

Los datos son de la forma (y_t, t) donde:

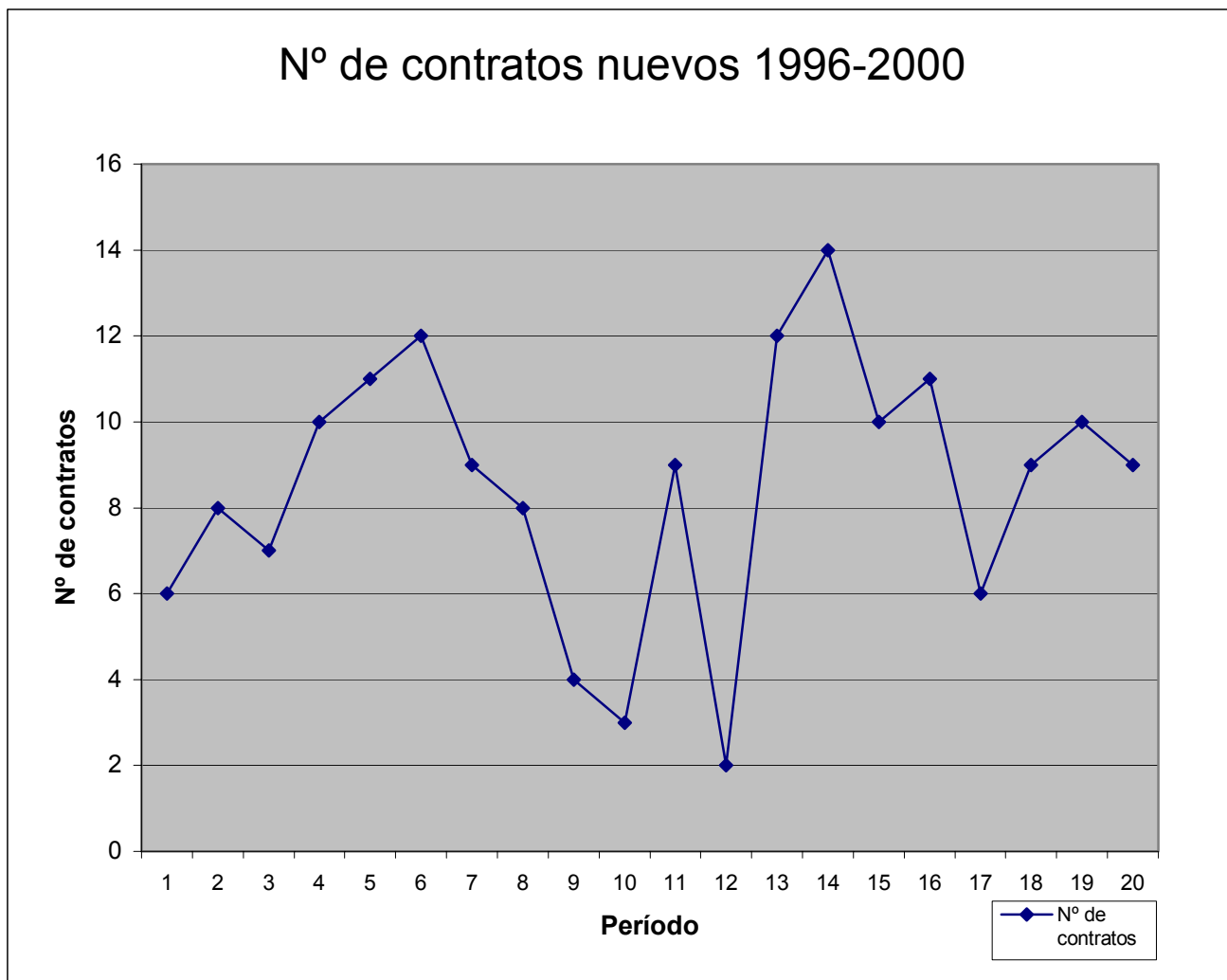
y_t → Variable endógena o dependiente
 t → Variable exógena o independiente

Nota: realmente sólo hay una variable a estudiar que es y_t . En el análisis de regresión teníamos dos variables (explicábamos una variable a partir de la otra). Aquí sólo hay una variable (explicamos una variable a partir de su pasado histórico).

Ejemplo

Los datos siguientes corresponden al número de contratos nuevos realizados por las empresas de menos de 10 empleados, en Sevilla, durante el período 1996-2000.

	1996	1997	1998	1999	2000
1º Trimestre	6	11	4	12	6
2º Trimestre	8	12	3	14	9
3º Trimestre	7	9	9	10	10
4º Trimestre	10	8	2	11	9



Componentes de una serie temporal:

- La tendencia.
- Las variaciones cíclicas.
- Las variaciones estacionales.
- Las variaciones accidentales.

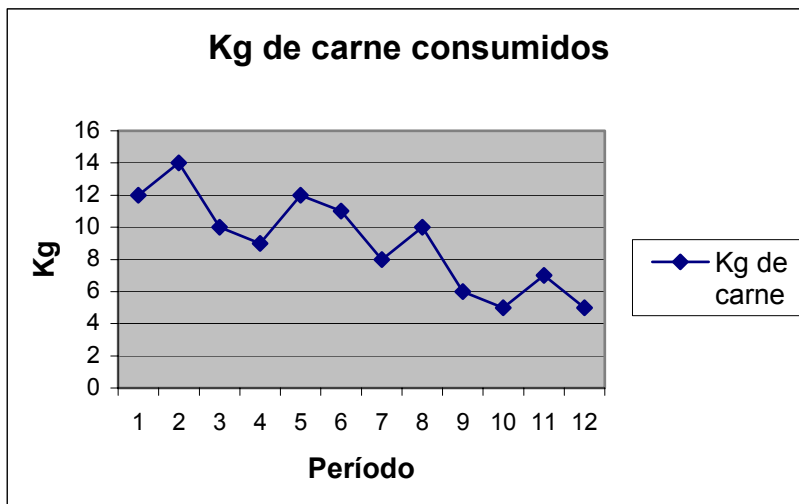
LA TENDENCIA (T)

Es una componente de la serie temporal que refleja su evolución a largo plazo. Puede ser de naturaleza estacionaria o constante (se representa con una recta paralela al eje de abscisas), de naturaleza lineal, de naturaleza parabólica, de naturaleza exponencial, etc.

Ejemplo para la tendencia

Supongamos que tenemos el número de kg de carne de vaca consumidos por trimestre durante los últimos años en unos grandes almacenes.

	1998	1999	2000
1º Trimestre	12	12	6
2º Trimestre	14	11	5
3º Trimestre	10	8	7
4º Trimestre	9	10	5



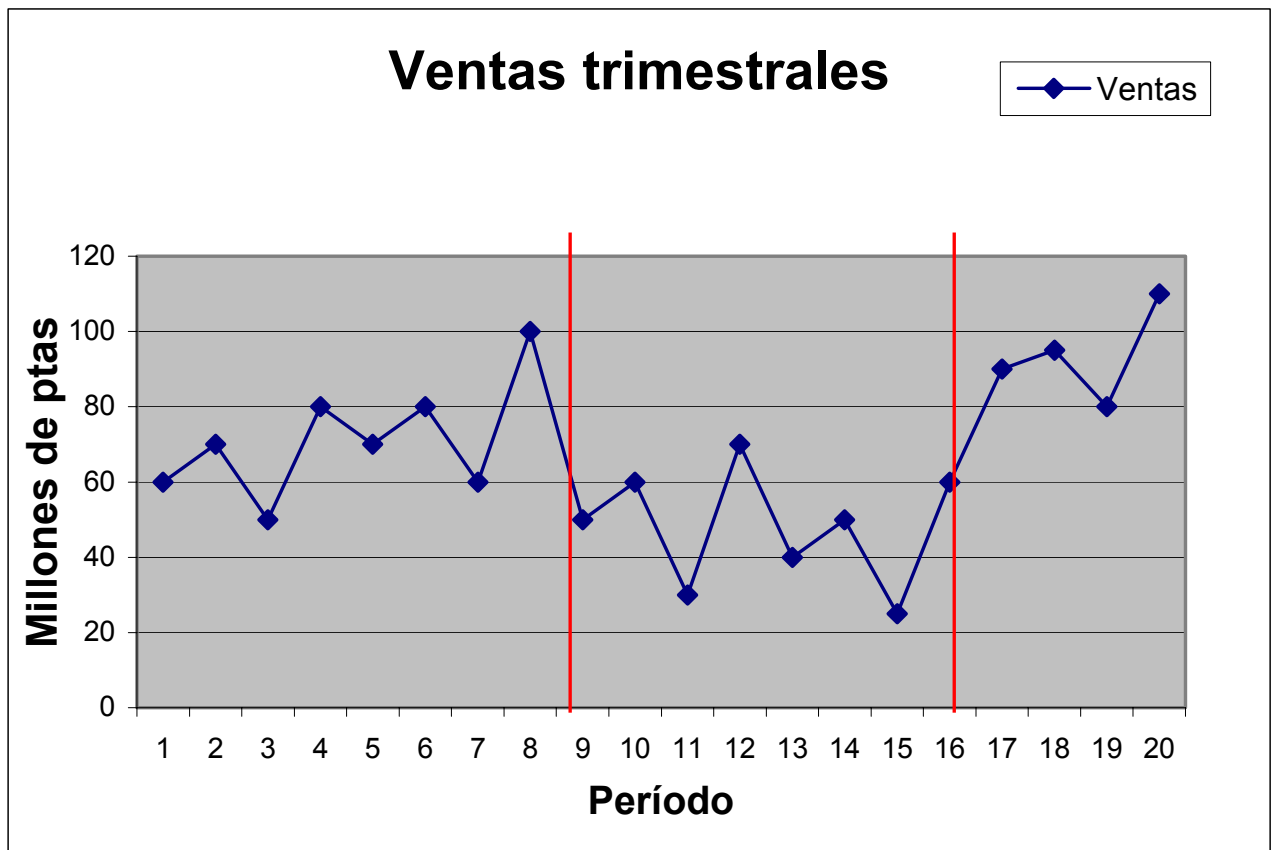
LAS VARIACIONES CÍCLICAS (C)

Es una componente de la serie que recoge oscilaciones periódicas de amplitud superior a un año. Estas oscilaciones periódicas no son regulares y se presentan en los fenómenos económicos cuando se dan de forma alternativa etapas de prosperidad o de depresión.

Ejemplo para las variaciones cíclicas

Supongamos que tenemos las ventas trimestrales de un supermercado en el período 1990-1994, expresadas en millones de pesetas constantes del año 1990.

	1990	1991	1992	1993	1994
1º Trimestre	60	70	50	40	90
2º Trimestre	70	80	60	50	95
3º Trimestre	50	60	30	25	80
4º Trimestre	80	100	70	60	110



LAS VARIACIONES ESTACIONALES (E)

Es una componente de la serie que recoge oscilaciones que se producen alrededor de la tendencia, de forma repetitiva y en períodos iguales o inferiores a un año.

Su nombre proviene de las estaciones climatológicas: primavera, verano, otoño e invierno.

Ejemplos de variaciones estacionales

- En Navidad las ventas de establecimientos se suelen incrementar.
- El consumo de gasolina aumenta la primera decena del mes y disminuye en la última.
- El clima afecta a la venta de determinados productos: los helados se venden fundamentalmente en verano y la ropa de abrigo en invierno.

LAS VARIACIONES ACCIDENTALES (A)

Es una componente de la serie que recoge movimientos provocados por factores imprevisibles (un pedido inesperado a nuestra empresa, una huelga, una ola de

calor, etc). También reciben el nombre de variaciones irregulares, residuales o erráticas.

¿Cómo actúan estas 4 componentes?

- Modelo Aditivo : $y_t = T + C + E + A$
- Modelo Multiplicativo: $y_t = T \cdot C \cdot E \cdot A$
- Modelo Mixto : $y_t = T \cdot C \cdot E + A$

¿ Cómo detectamos el modo en que interactúan las componentes de una serie temporal?

¿ Esquema aditivo o multiplicativo?

1º) Calculamos 2 tipos de indicadores:

$$C_i = Y(i, t+1) / Y(i, t)$$

$$d_i = Y(i, t+1) / Y(i, t)$$

2º) Calculamos los coeficientes de variación para las series formadas por los dos indicadores, y si:

CV $C_i < CV d_i \rightarrow$ Esquema multiplicativo

CV $d_i < CV C_i \rightarrow$ Esquema aditivo

EJEMPLO:

Según la ECL, las horas no trabajadas por trimestre y trabajador entre 1992 y 1997 son:

	92	93	94	95	96	97
TRIM. I	46	45,7	44,6	45,4	35,6	53,8
TRIM. II	51,7	49,8	38,8	50,8	49,3	47
TRIM. III	106,4	100,7	112,4	96,7	100,2	84,8
TRIM IV	68,7	72,1	67,6	62,6	69,5	52

¿ Qué esquema de agregación es el más apropiado?

1º) Calculamos los 2 tipos de indicadores:

di	92-93	93-94	94-95	95-96	96-97
TRIM. I	-0,3	-1,1	0,8	-9,8	18,2
TRIM. II	-1,9	-11	12	-1,5	-2,3
TRIM. III	-5,7	11,7	-15,7	3,5	-15,4
TRIM IV	3,4	-4,5	-5	6,9	-17,5

ci	92-93	93-94	94-95	95-96	96-97
TRIM. I	0,993	0,976	1,018	0,784	1,511
TRIM. II	0,963	0,779	1,309	0,970	0,953
TRIM. III	0,946	1,116	0,860	1,036	0,846
TRIM IV	1,049	0,938	0,926	1,110	0,748

2º) Calculamos los Coeficientes de variación de ambas distribuciones:

$$\bar{d} = 1.76$$

$$Sd = 9.271;$$

$$CV d = 5.267$$

$$\bar{c} = 1.$$

$$Sc = 0.174;$$

$$CV c = 0.174$$

METODOS PARA DETERMINAR LA TENDENCIA

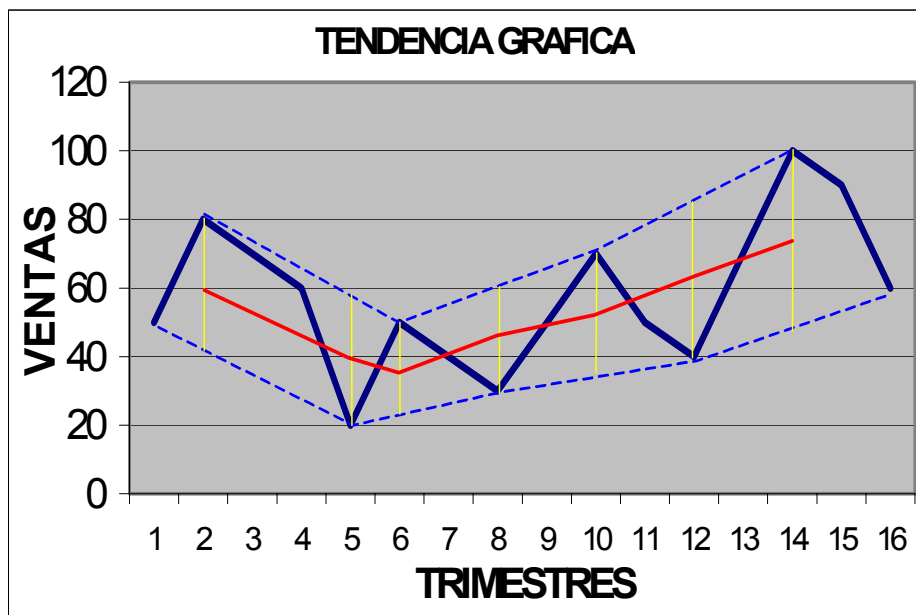
1º) METODO GRAFICO

- Se efectúa la representación gráfica de la serie ordenada Yt.
- Se unen mediante segmentos rectilíneos todos los puntos altos de la serie, obteniéndose una poligonal de cimas.
- Se realiza lo mismo con los puntos bajos, obteniéndose la línea poligonal de fondos.
- Se trazan perpendiculares al eje de abscisas por los puntos cimas y fondos.
- La tendencia viene dada por la línea amortiguada que une los puntos medios de los segmentos.

EJEMPLO:

Dada la siguiente serie trimestral de ventas de un supermercado, representa gráficamente la tendencia:

Trimestres / Años	1998	1999	2000	2001
TRIM. I	50	20	50	70
TRIM. II	80	50	70	100
TRIM. III	70	40	50	90
TRIM IV	60	30	40	60



2º) METODO DE LAS MEDIAS MOVILES

*** *Empleando 3 observaciones*

a) Partimos de la serie temporal observada Y_t .

Trimestres / Años	1999	2000	2001
TRIM. I	150	155	160
TRIM. II	165	170	180
TRIM. III	125	135	140
TRIM IV	170	165	180

b) Se obtienen sucesivas medias aritméticas para cada Y_t , con un número de observaciones anteriores y posteriores fijado de antemano.
- *Si el número de observaciones es impar la media Y_t , está centrada y coincide con el período t .*

$$\bar{y}_2 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{150 + 165 + 125}{3} = 146.6$$

$$\bar{y}_3 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3} = \frac{165 + 125 + 170}{3} = 153.3$$

$$\bar{y}_4 = \frac{y_3 + y_4 + y_5}{3} = \frac{125 + 170 + 155}{3} = 150$$

$$\bar{y}_5 = \frac{y_4 + y_5 + y_6}{3} = \frac{170 + 155 + 170}{3} = 165$$

$$\bar{y}_6 = \frac{y_5 + y_6 + y_7}{3} = \frac{155 + 170 + 135}{3} = 153.3$$

$$\bar{y}_7 = \frac{y_6 + y_7 + y_8}{3} = \frac{170 + 135 + 165}{3} = 156.6$$

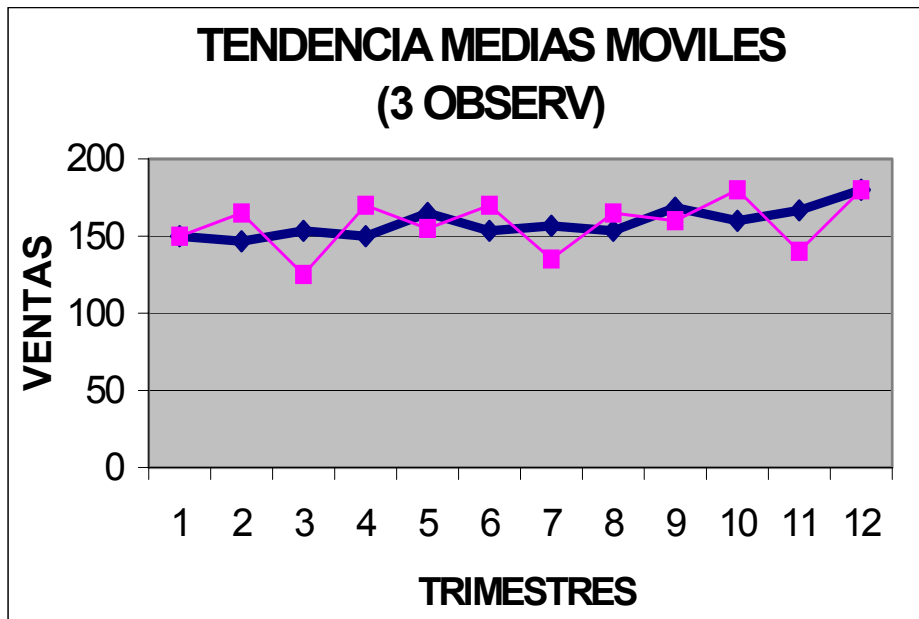
$$\bar{y}_8 = \frac{y_7 + y_8 + y_9}{3} = \frac{135 + 165 + 160}{3} = 153.3$$

$$\bar{y}_9 = \frac{y_8 + y_9 + y_{10}}{3} = \frac{165 + 160 + 180}{3} = 168.3$$

$$\bar{y}_{10} = \frac{y_9 + y_{10} + y_{11}}{3} = \frac{160 + 180 + 140}{3} = 160$$

$$\bar{y}_{11} = \frac{y_{10} + y_{11} + y_{12}}{3} = \frac{180 + 140 + 180}{3} = 166.6$$

c) La serie formada por las medias de Y_t , nos indica la línea amortiguada de la tendencia



*** Empleando 4 observaciones

a) Partimos de la serie temporal observada Y_t .

Trimestres / Años	1999	2000	2001
TRIM. I	150	155	160
TRIM. II	165	170	180
TRIM. III	125	135	140
TRIM IV	170	165	180

b) Se obtienen las sucesivas medias aritméticas

Si el número de observaciones empleados para obtener la media es par, y_t no está centrada y no coincide con el período t , y habrá que volver a calcular una nueva media aritmética y_t , utilizando los y_t , obteniendo de esta manera una nueva serie de medias móviles centradas.

$$\overline{y_{2.5}} = (150 + 165 + 125 + 170) / 4 = 152.5$$

$$\overline{y_{3.5}} = (165 + 125 + 170 + 155) / 4 = 153.75$$

$$\overline{y_{4.5}} = (125 + 170 + 155 + 170) / 4 = 155$$

$$\overline{y_{5.5}} = (170 + 155 + 170 + 135) / 4 = 157.5$$

$$\overline{y_{6.5}} = (155 + 170 + 135 + 165) / 4 = 156.25$$

$$\overline{y_{7.5}} = (170 + 135 + 160 + 180) / 4 = 157.5$$

$$\overline{y_{8.5}} = (135 + 165 + 160 + 180) / 4 = 160$$

$$\overline{y_{9.5}} = (165 + 160 + 180 + 140) / 4 = 161.25$$

$$\overline{y_{10.5}} = (160 + 180 + 140 + 180) / 4 = 165$$

Como se puede observar la serie de las medias obtenidas no está centrada, y debemos obtener una nueva serie de medias centradas, a partir de la serie "descentrada"

$$\overline{y_3} = (152.5 + 153.75) / 2 = 153.125$$

$$\overline{y_4} = (153.75 + 155) / 2 = 154.375$$

$$\overline{y_5} = (155 + 157.5) / 2 = 156.25$$

$$\overline{y_6} = (157.5 + 156.25) / 2 = 156.875$$

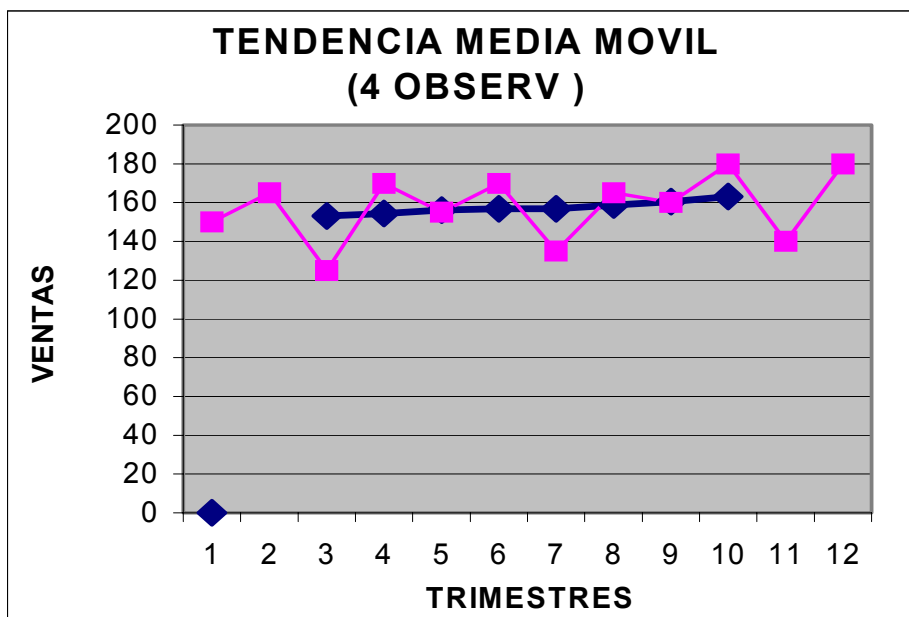
$$\overline{y_7} = (156.25 + 157.5) / 2 = 156.875$$

$$\overline{y_8} = (157.5 + 160) / 2 = 158.75$$

$$\overline{y_9} = (160 + 161.25) / 2 = 160.25$$

$$\overline{y_{10}} = (161.25 + 165) / 2 = 163.125$$

c) La serie formada por Y_t , nos indica la línea amortiguada de la tendencia



3º) MÉTODO ANALÍTICO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS

a) Obtendremos la tendencia a partir de la recta $Y_t = a + bt$, siendo Y_t , la media anual de las observaciones trimestrales de los casos anteriores.

$$y_1 = (y_1 + y_2 + y_3 + y_4) / 4 = 152.5$$

$$y_2 = (y_5 + y_6 + y_7 + y_8) / 4 = 156.25$$

$$y_3 = (y_9 + y_{10} + y_{11} + y_{12}) / 4 = 165.00$$

n = número de observaciones y coincide con el nº de períodos (en nuestro caso 3)

$t' = t - O_t \rightarrow$ Si el número de observaciones es impar O_t es el valor que ocupa el lugar central (2000)

$t' = 2(t - O't) \rightarrow$ Si el número de observaciones es par $O't$ es la media de los 2 lugares centrales de la serie de períodos t .

b) Calculamos los coeficientes "a" y "b" de la recta de regresión.

$$a = \sum y_t / n$$

$$b = \sum y_t * t' / \sum t'^2$$

T	Y_t	t'	$Y_t * t'$	t'^2	Y_t^2
1999	152,5	-1	-152,5	1	23256,25
2000	156,25	0	0	0	24414,06
2001	165	1	165	1	27225
TOTAL	473,75	0	12,5	2	74895,31

$$a = 473.75 / 3 = 157.92$$

$$b = 12.5 / 2 = 6.25$$

$$\bar{y}_t = 157.92 + 6.25t'$$

Deshaciendo el cambio de variable, tendremos la siguiente predicción de la tendencia:

- Predicción de las ventas para el año 2002 $\rightarrow y_{2002} = -12342.08 + 6.25 * 2002 = 170.42$
- Hemos calculado la media trimestral \rightarrow media anual $= 170.42 * 4 = 681.68$ millones u.m.

¿ Es fiable la predicción realizada ?

$$R^2 = (S_{t' yt})^2 / S_{t'}^2 * S_{yt}^2$$

$$R^2 = (4.16)^2 / 0.66 * 32.69 = 0.7939$$

5.4 DETERMINACION DE LAS VARIACIONES ESTACIONALES

- Método de la razón a la media móvil para determinar la componente estacional en una serie temporal.

1º) Se determina la tendencia por el método de las medias centradas en los períodos (Yt)
(estamos aplicando cuatro observaciones para el cálculo de la media aritmética)

Trimestres / Años	1999	2000	2001
TRIM. I		156,25	160,625
TRIM. II		156,875	163,125
TRIM. III	153,125	156,875	
TRIM IV	154,375	158,75	

2º) Cómo este método se basa en la hipótesis multiplicativa, si dividimos la serie observada Yt, por su correspondiente media móvil centrada, eliminamos de forma conjunta las componentes del largo plazo (tendencia y ciclo), pero la serie seguirá manteniendo el efecto de la componente estacional.

Trimestres / Años	1999	2000	2001
TRIM. I		155/156,25	160/160,625
TRIM. II		170/156,875	180/163,125
TRIM. III	125/153,125	135/156,875	

Trimestres / Años	1999	2000	2001
TRIM. I		0,9921	0,997
TRIM. II		1	1,1035
TRIM. III	0,8163	0,8606	

TRIM IV	170/154,375	165/158,75	
---------	-------------	------------	--

TRIM IV	1,1012	1,04	
---------	--------	------	--

3º) Para eliminar el efecto de la componente estacional, calcularemos las medias aritméticas a nivel de cada estación (cuatrimestre). Estas medias representan de forma aislada la importancia de la componente estacional.

$$M1 = (0.9921 + 0.9970) / 2 = 0.9945$$

$$M2 = (1.0837 + 1.1035) / 2 = 1.0936$$

$$M3 = (0.8136 + 0.8606) / 2 = 0.8385$$

$$M4 = (1.1012 + 1.0400) / 2 = 1.0706$$

4º) Calcularemos los índices de variación estacional, para lo que previamente calcularemos la media aritmética anual de las medias estacionales (M1, M2, M3, M4) , que será la base de los índices de variación estacional.

$$MA = (M1 + M2 + M3 + M4) / 4 = (0.9946 + 1.0936 + 0.8385 + 1.0706) / 4 = 0.9993$$

$$I1 = M1 / MA = 0.9945 / 0.9993 = 0.9953$$

$$I2 = M2 / MA = 1.0936 / 0.9993 = 1.0944$$

$$I3 = M3 / MA = 0.8385 / 0.9993 = 0.8391$$

$$I4 = M4 / MA = 1.0706 / 0.9993 = 1.0714$$

Existirán tantos índices como estaciones o medias estacionales tengan las observaciones.

5º) Una vez obtenidos los índices de variación estacional puede desestacionalizarse la serie observada, dividiendo cada valor de la correspondiente estación por su correspondiente índice.

Trimestres / Años	1999	2000	2001
TRIM. I	150/0,9953	155/0,9953	160/0,9953
TRIM. II	165/1,0944	170/1,0944	180/1,0944
TRIM. III	125/0,8391	135/0,8391	140/0,8391
TRIM IV	170/1,0714	165/1,0714	180/1,0714

Trimestres / Años	1999	2000	2001
TRIM. I	150,71	155,73	160,8
TRIM. II	150,77	155,34	164,5
TRIM. III	148,97	160,89	166,9
TRIM IV	158,67	154	168

- Método de la Tendencia por Ajuste Mínimo-Cuadrático

El objetivo sigue siendo aislar la componente estacional de la serie por eliminación sucesiva de todos los demás. La diferencia con el método anterior es que, en este caso, las componentes a l/p (tendencia-ciclo) las obtenemos mediante un ajuste mínimo-cuadrático de las medias aritméticas anuales \bar{y}_t , calculándose bajo la hipótesis aditiva. Sigue los siguientes pasos:

- Se calculan las medias anuales de los datos observados $y_t : \bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3, \dots$. Si las observaciones son trimestrales estas medias se obtienen con 4 datos, si son mensuales con 12 datos, etc. para el caso de que el periodo de repetición sea el año
- Se ajusta una recta por mínimos cuadrados $\bar{y}_t = a + b t$ que nos representa, como sabemos, la tendencia, siendo el coeficiente angular de la recta el incremento medio anual de la tendencia, que influirá de forma distinta al pasar de una estación a otra
- Se calculan, con los datos observados, las medias estacionales (M_1, M_2, M_3, \dots) con objeto de eliminar la componente accidental. Estas medias son brutas pues siguen incluyendo los componentes a l/p (tendencia-ciclo) que deben someterse a una corrección
- Empleando el incremento medio anual dado por el coeficiente, se obtienen las medias estacionales corregidas de las componentes a largo plazo (M'_1, M'_2, M'_3, \dots) bajo el esquema aditivo:

Para la r-ésima estación,
la media estacional corregida
de la tendencia interestacional será

$$M'_r = M_r - \frac{(r-1)b}{n^\circ \text{ estaciones}}$$

- Los índices de variación estacional se obtienen con la misma sistemática del método anterior: con las medias estacionales corregidas se obtiene la media aritmética anual **M'A** que sirve de base para calcular los índices:

$$I_1 = \frac{M'_1}{M'A} 100 \quad I_2 = \frac{M'_2}{M'A} 100 \dots \text{ (expresados en \%)}$$

- Obtenidos estos índices, podemos desestacionalizar la serie como en el método anterior.

5.4. DETERMINACIÓN DE LAS VARIACIONES CÍCLICAS

Cuando hemos definido esta componente se ha dicho que recoge las oscilaciones periódicas de larga duración. El problema es que estos movimientos no suelen ser regulares como los estacionales y su determinación encierra dificultades de forma que como se ha apuntado en los casos prácticos se suelen tratar conjuntamente con la tendencia llamando componente extraestacional al efecto (TxC) si estamos en el marco multiplicativo o (T+C) si es el aditivo. A pesar de estas dificultades se puede tratar de aislar el ciclo bajo la hipótesis multiplicativa dejándola como residuo con la eliminación de la tendencia y la variación estacional.

Pasos a seguir:

- Estimar la tendencia.
- Calcular los índices de variación estacional.
- Se desestacionaliza la serie observada.
- Se elimina la tendencia dividiendo cada valor desestacionalizado por la serie de tendencia.

Expresando el proceso en forma de cociente sería:

$$\frac{y_t}{TxE} = \frac{TxExCx A}{Tx E} = Cx A$$

El proceso finalizaría intentando eliminar la componente accidental A y determinando el periodo de los ciclos que nos llevaría a un tratamiento de análisis armónico que superaría el nivel descriptivo que estamos dado al tratamiento clásico de las Series temporales.