MODELO INTERTEMPORAL DE DEMANDA DE DINERO

Cesar Antunez. I[Ψ]

(Lima, Perú - 2010)

Los problemas al tratar del acercamiento de equilibrio general Neoclásicos, se da cuando se intenta modelar los fenómenos monetarios, es la explicación de cómo los consumidores necesitan dinero. Si la justificación del por que hay una demanda para el dinero es imposible modelar, pero las variaciones en el suministro del dinero llevarán puesto la economía. Hay tres acercamientos anchos sobre esto:

i. **El Dinero en la Función de Utilidad**: El dinero es reserva de valor, en una economía en la que existiera un activo alternativo que rindiera intereses (por ejemplo, los bonos), nadie demandaría dinero. Sin embargo, puede suponerse que este brinda algún servicio a los agentes, (tal como facilitar las transacciones, permitir un ahorro de tiempo en la realización de las mismas), y de esta manera, puede introducirse al dinero en la función de utilidad de aquellos. Esta propiedad asociada al motivo transacción es llamada liquidez. No obstante, para que exista una demanda de dinero deben cumplirse ciertos requisitos. En primer lugar, una condición necesaria para que un individuo demande una cantidad positiva de dinero consiste en que el mismo sea universalmente aceptado. Cada agente acepta dinero porque espera que el resto de los agentes lo acepten en el futuro la función de utilidad considerando finitos periodos, se necesita que el dinero pueda ser utilizado en la compra de bienes en el mismo periodo en que es demandado.[1]

ii. **El Dinero en efectivo en Advance Models**: este modelo es el más explorado en la literatura económica, la asunción aquí es que antes que un consumidor pueda comprar el bien, ellos deben pagar, por ellos en dinero en efectivo. Por consiguiente el dinero se exige porque es los únicos medios de comprar algún género.

iii. **Las Transacciones Cuestan (Shopping time Technology)**: En este modelo planea que los consumidores tienen una opción (diferente al modelo cash in Advance). Ellos pueden obtener el bien a crédito o cambio o ellos pueden comprar el bien con el dinero en efectivo. Sin embargo, el bien adquirido consume los recursos y es más el dinero en efectivo es costoso. Sosteniendo (dinero en el bolsillo) el dinero, los consumidores pierden cualquiera interese ellos habrían ganado por otra parte en sus economías pero ellos economizan en sus costos de las transacciones.

[Ψ] Alumno de la facultad de economía de la UNMSM. Por ultimo todo error remanente es responsabilidad del autor, tanto algebraico y topográfico cuyo correo es nakatabox@hotmail.com

[1] Martín Guzmán (Mayo 2004). Notas de Clase: El "Dinero en la Función de Utilidad". Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de La Plata Moneda, Crédito y Bancos.

Modelo Cash In Advance (CIA)

Introducción

En esta nota tratare de esbozar el modelo Cash In Advance, que fue propuesto originalmente por Clower (1976) y desarrollado formalmente por Younes (1972) y por Lucas (1980) [2].

Introducir el dinero en un modelo neoclásico y cómo estos métodos puede desarrollarse en un esfuerzo intentar y explicar ciertos hechos. Como en muchos texto trataremos de introducir el dinero de maneras que rompen la dicotomía Neoclásica, los modelos que nosotros miramos todavía son en parte neoclásicos en la naturaleza.

Consideremos que los agentes no derivan utilidad del dinero, sólo del consumo. Por La razón por la cual los individuos demandan dinero es que éste es requerido para poder comprar el bien de consumo.
El agente no puede consumir su propia producción y debe comprarla de alguien más en el mercado con dinero en efectivo. Como no hay inversión, las únicas compras son las compras de bienes de consumo $P_t.c_t$. Dichas compras deben ser realizadas con el dinero disponible por adelantado M_t.

Supuestos del Modelo

Los autores antes mencionados consideraron, para su modelo los siguientes supuestos:

- Se presenta una economía cerrada sin relación con el exterior.
- El gobierno debe financiar una secuencia exógena de gasto.
- El modelo Cash in Advance se presenta en un contexto Neoclásico.
- La función de utilidad tiene buen comportamiento.
- Los consumidores para consumir al cash tiene que acumular saldos reales.
- El dinero tiene un costo de oportunidad.
- Se asume que la oferta de trabajo es inelástica $l_t = 1$.

[2] Este modelo sirve para incorporar la demanda de dinero como reserva de valor, este modelo servirá para ver la demanda de dinero para transacciones.

- El stock de capital se deprecia a una tasa constante δ.
- Los individuos no mantienen dinero en efectivo.
- La única fuente de financiamiento del gobierno es la emisión de dinero.

Como ya hemos mencionado en los supuestos, el gobierno debe financiar una secuencia exógena de gasto, además que se asume que hay un compromiso, de tal manera que se levanta el problema de inconsistencia temporal.[3]

📖 Si incomparamos a las familias estas presenta una función de utilidad a maximizar que es la siguiente:

$$Máx: \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t^1, c_t^2)$$

Como ya mencionamos en los supuestos esta función de utilidad presenta buen comportamiento, por eso pasaremos por alto la demostración de las propiedades de la función.

Y esta función se enfrenta a la siguiente restricción:

$$c_t^1 + c_t^2 + i_t + \frac{M_{t+1}}{P_t} - \frac{M_t}{P_t} = w_t.l_t + r_t.k_t$$
$$i_t = k_{t+1} - (1-\delta)k_t$$

Reemplazando la inversión en la restricción tenemos la primera restricción del modelo.

$$c_t^1 + c_t^2 + k_{t+1} - (1-\delta)k_t + \frac{M_{t+1}}{P_t} - \frac{M_t}{P_t} = w_t.l_t + r_t.k_t \ldots \text{Restricción 1}$$

Adicional mente se enfrenta la siguiente restricción CIA.[4]

$$c_t^2 \leq \frac{M_t}{P_t}$$

---

[3] Kydland y Prescott nos dice que la existencia en la política de problemas de inconsistencia temporal. Una política es inconsistente temporalmente cuando dado que ha sido anunciada y es esperada por los agentes privados el plan óptimo formulado en t para t + j es distinto del plan óptimo en t + j. Sí una política es inconsistente temporalmente, el gobierno estará tentado a desviarse durante su implementación, lo cual traerá para el Gobierno una perdida de credibilidad.
Pero esta inconsistencia fue posteriormente refinada por Barro y Gordón (1983), donde sostenían que la política monetaria debería mantenerse en forma de reglas preestablecidas y simples, detal forma que garantice al público, que las autoridades monetarias tiene objetivos múltiples: Como tener una baja inflación y alto nivel de producción. Postura que sería mejor si el Banco Central tenga un solo objetivo de estabilidad de precios.

[4] La restricción Cash in Advance se refiere al pago adelantado con dinero para diferentes transacciones, también puede ser visto como el dinero necesario para hacer las transacciones en un período determinado.

Esta restricción nos dice que para que el agente pueda consumir bienes al cash tiene que acumular saldos reales, como se menciono en uno de los supuestos.

Pero esta restricción solo se cumple cuando la tasa de interés nominal es positiva, ya que los agentes no guarda más allá de lo necesario para realizar las compras al cash y como el dinero tiene un costo de oportunidad se puede cumplir con la desigualdad antes mencionada.

Donde:
$0 < \beta < 1$: Representa el factor de descuento intertemporal.

c_t^1: Representa el nivel de consumo de bienes tipo 1 (al crédito) en el periodo t.

c_t^2: Representa el nivel de consumo de bienes tipo 2 (al cash) en el periodo t.

i_t: Es el nivel de inversión en el periodo t.

k_t: Es el stock de capital en el periodo t.

g_t: Representa el nivel de gasto de gobierno en el periodo t.

M_t: Es la cantidad nominal de dinero que las familias tiene al inicio en el periodo t.

P_t: Es el nivel de precios de la economía en el periodo t.

δ: Representa la tasa de depreciación del stock de capital.

w_t: Es el salario real en el periodo t.

r_t: es la tasa de retorno del capital en el periodo t.

l_t: Representa la fuerza de trabajo en el periodo t.

Además la cantidad de dinero inicial y el stock de capital esta representado k_0, M_o que están dados.

📖 Dado que las empresas tratan de maximizar su beneficio, esta estará representada por:

$$Máx : \Pi = f(k_t) - w_t.l_t - r_t.k_t$$

Pero como asumimos que la oferta de trabajo es inelástica $l_t = 1$, reemplazando este supuesto en la ecuación anterior se tiene:

$$Máx : \Pi = f(k_t) - w_t - r_t.k_t$$

Además la $f(k_t)$, es la función de producción que cumple con las propiedades habituales como demostraremos:

a) La magnitud de los productos marginales (PMg) son positivos.

$$\frac{df}{dl_t} = f_l' > 0 \qquad \frac{df}{dk_t} = f_k' > 0$$

b) La curva de los productos marginales son decrecientes.

$$\frac{d^2 f}{dl^2_t} = f_l'' < 0 \qquad \frac{d^2 f}{dk^2_t} = f_k'' < 0$$

c) Cuando k_t tiende al infinito, entonces el $PMg_{k(t)}$ tiene al vector nulo.

$$Lím_{k(t)\to\infty} = PMg_k = 0$$

d) Cuando L_t tiende al infinito, entonces el $PMg_{l(t)}$ tiene al vector nulo.

$$Lím_{l(t)\to\infty} = PMg_l = 0$$

e) Cuando k_t tiende al cero, entonces el $PMg_{k(t)}$ tiene al infinito.

$$Lím_{k(t)\to 0} = PMg_k = \infty$$

f) Cuando L_t tiende al cero, entonces el $PMg_{k(t)}$ tiene al infinito.

$$Lím_{l(t)\to 0} = PMg_l = \infty$$

Por lo tanto hemos demostrado que la función satisface las condiciones de INADA

- El Gobierno se enfrenta el gobierno se enfrenta a la siguiente restricción presupuestaria, en la cual asumimos que la única fuente de financiamiento es la emisión de dinero que se arroja desde un helicóptero, el cual le permite financiar el gasto en cada periodo de tiempo (Recursos arrojados al mar).

$$\frac{M_{t+1}}{P_t} - \frac{M_t}{P_t} = g_t$$

- En el Equilibrio General Dinámico (EGD), la secuencia de cantidades c_t, k_{t+1}, l_t y y_t, junto con los precios de la economía y los factores P_t, w_t y r_t. Dado que siempre hay una igualdad entre la oferta y la demanda $c_t + i_t + g_t = y_t$.

Donde:
$c_t = c_t^1 + c_t^2$

Dado que el gobierno emite dinero, esto genera distorsiones en la economía, por lo que los teoremas del bienestar no se cumplen y es necesario resolver el equilibrio general dinámico directamente.

- Platearemos nuestro Lagrangiano para las familias, reemplazando la restricción 1 y CIA, tendremos en cuenta las variables de control c_t^1, c_t^2 k_{t+1} y M_{t+1}.

$$Max: L=\sum_{t=0}^{\infty}\left[\beta^t u\left(c_t^1,c_t^2\right)-\lambda_t(c_t^1+c_t^2+k_{t+1}-(1-\delta)k_t+\frac{M_{t+1}}{P_t}-\frac{M_t}{P_t}-w_t-r_t.k_t)-\gamma_t\left(c_t^2-\frac{M_t}{P_t}\right)\right]$$

Donde:
λ_t y γ_t son los multiplicadores de Lagrange.

Condición de Primer Orden (CIO)

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^1}=0\Rightarrow\beta^t u_{c_1}(c_t^1,c_t^2)-\lambda_t=0\rightarrow\beta^t u_{c_1}(c_t^1,c_t^2)=\lambda_t\cdots\cdots(i)$$

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^2}=\beta^t u_{c_2}(c_t^1,c_t^2)-\lambda_t-\gamma_t=0\cdots\cdots(ii)$$

$$\frac{\partial L}{\partial k_{t+1}}=\lambda_t+\lambda_{t+1}(1-\delta+r_{t+1})=0\ldots\ldots(iii)$$

$$\frac{\partial L}{\partial M_{t+1}}=-\frac{\lambda_t}{P_t}+\frac{\lambda_{t+1}}{P_{t+1}}+\frac{\gamma_{t+1}}{P_{t+1}}=0\ldots\ldots(iv)$$

- Reemplazaremos el λ_t de la ecuación (i) en la ecuación (iii) tenemos:
- Si reemplazamos $\beta^t u_{c_1}(c_t^1,c_t^2)=\lambda_t$ y si adelantamos un periodo t+1 tenemos:

$$\beta^{t+1}u_{c_1}(c_{t+1}^1,c_{t+1}^2)=\lambda_{t+1}$$

Reemplazando λ_t y λ_{t+1} en la ecuación (iii) se obtiene la Ecuación de Euler

$$-\beta^t.u_{c_1}(c_t^1,c_t^2)+\beta^{t+1}.u_{c_1}(c_{t+1}^1,c_{t+1}^2)(r_{t+1}+1-\delta)=0$$

$$\frac{u_{c_1}(c_t^1,c_t^2)}{\beta.u_{c_1}(c_{t+1}^1,c_{t+1}^2)}=r_{t+1}+1-\delta\ldots(I)$$, la Ecuación de Euler

- Reemplazando (i) en (iv) y adelantando un periodo a (ii) y reemplazando en (iv), tenemos la Condición de no Arbitraje:

$$-\frac{\beta^t u_{c_1}(c_t^1,c_t^2)}{P_t}+\frac{\beta^{t+1}u_{c_2}(c_{t+1}^1,c_{t+1}^2)}{P_{t+1}}-\frac{\gamma_{t+1}}{P_t}+\frac{\gamma_{t+1}}{P_t}=0$$

$$\frac{P_{t+1}}{P_t} = \frac{\beta u_{c_2}(c_{t+1}^1, c_{t+1}^2)}{u_{c_1}(c_t^1, c_t^2)} \ldots (II)$$, la Condición de no Arbitraje

Esta ecuación hallada nos quiere decir que la tasa marginal de sustitución del consumido en bien tipo 2 mañana y consumido el bien tipo 1 hoy, se iguala a la de la tasa de inflación.

- Resolveremos el problema de la empresa que esta representada en la siguiente ecuación:

$$Máx : \Pi = f(k_t) - w_t.l_t - r_t.k_t$$

Como $l_t = 1$ reemplazando esta condición en la ecuación anterior:

$$Máx : \Pi = f(k_t) - w_t - r_t.k_t$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial k_t} = f'(k_t) - r_t = 0 \rightarrow f'(k_t) = r_t \ldots (III)$$

$$PMgL_t = w$$

$$PMgL_t = f(k_t) - r.k_t \quad \rightarrow \quad PMgL_t = f(k_t) - f'(k_t).k_t$$

$$w = f(k_t) - f'(k_t).k_t \ldots (IV)$$

- Si dividimos la restricción CIA del periodo t+1 y lo dividimos entre en periodo t, podemos obtener:

$$\frac{c_{t+1}^2}{c_t^2} = \frac{M_{t+1}/P_{t+1}}{M_t/P_t} \rightarrow \left(\frac{c_{t+1}^2}{c_t^2}\right)\left(\frac{P_{t+1}}{P_t}\right) = \frac{M_{t+1}}{M_t} \ldots (V)$$

- Reemplazando la condición de no arbitraje (II) en la ecuación anterior (V) tenemos:

$$\left(\frac{c_{t+1}^2}{c_t^2}\right)\left(\frac{\beta u_{c_2}(c_{t+1}^1, c_{t+1}^2)}{u_{c_1}(c_t^1, c_t^2)}\right) = \frac{M_{t+1}}{M_t}$$

- De la condición de igualdad entre la oferta y la demanda tenemos:

$$c_t + i_t + g_t = y_t$$

$$c_t^1 + c_t^2 + k_{t+1} - (1-\delta)k_t + g_t = f(k_t) \ldots (VI)$$

- Si adelantamos un periodo a la ecuación (III) tenemos:

$$r_{t+1} = f'(k_t) \ldots (VII)$$

- Podemos observa que la ecuación de Euler (I), la ecuación (V), la condición de igualdad (VI), se tiene un sistema no lineal de dos ecuaciones en diferencia de primer orden, con la condición estática en c_t^1, c_t^2, k_t y con una trayectoria de M_t exógena.

$$\frac{u_{c_1}(c_t^1, c_t^2)}{\beta u_{c_1}(c_{t+1}^1, c_{t+1}^2)} = r_{t+1} + 1 - \delta$$

$$\frac{\beta u_{c_2}(c_{t+1}^1, c_{t+1}^2)}{u_{c_1}(c_t^1, c_t^2)}\left(\frac{c_{t+1}^2}{c_t^2}\right) = \frac{M_{t+1}}{M_t}$$

$$c_t^1 + c_t^2 + k_{t+1} - (1-\delta)k_t + g_t = f(k_t)$$

$$r_{t+1} = f'(k_{t+1})$$

Demanda de Dinero

Para obtener la demanda de dinero primero de la ecuación de Euler (I) se despeja u_{c_1} y tenemos:

$$u_{c_1}(c_t^1, c_t^2) = \left(\frac{P_t}{P_{t+1}}\right)\beta u_{c_2}(c_t^1, c_t^2)$$

Ahora rezagaremos un periodo a la ecuación de Euler (I) y a la condición de no arbitraje (II)

✍ Rezagando un periodo a la ecuación (II) y despejando $u_{c_1}(c_{t-1}^1, c_{t-1}^2)$ tenemos:

$$u_{c_1}(c_{t-1}^1, c_{t-1}^2) = (r_t + 1 - \delta)\beta u_{c_1}(c_t^1, c_t^2) \ldots (I')$$

✍ Rezagando un periodo a la ecuación (II) y despejando $\beta u_{c_2}(c_t^1, c_t^2)$ tenemos:

$$u_{c_2}(c_t^1, c_t^2) = \left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)\beta u_{c_2}(c_{t-1}^1, c_{t-1}^2) \ldots (II')$$

✍ Reemplazando (I´) en la ecuación (II´) y simplificando se obtendrá:

$$\beta u_{c_2}(c_t^1, c_t^2) = \left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)(r_t + 1 - \delta)\beta u_{c_2}(c_t^1, c_t^2)$$

$$\frac{u_{c_2}(c_t^1, c_t^2)}{u_{c_2}(c_t^1, c_t^2)} = \left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)(r_t + 1 - \delta) \ldots (VIII)$$

Si vemos el lado derecho de la ecuación (VIII) es uno más la tasa de interés nominal.

✍ Como $c_t = c_t^1 + c_t^2$ y de la restricción Cash in Advance $c_t^2 \le \frac{M_t}{P_t}$, reemplazando esta restricción en la ecuación anterior, obtenemos la demanda óptima de dinero.

✍

$$\frac{u_{c_2}(c_t - \frac{M_t}{P_t}, \frac{M_t}{P_t})}{u_{c_2}(c_t - \frac{M_t}{P_t}, \frac{M_t}{P_t})} = \left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)(r_t + 1 - \delta)\ldots(IX)$$

La ecuación anterior va definir implícitamente la función de demanda óptima, que esta en función positiva del consumo agregado y en relación negativa con la tasa de interés nominal.

Ejemplo

Si la función de utilidad

$$u\left(c_t^1, c_t^2\right) = \psi \ln(c_t^1) + (1-\psi)\ln(c_t^2)$$

Utilizando la ecuación de demanda óptima de dinero (IX)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial c_t^2} &= \frac{\psi}{c_t^2} \\ \frac{\partial u}{\partial c_t^1} &= \frac{(1-\psi)}{c_t^1} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \frac{u_{c_2}}{U_{c_1}} = \frac{\psi}{(1-\psi)} \cdot \frac{c_t^1}{c_t^2}$$

$$\frac{\psi}{1-\psi} \cdot \frac{(c_t - \frac{M_t}{P_t})}{(\frac{M_t}{P_t})} = \frac{P_t}{P_{t-1}}(r_t + 1 - \delta) \quad \rightarrow \quad \frac{\psi}{1-\psi}\left(\frac{c_t}{r_t + 1 - \delta}\right) = \frac{M_t}{P_t}$$

✍ Si el gobierno de este estado decide seguir con la regla de creación de dinero, entonces:

$$M_{t+1} = (1+\alpha)M_t$$

α : Tasa de crecimiento del dinero

Entonces el puede converger a un estado estacionario en el cual las variables reales permanecerán constante, la tasa de inflación converge a la tas de crecimiento del dinero.

Regla de Friedman

El Banco central a fijado una tasa nominal cero para cumplir con la regla de Friedman, para demostrar esto resolveremos el problema del planificador social.

$$Máx: \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t^1, c_t^2)$$

s.a: $c_t^1 + c_t^2 + k_{t+1} - (1-\delta)k_t + g_t = f(k_t)$

✍ Obtenemos la siguiente ecuación de Euler tenemos:

$$\frac{u_{c_1}(c_t^1, c_t^2)}{\beta u_{c_1}(c_{t+1}^1, c_{t+1}^2)} = f'(k_{t+1}) + 1 - \delta$$

$$\frac{u_{c_2}(c_t^1, c_t^2)}{u_{c_1}(c_t^1, c_t^2)} = 1$$

Para que el Banco Central pueda cumplir con lo dicho en la ecuación (VIII) tendría que ser cero la tas de interés nominal, tal como prescribe la regla de Friedman.

REFERENCIAS

- Baumol, W. “The transactions Demand for Cash: An Inventory theoretic Approach”. Quaterly Journal of Economics, 1952, pp: 66, 545-556.

- Clower, R. “A Reconsideration of Microfundations of monetary theory”. En Money and Markets: essays by Robert Clower. University Press: Cambridge, 1967. PP:81-89

- Diamond, P. “Money in search equilibrium”, 1958. Econometrica 52, pp: 1-20.

- Ljungvist, L. y T. Sargent. Recursive Macroeconomic Theory. 2nd edition. Cambridge: MIT Press, 2004.

- Lucas, R. “equilibrium in Pure Currency Economy”, J. H. Kareken y N. Wallace, eds., Models of Monetary Economics, Minneapolis, Federal Reserve Bank of Minneapolis, 1980, pp: 191-146.

- Lucas, R., Stockey, N. “Money and Interest in Cash in Advance economy”, 1987, Econometrica 55, pp: 491-514.

- Milton Friedman. “The Optimun Quantity of money”. In The Optimun Quantity of money and Other Essays. Aldine, 1969.

- Sargent, T. J. “Dynamic Macroeconomic Theory”, Cambridge, Havard University Press, 1987.