellos proyectos cuyo VAN (ajustado por el riesgo) sea mayor que cero, o lo que es lo mismo, aquellos cuya TRI (equivalente cierta) sea mayor que k.

Tenemos que decir que el VAN se presenta como un criterio superior a la TRI, y ello por una serie de motivos: supone un tipo de reinversión más lógico (el tipo de descuento); no tiene problemas de inconsistencia (la TRI puede presentar varias soluciones y darnos consejos incoherentes); no necesita, para comparar proyectos, que sus desembolsos sean iguales; tiene la propiedad aditiva; sirve directamente al objetivo financiero de la empresa (la maximización de su valor en el mercado); …[6] Sin embargo, la Teoría de cartera, así como los modelos que se derivan de una forma u otra de la anterior, se basan en la TRI, y ello es justificable porque en estos modelos se suponen proyectos uniperiodo, en los que sólo hay dos posiciones: una en la que se invierte, y otra en la que se retiran los resultados de la inversión (aportación inicial y rendimientos obtenidos, con su signo). En tales condiciones, puede demostrarse que es indiferente razonar en términos de VAN, TRI, riquezas actuales, riquezas finales, etc., siempre que partamos de la misma aportación inicial.

3. UNA ALTERNATIVA A LOS CRITERIOS CLÁSICOS: EL VALOR ACTUALIZADO PENALIZADO (VAP) Y LA TASA DE RENTABILIDAD INTERNA PENALIZADA (TRIP)

Frente a los criterios clásicos de tratamiento del riesgo surge el Valor Actualizado Penalizado (VAP), propuesto por el profesor Gómez-Bezares a principios de los años ochenta. La idea del VAP es sencilla: si el ajuste del tipo de descuento penaliza el interés del proyecto a través del denominador del VAN y el equivalente de certeza lo hace a través de los numeradores, el VAP propone penalizar directamente el promedio de VAN con su desviación típica, calculados ambos al tipo de interés sin riesgo. De entre todas las formas posibles, nos inclinamos por la penalización lineal (véase el Apéndice B), que nos llevaría a la siguiente formulación:

---

[6] Para ampliar cualquier aspecto relacionado con la discusión VAN-TRI a un nivel sencillo puede consultarse Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1995).

$$VAP = E\,(VAN) - t \cdot \sigma\,(VAN) \qquad [4]$$

donde:

E (VAN)	Esperanza matemática de VAN (calculado al tipo de interés sin riesgo)
t	Parámetro de penalización (mayor que cero para enemigos del riesgo)
σ (VAN)	Desviación típica (medida del riesgo -total- del proyecto) de VAN (calculado al tipo de interés sin riesgo)

Según el criterio, serían interesantes los proyectos cuyo VAP fuera positivo; y a la hora de jerarquizar, serían más interesantes los proyectos que tuvieran un VAP mayor.

La justificación teórica del criterio es interesante. Así, el VAP nos indicaría la ordenada en el origen de la recta de pendiente “t” (en el mapa promedio-riesgo -μ−σ- de VAN) en la que el proyecto nos permite situarnos; por lo que, si suponemos rectas en lugar de curvas de indiferencia, el VAP puede entenderse como el VAN equivalente cierto de un E (VAN) sujeto a riesgo; y de esta forma, el VAP sería una medida de utilidad. Puede verse todo ello de manera gráfica en la figura 1.

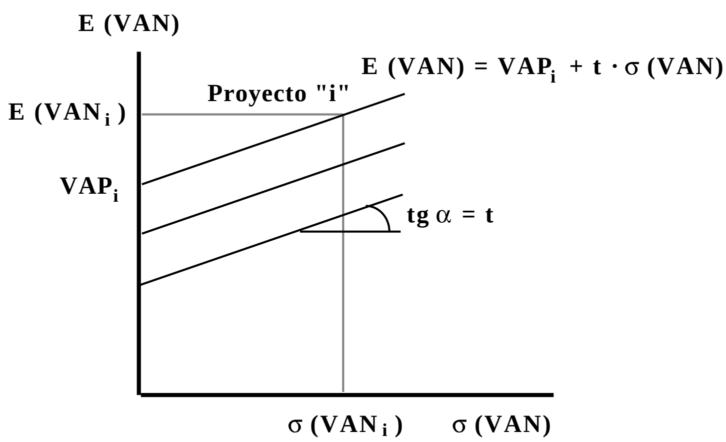


Figura 1

Partiendo de la interpretación propuesta, puede verse también que la recta que delimita la “zona de proyectos interesantes” es la que nace del origen de coordenadas (siempre con pendiente t), ya que el VAN = 0 (sin riesgo) siempre es alcanzable (invirtiendo el dinero al tipo de interés sin riesgo); puede verse gráficamente esta idea en la figura 2.

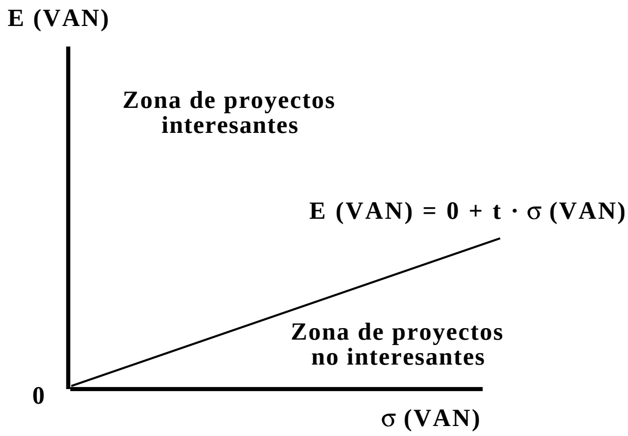


Figura 2

Por otro lado, el parámetro "t" nos está indicando el número de desviaciones típicas que el VAP se aleja del promedio de VAN (por la izquierda, supuestos enemigos del riesgo). Desde este punto de vista, el valor de "t" elegido llevaría aparejada una probabilidad "α" a la izquierda (y, por tanto, "1-α" a la derecha) del VAP, por lo que éste puede interpretarse también como un VAN mínimo garantizado con una probabilidad "1-α" que depende del valor de "t" elegido. Supuestas distribuciones normales de VAN tales probabilidades son fáciles de conocer: en la figura 3 se ofrecen algunos valores especialmente interesantes.

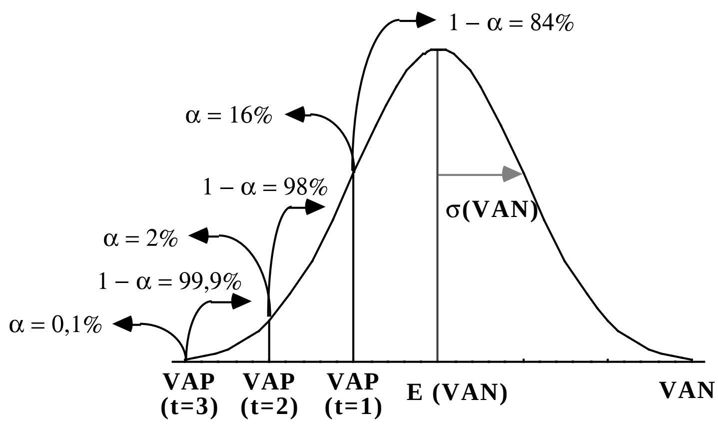


Figura 3

Estos mismos razonamientos pueden trasladarse a la TRI, dando lugar a un criterio que hemos llamado TRIP (Tasa de Rentabilidad Interna Penalizada). Su formulación, de manera coherente con lo indicado hasta ahora, sería la siguiente:

$$TRIP = E\ (TRI) - t \cdot \sigma\ (TRI) \qquad [5]$$

donde:

E (TRI)	TRI esperada del proyecto[7]
t	Parámetro de penalización (mayor que cero para enemigos del riesgo)
σ (TRI)	Desviación típica de TRI (medida del riesgo -total- del proyecto)

El criterio de actuación ahora sería aceptar aquellos proyectos cuya TRIP fuera superior al tipo de interés sin riesgo (k), siguiendo una interpretación coherente con la propuesta para el VAP. Efectivamente, en la figura 4 puede verse que, supuestas rectas de indiferencia, la TRIP del proyecto puede interpretarse como la TRI equivalente cierta de una E (TRI) sujeta a riesgo, siendo "t" la pendiente de dichas rectas; y dado que el tipo de interés sin riesgo siempre puede conseguirse, la mínima tasa equivalente cierta que estaremos dispuestos a aceptar será dicho tipo de interés sin riesgo (por lo que la recta de pendiente t que nace del tipo k delimita en este contexto la zona de proyectos interesantes de los que no lo son -véase la figura 5-). Finalmente, el parámetro t indica el número de desviaciones típicas que el valor tomado como referencia (la TRIP) se aleja del promedio (por la izquierda), por lo que TRIP puede entenderse como la tasa mínima garantizada con un determinado nivel de probabilidad, que depende del propio valor de t elegido. En la figura 6 se ofrece un gráfico con algunos valores de t que consideramos especialmente relevantes, supuesta normalidad de la TRI[8].

[7] Recuérdese lo comentado en la nota 5.

[8] La hipótesis de normalidad del VAN es relativamente fácil de aceptar. En lo que se refiere a la TRI, la aceptación de esta hipótesis no plantea excesivos problemas en proyectos uniperiodo (véase Gómez-Bezares, 1991, pág. 114; y también, en relación con todo lo aquí tratado, el Apéndice C), pero el tema se complica en proyectos multiperiodo (aunque puede también aceptarse la hipótesis de normalidad bajo determinadas condiciones; puede verse a este respecto el Apéndice D). Si la utilización de la TRIP se circunscribe al análisis de la *performance* de títulos y carteras en bolsa, lo anterior tampoco es grave, ya que la propia Teoría de cartera y los modelos que se construyen a partir de ella suponen proyectos uniperiodo; lo que permite superar también otros problemas importantes de la TRI, incluso en ambiente de certeza. Sin embargo, pensamos que la TRIP puede ser también de utilidad para el análisis de inversiones en la empresa, y más en concreto, en PYMES, y en este contexto es habitual encontrar proyectos con varios periodos. Una posible solución consiste en "transformar" el proyecto multiperiodo en otro uniperiodo, capitalizando hasta el año n (vida útil) las generaciones de fondos esperadas de cada año al tipo k, y calculando la TRI de este nuevo proyecto transformado: es lo que algunos llaman Tasa de Rentabilidad Interna Modificada -TRIM- (puede verse a este respecto Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez, 1995). En el resto del artículo hablaremos de E (TRI) o TRI esperada en el sentido apuntado, es decir,

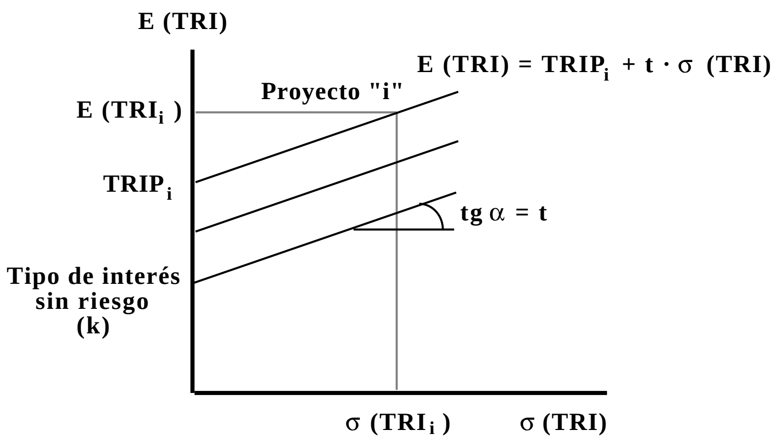


Figura 4

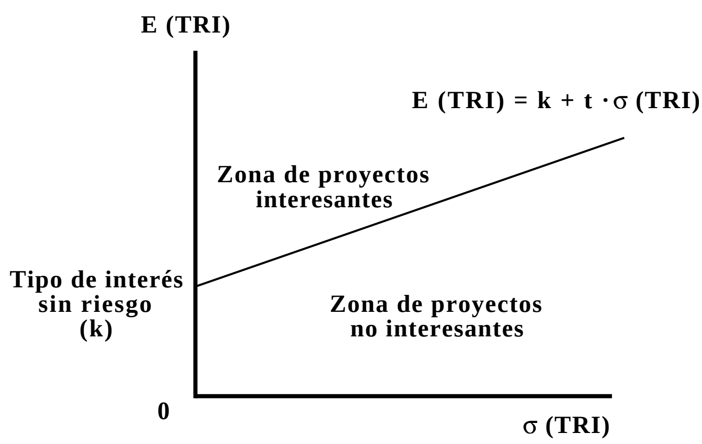


Figura 5

suponiendo que el proyecto analizado es uniperiodo (o lo hemos convertido previamente en uniperiodo), en cuyo caso coinciden la TRI esperada y la TRI calculada a partir de las generaciones de fondos esperadas y resulta sencillo aceptar la hipótesis de normalidad que requiere la interpretación propuesta para el parámetro t en términos de garantía asociada a la TRIP (desapareciendo también otros problemas de la TRI y que ya han sido comentados). En el Apéndice C se amplían y justifican con mayor rigor algunos de los elementos aquí apuntados.

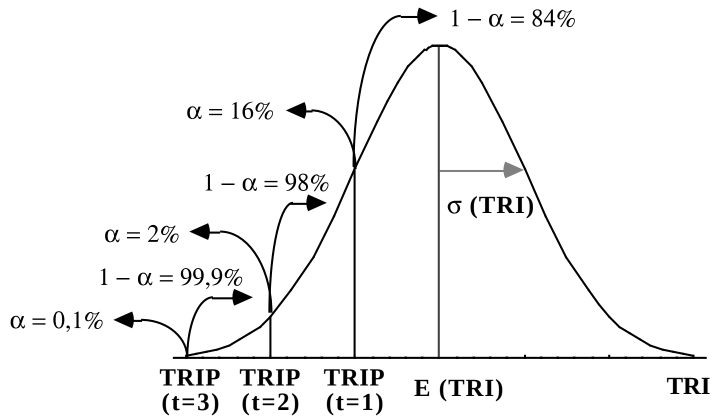


Figura 6

4. UNA BREVISIMA REFERENCIA A LA TEORIA DE CARTERA Y AL CAPM

La Teoría de cartera de Markowitz[9] parte de una serie de hipótesis simplificadoras de la realidad, de entre las que cabe destacar:

- Se suponen mercados perfectos, en los que la información es pública y disponible para todos los agentes.
- Se considera un único horizonte temporal idéntico para todos los agentes, que tienen expectativas homogéneas respecto a las implicaciones que dicha información tiene sobre el rendimiento y el riesgo de los activos.
- Existe un tipo de interés sin riesgo al que los agentes pueden prestar y pedir prestado de manera ilimitada.
- En sus decisiones, los individuos se comportan como enemigos del riesgo, tratan de maximizar su utilidad, y se fijan sólo en el promedio y riesgo del rendimiento (medidos por μ y σ).

En estas condiciones, puede demostrarse que la "frontera eficiente", es decir, la parte del "mapa de oportunidades posibles" (formado por todas las combinaciones de promedio y riesgo

[9] Una exposición sencilla e intuitiva de este modelo (y del CAPM que comentaremos después) puede encontrarse en Gómez-Bezares, Madariaga y Santibáñez (1994).

alcanzables por los individuos a partir de los títulos y carteras existentes en el mercado) que cumple la propiedad de dar el máximo promedio para cada nivel de riesgo y el mínimo riesgo para cada promedio de rentabilidad, es una recta en el mapa $\mu-\sigma$ (véase la figura 7). Esta recta, llamada Línea del Mercado de Capitales (LMC), es la recta tangente al mapa de oportunidades posibles formado por los títulos y carteras con riesgo que nace del tipo de interés sin riesgo. Y en ella se situarán todos los individuos. En estas condiciones, cuando el mercado ha llegado al equilibrio, el punto de tangencia es lo que llamamos cartera de mercado (R^*), ya que todos los individuos que inviertan en títulos con riesgo lo harán en las proporciones dadas por dicha cartera (donde están todos los títulos que cotizan en el mercado y en las proporciones que tienen en él; esta cartera suele aproximarse con un índice de mercado). Y se cumplirá el Teorema de la separación de Tobin, según el cual las preferencias de los individuos no intervienen en la composición de su cartera con riesgo, sino únicamente en el peso que ésta tendrá en la cartera total del individuo, que siempre invertirá en una combinación de título sin riesgo y cartera de mercado. La ecuación de la LMC es la siguiente:

$$\text{LMC:} \quad \mu_i = r_0 + \frac{\mu^* - r_0}{\sigma^*} \cdot \sigma_i \qquad [6]$$

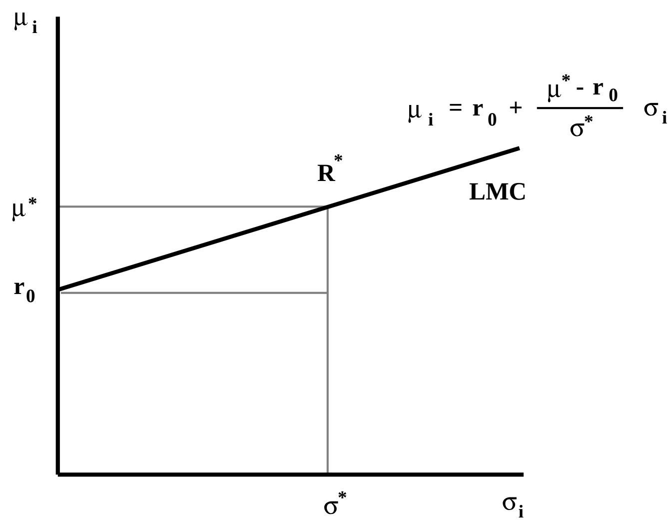


Figura 7

donde:

μ_i	Rentabilidad esperada del título o cartera “i”
r_0	Tipo de interés sin riesgo
μ^*	Rentabilidad esperada de la cartera de mercado

σ_i Riesgo total estimado (medido con la desviación típica de rentabilidad) del título o cartera "i"

σ^* Riesgo total estimado (medido con la desviación típica de la rentabilidad) asociado a la cartera de mercado

Partiendo de lo anterior, Sharpe introduce dos hipótesis simplificadorasadicionales[10] y llega al Modelo de mercado, en el que se establece una relación lineal entre las rentabilidades de cada título o cartera y el mercado. Y permite distinguir dos tipos diferentes de riesgo: el sistemático, relacionado con la marcha general de la economía, y el diversificable, que como su nombre indica puede ser eliminado mediante una adecuada diversificación. En el Modelo de mercado se estima la cantidad de riesgo sistemático, siendo la beta (pendiente de la recta que mejor ajusta la nube de puntos correspondiente a las rentabilidades del título o cartera y el mercado) la medida de dicho riesgo sistemático de los títulos y carteras.

Sobre la base de lo anterior, el *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) deduce la relación entre la rentabilidad de los títulos y su riesgo sistemático (el único relevante y que será retribuido, ya que el modelo considera que los títulos se incorporarán a una cartera convenientemente diversificada, por lo que sólo aportan riesgo sistemático), que en las condiciones del modelo será lineal (véase la figura 8). Así, en equilibrio, todos los títulos y carteras deberían situarse en la Línea del Mercado de Títulos (LMT):

$$\text{LMT:} \quad \mu_i = r_0 + (\mu^* - r_0) \cdot \beta_i \qquad [7]$$

donde:

β_i Medida del riesgo sistemático (propuesta por el CAPM) del título o cartera "i"

Es fácil relacionar el CAPM con los criterios clásicos de tratamiento del riesgo, pudiendo estimarse tanto la prima de riesgo propuesta por el "ajuste del tipo de descuento" como los coeficientes correctores que propone el "equivalente de certeza" de manera coherente con el modelo[11].

5. MEDIDAS CLASICAS DE *PERFORMANCE*

Presentaremos ahora las medidas clásicas de *performance* utilizadas habitualmente en el estudio del desempeño de los títulos y carteras en bolsa. En todos los casos, se trata de recoger la idea de que las rentabilidades obtenidas por los títulos o carteras no son directamente

[10] En un intento de reducir los cálculos necesarios para aplicar la Teoría de cartera de Markowitz, y cuyo cumplimiento no es imprescindible para que se mantengan las conclusiones fundamentales del CAPM.

[11] Puede verse, por ejemplo, en Gómez-Bezares (1991, págs. 172 y ss).

comparables, ya que los riesgos asumidos pueden haber sido diferentes. Y las diferencias entre las distintas medidas están precisamente en el riesgo que consideran relevante, así como en la manera de medir la forma de batir al mercado[12].

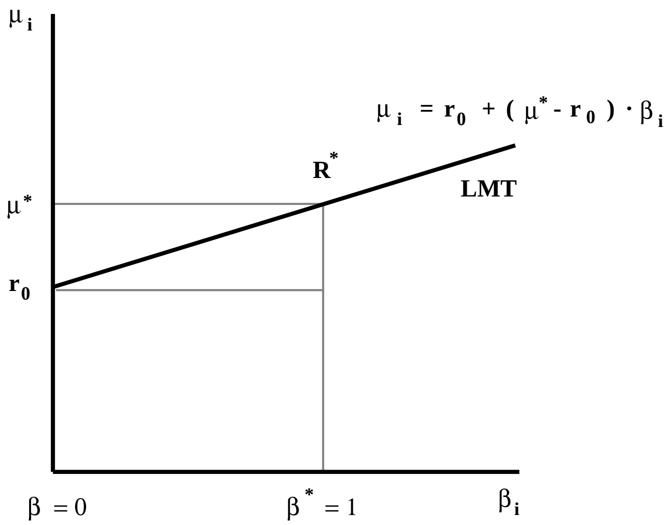


Figura 8

• **Indice de Sharpe**[13]**:**

$$S_i = \frac{\mu_i - r_0}{\sigma_i} \quad [8]$$

donde:

S_i	Indice de Sharpe asociado al título o cartera "i"
μ_i	Promedio de rentabilidad obtenido por el título o cartera "i"
r_0	Tipo de interés sin riesgo
σ_i	Riesgo total (medido con la desviación típica de rentabilidad) del título o cartera "i"

12 A lo largo de toda la exposición supondremos, como es normal, que μ^* es mayor que r_0, lo que evidentemente tiene que ser cierto al menos a priori, aunque no necesariamente a posteriori. En el caso de encontrarnos en la situación contraria ($\mu^* < r_0$) puede consultarse Ferruz y Sarto (1997), trabajo en el que se realizan algunas matizaciones a los índices clásicos de *performance* relacionadas con este tema y que pueden resultar de interés.

13 Sharpe (1966).

Como puede verse, el índice de Sharpe calcula el premio de rentabilidad obtenido por el título o cartera por unidad de riesgo total medido por la desviación típica de rentabilidad.

• **Indice de Treynor**[14]**:**

$$T_i = \frac{\mu_i - r_0}{\beta_i} \qquad [9]$$

donde:

T_i	Indice de Treynor asociado al título o cartera "i"
β_i	Medida del riesgo sistemático (propuesta por el CAPM) del título o cartera "i"

Como puede verse, el índice de Treynor calcula el premio de rentabilidad obtenido por el título o cartera por unidad de riesgo sistemático soportado medido por beta.

• **Indice de Jensen**[15]**:**

$$J_i = (\mu_i - r_0) - (\mu^* - r_0) \cdot \beta_i \qquad [10]$$

donde:

J_i	Indice de Jensen asociado al título o cartera "i"
μ^*	Promedio de rentabilidad obtenido por la cartera de mercado

Como puede verse, el índice de Jensen calcula la diferencia entre el exceso de rentabilidad obtenido por el título o cartera "i" con respecto al título sin riesgo y el exceso que debería haber obtenido según el CAPM.

• **Indice de Jensen dividido por beta:**

$$\frac{J_i}{\beta_i} = \frac{\mu_i - r_0}{\beta_i} - \frac{(\mu^* - r_0) \cdot \beta_i}{\beta_i} = T_i - T^* \qquad [11]$$

[14] Treynor (1965).

[15] Jensen (1968 y 1969).

donde:

J_i / β_i Indice de Jensen dividido por beta asociado al título o cartera "i"

T^* Indice de Treynor asociado a la cartera de mercado

Como puede verse, el índice de Jensen relativizado por beta calcula la diferencia entre el premio por unidad de riesgo sistemático (medido por beta) obtenido por el título o cartera "i" y el asociado a la cartera de mercado. Puede también verse que es en realidad la diferencia entre los índices de Treynor asociados al título o cartera "i" y al mercado.

6. COMPARACION ENTRE LAS MEDIDAS DE *PERFORMANCE* CLASICAS Y LA TRIP

6.1. Indice de Sharpe vs TRIP

El índice de Sharpe analiza el interés de los títulos o carteras en función del premio que dan relativizado por su riesgo total medido por la desviación típica de rendimiento. Considera que un título o cartera bate al mercado cuando el premio por unidad de riesgo total es superior al conseguido por dicho mercado (lo que puede ocurrir por ineficiencias del mercado, porque se producen diferencias entre los comportamientos de los títulos y carteras "a priori" y "a posteriori", etc.). Dicho de otro modo, el índice de Sharpe mide la pendiente de la recta que en el mapa $\mu - \sigma$ une el tipo de interés sin riesgo con el comportamiento del título o cartera analizado, y considera que los títulos y carteras interesantes son los que se sitúan por encima de la Línea del Mercado de Capitales -LMC- (es decir, aquellos en los que la pendiente de la recta descrita anteriormente es superior a la de la propia LMC). Puede verse todo ello en la figura 9.

La TRIP propone calcular la ordenada en el origen de la recta de pendiente "t" en la que cada título o cartera permite situarse. En el contexto de la Teoría de cartera, definiremos dicha "t" como la pendiente de la LMC. Así:

$$\text{TRIP}_i \text{ (coherente con el Indice de Sharpe)} = \mu_i - t \cdot \sigma_i = \mu_i - \frac{\mu^* - r_0}{\sigma^*} \cdot \sigma_i \qquad [12]$$

Serán interesantes aquellos títulos o carteras que permitan situarse en una recta (paralela) superior a la propia LMC (véase la figura 10). Efectivamente, recordemos que la interpretación teórica de la TRIP nos lleva a razonar en términos "equivalentes ciertos", lo que supone, en el contexto de la Teoría de cartera, y en las condiciones que hemos descrito, que el rendimiento de la cartera de mercado (sujeta a riesgo) reporta la misma utilidad que el tipo de interés sin riesgo. Esto naturalmente no tiene por qué ser así para todos los individuos, de hecho algunos preferirán, en función de su grado de aversión al riesgo, invertir toda su riqueza en título sin riesgo, mientras que otros lo harán en la cartera de mercado (siendo también posibles las infinitas combinaciones entre título sin riesgo y cartera de mercado, que los individuos podrán elegir en función de sus preferencias). Pero lo que es cierto es que el mercado se ha puesto de acuerdo, en la situación descrita, en premiar de esa manera la asunción de riesgos. Es decir, la sociedad en su conjunto premia la asunción de riesgos (totales) en términos de la pendiente de la LMC.

Así, y apelando a la interpretación de "t" propuesta por la TRIP, la pendiente de la LMC nos indicaría el nivel de garantía exigido a la rentabilidad que se toma como referencia para el análisis del interés de los títulos o carteras analizados (la propia TRIP).

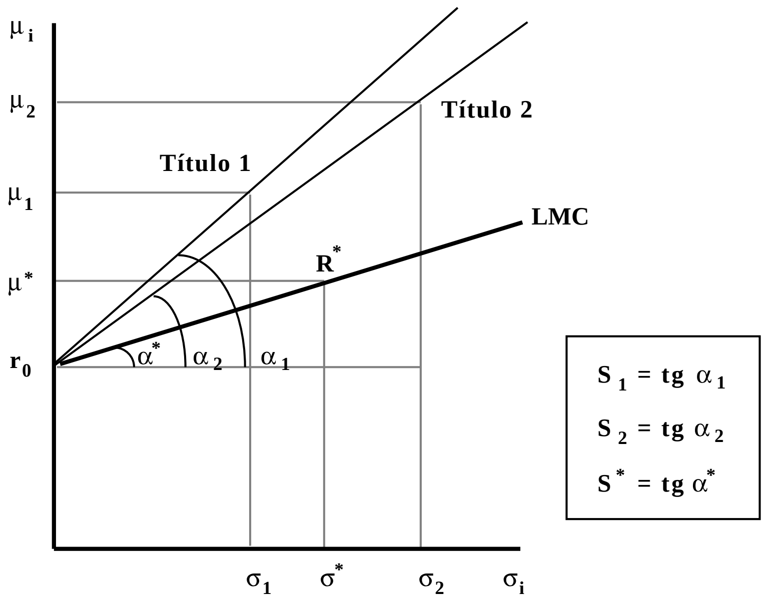


Figura 9

Como puede verse, el índice de Sharpe y la TRIP no pueden discrepar a la hora de juzgar un título o cartera como interesante, ya que ello exige para los dos criterios que el título o cartera en cuestión se sitúe por encima de la LMC. Sin embargo, y tal como puede verse en las figuras 9 y 10, pueden discrepar a la hora de jerarquizar el interés de los títulos o carteras analizados. Así, en nuestro ejemplo, tanto el "1" como el "2" son títulos que baten al mercado, pero para el índice de Sharpe resulta más interesante el título "1", que proporciona un premio por unidad de riesgo total superior al que da el "2"; mientras que para la TRIP, el título "2" resulta ser más interesante, ya que permite situarse al individuo en una "recta" de indiferencia más alejada del origen de coordenadas. O dicho de otro modo, la rentabilidad equivalente cierta asociada al título "2" es mayor que la del título "1", supuesto un nivel de garantía para determinar esos equivalentes ciertos dado por el mercado (la probabilidad asociada a "t", entendida en este caso como pendiente de la LMC).

En ambos casos se está considerando como relevante el riesgo total. Es decir, este planteamiento será tanto más interesante cuando las carteras que estamos "juzgando" tienen vocación de diversificación, a diferencia de las que no la tienen (por ejemplo, carteras sectoriales).

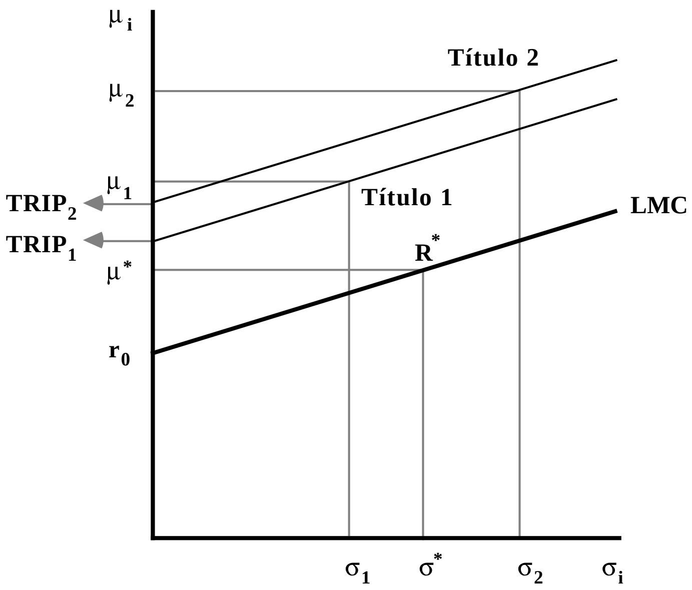


Figura 10

El hecho de elegir una medida u otra depende de lo que el analista considere más conveniente: si busca minimizar la probabilidad de obtener una rentabilidad inferior al tipo de interés sin riesgo optará por el índice de Sharpe; mientras que si considera más importante elegir aquellos títulos o carteras con una mayor rentabilidad garantizada, con una probabilidad que se considera suficiente, lo hará por la TRIP.

Lo anterior permite ligar la TRIP con la Teoría de cartera, viendo la coherencia de ambos sistemas. Podemos relacionar esto con la discusión centrada en el VAP, cuando podía optarse por diferentes modos de realizar la penalización. Nosotros hemos optado siempre por la penalización lineal, ya que hacer el cociente μ/σ (de VAN), que implícitamente busca y valora como mejores aquellos proyectos cuya probabilidad de obtener pérdida sea menor, supone despreciar el resto de la información recogida en la distribución de resultado, centrándose sólo en "lo malo" del proyecto (posibilidad de perder) y despreciando otros aspectos interesantes (véase nuevamente el Apéndice B).

Por todo ello, y de manera coherente con lo dicho para el VAP, nosotros optaríamos por el índice TRIP (utilizando como parámetro de penalización la "t" entendida como pendiente de la LMC) frente al índice de Sharpe en aquellos casos en los que el riesgo total sea el relevante.

6.2. Indice de Treynor vs TRIP

El índice de Treynor valora los distintos títulos o carteras en función del premio por unidad de riesgo que otorgan a su propietario, considerando como relevante únicamente el riesgo sistemático. Lo anterior lo hace coherente con las ideas propuestas por el CAPM, según el cual los títulos y carteras deberían rendir en función de su riesgo sistemático. Como es sabido, el modelo propone que, en equilibrio, todos los títulos y carteras deberían cumplir la ecuación fundamental del CAPM, es decir, todos deberían situarse en la LMT:

$$\text{LMT:} \quad \mu_i = r_0 + (\mu^* - r_0) \cdot \beta_i \qquad [7]$$

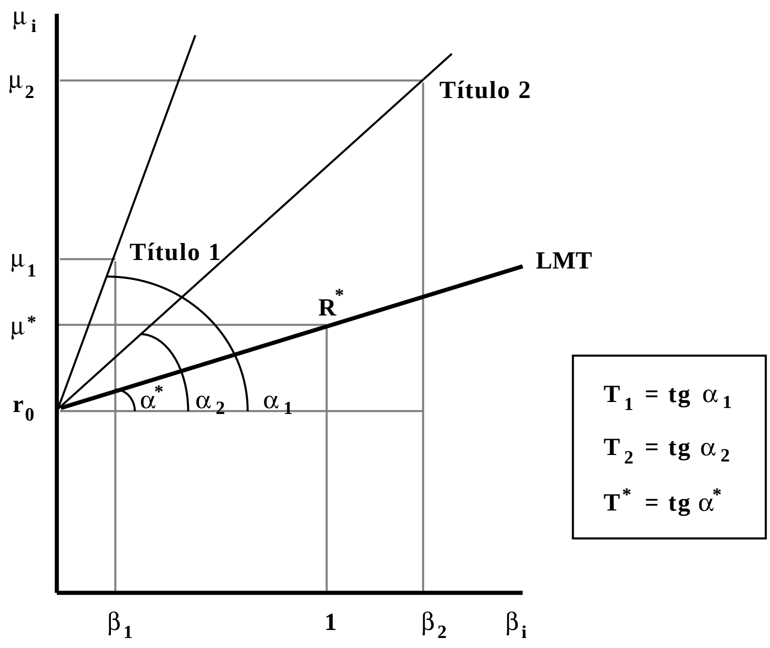


Figura 11

Es decir, según el modelo, el premio de rentabilidad por unidad de riesgo sistemático medido por beta debería ser $(\mu^* - r_0)$. El índice de Treynor mide el premio conseguido por los títulos o carteras por unidad de riesgo sistemático soportado, y considera que son interesantes aquellos títulos o carteras que presentan un premio mayor que el propuesto por el modelo. Dicho de otra forma, y tal como puede verse en la figura 11, el índice de Treynor mide, en el mapa $\mu-\beta$, la pendiente de la recta que une el tipo de interés sin riesgo con el comportamiento del título o cartera en cuestión, considerando que es interesante cuando bate al mercado, es decir, cuando la pendiente de dicha recta es superior a la de la LMT. Serán, por tanto, interesantes, aquellos títulos o carteras que queden por encima de la LMT, lo cual es perfectamente coherente con lo propuesto por el CAPM.

Frente al anterior, el concepto de la TRIP, trasladado al mapa $\mu-\beta$, mediría la ordenada en el origen de la recta de pendiente idéntica a la LMT en la que un título o cartera permite situarse al individuo (véase figura 12):

$$TRIP_i \text{ (coherente con el Indice de Treynor)} = \mu_i - t' \cdot \beta_i = \mu_i - (\mu^* - r_0) \cdot \beta_i \qquad [13]$$

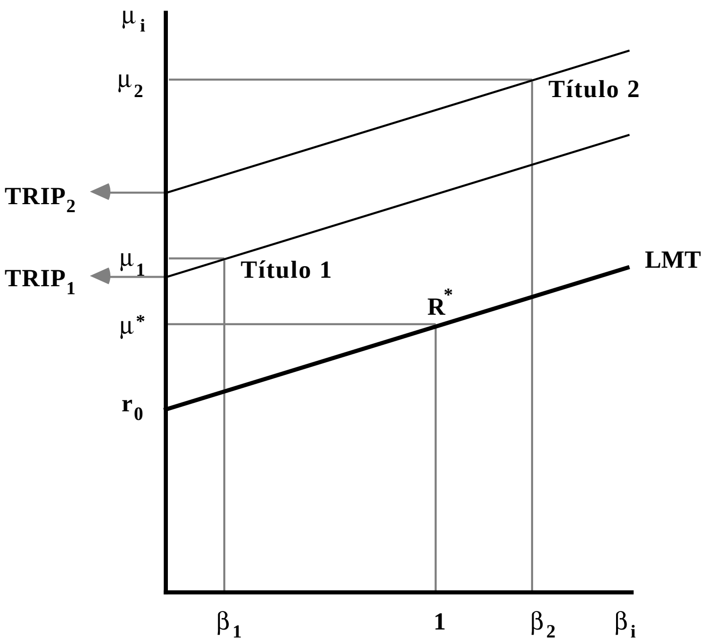


Figura 12

El único problema es que ahora la t' (pendiente de la LMT) pierde la interpretación anterior (en términos de garantía del valor tomado como referencia), dado que la penalización ya no se hace en función de la desviación típica, sino del riesgo sistemático (luego volveremos sobre ello). Pero puede seguir manteniéndose la interpretación de equivalentes ciertos.

Los dos criterios son consistentes a la hora de determinar los títulos y carteras interesantes: son todos aquellos que se sitúen por encima de la LMT (o dicho de otro modo, los que rinden más que lo que deben, en este caso en función de lo que dice el CAPM). Pero pueden discrepar a la hora de jerarquizar, tal como puede verse en las figuras 11 y 12. Efectivamente, el índice de Treynor considera más interesantes aquellos títulos o carteras que, batiendo al mercado, conceden un mayor premio por unidad de riesgo sistemático. Mientras que la TRIP definida en este punto considera mejores aquellos que permiten conseguir una rentabilidad equivalente cierta (donde la relación de equivalencia viene dada por la pendiente de la LMT) superior (siempre que sea mayor que la del título sin riesgo).

6.3. Indice de Jensen vs TRIP

El índice de Jensen mide la diferencia que hay entre el exceso de rentabilidad ofrecido por el título o cartera analizado con respecto al título sin riesgo (premio conseguido) y el premio por riesgo que según el CAPM debería haber conseguido. Recordemos una vez más la ecuación fundamental del CAPM, recogida en la LMT:

$$\mu_i = r_0 + (\mu^* - r_0) \cdot \beta_i \quad [7]$$

Si en la ecuación anterior pasamos el rendimiento del título sin riesgo al primer miembro tenemos:

$$\mu_i - r_0 = (\mu^* - r_0) \cdot \beta_i \quad [14]$$

donde μ_i es todavía lo que el título "debería haber dado", y por tanto [14] es el exceso sobre el tipo sin riesgo que el título "debería haber dado". El índice de Jensen se formula como:

$$J_i = (\mu_i - r_0) - (\mu^* - r_0) \cdot \beta_i \quad [10]$$

donde ahora μ_i es la rentabilidad promedio asociada al título. Puede presentarse de manera más clara:

$$J_i = \mu_i - [r_0 + (\mu^* - r_0) \cdot \beta_i] \quad [15]$$

Como puede verse, el índice de Jensen mide la diferencia, en vertical, entre la rentabilidad dada por el título o cartera y la que según la ecuación fundamental del CAPM, la LMT, debería haber dado. Es decir, hace exactamente lo que proponíamos en el punto anterior al trabajar con la TRIP definida en el mapa $\mu-\beta$: las únicas diferencias entre ambos criterios son puramente formales, en el sentido de que el índice de Jensen incorpora directamente la comparación con el mercado (si es positivo, el título o cartera es interesante, y lo es tanto más cuanto mayor sea) y la TRIP debe compararse con el tipo sin riesgo, siendo mejores los títulos y carteras que presenten una mayor diferencia (positiva) con él; y por otro lado, el índice de Jensen mide la diferencia en el propio punto, mientras que la TRIP lo hace en el eje de ordenadas (puede verse todo ello en la figura 13). Es decir, los dos criterios son conceptualmente idénticos, por lo que podríamos decir que la TRIP no aporta nada sobre el índice de Jensen, simplemente nos permite realizar una interpretación de lo que estamos haciendo, coherente con el concepto de equivalente cierto.

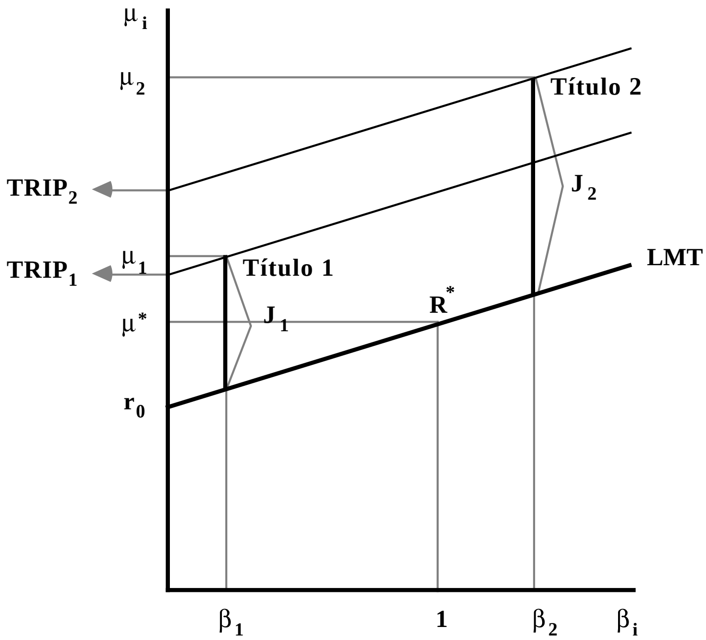


Figura 13

6.4. Indice de Jensen relativizado por beta vs TRIP

El índice de Jensen relativizado por beta coincide con la diferencia entre los índices de Treynor del título o cartera analizado y el mercado. Efectivamente, el índice de Jensen dividido por beta trata de relativizar la información dada por el índice de Jensen, haciendo que la diferencia entre el premio que el título da y el que debería haber dado se vea relativizada por el riesgo sistemático asumido. Veámoslo matemáticamente:

$$J_i = (\mu_i - r_0) - (\mu^* - r_0) \cdot \beta_i \qquad [10]$$

$$\frac{J_i}{\beta_i} = \frac{\mu_i - r_0}{\beta_i} - \frac{(\mu^* - r_0) \cdot \beta_i}{\beta_i} = \frac{\mu_i - r_0}{\beta_i} - \frac{\mu^* - r_0}{1} = T_i - T^* \qquad [11]$$

Recordemos la interpretación que dábamos anteriormente al índice de Treynor. Tal como veíamos entonces, este índice mide la pendiente de la recta que nace del tipo de interés sin riesgo y pasa por el comportamiento, en términos de $\mu-\beta$, del título o cartera analizado. Por lo tanto, lo único que aporta el índice de Jensen relativizado por beta frente al de Treynor es realizar la comparación entre el comportamiento del título o cartera analizado y el mercado, dándonos la diferencia de pendiente existente entre ambos. Es decir, nos indica la diferencia que hay entre el premio por unidad de riesgo sistemático ofrecido por el título o cartera analizado y el ofrecido por el mercado.

7. UN INTENTO DE LIGAR EL PARAMETRO DE PENALIZACIÓN DE LA TRIP COHERENTE CON TREYNOR (MAPA μ–β) CON LA IDEA DE MINIMO GARANTIZADO

Como hemos dicho, la interpretación original dada por la TRIP en lo que se refiere al parámetro de penalización “t” sería el nivel de garantía exigido por el analista para el valor tomado como referencia (en el mapa $\mu-\sigma$). Como hemos visto, es fácil ligar el índice de Sharpe con la TRIP, interpretando la pendiente de la LMC como el parámetro de penalización “t”, que fijaría para este último criterio el nivel de garantía que sería aceptable por el analista. También en el caso del índice de Treynor la ligazón con el concepto de equivalente cierto que se encuentra detrás de la TRIP es sencilla, pero en este caso perdemos la interpretación propuesta por TRIP para el parámetro de penalización t’. Y la diferencia entre los índices de Treynor y Jensen sería la que existe entre el índice de Sharpe y la TRIP en su versión primigenia (en el mapa $\mu-\sigma$, donde el parámetro “t” coincide con la pendiente de la LMC).

Lo que intentaremos en este punto es estudiar la interpretación de la pendiente de la LMT en términos de sus implicaciones para el riesgo total, y por tanto, del nivel de garantía exigido implícitamente en el índice de Jensen (o en la TRIP definida de manera coherente con el índice de Treynor). Recordemos primero algunas fórmulas:

$$\beta_i = \frac{COV(R_i, R^*)}{(\sigma^*)^2} \qquad [16]$$

$$\rho_{i,m} = \frac{COV(R_i, R^*)}{\sigma_i \cdot \sigma^*} \qquad [17]$$

$$\beta_i = \frac{\rho_{i,m} \cdot \sigma_i \cdot \sigma^*}{(\sigma^*)^2} = \rho_{i,m} \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma^*} \qquad [18]$$

donde:

$COV(R_i, R^*)$	Covarianza entre las rentabilidades del título o cartera "i" y el mercado
$\rho_{i,m}$	Coeficiente de correlación de Pearson entre las rentabilidades del título o cartera "i" y el mercado

La "t" que está implícita en el índice de Jensen es la pendiente de la LMT (es la t' que utilizaríamos en la versión de TRIP coherente con la consideración del riesgo sistemático en lugar del total). Así:

$$t' = \mu^* - r_0 \qquad [19]$$

y al aplicar el concepto TRIP a un título o cartera, lo que hacemos es:

$$TRIP_i = \mu_i - t' \cdot \beta_i \qquad [13]$$

$$TRIP_i = \mu_i - (\mu^* - r_0) \cdot \rho_{i,m} \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma^*} \qquad [20]$$

$$TRIP_i = \mu_i - \frac{\mu^* - r_0}{\sigma^*} \cdot \rho_{i,m} \cdot \sigma_i \qquad [21]$$

Puede verse que la penalización es igual que en el caso de la TRIP propuesta anteriormente de manera coherente con el índice de Sharpe, salvo que ahora el parámetro "t" se ve multiplicado por una cifra $\rho_{i,m}$, evidentemente menor o igual que la unidad en términos absolutos. ¿Qué significa lo anterior? Varias cosas:

- En primer lugar, que supuesta correlación positiva entre el título (o cartera) y el mercado, la penalización entendida como nivel de garantía exigido va a ser tanto menor cuanto menor sea la relación entre el título y el mercado. Es decir, sólo en el caso de que la correlación fuera perfecta, la penalización (y el grado de garantía exigido) coincidiría con la de la TRIP coherente con el índice de Sharpe. Y si la relación fuera negativa, la penalización sería negativa, es decir, el equivalente cierto sería superior a la rentabilidad esperada (títulos que van contra el mercado, que son especialmente interesantes porque permiten reducir el riesgo sistemático).

- En segundo lugar, que la garantía exigida a cada título (o cartera) ya no es la misma, sino que depende de la cantidad de riesgo sistemático asociado al título. Pero podemos siempre interpretar el parámetro de penalización (que hemos llamado t', para distinguirlo del anterior) en términos de nivel de garantía exigido. En general, a mayor "t" mayor nivel de garantía (mayor $1-\alpha$, siendo α la probabilidad que queda a la izquierda del valor tomado como referencia); ahora, supuesta una "t" dada por la pendiente de la LMC, el CAPM lo que haría sería relativizar ese nivel de garantía en función del grado de relación con el mercado. Puede parecer que los títulos con beta superior a la unidad no se ven muy penalizados, y ello tampoco es cierto, ya que para que la beta sea superior a uno, el producto de correlación x desviación típica del título debe ser mayor que la desviación típica del mercado. Es decir, es algo que se tiene en cuenta (aunque más escondido) en la propia fórmula.

8. CONCLUSIONES

El objetivo del artículo radica en presentar y justificar el interés de una medida alternativa a las utilizadas tradicionalmente a la hora de evaluar la *performance* de títulos y carteras (y fondos) en bolsa. Así, frente a índices clásicos como el de Sharpe, Treynor y Jensen, la TRIP puede resultar una medida de interés en determinadas condiciones. Hemos visto la justificación teórica del criterio, la TRIP puede entenderse como una medida de utilidad, y también en términos de rentabilidad equivalente cierta; por otro lado, el parámetro de penalización utilizado en la TRIP en el caso de considerar como relevante el riesgo total del título o cartera analizada está relacionado con el nivel de garantía exigido a la tasa que se toma como referencia (la propia TRIP), siempre que pueda aceptarse la normalidad de la distribución de la TRI (hipótesis justificable bajo determinadas condiciones).

En lo que se refiere a la coherencia del criterio TRIP con las medidas clásicas de *performance*, hemos comprobado que es total a la hora de determinar si el título o cartera bate o no al mercado, pero pueden aparecer discrepancias entre las jerarquizaciones dadas por los diferentes criterios, y entre éstos y la TRIP. En el artículo hemos profundizado en las causas que explican tales discrepancias, indicando en qué casos entendemos que la TRIP puede resultar un mejor criterio que los índices clásicos.

El análisis comparativo de las diferentes medidas lo hemos realizado desde la óptica de la Teoría de Cartera de Markowitz, y hemos conectado el criterio de la TRIP con tales desarrollos. De esta manera, es fácil determinar el parámetro de penalización "t" que exige la utilización de la TRIP de manera coherente con dicha Teoría de Cartera (en cuyo caso coincidiría con la pendiente de la Línea del Mercado de Capitales), así como con el CAPM (en cuyo caso podría utilizarse la pendiente de la Línea del Mercado de Títulos).

Por otro lado, hemos ahondado también en la posibilidad de utilizar el criterio TRIP para proyectos empresariales. La justificación es clara en proyectos uniperiodo, en los que la hipótesis de normalidad de la TRI es fácil de aceptar; para proyectos multiperiodo, los más habituales en las decisiones empresariales, cabe aceptar la hipótesis de normalidad (en condiciones bastante restrictivas), o puede utilizarse la Tasa de Rentabilidad Interna Modificada, lo que permite superar también otros problemas que plantea la TRI.

En definitiva, se presenta un criterio que puede complementar a los criterios clásicos, que puede resultar de utilidad en proyectos de inversión empresarial, y a la vez, como medida complementaria de *performance* de títulos o carteras en bolsa, dando una perspectiva diferente de los índices clásicos, y con una interpretación coherente con los modernos desarrollos de la Teoría Financiera.

BIBLIOGRAFIA

FERRUZ, L. y J.L. SARTO (1997): "Revisión crítica de las medidas clásicas de performance de carteras y propuesta de índices alternativos. Aplicación a fondos de inversión españoles (1990-1995)", *Boletín de Estudios Económicos*, Vol. LII, no. 162, Diciembre, págs. 549-573.

GOMEZ-BEZARES, F. (1984): "Algunos modelos básicos para la selección de inversiones con flujos relacionados", *XIV Congreso de la SEIO*, Caja de Ahorros de Granada, Granada, vol. 1, págs. 40-51.

GOMEZ-BEZARES, F. (1991): *Dirección financiera (teoría y aplicaciones),* 2ª ed., Desclée de Brouwer, Bilbao.

GOMEZ-BEZARES, F. (1993): "Penalized present value: net present value penalization with normal and beta distributions", en Aggarwal, ed., *Capital budgeting under uncertainty* (1993), Prentice - Hall, Englewood Cliffs, Nueva Jersey, págs. 91-102.

GOMEZ-BEZARES, F. (2002): *Las decisiones financieras en la práctica,* 8ª ed., Desclée de Brouwer, Bilbao.

GOMEZ-BEZARES, F., J.A. MADARIAGA y J. SANTIBAÑEZ (1994): *Valoración de acciones en la bolsa española (un análisis de la relación entre la rentabilidad y el riesgo),* Desclée de Brouwer, Bilbao.

GÓMEZ-BEZARES, F., J.A. MADARIAGA y J. SANTIBÁÑEZ (1995): "VAN vs TRI: algunos ejemplos prácticos", *Harvard-Deusto Finanzas & Contabilidad*, 7, Septiembre-Octubre, págs. 48-58.

GÓMEZ-BEZARES, F., J.A. MADARIAGA y J. SANTIBÁÑEZ (2001): "La decisión de inversión en entornos de riesgo", *Estudios Empresariales*, 107, Tercer Cuatrimestre, págs. 22-37.

JENSEN, M.C. (1968): “The performance of mutual funds in the period 1945-1964”, *Journal of finance*, Mayo, págs. 389-416.

JENSEN, M.C. (1969): “Risk, the pricing of capital assets, and the evaluation of investment portfolios”, *Journal of business*, Abril, págs. 167-247.

LAKA, J.P. y J. SANTIBAÑEZ (1995): “Algunas reflexiones sobre el Valor Actualizado Penalizado (VAP)”, Comunicación presentada en el *III Foro de Finanzas*, Bilbao, Noviembre-Diciembre. Publicada en Gómez-Bezares, F. y J.V. Ugarte, ed., *III Foro de Finanzas (1995)*, Bilbao, págs. 75-91.

SANTIBAÑEZ, J. (1995): “El tratamiento del riesgo en la decisión de inversión: VAP y distribuciones no conocidas”, *Boletín de Estudios Económicos*, 154, Abril, págs. 119-140.

SANTIBAÑEZ, J. y F. GOMEZ-BEZARES (1999): *Ejercicios de Teoría y Política Financiera*, Desclée de Brouwer, Bilbao.

SHARPE, W.F. (1966): “Mutual fund performance”, *Journal of business*, Enero, págs. 119-138.

TREYNOR, J.L. (1965): “How to rate management of investment funds”, *Harvard business review*, Enero-Febrero, págs. 63-75.

APENDICE A: ALGUNAS RELACIONES MATEMATICAS ENTRE LOS DIFERENTES INDICES PROPUESTOS

• Relación entre el Indice de Treynor y el Indice de Sharpe

$$S_i = \frac{\mu_i - r_0}{\sigma_i}$$

$$T_i = \frac{\mu_i - r_0}{\beta_i}$$

$$\beta_i = \frac{COV(R_i, R^*)}{(\sigma^*)^2} \quad ; \quad \rho_{i,m} = \frac{COV(R_i, R^*)}{\sigma_i \cdot \sigma^*} \quad \longrightarrow \quad \beta_i = \frac{\rho_{i,m} \cdot \sigma_i \cdot \sigma^*}{(\sigma^*)^2} = \rho_{i,m} \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma^*}$$

$$T_i = \frac{\mu_i - r_0}{\beta_i} = \frac{\mu_i - r_0}{\frac{\rho_{i,m} \cdot \sigma_i}{\sigma^*}} = \frac{\mu_i - r_0}{\sigma_i} \cdot \frac{\sigma^*}{\rho_{i,m}} = S_i \cdot \frac{\sigma^*}{\rho_{i,m}}$$

$$T_i = S_i \cdot \frac{\sigma^*}{\rho_{i,m}} \qquad [A.1]$$

• Relación entre la TRIP (coherente con Sharpe) y el Indice de Sharpe

$$TRIP_i\ (Sharpe) = \mu_i - t \cdot \sigma_i = \mu_i - \frac{\mu^* - r_0}{\sigma^*} \cdot \sigma_i = \mu_i - S^* \cdot \sigma_i$$

$$TRIP_i\ (Sharpe) = \mu_i - S^* \cdot \sigma_i \qquad [A.2]$$

• **Relación entre la TRIP (coherente con Treynor) y el Indice de Sharpe**

$$\text{TRIP}_i \text{ (Treynor)} = \mu_i - t' \cdot \beta_i = \mu_i - (\mu^* - r_0) \cdot \beta_i = \mu_i - (\mu^* - r_0) \cdot \rho_{i,m} \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma^*} =$$

$$= \mu_i - \frac{\mu^* - r_0}{\sigma^*} \cdot \rho_{i,m} \cdot \sigma_i = \mu_i - S^* \cdot \rho_{i,m} \cdot \sigma_i$$

$$\text{TRIP}_i \text{ (Treynor)} = \mu_i - S^* \cdot \rho_{i,m} \cdot \sigma_i \qquad \text{[A.3]}$$

• **Relación entre la TRIP (coherente con Sharpe) y la TRIP (coherente con Treynor)**

$$\text{TRIP}_i \text{ (Sharpe)} = \mu_i - S^* \cdot \sigma_i \quad \rightarrow \quad \mu_i = \text{TRIP}_i \text{ (Sharpe)} + S^* \cdot \sigma_i$$

$$\text{TRIP}_i \text{ (Treynor)} = \mu_i - S^* \cdot \rho_{i,m} \cdot \sigma_i \quad \rightarrow \quad \mu_i = \text{TRIP}_i \text{ (Treynor)} + S^* \cdot \rho_{i,m} \cdot \sigma_i$$

$$\text{TRIP}_i \text{ (Sharpe)} + S^* \cdot \sigma_i = \text{TRIP}_i \text{ (Treynor)} + S^* \cdot \rho_{i,m} \cdot \sigma_i$$

$$\text{TRIP}_i \text{ (Treynor)} = \text{TRIP}_i \text{ (Sharpe)} + S^* \cdot \sigma_i \cdot (1 - \rho_{i,m}) \qquad \text{[A.4]}$$

• **Relación entre el Indice de Jensen y el Indice de Sharpe**

$$J_i = (\mu_i - r_0) - (\mu^* - r_0) \cdot \beta_i =$$

$$= S_i \cdot \sigma_i - (\mu^* - r_0) \cdot \rho_{i,m} \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma^*} = S_i \cdot \sigma_i - \frac{\mu^* - r_0}{\sigma^*} \cdot \rho_{i,m} \cdot \sigma_i =$$

$$= S_i \cdot \sigma_i - S^* \cdot \rho_{i,m} \cdot \sigma_i = \sigma_i \cdot (S_i - S^* \cdot \rho_{i,m})$$

$$J_i = \sigma_i \cdot (S_i - S^* \cdot \rho_{i,m}) \qquad \text{[A.5]}$$

• Relación entre el Indice de Jensen y el Indice de Treynor

$$J_i = \sigma_i \cdot (S_i - S^* \cdot \rho_{i,m}) = \sigma_i \cdot (T_i \cdot \frac{\rho_{i,m}}{\sigma^*} - T^* \cdot \frac{1}{\sigma^*} \cdot \rho_{i,m}) =$$

$$= \frac{\sigma_i}{\sigma^*} \cdot \rho_{i,m} \cdot (T_i - T^*) = \beta_i \cdot (T_i - T^*)$$

$$J_i = \beta_i \cdot (T_i - T^*) \qquad [A.6]$$

Gráficamente, puede verse en la figura A.1

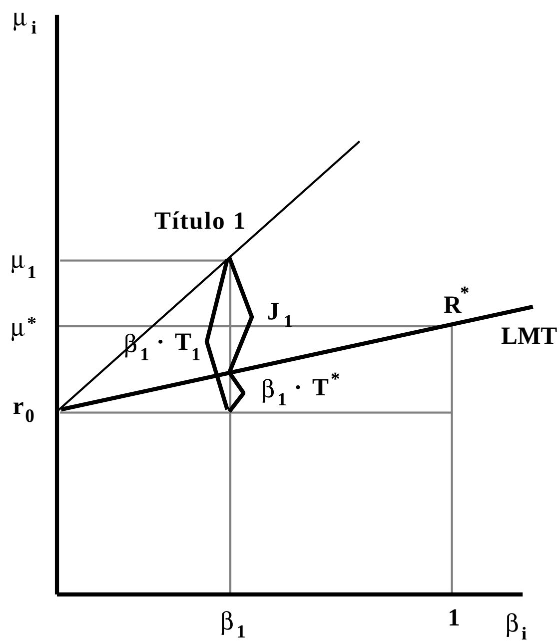


Figura A.1

• **Relación entre el Indice de Jensen dividido por beta y el Indice de Sharpe**

$$\frac{J_i}{\beta_i} = (T_i - T^*) = S_i \cdot \frac{\sigma^*}{\rho_{i,m}} - S^* \cdot \frac{\sigma^*}{1} = \sigma^* \cdot \left(\frac{1}{\rho_{i,m}} \cdot S_i - S^*\right)$$

$$\frac{J_i}{\beta_i} = \sigma^* \cdot \left(\frac{1}{\rho_{i,m}} \cdot S_i - S^*\right) \qquad [A.7]$$

APENDICE B: OTRAS FORMAS DE PENALIZACION EN VAP Y TRIP

Hemos visto que el VAP propone penalizar directamente el promedio de VAN con su desviación típica. De entre las posibles formas de realizar esta penalización, hemos optado por la penalización lineal, aunque existen otras formas de hacerlo[16]. Nos centraremos ahora en la siguiente fórmula de penalización:

$$\mathrm{VAP} = \frac{\mathrm{E\,(VAN)}}{\sigma\,(\mathrm{VAN})} \qquad [B.1]$$

Si utilizamos la fórmula [B.1] para analizar el interés de los proyectos, nos estamos fijando en la probabilidad de pérdida asociada a los mismos. Efectivamente, supuesta normalidad en la distribución del VAN, la fórmula anterior supone preguntarse por el número de desviaciones típicas que el valor cero se aleja con respecto al promedio, por lo que tratar de maximizar el VAP así entendido supone buscar aquellos proyectos que minimizan la probabilidad de pérdida. Lo anterior puede verse gráficamente en la figura B.1.

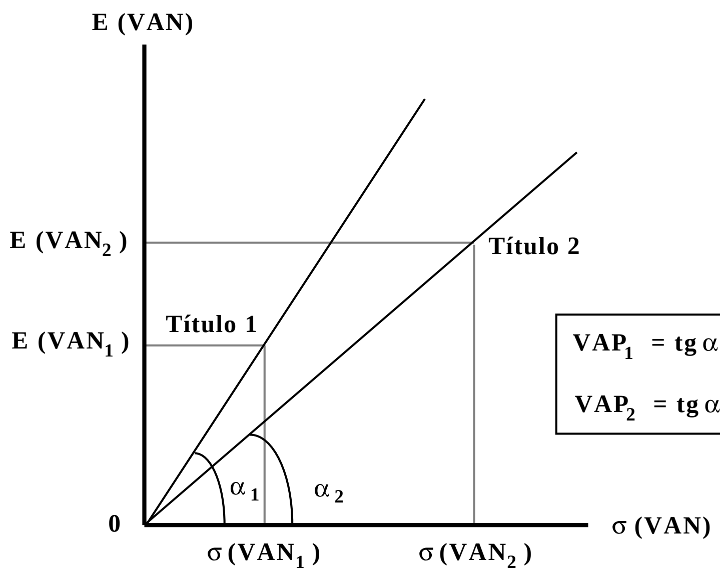


Figura B.1

[16] Puede verse a este respecto Gómez-Bezares, F. (2002): *Las decisiones financieras en la práctica*, 8ª ed., Desclée de Brouwer, Bilbao, págs. 286 y ss.

En el ejemplo que aparece en la figura B.1, el título "1" aparece como más interesante que el "2", ya que su probabilidad de obtener un VAN negativo es menor. Sin embargo, si optamos por la penalización lineal, el que se prefiera uno u otro título dependerá del valor de "t" elegido, pero en cualquier caso se tiene en cuenta algo más que la probabilidad de pérdida[17]. Así, si el individuo se comporta como poco enemigo del riesgo, el valor de "t" será bajo, y el título "2" aparecerá como más interesante que el "1", ya que el aumento de promedio de VAN que ofrece compensará suficientemente del aumento de riesgo que obliga a asumir (véase la figura B.2). Mientras que si la aversión al riesgo es mayor, el título "1" podrá llegar a ser preferido, en la medida en que permite asumir menor riesgo que el "2", no siendo suficiente el premio que éste último ofrece con respecto al primero en términos de promedio de VAN aportado para compensar el aumento de riesgo correspondiente (véase la figura B.3, en la que no sólo el título "1" resulta ser más interesante, sino que el "2" pasa a no ser interesante, ya que nos lleva a obtener un VAN equivalente cierto menor que cero).

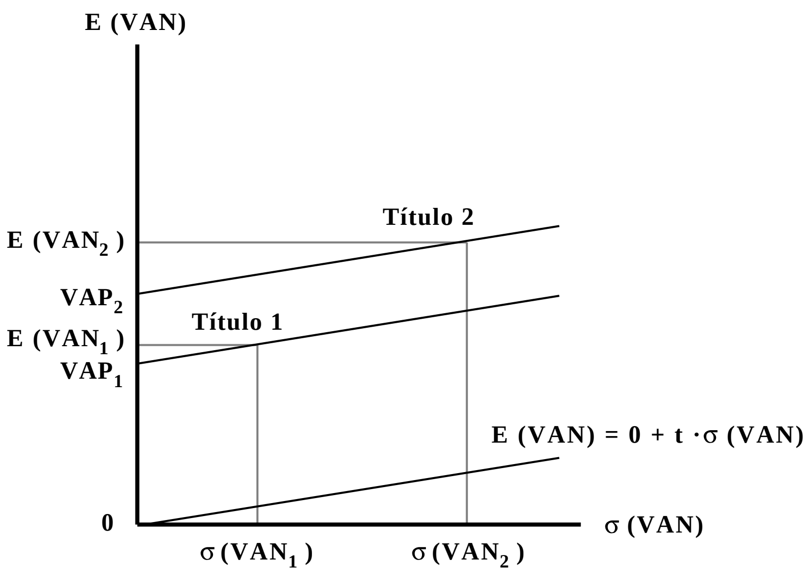


Figura B.2

[17] Efectivamente, si al comparar dos proyectos, uno tiene un VAP de 4 y el otro un VAP de 40 (según la fórmula B.1), podrá parecer que el segundo es mucho mejor que el primero. Sin embargo, la probabilidad de obtener un VAN negativo es prácticamente nula en ambos casos, no aportando gran cosa el segundo frente al primero en términos de reducción de la probabilidad de perder. Y sin embargo, desprecia otra información interesante de la distribución, como las posibilidades de ganar cantidades grandes, que pueden ser mucho mayores en el primer proyecto.

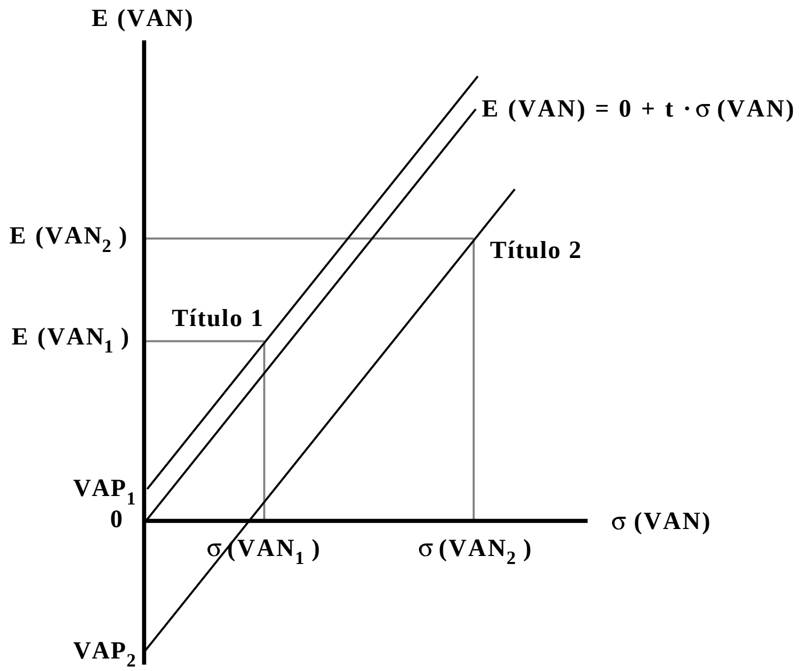


Figura B.3

Si trasladamos el razonamiento anterior a la TRIP, nos encontramos con las mismas conclusiones, matizadas por el hecho de que en este caso, las comparaciones a realizar se hacen con el título sin riesgo. Así:

$$TRIP = \frac{E\,(TRI) - r_0}{\sigma\,(TRI)} \qquad [B.2]$$

En la figura B.4 puede apreciarse que, si utilizamos la formulación de TRIP propuesta en [B.2], el proyecto "1" es mejor que el "2", ya que tiene asociada una probabilidad más baja de obtener una TRI menor que el tipo de interés sin riesgo. Sin embargo, utilizando la formulación de TRIP defendida en el artículo (fórmula [5] del texto principal) vemos en la figura B.5, asociada a un individuo poco enemigo del riesgo, que el proyecto "2" pasa a ser preferido al "1", ya que para el nivel de garantía exigido, la rentabilidad equivalente cierta del proyecto "2" es superior a la del "1" (siendo ambos interesantes). Situación que vuelve a invertirse en la figura B.6, en la que el "1" no sólo es preferido al "2", sino que además éste último deja de ser interesante (utilizando la misma fórmula [5], pero aplicada ahora por un individuo más enemigo del riesgo que el anterior).

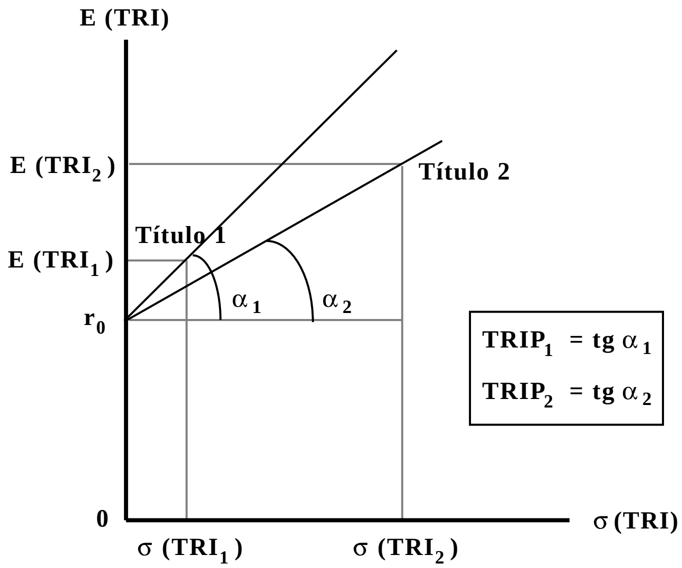


Figura B.4

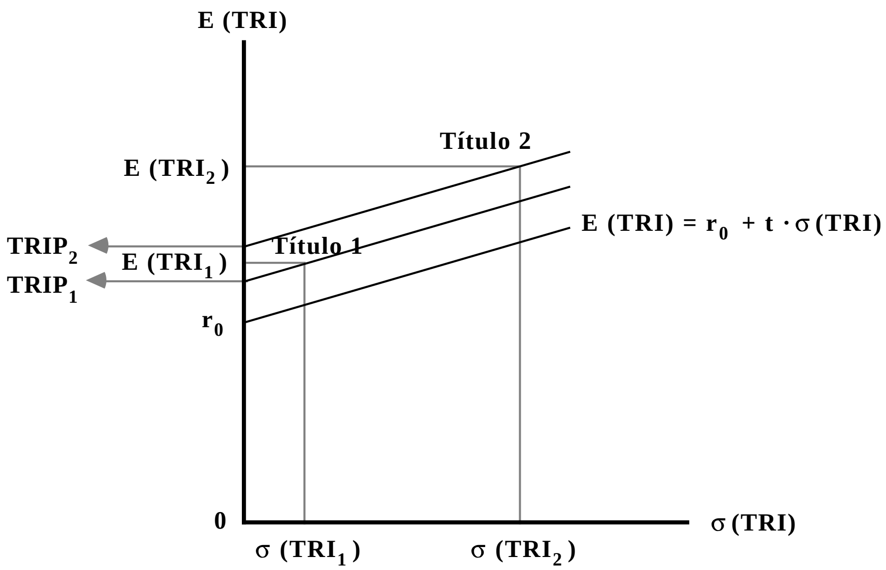


Figura B.5

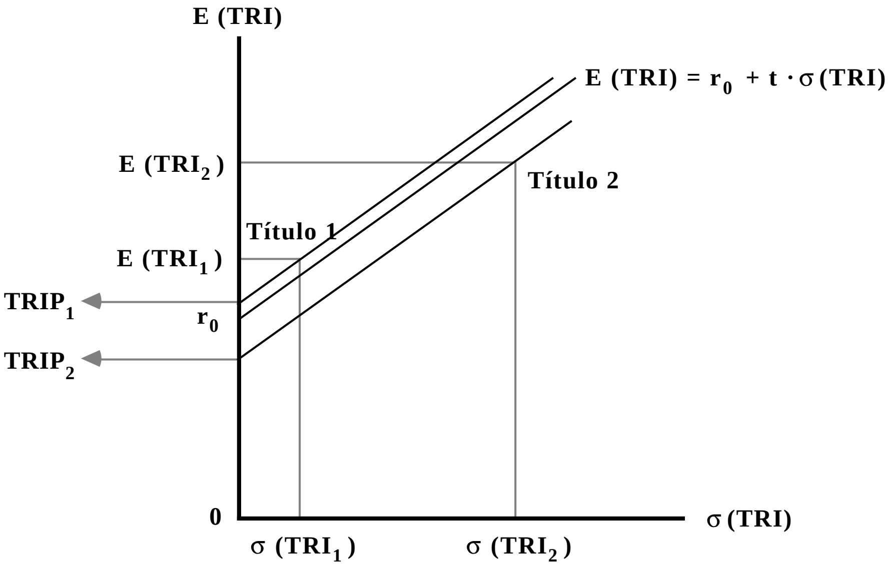


Figura B.6

La formulación de TRIP propuesta en [B.2] coincide con el índice de Sharpe, de donde se deduce que la utilización de Sharpe tiene las mismas limitaciones que esta versión de TRIP, es decir, hace un *ranking* de las posibles carteras en función de su probabilidad de que la rentabilidad caiga por debajo de r_0, y esto no parece un criterio suficiente.

APENDICE C: RELACION ENTRE EL PARAMETRO DE PENALIZACION EN VAP Y TRIP

La pregunta que cabría hacerse es: a la hora de trabajar con la TRIP, ¿debemos utilizar la misma t que con el VAP? La cuestión tiene su importancia, ya que nosotros hemos defendido siempre que el valor de t que parecía razonable para el VAP estaría entre 1 y 2, lo que supone obtener un VAN mayor que el VAP con una garantía de entre el 84% y el 98%, aproximadamente, lo cual parece suficiente en la mayoría de los casos.

Sin embargo, al utilizar la TRIP en el análisis de las decisiones bursátiles, vemos que si empleamos estos valores no aceptamos nunca ningún título ni cartera, ni siquiera la cartera de mercado, por lo que trataremos de ver en primer lugar si deberían exigirse garantías diferentes en los dos criterios, para analizar después lo que ocurre con la TRIP.

Recordemos que estamos analizando proyectos uniperiodo como el de la figura C.1 (o convertidos en uniperiodo en la forma que indicábamos en el texto; es cuando tiene sentido utilizar la TRI, como en el caso de la Teoría de Cartera).

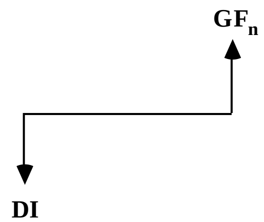


Figura C.1

En estas condiciones, ya hemos dicho que es indiferente utilizar VAN, TRI, o razonar en términos de riquezas actuales o finales, etc.

$$\text{VAN} = -\text{DI} + \frac{\text{GF}_n}{1 + k} \qquad \text{[C.1]}$$

$$\text{GF}_n = (\text{VAN} + \text{DI}) \cdot (1 + k) \qquad \text{[C.2]}$$

$$0 = -\text{DI} + \frac{\text{GF}_n}{1 + \text{TRI}} \quad \rightarrow \quad \text{TRI} = \frac{\text{GF}_n}{\text{DI}} - 1 \qquad \text{[C.3]}$$

$$GF_n = DI \cdot (1 + TRI) \quad [C.4]$$

$$(VAN + DI) \cdot (1 + k) = DI \cdot (1 + TRI) \quad [C.5]$$

$$VAN = \frac{DI \cdot (1 + TRI)}{(1 + k)} - DI = DI \cdot \left(\frac{1 + TRI}{1 + k} - 1\right) = DI \cdot \left(\frac{TRI - k}{1 + k}\right) \quad [C.6]$$

Dado que suponemos que DI es conocido, así como el tipo “k” (sin riesgo) que hay que exigir al proyecto, vemos que si el VAN sigue una distribución normal, también lo hará la TRI (y viceversa), ya que no se trata más que de una transformación lineal. Puede intuirse que la t tiene que ser la misma en VAP y TRIP, como en efecto sucede, y al final de este apéndice lo demostraremos con rigor.

Para justificar que en el VAP usemos una t entre 0 y 2 (entre 1 y 2 en proyectos de cierta importancia), sabiendo que esto contradice la t más pequeña que puede observarse en el mercado bursátil (índice de Sharpe del mercado), pueden hacerse diferentes argumentaciones.

En primer lugar, la aplicación del VAP está pensada para las PYMES, que se enfrentan a mercados de capitales mucho más imperfectos: capital escaso, más posibilidades de bancarrota, etc., que les hace cubrirse más ante el riesgo. También vemos lógico que las grandes empresas actúen con mayor aversión al riesgo cuando en ello va su futuro, y eso es bastante frecuente cuando una PYME se enfrenta a un proyecto de inversión de cierto tamaño.

Por otro lado, el inversor en bolsa suele tener una parte pequeña de su patrimonio invertida en bolsa, frente a muchos accionistas de las PYMES que tienen en la empresa una parte muy alta de su patrimonio. Esto hace que sus posibilidades de diversificación sean pequeñas, y exijan una t mayor.

Además, tal como se puede ver en la figura C.2, la t del VAP (o de la TRIP), cuando se aplica a un proyecto empresarial no tiene por qué ser la misma que la t indicada por el índice de Sharpe del mercado. Así, para penalizar el proyecto P de la figura, siendo coherente con la forma de las curvas de indiferencia (líneas punteadas) debo utilizar la pendiente del ángulo α, que es mayor que la del ángulo α^*, que coincide con el índice de Sharpe del mercado. Y hemos de ser conscientes de que en los proyectos de las PYMES es bastante frecuente encontrarse con promedios y desviaciones superiores a los del mercado.

Para completar el comentario anterior, vemos en la figura que si al proyecto P le aplicáramos la penalización de α^* resultaría mucho más interesante que lo que realmente es a la vista de las curvas de indiferencia.

Y hay una última razón, que puede ser la más convincente. Es lógico que la pendiente de la LMC (Sharpe del mercado) aumente conforme lo hace el plazo de la inversión; esto es así, porque, aproximadamente, si el plazo pasa de un periodo a “n” periodos, la μ se multiplica por n y la σ por $\sqrt{n}$, con lo que la pendiente va creciendo. Así, una pendiente mensual de 0,2 pasaría (multiplicada por $\sqrt{12}$) a una anual de 0,69 y a una para cinco años de 1,55.

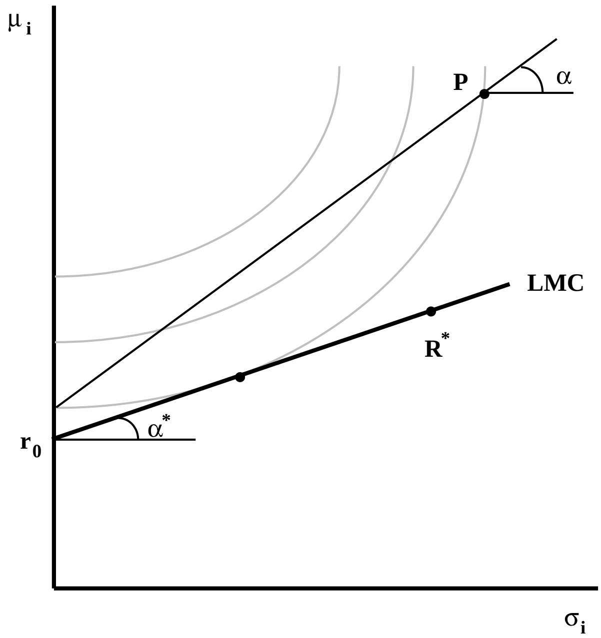


Figura C.2

Pero los proyectos de inversión empresarial que analizamos con el VAP suelen ser proyectos a largo plazo (por lo que la t tiene que ser alta). De hecho, si suponemos que reinvertimos las generaciones de fondos del proyecto al tipo de interés sin riesgo, llegaríamos a una distribución de riqueza final (en el año n) que actualizada al tipo de interés sin riesgo de esos n años, nos daría la distribución del VAN sobre la que se calcula el VAP; luego sería correcto considerar la inversión como equivalente a otra con un único periodo de n años.

• Algunas demostraciones matemáticas suponiendo proyectos uniperiodo.

Sea un periodo donde la riqueza final es $\tilde{R}_F$ y la inicial R_0. Si $\tilde{R}_F$ es N $(\mu_F\ ,\ \sigma_F)$[18] y $\tilde{r}$ es la rentabilidad del periodo:

$$\tilde{r} = \frac{\tilde{R}_F - R_0}{R_0} \qquad [C.7]$$

$$\tilde{r} \quad \rightarrow \quad N\left(\frac{\mu_F - R_0}{R_0}\ ,\ \frac{\sigma_F}{R_0}\right) \qquad [C.8]$$

[18] Sigue la distribución normal con promedio μ_F y desviación típica σ_F.

Si calculo la TRI de la esperanza:

$$\frac{E\left(\tilde{R}_F\right)}{1 + TRI} = R_0 \quad \rightarrow \quad TRI = \frac{\mu_F - R_0}{R_0} = \mu_r \qquad [C.9]$$

luego la TRI de la esperanza es la esperanza de TRI.

Por otro lado, si calculo el VAN al tipo sin riesgo k:

$$\widetilde{VAN} = \frac{\tilde{R}_F}{1 + k} - R_0 \quad \rightarrow \quad N\left(\frac{\mu_F}{1 + k} - R_0 \,,\, \frac{\sigma_F}{1 + k}\right) \qquad [C.10]$$

Si quiero saber a cuántas desviaciones típicas estamos del cero de VAN:

$$\frac{\dfrac{\mu_F}{1 + k} - R_0}{\dfrac{\sigma_F}{1 + k}} = \frac{\mu_F - R_0 - R_0 \cdot k}{\sigma_F}$$

Si quiero saber a cuántas desviaciones está μ_r de k:

$$\frac{\mu_r - k}{\sigma_r} = \frac{\dfrac{\mu_F - R_0}{R_0} - k}{\dfrac{\sigma_F}{R_0}} = \frac{\mu_F - R_0 - R_0 \cdot k}{\sigma_F} \qquad \text{(que coincide con lo anterior)}$$

Luego queda muy lógico para un periodo (en cuanto a lo que ocurre con varios, puede consultarse el Apéndice D).

Finalmente, veamos qué ocurre en estas condiciones con la t utilizada en ambos criterios.

Para comprobar que la t usada en el VAP (en el caso de un periodo) coincide con la usada en la TRIP lo que hay que demostrar es que supuestos dos proyectos 1 y 2 con el mismo desembolso inicial (R_0) y con distintas distribuciones de riqueza final [(μ_{F1} , σ_{F1}) y (μ_{F2} , σ_{F2})], supuesto un valor de t, tiene que suceder que si $VAP_1 > VAP_2$ —> $TRIP_1 > TRIP_2$; en efecto:

$$VAP_i = E\,(VAN_i) - t \cdot \sigma\,(VAN_i) \qquad [C.11]$$

$$VAP_1 = \frac{\mu_{F1}}{1 + k} - R_0 - t \cdot \frac{\sigma_{F1}}{1 + k}$$

$$VAP_2 = \frac{\mu_{F2}}{1 + k} - R_0 - t \cdot \frac{\sigma_{F2}}{1 + k}$$

si $VAP_1 > VAP_2$, entonces:

$$\frac{\mu_{F1}}{1+k} - R_0 - t \cdot \frac{\sigma_{F1}}{1+k} > \frac{\mu_{F2}}{1+k} - R_0 - t \cdot \frac{\sigma_{F2}}{1+k} \qquad [C.12]$$

luego $\mu_{F1} - t \cdot \sigma_{F1} > \mu_{F2} - t \cdot \sigma_{F2}$

Por otro lado:

$$TRIP_i = E\,(TRI_i) - t \cdot \sigma\,(TRI_i) \qquad [C.13]$$

$$TRIP_1 = \frac{\mu_{F1} - R_0}{R_0} - t \cdot \frac{\sigma_{F1}}{R_0}$$

$$TRIP_2 = \frac{\mu_{F2} - R_0}{R_0} - t \cdot \frac{\sigma_{F2}}{R_0}$$

Si se cumple que $\mu_{F1} - t \cdot \sigma_{F1} > \mu_{F2} - t \cdot \sigma_{F2}$ es evidente que $TRIP_1 > TRIP_2$.

Luego supuesta una t para el VAP, al aplicarla en la TRIP llegamos a idénticos resultados. Por lo que se debe usar la misma t.

APENDICE D: ESTUDIO EMPÍRICO ACERCA DE LA NORMALIDAD DE VAN Y TRI

Así como la normalidad del VAN es más fácil de aceptar, apoyándonos, por ejemplo, en el Teorema Central del Límite, la normalidad de la TRI es más difícil de demostrar. En el Apéndice C veíamos cómo la hipótesis de normalidad de la TRI es fácil de aceptar cuando se trata de proyectos uniperiodo: en tal caso, y supuesta riqueza final del proyecto que sigue la distribución normal, tanto el VAN como la TRI seguirían también la distribución normal. Sin embargo, en el caso de proyectos multiperiodo (los más habituales en la gestión de la PYME), este tema no está tan claro. Abordaremos el tema desde una perspectiva empírica, y a continuación extraeremos algunas conclusiones, que trataremos de relacionar con la aproximación teórica de Hillier, que en determinadas condiciones, justifica la normalidad de TRI.

- **Estudio empírico de la normalidad de VAN y TRI utilizando técnicas de simulación.**

A continuación, presentaremos los resultados obtenidos al realizar un proceso de simulación (por el método de Montecarlo), en seis situaciones diferentes. Todas ellas tienen una serie de hipótesis de partida y de procedimientos de trabajo comunes, así como algunos elementos que cambian de una simulación a otra. A continuación, se describe brevemente el proceso realizado:

- Se define el desembolso inicial del proyecto, que se supone conocido: 1.000 unidades monetarias -u.m.- (en todos los casos).
- Se define la vida útil del proyecto, que se supone también conocida a priori (y que cambia en las diferentes simulaciones realizadas).
- Se define el tipo de descuento a utilizar (coste de los fondos), que se supone conocido e invariable a lo largo de la vida útil del proyecto ($k = 10\%$ en todos los casos).
- Se define el comportamiento de las generaciones de fondos asociadas al proyecto (la última incluye el valor residual), asumiéndose la normalidad de cada una de ellas. En concreto, se ha supuesto generaciones de fondos de promedio $\mu = 500$ y desviación típica $\sigma = 50$ (en todos los casos).

- En cada caso, se supone una determinada relación entre los flujos de fondos de los diferentes años (distinta en cada simulación).

- En cada simulación, se generan 50.000 valores de las variables simuladas, obteniendo por tanto 50.000 valores de VAN y otros tantos de TRI. A partir de estos valores simulados, se calcula el promedio y la desviación típica de VAN y TRI.

- En el caso de la TRI se comparan los valores de promedio obtenidos en cada simulación con los que se obtienen a partir de las generaciones de fondos esperadas.

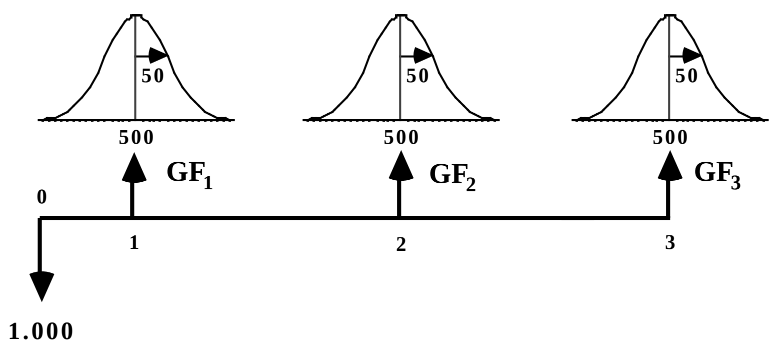
- En cada simulación, se realizan pruebas de hipótesis para comprobar si cabe aceptarse la normalidad de las distribuciones simuladas de VAN y TRI. Asimismo, se indica la distribución teórica que mejor se ajustaría a la obtenida desde el punto de vista experimental.

- En determinadas ocasiones, cuando se considera oportuno, se ofrecen también los resultados empíricos de asimetría y kurtosis (datos referidos a la distribución de la TRI).

Los resultados obtenidos en el proceso descrito son los siguientes:

- **SIMULACIÓN Nº 1: Vida útil de tres años y correlación nula entre las generaciones de fondos de los distintos años.**

El perfil de fondos sobre el que se trabaja es el siguiente:



Y los resultados obtenidos en el proceso descrito son los siguientes:

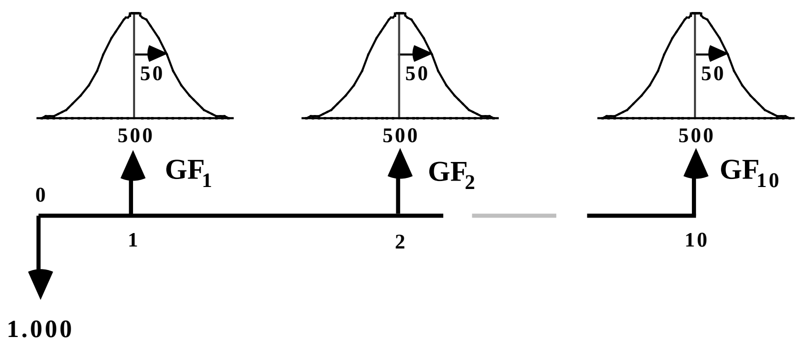
Concepto	Valor
Desembolso inicial	- 1.000
E (GF_1)	500
E (GF_2)	500
E (GF_3)	500
σ (GF_i)	50
Correlación entre GF_i	0
Coste de los fondos (k)	10%
VAN a partir de E (GF_i)	243,43
TRI a partir de E (GF_i)	23,38%
E (TRI) a partir de distribución simulada	23,37%

Análisis de la normalidad de las distribuciones simuladas:

Concepto	VAN	TRI
Kolmogorov-Smirnov[19]	0,003661339	0,003613211
Best Fit	Normal	Normal
Asimetría	-	-
Kurtosis	-	-

- **SIMULACIÓN Nº 2: Vida útil de diez años y correlación nula entre las generaciones de fondos de los distintos años.**

El perfil de fondos sobre el que se trabaja es el siguiente:



19 Para un error α del 5%, se acepta la normalidad para valores inferiores a 0,0060821.

Y los resultados obtenidos en el proceso descrito son los siguientes:

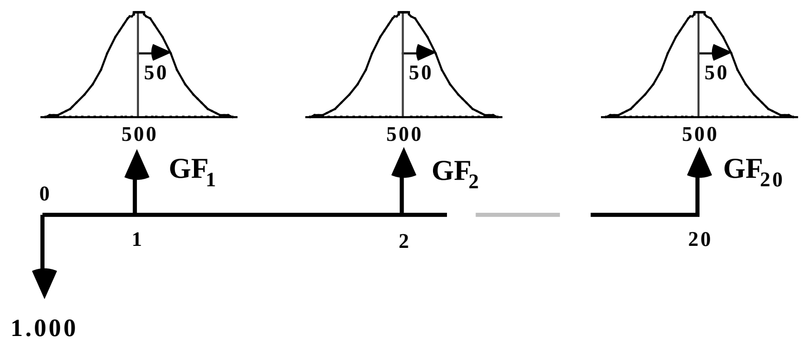
Concepto	Valor
Desembolso inicial	- 1.000
E (GF_1)	500
…	…
E (GF_{10})	500
σ (GF_i)	50
Correlación entre GF_i	0
Coste de los fondos (k)	10%
VAN a partir de E (GF_i)	2.072,28
TRI a partir de E (GF_i)	49,08%
E (TRI) a partir de distribución simulada	49,12%

Análisis de la normalidad de las distribuciones simuladas:

Concepto	VAN	TRI
Kolmogorov-Smirnov	0,003612903	0,007236383
Best Fit	Normal	Beta
Asimetría	-	0,11
Kurtosis	-	3,00

- **SIMULACIÓN Nº 3: Vida útil de veinte años y correlación nula entre las generaciones de fondos de los distintos años.**

El perfil de fondos sobre el que se trabaja es el siguiente:



Y los resultados obtenidos en el proceso descrito son los siguientes:

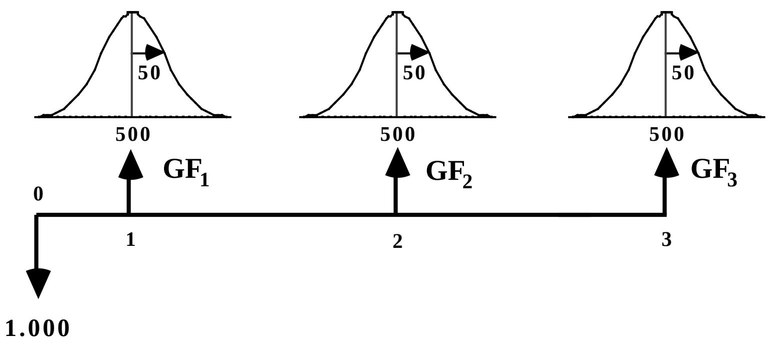
Concepto	Valor
Desembolso inicial	- 1.000
E (GF_1)	500
…	…
E (GF_{20})	500
σ (GF_i)	50
Correlación entre GF_i	0
Coste de los fondos (k)	10%
VAN a partir de E (GF_i)	3.256,78
TRI a partir de E (GF_i)	49,98%
E (TRI) a partir de distribución simulada	50,01%

Análisis de la normalidad de las distribuciones simuladas:

Concepto	VAN	TRI
Kolmogorov-Smirnov	0,002858793	0,008077458
Best Fit	Normal	Beta
Asimetría	-	0,10
Kurtosis	-	3,01

- **SIMULACIÓN Nº 4: Vida útil de tres años y correlación perfecta y positiva entre las generaciones de fondos de los distintos años.**

El perfil de fondos sobre el que se trabaja es el siguiente:



Y los resultados obtenidos en el proceso descrito son los siguientes:

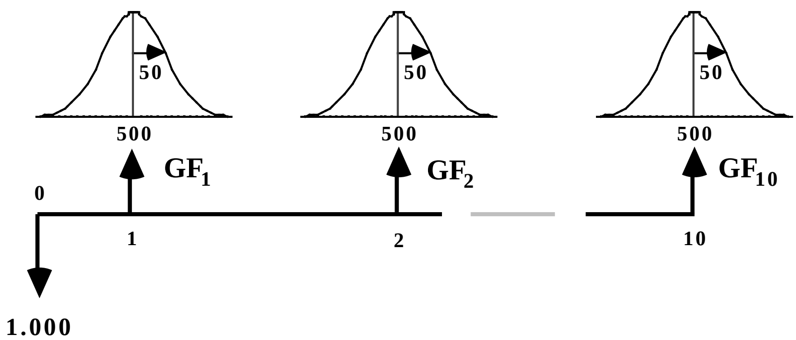
Concepto	Valor
Desembolso inicial	- 1.000
E (GF_1)	500
E (GF_2)	500
E (GF_3)	500
σ (GF_i)	50
Correlación entre GF_i	1
Coste de los fondos (k)	10%
VAN a partir de E (GF_i)	243,43
TRI a partir de E (GF_i)	23,38%
E (TRI) a partir de distribución simulada	23,27%

Análisis de la normalidad de las distribuciones simuladas:

Concepto	VAN	TRI
Kolmogorov-Smirnov	0,002842147	0,006112211
Best Fit	Normal	Normal
Asimetría	-	- 0,07
Kurtosis	-	3,00

- **SIMULACIÓN Nº 5: Vida útil de diez años y correlación perfecta y positiva entre las generaciones de fondos de los distintos años.**

El perfil de fondos sobre el que se trabaja es el siguiente:



Y los resultados obtenidos en el proceso descrito son los siguientes:

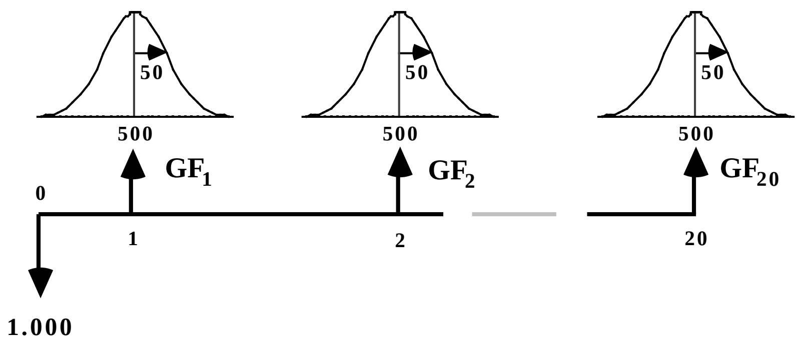
Concepto	Valor
Desembolso inicial	- 1.000
E (GF_1)	500
…	…
E (GF_{10})	500
σ (GF_i)	50
Correlación entre GF_i	1
Coste de los fondos (k)	10%
VAN a partir de E (GF_i)	2.072,28
TRI a partir de E (GF_i)	49,08%
E (TRI) a partir de distribución simulada	49,04%

Análisis de la normalidad de las distribuciones simuladas:

Concepto	VAN	TRI
Kolmogorov-Smirnov	0,001621271	0,002773545
Best Fit	Normal	Normal
Asimetría	-	-
Kurtosis	-	-

• **SIMULACIÓN Nº 6: Vida útil de veinte años y correlación perfecta y positiva entre las generaciones de fondos de los distintos años.**

El perfil de fondos sobre el que se trabaja es el siguiente:



Y los resultados obtenidos en el proceso descrito son los siguientes:

Concepto	Valor
Desembolso inicial	- 1.000
E (GF_1)	500
…	…
E (GF_{20})	500
σ (GF_i)	50
Correlación entre GF_i	1
Coste de los fondos (k)	10%
VAN a partir de E (GF_i)	3.256,78
TRI a partir de E (GF_i)	49,98%
E (TRI) a partir de distribución simulada	49,96%

Análisis de la normalidad de las distribuciones simuladas:

Concepto	VAN	TRI
Kolmogorov-Smirnov	0,001533372	0,001585839
Best Fit	Normal	Normal
Asimetría	-	-
Kurtosis	-	-

Conclusiones acerca de la normalidad de VAN y TRI

- En lo que se refiere al análisis empírico a través de la técnica de simulación, realizada bajo dos hipótesis extremas (correlación nula y correlación perfecta y positiva), y en tres escenarios en cuanto al número de generaciones de fondos (3, 10 y 20, respectivamente), podemos concluir lo siguiente:

    * Puede aceptarse la normalidad del VAN en todos los casos.

    * Sólo en algunos casos puede aceptarse la normalidad de la TRI, pero en cualquier caso, da la impresión de que la distribución empírica es muy similar a la normal, lo que supondría que el cálculo de probabilidades utilizando la curva normal no debe llevar a cometer grandes errores.

- Desde un punto de vista teórico, cabe referirnos al trabajo de Hillier[20], en el que el autor apunta que el VAN sigue la distribución normal si las generaciones de fondos lo hacen, con independencia del valor que tome la correlación entre los diferentes flujos de fondos[21]. Este resultado, además, resulta típico y lógico.

  Por otra parte, el autor razona que la TRI sigue también la distribución normal, apoyando su argumentación en una "sencilla" demostración matemática, que parte de unos supuestos que plantean problemas importantes en cuanto a su aceptación:

  * Por un lado, resulta claro que el promedio de VAN disminuye ante aumentos del tipo de descuento (k) -de hecho, la derivada del promedio con respecto a k es negativa-, pero Hillier supone que las disminuciones de promedio son iguales para cualquier valor de k.

  * Es claro que la varianza del VAN varía ante cambios en el tipo de descuento, pero Hillier supone que la varianza no cambia para cualquier valor de k.

  Así, aceptando las dos hipótesis apuntadas, puede demostrarse la normalidad de la TRI, si bien el propio autor señala las limitaciones de su planteamiento (que vienen dadas por el carácter restrictivo de las condiciones apuntadas).

Una última reflexión

En cuanto a la posibilidad de razonar e identificar el concepto de TRI esperada y la TRI de las generaciones de fondos esperadas, es importante resaltar que esto está totalmente justificado en proyectos uniperiodo. Y es precisamente en este caso en el que la TRI no presenta otros problemas teóricos importantes (como la hipótesis de reinversión a la propia TRI -que puede tener efectos especialmente dramáticos en el caso de que el proyecto devuelva los fondos a ritmos acelerados-, el de inconsistencia, etc.). Por lo tanto, entendemos que los razonamientos realizados a lo largo del artículo están justificados, ya que:

- En proyectos financieros es habitual suponer existencia de un único periodo (cfr. Teoría de Cartera de Markowitz y modelos construidos a partir de la misma).

- En proyectos empresariales, la utilización de TRI sin problemas exige que los proyectos sean uniperiodo. Dado que en muchos casos ello no es así, puede suponerse que trabajamos con la TRI modificada, que supone reinversión de los flujos de fondos al momento n (vida útil del proyecto) al coste de los fondos, y cálculo posterior de la TRI correspondiente a dicho proyecto uniperiodo.

---

[20] Hillier, F.S. (1963): "The derivation of probabilistic information for the evaluation of risky investments", *Management Science*, 9, Abril, págs. 443-457.

[21] Se debería entender aquí distribución normal multivariante.