ALGUNAS APLICACIONES GENERALES DE LAS MATEMÁTICAS SUPERIORES

Lic. Juan Carlos Chávez Turiño
Lic. Pedro Isaac Rondón Álvarez
isaac@sumt.ssp.sld.cu

RESUMEN

En el presente artículo pretendemos generalizar algunos temas que a nuestro juicio son importantes por su aplicación en otras ramas del saber científico técnico, no sólo en las ciencias técnicas, Ciencias exactas y Ciencias naturales, sino también en las Ciencias Sociales. Es importante para nosotros que ustedes valoren esta teoría del conocimiento científico (Matemática Superior) ya que les será de gran utilidad para comprender con mayor facilidad un grupo de fenómenos que son en ocasiones tan cotidianos como la vida misma y algunos ya no tan cotidianos, pero, estamos seguros que el hombre del futuro más inmediato necesita tener un grupo de conocimientos debido a la gran complejidad de la información sobre los avances de la humanidad, que podemos asegurar les servirán para no cometer errores que finalmente perjudicarían a toda la Sociedad, además, no estamos exentos de cometerlos, pero si estamos seguros que si nuestro dominio e interpretación de las creaciones de otros y la interpretación de fenómenos objetivos y subjetivos nos permitirán corregir cualquier error posible o al menos tener una definición más sólida y científicamente probada sobre la realidad.
Sin más ahora le presentaremos algunos temas que se estudian en los cursos de Análisis Matemático, pero, a través de situaciones comunes en otras ramas del saber.

APLICACIONES EN LAS CIENCIAS ECONÓMICAS

Si tenemos en cuenta el concepto de función que se define de una manera muy generalizada en el capítulo III de este texto donde de más o menos de forma poco detallada se define:
Manifestación externa de las propiedades de objetos o fenómenos cualesquiera que sean, en un sistema dado de relaciones.

Los modelos económicos describen las relaciones entre un conjunto de variables económicas, que a su vez representan los procesos económicos. Por lo que podemos afirmar que una **variable (en este caso particular)**: es la representación de un proceso económico, cuya magnitud puede cambiar en el tiempo. **El valor de la misma en un determinado momento representa un dato económico.**
Según algunos prestigiosos especialistas en **Análisis Económico** las variables económicas se clasifican de acuerdo al papel que estas cumplen en un determinado modelo económico de la siguiente forma:

- ***Variables Endógenas:*** Son aquellas explicadas por el modelo como tal, ejemplo en el mercado de un producto su precio es una variable endógena.
- ***Variables Exógenas:*** Son aquellas que se determinan desde afuera del modelo y por tanto, son alternadas por el mismo, ejemplo; cunado se analiza la teoría del consumidor el precio del producto viene ya determinado, o sea, no se puede modificar.

Como podemos apreciar una variable puede ser Endógena en un modelo y al mismo tiempo Exógena en otro, esto es fácil de analizar en los ejemplos anteriores.

- ***Variables de Stock:*** Son aquellas que están referidas a un momento en el tiempo, ejemplo: la población económicamente activa de un país en una etapa determinada
- ***Variables de flujo:*** Son aquellas que se refieren a un período de tiempo, ejemplo: el consumo o la inversión.

A su vez, las variables económicas pueden expresarse en términos nominales (precios corrientes), cuando no se ha eliminado el efecto de la variación de los precios y en términos reales (precios constantes), cuando si se ha eliminado el efecto de variación de precios. Esta distinción puede efectuarse en términos de unidades monetarias, asociando los precios corrientes a las magnitudes nominales y los precios constantes a las magnitudes reales. Para convertir una variable expresada en precios corrientes a precios constantes, es necesario contar, con una medida del nivel de precios de la economía. Esto a veces es difícil ya que en la economía existen muchos bienes de consumo y de servicios, cuyos precios pueden; aumentar, disminuir, o permanecer constantes en el tiempo, por lo que resultará importante obtener una medida del nivel medio de los mismos que se denomina **índice de precios.**
Un índice de precios es la razón o relación existente entre el costo material de un conjunto de bienes o servicios en un período dado y su costo en un período base, lo que podemos expresar de la siguiente forma:

$$\mathrm{I}_{\exp} = \frac{\mathrm{E}_{t_1}}{\mathrm{E}_{t_0}} * 100\ \%$$

Donde:

$\mathrm{I}_{\exp} \rightarrow$ Es el índice de exportaciones de un país

$\mathrm{E}_{t_1} \rightarrow$ Son las exportaciones en un tiempo t_1 o período dado

$\mathrm{E}_{t_0} \rightarrow$ Son las exportaciones en un período t_0 base

Ejemplo:

- Se conoce que las exportaciones de bienes y servicios de un país de Latinoamérica fueros de $35000{,}00$ millones de dólares en el año 2000 y de $37500{,}00$ millones de dólares en el 2001. determine el índice de exportaciones en el 2001 tomando como año de referencia el 2000.

Resolución:

En este caso $E_{t_1} \rightarrow$ son las exportaciones en el año 2000 y $E_{t_0} \rightarrow$ son las exportaciones en el 2001, por lo que procederemos como sigue:

$$I_{exp} = \frac{E_{2000}}{E_{2001}} * 100\ \%$$

$$I_{exp} = \frac{35000{,}00\ MUSD}{37500{,}00\ MUSD} * 100\ \% = 0{,}9803 * 100\ \% =$$

$$I_{exp} = 98{,}03\ \%$$

No obstante podemos asegurar que casi siempre los problemas de análisis económico tienten una complejidad mayor, por lo que es necesario emplear métodos y procedimientos del cálculo matemático que aparentemente son complejos, pero, realmente los rudimentos matemáticos para su solución los veremos a continuación.
No es necesario una fórmula matemática para poner de relieve la idea de una variable en función de otra, pero, es importante recordar algunos aspectos o definiciones que pueden ayudarnos a realizar una valoración cualitativa y cuantitativa de fenómenos y/o situaciones comunes en las ciencias económicas, por lo que proponemos las siguientes definiciones para poder comprender lo que pretendemos tratar con mayor facilidad.

Instrumentos del Análisis Económico y la interpretación gráfica:

Las teorías y modelos que se ocupan de explicar las relaciones que se generan entre diferentes variables económicas, se resumen en el concepto de función, para ello analizaremos este sencillo ejemplo:

- Se desea representar gráficamente la relación o la razón existente entre la cantidad de azúcar q_A fabricada por un Complejo Industrial (conocido en nuestro país como Central Azucarero) y la cantidad de toneladas de caña procesadas c_A para la elaboración del mencionado producto. Dicha relación puede ser expresada de la siguiente forma:

$$q_A = \theta + \beta c_A$$

Donde θ y β son constantes positivas:

De lo anterior podemos decir que q_A es la variable dependiente representando sus posibles valores en el eje de las ordenadas y la independiente será c_A en el de las abscisas, o sea:

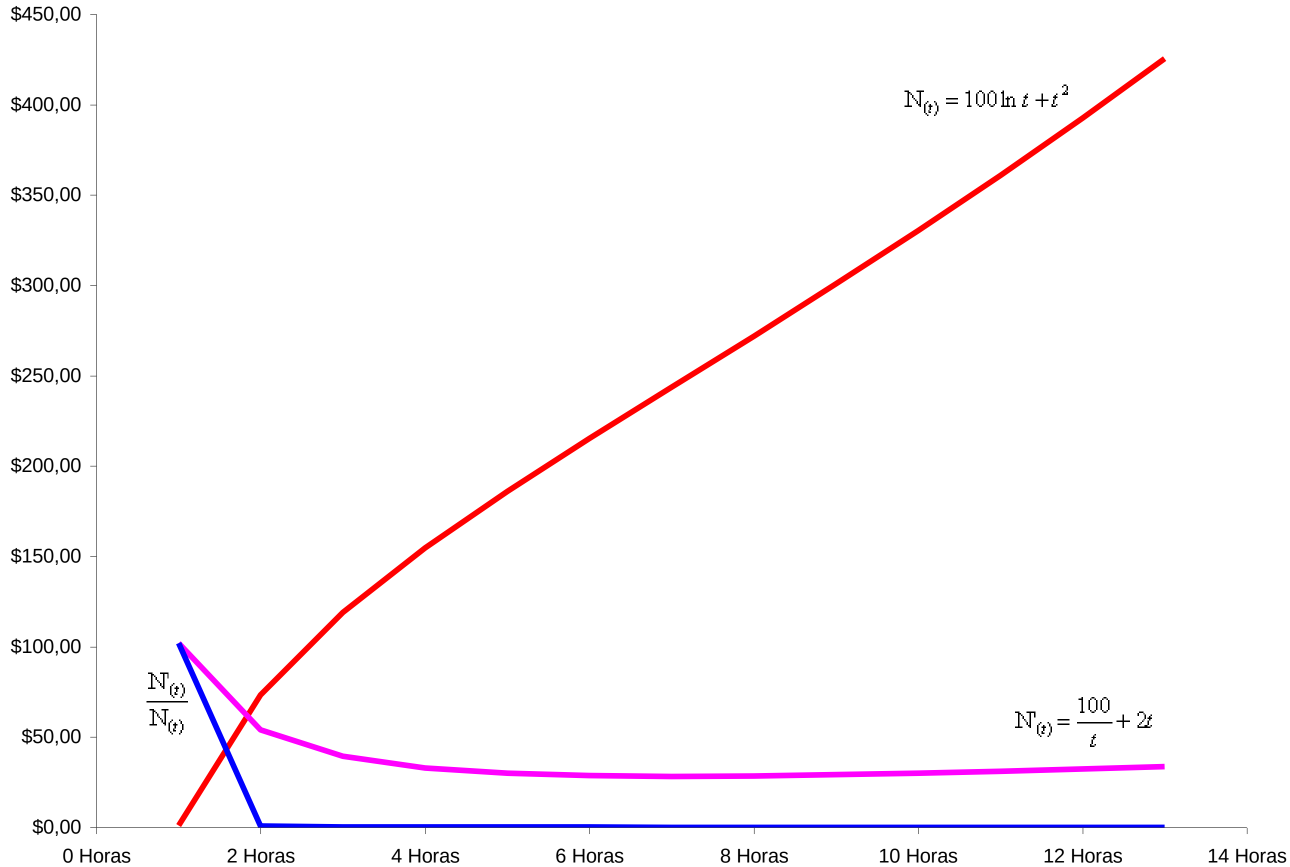
¡Error! Vínculo no válido.

La pendiente

En las ciencias económicas al igual que en otras ramas del conocimiento casi todos los conceptos básicos, son parámetros que están en dependencia e otros parámetros relacionados de forma tal que su dependencia está cuantificada, o sea, en dependencia de los valores de uno serán los valores del otro, ó, en dependencia de los valores de varios serán los valores del primero. Aunque parezca un trabalenguas esto es algo tan común como la vida misma y para que nos comprendan con más facilidad les ilustraremos el siguiente ejemplo.
La relación entre el gasto de dinero para satisfacer una necesidad y las características de una persona se puede representar como sigue en dependencia del tiempo, donde, tomaremos convencionalmente una persona que tenga vicio de fumar y analicemos la necesidad de satisfacer su deseo durante un día, suponiendo que este individuo fuma una cajetilla de cigarrillos diaria, por lo que podemos representar el gasto de dinero en esta "necesidad" durante un mes (24 días), tomando en cuenta que la cajetilla de cigarrillos tiene un valor de $\$7,00$ y que él siempre (como es lógico) supone que gastará un poco más de dinero en esta actividad al tener en cuenta otros factores que influyen en sus gastos personales (las condiciones no planificadas pero posibles) lo que puede cuantificarse y cualificarse de la siguiente forma, teniendo en cuenta el concepto de función: $\mathrm{G}_{(t)} = \$7,00t + b$, donde b es un coeficiente que depende del poder adquisitivo del fumador, o sea, del estatus socioeconómico del mismo. De lo expuesto con anterioridad podemos decir que la tasa de variación de gastos por consumo de cigarrillos para esta persona o cualquiera análoga a la misma, está dada por aquel valor de gastos equivalente a la cantidad de dinero necesaria para satisfacer su "vicio" sin tener en cuenta sus posibilidades económicas, o sea, es aquel valor de gasto en un tiempo determinado que no depende de sus posibilidades adquisitivas. Esto es conocido como **Tasa de Variación de gasto por consumo de cigarrillos.** Por lo que es importante como cuestión elemental definir los siguientes conceptos;

Tasa de variación instantánea

Por todos es conocido que la derivada de una función es interpretada como la pendiente de la tangente a su gráfica en el punto de que se trate, por lo que es fácil deducir que se puede interpretar en general como la tasa de variación. Supongamos que un parámetro cuantitativo N depende el tiempo como lo mostramos a continuación:



Por lo que es fácil percatarse que la tasa de variación de una función en un instante i cualquiera será:

$$\text{si}: \mathrm{N} = f_{(x)}$$

$$f'_{(i)} = \frac{df_{(a)}}{dx}$$

En economía es muy regular analizar también las tasas proporcionales de variación, o sea:

$$\mathrm{T}_{\mathrm{P}(a)} = \frac{f'_{(a)}}{f_{(a)}}$$

En ocasiones se les llama tasas relativas, normalmente se plantean el tantos por ciento o casi siempre como la variable independiente es el tiempo, se expresa en porcentaje anual, o sea, una variable crece un 3% anual si tiene una tasa proporcional de variación de $3/100$ cada año. Por ejemplo:

Ejemplos:

1. Supongamos que el valor del gasto energético en horas de una entidad determinada está dado por la ecuación $G_{(t)} = \Phi\left(\ln t + t^2\right)$, donde es un valor constante $\Phi = \$215{,}50$. Analice y responda:
    a)- Determine el valor la tasa de variación de gastos en $6\,\text{horas}$
    b)- Calcule la tasa proporcional de un día

Resolución

Este es un ejemplo sencillo de aplicación del criterio de la derivada de una función e las ciencias económicas por lo que procederemos basándonos en lo explicado con anterioridad, o sea:

- Primero determinamos la tasa de variación de gastos en $6\,\text{horas}$

$$\text{Si}: G_{(t)} = \Phi\left(\ln t + t^2\right) = \Phi \ln t + \Phi t^2$$

$$\text{Entonces primero}:$$

$$\frac{d\,G_{(t)}}{dt} = \Phi\frac{d\ln t}{dt} + \Phi\frac{dt^2}{dt} =$$

$$\frac{d\,G_{(t)}}{dt} = \frac{\Phi}{t} + 2\Phi t =$$

$$\text{Luego para}: \Phi = \$215{,}50 \text{ y } t = 6$$

$$G'_{(6)} = \frac{\Phi}{6} + 2\Phi 6 = \frac{\Phi}{6} + 12\Phi =$$

$$G'_{(6)} = \Phi\left(\frac{1}{6} + 12\right) =$$

$$G'_{(6)} = \$215{,}50\left(\frac{1}{6} + 12\right) =$$

$$G'_{(6)} = \$215{,}50\left(\frac{1+72}{6}\right) = \$215{,}50\left(\frac{73}{6}\right) =$$

$$G'_{(6)} = \$107{,}75\left(\frac{73}{3}\right) =$$

$$G'_{(6)} \cong \$2621{,}92$$

Respuesta: *La tasa de variación de gastos en* $6\,\text{horas}$ *es aproximadamente de* $\$2621{,}92$*.*

- Ahora es fácil determinar tasa proporcional de un día, ya que conocemos $G'_{(t)}$ y $G_{(t)}$, por lo que lo evaluamos para un día, o sea $24\,\text{horas}$ como a continuación mostramos:

$$\mathrm{G}_{(t)} = \Phi\left(\ln t + t^2\right)$$

$$\mathrm{G}_{(24)} = \$215{,}50\left(\ln(24) + (24)^2\right) \cong \$215{,}50(3{,}18 + 576) \cong$$

$$\mathrm{G}_{(24)} \cong \$215{,}50(579{,}18) \cong$$

$$\mathrm{G}_{(24)} \cong \$124813{,}29$$

$$\mathrm{G'}_{(t)} = \Phi\left(\frac{1}{t} + 2t\right)$$

$$\therefore \mathrm{G'}_{(24)} = \$215{,}50\left(\frac{1}{24} + 2(24)\right) =$$

$$\mathrm{G'}_{(24)} = \$215{,}50\left(\frac{1}{24} + 48\right) = \$215{,}50\left(\frac{1+1152}{24}\right) =$$

$$\mathrm{G'}_{(24)} \cong \$215{,}50(48{,}04) =$$

$$\mathrm{G'}_{(24)} = \$10352{,}62$$

Utilizando los valores obtenidos y teniendo en cuenta la analizado con anterioridad podemos determinar ahora la tasa proporcional de variación de valores de gastos en un día, o sea:

$$\mathrm{T}_{\mathrm{P}(24)} = \frac{\$10352{,}62}{\$124813{,}29} \cong$$

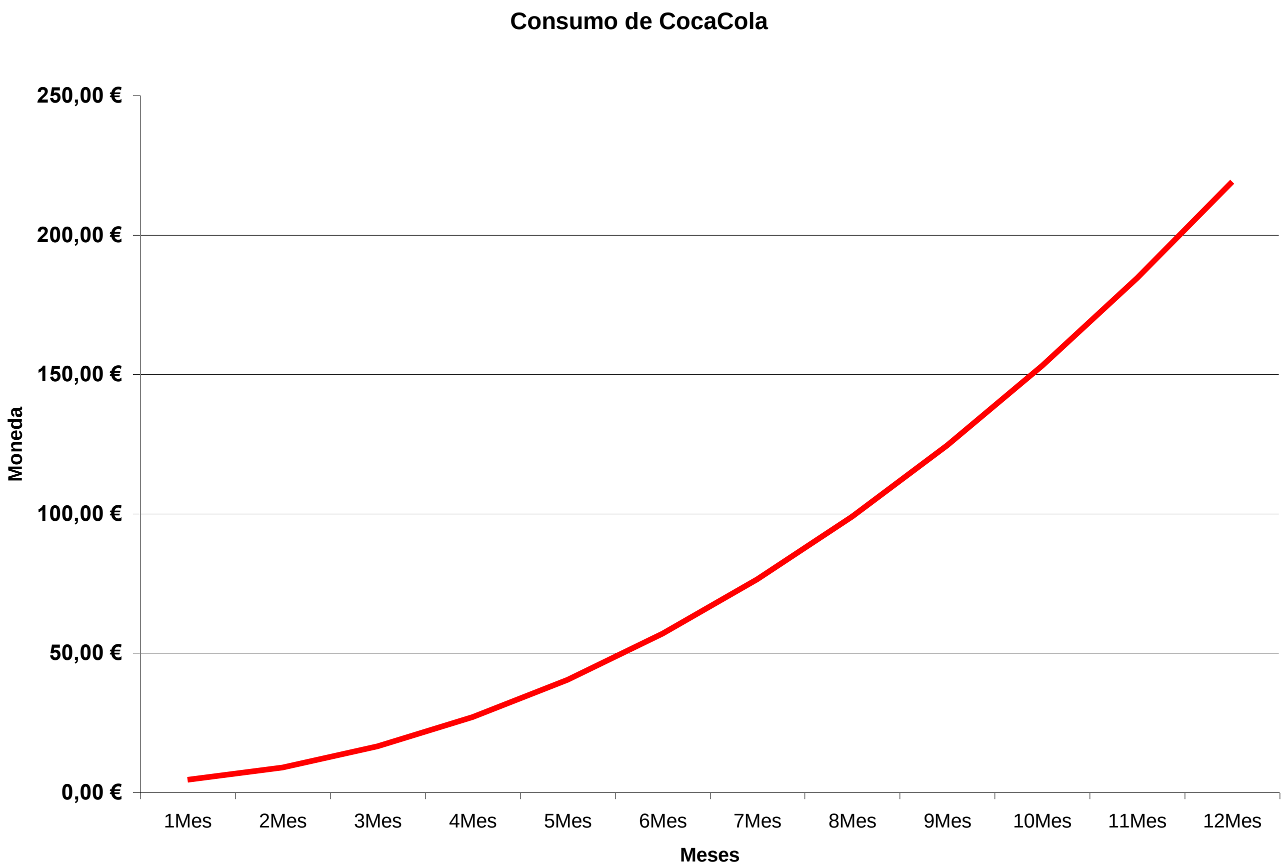
$$\mathrm{T}_{\mathrm{P}(24)} \cong 0{,}083$$

ó

$$\mathrm{T}_{\mathrm{P}(24)} \cong 8{,}3\%$$

Respuesta: *La tasa proporcional de un día es de* $\mathrm{T}_{\mathrm{P}(24)} \cong 0{,}083$ ó $\mathrm{T}_{\mathrm{P}(24)} \cong 8{,}3\,\%$*, o sea, el gasto por consumo energético diario es aproximadamente de* $8{,}3\,\%$*.*

2. El consumo de Coca Cola en el mercado de una gran Metrópoli Europea se rige por la ley $\mathrm{C}_{(t)} = at^2 + b$ en el año cuando las condiciones competitivas son favorables, donde a y b son parámetros constantes de gasto en euros que dependen del poder adquisitivo del ciudadano medio en Europa. Por lo que a continuación le mostramos en un gráfico este comportamiento en la mencionada Metrópoli:



• Si para el ciudadano medio europeo de esta Metrópoli los valores los parámetros a =1,50 € y b =3,00 € determine.

a)- La tasa de variación de gastos por consumo de este producto en un año.
b)- El porcentaje anual de gastos por consumo de este producto.

Resolución

Este es un ejemplo análogo al anterior, por lo que procederemos como sigue:

a)- La tasa de variación de gastos por consumo de Coca Cola en el año para el ciudadano medio será;

$$\mathrm{C'}_{(t)} = a\frac{dt^2}{dt} + b\frac{d}{dt}$$
$$\mathrm{C'}_{(t)} = 2at$$
$$\therefore \mathrm{C'}_{(12)} = 2(1{,}50)(12) =$$
$$\mathrm{C'}_{(12)} = 2(1{,}50)(12) = 3{,}00(12) =$$
$$\mathrm{C'}_{(12)} = 36{,}00 \quad \text{Euros}$$

b)- El porcentaje anual de gastos en Coca Cola para el ciudadano medio será la Tasa proporcional de variación en una año expresada en valores porcentuales, o sea:

$$T_{P(12)} = \frac{C'_{(12)}}{C_{(12)}} * 100\ \% = \frac{36,00}{1,50(12)^2 + 3} * 100\% =$$

$$T_{P(12)} = \frac{36,00}{1,50(144) + 3} * 100\ \% = \frac{36,00}{216,00 + 3} * 100\ \% =$$

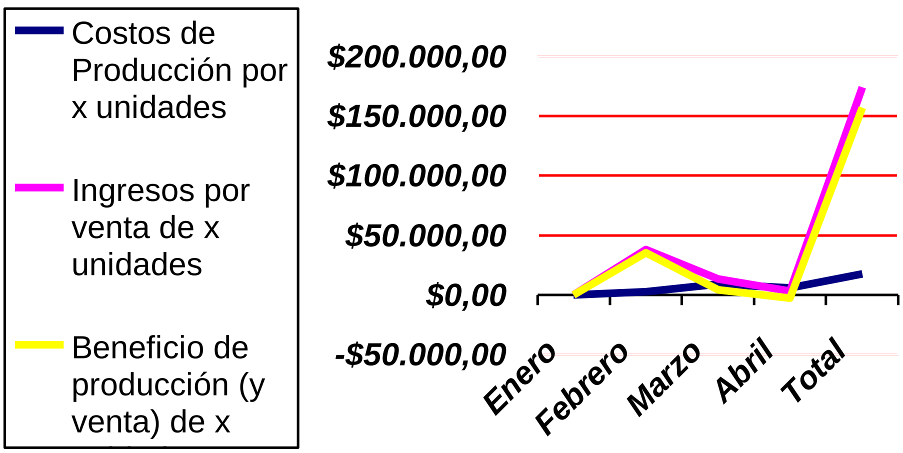
$$T_{P(12)} = \frac{36,00}{219,00} * 100\ \% \cong 0,1643 * 100\ \% \cong$$

$$T_{P(12)} \cong 16,43\ \%$$

Respuesta: *Este último resultado quiere decir que el consumo de Coca Cola en esta Metrópoli equivale al* $16,43\ \%$ *de los gastos anuales del ciudadano medio.*

Ahora es importante para nosotros tener en cuenta los siguientes aspectos, para de esta manera comprender algunas de las cuestiones que son de vital importancia para los hombres que planifican y/o analizan los problemas más elementales en la economía mundial, cuestión esta que no está ajena a las necesidades más elementales de nuestro país, por lo que le proponemos analizar el siguiente ejemplo:

"Costos, Ingresos y Beneficios de Producción durante 4 meses para una Entidad productiva (Agrícola)"



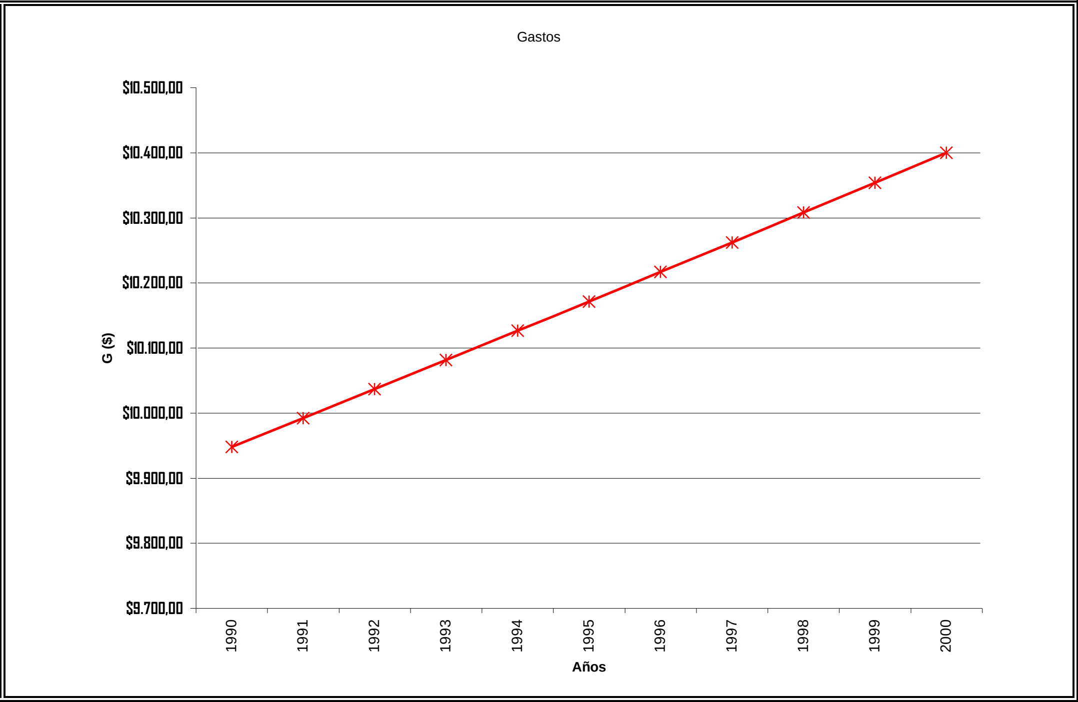
En este ejemplo podemos decir que en la mencionada empresa agrícola, estos parámetros económicos no se comportan de manera arbitraria, o sea, cada uno de ellos lo hace regido por una Ley o Manifestación externa de sus propiedades dadas por las relaciones que determinan los mismos en un intervalo de tiempo dado, que en nuestro caso es de 4 meses.

Cuando tenemos una tabla o una base de datos que generalmente se nos presenta en nuestra vida cotidiana, donde existe una relación entre los diferentes parámetros de la mencionada tabla (Columnas y Filas), como puede ser por ejemplo:

Gastos de una empresa Agropecuaria durante una década (10 años)

Año	Gastos
1990	$9.947,93
1991	$9.992,21
1992	$10.036,69
1993	$10.081,38
1994	$10.126,27
1995	$10.171,37
1996	$10.216,68
1997	$10.262,19
1998	$10.307,92
1999	$10.353,85
2000	$10.400,00

Este es el gráfico donde apreciamos en dos ejes los cambios de gasto respecto al tiempo en años



En los ejemplos que vimos con anterioridad podemos observar dependencia entre parámetros económicos respecto a otros parámetros. En el primer caso que es muy común en el lenguaje de los especialistas en economía, al punto que podemos recordar un concepto de vital importancia para ellos, por ejemplo:

Podemos argumentar que si analizamos este ejemplo de manera sencilla podemos decir que para que esta empresa produzca un bien en un período dado, debe tener en cuenta los siguientes aspectos:

- **Costo de Producción de** x **Unidades** $\mathrm{C}_{(x)}$
- **Ingreso por venta de** x **Unidades** $\mathrm{R}_{(x)}$
- **Beneficio de producción (y venta) de** x **Unidades** $\mathrm{B}_{(x)} = \mathrm{R}_{(x)} - \mathrm{C}_{(x)}$

Este es un caso típico de los problemas que puede enfrentar un economista en cualquier momento, donde generalmente los especialistas necesitan conocer los valores marginales o extremales de estos parámetros económicos para tener una verdadera opción a la hora de establecer un criterio acertado durante el proceso de producción de la empresa. Si analizamos esto desde el punto de vista matemático y teniendo en cuenta la cientificidad que se logra cuando usted es capaz de cuantificar lo que piensa podemos asegurar que:
Los valores marginales de cualquiera de los parámetros anteriores no son más que sus extremos máximos, o sea, es el valor del cero de la primera derivada de la función

$B_{(x)}, R_{(x)}, C_{(x)}$ evaluado en la segunda derivada de tal manera que este cumple la condición siguiente $\frac{dB_{(x)}}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 B_{(0)}}{dx^2} < 0$ y de forma análoga ocurrirá con los dos parámetros restantes, por lo que:
Llamamos a $C'_{(x)}, R'_{(x)}, B'_{(x)}$, **Costo marginal, Ingreso marginal y Beneficio marginal** respectivamente. Así que los marginales de cada uno de estos parámetros no son más que los incrementos de cada uno de ellos, para producir y/o vender una unidad más x. En los cursos elementales de Economía se define a menudo que el costo marginal es la diferencia $C_{(x+1)} - C_{(x)}$, porque el estudiante no conoce aún los rudimentos elementales del análisis matemático. Ahora veremos un ejemplo de lo que hemos analizado con anterioridad.

Ejemplos:

(I). Si una empresa tiene un costo de producción tal que se rige por la ley $C_{(x)} = x^2 + 3x + 100$ ¿Cuál es costo marginal cuando $x = \$200,00$?

Resolución:

En este caso se trata de un ejemplo sencillo ya que la función del costo marginal será:

$$C'_{(x)} = \frac{d\,C_{(x)}}{dx} = \frac{dx^2}{dx} + 3\frac{dx}{dx} + 100\frac{d}{dx}$$

$$C'_{(x)} = \frac{d\,C_{(x)}}{dx} = 2x + 3$$

$$\text{para}: x = \$200,00$$

$$\frac{d\,C_{(\$200,00)}}{dx} = 2(\$200,00) + 3 = \$400,00 + 3 =$$

$$\frac{d\,C_{(\$200,00)}}{dx} = \$403,00$$

Supongamos que el costo total para criar una cantidad q de ganado vacuno esta dado por la ecuación $C_{(q)} = \alpha q + \beta q^2$, mientras sólo se dispone de N granjas de cría con características iguales. Si $D_{(p)} = \gamma - \delta p$ es la curva de demanda, en función del precio p, con constantes $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ positivas. Supongamos además que cada criadero se comporta competitivamente, tomando el precio p como fijado, por lo que los ingresos por ventas de la producción que en este caso se trata de ganado vacuno se rigen exactamente por la ley $R_{(pq)} = pq$ y por lo tanto, **maximizando los beneficios** según la ley: $B_{(q)} = pq - C_{(q)} = pq - (\alpha q + \beta q^2) = pq - \alpha q - \beta q^2$
La cantidad de ganado vacuno $q > 0$ puede maximizar **los beneficios** si y sólo sí se cumple que:

$$B'_{(q)} = p\frac{dq}{dq} - \alpha\frac{dq}{dq} - \beta\frac{dq^2}{dq} =$$

$$B'_{(q)} = p - \alpha - 2\beta q$$

Ahora hallamos el cero de esta función, o sea:

$$0 = p - \alpha - 2\beta q \,\Big|\, + \alpha - p$$

$$-2\beta q = \alpha - p \,\Big|\, \div 2\beta$$

$$-q = \frac{\alpha - p}{2\beta} \,\Bigg|\, * -1$$

$$q = \frac{p - \alpha}{2\beta}$$

Lo que hemos hecho en este caso es determinar la condición de máximo de la función dada, o sea el **beneficio por ventas**

Ahora analizaremos el resultado obtenido $q = \frac{p-\alpha}{2\beta}$, que implica que $B_{(q)} = pq - \alpha q - \beta q^2 > 0$ para $q < \frac{p-\alpha}{2\beta}$ y $B_{(q)} = pq - \alpha q - \beta q^2 < 0$ para $q > \frac{p-\alpha}{2\beta}$.

Del análisis anterior es fácil percatarse que la condición:

$$q = \frac{p - \alpha}{2\beta}$$

Maximiza beneficios siempre que $p > \alpha$. La oferta agregada de ganado vacuno de las N granjas de cría es:

$$S = \frac{N(p - \alpha)}{2\beta}, \text{donde} : (p > \alpha)$$

Ahora supongamos que cada cabeza de ganado se cría en período y que, al decidir cuántas cabezas de ganado hay que criar para venderlas al tiempo t, cada granja de cría recuerda el precio p_{t-1} en el instante $t-1$ y espera que $p_t = p_{t-1}$. Por lo que la oferta agregada en el instante t será:

$$S_t = \frac{N(p_{t-1} - \alpha)}{2\beta}$$

Por lo que el equilibrio entre oferta y demanda en todos los períodos exige que se cumpla la siguiente ecuación:

$$S_t = D_{(p_t)}$$

$$\frac{N(p_{t-1} - \alpha)}{2\beta} = \gamma - \delta p_t, \text{donde} : (t = 1,2,3\ldots)$$

Ahora despejamos p_t en función de p_{t-1} y los demás parámetros de la siguiente forma:

$$\frac{N(p_{t-1}-\alpha)}{2\beta}=\gamma-\delta p_t$$

$$\frac{N p_{t-1}-N\alpha}{2\beta}=\gamma-\delta p_t \left| -\left(\frac{N p_{t-1}-N\alpha}{2\beta}\right)+\delta p_t\right.$$

$$\delta p_t=\gamma-\left(\frac{N p_{t-1}-N\alpha}{2\beta}\right)=\gamma+\frac{N\alpha-N p_{t-1}}{2\beta}=$$

$$\delta p_t=\gamma+\frac{N\alpha}{2\beta}-\frac{N p_{t-1}}{2\beta}\left|\div\delta\right.$$

$$p_t=\frac{\gamma}{\delta}+\frac{N\alpha}{2\beta\delta}-\frac{N p_{t-1}}{2\beta\delta}=$$

$$p_t=-\frac{N}{2\beta\delta}p_{t-1}+\frac{2\beta\gamma+N\alpha}{2\beta\delta},\text{donde}:(t=1,2,3.....)$$

Como el estado estacionario se verifica cuando:

$$p_t=p_{t-1}$$

Entonces:

$$p^*=\frac{2\beta\gamma+N\alpha}{2\beta\delta+N}$$

En este caso hemos tratado un modelo donde se relaciona la demanda de un producto con respecto a la producción del mismo. Lógicamente en este caso es importante tomar en cuenta los siguientes aspectos:

Las constantes $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ serán:

$\gamma\rightarrow$ Cantidad de dinero disponible por los receptores del producto.
$\delta\rightarrow$ Cantidad de productos disponibles a la venta.
$\alpha\rightarrow$ Valor Propio del bien producido.
$\beta\rightarrow$ Valor de uso del bien producido.

En este caso podemos decir o afirmar que el precio de un producto está verdaderamente equilibrado, o sea, los consumidores estarán satisfechos respecto al precio, en otras palabras pueden adquirir los productos ya que el valor de p está acorde a su poder adquisitivo o disponibilidad monetaria. No obstante, en la realidad esto no se cumple, o sea, casi nunca existe un equilibrio entre el costo total de producción por determinada cantidad q de bienes y la demanda en función del precio p por lo que es importante para nosotros tener en cuenta las tasas de variación de ambos parámetros definidas de manera análoga a casos anteriores, como proponemos a continuación:

- Si $C_{(q)}=\alpha q+\beta q^2$ es el costo total para producir una cantidad q de bienes para el consumo, entonces la tasa de variación del costo total para producir determinada cantidad q de dicho producto respecto al mismo será:

$$C'_{(q)} = \alpha \frac{d\,q}{d\,q} + \beta \frac{d\,q^2}{d\,q} =$$

$$C'_{(q)} = \alpha + 2\beta q$$

Y la tasa proporcional de variación de costo total para producir esta cantidad de bienes o tasa relativa de costo total será:

$$T_{p(q)} = \frac{C'_{(q)}}{C_{(q)}} * 100\ \%$$

$$T_{p(q)} = \frac{\alpha + 2\beta q}{\alpha q + \beta q^2} * 100\ \%$$

- De manera análoga la tasa de variación de la demanda en función del precio p respecto al mismo será:

$$D'_{(p)} = \gamma \frac{d}{d\,p} - \delta \frac{d\,p}{d\,p} =$$

$$D'_{(p)} = -\delta$$

Este resultado significa que si $D_{(p)} = \gamma - \delta p$ es la curva de demanda, en función del precio p, entonces esta carecería de sentido si el precio no dependiera de otros factores que pudiesen variar.

Ahora aprovecharemos para recordar la importancia de lo analizado con anterioridad ya que todo individuo realiza una serie de actividades durante su vida (alimentarse, vestirse, educarse, divertirse, etc.) todo lo que conocemos como el medio de existencia del ser humano (su actividad social). Para que esto ocurra es necesario o requiere de recursos y bienes que serán siempre limitados independientemente del eslabón social que el individuo ocupe, por lo que podemos afirmar que la preocupación fundamental del hombre es la mejor manera de utilizar esos recursos y bienes para satisfacer sus necesidades.

Lamentablemente los bienes y servicios son limitados y las necesidades son ilimitadas, esto implica la importancia de lo que trataremos a continuación, cuestión esta que nos muestra la importancia de la aplicación de rudimentos matemáticos de vital importancia en la **Economía Aplicada**, esta es la ciencia que se ocupa del estudio sistemático de los comportamientos humanos orientados a administrar los recursos, que son escasos, con el objetivo de producir bienes y servicios y distribuirlos de forma tal que satisfagan las necesidades de los hombres, que son ilimitadas.

Podemos resumir que trataremos el estudio de la decisión de la sociedad sobre *qué producir, cómo producir y para quién producir.*