

ASPECTOS DE LA ECONOMÍA DE SRAFFA (II PARTE)

Antonio Mora Plaza

En la primera parte del artículo que lleva el mismo nombre que el de este se dejaron varios capítulos de la obra de Sraffa “Producción de mercancías por medio de mercancías” sin abordar. Con este trabajo se intenta subsanar esta insuficiencia de tratamiento y se abordará los capítulos sobre “el Capital Fijo”, “Tierra”, quedando el capítulo XII sobre “desplazamientos en los métodos de producción” para otra ocasión. Empezamos con el “Capital Fijo”, capítulo X. Sraffa lo aborda desde el criterio del capital conjunto porque le pareció -y con razón- que no había manera de abordarlo desde la óptica de la producción simple, es decir, del esquema de análisis según el cual existen múltiples factores o medios para producir una mercancía -bien o servicio-, pero sola una mercancía en cada proceso¹. Con su capítulo sobre *el capital fijo* aborda el economista italiano la problemática de los medios de producción de duración superior a un año, aunque el período a contar es siempre convencional. Así, una máquina, las materias auxiliares, instalaciones, edificios, etc., son comprados o instalados en un momento determinado, pero su duración es mayor que el año natural, a diferencia de otras materias primas y medios que son comprados y utilizados y/o desgastados en su totalidad en ese año y que el propio Sraffa llama capital circulante. Hay claramente, bajo este punto de vista, dos tipos de medios de producción según su duración en el proceso productivo. Según esto, ¿cuánto vale al final de un año una máquina que se ha comprado en ese año y que seguirá funcionando al año siguiente? El ejemplo sirve para cualquier medio de producción cuya vida se alarga más allá del período convencional de reproducción del sistema económico, entendido este como un proceso que trasciende la vida de las empresas y afecta al sistema en su conjunto. Oigamos a Sraffa cómo aborda el problema: “*Consideremos los instrumentos duraderos de producción como parte de la absorción anual de factores de producción de un proceso en pie de igualdad con los medios de producción (por ejemplo, materias primas) que son enteramente gastadas en el curso de un año; y lo que queda de ellas al final del año será tratado como una parte del producto anual conjunto de la industria cuya parte más importante consiste en la mercancía susceptible de venta, que es el objeto primordial del proceso*”². Sraffa pone a continuación el ejemplo de una máquina de tejer que “*entra en los medios de producción al principio del año... y al final del año la máquina más vieja y parcialmente desgastada que emerge del proceso será considerada como un producto conjunto con el volumen de producción de calcetines del año*”. Y a continuación resume el tratamiento de estos medios de duración plurianual: “*Este punto de vista implica que la misma máquina, a edades diferentes, debería ser tratada como otros*

¹ Si se quiere, por empresa, aunque creo conveniente en la obra capital de Sraffa referirse a procesos más que a empresas, obligados por sus dos grandes descubrimientos: *la mercancía-patrón* y *la razón-patrón*.

² Pág. 94 del capítulo X de Producción de mercancías por medio de mercancías (en adelante PMPM).

tantos productos diferentes, cada uno con su precio". Con esta capacidad de síntesis del turinés, cualquier aclaración posterior sobra. Además, y afortunadamente en esta ocasión, hace explícito el sistema de ecuaciones que van a justificar su tratamiento, aunque siempre con su especial nomenclatura que yo modernizaré a los usos actuales. Veamos la ecuación que resume el conjunto de ecuaciones de Sraffa³:

$$(1) \quad p_j M_j + p_j Y_j = (1+r) \left[p_{j-1} M_{j-1} + \sum_{i=1}^{i=j} p_i X_{ij} \right] + wl \quad \text{desde } j=1 \text{ a } n$$

siendo p_{mj} el precio del bien M_j de duración mayor de un año que se obtiene conjuntamente con los bienes finales Y_j ; M_{j-1} sería el mismo bien que entró como medio de producción en el año con su precio de compra p_{j-1} . Como siempre, r sería la tasa de ganancia, p_j el precio de los bienes que son a la vez medios como bienes finales, X_{ij} los medios de producción, w la tasa de salario y l el input de trabajo, que en este caso, es invariante a juicio de Sraffa, porque medimos el valor de unos medios dado "*el supuesto de eficiencia constante durante la vida de la máquina*"⁴. Aunque la ecuación (1) la plantea Sraffa para la vida de una máquina⁵, sin embargo el planteo del italiano se puede generalizar para s máquinas⁶. Sraffa, tras una serie de operaciones que ¡por una vez hace explícitas íntegramente! llega a la ecuación que va a definir él su sistema una vez introducido *el capital fijo*⁷:

$$(2) \quad \begin{matrix} p & Y & = & w & L & + & (1+r) & p & X & + & \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} & \times & p_m & M \\ \text{1xn} & \text{nxn} & & \text{1xn} & & & & \text{1xn} & \text{nxn} & & & & \text{1xs} & \text{sxn} \end{matrix}$$

La (2) sería una ecuación matricial generalizada a s máquinas o, en general, s *medios de vida plurianual*, con sus s precios p_s . De esta forma, se gana en realismo sin perder potencial explicatorio al no tener que coincidir el número de medios plurianuales s con los de vida anual n , es decir, con los gastados íntegramente en un año durante el proceso de producción. Estos bienes de duración plurianual sólo le exigimos la condición⁸ de que $s < n$ por lo que luego se

³ Pág. 96 de *PMPM*.

⁴ Pág. 96 de *PMPM*.

⁵ Un planteamiento que sigue al pie de la letra puede verse en Ahijado (Distribución, precios de producción y crecimiento, editorial Ceura, cap. III, 1982), que a su vez recoge los planteamientos de Roncaglia, 1978, y Schefold, 1971). Yo he seguido un camino propio porque este trabajo no pretende ser un resumen de otros.

⁶ Ver anexo I.

⁷ Aleccionador resulta comparar el planteamiento de Sraffa sobre el capital fijo y el que hace Garegnani sobre el mismo tema discutiendo la solución de Bortkiewicz (El capital en la teoría de la producción, cap. V, págs. 74-86, 1982 en Oikos-Tau).

⁸ Sraffa no sólo era consciente de estos problemas, sino que los entendía también en sus aspectos matemáticos, aunque parezca huir de las explicaciones meramente formales. Por ejemplo, véase la pág. 76 del capítulo VIII referido a los problemas de la producción conjunta; también el apéndice C y la opción de eliminar en ambos lados de las ecuaciones del sistema los bienes no básicos para obtener la

verá. Sraffa a continuación hace algunas consideraciones sobre las formas de amortización que, en mi opinión, carecen de interés en la época actual aunque son correctas. Cabe pensar que en su tiempo, cuando concibió su obra y no cuando se publicó, la teoría de la amortización empresarial aún no se había desarrollado lo suficiente. Más tarde entra en terrenos más interesantes al considerar el capital fijo como un caso particular de productos conjuntos y de cómo sería un fracaso reducir estos bienes plurianuales a trabajo fechado⁹. De momento, nosotros vamos ir por otro camino más potente hasta llegar a *la frontera salario-ganancia*. Si hacemos -como es habitual en Sraffa- el salario w igual a cero nos queda la ecuación matricial:

$$(3) \quad \underset{1 \times n}{p} \underset{n \times n}{Y} = (1 + G) \underset{1 \times n}{p} \underset{n \times n}{X} + \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \times \underset{1 \times s}{p_m} \underset{s \times n}{M}$$

donde G sería la tasa máxima de beneficio. Alguien podría estar tentado en llamar a esta tasa máxima de beneficio -recordar que se ha obtenido haciendo w igual a cero- la razón-patrón que se ha visto en Sraffa¹⁰, pero sería un error porque, como hemos visto en el artículo que precede a este, la coincidencia entre la tasa máxima de beneficio o ganancia y la razón-patrón se deriva de la posibilidad de aplicar Perrón-Froebenius, lo cual sólo es posible en la producción simple porque sólo en este tipo de producción se puede cumplir las condiciones del teorema, es decir, que la matriz de requerimientos $A=XY^{-1}$ sea cuadrada, no negativa, productiva e indescomponible. El quebrado que multiplica a precios y cantidades de los productos plurianuales es la fórmula de anualización de un capital que aparecen en los libros de matemáticas financieras o, como dice Sraffa, de comercio¹¹. De las ecuaciones (2) y (3) obtenemos los precios de las mercancías que *no* son plurianuales:

$$(4) \quad p = \frac{w}{G - r} \times LX^{-1}$$

donde lo notable de (4) es que los precios de los bienes *no* plurianuales p no dependen de los plurianuales, es decir, de p_m . Si en (3) despejamos los precios p_m , queda la ecuación:

razón-patrón, es decir, para poder -diríamos nosotros- aplicar Perrón-Froebenius y obtener precios positivos.

⁹ Pág. 98 de *PMPM*.

¹⁰ Ver *Aspectos de la economía de Sraffa*.

¹¹ Lo cual da una idea de la época del escrito de Sraffa porque en el Reino Unido, lo mismo que en Italia o España, aún se estudiaba las matemáticas financieras en las Escuelas de Comercio; tampoco aún se hablaba de matemáticas financieras, sino de cálculo mercantil. Sraffa conocía muy bien estas matemáticas por sus estudios sobre la banca italiana y por haber trabajado en un banco italiano, aunque por poco tiempo.

$$(5) \quad p_m = \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n} \times p[Y - (1+G)X] \times M^T [MM^T]^{-1}$$

En (5) se comprueba que los precios de los productos plurianuales, p_m , dependen de los precios de los no plurianuales, pero no al revés. En este sentido es por lo que se puede asimilar a estos últimos como mercancías no básicas, aunque sí que entran como medio de producción y perduren más de un año. El tema tiene interés y se ve la primacía del concepto sobre su caracterización formal; formalmente (matemáticamente) es igual hablar de bienes no básicos que de bienes plurianuales, pero sus funciones en la producción no son asimilables y equivalentes; responden a divisiones conceptuales diferentes. Esta es la explicación del esfuerzo enorme que hace Sraffa en su libro por explicar a su vez los aspectos económicos de su modelo y lo renuente que se mostraba el italiano en hacer explícitos los aspectos formales. El problema es que si no se hacen explícitos se hace muy difícil de seguir la argumentación y las dudas quedan en el aire; la ventaja es la de que el sistema de Sraffa es abierto y productivo, porque permite establecer variadas hipótesis sin traicionar sus aspectos esenciales.

En (5) de nuevo vemos ahora porqué se hizo $s < n$, es decir, que los elementos plurianuales fueran menores que los anuales. El rango de la matriz M vale s y también el de MM^T , con lo cual es esta última invertible sin problemas, salvo los habituales de colinealidad de una fila o columna con otras filas o columnas, lo cual, en el mundo real, es un suceso imposible. Sraffa no impone esta condición ni la hace explícita, pero sí la hizo en el caso de la producción conjunta, con lo cual cabe suponer que era consciente de todo ello.

De las ecuaciones (4) y (5) se obtiene:

$$(6) \quad p_m = \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n} \frac{w}{G-r} \times LX^{-1} [Y - (1+G)X] M^T [MM^T]^{-1}$$

Ahora los precios de los productos plurianuales p_m dependen de todas las variables; r , w , n , G , l , x , y , M_j . También se puede comprobar que, aunque el tipo de interés r permanezca por debajo de la tasa máxima de ganancia G , la existencia de las inversas en (6) posibilita que algunos de los precios de los productos plurianuales p_m sean negativos, al igual que ocurría con la producción conjunta. ¿Qué explicación económica posibilita esto? Oigamos a Sraffa: “*Los instrumentos duraderos -los que hemos llamado plurianuales-, si son básicos, habrán de estar representados en la mercancía-patrón por muestras de las diferentes edades en sus debidas proporciones*”¹². En efecto, si los bienes plurianuales son básicos, entrarán en pie de igualdad con el resto de los bienes básicos, y si cumple la condición de productividad, es decir, que el total de la producción de ese bien sea mayor que el total de los medios de ese mismo bien,

¹² Pág. 104 de *PMPM*.

entonces su precio cumplirá una de las condiciones necesarias para que sea positivo¹³. La otra dificultad para conseguir unos precios positivos se deriva de aplicar un mismo tipo de interés, tanto para el cálculo de la amortización -el primer término del lado derecho de la igualdad de (6)- como para la tasa de ganancia general. Ello obliga a amortizaciones aceleradas si la tasa de ganancia exigida es muy alta, lo cual provoca que los bienes de producción de un período que son medios en el siguiente -como es el caso de los bienes plurianuales, los *M*- entren a un precio elevado en el resto de los sectores o en el de origen, y con ello a elevar los costes de otros sectores hasta, en algún caso, hacer mayores estos que los ingresos, con el resultado de precios negativos. Es una limitación del modelo que puede ser salvado con dos tipos de interés: uno para las amortizaciones de los bienes plurianuales y otro para la tasa de ganancia general exigida por el modelo. Sraffa no diferenció ambas tasas, pero era consciente del problema cuando, hablando del precio de la maquinaria que envejece, dice: “*El precio... no puede explicarse desde el lado del coste de la producción. Resulta exclusivamente de la necesidad de mantener, cuando el tipo de beneficio varía, la igualdad de precio de todas las unidades del producto, cualesquiera que sean las diferencias en edad de los instrumentos mediante los cuales son respectivamente producidos*”¹⁴.

De la ecuación (6) a la frontera salario-ganancia no hay más que un paso. Hacemos ahora:

$$(7) \quad LI = 1$$

$$(8) \quad p_m MI = 1$$

es decir, tomamos como numerarios las expresiones (7) y (8)¹⁵, siendo *I* el vector de unos de dimensión $n \times 1$, puesto que tenemos muchas más incógnitas que ecuaciones; además, llamamos *función técnica* a $f = LX^{-1}Y$, y aplicadas ambas ecuaciones a la (6) y despejando el tipo de salario, se obtiene la (9):

$$(9) \quad w = \frac{r(1+r)^n(G-r)}{[(1+r)^n - 1][fI - (1+r)]}$$

¹³ Las otras condiciones son que la matriz de requerimientos $A = XY^{-1}$ sea indescomponible, no negativa, y que el tipo de ganancia sea inferior a la razón-patrón si estamos en la producción simple. Fuera de la producción simple -es decir, sin Perrón-Frobenius- nada garantiza a ningún bien que su precio sea positivo: sólo la sociología empresarial a la que recurre Sraffa.

¹⁴ Pág. 104 de *PMPM*.

¹⁵ Tomar como numerario estas dos expresiones supone tomar como numerario algún precio de los productos plurianuales p_m . La razón es que estos productos *M* aparecen simultáneamente en (7) y en (8). Siempre es deseable que en los numerarios no aparezcan variables repetidas porque sólo así pueden tomar cualquier valor.

donde el punto de corte para $w=0$ es $r=G$, y con w indeterminado para $r=0$, siendo descendiente w desde $r=0$ hasta $r=G$, pero con tantos puntos de corte como el grado del numerador de (9), que es n . Pueden darse, por tanto, n soluciones, aunque algunas puedan ser repetidas o imaginarias, contra lo esperado por la teoría neoclásica, en la que se afirma que la relación entre la tasa de salarios y la tasa de ganancia ha de ser inversa si se mantiene la misma técnica. Aquí, con este modelo sraffiano tan sencillo, pueden darse el retorno de un mismo tipo de salarios para diferentes tipos de interés: la teoría neoclásica -una vez más- por los suelos. Puede observarse en (9) que un aumento de la tasa de ganancia r que puede llevar a un aumento del tipo de salario w , puede ser a su vez contrareestado por el multiplicador $(G-r)$ si r se acerca a G , y eso puede ocurrir incluso un $n-1$ veces, es decir, tantas -como máximo- como puntos de corte menos uno. Esta frontera, definida por (9) es continua y cambia de convexidad según los puntos de corte de r cuando la tasa de salario w vale cero. Sin embargo, también puede desplazarse a lo largo del primer cuadrante, que es el significativo. La razón es la de que, además de que la tasa de salario depende w de la tasa de ganancia r y del número de períodos n de las anualizaciones de los bienes plurianuales M , existe una variable que recoge los movimientos de los medios de producción anuales X y la de los productos finales Y . Esta variable, aparentemente inocua, es G , es decir, *la tasa máxima de ganancia*, porque a cada valor de x_{ij} , y_{ij} y M_{ij} , varía G , y eso da lugar a desplazamientos de la frontera salario-ganancia definida en (9). Si Sraffa hubiera hecho explícitos sus ecuaciones y deducidas sus consecuencias también formalmente, quizá los economistas hubieran podido ver plasmadas las conclusiones revolucionarias -en el campo del análisis económico, claro- de forma más evidente. O quizá lo contrario, y lo hubieran desechado bajo algún pretexto. Sraffa dejó escrito un jeroglífico o un criptograma que gente como Nuti, Pasinetti, Garegnani, Roncanglia, Schefold, etc., se han dedicado a descifrar e -y esto resulta lo más interesante- interpretar. La mía es una interpretación más.

Sraffa trabajó, salvo una excepción, con la ecuación (1) o la equivalente en las páginas referidas a la producción simple o conjunta, es decir, con la tasa de ganancia r fuera de los costes de trabajo wL guiado por la discusión sobre el fondo de salarios y sobre la cuestión de si estos eran *pos* o *pre pagables*. En otro artículo homenaje a Sraffa ya publicado¹⁶ ya he anotado que esa discusión no casa con la solución formal que da tanto Sraffa como Ricardo, porque que la tasa de ganancia incluya a los costes salariales afecta *a la cuantía* del cálculo de los precios y no depende, por tanto, *del momento* del pago de los salarios. Y, sin embargo, esa falsa discusión llega a nuestros días. Si la tasa de ganancia incluye a los costes salariales, la ecuación (2) se convierte en:

$$(10) \quad p_{1 \times n} Y_{n \times n} = (1+r) \left[wL + p_{1 \times n} X_{n \times n} \right] + \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \times p_{1 \times s} M_{s \times n}$$

¹⁶ A los cincuenta años de la publicación de la obra de Sraffa *Producción de mercancías por medios de mercancías*: <http://www.eumed.net/ce/2010b/amp.htm>

dejando fuera de la tasa de ganancia sólo a los bienes plurianuales M , tal como hace Sraffa, a lo cual no veo inconveniente. Si seguimos los pasos anteriores y hacemos la tasa de salario w igual a cero para obtener la tasa máxima de ganancia, nos da la ecuación:

$$(11) \quad p_{1 \times n} Y = (1 + B) (p_{1 \times n} X) + \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \times p_{1 \times s}^m M_{s \times n}$$

con B como máxima tasa de ganancia, distinta de la tasa máxima para el caso anterior, por lo que la hemos cambiado de letra; además y de forma similar, llamamos función técnica a $f=LY^{-1}Y$, y por último, tomamos como numerario a $LI=1$ y a $PMI=1$. Sin cambios conceptuales, llegamos a la frontera salario-ganancia, que forzosamente es distinta de la del caso anterior porque es distinta la ecuación (9) que define el sistema. Esta frontera es:

$$(12) \quad w = \frac{r(1+r)^n (B-r)}{(1+r) [(1+r)^n - 1] [fI - (1+B)]}$$

con punto de corte en $r=B$ cuando los salarios w son cero y con valor indeterminado para los salarios w con la tasa de ganancia r es cero. Al igual que con la frontera salario-ganancia (9) del caso anterior, esta varía su forma en función de las anualidades n . Un caso especial es para $n=1$ que da una frontera definida por la ecuación $B=r+w$, es decir, una recta con puntos de corte en $w=0 / r=B$ y en $r=0 / w=B$.

Sigamos. Hasta ahora hemos trabajado con la producción conjunta al modo sraffiano, donde la matriz Y de productos finales es cuadrada, al igual que la X de medios de producción, lo cual obliga a una producción conjunta *sui generis*, porque el número de procesos y mercancías han de ser iguales, tanto en medios como en los productos finales. Sraffa no dio el paso de considerar más bienes finales que medios de producción, tanto si la producción es simple como conjunta, porque perdía todas sus ventajas: perdía la mercancía-patrón, la razón-patrón, los multiplicadores positivos y los precios todos positivos. También se complicaba la frontera salario-ganancia. No es que un genio como el no hubiera podido hacerlo, pero entonces tendría que haber hecho explícitos sus hipótesis formales mediante sistema de ecuaciones y temía -creo yo- que su obra se convirtiera en un mero juego matemático, tal y como pasó con Von Neumann¹⁷, una de las personas con más alto coeficiente intelectual medido que se conocen. Sraffa escribía para el futuro y para economistas y no para lucirse. Una ecuación que definiera un sistema de producción conjunta, con tasa de ganancia que incluyan los costes salariales, con productos plurianuales con costes anualizados

¹⁷ *A model of Economic General Equilibrium*, 1935.

y -y esta es la novedad ahora- con productos finales mayores en su diversidad que medios empleados, vendría definido por la ecuación matricial:

$$(13) \quad p_y Y = (1+r) \left[w L + p_x X \right] + \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \times p_m M$$

$\begin{matrix} 1 \times m & m \times n \\ 1 \times n & 1 \times n & n \times n \\ 1 \times s & s \times n \end{matrix}$

donde los precios de los productos finales p_y van de 1 a m , a diferencia de los medios, que van de 1 a n , siendo mayor m que n , como indica la lógica económica. Es el caso más general posible, salvo que diferenciáramos también entre bienes *básicos* y *no básicos*, o que trabajáramos con tasa de salarios y ganancias diferentes para cada sector, que también es posible¹⁸. En el caso que nos ocupa es el más general posible porque ahora trabajamos con tres tipos de precios diferentes: uno para los productos finales p_y , otro para los medios de producción anuales p_x y otro para los medios plurianuales p_m . La tasa máxima de ganancia vendrá dada, como siempre, haciendo cero la tasa de salario y obtenemos una ecuación como la que sigue:

$$(14) \quad p_y Y = (1+F) p_x X + \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \times p_m M$$

$\begin{matrix} 1 \times m & m \times n \\ 1 \times n & n \times n \\ 1 \times s & s \times n \end{matrix}$

donde hemos llamado F a esta tasa máxima para distinguirla de los casos anteriores. De las ecuaciones (13) y (14) sale:

$$(15) \quad p_x = \frac{w(1+r)}{F-r} \times LX^{-1}$$

donde los precios de los medios de producción p_x dependen de w , r , L , F y X , pero no de p_y , n , M . Sustituyendo ahora (15) en (14) se obtiene:

$$(16) \quad p_m = \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n} \times \left[p_y Y - \frac{w(1+r)(1+F)}{(F-r)} \times L \right] \times M^T [MM^T]^{-1}$$

y donde hemos soslayado que los precios de los productos plurianuales dependen p_m de los precios de los medios p_x , pero no hay manera de hacer lo mismo con los precios de los productos finales p_y . Mirando esta ecuación se ve -creo yo, insisto- porque Sraffa no quería trabajar en su obra con producción conjunta entendida de la manera más amplia posible. La mayor utilidad de (16) es que nos facilita la llegada a la frontera salario-ganancia bajo los supuestos definidos en (16). Si tomamos como numerarios $p_m M$, $p_y Y$ y LI^1 , es decir, haciendo:

$$(17) \quad p_m MI = 1$$

¹⁸ Ver anexo II.

$$(18) \quad p_y YI = 1$$

$$(19) \quad LI = 1$$

en (16), donde se puede observar que ninguna de las variables se repiten en cada uno de los tres sistema de ecuaciones. Tras manipulaciones elementales de álgebra, nos da *la frontera de salario-ganancia* para este caso de *producción conjunta ampliada*:

$$(20) \quad w = \frac{[(1+r)^n(1-r) - 1](F-r)}{(1+r)(1+F)[(1+r)^n - 1]}$$

donde ocurre, al igual que los dos casos vistos anteriormente, que para $w=0$, el punto de corte de la tasa de ganancia se da para $r=F$, aunque queda indeterminada la tasa de salarios w para $r=0$. Aunque formalmente es más complicada que las anteriores fronteras, se pueden hacer las mismas consideraciones que en las anteriores, por lo que no nos repetimos. Debe quedar claro que, en general, no coincidirán las diferentes tasas de ganancia B , G y F , y tampoco coincidirán con la razón-patrón R de la producción simple con medios gastados anualmente y con salarios prepagables, que es el caso más simple posible¹⁹ y que estudia Sraffa a partir del capítulo II de su obra capital.

Todo lo anterior no pretende suplantar la riqueza de las consideraciones de Sraffa con lo que él llama “el capital fijo”; todo lo contrario, sólo se trata de ayudar a su lectura y ver con rigor algunas -pocas de todas las maneras- de las afirmaciones de Sraffa sin negar, no obstante, que se trata de una interpretación más del capítulo X del libro.

Abordamos ahora epígrafe, el capítulo XI de la obra de Sraffa que va referido al viejo tema de la renta de la Tierra. La renta de la tierra, como una de las tres retribuciones de la producción junto con los salarios (de los trabajadores) y las ganancias (de los capitalistas), la rastrea Schumpeter hasta llegar a Quesnay y a Cantillon²⁰. Siempre ha tenido mala prensa, incluso entre los economistas que hoy -pero no en su momento- pueden ser considerados ortodoxos. A. Smith la critica y para D. Ricardo es una de las ideas-fuerza de su esquema intelectual. Ricardo la define como: “... *aquella parte del producto de la tierra que se paga al terrateniente por el uso de energías originarias e indestructibles del suelo*”²¹. Tiene esta definición cierto empaque, como de una pretensión de universalidad

¹⁹ En el capítulo I de su obra estudia Sraffa el caso de producción que él llama de “subsistencia”, es decir, sin excedente. Pero yo creo que lo hace a modo de introducción y de forma pedagógica, porque al economista italiana le interesa el excedente. De hecho, yo definiría la economía de Sraffa como la del estudio del excedente y sus límites.

²⁰ Historia del Análisis Económico, págs. 266 y siguientes, ediciones Ariel.

²¹ Principios de Economía Política y Tributación, pág. 51. FCE.

como corresponde a un intelectual de máximo nivel que era el economista inglés. Tampoco con ello se limita a las rentas derivadas de los productos agrícolas, sino que también se refiere a las de las minas. Sin embargo, unos cuantos párrafos más allá, la completa, la concreta y muestra de paso su rechazo a esta retribución cuando dice que: “Únicamente porque la tierra no es ilimitada en cantidad ni uniforme en calidad, y porque con el incremento de la población, la tierra de calidad inferior o menos ventajosamente situada tiene que ponerse en cultivo, se paga renta por su uso”²². En esta frase queda claro para el que lo lea sin prejuicios que la renta, en concreto, la de la tierra se deriva de un problema de calidades o, su equivalente económicamente, de distancias. Pero es el propio Ricardo el que origina confusión cuando dice que: “Renta es siempre la diferencia existente entre el producto obtenido mediante el empleo de dos cantidades iguales de capital y de trabajo”²³. Aquí parece indicar Ricardo que, aún cuando no hubiera diferentes calidades de tierra, el sólo hecho de aumentar el capital y/o el trabajo sobre la tierra origina una renta. De aquí a la ley de los rendimientos decrecientes generalizada para todos los recursos productivos no hay más que un paso. O quizá más de uno, porque esta formulación explícita y generalizada se hace con los marginalistas en el último tercio del XIX. Para los marginalistas y neoclásicos de antes y de nuestros días, todos los factores²⁴ se pagan -¿o querían decir que deberían pagarse?- de acuerdo con el valor de sus *productividades marginales*. Y ahí acabó el intento de construir un tipo de conocimiento con marchamo de ciencia, para convertirse en meros gráficos y fórmulas hasta que llegó una rama de este conocimiento -que no ciencia- que fue el keynesianismo²⁵. Pero volvamos con Sraffa y su capítulo XI y oigamos sus palabras sobre qué entiende él por renta: “Puede decirse que los recursos naturales que son utilizados en la producción, tales como la renta y los depósitos minerales, y que por ser su oferta escasa permiten a sus poseedores la obtención de una renta, ocupan entre los medios de producción una posición equivalente a la de los productos “no básicos” entre los productos”²⁶. Puede verse por estas palabras que Sraffa no se queda en la concepción de Ricardo sobre el origen de la renta y, sin desdecir al economista inglés que tanto admiraba y al que dedicó buena parte de su vida a su obra y a su correspondencia, pone el acento el italiano -y quizá toda la partitura- en *la escasez* como origen de la renta. Es verdad que ya en su época era un lugar común hablar de la escasez como una de las características de los llamados fenómenos económicos y, quizá por ello, se hablaba de la economía como *la ciencia lúgubre*. Más tarde aclara Sraffa el porqué de ese acento: “Si no hubiera escasez, sólo se utilizaría un método, el más barato sobre la tierra, y no podría existir renta”. Aquí ya se aleja de Ricardo -en mi opinión- porque habla de *método*, es decir, de lo que hoy llamaríamos

²² Pág. 53 ob. citada de Ricardo.

²³ Pág. 54 ob. citada de Ricardo.

²⁴ El lenguaje se hace más aséptico y ya no se habla de trabajo, capital o tierra, sino de factores, todos en pie de igualdad.

²⁵ Otra injusticia histórica, porque cuando se habla de Keynes o keynesianismo, hay que mencionar al lado a Kalecki.

²⁶ Pág. 108 de *PMPM*.

métodos de producción, que ya coge al marginalismo a contrapié porque nos alejamos de aumentos de la intensidad del capital para hablar de cambios en su composición. Sraffa no da puntadas sin hilo y, poco a poco, sin querer traicionar a sus maestros clásicos, va llevando el agua a su molino hasta dejar seco el molino de los marginalistas.

Sin más preámbulos, vamos a exponer las ecuaciones, que esta vez ¡también! las hace explícitas Sraffa y que recojo en forma matricial:

$$(21) \quad \underset{1 \times n}{p} \underset{n \times n}{Y} = \underset{1 \times n}{p_t} \underset{n \times n}{T} + w \underset{1 \times n}{L} + (1+r) \underset{1 \times m}{p} \underset{m \times n}{X}$$

donde la novedad respecto a las ecuaciones que definen el sistema sraffiano es la de la inclusión de $p_t T$, siendo p_t la renta unitaria de la tierra (o minas, por ejemplo) y T una matriz diagonal que representa las cantidades de las diferentes tierras según sus cualidades. La otra posible novedad es la de que los precios de los medios de producción los lleva desde l a m , en lugar de n . Yo no entiendo porqué. De momento haré $m=n$ y en un anexo daré la ecuación y sus posibles consecuencias para el caso de que m fuera diferente a n . De (21), al hacer cero la tasa de salarios w , obtenemos:

$$(22) \quad \underset{1 \times n}{p} \underset{n \times n}{Y} = \underset{1 \times n}{p_t} \underset{n \times n}{T} + (1+G) \underset{1 \times n}{p} \underset{n \times n}{X}$$

siendo G la tasa máxima de ganancia. Ahora, de (21) y (22) sale:

$$(23) \quad p = \frac{w}{G-r} \times L X^{-1}$$

donde los precios los productos y medios -es decir, las no rentas- no dependen de las rentas $p_t T$. La (23) es muy acorde con lo que decía D. Ricardo: *“Dicho cereal no se encarece porque hay que pagar una renta, sino que debe pagarse una renta porque el cereal es caro”*²⁷. Los precios de los productos finales p , sean genéricos o sea el trigo como bien final, no dependen de $p_t T$, es decir, de las rentas. Ya queda dicho que el economista inglés, sin título universitario, era una inteligencia suprema. De (22) y (23), sustituyendo los precios de (23) en el lado derecho de (22) pero no en el lado izquierdo, queda:

$$(24) \quad p_t = p Y T^{-1} - \frac{w(1+G)}{G-r} \times L T^{-1}$$

Ahora las rentas unitarias p_t aumentan con el aumento de los precios finales p , con la productividad de la tierra $Y T^{-1}$, con la tasa de ganancia máxima G , y

²⁷ Pág. 56 de ob. citada.

disminuyen con los salarios w , con la tasa de ganancia (interés, beneficios) r y con la saturación de la mano de obra en relación a la tierra LT^{-1} . De nuevo aquí las rentas (unitarias) de la tierra p_t dependen de los precios del producto p , pero no al revés. Creo que D. Ricardo, de la mano de Sraffa, estaría satisfecho. También Pasinetti²⁸ con su pequeño modelo ricardiano y su ecuación:

$$(25) \quad R = f(N) - N \frac{df}{dN}$$

siendo R la renta de la tierra buscada, $f(N)$ la función de producción (del trigo o bien final), N el número de trabajadores (u horas de trabajo) y df/dN la productividad (marginal) del trabajo.

Una generalización del modelo sraffiano que él no se atrevió a formular podría venir dado por la ecuación:

$$(26) \quad \underset{1xm}{p_y} Y = \underset{1xn}{p_t} T + (1+r)(\underset{1xn}{w} L + \underset{1xs}{p_x} X)$$

donde hay $m+n+s$ precios diferentes entre productos finales p_y , rentas unitarias p_t y precios de los medios p_x , y con el tipo de ganancia r abarcando todos los costes. Al seguir los mismos pasos dados para deducir (24), obtenemos la ecuación:

$$(28) \quad p_t = p_y Y T^{-1} - \frac{w(1+r)(1+B)}{G-r} \times L X^T [X X^T]^{-1} X T^{-1}$$

que no cambia nada las conclusiones de la ecuación (24)²⁹. Y, al igual que en la anterior, nada nos asegura desde el punto de vista formal la existencia de rentas negativas, lo cual no tendría sentido económico. Sólo podría evitarse al modo sraffiano acudiendo a la realidad y con los propietarios o empresarios huyendo de posibles métodos de producción -que dependen de L y X - en la agricultura que dieran lugar a semejante desaguisado.

La principal dificultad de los modelos planteados, tanto del sraffiano más puro, el mencionado de Pasinetti, como el ampliado, es la de que las matemáticas tienen enorme dificultad para distinguir la calidad de la cantidad. Hemos visto que de Ricardo arranca dos posibles interpretaciones de la renta (diferencial) de la tierra: la debida a los cambios de calidad y la del aumento de la cantidad de

²⁸ *Crecimiento económico y distribución de la renta*, 1983, pág. 21, Alianza Editorial [*Growth and Income Distribution - Essays in Economic Theory*, 1974.]

²⁹ Al no ser ahora X cuadrada se ha tenido que recurrir al cálculo de $X[XX^T]^{-1}$ para despejar las rentas unitarias; y para no tener problemas con la inversa se ha puesto una limitación en el modelo: que $s < n$, es decir, que el número de medios de producción sea menor que el número de procesos. B sería la tasa máxima de ganancia, al igual que en el modelo sraffiano era G .

tierra manteniendo la misma calidad, es decir, con cantidades homogéneas susceptibles de suma. A posteriori, ambas interpretaciones caben formalmente, pero las consecuencias reales son distintas por más que las matemáticas no puedan distinguirlo. Sraffa se percató de ello con su proverbial sentido de la observación y lo explicó mejor en el epígrafe 89 de su libro, uno de los más brillantes del italiano. En el siguiente plantea el sempiterno problema de los medios de producción que no son producidos (la tierra, las minas) y de la posibilidad -como es el caso del trigo- de varios métodos de producción para obtener el mismo bien final. En concreto dice Sraffa que: “*Las máquinas de tipo obsoleto son similares a la tierra en la medida en que son empleadas como medios de producción aunque ya no son producidas... Y como la tierra, tales instrumentos obsoletos tienen la propiedad de los productos no básicos y son excluidos de la composición de la mercancía patrón*”³⁰.

Sraffa muestra su deseo de reducir todo ello a un modelo equivalente al de la producción por -aunque el no lo diga- las ventajas formales que tiene y que hemos visto. Creo que es un intento baldío y hay que dejar la producción simple (y en especial la de que todos los productos sean básicos) por sus aspectos pedagógicos, pero se debe llegar siempre a la producción conjunta, a la diversidad de métodos para un mismo producto, a la anualización de las rentas del capital fijo, a la reducción del trabajo fijo, a la diversidad de tasas de salario y de tasas de ganancia³¹, etc. Sraffa ni mucho menos resolvió todos los problemas que planteó, pero sembró la semilla; quedarse sólo en lo que concibió el genio hace ya casi 90 años sería casi una traición. Claro, que peor es, como ocurre en la enseñanza universitaria de la economía hoy día, licenciarse y saber que Sraffa forma parte del pasado, no porque se le haya superado, sino porque se le ha ignorado. Las tesis doctorales al respecto, los artículos en revistas especializadas no son suficientes si sus conceptos, su teoría, su modelo, los problemas que plantea, no pasan al *corpus* canónico del conocimiento de un graduado y, no digamos, de un doctorado.

³⁰ Pág. 112 de *PMPM*.

³¹ Ver anexo II.

ANEXO I

El cálculo de la anualización de Sraffa para los bienes plurianuales lo hace el economista turinés para un único bien porque le parecía suficiente uno sólo, en sus distintos estados anuales tras la amortización, para hacer las consideraciones del capítulo sobre “el capital físico; quizá también no se atrevió a generalizarlo por las dificultades formales que conlleva; quizá -y yo apuesto que esta fuera la razón principal- por los problemas de ocultación de los aspectos económicos que podía llevar el desarrollo del aparato formal. Nosotros vamos a abordar y justificar esta generalización, pero siendo lo más fieles posibles al modelo sraffiano por un simple imperativo intelectual, porque, a la postre, estamos desarrollando -o intentándolo- el esquema intelectual sraffiano y no inventando otro. Cosa esta última loable, por otro lado, pero que no es esa la intención. Dicho esto, generalizar el ejemplo de Sraffa para s medios plurianuales exige al menos dar un contenido especial a la expresión:

$$(29) \quad \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \times p_m \underset{1 \times s}{M} \underset{s \times n}{}$$

que representa la anualidad constante de una sólo máquina, por más que la hallamos multiplicado por el vector fila $p_m M$ de dimensiones $1 \times s$, es decir, por los s medios de producción plurianuales. Para subsanar esto vamos a plantear la siguiente ecuación:

$$(30) \quad \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \times p_m \underset{1 \times s}{} = p_q \underset{1 \times s}{} \times \frac{r(1+r)^{q(s)}}{(1+r)^{q(s)} - 1} \underset{s \times s}{}$$

donde la anualización de la derecha ya no representaría un único bien plurianual, sino s bienes -sería una matriz diagonal- cada uno con un número de períodos $q(s)$ propio de cada bien y dependiente de s . Desarrollado en términos algebraicos sería:

$$(31) \quad \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \times \sum_{j=1}^{j=s} p_{mj} = \sum_{j=1}^{j=s} p_{qj} \times \frac{r(1+r)^{q(s)}}{(1+r)^{q(s)} - 1}$$

es decir, la anualización del primer término de la izquierda representaría una media aritmética de todas las anualizaciones de los s bienes, cada uno de ellos sujetos a diferentes períodos de amortización $q(s)$; media aritmética que se obtendría simplemente con despejar $\frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$ del primer término de la ecuación.

Aunque nos apartamos ahora de Sraffa claramente, la última ecuación nos permite un ejemplo de cómo sería una planificación de la economía con criterios

sraffianos. Una planificación de esta índole partiría de los precios y períodos de amortización de todos los s bienes plurianuales de la economía con sus períodos de amortización $q(s)$ distintos para cada bien. El órgano planificador sólo pondría la condición -por el interés general de la economía- de que se cumpliera:

$$(32) \quad \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \frac{\sum_{j=1}^{j=n} P_{qj} \frac{r(1+r)^{q(j)}}{(1+q)^{q(j)} - 1}}{\sum_{j=1}^{j=s} P_{mj}}$$

Este órgano sólo tendría que tener el poder suficiente para hacer cumplir lo anterior, que es una condición muy laxa, porque estamos hablando de resumir en *una* sola fórmula de dos variables r y n , s bienes plurianuales con $q(s)$ períodos de amortización distintos cada uno, es decir, hablamos de $2 \times s \times q - 1$ grados de libertad. Además, los esquemas de Sraffa, con sus valores discretos y funciones lineales, vienen que ni pintado para introducir complementariamente la programación lineal si se buscan objetivos optimizadores concretados en algunas variables. Y esta información, a pesar de la laxitud con la que se habría obtenido, serviría como directriz de tipos de interés -o en singular- derivados de todos los bienes plurianuales de la economía, con todos sus períodos de amortización (anualizaciones) para la toma de decisiones en el resto de la economía, junto con el resto de las variables que el órgano planificador estimara pertinentes. Sería un viaje de ida y vuelta de forma dialéctica: se recoge la información, con ella se elabora el valor de r -o de los diversos tipos de interés- y se devuelve como guía para conseguir los objetivos propuestos; se miden esos objetivos y vuelta a empezar. Pero, en fin, todo esto da para otro artículo e, incluso, para un libro. En la tercera parte de estas entregas se analiza más *in extenso* el tema de la planificación a partir de Sraffa.

ANEXO II

El caso más amplio al que se alude es el definido por la ecuación:

$$(33) \quad \underset{1 \times m}{p_y} Y = \underset{1 \times s}{p_t} T + \left(\underset{1 \times n}{L} \underset{n \times n}{W} + \underset{1 \times n}{p_x} \underset{n \times n}{X} \right) \underset{n \times n}{(1 + g)}$$

donde los precios de los productos finales p_y , las rentas unitarias p_t y los precios de los medios de producción p_x son independientes entre sí y con diferente número de bienes o rentas; donde hay $s \times n$ tipos diferentes de tierras, y donde ahora las tasas de salarios W y de ganancias F son una matriz diagonal con n términos, es decir, tantos como procesos. En total hay n ecuaciones para $m+s+n$ precios, más n tipos de salario y n tasas de ganancia: total de variables = $m+s+3n$. Es decir, $m+s+2n$ grados de libertad. Hemos supuesto que los productos finales Y , las tierras T y los medios de producción X son datos, aunque muy bien podría considerarse, bajo otros criterios, también variables. Si ahora hacemos como es habitual igual a cero los salarios w , tenemos la ecuación siguiente con la máxima tasa de ganancia F para cada proceso:

$$(34) \quad \underset{1 \times m}{p_y} Y = \underset{1 \times s}{p_t} T + \underset{1 \times n}{p_x} \underset{n \times n}{X} \underset{n \times n}{(1 + F)}$$

Ahora, entre las dos ecuaciones anteriores y eliminando términos comunes y despejando los precios de los medios de producción p_x obtenemos:

$$(35) \quad p_x = LW(1 + g)(F - g)^{-1} X^{-1}$$

y sustituyendo p_x de la última ecuación en la anterior queda:

$$(36) \quad p_t = \left[p_y Y - LW(1 + g)(F - g)^{-1}(1 + F) \right] T^T \left[T T^T \right]^{-1}$$

expresión donde todos los elementos algebraicos son vectores o matrices, y donde se pueden extraer las mismas conclusiones que en (24), es decir, las mismas que las de Ricardo o Sraffa y alguna más³²; expresión donde se explican s rentas unitarias p_t ; expresión que no deja de ser explicativa, pero que se acerca cada vez más a lo empírico, es decir, a la contrastación de hipótesis.

³² Por ejemplo, la relación entre las rentas unitarias p_t y la tasa máxima de ganancia F .

Bibliografía

Afriat, S.: "Sraffa's Prices", Università degli Studi di Siena, quaderni 474.
www.econ-pol.unisi.it/quaderni/474.pdf

Ahijado, M.: "Distribución, precios de producción y crecimiento", 1982, Centro de Estudios Universitarios Ramón Areces.

Caballero, A. y Lluch, E.: "Sraffa en España", Investigaciones Económicas (2ª época, vol. X, n.º 2), 1986.

Dobb, M.: "Teoría del valor y de la distribución desde Adam Smith, edit. Siglo XXI editores.

Dobb, M.: "The Sraffa system and the critique of neoclassical theory of distribution", 1970.

Estrin, S. y Laidler, D.: "Introduction microeconomics".

Fiorito, Alejandro: "La implosión de la economía neoclásica". Está en la red:
www.geocities.com/aportexxi/sraffa12.pdf

Foncerrada, Luis Antonio: "Sraffa y Böhm-Bawerk". Está en la red:
<http://www.economia.unam.mx/secss/docs/tesisfe/FoncerradaPLA/tesis.pdf>

Garegnani, P.: "El capital en la teoría de la distribución", 1982, ed. Oikos-Tau ("*Il capitale nelle teorie delladistribuzione*", 1982)

Gehrke, Ch. y Kurz, D.: "Sraffa on von Bortkiewicz". Está en la red:
http://www.newschool.edu/cepa/events/papers/050509_Bortkiewicz.pdf

Harcourt, G.C.: "Teoría del capital" (*Some Cambridge controversies in the theory of capital*, 1975), apéndice al cap. 4, 1975, edit. Oikos-tau.

Heathfield, D. F.: "Productions functions".

Marx, Carlos: "El método en la Economía Política", 1974, Ediciones Grijalbo, S.A.

Marx, Carlos: "El Capital", en el FCE, traducción de Wenceslao Roces.

Meade, J.: "A neo Classical Theory of Economic Growth", 1961.

Meek, R.: "Mr. Sraffa's Rehabilitation of Classical Economics", 1961

Mora Plaza, A.: "Aspectos de la economía de Sraffa", revista: Nómadas, n. 23, U. Complutense de Madrid, enlace: <http://www.ucm.es/info/nomadas/23/antoniomora.pdf>

Mora Plaza, A.: "Notas sobre la producción simple y conjunta a consecuencia de Sraffa: <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/181/18112179020.pdf>;

Morhisima, M.: "La teoría económica de Marx" (*Marx's Economics*, 1973), 1977, pág. 15, edit. Tecnos.

Moseley, F.: "El método lógico y el problema de la transformación".
<http://www.azc.uam.mx/publicaciones/etp/num7/a8.htm>

Murga, Gustavo: "Piero Sraffa".
http://marxismo.cl/portal/index.php?option=com_content&task=view&id=100&Itemid=1

Nuti, D.: "Capitalism, Socialism and Steady Growth", 1970.

Okishio, N.: "A mathematical note on marxian theorems", 1963.

Pasinetti, L.: "Critical of the neoclassical theory of growth and distribution". Está en la red:
http://www.unicatt.it/docenti/pasinetti/pdf_files/Treccani.pdf

Pasinetti, L.: "Structural Change and Economic Growth: a theoretical essay on the dynamics of Wealth of Nations", 1981, Cambridge University Press.

Pasinetti, L.: "Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth", 1961/2.

Pasinetti, L.: "Switches of technique and the rate of return in Capital Theory", 1969.

Pasinetti, L.: "Crecimiento económico y distribución de la renta" (*Growth and Income Distribution*), 1974), 1978, Alianza Editorial.

Pasinetti, L.: "Lecciones de teoría de la producción" ("Lezioni di teoria della produzioni", 1975), 1983, FCE.

Peris i Ferrando, J.E.: "Análisis de la resolubilidad de modelos lineales de producción conjunta", 1987, en internet:
<http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/3829/1/Peris%20Ferrando,%20Josep.pdf>

Potier, J.P.: "Piero Sraffa", 1994, edicions Alfons Magnànim.

Ricardo, D.: "Principios de Economía Política y Tributación" (*On the Principles of Political Economy and Taxation*), 1973, F.C.E.

Robinson, J.: "Ensayos críticos", 1984, Ediciones Orbis.

Samuelson, Paul: "Understanding the Marxian notion of Exploitation", 1971.

Sargent, T.J.: "Teoría macroeconómica" (*Macroeconomic Theory, 1979*), 1988, Antoni Bosch editor.

Schefold, Bertram: *Mr. Sraffa on Joint Production*, 1971

Schumpeter, J. A.: "Historia del Análisis Económico" (*History of Economic Analysis*, 1954), 1971, Ediciones Ariel.

Segura, J.: "Análisis microeconómico", pág. 88, 2004, Alianza editorial Tecnos.

Steedman, I.: "Marx, Sraffa y el problema de la transformación" (*Marx after Sraffa*, 1977), 1985, F.C.E.

Sraffa, Piero: "Producción de mercancías por medio de mercancías" (*Production of commodities by means commodities, 1960*), 1975.

Schumpeter, J. A.: "Historia del Análisis Económico" (*History of Economic Analysis, 1954*), 1971, Ediciones Ariel.

Segura, J.: "Análisis microeconómico", 2004, Alianza editorial Tecnos.

Solow, R.: "The interest rate and transition between techniques", 1967.

Sraffa, Piero: "Producción de mercancías por medio de mercancías" (*Production of commodities by means commodities, 1960*), 1975, Oikos-Tau.

Ricardo, D.: "Principios de Economía Política y Tributación" (*On the Principles of Political Economy and Taxation,*), 1973, F.C.E.

Vegara, J. M.: "Economía política y modelos multisectoriales", 1979, edit. Tecnos.

Varios,: "Matemáticas avanzadas aplicadas a la Economía", UNED, 2001.

Madrid, 30 de julio de 2010.