

ASPECTOS DE LA ECONOMÍA DE SRAFFA (IV parte)

Antonio Mora Plaza

Remata Sraffa su extraordinario libro *Producción de mercancías por medio de mercancías* con 4 apéndices a modo de notas aclaratorias, como si no le merecieran simplemente una nota a pie de página. Una de ellas, que lleva el largo título de “*Nota sobre productos no básicos que se auto reproducen*”, es algo más que una nota aclaratoria como se verá. Sraffa dice que “*consideremos una mercancía que entra en su propia producción en un grado desusadamente grande*”. Párrafos más tarde aclara lo de *desusadamente grande* como la mercancía cuyo *producto neto relativo*¹, es decir, el cociente que surge dividir la diferencia entre el producto y el medio de producción entre el propio medio de producción supera a la tasa de ganancia del sistema. Sraffa no lo dice con estas palabras, pero es lo que quiere decir. Pone un ejemplo -no pone muchos a lo largo de su obra- y dice que si se recogieran 110 unidades de habas de cada 100 sembradas, el sector de las habas no tendría problema mientras la tasa *general* de ganancia del sistema permaneciera igual o menor al 10%, que es justamente el producto neto relativo (o excedente relativo) de las habas². El problema surge si la tasa general de ganancia sube por encima del 10% por una bajada, por ejemplo, de los salarios³. Y he dado una pista dos veces sobre el punto crucial y es el de que *la tasa general de ganancia* depende del conjunto del sistema; un segundo punto decisivo es que la mercancía protagonista -las *habas*- no puede influir en la tasa de ganancia general porque es una mercancía no básica, es decir, no es consumida como medio de producción por ningún otro sector de la economía, por lo que tampoco puede influir en los precios del resto del sistema y, por ende, en la tasa de ganancia⁴, dado que en el sistema sraffiano, tanto precios como tasa de ganancia y tasa de salarios se determinan conjuntamente, aunque con al menos un grado de libertad. Para terminar con el planteamiento de Sraffa, dice el autor que la subida de la tasa de ganancia general hasta llegar al 10% “*haría aumentar sin límite*” el precio de este producto (las habas del ejemplo). Y si se rebasara el 10% de tasa de ganancia general, sólo sería posible “*el reemplazamiento de las otras materias primas si se obtuvieran gratuitamente*”. Lo cual tiene su lógica porque el precio de las habas se haría infinito en términos relativos⁵ dado que llegado a ese punto, los medios que emplean las habas como medio de producción deberían comprarse a precio cero, es decir, en forma de regalo. Es verdad que todo esto se hace difícil de seguir sin ayuda de las matemáticas por más que se empeñara el gran Sraffa en utilizar exclusivamente razonamientos económicos, cosa que hace, por cierto, magistralmente casi siempre.

¹ Este concepto no es de Sraffa sino de este modesto autor, por lo que pido disculpas por tal atrevimiento.

² $(110 \text{ habas recogidas} - 100 \text{ habas sembradas}) / 100 \text{ habas sembradas} = 10\%$

³ Aunque no parece posible que otra variable monetaria puede influir en la subida de la tasa de ganancia general

⁴ Tampoco puede influir este sector -el de las habas- el salario general del sistema, pero Sraffa centra inteligentemente en la tasa de ganancia en lugar del salario por lo que luego se verá.

⁵ Es decir, en términos de las mercancías suministradas.

Antes de entrar en los aspectos formales habría que aclarar que el caso planteado por Sraffa no es el caso extremo de un sector que no tuviera comunicación con el resto del sistema, aunque compartiera las mismas tasas de ganancia y de salarios, porque, si bien este sector -el de las habas- no es suministrador de esos bienes al resto del sistema, si toma del resto del sistema -y se puede suponer que de todo el sistema- como medios de producción los productos finales de este. No es, por lo tanto, un sistema aislado. No estamos pues en el caso del *trigo ricardiano* donde se vendía a sí mismo el trigo (igual que el caso de las habas) a la par que no utilizaba ningún medio ni compraba nada del resto del sistema (aquí está la diferencia). Para caracterizar formalmente lo que nos dice Sraffa en este apéndice hay que particionar en 4 trozos, tanto la matriz de productos finales del conjunto del sistema Y como de medios de producción X de la siguiente manera:

$$(1): \quad Y = \begin{bmatrix} Y_{1,1} & \cdots & Y_{1,n-1} & Y_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ Y_{n-1,1} & \cdots & Y_{n-1,n-1} & Y_{n-1,n} \\ Y_{n,1} & \cdots & Y_{n,n-1} & Y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_{1,1} & \cdots & X_{1,n-1} & X_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ X_{n-1,1} & \cdots & X_{n-1,n-1} & Y_{n-1,n} \\ X_{n,1} & \cdots & X_{n,n-1} & X_n \end{bmatrix}$$

Las matrices de productos finales Y , de medios X , de trabajo L y de precios P serán:

$$(2) \quad Y = \begin{bmatrix} Y_A & Y_B \\ Y_C & Y_D \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_A & X_B \\ X_C & X_D \end{bmatrix} \quad L = [L_a \quad L_b] \quad P = [P_a \quad P_b]$$

donde:

$$(3) \quad Y_A = \begin{bmatrix} Y_{1,1} & \cdots & Y_{1,n-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n-1,1} & \cdots & Y_{n-1,n-1} \end{bmatrix} \quad Y_B = \begin{bmatrix} Y_{1,n} \\ \vdots \\ Y_{n-1,n} \end{bmatrix} \quad Y_C = [Y_{n,1} \quad \cdots \quad Y_{n,n-1}] \quad Y_D = Y_n$$

$$(4) \quad X_A = \begin{bmatrix} X_{1,1} & \cdots & X_{1,n-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n-1,1} & \cdots & X_{n-1,n-1} \end{bmatrix} \quad X_B = \begin{bmatrix} X_{1,n} \\ \vdots \\ X_{n-1,n} \end{bmatrix} \quad X_C = [X_{n,1} \quad \cdots \quad X_{n,n-1}] \quad X_D = X_n$$

$$(5) \quad L_A = [L_{1,1} \quad \cdots \quad L_{1,n-1}] \quad L_B = L_n \quad P_a = [P_1 \quad \cdots \quad P_{n-1}] \quad P_b = P_n$$

De estas matrices podemos establecer la ecuación que define el sistema que responde al problema planteado por Sraffa en su apéndice B.

$$(6) \quad PY = [P_a \quad P_b] \times \begin{bmatrix} Y_A & Y_B \\ Y_C & Y_D \end{bmatrix} = (1+g) \left[w[L_a \quad L_b] + [P_a \quad P_b] \times \begin{bmatrix} X_A & X_B \\ X_C & X_D \end{bmatrix} \right]$$

La (6) nos da las ecuaciones de precios, tanto la de los precios P_a de las $n-1$ mercancías básicas como la del precio P_b de la singular mercancía de la que habla Sraffa: las habas. Estas son:

$$(7) \quad P_a Y_A + P_b Y_C = (1 + g) \times [w L_a + P_a X_A + P_b X_C]$$

$$(8) \quad P_a Y_B + P_b Y_D = (1 + g) \times [w L_b + P_a X_B + P_b X_D]$$

De la (8) se despeja el vector de precios P_a de bienes y servicios básicos y queda:

$$(9) \quad P_a = [w(1 + g)L_a Y_A^{-1} - P_b Y_C Y_A^{-1}] \times [I - (1 + g)A_a]^{-1}$$

siendo $A_a = X_A Y_A^{-1}$ la matriz de requerimientos de las mercancías básicas. Viendo (9) parecería que el precio de los bienes básicos P_a depende, entre otras variables, del precio del bien de autoabastecimiento no básico P_b , es decir, de las habas de Sraffa. Pues no es cierto, porque el vector Y_C es cero, dado que es precisamente el vector fila que suministra -debiera suministrar- medios de producción (las habas) a los otros sectores, es decir, al resto de las columnas excepto la última, que es justamente la de las habas y que se suministra así mismo (Y_D). Si Y_C vale cero, la (9) queda:

$$(10) \quad P_a = [w(1 + g)L_a Y_A^{-1}] \times [I - (1 + g)A_a]^{-1}$$

En (10) se comprueba que el precio P_a de los bienes básicos depende sólo de sus propios medios, productos finales, de la tasa de salarios w y de la tasa de ganancias g que se determinan conjuntamente por este sistema de $n-1$ ecuaciones con $n+1$ incógnitas: $n-1$ precios, una tasa de ganancia g y una tasa de salario w . Hay, por lo tanto, dos grados de libertad. Una de ellos se puede eliminar tomando un precio como numerario; el otro grado de libertad no se puede eliminar si se quiere respetar la filosofía que entraña la obra de Sraffa. En efecto, según esta, la distribución de la renta y riqueza -representada en el modelo por el conjunto de valores de tasa de ganancia y de salarios que satisfacen (10)- no es resuelta técnicamente por ningún elemento del sistema, sino por la sociología, por las relaciones de conflicto de la sociedad o, simplemente, por la luchas de clases, según los gustos. Aquí no hay *productividades marginales*, ni *relaciones marginales de sustitución*, ni *costes marginales*, ni *utilidades marginales* que determinen precios, salarios y ganancias por sí solas, sino que es el conjunto del sistema representado en esta ocasión por (10) quien lo determina, aunque siempre con un grado de libertad.

Vayamos ahora a la ecuación (8) y despejemos de ella el precio de la mercancía objeto de análisis de Sraffa y de este artículo: las habas. Sale que:

$$(11) \quad P_b = \frac{w(1+g)L_b + P_a[(1+g)X_B - Y_B]}{Y_D - (1+g)X_D}$$

De (11) son destacables al menos tres cosas: 1) En primer lugar vemos que, a diferencia de la ecuación anterior de precios del sistema de mercancías básicas, aquí el precio de las habas, es decir, de la mercancía no básica con autoabastecimiento, depende del resto de los precios del sistema P_a ; 2) Las tasas de salarios w y de ganancia g vienen dadas por el sistema anterior y no puede este sector (el de las habas) influir en ellas. Diríamos, emulando a la teoría de la competencia perfecta, que este sector es *ganancia-aceptante* y *salario-aceptante*; 3) Si nos fijamos en el denominador de (11), se puede comprobar que tiende a cero si X_D tiende a $Y_D/(1+g)$, y si eso ocurre los precios tienden a infinito. Quedaría:

$$(12) \quad \text{si } X_D \rightarrow \frac{Y_D}{1+g} \Rightarrow P_b \rightarrow \infty$$

con lo que se cumple lo que señala Sraffa en el apéndice para las mercancías no básicas que se autoabastecen (las habas del ejemplo), porque que se cumpla (12) es como decir que el *producto neto relativo* o *excedente relativo* de este producto tiende a cero. Sraffa dice que esto no ocurriría para las mercancías básicas. Es verdad que, contemplada la ecuación (10) de mercancías básicas, no parece que eso pueda ocurrir, pero a mí la explicación que da Sraffa no me convence⁶. Luego veremos el tema con más detenimiento. Si ahora sustituimos los precios del sistema de mercancías básicas P_a -es decir, la ecuación (10)- en la ecuación de la mercancía que se autoabastece (11) queda:

$$(13) \quad P_b = \frac{w(1+g)L_b + L_a Y_A^{-1} [I - (1+g)A_a]^{-1} \times [(1+g)X_B - Y_B]}{Y_D - (1+g)X_D}$$

Viendo (13) en un primer momento resultaría sorprendente que el precio P_b de esta mercancía dependa de las mercancías básicas, teniendo en cuenta que hemos dicho que no suministra su producto al resto del sistema, aunque sí parece lógico que le influya la columna n -ésima, es decir, la columna que representa las compras del sector de las habas al resto de los sectores. Sin embargo, el resto del sistema influye en el considerado por Sraffa, no sólo por las tasas de salario y de ganancia determinadas autónomamente por el sector de bienes básicos, sino que estos sectores influyen *indirectamente* en el de las habas porque todo el sistema es suministrador (las $n-1$ filas de la matriz Y , es decir, Y_A) de los sectores que a su vez suministran al de las habas (columna n -ésima de Y , es decir, Y_B). ¿Qué ocurriría si el resto del sistema dejara de vender productos al sector de las habas y tuviera éste que contentar con utilizar su propio producto como *único* medio de

⁶ Ver apéndice 1.

producción (el caso del trigo ricardiano)? Ocurriría que la n -ésima columna de Y hasta el elemento n -ésimo sería cero, por lo que X_B y Y_B también lo serían, y (13) quedaría en:

$$(14) \quad P_b = \frac{w(1+g)L_b}{Y_D - (1+g)X_D}$$

donde la determinación del precio P_b sólo depende del trabajo L_b utilizado en la siembra y recolección de las habas, de la cantidad de habas empleada X_D y de la cantidad Y_D cosechada. Aún así, no perdería este bien el cordón umbilical que le une al resto del sistema, porque este le daría como datos las tasas de salario w y de ganancia g . También se puede considerar en este caso que ambas tasas son independientes del resto del sistema: todo depende de las hipótesis de partida.

Hemos dejado pendiente la discusión sobre la idea de Sraffa de que el sector de bienes básicos no le afectaría una subida de la tasa de ganancia -como consecuencia, por ejemplo, de una bajada de salarios- hasta el punto de llegar al infinito si contemplamos el precio de un bien que tiende supuestamente al infinito en términos de otro bien, también básico, que también tiende al infinito, dado que ambos cocientes podrían dar una relación estable y finita. Sraffa no lo dice con estos términos, pero esa es la idea. Formalmente tiene razón el gran economista italiano porque en un cociente de dos expresiones que tienden al infinito puede pasar cualquier cosa: tender a infinito, a cero o estabilizarse en torno a una constante. Mi opinión es que se trata de un mal uso de las matemáticas, porque si ambos bienes tienden al infinito -junto con el resto- se puede afirmar que en el modelo que tratamos se hacen infinitos los precios. Si, por ejemplo, un bien fuera el aceite y otro el alquiler de los pisos, si ambos crecieran exponencialmente, el conjunto de los precios de los bienes crecería exponencialmente, aunque sea verdad que el precio del aceite en términos del precio de los alquileres se estabilizara. En todo caso se trataría de un mal uso del numerario, porque todo modelo que se acerque a la realidad exige que el sector que produce este producto ha de tener una estabilidad. Esta preocupación viene al menos desde David Ricardo⁷.

Otra explicación de este escapismo al infinito es la de que un sector cuya *producto neto relativo*⁸ o *excedente relativo* es menor que la tasa de ganancia que le exige el resto del sistema es inviable, salvo que se recibiera como regalo de un sector que no fuera de este mundo las habas necesarias para mantener la tasa de ganancia exigida exógenamente a este sector (Sraffa habla del país de las *hadas*). Además, y dado que la relación entre precio y tasa de ganancia tiene dos ramas, una que se *va* al infinito en el cuadrante positivo de precio-ganancia y otra que *viene* del infinito en el cuadrante negativo, sería como si el resto de los bienes tomaran valor cero, según Sraffa. En mi opinión volvemos al mal uso de las

⁷ Ver *Principios de Economía Política y Tributación*, pág. 33, edit. FCE.

⁸ Cociente entre la diferencia del producto final y el medio de producción y el medio de producción.

matemáticas, porque muchas de las soluciones de un modelo concretado formalmente en (11) pueden no tener sentido⁹ económico y no hay que buscarles tres pies al gato: carece de sentido las soluciones negativas que *vienen* del infinito negativo (no las que *van* al infinito positivo) en el modelo sraffiano, por mucho que Sraffa las busque. Otra cosa es un análisis parcial de un sector donde, para compensar los posibles precios negativos -que no infinitos- se entienda que ello viene compensado por *las subvenciones*. Esto puede contemplarse y modelizarse para algunos sectores concretos, como los de la leche, mantequilla, minería, etc., que históricamente han necesitado de las ayudas para sobrevivir. El problema con los modelos sraffianos es que estos se compadecen mal con análisis sectoriales o parciales por la filosofía del autor de indagar sobre la totalidad de las relaciones intersectoriales. Igual ocurre con el análisis input-output, cuyas relaciones con los modelos de Sraffa son evidentes, aunque nacieran en mundos intelectuales y físicos diferentes y como respuestas a problemas diferentes¹⁰.

Retornamos de nuevo a la discusión de Sraffa sobre la imposibilidad de precios tendentes al infinito para el caso de las mercancías básicas, pero con otros argumentos aparentemente. Supongamos que la ecuación que define el sistema, sea de reproducción simple o compuesta sraffiana, es como sigue:

$$(15) \quad PY = (1 + g)[wL + PX]$$

Supongamos ahora que la ecuación que surge de (15) al hacer cero la tasa de salarios es:

$$(16) \quad PY = (1 + G)[PX]$$

siendo G la tasa máxima de salarios como consecuencia de la condición anterior. De (15) y (16) sale que:

$$(17) \quad P = \frac{w(1 + g)}{G - g} \times LX^{-1}$$

En (17) vemos que la posibilidad de precios con tendencia al infinito es posible con tal de que la tasa de ganancia g tienda a la tasa máxima de ganancia G . De hecho, y aunque en el apéndice B que comentamos lo niega, en el capítulo VII sobre la producción conjunta lo afirma y lo demuestra de forma brillante, aunque, como siempre, no haga explícitas las ecuaciones. La explicación de esta aparente contradicción es la de que el apéndice B es en realidad una nota a pie de página del capítulo V que trata sobre *la mercancía-patrón*. Es muy posible que a la

⁹ Salvando las distancias, ocurre algo similar con las soluciones de las ecuaciones de campo de Einstein en la teoría general de la relatividad. Excepción de esto fue el descubrimiento primero teórico de los positrones por parte del gran físico inglés Paul Dirac al valorar las soluciones negativas de las ecuaciones diferenciales de la mecánica cuántica.

¹⁰ A este duo de modelos sraffiano y de Leontief hay que añadir el modelo de Von Neumann.

altura del capítulo V aún no tuviera desarrollada la producción conjunta y sus consecuencias sobre los precios (y también sobre los multiplicadores de la mercancía-patrón). Conclusión: ni los genios nacen sabiendo.

Aunque la causa de que en (17) tienda los precios al infinito parezca diferente que en (11), (13) y (14), ello es sólo la apariencia, porque la tasa máxima de ganancia G es equiparable formalmente a una relación entre el producto neto de un sector real o virtual¹¹ y su medio de producción, es decir, lo que hemos llamado *excedente relativo*. Y si estamos en producción simple y se cumple las condiciones del teorema de Perrón-Frobenius¹², entonces la tasa máxima de ganancia se convierte en *la razón-patrón* de Sraffa, y no hay que olvidar que la razón-patrón es el menor valor del *excedente relativo* de todos los sectores que es lo que representa *el autovalor* positivo más alto menor que 1 de la solución del teorema. Sí hay un aspecto que diferencia el tratamiento del movimiento de los precios a causa del movimiento del excedente relativo y el del movimiento de la tasa máxima de ganancia G es el de la posibilidad de la planificación utilizando modelos en los que aparezca esta última. Ya lo he mencionado en anteriores artículos que llevan el mismo título que el presente, por lo que no voy a entrar en ello. Sraffa nunca debió imaginar esta posibilidad que abría su sistema porque sus preocupaciones y el entorno intelectual en el que se movía era otro.

La ecuación (13) que traigo a colación nos permite hacer un supuesto muy interesante que Sraffa no pudo prever al no hacer explícitas sus ecuaciones o que, simplemente, no la juzgó interesante.

$$(13) \quad P_b = \frac{w(1+g)L_b + L_a Y_A^{-1} [I - (1+g)A_a]^{-1} \times [(1+g)X_B - Y_B]}{Y_D - (1+g)X_D}$$

Hacemos ahora en (13) que la tasa de salario w se haga cero porque hemos asimilado que los bienes-salario que consumen los asalariados y sus familias están integrados con los medios de producción X . Es esta una opción analítica perfectamente factible y nada deshonrosa para la clase social que consume bienes-salario y si Sraffa no la contempló en ningún momento salvo en el capítulo I a modo de introducción es precisamente porque su interés al concebir su libro era discutir sobre la distribución de la renta y, para ello, necesitaba hacer explícitos los salarios y ganancias, primero; segundo, dotar al modelo de un grado de libertad. Pues bien, si hacemos lo dicho, la (13) se convierte en:

¹¹ Si hoy se tradujera el libro de Sraffa creo que el traductor llamaría *razón virtual* a la razón-patrón de la traducción de Luis Ángel Rojo.

¹² Estrictamente hablando, para que se cumpla el teorema la matriz $A=XY^{-1}$ de requerimientos ha de ser sólo cuadrada, no negativa e indescomponible; si además A es productiva nos asegura un conjunto de precios *todos* positivos y que el autovalor mayor de todos es *menor* que uno, lo que nos asegura una razón patrón sraffiana también *menor* que uno.

$$(18) \quad P_b = \frac{L_a Y_a^{-1} [I - (1+g)A_a]^{-1} \times [(1+g)X_B - Y_B]}{Y_D - (1+g)X_D}$$

Y ahora, si queremos que el precio de las habas P_b sea mayor que cero ha de ocurrir de (18) que:

$$(19)^{13} \quad \frac{Y_B - X_B}{X_B} < g < \frac{Y_D - X_D}{X_D}$$

Del lado derecho de la inecuación ya nos advierte Sraffa y, en realidad, toda la discusión del *apéndice B* gira en torno al hecho de que la tasa de ganancia g le viene impuesto al sector de las habas, por lo que el *excedente neto relativo* de esta mercancía ha de ser mayor que la tasa de ganancia general g . De lo que no nos advierte el economista italiano es del lado izquierdo de la inecuación, es decir, de que para que el precio de las habas -la mercancía no básica con auto-reemplazamiento- sea positivo, el *excedente neto relativo* del sector suministrador de la mercancía habas ha de ser menor que la tasa de ganancia. La explicación económica es la siguiente: dado que la tasa de ganancia le viene impuesto al agricultor de las habas, éste ha de comprar a sus suministradores (Y_B) a unos precios que incorporen una productividad (el excedente relativo podemos tomarlo como una medida de la productividad) más alta que la productividad del sector comprador (el de las habas). Eso es así porque, como se ve en (18), no tiene el agricultor de las habas ninguna variable monetaria que pueda subir para compensar los costes provocados por sus suministradores. La doble inecuación (19) nos dice los márgenes tan delicados en los que se mueve este agricultor para obtener una recompensa positiva por su trabajo al ser *ganancia-aceptante*, es decir, al no poder influir en la tasa de ganancia general. Más aún, no hay dificultad analítica para extender el caso de las habas a otros sectores que cumplan los mismos requisitos, es decir, que su producto sólo sea utilizado por el propio sector o por otros sectores (en definitiva, que Y_C y X_C no fuera una sola mercancía o sector, sino un conjunto de ellas/ellos), pero que exista un mundo aparte representado por Y_A , X_A de bienes básicos (la submatriz principal) tales que determinan las tasas de ganancia y salarios y que las imponen al conjunto de la economía, es decir, al conjunto del sector Y_C , X_C . Podríamos entender esto como el caso de la competencia perfecta del modelo sraffiano, pero que en lugar de ser los precios la variable (su posible *variabilidad discrecional*) que determina el grado de competencia, fuera la tasa de ganancia y su imposible variabilidad la que caracterizara el grado de competencia.

¹³ Matemáticamente también se puede cumplir cambiando el signo de la inecuación con g en medio, pero eso carece de sentido económico.

Apéndice 1

Una forma alternativa de refutar la idea de Sraffa en su apéndice B es la de recurrir a las ecuaciones que formalizan su propia y acertada idea del capital como trabajo fechado. Estas pueden ser representadas por (a1.1)¹⁴:

$$(a1.1) \quad p_t = w[1 + (1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{t-i-1}]L_y + (1+r)^i p_{t-i} A^i$$

El segundo sumando del lado derecho de la ecuación anterior indica el resto del capital físico que no se ha reducido a trabajo fechado. Para eliminar este sumando hemos creado la ecuación (a1.2):

$$(a1.2) \quad p_t = \prod_{k=1}^{k=i} (1 + R_k) p_{t-i} A^i$$

que enlaza los precios de un año con los anteriores a través de unas *razones-patrón* que he llamado *interanuales* R_k porque se refiere a ese concepto sraffiano, pero como relación entre productos finales de un año y los medios de producción del año anterior. Con ello nos salimos del modelo de equilibrio de Sraffa y no nos obligamos a mantener constante a lo largo de los años la razón-patrón. El producto de estas relaciones-patrón se expresan en (a1.3):

$$(a1.3) \quad \prod_{k=1}^{k=i} (1 + R_k) = (1 + R_1) \times \dots \times (1 + R_i)$$

El resultado de las 3 ecuaciones anteriores es (a1.4):

$$(a1.4) \quad p_t = w \times \left[\frac{1}{1 - \frac{(1+r)^i}{\prod_{k=1}^{k=i} (1 + R_k)}} \right] \times \frac{(1+r)^t - 1}{r} \times L_y$$

donde ocurre en (a1.4) que si la expresión $1+r$ tiende a la media geométrica de las razones-patrón interanuales $\sqrt[i]{\prod_{k=1}^{k=i} (1 + R_k)}$ los precios tienden a infinito:

$$(a1.5) \quad \text{si } r \rightarrow R_k \text{ tal que } 1+r \rightarrow \sqrt[i]{\prod_{k=1}^{k=i} [1+R_k]} \Rightarrow 1 - \frac{(1+r)^i}{\prod_{k=1}^{k=i} [1+R_k]} \rightarrow \text{cero} \Rightarrow p_t \rightarrow INF.$$

¹⁴ Ver Aspectos de la economía de Sraffa: <http://www.ucm.es/info/nomadas/23/index.html>

Apéndice II

Quizá uno de los supuestos que resultan más molestos para la credibilidad del modelo sraffiano es el de la unicidad de la tasa de ganancia y de salarios. Hay que considerar que el modelo sraffiano, tal y como él lo expuso, es un modelo pedagógico y sencillo que es útil siempre y cuando, como todo modelo, al generalizarse sus supuestos o hipótesis, no hagan variar las conclusiones, cosa que ha ocurrido con los modelos marshallianos y marginalistas del equilibrio parcial (la paradoja de la agregación, la diferencia entre costes privados y sociales de Pigou, los efectos externos, los juegos no cooperativos, etc.). Afortunadamente en el caso de los modelos de origen sraffiano no ocurre esto. La razón es que, a pesar de la simplificación, parte Sraffa del conjunto de la economía, entendida esta como el estudio de las relaciones intersectoriales y de la distribución de la renta. No existe pues el problema de la agregación, sino el de la relajación de los supuestos y su generalización. Según esto, la ecuación (a2.1)

$$(a2.1) \quad P_a Y_A + P_b Y_C = [L_a W_a + P_a X_A + P_b X_C] \times (1 + G_a)$$

representaría al sistema económico, pero con $n-1$ tasas de salario en la diagonal principal de W_a y G_a , a su vez, nos dice sobre las también $n-1$ tasas de ganancia, también en su diagonal principal: tantas tasas de salario y de ganancia como sectores (o mercancías). La ecuación que representa al sector de las habas es la misma que (8) por ser un único sector. Si despejamos de (a2.1) los precios P_a de los bienes básicos y recordamos que Y_C e X_C valen cero según lo que hemos comentado en el texto principal, queda:

$$(a2.2) \quad P_a = [L_a W_a (1 + G_a)] \times [Y_A - (1 + g) X_A]^{-1}$$

Por otro lado y con estos supuestos, la ecuación que define el precio de las habas sería como sigue:

$$(a2.3) \quad P_b = \frac{w(1 + g)L_b + L_a W_a (1 + G_a) \times [Y_A - (1 + G_a) X_A]^{-1} \times [(1 + g) X_B - Y_B]}{Y_D - (1 + g) X_D}$$

¡Pobre agricultor! Es mejor que no sepa nunca que los precios de producción teóricos se determinan de forma tan compleja¹⁵. Las conclusiones son las mismas que las obtenidas en el texto principal y con los supuestos simplificados de tasas únicas de salario y de ganancia, pero ahora estamos tan cerca de la realidad que casi podemos sustituir los datos reales en el modelo.

¹⁵ Y hay que recordar que estamos en un sistema de reproducción simple, de producción simple y sin reducir a trabajo fechoado los medios de producción del pasado.

Bibliografía

Afriat, S.: "Sraffa's Prices", Università degli Studi di Siena, quaderni 474.

www.econ-pol.unisi.it/quaderni/474.pdf

Ahijado, M.: "Distribución, precios de producción y crecimiento", 1982, Centro de Estudios Universitarios Ramón Areces.

Caballero, A. y Lluch, E.: "Sraffa en España", Investigaciones Económicas (2ª época, vol. X, n.º 2), 1986.

Dobb, M.: "Teoría del valor y de la distribución desde Adam Smith, edit. Siglo XXI editores.

Desai, M.: "Marxian Economic Theory", 1974 ["Lecciones de teoría económica marxista", 1977, edit. Siglo XXI].

Dobb, M.: "The Sraffa system and the critique of neoclassical theory of distribution", 1970.

Estrin, S. y Laidler, D.: "Introduction microeconomics".

Fiorito, Alejandro: "La implosión de la economía neoclásica". Está en la red:

www.geocities.com/aportexxi/sraffa12.pdf

Foncerrada, Luis Antonio: "Sraffa y Böhm-Bawerk". Está en la red:

<http://www.economia.unam.mx/secss/docs/tesisfe/FoncerradaPLA/tesis.pdf>

Garegnani, P.: "El capital en la teoría de la distribución", 1982, ed. Oikos-Tau ("Il capitale nelle teorie delladistribuzione", 1982)

Gehrke, Ch. y Kurz, D.: "Sraffa on von Bortkiewicz". Está en la red:

http://www.newschool.edu/cepa/events/papers/050509_Bortkiewicz.pdf

Harcourt, G.C.: "Teoría del Capital" (*Some Cambridge controversies in the theory of capital*, 1975), apéndice al cap. 4, 1975, edit. Oikos-tau.

Heahthfield, D. F.: "Productions funtions".

Lange, O., Taylor, F. M.: "On tthe Economic Theory of Socialism, 1938 [Sobre la teoría económica del socialismo, 1971, edit. Ariel]

Marx, Carlos: "El método en la Economía Política", 1974, Ediciones Grijalbo, S.A.

Marx, Carlos: "El Capital", en el FCE, traducción de Wenceslao Roces.

Meade, J.: "A neo Classical Theory of Economic Growth", 1961.

Meek, R.: "Mr. Sraffa's Rehabilitation of Classical Economics", 1961.

Mendoza, Gabriel: "La transformación de valores en precios de producción", 1997

http://www.izt.uam.mx/economiatyp/numeros/numeros/10/articulos_PDF/10_2_La_transformacion.pdf

Mora Plaza, A.: "Aspectos de la economía de Sraffa", revista: Nómadas, n. 23, U.

Complutense de Madrid, enlace: <http://www.ucm.es/info/nomadas/23/antoniomora.pdf>

Mora Plaza, A.: "Notas sobre la producción simple y conjunta a consecuencia de Sraffa:

<http://redalyc.uaemex.mx/pdf/181/18112179020.pdf>

Mora Plaza, A.: "Sobre la transformación de valores a precios":

<http://www.eumed.net/ce/2009b/amp2.htm>

Mora Plaza, A.: "Notas sobre el teorema fundamental marxiano"

<http://www.eumed.net/ce/2009b/amp.htm>

Morhisima, M.: "La teoría económica de Marx" (*Marx's Economics*, 1973), 1977, pág. 15, edit. Tecnos.

Moseley, F.: "El método lógico y el problema de la transformación".

<http://www.azc.uam.mx/publicaciones/etp/num7/a8.htm>

Murga, Gustavo: "Piero Sraffa".

http://marxismo.cl/portal/index.php?option=com_content&task=view&id=100&Itemid=1

Nuti, D.: "Capitalism, Socialism and Steady Growth", 1970.

Okishio, N.: "A mathematical note on marxian theorems", 1963.

Pasinetti, L.: "Critical of the neoclassical theory of growth and distribution". Está en la red:

http://www.unicatt.it/docenti/pasinetti/pdf_files/Treccani.pdf

Pasinetti, L.: "Structural Change and Economic Growth: a theoretical essay on the dynamics of Wealth of Nations", 1981, Cambridge University Press.

Pasinetti, L.: "Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth", 1961/2.

Pasinetti, L.: "Switches of technique and the rate of return in Capital Theory", 1969.

Pasinetti, L.: "Crecimiento económico y distribución de la renta" (*Growth and Income Distribution*), 1974), 1978, Alianza Editorial.

Pasinetti, L.: "Lecciones de teoría de la producción" ("Lezioni di teoria della produzioni", 1975), 1983, FCE.

Peris i Ferrando, J.E: "Análisis de la resolubilidad de modelos lineales de producción conjunta", 1987, en internet:

<http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/3829/1/Peris%20Ferrando,%20Josep.pdf>

Potier, J.P.: "Piero Sraffa", 1994, edicions Alfons Magnànim.

Ricardo, D.: "Principios de Economía Política y Tributación" (*On the Principles of Political Economy and Taxation*), 1973, F.C.E.

Robinson, J.: "Ensayos críticos", 1984, Ediciones Orbis.

Samuelson, Paul: "Understanding the Marxian notion of Exploitation", 1971.

Sargent, T.J.: "Teoría macroeconómica" (*Macroeconomic Theory*, 1979), 1988, Antoni Bosch editor.

Schefold, Bertram: *Mr. Sraffa on Joint Production*, 1971

Schumpeter, J. A.: "Historia del Análisis Económico" (*History of Economic Analysis*, 1954), 1971, Ediciones Ariel.

Segura, J.: "Análisis microeconómico", pág. 88, 2004, Alianza editorial Tecnos.

Steedman, I.: "Marx, Sraffa y el problema de la transformación" (*Marx after Sraffa*, 1977), 1985, F.C.E.

Schumpeter, J. A.: "Historia del Análisis Económico" (*History of Economic Analysis*, 1954), 1971, Ediciones Ariel.

Segura, J.: "Análisis microeconómico", 2004, Alianza editorial Tecnos.

Solow, R.: "The interest rate and transition between techniques", 1967.

Sraffa, Piero: "Producción de mercancías por medio de mercancías" (*Production of commodities by means commodities*, 1960), 1975, Oikos-Tau.

Ricardo, D.: "Principios de Economía Política y Tributación" (*On the Principles of Political Economy and Taxation*), 1973, F.C.E.

Vegara, J. M.: "Economía política y modelos multisectoriales", 1979, edit. Tecnos.

Varios.: "Matemáticas avanzadas aplicadas a la Economía", UNED, 2001.

Madrid, 25 de agosto de 2010.