Alfonso Galindo Lucas

Aproximación a la T.I.R. El mito de Schneider

"La prueba de la verdad científica es la paciente compilación de hechos, combinada con la audaz adivinación de las leyes que agrupan estos hechos."
(Bertrand Russell, 1945)

Resumen

Se propone una estimación sencilla de la tasa interna de rentabilidad (t.i.r.) con la finalidad de desterrar por fin el culto a la t.i.r. aproximada de Schneider, que en algunos programas de asignaturas aún se enseñan como una fase o etapa en la obtención manual del valor exacto por procedimientos iterativos. Se proponen, además, algunos ejemplos de extracción matemática directa.

Palabras clave: Tasa interna de retorno, rentabilidad, t.i.r., métodos aproximados.

Abstract

An easy estimative method is provided for internal return rat (i.r..r.) in order to finally avoid the cult for Schneider's approximative i.r.r. In some accademic subjects, the Schneider's i.r.r. is still being taught as a necessary calculation stage for the exact iterative valuation. Here are also proposed some examples for direct mathematical extraction.

Keywords: Internal Rate of Return, Profitability, I.R.R., approximated methods.

J.E.L: A29, C02, C69, G30, G31

1. Introducción

En este artículo, como en praćticamente todos los artículos, no se aporta nada nuevo a la ciencia. Más bien se reivindica el uso del sentido común en la enseñanza de determinados conceptos fáciles.

El objeto de discusión, la tasa (o tipo o tanto) interna de retorno (o de rentabilidad o rendimiento) (t.i.r.) presenta características curiosas, comprendidas bajo el nombre de "inconsistencia", pero también mitos acerca de su significado (como la "hipótesis implícita de reinversión") o acerca de su modo de cálculo.

Cuando se utiliza hoja de cálculo o otros programas, no suele haber ninguna dificultad en la obtención de la t.i.r., pero sí en la correcta comprensión del significado de esta fórmula matemática.

2. Definición de la t.i.r. El VAN y la tir.

Se define la t.i.r. como la tasa de descuento que anula la fórmula del Valor Capital (o Valor Actual Neto, VAN). Su nombre es “tasa (o tipo o tanto) interna de rentabilidad (o de retorno o de rendimiento)” y se expresa como porcentaje anual.

$$VNA = -Q_0 + \sum_{j=1}^{n} \frac{Q_j}{(1+k)^j} \quad \textbf{(1)}$$

El método tir puede usarse para calcular una rentabilidad o bien un coste. Si se extrae de la fórmula del VAN, se trata de una medida de rentabilidad relativa y anual. Si se aplicase un método similar a un dimensión financiera de un proyecto de financiación, el resultado sería un interés efectivo.

Igualando a cero la expresión (1), se obtiene la fórmula de la t.i.r.

$$-Q_0 + \sum_{j=1}^{n} \frac{Q_j}{(1+tir)^j} = 0 \quad (2)$$

Esta expresión es un polinomio de grado “n” y no siempre es fácil despejar la incógnita.

3. Cálculo de la t.i.r.

Uno de los primeros pasos que se suelen recomendar para despejar la incógnita es sustituir el factor de descuento por X, y una vez hallado el valor de ésta, deshacer la sustitución. Es decir:

$$X = \frac{1}{(1+tir)} \quad (3)$$

$$-Q_0 + \sum_{j=1}^{n} Q_j \times X^i = 0 \quad (4)$$

Aquí se aprecia que realmente se trata de un polinomio de grado “n”, en la que X (y por tanto, la tir) tendrá un máximo de “n” soluciones.

Si sólo tuviese un valor que confirmase la ecuación, es fácil de extraer mediante hojas de cálculo o calculadoras financieras que incluyen la función t.i.r.

Si tuviera varias soluciones positivas, la hoja de cálculo suele hallar únicamente aquella cuyo valor esté más próximo al 10% o al valor de iteración que, en su caso, hallamos consignado en la fórmula.

En cuanto a los valores negativos, suelen descartarse, a menos que no haya otras soluciones positivas. Una t.i.r. que sólo tenga soluciones negativas corresponde a una inversión que, de entrada, no es rentable, porque la suma de todos sus productos (Q_j) no cubre la inversión inicial (Q_0). En cualquier caso, un fenómeno económico-financiero, por muchos periodos (grado de la ecuación) que tenga, no suele presentar más que una solución positiva.

4. La t.i.r. de Schneider

Estoy seguro de que, cuando Schneider inventó el método aproximado de extracción de la t.i.r., no tenía noción de estar haciendo una gran aportación a la ciencia. Fueron sus propagadores, como Suárez Suárez, los que elevaron su socorrido cálculo a la categoría de método y algunos profesionales de obsoleta visión, al grado de etapa necesaria en el método de tanteo o “prueba y error”.[1]

Desde que se inventó la calculadora, el método de Schneider no se usa más que a título de curiosidad teórica. Su mérito consiste en echar mano de una aproximación que ya se conocía en matemáticas financieras, por no haberse desarrollado aún y no estar al alcance de cualquiera, las máquinas de computación.

---

1 En el proceso UCA/74REC/2009 de la Universidad de Cádiz, el profesor Larrán, entre otros, logra imponer lo que en dicha fuente se da en denominar “apuntes consensuados”, que recogen este procedimiento como necesario en la estimación de la t.i.r.

Es un ejercicio interesante tratar de extraer a mano la tir de una inversión de más de dos años, pero ya en pocos lugares del mundo desarrollado se obliga a los alumnos a examinarse mediante el método de "prueba y error", que consiste en dar valores a la expresión (2), hasta igualarla a cero. Para ello, pueden utilizar como tasa inicial cualquiera (las hojas de cálculo suelen empezar por el 10%), pero a los alumnos de titulaciones subdesarrolladas se les obliga a usar un valor concreto como tasa inicial: La de Schneider. Mucho mejor sería utilizar la que proponemos en el apartado siguiente, por ser una estimación generalmente más cercana al valor exacto y por ser su cálculo mucho más fácil y comprensible.

Adelantaremos que la estimación de Schneider tiene una utilidad, la de ser un valor siempre por defecto. Eso significa que de una inversión cuya tir de Schneider es mayor que el coste de capital, podremos asegurar (si se cumplen las previsiones en los Q) que será rentable, pues la t.i.r. exacta siempre es mayor que la aproximada. En sentido contrario, no se puede asegurar nada: Cuando el coste del pasivo es más elevado que la t.i.r. de Schneider, eso puede deberse a que la estimación se ha quedado demasiado corta y el valor exacto de la tir todavía tendría posibilidad de superar al tipo de interés de los pasivos.

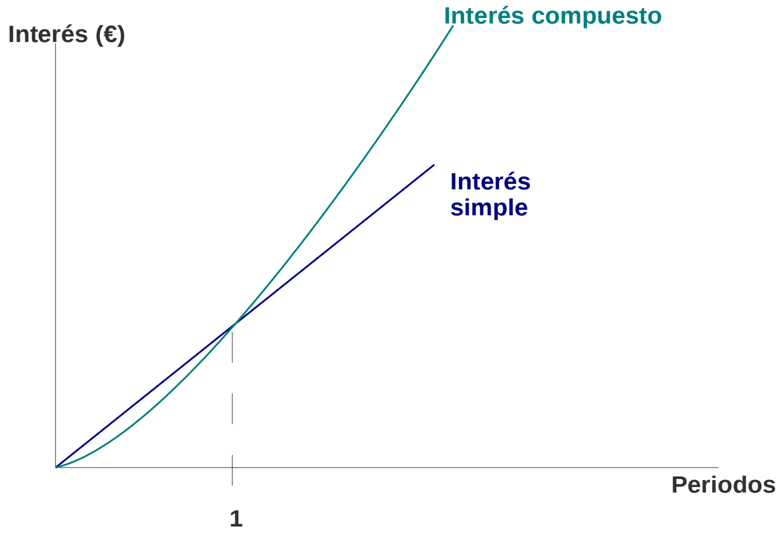
Por eso, con buen criterio, lo que hizo Schneider es utilizar la fórmula del interés simple, en lugar de la del interés compuesto, sabiendo que si, en interés simple, la inversión es rentable, en interés compuesto lo será con más motivo:

$$-Q_0 + \sum_{j=1}^{n} Q_j \times \ (1 - j \times Sch) \ = \ 0 \qquad (5)$$

(Aquí hemos llamado "Sch" a la tasa aproximada de Schneider)

Pero, sólo para periodos inferiores al año (temporalidad a la que suele venir referido el tipo de interés y el periodo "j") el interés simple es una buena estimación del interés compuesto. Como muestra la gráfica, en funciones de varios años, la diferencia entre ambas estimaciones es creciente, con relación al número de años.

Gráfica 1. **Comparativa entre interés simple y compuesto**



Eso significa que utilizar la aproximación de Schneider (Sch) como primer valor en los procedimientos iterativos es igual de efectivo que comenzar por cualquier tasa e ir tanteando en cinco o diez puntos porcentuales arriba o abajo. Antes aún, si se nos obliga a calcular la tasa de Schneider, es absurdo comenzar la iteración por ese valor; lo lógico sería comenzar por uno que sea bastante más alto. Con esto, creo que queda patente lo absurdo de considerar el cálculo de Sch como una etapa necesaria en los procedimientos iterativos (prueba y error).

Pero es cierto que a la hoja de cálculo le da lo mismo empezar siempre por un 10%, porque puede repetir las iteraciones en fracción de segundo. El problema es cuando un ser humano se plantea el reto de resolver, con calculadora, una tir de cuatro o cinco periodos. ¿Por qué valor se podría comenzar? Una de las opciones sería comenzar por una tasa que fuese entre un 50% más y el doble de la Sch. Otra opción sería obtener estimaciones más razonables.

5. Nuestra propuesta de estimación de la t.i.r.

Normalmente, se calcula la tir de una inversión para ser comparada con el coste de capital de la correspondiente financiación, es decir, que la variable “k” de la fórmula (1) se conoce y se puede calcular el VAN. De hecho, al calcular el VAN ya tenemos información suficiente acerca de la relación entre la tir y el K.

Si el Van da un valor positivo, es que tir > k y viceversa.

Ahora bien, supongamos que, no contentos con esta información, nos planteamos calcular la tir sin ordenador, es decir, por el método de tanteo (prueba y error). Elegiríamos como primer valor, como es lógico, una tasa que fuese superior a K. Este es, en principio, el mejor criterio de elección del valor inicial y hace innecesario perder el tiempo en hallar la tir de Schneider.

Aparte, es muy criticable enseñar la propuesta de Schneider, no como un proceso, sino como una fórmula de aplicación directa, extraída de la expresión (5) y que normalmente se exige memorizar.

$$Sch = \frac{\sum_{j=1}^{n} Q_j - Q_0}{\sum_{j=1}^{n} j \times Q_j} \quad (6)$$

Su cálculo puede ser bastante arduo, puesto que precisa multiplicar cada flujo Q con el número de su año o periodo, sumarlos todos y colocarlos en el denominador. En lugar de eso, es preferible usar una aproximación más intuitiva, partiendo del supuesto de que ya se tiene calculado el VAN.

De la fórmula (1) se obtiene un valor que expresa el número de euros que la inversión deja, en términos netos (deducido el importe inicial de dicha inversión), a lo largo de una serie de periodos.

Para calcular la rentabilidad anual o número de euros que, en promedio, rentará esa inversión, basta con dividir por el número de años (n).

$$r_{anual} = \frac{VAN}{n} \quad (€/año) \quad (7)$$

Luego (o simultáneamente) se coloca en términos relativos, es decir, por cada euro invertido, dividiendo (7) por el importe de la inversión

$$r_{relativa\ anual} = \frac{VAN}{Q_0 \times n} \quad (\%\,anual) \quad (8)$$

Como dijimos que el VAN era una medida en términos netos, en la que se le ha restado el coste (en euros) de la inversión, al resultado de la fórmula (8) se le suma, para colocarla en términos brutos, la tasa de descuento K que se ha utilizado para calcular el VAN

$$\boxed{\widehat{t.i.r.} \approx K + \frac{V.A.N.}{n \times Q_0}} \qquad (9)$$

No deja de ser un método aproximativo, pero suele dar mejores resultados que la tir de Schneider, como veremos en el ejemplo.

6. Ejemplo

Supongamos que una inversión de 1.000 unidades monetarias genera una renta de 400 durante cuatro años. Lógicamente, al tratarse de una renta constante, el procedimiento de prueba y error sólo necesita ser practicado con dos sustituciones cada vez en la fórmula...

$$\frac{Q_0}{Q} = \frac{1-(1+\mathrm{tir})^{(-n)}}{\mathrm{tir}} \qquad (10)$$

Que se ha depejado de (2), introduciendo en aquélla el término general de la renta constante Q. En este caso,

$$\frac{1.000}{400} = \frac{1-(1+\mathrm{tir})^{(-4)}}{\mathrm{tir}}$$

También se puede buscar el valor 2'5, como valor de $a_{n\neg k}$, en las tablas financieras para cuatro años, obteniendo el valor de la tasa de descuento. Tanto para el valor en tablas, como para el resultado de la iteración, será preciso completar el cálculo con una interpolación lineal (anexo I).

Muchos estudiantes preferirán, antes que aprenderse el término general de una renta constante, plantear la fórmula de cuarto grado, aunque la renta sea constante. Por eso, vamos a modificar ligeramente el ejemplo y entremos en la materia que nos interesa.

Supongamos una inversión inicial de 1.000 y rentas anuales de 500, 450, 350 y 300. La primera comprobación que podemos hacer es que estas rentas de cuatro años suman 1.600€, que es mayor que la inversión inicial. Eso significa que, para tasas de descuento suficientemente bajas, en la fórmula (1), el VAN será positivo y la inversión puede considerarse rentable, siempre que se cumplan esas previsiones.

Pongamos como ejemplo una tasa del 12%. Entonces

$$VAN=\frac{500}{1+0'12}+\frac{450}{(1'12)^2}+\frac{350}{(1'12)^3}+\frac{300}{(1'12)^4} = 244'94$$

Siendo positivo el resultado, la inversión es rentable para esa tasa de descuento. Ahora bien, podemos comprobar que para un 15% sigue siendo rentable, pero para un 30% ya deja de serlo. Podemos, pues, preguntarnos, qué tasa de descuento es la mayor que se puede usar, antes de que la inversión deje de ser rentable, qué tasa hace cero el VAN o, lo que es lo mismo, podemos preguntar cuál es la tir.

Los defensores del procedimiento rígido señalarían que lo primero que hay que hacer es estimarla por el método de Schneider. Hagámoslo. Aplicando (6) obtenemos Sch = 16'44%. Con eso, iniciaríamos el procedimiento de prueba y error. Para una tasa del 0'1644, el VAN todavía sería 146'20€. Pero como dijimos más arriba, antes de empezar a probar, se le puede sumar alegremente un 5% a Schneider. Probando con el 22%, tendríamos todavía valores positivos (40'34€).

Ahora bien, vamos a estimar la t.i.r. de la forma que hemos propuesto en (9) y se obtiene 18'12%. Teniendo en cuenta que la tir, obtenida con hoja de cálculo, es de 24'39%, la aproximación que aquí proponemos permitiría ahorrar tiempo en los procedimientos iterativos. Podemos, pues, ir dejando la tasa de Schneider como una curiosidad histórica. Esto se ilustra también en manuales como Jiménez y otros (2003: 112-113).

En cualquier caso, hay que dejar claro que, si la tasa de descuento es el 12% y la t.i.r. se encuentra, con toda seguridad, entre el 22% y el 25%, entonces no hace falta calcularla con total exactitud, pues ya sabemos que la inversión es interesante.

7. Posibilidad de iteración

Con todo, se puede afirmar que la aproximación parece casi tan mala como la de Schneider, pero tiene una ventaja que ésta no tiene: Incluye el coste del capital. Eso significa que para costes de capital más cercanos a la tasa interna, el método funciona cada vez mejor. Por ejemplo, daría un resultado del 20'09% usando la tasa de Schneider y un 23'01 si partimos del dato del 22%. Esto significa que este método se puede usar de forma iterativa.

Es decir, si en una primera aplicación de la fórmula (9) hemos obtenido 18'12%, se podría volver a calcular el VAN a esta tasa de descuento y volver a utilizar ambos datos (k = 0,1812 y VAN = 112'24€) en la misma fórmula, obteniendo $\widetilde{\text{tir}}$ = 20'93% y así sucesivamente. En la tercera iteración, ya tendríamos un 23%, lo cual es bastante cercano a la tasa exacta.

La iteración no debe recomendarse como método para calcular a mano (es decir, con calculadora y sin hoja de cálculo), porque se vuelve pesado. Se acelera más usando esta aproximación para la prueba y error y dando término a las iteraciones con una interpolación lineal. Por ejemplo, calcular el VAN para 22% y 25% y luego promediar los resultados.

Ahora bien, aunque la iteración de este nuevo método resulte lenta para resolver a mano, la hoja de cálculo permite llevarla a cabo a fin de demostrar que este método es más consistente, en el plano teórico, que la aproximación planteada por Schneider. Aunque hay que esperar 20 iteraciones para que el VAN confirme con dos decimales su anulación, se termina consiguiendo el cálculo exacto, a base de sustituir el resultado de nuestra estimación en el valor k de la fórumla (9). El método de calcular la t.i.r. en interés simple no contempla, por su formulación, esta posibilidad.

En esta tabla, se muestra que en la décimo-sexta iteración, se ha conseguido calcular la t.i.r. con dos decimales. Esto puede ser más rápido o incluso más lento, dependiendo del caso y de lo cercano que estén los valores del coste de capital y la t.i.r.

Tabla 1. Iteraciones en la aplicación del método

Iteración	Valores		
	k	tir estimada	VAN
0	12,00%	18,12%	244,94 €
1	18,12%	20,93%	112,24 €
2	20,93%	22,41%	59,37 €
3	22,41%	23,24%	33,15 €
4	23,24%	23,72%	19,00 €
5	23,72%	23,99%	11,04 €
6	23,99%	24,15%	6,46 €
7	24,15%	24,25%	3,80 €
8	24,25%	24,31%	2,24 €
9	24,31%	24,34%	1,32 €
10	24,34%	24,36%	0,78 €
11	24,36%	24,37%	0,46 €
12	24,37%	24,38%	0,27 €
13	24,38%	24,38%	0,16 €
14	24,38%	24,38%	0,10 €
15	24,38%	24,38%	0,06 €
16	24,38%	24,39%	0,03 €
17	24,39%	24,39%	0,02 €
18	24,39%	24,39%	0,01 €
19	24,39%	24,39%	0,01 €
20	24,39%	24,39%	0,00 €

Antes de abandonar este ejemplo numérico, vamos a contemplar otras posibilidades en el cálculo manual (que es el que todavía se usa para examinar al alumnado de universidades periféricas). Supongamos que, como dijimos más arriba, comenzamos la iteración con el 22% y obtenemos un VAN de 40'34€. Aplicando una o más iteraciones de las que se muestran en la tabla, podemos llegar a la conclusión de que la tir se halla en torno a un 24%. De momento, no es preciso afinar más, pero se puede abordar su cálculo de la siguiente manera.

La propuesta de cálculo se basa en la duración de 4 años y consiste en convertir la tir (2) en una ecuación bicuadrada. Para ello, capitalizamos un año, a la tasa del 24%, los flujos Q1 y Q3 y nos queda una inversión de dos retornos bi-anuales: 1.070 (para los dos primeros años) y 734 (para los dos siguientes). Entonces se plantea la ecuación

$1.000 = 1.070\ X + 734\ X^2$,

donde hemos operado la transformación:

$$X \;=\; \frac{1}{(1 + tir)^2} \qquad (11)$$

Hallamos

$$X = \frac{-1.070 \pm \sqrt{1.070^2 \;+\; 4.000 \times 734}}{1.468} \;=\; 0'64722327...$$

Y deshacemos la transformación

$$tir = \sqrt{\frac{1}{0'647...}} \;-\; 1 \;=\; 0'243$$

Aunque el valor del 24%, que usamos para definir los flujos bi-anulaes no era exacto, el método de resolución que acabamos de practicar sí lo es. El resultado es muy cercano a la tir real y lo será en mayor medida cuanto más exacto sea el factor de capitalización utilizado y menores sean los Q de los años que desaparecen. Por ejemplo, si hubiésemos usado un factor de capitalización del 24'3%, el resultado sería 0'2437.

8. La solución idónea. Iteración de Newton

En cualquier caso, a aquellas personas que hayan comprendido esta explicación les debería bastar su comprensión para saber que lo más recomendable es que el cálculo lo haga un ordenador.

Para la resolución a mano, lo ideal sería, comenzando por cualquier valor (superior a la tasa de descuento, si sabemos que el VAN es positivo) o bien comenzando por la aproximación que hemos propuesto, adoptar el sencillo método de iteración que a continuación se explica. Éste, como veremos, tiene la ventaja de necesitar muchas menos iteraciones que el método de tanteo o “prueba y error” o cualquier otro método iterativo.

Esta interesante forma de despejar en una ecuación, basada en la propia definición de función derivada, aparece en Jean (1970) como aconsejable para obtener la t.i.r. Consiste, en primer lugar, en operar una transformación, para que ésta adquiera forma de polinomio.

$$X = \frac{1}{(1 + tir)} \qquad (20)$$

Convirtiendo la expresión (1) en la siguiente función polinómica:

$$VAN = 500 \bullet X + 450 \bullet X^2 + 350 \bullet X^3 + 300 \bullet X^4 = 0$$

Una vez convertida la ecuación de la t.i.r. en una función fácilmente derivable, gracias a esta transformación, se aplica la aproximación sucesiva de Newton, donde el primer valor es:

$$X_1 = \frac{1}{(1 + 0'1812)} = 0'846571$$

Se define la función VAN' como la derivada de VAN con respecto a X, donde el primer valor que se obtiene es:

$$VAN'(0'846571) = 500 + 900 \bullet X + 1050 \bullet X^2 + 1.200 \bullet X^3 = 2.742'50\,€$$

Entonces comienza la iteración:

$$X_2 = X_1 - \frac{VAN(X_1)}{VAN'(X_1)} = 0'846571 - \frac{112'24}{2.742'50} = 0'80565$$

$$X_3 = X_2 - \frac{VAN(X_2)}{VAN'(X_2)} = 0'80565 - \frac{4'31}{2.534'10} = 0'78222$$

Y así sucesivamente, hasta converger en un número mucho menor de iteraciones al del método que hemos propuesto.

***Tabla 2*. Iteración de Newton**

Iteración	t.i.r.	X	VAN	VAN '
1	18,1236%	0,84657	112,24	2.742,50
2	24,1239%	0,80565	4,31	2.534,10
3	24,3865%	0,80395	0,01	2.525,73
4	24,3870%	0,80394	0,00	2.525,72
5	24,3870%	0,80394	0,00	2.525,72

Para el último valor obtenido, se deshace la transformación:

$$tir = \frac{1}{X_4} - 1 = \frac{1}{0'80394} - 1 = 24'3869758\,\%$$

9. Reflexión final

El método, aún imperante en nuestras universidades, que consiste en instruir a las alumnas/os a base de práctica intensiva de procedimientos que no entienden (y que en muchas ocasiones no conducen a nada) debería ir sustituyéndose por una recuperación de los conceptos matemáticos y económicos básicos, a fin de constatar que su uso simplifica los procedimientos y aclara los objetivos.

Sin ir más lejos, en la propia definición de los Qi he llegado a ver unos cálculos tabulados que los alumnos practicaban sin comprender (ver anexo II). Este proceder, que se ha utilizado durante años o tal vez décadas (lo cual se puede documentar) no tiene ninguna explicación aparente,[2] basada en la mejor comprensión, en la simplificación o condensación de fórmula, etc. La única finalidad que parece tener es la de deslumbrar al/a la estudiante con un procedimiento que éste/a (ni probablemente la profesor/a) no es capaz de comprender, pero en el que tiene que confiar.

Si el alumno ha superado esta prueba, entonces está en condiciones de aprender cualquier cosa que sea falsa, como que a las empresas les interesa siempre tener fondo de maniobra positivo (Galindo, 2009).

En el primer anexo, se explica de forma lógica y sencilla el proceso de aproximación de dos iteraciones consecutivas por interpolación lineal. Ni que decir tiene que los planteamientos docentes y divulgativos más recalcitrantes se limitan a reproducir una fórmula mágica, que es el resultado de lo que aquí se va a explicar.

Suele ocurrir que los profesores que menos estudian son los más exigentes con el alumnado (y con sus subordinados). Hasta la actualidad o al menos, hasta fechas recientes, en la carrera de empresariales y similares, se enseña una falacia matemática (llamada “hipótesis implícita de reinversión inmediata de los flujos de caja intermedios a una tasa establecida”) para explicar algo (la existencia de tasas de intersección) que, en realidad viene explicado por la

2 Apuntes ya mencionados, del expediente UCA/74REC/2009.

irregular distribución temporal de las variables financieras (Keef y Roush, 2001). Esto no dependía del profesor, sino que se incluía en el programa o temario, de modo que el/la docente estaba obligado/a enseñar algo que no entendía, porque no existía.

Lo realmente preocupante es que se consigue transmitir a las/los estudiantes la falsa idea de que así es más fácil. Es todo lo contrario, pero aunque fuera cierto, eso no justificaría ocultar las verdades más complejas. El mito de Schneider es sólo uno de los muchos que podemos mencionar en la enseñanza de las finanzas empresariales y que conducen a una enseñanza pseudo-religiosa, en materias que deberían estar en el ámbito de la ciencia. En Galindo (2010) se mencionan algunos otros y otros son los que aún no se han mencionado. En un futuro trabajo, explicaré las causas de las intersecciones de Fisher, la inconsistencia de la t.i.r. y otras peculiaridades.

Bibliografía

AMAT, O. (2002): *Contabilidad y finanzas para no financieros.* Deusto.

DURBÁN OLIVA, S. (2008): *Dirección Financiera*, McGraw Hill.

GALINDO LUCAS, A. (2009): *Marco Institucional de la contabilidad y las finanzas.* Entelequia y eumed.net. http://www.eumed.net/

GALINDO LUCAS, A. (2010): *El Espacio Vital Europeo de Educación Superior. Bases materiales e ideológicas de la reforma universitaria.* VII Congreso EUMEDNET sobre Educación, Cultura y Desarrollo. eumed.net, 4 al 23 de febrero.

JEAN, W. H. (1970): *Teoría analítica de la financiación.* 1976, Ariel.

JIMÉNEZ CABALLERO, J. L.; PÉREZ LÓPEZ, C. y TORRE GALLEGOS, A. de la (2003): *Gestión financiera de la empresa.* Pirámide.

KEEF, S. P. y ROUSH, M. L. (2001): "Discounted cash flow methods and the fallacious reinvestment assumption: a review of recent texts", *Accounting Education*, 10 (1), 105-116.

MORA GARCÉS, M.; BERNARDOS FONCUBIERTA, M. de; RODRÍGUEZ MASERO, N.; SÁNCHEZ MORENO, R. y TOLEDANO REDONDO, J. (2001): *Matemática Financiera*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz.

MUÑOZ HOLGER, B. (2007): *Aplicación de métodos numéricos en el análisis financiero. Determinación de la TIR por el método de Newton Raphson* . En http://everyoneweb.com/HolgerBenavides

SCHNEIDER, E. (1952): *Wirtschaftspläne und Wirtschaftliches Gleichgewicht in der Verkehrswirtschaft.* (1952): *Pricing and Equilibrium.*

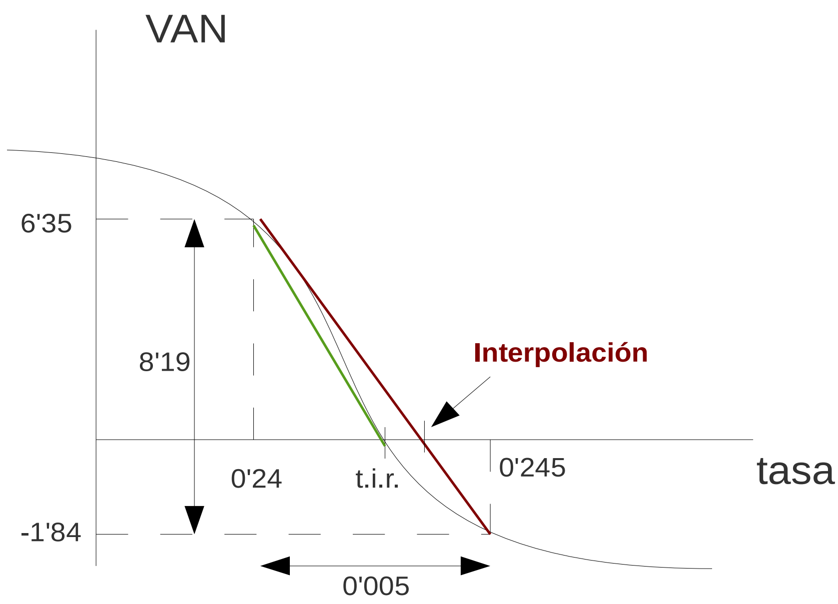
SUÁREZ SUÁREZ, A. S. (1998): Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa. 18ª de. Pirámide.

Anexo I: La interpolación lineal

En nuestro ejemplo, el VAN que se obtiene para una tasa de descuento del 24% es VAN (0,24) = 6'35€ y para medio punto más, VAN (0'245) = -1'84€

Eso significa que la tir debe andar entre esos dos porcentajes. Visto gráficamente,

Gráfica 2. Interpolación lineal para la estimación de la t.i.r



En esta gráfica se han indicado los valores de los intervalos entre las dos tasas que se han probado (0'005 ó 0'5%) y entre sendos VAN que se han obtenido (8'19€). Tan sólo hay que aplicar el teorema de la equivalencia entre triángulos, pues aparecen dos triángulos rectángulos equivalentes, de distinto tamaño.

***Tabla 3.* Interpolación lineal por el método de triángulos equivalentes**

	base	altura
Triángulo grande	0,005	8,19
Triángulo pequeño	tir – 0'24	6,35

Por una regla de tres simple, se puede despejar

$$tir = \frac{0'005 \times 6'35}{8'19} + 0'24 = 0'243877$$

Que es lo mismo que decir que el valor que buscamos equivale a 0'24, más la base del triángulo pequeño (ver gráfica).

Como se muestra en la gráfica, la tasa obtenida es bastante exacta y siempre ligeramente superior a la real (24'3870%). Por si alguien no ve con facilidad dónde están los triángulos equivalentes, el mayor tendría la hipotenusa en la línea exterior, pintada de rojo, que determina la t.i.r estimada por la interpolación; el triángulo menor tiene como hipotenusa la linea verde, interior a la curva. Como puede apreciarse, estos dos triángulos no son equivalentes a la tasa t.i.r. exacta, sino a la tasa estimada del 24'3877%.

Anexo II: Obtención de los flujos de caja

Sea Qiai el flujo de caja antes de impuesto y el Qidi, el mismo, pero después de impuesto, es lógico, que

$$\text{Qiai} - T = \text{Qidi}$$

donde T es el impuesto, al tipo impositivo “t”, aplicado a una basa imponible.

Del Qiai se separa, en expresión aparte el valor (Vr) que se obtiene por la desinversión (valor residual), entonces,

$$\text{Qidi} = \text{Qiai} + Vr - T \qquad (12)$$

Los manuales simplifican (y aquí vamos a adoptar esa simplificación) explicando que la base imponible que se debe usar para el impuesto, es el propio Qiai de explotación del mismo año, menos las amortizaciones de inmovilizado practicadas y más los incrementos de patrimonio. Aquí empieza a complicarse la cosa, pero todo puede explicarse.

Q_0/n es la amortización de un año, pues es la enésima parte de la inversión.

$m \times Q_0/n$ es la amortización acumulada en el momento de la desinversión.

$VC = Q_0 - m \times Q_0/n$ es el valor contable en ese momento. (13)

la variación patrimonial viene definida por

$\Delta P = Vr - VC = Vr - (Q_0 - m \times Q_0/n)$ (14) (viene de 13)

Y como la base imponible es

$BI = Q_m ai - Q_0/n + \Delta P$ (15)

ya que la amortización del periodo es gasto deducible y la variación patrimonial tributa,

El flujo de caja después de impuestos de ese año será

$Q_m di = Q_m ai + Vr - t \times BI$

$Q_m di = Q_m ai + Vr - t \times (Q_m ai - Q_0/n + \Delta P)$ (16)

Que viene de sustituir en (12) la expresión (15).

Agrupando términos,

$Q_m di = Q_m ai \times (1 - t) + Vr + t \times (Q_0/n) - t \times \Delta P$ (17)

Esto se puede ir calculando poco a poco en una tablilla, que se resolverá a mano o con hoja de cálculo.

El flujo de caja queda reducido al flujo de explotación antes de impuesto, más la desinversión y menos el impuesto. En la fórmula se coloca aparte la deducción por amortización (menor impuesto), menos el efecto impositivo de la tributación de la desinversión. Pero en la tabla, el cálculo es directo,

***Tabla 4*. Obtención del flujo de caja después de impuestos**

	Q4
Cobros explotac	1.000,00
Pagos explotac	600,00
Qiai	400
Vr	500
Amortización	200
Incremento patrimon	100
Base imponible	300
Impuesto	60
Qidi	840

Cash flow 400, más desinversión 500, menos el impuesto, 60 (que se hace con los cálculos del recuadro; aquí y en las tablas que siguen, la base imponible se calcula como 400 – 200 + 100).

El problema es que en apuntes usuales del profesorado indolente, se agrupa, de forma innecesaria, sustituyendo (18) en (17) y reagrupando de forma inexplicable, como sigue:

$Vr = \Delta P + VC$ (18) (viene de 14)

$Q_m di = Q_m ai \times (1 - t) + \Delta P + VC + t \times (Q_0/n) - t \times \Delta P$

$Q_m di = Q_m ai \times (1 - t) + \Delta P \times (1 - t) + VC + t \times (Q_0/n)$

$Q_m di = (Q_m ai + \Delta P) \times (1 - t) + t \times (Q_0/n) + VC$ (19)

Y retomando (14)

$Q_m di = (Q_m ai + Vr - VC) \times (1 - t) + t \times (Q_0/n) + VC$

De modo que, en un alarde de pensamiento mágico, los estudiantes se enfrentan a una tablilla como ésta, en la que tienen que sumar al final, sin saber por qué, el valor pendiente de amortizar.

***Tabla 5*. Obtención del flujo de caja difícil de comprender**

	Q4
Cobros explotac	1.000,00
Pagos explotac	600,00
Qiai	400
Amortización	200
Vr	500
Valor contable	400
Base imponible	300
Impuesto	60
Valor contable	400
Qidi	840

El cálculo sería Q = 400, más (500 – 400 =100), menos 60 y más 400 (el VC). El resultado es el mismo, pero la explicación, muy embarazosa, porque se ha restado indebidamente 400€, para luego volverlos a sumar. Más complicado de ver es el caso real de otras versiones (19) que hemos localizado en apuntes que el profesor/a pone a disposición de la alumna/o:

***Tabla 6*. Obtención del flujo de caja imposible de comprender**

	Q4
Cobros explotac	1.000,00
Pagos explotac	600,00
Qiai	400
Amortización	200
Incremento patrimon	100
Base imponible	300
Impuesto	60
Valor contable	400
Qidi	840

Se considera aquí un mérito y un favor que el cuadro aparezca más condensado que el anterior, ahorrando un término (que tendrá que calcularse aparte, de todos modos).