



"Contribuciones a la Economía"
es una revista académica mensual
con el Número Internacional Normalizado
de Publicaciones Seriadas ISSN 1696-8360
Julio 2007

Para citar este artículo puede utilizar el siguiente formato:

Mora Plaza, A. : *"Función de producción, producción conjunta y salarios"* en Contribuciones a la Economía, julio 2007. Texto completo en <http://www.eumed.net/ce/2007b/amp-0707.htm>

FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN, PRODUCCIÓN CONJUNTA Y SALARIOS. (revisión crítica del paradigma de la productividad)

Antonio Mora Plaza
Economista
Madrid, julio 2007

Resumen:

En este trabajo se traslada a la producción conjunta el paradigma del pago de los salarios de acuerdo con la productividad marginal surgido como consecuencia del criterio de la maximización de beneficios. Se ve las consecuencias en la optimización de recursos que surgen al no admitir que cada empresa produzca un único bien o servicio, sino bajo el supuesto de que cada empresa trabaja con tantas funciones de producción como bienes y/o servicios finales, pero dependientes de la totalidad del trabajo disponible.

Palabras clave: función de producción, producción conjunta, salarios, productividad marginal.

Abstract

In this work it is transferred to the joint production the paradigm of the payment of the wages according to the marginal productivity arisen as a result of the criterion from the maximization of profits. One sees the consequences in the optimization of resources that arise for not acceptance that each company produces an only one good and/or service, but under the assumption that each company works with so many functions of production as final goods and/or services, but conditioned to the totality of the employment available.

Keywords: function of production, joint production, wages, marginal productivity

FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN, PRODUCCIÓN CONJUNTA Y SALARIOS. (revisión crítica del paradigma de la productividad)

Antonio Mora Plaza
Economista
Madrid, julio 2007

Es un paradigma fuertemente asentado en el gremio de los economistas de que existe una cosa que podemos llamar "función de producción" como algo relevante, algo útil, algo que podemos insertar en el campo del conocimiento económico con el fin de extraer conclusiones -¿o sólo meras justificaciones?- no triviales, tanto desde el punto de vista positivo (análisis) como del normativo (política económica). Un ejemplo del *status* del que goza esa cosa que llamamos "función de producción" son las palabras de Samuelson en una dedicatoria a un libro de C. E. Ferguson¹: "mientras no se revoquen las leyes de la termodinámica continuaré relacionando *inputs* con *outputs*: es decir, creyendo en las funciones de producción. Mientras los factores obtengan sus remuneraciones a través de las ofertas realizadas de los mismos mercados cuasi-competitivos, me adheriré a las aproximaciones (generalizadas) neoclásicas en las que las ofertas relativas de los factores son importantes en la explicación de sus remuneraciones de mercado... "². Resulta curioso y casi dramático que, por un lado, un economista de primera línea mezcle el mercado (oferta) con la necesidad de "creer" en la funciones de producción y sus supuestas virtudes: con ello traslada a las supuestas bondades del mercado -competitividad, asignación eficiente- las hipotéticas virtudes de las "funciones de producción"; por otro, su adhesión casi religiosa -"creer"- a la función de producción y sus bondades como los católicos al misterio de la *Santísima Trinidad*. Veamos cual es el esquema neoclásico del papel que juegan "las funciones de producción" en la economía: a) lo que hace una empresa, pequeña o grande, de cualquier sector, produzca bienes o materiales o preste servicios, puede ser descrito mediante una "función de producción": un personaje llamado "empresario" reúne materiales, materias primas, utiliza maquinaria, utensilios y contrata trabajadores, y con todo ello produce algo material o presta algún tipo de servicio que vende en el "mercado"; b) esta función puede ser escrita como: " $Q=f(L,K)$ ", donde " Q " es la producción del bien -habría que decir "los bienes"- o servicio, " L " es el trabajo medido en horas de trabajo *homogéneo* y " K " es el "capital"³, es

¹ "The Neoclassical Theory of Production and Distribution".

² Cita tomada del libro de G. C. Harcourt "Teoría del Capital" ("*Some Cambridge controversies in the Theory of Capital*", 1975).

³ Los neoclásicos no han tenido suerte con esa cosa llamada "capital". Reforzados por el marginalismo (Jevons, Menger, Walras), se vieron y se ven en la necesidad de explicar el

decir, el conjunto de medios de producción antes descritos o, dicho en palabras de Joan Robinson "el ambiente en que trabaja la mano de obra"⁴; c) existe una cosa que podemos llamar "*productividad marginal*", bien sea del trabajo o del capital, que tiene virtudes maravillosas; d) el empresario optimiza los beneficios si paga a todos los trabajadores por el valor de la "productividad marginal" del último trabajador incorporado (¡menuda responsabilidad!); lo mismo si hace lo propio con esa cosa llamada "capital"; e) con lo anterior optimiza la asignación de recursos, es decir, produce lo máximo posible con el menor coste posible; f) si esto mismo lo hacen el conjunto de las empresas obtenemos un óptimo de Pareto por el lado de la producción, lo que significa que no se puede aumentar la producción de un bien o servicio sin disminuir algún otro en alguna otra empresa (o en la misma).

¿Es todo lo anterior un cuento del mejor Andersen o Perrault? ¿Habremos llegado sin saberlo al mundo de "Alicia en el país de las maravillas" vía Pareto, funciones de producción y "productividades marginales", y no será cierto que las 500 familias más ricas del planeta posean tanta riqueza como las 416 millones más pobres? ¿Es acaso mentira que se mueran 3,3 millones de niños al nacer y 6,6 millones antes de cumplir los 5 años⁵? ¿Será que está ya erradicada la miseria, el hambre y la enfermedad en el mundo? Para que el esquema anterior se correspondiera con el mundo real se debiera dar ausencia de rendimientos crecientes; niveles de competencia en todos los sectores para todos los bienes y

pago de los factores de forma análoga a la explicación del "factor" trabajo: por medio de la productividad marginal, al igual que los clásicos (Smith, Ricardo, Mill) lo hacían con la tercera pata de la *trinidad* de la distribución: la tierra (ellos lo llamaban rendimientos decrecientes). Pero así como el factor trabajo podía aparentemente ser *homogeneizado* en horas de trabajo y la tierra en *unidades de superficie de igual fertilidad*, con el capital no había manera. Si era una suma de dinero, aún no era un medio de producción; si era convertido en medios de producción, surgía el problema de cómo sumar cosas tan heterogéneas como una cosechadora para el campo, una fresadora de un taller, la tinta china de un pasante o la corriente eléctrica gastada por un motor. Había que elegir: o se hacía en términos de precios (costos) o en términos de horas de trabajo. En el segundo caso se podía resbalar hacia las calderas del Infierno marxianas de la teoría del valor-trabajo. Con la primera, los neoclásicos (y los neoclásicos de ahora, mayoritarios en el gremio) se quedaban colgados de la brocha porque si intentaban explicar la retribución que supuestamente se merecía cobrar el factor "capital" -y por tanto tener una teoría de la formación de los precios y la distribución-, no podían partir del capital valorado por... los precios. Lo explicado entraba en la explicación. Veamos lo que decía Joan Robinson en "La función de producción y la teoría del capital" al respecto: "Además, la función de producción ha constituido un poderoso instrumento para una educación errónea. Al estudiante de teoría económica se le enseña a escribir " $x=f(L,K)$ ", siendo " L " una cantidad de trabajo; " K " una cantidad de capital y " x " una tasa de output de mercancías. Se le alecciona a suponer que todos los trabajadores son iguales y a medir " L " en hombres-hora de trabajo; se le menciona la existencia de un problema de números índices en cuanto a la elección de una unidad de output; y luego se le apremia a pasar al problema siguiente con la esperanza de que se le olvidará preguntar en qué unidades se mide " K ". Antes de llegar a preguntárselo, ya será profesor y de este modo se va transmitiendo de generación en generación unos hábitos de pensamiento poco rigurosos" (publicado en *Review of Economic Studies*, 1953-4, vol. XXI).

⁴ En la "*General Theory...*" de Keynes, citado por Joan Robinson en "Ensayos Críticos" (edit. Orbis, pág. 85).

⁵ "Informe sobre la Salud en el Mundo, 2005" de la Organización Mundial de la Salud.

servicios presentes y futuros y en todos los mercados tal que las empresas fueran precio-aceptantes; que no hubiera bienes públicos; que la información fuera simétrica, suficiente y no deficiente para todas las empresas y consumidores; perfecta flexibilidad de precios y salarios; inexistencia de derechos laborales y sindicatos; inexistencia de impuestos y subvenciones y, por tanto, ausencia de políticas redistributivas; comportamiento optimizador según productividades marginales; ausencia de efectos externos; y que hubieran tantos empresarios y posibilidades de ganancias que se crearan tantas empresas y que se ampliaran las plantillas de las existentes de tal manera que fueran capaces de dar empleo a toda la población dispuesta a trabajar (población activa); etc. Y a partir de ahí hablaríamos, porque la historia demuestra que este Paraíso no se ha dado nunca, ni en los momentos más propicios –comienzos de la industrialización–, ni en toda la historia del capitalismo. Y a pesar de todo, al final no evitaríamos que el 1% de la población tuviera el 99% de la renta y la riqueza si esa fuera la posición de partida. No voy a entrar sobre el realismo o no de la proposición anterior, sino de los aspectos que surgen al emplear el mismo esquema maximizador en el caso de la producción conjunta. Así, una empresa emplea trabajo (" L ") y medios de producción (" K "), paga un salario unitario (" w ") y cotiza por ello⁶ (" z "), y vende el bien o servicio (" $Q=f(L,K)$ ") al precio " p ". Pues bien, la empresa maximizará los beneficios si paga el trabajo (y análogamente el resto de los factores) de tal manera que se cumpla que:

$$p \times \frac{dQ}{dL} = w + z$$

siendo " dQ/dL " la derivada⁷ de la producción con respecto al empleo surgida de la función de producción " $Q=f(L,K)$ ". En efecto, si los beneficios se pueden expresar como:

$$B = I - C = p \times Q - (w + z) \times L - (r + \delta) \times K$$

siendo " r " el "tipo de interés" y " δ " la tasa de "desgaste del capital". Pues bien, maximizando los beneficios (" B ") se llega a la fórmula de la productividad anterior⁸ en lo que respecta al factor trabajo y su retribución si

⁶ Aunque aparecen ahora las "cotizaciones" y de nuevo aparecerán en la producción conjunta. En cualquier caso pueden considerarse formando parte del salario sin pérdida de generalidad.

⁷ En lugar de la derivada se podría emplear incrementos en esta fórmula y en las siguientes. La ventaja de emplear incrementos es la de que no obliga a mantener una relación funcional entre variables que sea continua y derivable y, por lo tanto, es más cercano a la realidad; en cambio el uso de funciones derivables es más elegante. En cualquier caso, ni quita ni pone nada a las hipótesis y conclusiones que se puedan extraer, excepción hecha de las hipótesis sobre la divisibilidad.

⁸ Un solo producto, un precio del producto final y un salario unitario. Por simple y extraño que pueda parecer al lego en la materia, es así cómo se introducen en la materia los textos de Microeconomía. Para muestra un botón de un reputado economista: "La economía

el empresario lo considera como un factor más en pie de igualdad con la maquinaria, las materias primas, las instalaciones, los materiales auxiliares, etc. Hasta aquí lo que dice cualquier manual que trata de la teoría de la producción clásica⁹. El problema surge a partir de ahora: ¿por qué suponer un único producto final? ¿En qué unidades se mide el "capital"? Ahora nos centraremos en las consecuencias de la maximización de los beneficios en el caso de la producción conjunta. Resulta sorprendente que los manuales de Microeconomía introduzcan el tema de la función de producción para el caso de un único producto cuando lo más normal, lo común, es que las empresas produzcan o comercialicen varios e incluso multitud de bienes y/o servicios cada uno a un precio (" p_i ") diferente. Vamos a ver que los resultados pueden ser sorprendentes. Tenemos " $Q_i=f(L,M)$ " bienes y/o servicios diferentes en los que hemos empleado " L_j " unidades de trabajo homogéneo y " k " medios de producción medidos por su coste (" M_k ") y hemos pagado " w_j " salarios unitarios según departamentos u ocupaciones y " z_j " cotizaciones por trabajador. Ahora tenemos la función de beneficios a maximizar ya en el horno:

$$B = I - C = \sum_{i=1}^n p_i \times Q_i - \sum_{j=1}^m (w_j + z_j) \times L_j - \sum_{k=1}^{\tilde{n}} M_k$$

y el resultado de la maximización respecto al trabajo total (" L ") es:

$$\sum_{i=1}^n p_i \times \frac{dQ_i}{dL} = \sum_{j=1}^m (w_j + z_j) \times \frac{dL_j}{dL}$$

que es la fórmula del pago de los salarios en la modalidad de "producción conjunta" con cotizaciones sociales en ese mundo de "Alicia en el país..." que los neoclásicos nos dibujaron en el siglo XIX y que aún perdura –y este es el problema de esta reliquia histórica- en la mente de muchos economistas y políticos de nuestros días. Nos falta para completar el puzzle la asignación del trabajo con criterios de productividad marginal la consideración del trabajo que hemos hecho bajo 2 puntos de vista. Hemos dicho que " L_i " es el trabajo incorporado al bien y/o servicio " i ", pero también es hemos contemplado el trabajo (" L_j ") por departamentos, ocupaciones o categorías (" j ") para valorar el coste total del trabajo, de tal manera que el trabajo total es la suma por separado de ambos aspectos del trabajo:

consiste de un elevado número de empresas, n , *perfectamente competitivas*, cada una de las cuales produce el *mismo único bien* utilizando la *misma función de producción*", y añade "el *capital* representa la cantidad acumulada del *único bien disponible*" (Teoría macroeconómica, 1988; *Macroeconomic theory*, 1979, Thomas J. Sargent). Y el autor sigue desarrollando su texto sin apenas modificar los supuestos de partida.

⁹ Por ejemplo en "Sistema de precios y asignación de recursos" (*The Price System and Resource Allocation*, 1970), de Richard H. Leftwich.

$$L = \sum_{i=1}^n L_i = \sum_{j=1}^m L_j$$

La ecuación de la modalidad de la productividad marginal conjunta puede escribirse ahora como:

$$\sum_{i=1}^n p_i \times \frac{dQ_i}{dL_i} \times \frac{dL_i}{dL} = \sum_{j=1}^m (w_j + z_j) \times \frac{1}{\frac{dL_i}{dL_j}} \times \frac{dL_i}{dL}$$

Nadie que estuviera imbuido de los principios neoclásicos y creyera el paradigma de la productividad marginal –el caso de Samuelson y tantos otros- puede contemplar esta ecuación sin estupor. La primera conclusión que se extrae de ella es la de que la maximización del beneficio –de donde surge la fórmula- no lleva necesariamente a pagar los factores de acuerdo con sus productividades marginales, sino a igualar la suma conjunta del valor de las productividades marginales ponderadas por trabajo incorporado en cada uno de los bienes y servicios vendidos/comercializados (“ dL_i/dL ”) a la suma de los salarios (y cotizaciones) unitarios multiplicados por la relación entre “trabajo incorporado y asignado” (“ dL_i/dL_j ”) de cada departamento (u ocupación o categoría) en cada bien y/o servicio y ponderados también por la participación del trabajo incorporado en el bien y/o servicio vendido (o comercializado). Por lo tanto, el pago de los factores según el valor de sus productividades marginales no es condición necesaria ni suficiente para maximizar los beneficios para una empresa de producción conjunta: no es suficiente porque esta condición depende de la derivada (o derivadas) segunda del beneficio respecto al empleo y no es condición necesaria por lo que acabamos de ver.

La segunda conclusión se deriva de la primera pero es distinta y no trivial: las empresas, maximizando beneficios, incluso en el mundo ideal de “Alicia...” que antes hemos descrito, no les llevará al *Paraíso* de las asignaciones eficientes paretianas si no es por casualidad, porque las empresas ya no se ven obligadas a hacer las 2 condiciones necesarias para esa travesía: a) pagar a los factores de acuerdo con sus productividades marginales, b) asignar los recursos de acuerdo con las productividades marginales ponderadas por la inversa de sus precios. No significa que la maximización sea un obstáculo sino que no sirve de guía para ese fin porque el empresario *no se tiene que preocupar de pagar cada factor de acuerdo con su productividad* sino que debería obrar de la siguiente manera: a) debería calcular la productividad de cada factor (en el caso del trabajo) incorporado en cada bien y/o servicio (“ dQ_i/dL_i ”), b) multiplicar esta por el precio del bien o servicio (“ p_i ”) y ponderarlo por la participación del trabajo incorporado sobre el trabajo total (“ dL_i/dL ”), c) *sumar* estos valores para todos los bienes y/o servicios vendidos y/o comercializados, d) fijar los salarios unitarios y cotizaciones (“ $w_j + z_j$ ”) por departamentos, ocupaciones o categorías de tal manera que, multiplicados la suma de ambos por la inversa

del trabajo incorporado en cada bien y/o servicio (" $1/(dL_i/dL_j)$ ") y ponderados por la participación del trabajo incorporado en cada bien y/o servicio (" dL_i/dL "), sea igual a *la suma* del valor de las productividades antes calculadas. Resulta paradójico que uno de los paradigmas, aunque más *ideológico* que *científico*, cual es el de la libre empresa y su actuación de la forma mas desregulatoria posible, no asegure la asignación eficiente de los recursos precisamente para el caso más general que pueda darse, que es el de la producción conjunta; y no lo es, no por ignorancia de gestores y empresarios, ni por alejamiento de la teoría económica respecto al comportamiento real de aquellos, sino porque la propia teoría –incluso la más cercana a la neoclásica-marginalista- no asegura un comportamiento optimizador producto a producto de acuerdo con el paradigma "productivista".

Ahora juegan un papel en la asignación del trabajo dos elementos ausentes en el modelo de función de producción de bien o servicio único: las productividades del trabajo incorporados en cada producto (" $1/(dL_i/dL_j)$ ") y las ponderaciones de las participaciones del trabajo incorporado en cada producto (" dL_i/dL "). En el modelo neoclásico, donde sólo existen cantidades y precios, resultan extraños ambos elementos; mejor incardinación tienen en los modelos marxianos (incluso ricardianos), donde los bienes y servicios finales llevan incorporados trabajo directo (" L ", " L_i ", " L_j ") y trabajo fechado acumulado (" M ", " K "), aunque ambos participen de la idea común de que los precios se formen en los mercados fruto de las leyes de la oferta y demanda.

Podríamos resumir lo expuesto de la siguiente manera: en la producción conjunta no queda asegurado la asignación eficiente de los recursos y su remuneración de acuerdo con el valor de sus productividades marginales a través de la maximización de los beneficios en términos de trabajo por 4 motivos: a) lo que importa es la igualación de la suma del valor de las productividades marginales a la suma de los salarios unitarios (y cotizaciones) ponderados; b) los salarios por sí sólo *no* han de ser necesariamente iguales al valor de las productividades marginales, sino que aquellos han de ser valorados por la productividad del trabajo incorporado en cada bien y/o servicio según departamentos, ocupaciones o trabajo homogéneo; c) el punto anterior no determina directamente la retribución optimizadora, sino que al producto "trabajo incorporado" anterior hay que ponderarlo por la participación del trabajo incorporado en cada bien y/o servicio en el trabajo total; d) *no* es necesario igualar lo anterior al valor de la productividad de cada bien y/o servicio (modelo neoclásico), sino que basta con igualar *la suma* del valor de las productividades a *la suma* de los "salarios-productividad" ponderados.

La diferencia fundamental entre el modelo de producción conjunta aquí expuesto y los modelos neoclásicos¹⁰ estriba en la función de producción. En los modelos neoclásicos esta función se presenta como una relación entre " n " cantidades producidas con " m " factores; aquí, alternativamente, se hace con " n " funciones de producción que dependen de todo el trabajo " L " disponible y de todos los medios de producción " M ". En el modelo neoclásico

¹⁰ Véase "Análisis microeconómico", Julio Segura, 2004, págs. 109 y siguientes, Alianza Universidad Textos

hay por tanto “ $n \times m$ ” relaciones entre productos y factores y en el aquí expuesto se reducen a “ n ”. En cambio, aquí se añaden “ $m \times n$ ” relaciones entre el trabajo homogéneo (o por departamentos u ocupaciones) “ L_j ” y el trabajo incorporado en cada bien y/o servicio “ L_i ” y de cuya función implícita “ $g(L_i; L_1, \dots, L_n; L_1, \dots, L_m) = 0$ ” se extraen las derivadas parciales “ dL_i/dL_j ” (y de paso las “ dL_i/dL ”) y con ello obtenemos:

$$\frac{1}{\frac{dL_i}{dL_j}} \quad (\text{desde } i=1 \text{ a } n, \quad j=1 \text{ a } m)$$

cuyo denominador puede ser entendido como la “cantidad de trabajo homogéneo, departamental u ocupacional “ J ” incorporado al producto “ i ”, y cuyo inverso –tal como aparece arriba- representa una medida de la productividad del trabajo incorporado al producto final. En términos matriciales la ecuación de “la productividad marginal conjunta” quedaría:

$$p_{1 \times n} \times \frac{dQ_i}{dL_i}_{n \times n} \times \frac{dL_i}{dL}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} w+z \\ 1 \times m \end{bmatrix} \times \left[\frac{1}{\frac{dL_i}{dL_j}} \right]_{m \times n} \times \frac{dL_i}{dL}_{n \times 1}$$

donde los subíndices indican las filas y columnas de las matrices (y donde la matriz “ dQ_i/dL_i ” del lado izquierdo de la ecuación es una matriz diagonal con ceros en las filas y columnas distintas de las de la diagonal principal. Para el caso que se expone las matrices desarrolladas serían:

$$\begin{bmatrix} p_1 & \cdots & p_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{dQ_1}{dL_1} & & \\ & \ddots & \\ & & \frac{dQ_n}{dL_n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{dL_1}{dL} \\ \vdots \\ \frac{dL_n}{dL} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} (w+z)_1 & \cdots & (w+z)_m \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{1}{\frac{dL_1}{dL_1}} & \cdots & \frac{1}{\frac{dL_n}{dL_1}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dL_1}{dL_m} & \cdots & \frac{dL_n}{dL_m} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{dL_1}{dL} \\ \vdots \\ \frac{dL_n}{dL} \end{bmatrix}$$

en cambio, en el modelo neoclásico el desarrollo matricial de la ecuación: “ $p \times dQ/dL = w + z$ ” podría ser como sigue:

$$\begin{bmatrix} p_1 & \cdots & p_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{dQ_1}{dL_1} & \cdots & \frac{dQ_n}{dL_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dQ_1}{dL_m} & \cdots & \frac{dQ_n}{dL_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (w+z) & \cdots & (w+z) \end{bmatrix}$$

Hay otras diferencias: en el modelo neoclásico *sólo* hay un tipo de salario porque se supone que el trabajo es homogéneo, mientras que en el que aquí se discute hay “**m**” salarios según tipo de trabajo homogéneo, ocupaciones o departamentos, lo cual es mucho más realista; por último, en el expuesto aquí es relevante la participación del trabajo incorporado para cada producto, en el modelo neoclásico no se hacen tales distinguos.

Desde el punto de vista normativo, es decir, para valorar cuanto una economía realmente existente se aleja de un óptimo paretiano, es indudablemente correcta la formulación tradicional, como así demuestran los 2 teoremas de la Economía del Bienestar; el aquí expuesto estás más cerca del comportamiento intuitivo de gestores y empresarios, aún cuando tengan que llegar a estas soluciones de maximización por mecanismos de prueba y error¹¹.

¹¹ Para un estudio empírico de la productividad comparada véase “De la función de producción agregada a la frontera de posibilidades de producción: productividad, tecnología y crecimiento económico en la era de la información”, de Manuel Castells Oliván, que se puede obtener en internet en: www.uoc.edu/dt/esp/castells_racef.pdf